

## Flexão composta: análise comparativa REBAP vs. EC2



**Eduardo B. Pereira<sup>1</sup>**



**J. Sena-Cruz<sup>2</sup>**

### RESUMO

No contexto actual nacional, o dimensionamento de estruturas de betão armado tem sido maioritariamente efectuado em conformidade com a norma nacional, o Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado (REBAP) [1]. Com a aprovação, no passado recente, do Eurocódigo 2 (EC2) [2] a nível europeu, antevê-se que em breve lhe seja atribuído o estatuto de norma nacional, através da publicação de um texto idêntico. Em termos gerais o EC2, quando comparado com o REBAP, apresenta diferenças consideráveis na forma e no conteúdo que se repercutem no dimensionamento das estruturas de betão armado. Perante este cenário torna-se imperioso efectuar estudos comparativos entre as duas normas aos mais diferentes níveis.

O caso particular do dimensionamento à flexão ao nível da secção transversal em elementos estruturais lineares, que tem por base a hipótese de Navier-Bernoulli (secções planas antes e após a deformação), recorre a leis tensões-extensões de cálculo dos materiais intervenientes: o betão e o aço. As propostas do REBAP e do EC2 para definir estas leis são ligeiramente diferentes. Em trabalhos anteriores [3] demonstrou-se que as diferenças obtidas no dimensionamento de secções rectangulares à flexão simples adoptando as duas regulamentações (REBAP e EC2) são marginais.

No presente trabalho pretende-se avaliar a mesma diferença, mas desta feita para o caso em que o elemento estrutural se encontra sujeito a flexão composta. Deste modo, o objectivo é o de analisar a influência das diferenças que existem entre o REBAP e o EC2 ao nível dos diagramas tensões-extensões de cálculo para os materiais betão e aço, no dimensionamento de secções rectangulares à flexão composta. No presente trabalho descreve-se o estudo comparativo efectuado, assim como as principais conclusões obtidas.

### PALAVRAS-CHAVE

Flexão composta; Eurocódigo 2; REBAP; Secções rectangulares.

<sup>1</sup> ISISE, Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil, 4800-058 Guimarães, Portugal. eduardo.pereira@civil.uminho.pt

<sup>2</sup> ISISE, Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil, 4800-058 Guimarães, Portugal. jsena@civil.uminho.pt

## 1. INTRODUÇÃO

O regulamento que nos próximos anos irá vigorar em Portugal, o Eurocódigo 2 (EC2) [2], recomenda a utilização de relações tensões-extensões de cálculo quer para o betão quer para o aço, diferentes das propostas pelo REBAP [1].

Com base numa análise expedita, é possível verificar que, em termos teóricos, para uma mesma secção transversal sujeita a esforços de compressão, verifica-se um aumento da capacidade resistente até um máximo de cerca de 18% quando utiliza o EC2 em detrimento do REBAP. Contudo, interessa analisar as situações correntes de projecto. Tal análise torna-se ainda mais importante se atendermos ao facto de, nos últimos tempos, se ter verificado um aumento significativo do custo do aço [4].

O presente trabalho tem como objectivo avaliar as diferenças, em termos de necessidades de armadura para uma secção transversal que se encontra sujeita a flexão composta. Foram estudadas secções rectangulares duplamente armadas, tendo sido deduzidas as expressões analíticas adimensionais aplicáveis a todos os domínios e todas as classes de resistência do betão e do aço. No presente trabalho apresenta-se a formulação analítica desenvolvida e as análises efectuadas, bem como as principais conclusões.

## 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

### 2.1 Materiais

#### 2.1.1 Betão

Para a determinação da resistência à flexão última de secções de betão armado o EC2 propõe três leis distintas para as relações tensões-extensões,  $\sigma_c$ - $\epsilon_c$ , de cálculo do betão à compressão. No presente trabalho utilizou-se a relação tensões-extensões definida pelas Eqs (1) e (2) (ver Fig. 1(a)).

$$\sigma_c = \alpha f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{se } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \quad (1)$$

$$\sigma_c = \alpha f_{cd} \quad \text{se } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2} \quad (2)$$

em que  $f_{cd}$  é valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão,  $n$  é o expoente da Eq. (1),  $\epsilon_{c2}$  é a extensão necessária para se atingir a tensão de rotura do betão à compressão e  $\epsilon_{cu2}$  é a extensão última.

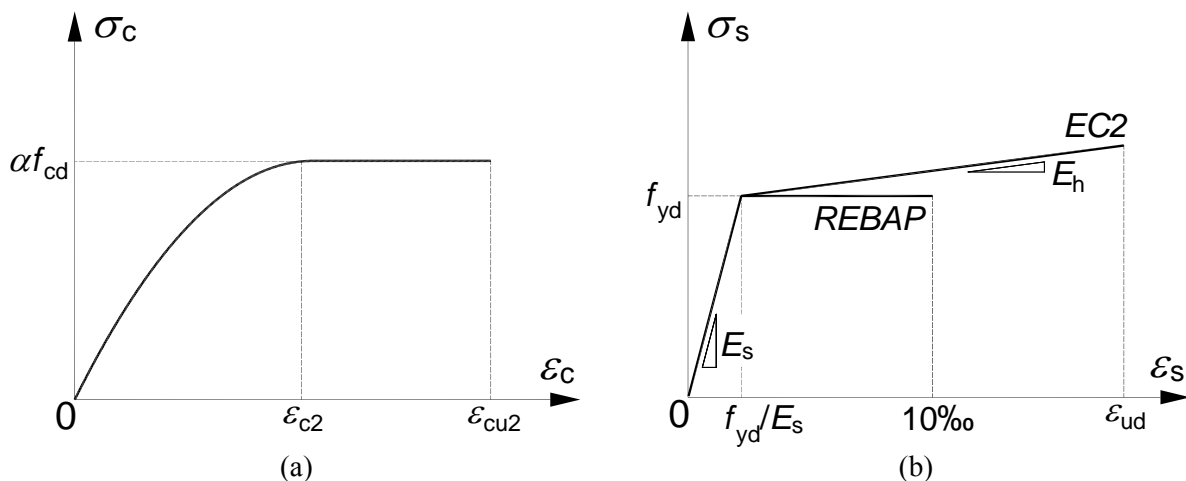


Figura 1. Relações tensões-extensões para o betão à compressão (a) e para o aço à compressão e à tracção (b).

Os valores dos parâmetros  $n$ ,  $\epsilon_{c2}$  e  $\epsilon_{cu2}$  dependem da classe do betão e encontram-se indicados no Quadro 3.1 do EC2 [2]. O presente estudo restringiu-se apenas a betões até à classe C50/60. Nestas

circunstâncias  $n = 2$ ,  $\varepsilon_{c2} = 2.0\%$  e  $\varepsilon_{cu2} = 3.5\%$ . Quanto ao valor de  $\alpha$  o EC2 sugere que este seja unitário. Assim, no presente trabalho considerou-se  $\alpha = 1$ .

Para as classes de betão em estudo, a relação tensões-extensões proposta pelo REBAP é dada pelas Eqs (1) e (2) com  $\alpha = 0.85$  [1].

### 2.1.2 Aço

O EC2 propõe os dois tipos seguintes de diagramas tensões-extensões de cálculo para a armadura de betão armado:

- diagrama bi-linear com o segundo ramo horizontal. Com a adopção deste diagrama não é necessário verificar a extensão limite, o que representa uma alteração significativa à prática nacional;
- diagrama bi-linear, com o segundo ramo inclinado até uma extensão limite  $\varepsilon_{ud}$  (ver Fig. 1(b)). O declive do segundo ramo é definido pelos pontos  $(\varepsilon_{yd}, f_{yd})$  e  $(\varepsilon_{uk}, kf_{yd})$ ;

em que:  $f_{yd}$  e  $\varepsilon_{yd}$  são os valores de cálculo da tensão de cedência e a correspondente extensão de cedência, respectivamente;  $\varepsilon_{uk}$  é o valor característico da extensão na carga máxima;  $\varepsilon_{ud}$  é o valor de cálculo da extensão na carga máxima, que se assumiu ser igual a 90% do valor característico da extensão última, i.e.,  $0.9\varepsilon_{uk}$ ;  $E_s$  o módulo de elasticidade do aço igual a 200 GPa;  $k$  o cociente entre os valores característicos da tensão de rotura ( $f_{tk}$ ) e da tensão de cedência ( $f_{yk}$ ) à tracção;  $E_h$  o módulo de elasticidade do segundo ramo inclinado. No Quadro 1 apresentam-se os valores que estes parâmetros assumem para as classes de aço estudados no presente trabalho.

Quadro 1. Propriedades do aço de acordo com EC2.

Aço	Classe	$f_{yk}$ [MPa]	$f_{yd}$ [MPa]	$\varepsilon_{yd}$ [‰]	$\varepsilon_{uk}$ [‰]	$\varepsilon_{ud}$ [‰]	$k$ [-]	$E_h$ [MPa]
S400	B	400	347.82	1.739	50	45.0	1.08	576.58
	C							
S500	B	500	434.78	2.174	50	45.0	1.08	727.27
	C							

No presente trabalho adoptou-se o diagrama bi-linear, com o segundo ramo inclinado até uma extensão limite  $\varepsilon_{ud}$ , definido pela Eq. (3).

$$\sigma = \begin{cases} E_s \varepsilon & \text{se } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{yd} \\ f_{yd} + E_h (\varepsilon - \varepsilon_{yd}) & \text{se } \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ud} \end{cases} \quad (3)$$

O REBAP propõe, para o aço, o diagrama tensões-extensões de cálculo bi-linear com o segundo ramo horizontal até uma extensão limite igual a 10‰. Assim, para que a Eq. (3) seja aplicável ao REBAP,  $\varepsilon_{ud} = 10\%$  e  $E_h = 0$ .

### 2.2 Hipóteses de cálculo

A determinação da resistência à flexão última de secções de betão armado baseia-se nas seguintes hipóteses/convenções:

- hipótese Navier-Bernoulli, i.e. as secções mantêm-se planas;
- a extensão nas armaduras, em tracção ou em compressão, é a mesma da do betão que as envolve;
- a resistência do betão à tracção é ignorada;
- as tensões no betão comprimido são obtidas a partir do diagrama tensões-extensões de cálculo, caracterizado através das Eqs (1) e (2);
- as tensões nas armaduras de betão armado são obtidas a partir do diagrama de cálculo caracterizado pela Eq. (3);
- o domínio admissível de distribuições de extensões é o representado na Fig. 2;
- as tensões de compressão são positivas e as de tracção são negativas;
- os momentos positivos provocam tracções nas fibras inferiores da secção transversal;

- a origem da profundidade da linha neutra,  $x$ , é definida ao nível da fibra superior. Consideram-se profundidades das linhas neutras positivas abaixo desta fibra.

### 2.3 Formulação analítica

O presente trabalho está circunscrito ao caso de secções rectangulares de dimensões  $b \times h$  duplamente armadas, sendo as áreas de armadura junto à face inferior e superior designadas por  $A$  e  $A'$ , respectivamente (ver Fig. 2). O problema da flexão composta resume-se ao estabelecimento das equações de equilíbrio, em termos de forças e momentos flectores, e de compatibilidade de deformações. A estratégia para realizar a análise passou pela dedução das expressões adimensionais das equações relativas aos diferentes domínios. Refira-se ainda que as expressões deduzidas e aqui apresentadas são totalmente genéricas, podendo ser aplicadas a todas as classes de betão definidas no EC2. Para tal foi necessário definir o seguinte conjunto de parâmetros, que se passa de seguida a descrever.

O valor reduzido do valor de cálculo do esforço normal e do momento flector resistentes são dados pelas Eqs (4) e (5), respectivamente.

$$v = \frac{N_{Rd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (4)$$

$$\mu = \frac{M_{Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad (5)$$

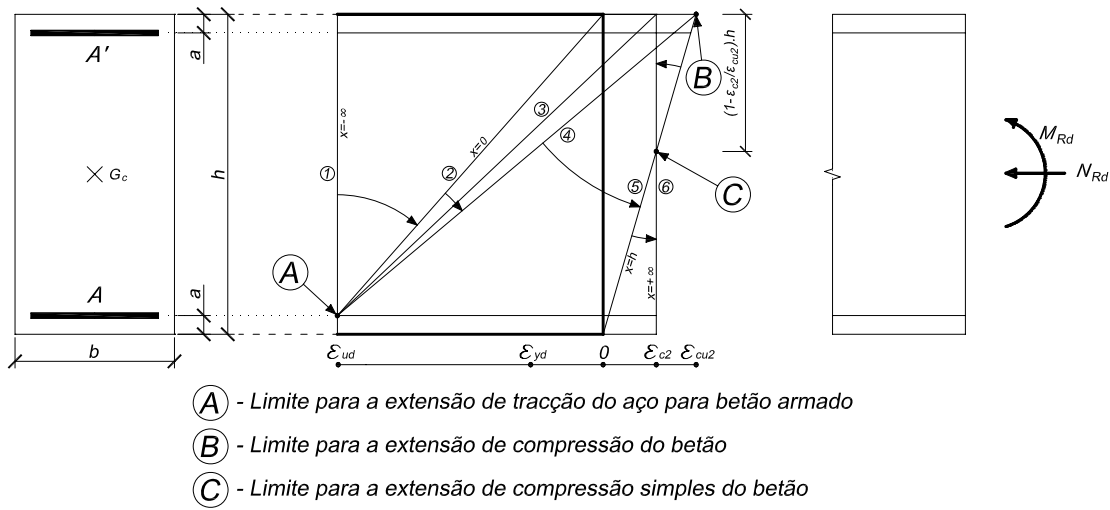


Figura 2. Distribuições de extensões admissíveis no estado limite último.

A percentagem mecânica de armadura é definida pela Eq. (6).

$$\omega = \frac{A_s}{b \cdot h} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{A' + A}{b \cdot h} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (6)$$

As Eqs (7), (8) e (9) definem, respectivamente, a altura reduzida da linha neutra, a altura reduzida do centro de gravidade da secção ao eixo das armaduras e a razão entre a área da armadura de compressão e a armadura de tracção.

$$\xi = x/h \quad (7)$$

$$\lambda = (h/2 - a)/h \quad (8)$$

$$\gamma = A'/A \quad (9)$$

O Domínio 1, i.e., de tracção simples, é definido pelas Eqs. (10a) e (10b). Nestas equações,  $\sigma_s$  e  $\sigma'_s$  representam a tensão normal na armadura infeior e superior, respectivamente.

$$\nu = -\omega \cdot \left( \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{1+\gamma} + \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \frac{\gamma}{1+\gamma} \right); \mu = 0 \quad (10a)$$

$$(10b)$$

O *Domínio 1-2* (tracção composta), em que apenas as armaduras contribuem para a capacidade resistente, é definido pelas Eqs. (11a) e (11b).

$$\nu = -\omega \cdot \left( \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{1+\gamma} + \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \frac{\gamma}{1+\gamma} \right); \mu = \omega \cdot \lambda \cdot \left( \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{1+\gamma} - \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \frac{\gamma}{1+\gamma} \right) \quad (11a)$$

$$(11b)$$

A partir do *Domínio 2-3*, o betão passa a contribuir para a capacidade resistente. Neste domínio o equilíbrio é definido através das Eqs (12) e (13). Na Eq. (13),  $Y_G$  representa a posição do centro de gravidade da resultante de compressão no betão.

$$\nu = \xi \cdot \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{ud}} \cdot \frac{1-a/h-\xi}{n+1} \cdot \left( 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_{ud}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \frac{\xi}{1-a/h-\xi} \right)^{n+1} \right) + \omega \cdot \left( \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \frac{\gamma}{\gamma+1} - \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{\gamma+1} \right) \quad (12)$$

$$\mu = \left[ \xi \cdot \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{ud}} \cdot \frac{1-a/h-\xi}{n+1} \cdot \left( 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_{ud}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \frac{\xi}{1-a/h-\xi} \right)^{n+1} \right) \right] \cdot \left( \frac{1}{2} - \xi + Y_G \right) +$$

$$(13)$$

$$\omega \cdot \lambda \cdot \left( \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \frac{\gamma}{\gamma+1} + \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{\gamma+1} \right)$$

O *Domínio 3-4* é definido através das Eqs (14) e (15). Nestas equações,  $\varepsilon_c^{TOP}$  representa a extensão do betão na fibra superior.

$$\nu = \xi \cdot \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c^{TOP}} \cdot \frac{n}{n+1} + \xi \cdot \frac{\varepsilon_c^{TOP} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c^{TOP}} + \omega \left( \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \frac{\gamma}{\gamma+1} - \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{\gamma+1} \right) \quad (14)$$

$$\mu = \xi \cdot \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c^{TOP}} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left( \frac{1}{2} - \xi + \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c^{TOP}} \cdot \xi \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+2)(n+1)} \right) \cdot \frac{n+1}{n} \right) +$$

$$(15)$$

$$\xi \cdot \frac{\varepsilon_c^{TOP} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c^{TOP}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \xi \cdot \frac{\varepsilon_c^{TOP} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c^{TOP}} \right) + \omega \cdot \lambda \cdot \left( \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \frac{\gamma}{\gamma+1} + \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{\gamma+1} \right)$$

O *Domínio 4-5* é caracterização pelo facto de se atingir a extensão máxima,  $\varepsilon_{cu2}$ , na fibra mais comprimida. Neste domínio, as equações de equilíbrio são definidas através das Eqs. (16) e (17).

$$\nu = \xi \cdot \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot \frac{n}{n+1} + \xi \cdot \frac{\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} + \omega \left( \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \frac{\gamma}{\gamma+1} - \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{\gamma+1} \right) \quad (16)$$

$$\mu = \xi \cdot \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left( \frac{1}{2} - \xi + \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot \xi \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+2)(n+1)} \right) \cdot \frac{n+1}{n} \right) +$$

$$(17)$$

$$\xi \cdot \frac{\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \xi \cdot \frac{\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \right) + \omega \cdot \lambda \cdot \left( \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \frac{\gamma}{\gamma+1} + \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{\gamma+1} \right)$$

A partir do *Domínio 5-6* a secção de betão fica totalmente comprimida. Neste caso, as Eqs (18) e (19) descrevem o comportamento da secção neste domínio.

$$\nu = 1 - k_\varepsilon + k_\varepsilon \cdot \left[ 1 - \frac{k_\varepsilon^n}{(n+1)(\xi - 1 + k_\varepsilon)^n} \right] + \omega \cdot \left[ \frac{\gamma}{1+\gamma} \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} + \frac{1}{\gamma+1} \cdot \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \right] \quad (18)$$

$$-\mu + \frac{1}{2} \cdot \nu = \frac{(1-k_\varepsilon)^2}{2} + \left[ 1 - k_\varepsilon + k_\varepsilon \cdot \frac{\frac{1}{2} - \frac{k_\varepsilon^n}{(n+2)(\xi-1+k_\varepsilon)^n}}{1 - \frac{k_\varepsilon^n}{(n+1)(\xi-1+k_\varepsilon)^n}} \right] \cdot k_\varepsilon \cdot \left[ 1 - \frac{k_\varepsilon^n}{(n+1)(\xi-1+k_\varepsilon)^n} \right] + \omega \cdot \left[ \frac{\gamma}{1+\gamma} \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{a}{h} \right) + \frac{1}{1+\gamma} \cdot \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \left( 1 - \frac{a}{h} \right) \right] \quad (19)$$

O Domínio 6 culmina com toda a secção totalmente comprimida, em estado de compressão pura. Neste caso, as expressões que descrevem o comportamento da secção são as seguintes:

$$\nu = 1 + \omega \cdot \left( \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{1+\gamma} + \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \cdot \frac{\gamma}{1+\gamma} \right); \quad \mu = 0 \quad (20a)$$

$$(20b)$$

## 2.4 Implementação

Na concepção do algoritmo computacional foram criadas duas estruturas principais. Na primeira, dedicada à elaboração de tabelas, o cálculo da profundidade da linha neutra e da percentagem mecânica de armadura é efectuado para diferentes valores do momento reduzido, começando pelo valor zero e continuando com incrementos constantes. Os dados iniciais deste problema são as relações  $a/h$  e  $\gamma = A'/A$ , a classe de resistência do betão, o tipo de aço e o valor do esforço axial reduzido. A solução das equações de equilíbrio é obtida utilizando o método de Newton-Raphson, já que a incógnita está definida implicitamente. Na segunda estrutura, dedicada à elaboração dos ábacos, parte-se do valor da posição da linha neutra e da percentagem mecânica de armadura para obter os pares de valores momento reduzido vs esforço axial reduzido, que estão definidos explicitamente para todos os domínios, sendo deste modo a solução do problema obtida directamente. Outros dados do problema são, como anteriormente, as relações  $a/h$  e  $\gamma = A'/A$ , a classe de resistência do betão e o tipo de aço.

## 3. ANÁLISE COMPARATIVA

A utilização de diferentes pressupostos em termos do comportamento tensões-extensões dos materiais que compõem o betão armado terão, certamente, impacto nas dimensões resultantes do cálculo em projecto a adoptar para os dois materiais, betão e aço. Actualmente, a bibliografia da especialidade é abundante em elementos e documentação que apoia a actividade de dimensionamento das secções em betão armado baseada na antiga regulamentação (REBAP), com ábacos e tabelas para diferentes casos, e com expressões mais ou menos empíricas para o pré-dimensionamento económico dos elementos estruturais em betão armado. O mesmo não se pode dizer, no momento, em relação aos novos pressupostos que emanam do EC2, sendo escassos neste contexto os elementos de apoio à actividade de cálculo das secções em betão armado. Neste sentido, importa perceber qual o impacto da aplicação dos novos pressupostos de cálculo em vários contextos. No que se refere aos casos de flexão composta, esta análise não é simples, visto que o critério de resistência está dependente de dois esforços em simultâneo, o esforço axial e o momento flector. Por este motivo, parece importante efectuar a análise comparativa em questão no contexto dos diagramas de interacção momento reduzido vs esforço axial reduzido, e é com este intuito que se elaboraram os diagramas da Fig. 3.

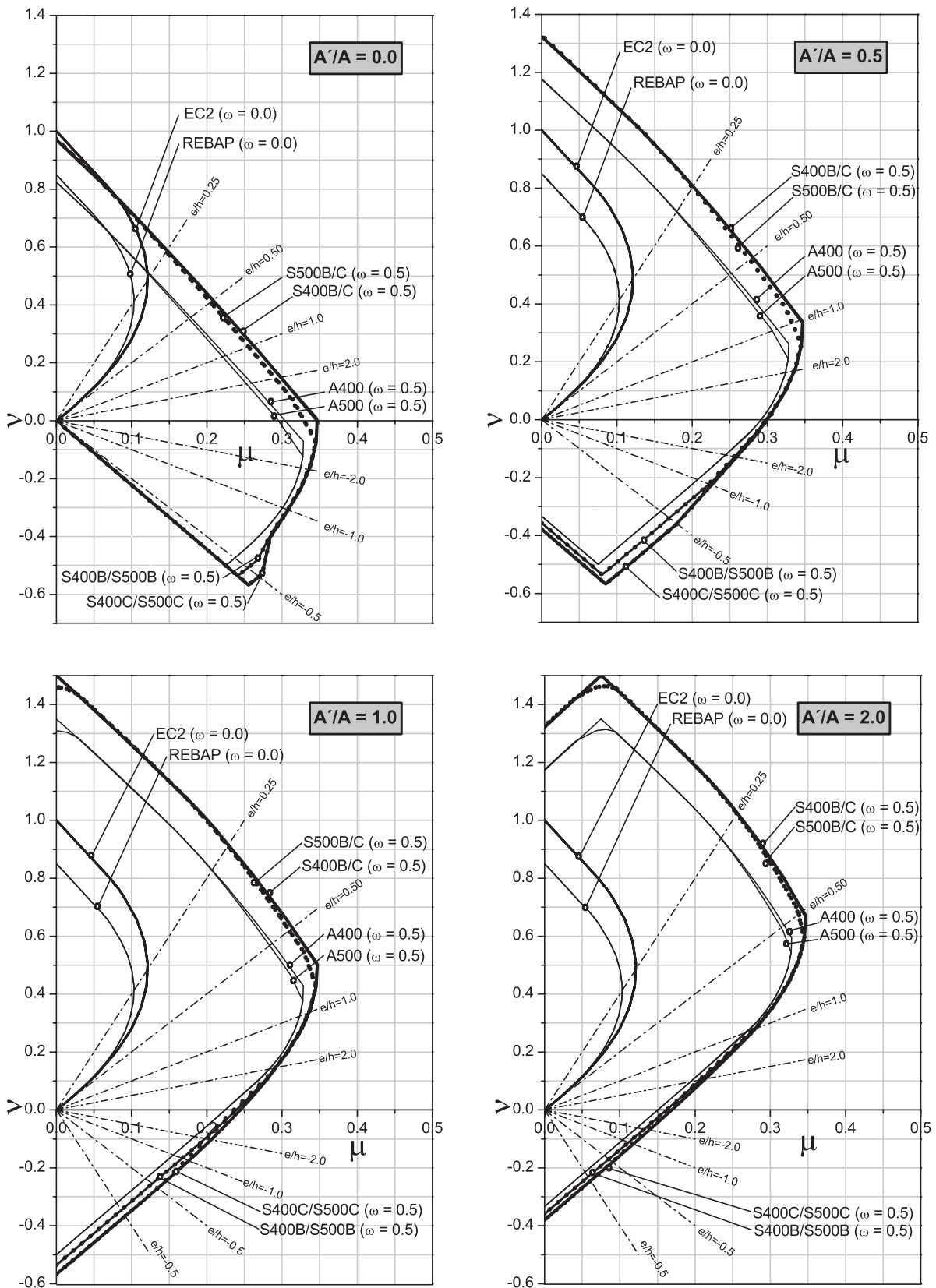


Figura 3. Diagramas de interacção momento reduzido vs. esforço axial reduzido para diferentes percentagens mecânicas de armadura e diferentes classes de aço, atendendo aos preceitos regulamentares do REBAP e do EC2. Relações  $A'/A$  consideradas: 0,0; 0,5; 1,0 e 2,0.

No presente contexto, a influência da alteração dos diagramas tensões-extensões dos materiais betão e aço na resistência da secção é avaliada procedendo-se à realização de quatro diagramas de interacção distintos, para as relações  $\gamma = A'/A$  de 0,0 a 2,0. Em cada um destes diagramas é apresentada a curva de interacção apenas para a situação em que a secção é não armada, e para a situação em que a percentagem mecânica de armadura é 0,5. Com este procedimento pretende-se simplificar o mais possível os diagramas, apresentando apenas as curvas para estes dois valores representativos, i.e., a situação em que a secção é não armada, e a situação em que se adopta um valor intermédio da percentagem mecânica de armadura, entre os que são mais comuns na prática (de 0,0 a 1,0), sem que no entanto se perca a noção da variação do comportamento das curvas apresentadas para outras percentagens mecânicas de armadura. Neste contexto, analisa-se a influência da diferença estabelecida para as propriedades do betão e do aço entre as duas regulamentações, designando-se por A400 e A500 os casos em que se utiliza o coeficiente para o betão  $\alpha = 0.85$  e o diagrama tensões-extensões elástico-perfeitamente plástico com rotura imposta pela extensão limite de 10‰ para o aço, de acordo com o preconizado pelo REBAP. Por S400B, S400C, S500B e S500C designam-se as situações em que se admite  $\alpha = 1.0$  para o betão e, respectivamente, se admite um diagrama de comportamento para os aços das classes S400 e S500 com endurecimento, dependendo a forma do ramo de endurecimento da classe de ductilidade (B ou C), de acordo com a informação constante do Quadro 1.

Analisando os quatro diagramas representados na Fig. 3 pode observar-se que, em termos gerais, o aspecto típico das curvas de interacção esforço axial-momento é preservado, e não é significativamente alterado com a introdução das alterações no comportamento dos materiais anteriormente referidas.

Em termos da influência das propriedades do betão verifica-se que, como seria de esperar, o seu efeito é principalmente evidente no quadrante de compressões, ainda que também seja visível nas situações em que o esforço de compressão é menor ou mesmo de tracção, à medida que aumenta o momento flector reduzido. Para secções não armadas, este efeito aumenta quase proporcionalmente com o aumento do esforço axial reduzido. Para secções armadas e sem armadura de compressão, este efeito começa a ser evidente para secções com pequenos esforços de tracção, e à medida que aumenta a compressão o seu efeito vai-se acentuando, atingindo um máximo, obviamente, para os esforços máximos de compressão. À medida que aumenta a percentagem de armadura de compressão verifica-se que este efeito ‘caminha’ na direcção do aumento do esforço de compressão, significando isto que o efeito se evidencia a partir de valores do esforço axial reduzido cada vez mais elevados. Torna-se portanto evidente que a alteração do valor de  $\alpha = 0.85$  para  $\alpha = 1.0$  é relevante fundamentalmente no quadrante das compressões, e tanto mais relevante quanto maior o valor do esforço axial reduzido (compressão), e quanto maior a percentagem de armadura de compressão.

Quanto à influência da alteração do comportamento tensões-extensões do aço verifica-se que, também como seria de esperar, o seu efeito é principalmente evidente no quadrante de tracções, na região dos máximos esforços de tracção. No caso em que não existe armadura de compressão, este efeito é particularmente evidente na região dos esforços máximos de tracção, verificando-se que à medida que se caminha desde o ponto onde se atinge o máximo momento reduzido e na direcção do aumento dos esforços de tracção, o aumento da ductilidade do aço conduz ao significativo aumento da capacidade resistente, como consequência de um ramo de endurecimento mais prolongado e de uma tensão última mais elevada do diagrama de tensões-extensões do aço. Nesta situação assiste-se, no contexto do domínio 45 (ver Figura 2), à redução da profundidade da linha neutra, e deste modo, dando-se a rotura pelo betão, o incremento da resistência relativamente à situação em que se considera regime perfeitamente plástico (REBAP) aumenta gradualmente até se atingir o limite do domínio e a consequente alteração da condição de rotura, de excesso de deformação no betão para excesso de deformação no aço. Depois de se atingir o esforço máximo de tracção, e na situação em que não existe armadura de compressão, o comportamento do aço deixa de ser relevante para o comportamento da secção já que apenas a tensão de rotura é relevante e não a forma do diagrama tensões-extensões, o que explica o facto de a curva de interacção passar a ser a mesma para todos os tipos de aço. Com a existência e aumento da percentagem de armadura de compressão, e observando os correspondentes



diagramas na Fig. 3, a diferença do tipo de aço passa a ser também relevante na zona descendente da resistência à tracção, verificando-se no entanto um decréscimo da importância que este efeito assume.

Em todos os casos verifica-se também que, em geral, não existe diferença significativa entre os resultados obtidos com aços de diferentes resistências, isto num contexto de análise em termos de variáveis adimensionais. Em todos os diagramas verifica-se que as curvas de interacção dos aços de idêntica classe de ductilidade e diferentes resistências assumem, em geral, a mesma forma, salvo pontuais excepções, com destaque para o ponto onde se atinge o momento flector máximo e para o ponto onde se atinge o esforço axial máximo, revelando os aços de menor resistência melhor desempenho (no contexto adimensional).

Para tentar tornar mais clara a interpretação de todos estes resultados, procedeu-se à elaboração dos gráficos da Fig. 4, onde se representam, para algumas das classes de aço e das percentagens de armadura de compressão, uma análise da diferença, da necessidade de armadura para diferentes pares de esforços axial-flector adimensionais. Esta necessidade de armadura foi definida através da Eq. (21).

$$\frac{\omega_{EC2}(\mu) - \omega_{REBAP}(\mu)}{\omega_{REBAP}(\mu)} \quad (21)$$

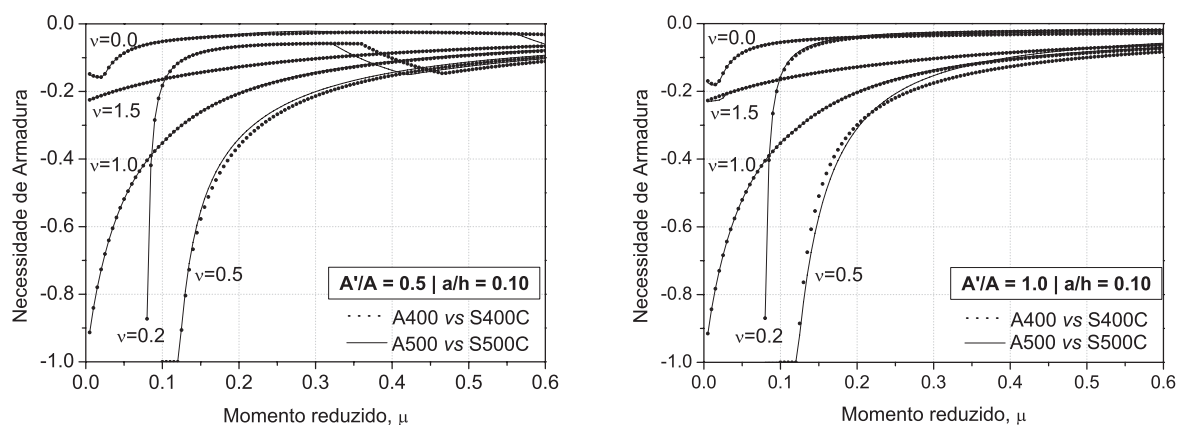


Figura 4. Representação da variação da necessidade de armadura REBAP vs EC2, para duas relações de  $A'/A$ , no quadrante das compressões ( $v \geq 0$ ).

Observando os diagramas de Fig. 4 pode-se constatar, mais uma vez, que em termos gerais não existe diferença significativa entre os resultados que se obtêm quando se faz variar a classe de resistência do aço. As curvas correspondentes a aços de diferentes classes de resistência estão praticamente sobrepostas, para a mesma classe de ductilidade.

Quanto à economia de armadura, em termos gerais verificam-se substanciais percentagens de economia para valores do momento reduzido mais baixos. Estes valores reduzem-se com o aumento do esforço de flexão, mas aparentemente convergem para valores, ainda assim, bastante elevados.

Atendendo à variação do esforço axial reduzido, não existe uma tendência constante, mas é evidente uma inferior economia para o caso de flexão simples ( $v = 0$ ) e a tendência para uma maior economia para valores moderados do esforço de compressão.

#### 4. CONCLUSÕES

Em termos gerais, poder-se-á afirmar que as alterações propostas pela nova regulamentação de estruturas de betão armado não afectam drasticamente os resultados do dimensionamento das secções. No entanto, e atendendo aos recentes aumentos dos preços das matérias primas e à necessidade cada vez mais premente de moderar a exploração dos recursos naturais, as diferenças encontradas podem justificar um cuidado suplementar na exploração de todos os instrumentos que a nova regulamentação

coloca ao dispor do engenheiro no sentido de aproveitar toda a economia que deste modo é disponibilizada no dimensionamento. Em certos casos, a economia possível é bastante significativa, destacando-se as situações em que o esforço de compressão é moderado.

## **5. AGRADECIMENTOS**

Os autores deste trabalho manifestam um especial agradecimento ao Eng. Pedro Sousa pela colaboração prestada na fase inicial deste projecto.

## **REFERÊNCIAS**

[1] REBAP. 1983, Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado. Imprensa Nacional Casa da Moeda, Lisboa.

[2] Eurocode 2. 2004, Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Comité Européen de Normalisation (CEN), EN 1992-1-1:2004: E, Brussels.

[3] SENA-CRUZ, J.M.; LOURENÇO, P.B. - Flexão simples: análise comparativa REBAP vs. EC2. Actas das 4<sup>as</sup> Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 2006. 15 p.

[4] Disponível em WWW: <http://www.steelbb.com/>, 31 de Julho de 2008.