Júlia de Fátima Almeida Representações e conhecimentos de docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico relativamente à Geometria: um estudo em torno da sua influência na abordagem com os alunos

UMinho|2010

Universidade do Minho
Instituto de Educação e Psicologia

Júlia de Fátima Almeida

Representações e conhecimentos de docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico relativamente à Geometria: um estudo em torno da sua influência na abordagem com os alunos

Março de 2010

Universidade do Minho
Instituto de Educação e Psicologia

Júlia de Fátima Almeida

Representações e conhecimentos de docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico relativamente à Geometria: um estudo em torno da sua influência na abordagem com os alunos

Dissertação de Mestrado em Ciências da Educação
Área de Especialização em Supervisão Pedagógica na Educação Matemática

Trabalho realizado sob a orientação do
Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

Março de 2010

DECLARAÇÃO

Nome: Júlia de Fátima Almeida

Endereço electrónico: jufatal@gmail.com

Telefone: 962414358

Número do Bilhete de Identidade: 8032809

Título da tese: Representações e conhecimentos de docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico relativamente à Geometria: um estudo em torno da sua influência na abordagem com os alunos.

Orientador: Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

Ano de conclusão: 2010

Mestrado Ciências da Educação
Área de Especialização em Supervisão Pedagógica na
Educação Matemática

Universidade do Minho, 24 de Março de 2010

AGRADECIMENTOS

Este trabalho só foi possível graças à colaboração, apoio e disponibilidade de muitos:

Ao meu orientador, Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu, que me acompanhou e orientou ao longo deste projecto, com o seu empenho e profissionalismo, apoio e crítica, ajudando-me a crescer com conselhos preciosos e sugestões oportunas.

Ao coordenador do curso, Prof. Doutor José António Fernandes, pelo seu optimismo e confiança em nós.

Aos professores do curso de mestrado, porque, cada um à sua maneira, contribuíram para a minha motivação e formação nesta área.

A todos os professores que participaram neste estudo, pela disponibilidade demonstrada. Um carinho especial para a Ana e a Inês. Não é fácil abrirmos a nossa porta e ser alvo de observações. Muito obrigada pela sua colaboração e empenho. Sem o seu contributo, este estudo ficaria muito empobrecido.

A todos os meus amigos pelo encorajamento constante, especialmente nos momentos difíceis

À minha família que sempre me incentivou, apoiou e ajudou a superar as dificuldades ao longo deste percurso.

O meu muito obrigada a todos.

Representações e Conhecimentos de docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico relativamente à Geometria:

um estudo em torno da sua influência na abordagem com os alunos

RESUMO

O presente estudo averigua o conhecimento e as representações de professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico sobre conteúdos de Geometria, as suas causas e a sua influência na abordagem deste tema na sala de aula. Trata-se de uma investigação predominantemente interpretativa, concretizada, numa primeira fase, por componentes quantitativas e, numa segunda fase, por dois estudos de caso, e que procura responder às seguintes questões: Que conhecimentos e representações têm os docentes do 1.º Ciclo em relação a conteúdos de Geometria abordados neste nível escolar? Na sua prática docente, como abordam os docentes do 1.º Ciclo os conteúdos de Geometria? Que conhecimentos e representações evocam nessa abordagem? Que influência tem a sua formação do na forma como abordam os conteúdos de Geometria? A recolha de dados foi efectuada através de um questionário, de um teste, da observação de aulas e de uma entrevista no final das aulas observadas.

Este estudo permite concluir que, relativamente ao conhecimento de conteúdos de Geometria, os professores reconhecem a noção de figura padrão de uma pavimentação mas não identificam as transformações necessárias para pavimentar o plano. Consideram o ponto médio de um segmento de recta como o único ponto da mediatriz que é equidistante aos extremos desse segmento. Na caracterização das propriedades dos quadriláteros, a maioria não refere as simetrias nem as relações entre as diagonais. Estabelecem relações entre os perímetros e as áreas de rectângulos semelhantes aplicando as respectivas fórmulas em vez de relacionarem a razão dessas medidas com a razão de semelhança. A ausência de valores em situações que representam sólidos parece que não lhes permitiu percepcionar a variação das componentes das fórmulas dos volumes desses sólidos. O uso de material concreto indicia que não os ajudou a responder a esta variação. As representações mais usadas foram a verbal, para explicitar ideias, e a semi-concreta, na forma de desenhos para uma melhor compreensão das situações.

A maioria dos professores valoriza estratégias de ensino centradas na sua actividade e na repetição de exercícios, como se torna mais explícito na observação de aulas de duas professoras. Uma delas, Ana, valoriza a participação dos alunos, atende às suas respostas e serve-se das representações verbal, para promover a comunicação matemática com os alunos, semi-concreta, através dos desenhos que produz no quadro para evidenciar o significado dos conteúdos abordados, e concreta, ao usar material para favorecer a descoberta pelos alunos. A outra professora, Inês, manifesta ser directiva e expositiva, procurando que os alunos imitem o que ela faz. Recorre a representações verbais e simbólicas, valorizando sobretudo a memorização e aplicação acrítica de fórmulas. Tanto Ana como Inês indicam conhecer as orientações curriculares para o ensino de Geometria, a importância dos materiais didácticos nos processos de aprendizagem e da actividade desenvolvida pelo aluno. Porém, a sua formação tende a influenciar o conhecimento que têm sobre conteúdos de Geometria e a forma como os abordam na sala de aula. A experiência adquirida no seu percurso profissional colmatou algumas lacunas, principalmente em relação às representações que usam para tornar compreensíveis os conteúdos que abordam aos seus alunos.

REPRESENTATIONS AND KNOWLEDGE OF FIRST GRADE TEACHERS ABOUT GEOMETRY: A STUDY ON THEIR INFLUENCE IN THE WAY THEY TEACH THIS SUBJECT TO STUDENTS.

ABSTRACT

The present study's aim is to investigate the knowledge and representations of the primary school teachers on Geometry contents, its causes and its influence on the way this subject is taught in the classroom. This is mainly an explanatory investigation, based, in an initial phase, on quantitative components and, in a second phase, on two case studies. Its objective is to answer the following questions: what knowledge and representations do primary school teachers have regarding the contents of Geometry that should be taught at this level of learning? In their teaching practice, how do they teach the contents of geometry? Which knowledge and representations do they use in that process of teaching? Which influence does the process of training these teachers have in the way they teach the contents of Geometry? The conclusions obtained result from the analysis of a questionnaire, a test, classroom observation and an interview at the end of the lessons observed.

This study allows us to conclude that in relation to the knowledge of the Geometry contents, the teachers recognize the idea of main figure of a tessellation but they don't identify the changes that are necessary to pave the plane. They consider the medium point of straight line segment as the only point of a bisector that is equidistant to the extremes of that segment. In the characterization of the properties of quadrilaterals, the majority don't mention the symmetries or the relationship between the diagonals. They establish relationships between the perimeters and the areas of similar rectangles by applying the formulas instead of relating the reason of those measures with the similar reason. The absence of values in situations that represent solids seems to have made it difficult for them to see the alteration of the components of the formulas of the solids' volumes. The use of material indicates that that fact didn't help them to respond to this alteration. The most used representations were the verbal, to explain the ideas, and the semi-concrete, in the form of drawings, for a better understanding of the situations presented.

The majority of teachers value teaching strategies that focus on their activity and on the repetition of exercises, as we can see in the lessons observed. One of the teachers, Ana, values the participation of students and their answers and she uses those oral representations to promote the mathematical communication with the students. She also uses the semi-concrete strategy by using pictures she draws on the board to clearly show the meaning of the contents taught, and the concrete strategy by using material to promote the discovery by the students. The other teacher, Inês, uses a leading and expository approach, trying to make the students copy what she does. She uses oral and symbolic representations and values memorization and uncritical application of formulas. Both Ana and Inês know the national curriculum guidelines for teaching Geometry and the importance of didactic materials in the learning process. However, their mathematics education tends to influence the knowledge they have of the contents of Geometry and how they approach them in the classroom and they recognise it is not an easy subject to teach.Their professional experience has filled some gaps, mainly in relation to the representations that they use to make the contents understandable to their students.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A realidade actual evidencia um mundo “matematizado” onde a informação de natureza matemática está cada vez mais presente na vida de todos os dias. Isso mesmo refere o Ministério da Educação (2007) quando afirma que “hoje, mais do que nunca, a Matemática está presente em todos os ramos da ciência e tecnologia, em diversos campos da arte, em muitas profissões e sectores da actividade de todos os dias” (p. 3). Por isso, as novas necessidades sociais exigem competências matemáticas específicas, não apenas relacionadas com o conhecer, mas especialmente com o saber usar eficazmente esses conhecimentos nas mais diversas situações (idem). Nestes tempos de mudança não basta aprender a conhecer, mas, sobretudo, ser capaz de manusear os esquemas de acção que se ajustem às necessidades emergentes. Esta perspectiva está, também, explícita no Currículo Nacional do Ensino Básico–Competências Essenciais (Ministério da Educação, 2001):

> A ênfase da matemática escolar não está na aquisição de conhecimentos isolados e no domínio de regras e técnicas, mas sim na utilização da matemática para resolver problemas, para raciocinar e para comunicar, o que implica a confiança e a motivação pessoal para fazê-lo. (p. 58)

A nível internacional, conforme se pode constatar pela análise das Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 1991), são, igualmente, visíveis estas novas perspectivas para uma abordagem da matemática escolar inserida e voltada para a vida prática, referindo-se, nomeadamente, que, entre outras situações:

> Os alunos devem participar em numerosas e variadas experiências relacionadas entre si que os encorajem a dar apreço ao desenvolvimento da matemática, a desenvolver hábitos de pensamento matemático e a compreender e apreciar o papel da matemática na vida da humanidade. (p. 6)

Neste contexto educativo, como é enfatizado por um outro documento do NCTM (1994), dedicado à abordagem das Normas Profissionais para o Ensino da Matemática, os professores são os “protagonistas na mudança dos processos pelos quais a Matemática é ensinada e aprendida nas escolas” (p. 2). Assim, toma vulto o papel do professor e da escola no desenvolvimento curricular susceptível de proporcionar aos alunos experiências de exploração conducentes a uma nova imagem da disciplina de Matemática. Para este fim, o NCTM (1994) apresenta como principais eixos de mudança: a criação de um ambiente de sala de aula que envolva todos os alunos nas diferentes actividades em detrimento de processos individualizados de aprendizagem; o desenvolvimento do poder matemático apoiado na resolução de problemas, na verificação e no raciocínio, em desfavor da omnipresença da memorização e da validação apoiada nas afirmações do professor; e a articulação entre os diversos temas, conceitos e procedimentos.

No mesmo documento (NCTM, 1994), são, particularmente, evidenciadas preocupações quanto ao incremento e à sensibilização para a melhoria das práticas e da formação docente em Matemática, na busca constante de uma acção pedagógica que cative e motive os alunos, evidenciando a actualidade, utilidade e interesse da Matemática:

> A imagem necessária do ensino da Matemática inclui professores de todos os níveis mais conscientes em:
> - escolher actividades matemáticas que aliciem a inteligência e o interesse dos alunos;
> - providenciar oportunidades para aprofundar a sua compreensão da matemática que está a ser estudada e das suas aplicações;
> - organizar o discurso na sala de aula de modo a promover a investigação e o desenvolvimento das ideias matemáticas;
> - utilizar, e ajudar os alunos a utilizar, tecnologia e outros instrumentos em investigações matemáticas;
> - procurar, e ajudar os alunos a procurar, conexões com conhecimentos já adquiridos, ou em estudo;
> - orientar o trabalho individual, em pequeno grupo e com toda a turma. (p. 1)

Sendo a Geometria um dos temas da Matemática, todas as referências e problemáticas supracitadas lhe são comuns. Ainda assim, múltiplas são as menções específicas ao papel da Geometria na educação matemática dos alunos, da necessidade da sua articulação com a vida e com as recomendações actuais de realizar a actividade matemática na sala de aula por parte dos professores. Mendes e Delgado (2008) consideram a abordagem matemática que é efectuada nos anos pré-escolares como fundamental para aprendizagens futuras, atribuindo aos educadores de infância um papel crucial, enquanto mobilizadores e incentivadores do desenvolvimento matemático:

> Nomeadamente quando prestam atenção à matemática presente nas brincadeiras das crianças e as questionam; as incentivam a resolver problemas e encorajam a sua persistência; lhes proporcionam acesso a livros e histórias com números e padrões; propõem tarefas de natureza investigativa; organizam jogos com regras; combinam experiências formais e informais e utilizam a linguagem própria da Matemática. (p. 9)

Do mesmo modo, quanto à Geometria, as mesmas autoras apontam a sua omnipresença no quotidiano para justificar uma atenção especial ao seu ensino e à sua aprendizagem, desde o Jardim de Infância, considerando que "todos estes aspectos parecem justificar o papel de destaque que a Geometria assume hoje nos currículos dos vários níveis de ensino" (p. 10).

O NCTM (1991) reforça este posicionamento ao afirmar que "a Geometria proporciona uma visão diferente da matemática" (p. 61) e que a sua presença desde os anos iniciais de escolaridade traz benefícios, seja porque a Geometria envolve as crianças nas diversas situações, seja pela sua transversalidade curricular, seja porque pode constituir um estímulo ao desenvolvimento da criança em outros temas da matemática.

No seio da Matemática, a Geometria emerge como um dos temas que vem apresentando grandes mudanças conceptuais, sobretudo desde meados do século XX. Assim, depois de uma generalizada ênfase à perspectiva euclidiana – teórica e dedutivamente construída, centrada em princípios, definições, axiomas e postulados (Sá, 2000) – deu-se uma grande mudança provocada pela reforma da Matemática Moderna. Embora esta reforma tivesse começado a ser delineada na segunda década do século XX (Veloso, 1998), apenas se iniciou, verdadeiramente, para a maioria dos países europeus, nos anos cinquenta e sessenta, com a emersão de diversas correntes, das quais se destaca, pela sua influência no ensino e aprendizagem da Matemática, o estruturalismo de Piaget e Bruner (Matos & Serrazina, 1996). Esta corrente acentua que o conhecimento é mais facilmente apreendido quando é inserido numa estrutura, pelo que "o objectivo último do ensino é promover «a compreensão geral da estrutura de uma matéria»" (idem, p. 78).

Anos mais tarde, também com Piaget e Bruner (aos quais se juntou Vigotsky, entre outros), evidencia-se a perspectiva construtivista, segundo a qual o conhecimento é construído pelos indivíduos em acção e interacção com o ambiente, os materiais e os outros (Carretero, 1997). Neste contexto, como referem Matos e Serrazina (1996), a Geometria é encarada como "a estruturação, ou a matematização do espaço" (p. 265). Actualmente, segundo estes autores, perspectivam-se outras tendências que integram uma percepção globalizante e pluridisciplinar, sendo pensada a aprendizagem da Geometria como "uma experiência multifacetada que envolve aprendizagens em múltiplos campos: a visualização, a linguagem, as aplicações da matemática, entre outros" (idem, p. 265).

Paralelamente a esta evolução conceptual, o tema da Geometria sofreu também uma evolução quanto à relevância que é atribuída nos currículos nacionais e nos programas de Matemática – a nível internacional e, pouco a pouco, também em Portugal. Nos anos sessenta, ainda de acordo com Matos e Serrazina (1996), entendia-se que a educação geométrica tinha como principal função "ginasticar a mente, pelo raciocínio dedutivo" (p. 265). Esta abordagem preponderantemente teórica ainda persistiu nos anos setenta e oitenta deixando de fora os aspectos indutivos da geometria que incluíam as capacidades de observação, visualização, experimentação e construção – embora, como se refere no Relatório Preliminar Matemática 2001 (APM, 1998), diversos estudos preparassem as grandes mudanças presentes nos novos programas de Matemática de 1990 e de 1998. Nestes novos programas dava-se lugar de destaque ao ensino da Geometria centrado no recurso a metodologias e estratégias apoiadas na resolução de problemas, no trabalho de grupo, no debate de ideias, na utilização de materiais manipuláveis e outros suportes didácticos e informáticos, como a calculadora e o computador.

Esta breve perspectiva diacrónica, relativa à evolução conceptual e programática do tema da Geometria, pode ajudar a perceber a razão da existência de diversos estudos que equacionam possíveis dificuldades de resposta dos docentes a tais mudanças e às crescentes exigências que as mesmas acarretam. Justifica-se, desta maneira, que tais mudanças conceptuais, metodológicas e valorativas do tema da Geometria, no contexto da Educação Matemática, resultem em vários tipos de dificuldades e de lacunas nos conhecimentos dos professores, nas suas representações pessoais acerca do ensino da Geometria. Entre os estudos focalizados nesta questão refira-se, a título de exemplo, Guimarães (1999), Serrazina (1999) e Boavida (1993), os quais enfatizam a influência das representações e dos conhecimentos de Matemática dos professores na sua abordagem pedagógica com os alunos.

Por representações entende-se, de acordo com Abric (cit. por Boavida, 1993), como sendo:

> Um conjunto organizado de opiniões, atitudes, crenças e informações referentes a um objecto ou uma situação, que cada sujeito constrói tendo em conta aquilo que ele próprio é (a sua história, o já vivido), o sistema social e ideológico no qual está inserido e a natureza das ligações que estabelece com o sistema social. (p. 188)

Quanto aos conhecimentos, de acordo com Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999), englobam todas as aquisições e vivências dos professores, na sua formação inicial enquanto alunos, mas também posteriormente ao longo da sua carreira profissional.

Porém, os baixos resultados dos nossos alunos nos diversos estudos internacionais, como por exemplo o de Pisa 2003 que os colocam "na parte de baixo da tabela" (Ponte, Matos & Abrantes, 1998a, p. 122), levam-nos a questionar o conhecimento didáctico do professor de Matemática, que muitas vezes se reflecte na dificuldade de trabalhar com certos conteúdos matemáticos, em geral, e de Geometria, em particular. No caso deste tema, tal dificuldade pode dever-se ao conhecimento e às representações que o professor desenvolve ao longo da sua formação. Esta ideia é reforçada por Monteiro (1992) quando afirma que o passado de quase todos os professores de Matemática, quanto às aprendizagens desenvolvidas, marca e determina o modo como estes agem na sua prática de ensino.

É em torno desta dicotomia que se desenvolve esta investigação, dedicada ao estudo das representações e conhecimentos dos docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico, relativamente à Geometria, procurando conhecer e analisar a sua influência na abordagem dos conteúdos deste tema na sala de aula.

O estudo é composto por seis capítulos: o primeiro corresponde à introdução, que se destina à explanação do tema, à identificação do problema e das questões de investigação e à justificação da escolha da problemática em função da sua relevância; o segundo capitulo refere-se ao quadro teórico que suporta a investigação, nomeadamente, quanto à evolução da Geometria, aos conhecimentos e representações do professor e à sua formação; o terceiro capítulo reporta-se às questões metodológicas; seguidamente, o quarto capítulo trata do levantamento de conhecimentos e de representações de professores de um núcleo de um dado agrupamento de escolas do 1.º Ciclo sobre conteúdos de Geometria; o quinto capítulo apresenta os estudos de caso de duas professoras deste núcleo, com ênfase na observação de quatro aulas; finalmente, o último capítulo inclui a apresentação das conclusões do estudo.

1.1. Problema e questões da investigação

Sendo a Geometria um dos temas da Matemática que tem sofrido muitas alterações, ao nível dos programas de Matemática, é possível que muitos docentes não tenham logrado obter uma formação inicial suficientemente ajustada às necessidades actuais, ou cuja formação contínua não tenha possibilitado acompanhar satisfatoriamente essa evolução. Isto mesmo é evidenciado por Gomes (2003) quanto se reporta às diferenças entre os conteúdos dos programas de Matemática durante as décadas anteriores (desde os anos sessenta) e os conteúdos dos programas actuais. Ora, como também refere esta autora, se o passado escolar dos professores enquanto alunos se torna, na prática, a sua mais acessível referência para conceber e organizar as actividades de ensino, também é uma verdade que condiciona o seu nível de conhecimentos matemáticos. Este nível de conhecimentos tem vindo a ser questionado por diversos investigadores, entre os quais Ponte et al (1998a), para quem "um sentimento muito espalhado entre matemáticos, educadores matemáticos e técnicos de educação é que os professores têm um conhecimento insatisfatório de Matemática" (p. 225). Os mesmos investigadores fazem referência a deficiências ao nível do conhecimento de Geometria, entre outros, reportando-se a diversos estudos efectuados (como o de Belchior, 1994), concluindo que o “conhecimento matemático dos professores do 1.º Ciclo parece de um modo geral deixar muito a desejar” (p. 227).

Neste trabalho, pretende-se estudar o conhecimento e as representações que os docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico de um dado agrupamento têm acerca dos conteúdos de Geometria deste nível de ensino e indagar a influência que esses conhecimentos e representações, bem como a sua própria formação, têm na forma como abordam os conceitos de Geometria na sala de aula. Deste modo, procurar-se-á responder às seguintes questões de investigação:

1. Que conhecimentos e representações têm os docentes do 1.º Ciclo em relação a conteúdos de Geometria abordados neste nível escolar?
2. Na sua prática docente, como abordam os docentes do 1.º Ciclo os conteúdos de Geometria? Que conhecimentos e representações evocam nessa abordagem? Que influência tem a sua formação na forma como abordam os conteúdos de Geometria?

Constitui, por isso, preocupação central identificar os conhecimentos e as representações que são revelados pelos docentes, participantes neste estudo, na plena consciência de que no cerne do sucesso do ensino e da aprendizagem da Geometria está, em boa parte, a acção do professor.

1.2. Relevância do estudo

A relevância da presente investigação assenta em três eixos principais: a importância atribuída ao ensino e aprendizagem da Geometria na actualidade; os conhecimentos dos docentes na abordagem dos conteúdos de Geometria com os alunos; e a influência que as representações pessoais dos docentes (em função das suas experiências e percursos pessoais) poderão ter nessa abordagem.

Como refere Abrantes (1999), é um facto que o tema da Geometria representa, na actualidade, uma parte substancial do programa de Matemática, nos diversos níveis de ensino, desde os anos pré-escolares, como se pode perceber pela análise das orientações e dos programas de Matemática para os diversos níveis etários. É igualmente verdade que se preconiza uma abordagem dos conteúdos de Geometria ligada com a realidade dos alunos, com a vida prática quotidiana, com a resolução de problemas concretos e com o recurso à experimentação, à concretização, através de estratégias inovadoras, diversos materiais manipuláveis, recursos didácticos e *software* informático (NCTM, 1994). Também é sabido, porém, que, como lembram Veloso e Ponte (1999), existe uma distância muito grande (não apenas temporal, como ao nível das práticas, dos conteúdos e das ideias), entre a aprendizagem da Geometria que os professores realizaram, na sua formação inicial – as suas vivências e experiências educativas relativas à Geometria – e o que lhes é exigido, na actualidade.

Por sua vez, é reconhecido que as representações pessoais dos profissionais funcionam como "filtros interpretativos" (Abric cit. por Boavida, 1993) que se reflectem na sua forma de agir, nas suas atitudes, comportamentos e maneiras de estar na profissão. Como é referido por Guimarães (1996), a forma como os docentes sentem e entendem a Geometria poderá interferir na maneira como abordam os conteúdos de Geometria e na gradação com que cativam e despertam os seus alunos para a temática. Sendo que, como assinalam diversos estudos apresentados por Ponte et al (1998a), os próprios docentes, enquanto alunos, poderão ter sofrido influências das abordagens dos seus professores e que os conteúdos de Geometria eram representados nos programas de uma maneira mais superficial, geralmente, relegada para o final do ano lectivo. Muitas vezes os conteúdos de Geometria não eram abordados por falta de tempo, ou eram-no de forma apressada e superficial. Tais situações poderão acarretar diversas consequências nos docentes, como por exemplo a construção fragmentada de conhecimentos de Geometria, com algumas lacunas, e das devidas representações sobre os conteúdos deste tema. Desta posição de muitos docentes dá conta o relatório da investigação Matemática 2001 (APM, 1998), que, relativamente aos temas de Geometria e de Estatística, apesar de serem enfatizados nos novos programas, são, paradoxalmente, "aqueles que os professores referem mais frequentemente no sentido da sua exclusão do programa ou da sua simplificação" (p. 31).

Será importante recordar que os docentes focados nestes estudos não usufruíram apenas de uma formação de base, mas também de um eventual processo de formação contínua, ao longo do seu percurso profissional, o que nos leva a questionar acerca da existência, da validade, ou da influência dessa formação na actividade profissional dos professores. Diversos autores procedem a este questionamento, de entre os quais se realça Nóvoa (1992) e Monteiro (1992). Nóvoa (1992) chama a atenção para a dificuldade da mudança de conhecimentos e de representações, uma vez que, sendo difícil a adesão a novas ideias, é igualmente difícil libertar-nos de outras mais antigas, as quais tendem a ficar muito arreigadas nas pessoas. Como refere este autor, na mudança de atitudes e de práticas tomam vulto os factores adesão (a princípios, valores, projectos, alunos), acção (escolha de acções, métodos, maneiras de trabalhar) e auto–consciência (pensamento reflexivo), pelo que os professores tendem a resistir à mudança (para quê mudar, inovar as formas de agir a que estamos arreigados?); ou, pelo contrário, a aderir de ânimo leve e passageiro. Esta "adesão à moda" (Nóvoa,1992, p. 15) conduz ao uso de técnicas e métodos pedagógicos mais propalados no momento, sem ponderação, sem intencionalidade definida e sem continuidade. Assim, percebe-se que a formação contínua (a ter existido, quanto ao tema da Geometria) possa não ter sido suficiente para a reconstrução dessas representações, ou para a superação dessas lacunas quanto a conhecimentos de Geometria.

É neste contexto que surge o presente estudo, no qual se pretende conhecer e analisar quais as representações e conhecimentos que os docentes dos níveis iniciais de escolarização de um dado agrupamento possuem da Geometria e em que medida esses conhecimentos e representações se reflectem na abordagem dos conteúdos de Geometria na sala de aula.

1.3. Limitações do estudo

Como referem Quivy e Campenhoudt (1998), sendo múltiplas as limitações impostas por uma investigação, elas são particularmente agudizadas quando se trata de lidar com fenómenos sociais, como é o caso deste estudo, que envolve docentes – entre os quais o próprio investigador. É, assim, essencialmente, uma questão metodológica, pois os dados desta investigação não podem ser percebidos, tratados e analisados da mesma maneira que outros dados provenientes de uma experiência realizada no âmbito das ciências exactas. Estas limitações levam-nos a equacionar, em especial, o papel do investigador–observador, atento à objectividade das suas observações e das suas análises, como referem diversos estudos citados por Gómez, Flores e Jiménez (1999). Estes autores chamam a atenção para o papel do investigador e para a sua influência na investigação:

> A investigação em ciências sociais estabelece-se num marco de interacções pessoais entre uma unidade social (uma turma, uma escola, uma comunidade, etc.) e um ou vários investigadores. Fruto dessas interacções vão-se definindo e negociando progressivamente as funções que uns e outros desempenham ao longo da investigação. (p. 119)

Para além destas limitações, a investigação deparou-se com outras, mais concretas: os imperativos físicos e temporais que interferiram na recolha de dados. Estas dificuldades de tempo reflectiram-se em todas as fases da investigação: contactar pessoalmente os docentes para propor a participação no estudo e calendarização da sua realização e, talvez como consequência disso mesmo, a pouca predisposição dos professores em geral para responder ao teste e ao questionário que constituíram a primeira fase da investigação e das duas docentes para as discussões sobre as aulas observadas. No entanto, será, também, de salientar que se tratou de estudos de caso numa área sensível como a da educação, envolvendo directamente as práticas docentes e acarretando, por isso mesmo, a exposição dos participantes.

As limitações prenderam-se, ainda, em boa parte, com o facto de o investigador ser também, docente em exercício efectivo de funções. Inerente a esta realidade, assinala-se a necessidade, imposta por directivas do curso de mestrado, de restringir o estudo no tempo a alguns meses. Outras limitações, também ligadas com as anteriores, reportam-se à amplitude dos estudos de caso, dedicados à observação de aulas de apenas duas docentes. Também não foi viável fazer a discussão de cada uma das aulas com as respectivas docentes em virtude de a distribuição curricular referente à área da Matemática se localizar no meio da componente lectiva, assim como não foi possível observar todas as aulas em que se desenvolveram conteúdos de Geometria.

CAPÍTULO 2

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

À semelhança dos tempos primitivos, em que a Geometria servia os propósitos da relação e interacção entre o Homem e o ambiente, também nos tempos modernos ela se impõe como um auxiliar em diversas áreas do saber. Além de conexões com outras áreas do conhecimento e entre temas da própria Matemática, a Geometria está presente na vida individual e social do ser humano desde, entre outros, a interpretação de mapas, gráficos e tabelas; o esboço de figuras; a compreensão de representações tridimensionais ou a visualização de transformações de objectos. Porém, tal presença e importância nem sempre foram reconhecidas e valorizadas. Durante muitos séculos, até há poucos anos, a Geometria foi entendida, nos currículos nacionais, como um tema menor, sendo abordada numa perspectiva teórica, sem ligação com a realidade e sem recurso à exploração e à concretização (Gomes, 2003; Ponte et al., 1998a). Como consequência deste posicionamento educativo e metodológico, a Geometria é sentida actualmente por muitos professores como um parente pobre da Educação Matemática (Veloso, 1998), o que leva a muitos desses docentes a ter lacunas nos seus conhecimentos e dificuldades sobre o tema, tal como comprovam diversos estudos apresentados por Ponte et al. (1998a). Entretanto, a investigação tem proporcionado novas informações quanto aos modos como se constrói e desenvolve o conhecimento geométrico, assim como novas abordagens metodológicas que têm contribuído para uma renovação e para um novo olhar face ao processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

A evolução da Geometria ao longo dos tempos surge na primeira secção deste capítulo, através de uma breve descrição dos momentos mais representativos da sua evolução histórica, bem como do seu ensino. Na segunda secção, faz-se referência à evolução mais recente referindo particularmente o panorama educativo nacional, no que concerne ao ensino da Geometria. A secção seguinte é dedicada à importância da abordagem da Geometria no ensino da Matemática, visível em função da relevância que lhe é atribuída no currículo nacional e nos programas de Matemática. Para o efeito, tomam-se como horizontes os três últimos programas de 1978, 1990 e 2007. A quarta secção apresenta o quadro teórico relativo aos conhecimentos e representações quanto ao tema da Geometria no contexto da educação matemática dando a conhecer alguns estudos dedicados a analisar a sua influência na actividade docente. Em relação ao conhecimento profissional do professor de Matemática, destacamos o conhecimento do currículo, o conhecimento do conteúdo, e o conhecimento que o professor tem dos seus alunos, com destaque para o conhecimento de como estes constroem o seu pensamento geométrico, segundo as correntes psico-pedagógicas actuais, com relevo para Bruner, Piaget e Vigotsky. Ainda nesta secção, são focados os diferentes tipos de representações dos conteúdos de matemáticos e as estratégias de ensino. Entre as representações, chama-se a atenção para as representações como registo, ou concretização de imagens e conceitos mentais e para as representações pessoais, incluindo as intuições. Por sua vez, nas estratégias de ensino, dá-se relevo ao papel da promoção da comunicação matemática na sala de aula, ao uso de materiais didácticos às abordagens pedagógicas, como é o caso, por exemplo, do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele. Por último, menciona-se o papel da formação inicial e contínua no processo de aquisição e desenvolvimento de conhecimentos e representações dos docentes.

2.1. Descrição breve da evolução histórica da Geometria

Para Serres (1997), a Geometria é intemporal e apátrida porque a todos pertence e a todos envolve. Todavia, trata-se de um tema da Matemática que tem uma história e um percurso. Na sua origem, a Geometria vai beber na fonte das antigas civilizações e, a partir dessas épocas recuadas, vem-se diferenciando no contexto dos saberes cada vez mais aprofundados e distintos entre si. De acordo com Ralha (1992), os desenhos da era Paleolítica provam que os povos desta era "dedicavam uma atenção muito especial aos aspectos artístico e estético de figuras geométricas, tais como os triângulos e as propriedades das simetrias" (p. 39). Por seu turno, Oliveira (1995), que se reporta a Heródoto, refere que a Geometria terá tido origem no antigo Egipto, usando a sua designação no sentido literal de medida da terra. De facto, devido às cheias do Nilo, surgiu, como refere Ralha (1992), "a necessidade de uma análise cuidada de formas e tamanhos" (p. 39).

Relativamente à Matemática no Antigo Egipto, Estrada (2000a) refere fontes escritas contendo situações de Geometria, cerca de uma dúzia de papiros que constituem "documentos originais de conteúdo matemático" (p. 25), dos quais dá especial destaque aos papiros de Rhind e de Moscovo por incluírem nos seus conteúdos problemas geométricos. De acordo com esta autora, trata-se de uma Geometria prática, desenvolvida também por outros povos da antiguidade, como por exemplo os da Mesopotâmia, cujas fontes escritas da matemática chegaram até nós em placas de barro – as tábuas babilónicas – contendo problemas sobre figuras geométricas. Entre outros, estas placas apresentam problemas de divisão de campos numa herança, de áreas e volumes e de construção e alargamento de canais de irrigação. Ainda segundo Estrada (2000b), vários estudos realizados sobre os textos dessas placas permitiram uma "re-interpretação dos conteúdos dos procedimentos utilizados na «álgebra» da

Antiga Babilónia" (p. 69). Assim, historiadores com formação matemática e conhecimento das línguas antigas presentes nos textos deram a conhecer que "as operações envolvidas não podiam ser operações com números, mas operações concretas sobre figuras geométricas, ainda que de carácter intuitivo" (idem, p. 69).

Outras civilizações recorreram à Geometria para diversas utilizações, tais como a africana, a islâmica, a chinesa e a grega, o que promoveu o seu desenvolvimento. Seria, contudo, com a civilização grega que a Geometria passaria a ter, para além da vertente prática e concreta, uma vertente teórica, sendo assumida como uma ciência:

> A geometria é estabelecida como a teoria dedutiva. A intuição, a descoberta empírica e a experimentação têm o seu lugar, mas é o raciocínio dedutivo, a demonstração ou dedução a partir das hipóteses conhecidas ou admitidas que estabelece a veracidade das proposições geométricas. (Oliveira, 1995, p. 21)

Nesses tempos, a Geometria fazia parte das artes do *quadrivium*, a par da Aritmética, Astronomia e Música. Mais tarde, a junção da Álgebra e da Aritmética à Geometria deu origem à designação de Matemática.

Da escola grega destacam-se grandes vultos da Geometria, como por exemplo Tales de Mileto, Pitágoras, Euclides e Arquimedes. Sobre Tales, Boyer (1974) considera que foi o "originador da organização dedutiva da geometria" (p. 34). Oliveira (1995) destaca o pioneirismo do seu trabalho na sistematização da Geometria, o que leva Sá (2000) a referir que "Tales «ensinou» Geometria «aos seus sucessores»" (p. 227). Do contributo de Tales para o desenvolvimento da Geometria evidenciam-se: a equivalência a dois ângulos rectos da soma dos ângulos internos de qualquer triângulo; a igualdade dos ângulos da base de triângulos isósceles; o caso ângulo–lado–ângulo de congruência dos triângulos; o estabelecimento da igualdade dos ângulos verticalmente opostos; e o teorema que refere que um ângulo inscrito num semicírculo é um ângulo recto (Sá, 2000).

Quanto a Pitágoras, Ralha (1992) atribui-lhe a "descoberta geométrica dos números irracionais, assim como outros resultados importantes no domínio dos 'números'" (p. 41), tais como a obtenção de números poligonais que "resultam de uma 'transferência' de ideias geométricas para a teoria de números" (p. 43). Para Boyer (1974), Pitágoras concebia os números como essência das coisas, o elemento primordial que explica a harmonia natural, "descobriu a teoria das proporcionais e a construção das figuras cónicas" (p. 36) e é-lhe atribuído o teorema sobre triângulos rectângulos que versa que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Euclides, por sua vez, deu origem com os seus estudos a uma orientação da Geometria que perdura desde o século III a. C. até aos nossos dias – a Geometria Euclidiana –, considerada, durante vinte séculos, o expoente máximo da Geometria. Euclides criou o método axiomático ao organizar o conhecimento de Geometria pelo método dedutivo a partir de princípios e definições, o que torna, segundo Oliveira (1995), a Geometria "a primeira teoria matemática a ser organizada axiomaticamente" (p. 11), assentando a sua base em postulados e "noções comuns, ou Axiomas" (idem, p. 29). Euclides elaborou o famoso tratado de Geometria – Os Elementos –, considerado uma obra didáctica de grande valor. Este tratado, constituído, segundo Boyer (1974), "por treze livros ou capítulos" (p. 77), inclui a abordagem à geometria plana elementar e à geometria no espaço. Para além deste livro, este autor refere outras obras associadas a Euclides e à Geometria, nomeadamente a "Óptica", considerada "um dos primeiros trabalhos sobre perspectivas, ou a geometria da visão directa" (p. 75).

Arquimedes, por sua vez, foi matemático, físico e engenheiro e, de acordo com Sá (2000), é "considerado o maior génio científico de toda a Antiguidade" (p. 304). Da sua obra, distingue-se, ao nível da Geometria, o *Tratado Da esfera e do cilindro*. Neste tratado, Arquimedes descobriu e provou, entre outros, os seguintes princípios geométricos:

> A razão dos volumes do cilindro e da esfera é igual à razão das áreas, isto é, três para dois (...) a área da esfera é quatro vezes a área de um seu círculo máximo (...) a superfície de qualquer segmento da esfera é igual à de um círculo cujo raio é igual a uma recta tirada do vértice do segmento à circunferência do círculo que é base do segmento. (Boyer, 1974, p. 96)

Outros grandes vultos da Matemática e da Geometria atravessaram a história, apresentando variadas teorias como é o caso da Geometria Projectiva de Desargues, que enfatiza a importância da visualização (Ralha, 1992); da Geometria não–Euclidiana, que trazem como novidade "não atribuir um sentido absoluto às 'verdades' da geometria euclidiana" (Barros & Palhares, 1997, p. 73); ou da Geometria analítica/cartesiana, que, como refere Ralha (1992), introduz um sistema de coordenadas na Geometria, reduzindo-a ao cálculo, uma vez que, "por meio de letras (variáveis) e manipulação algébrica ou formal de símbolos, os problemas geométricos foram então transformados em problemas algébricos" (p. 50).

A Geometria euclidiana atravessou épocas e civilizações, perdurando até ao século XX e reflectindo-se no ensino deste tema. Na escola, a Geometria era desenvolvida de um ponto de vista meramente abstracto, dedutivo e formal, "baseando-se na memorização de definições e na repetição de técnicas de cálculo" (Martins, 2008, p. 20). Entretanto, no século XX também se deram grandes transformações na abordagem educacional da Geometria. De acordo com Moreira e Oliveira (2003), foi logo nos primeiros anos deste século que se iniciou o debate em torno dos conteúdos curriculares, das metodologias de ensino e aprendizagem e do abandono da perspectiva euclidiana da Geometria. Tais mudanças tiveram a sua origem no amplo debate psico-pedagógico sobre as origens do conhecimento e a forma como ele se processa nos indivíduos, o qual envolveu o desenvolvimento de diferentes teorias de aprendizagem – comportamentalistas e gestaltistas, em primeiro lugar, e, depois, teorias estruturalistas (Matos & Serrazina, 1996).

Porém, seria só após a II Guerra Mundial que se retomaria esse questionamento, afirmando-se a necessidade de reposicionar as concepções de aprendizagem numa vertente menos euclidiana. Hilbert, conforme refere Boyer (1974), tornou-se o principal representante de uma escola axiomática através da publicação *Grundlagen der Geometrie*, que se tornou influente na formação das atitudes contemporâneas na temática e no ensino da Matemática. Hilbert, segundo o mesmo autor, percebeu que nem todos os termos em Matemática podem ser definidos e por isso partiu de alguns deles (ponto, recta e plano) e de seis relações também não definidas (estar sobre, estar em, estar entre, ser congruente, ser paralelo e ser contínuo) para formular um conjunto de vinte e um postulados – os axiomas de Hilbert.

A grande reforma da Matemática surge por volta dos anos sessenta apoiada nas teorias estruturalistas e construtivistas, emergindo, como grandes teóricos, Bruner e Piaget, cujos estudos vão influenciar a forma de conceber e de ensinar Matemática. Enquanto Bruner se dedicou "particularmente ao estudo das representações e dos sistemas de codificação que implicam" (Vergani, 1993, p. 28), a obra de Piaget, ainda segundo Vergani (1993), aprofunda largamente a aquisição de competências numéricas, geométricas e lógicas, entendidas numa perspectiva de "futuro da educação onde compreender é inventar" (idem, p. 28). Esta nova perspectiva de conceber e pôr em prática a Educação Matemática (denominada de Matemática Moderna), é igualmente visível na Geometria. No entanto, segundo Fernandes (2006), o Movimento da Matemática Moderna ter-se-á debruçado menos sobre o tema da Geometria, incidindo, sobretudo, na "teoria dos conjuntos, a álgebra abstracta e a lógica" (p. 7). Como resultado, de acordo com este autor, a Geometria foi relegada para segundo plano nas preocupações educativas dos docentes. Seria só mais tarde, nos anos setenta, que se recomeçou a valorizar este tema:

> Com o decorrer do tempo e face ao fracasso das Matemática moderna para resolver os problemas de aprendizagem da matemática, o ensino da Geometria começou, de novo, a ser defendido por pedagogos e matemáticos nas escolas, salientando-se o seu importante papel formativo. A este propósito, deve ter-se presente que a Geometria é, talvez, o tema mais adequado para os alunos poderem apreciar a natureza matemática, enquanto ciência lógico-dedutiva. (Fernandes, 2006, p. 7)

É neste contexto de uma nova abordagem da Matemática e da Geometria que, desde os anos cinquenta e sessenta até à actualidade, diversos matemáticos têm apresentado as suas linhas teóricas, dando relevo ao papel dos métodos e da ligação entre a Matemática e a realidade quotidiana, como é o caso de Freudenthal. Este matemático, referido por Veloso (1998), desempenhou um grande papel na revalorização da Geometria no contexto da Educação Matemática e na renovação do seu processo de ensino e aprendizagem – um conhecimento geométrico experienciado que parta do conhecimento do espaço, da realidade, para a sua compreensão, através da exploração, da manipulação e da construção. Freudenthal, citado por Ralha (1992), escrevia sobre a Geometria e a Matemática:

> Durante muito tempo, a Matemática era sinónimo de Geometria. Havia outros ramos tais como a Álgebra, a Trigonometria ou a Análise Infinitesimal que não eram muito mais do que colecções de regras casuais e mal fundadas, enquanto que a Geometria aparecia como um sistema lógico perfeito onde todos os resultados derivavam rigorosamente de definições e axiomas. (p. 38)

Na última década, prosseguem as discussões no sentido de uma crescente aproximação entre a Matemática (e a Geometria em particular) e a realidade:

> A nível internacional questionam-se finalmente as metodologias a utilizar na sala de aula. A indução e a dedução lógica como meios privilegiados de aprendizagem estão a decrescer de importância e aparecem outras estratégias centradas na experimentação, no trabalho de grupo, e na negociação social do significado dos termos e propriedades geométricas. (Matos & Serrazina, 1996, p. 265)

Tratou-se, como assinala Veloso (1998), de um grande volte face entre uma Geometria meramente teórica e uma Geometria experimentada e concretizada, com recurso a materiais manipuláveis, preocupada com aquilo que os alunos são capazes de perceber e de realizar, em função da sua etapa de desenvolvimento.

2.2. A evolução recente do ensino da Geometria

Desde os anos sessenta do século passado até à actualidade, um sinuoso caminho foi percorrido, fruto de um percurso com avanços e retrocessos. Como referem Rodrigues e Fernandes (1995), durante muitos anos, a actividade matemática era entendida "como um conjunto de regras a aprender e a aplicar sem qualquer ligação com a realidade" (p. 413), sendo o ensino, nos diferentes níveis de escolaridade, de carácter teórico e apoiado na memorização. Tempos houve, aliás, em que a evolução do conhecimento matemático e do seu papel na sociedade não se reflectiu ao nível da escola, criando um fosso entre a Matemática como conhecimento e a Matemática escolar que se ensinava na escola, o que gerou uma contestação sobre a deficiente formação dos alunos (Resnick & Ford, 1991).

A grande mudança provocada pelo movimento da "Matemática Moderna" teve implicações profundas também ao nível do ensino da Geometria. De facto, até essa época, de um modo geral, a educação geométrica era, sobretudo, uma construção teórica (Matos & Serrazina, 1996) através de abordagens como a "manipulação" de algoritmos algébricos, segundo princípios, definições, axiomas e postulados e outras actividades mecanicistas de resolução de exercícios que repetiam os modelos explanados pelo professor. Segundo Rodrigues e Fernandes (1995), tais abordagens:

> Conduziam o aluno à aquisição de um conjunto de conhecimentos teóricos e técnicos que lhe permitiam em estudos posteriores aprender novas técnicas e novos conhecimentos igualmente teóricos, assim como à obtenção de mecanismos necessários para dar resposta a testes de avaliação. (p. 413)

Como reacção à Geometria Euclidiana ensinada nas escolas, esta foi, em boa parte, durante alguns anos, relegada para segundo plano em favor de outros assuntos. Este processo de redução da importância da Geometria no currículo é também evidenciado por Veloso (1998), que afirma ter a generalização da chamada "Matemática Moderna" tornado a Geometria um "parente pobre" da álgebra linear. O interesse pela Geometria decresceu, passando a ocupar um lugar muito secundário, visível nos currículos escolares nacionais e internacionais (Vieira & Araújo, 2008). Como consequência desta reforma, em Portugal, no ensino básico, quase desapareceram os aspectos relacionados com a observação, a experimentação e a construção (idem). Negligenciou-se, assim, o desenvolvimento de competências essenciais como "as capacidades espaciais subjacentes, adquiridas através de actividades manipulativas, que são pré-requisitos essenciais para a compreensão e conhecimento profundo dos conhecimentos geométricos" (Martins, 2008, p. 18). Na perspectiva de diversos autores, tais como Gomes e Ralha (2005) e Veloso (1998), estas lacunas ao nível dos conhecimentos e competências de Geometria ainda hoje se fazem sentir. Como destaca Veloso (1998), gerações de alunos, muitos deles actuais professores de Matemática, "atravessaram o ensino de Matemática tendo como únicos contactos com a Geometria elementar o teorema de Pitágoras e algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes" (p. 23). No entanto, o movimento da Matemática Moderna teve outras consequências menos negativas, como as preocupações pedagógicas e psicológicas relacionadas com o processo de ensino e aprendizagem. Entre outros aspectos inovadores, salienta-se a contribuição de psicólogos (nomeadamente Piaget e Bruner), que procuravam conhecer a forma como os alunos aprendem, ou o reconhecimento do papel activo desempenhado pelos alunos no acto de aprendizagem, que se evidenciaram como determinantes no ensino durante a segunda metade da década de sessenta (Resnick & Ford, 1991).

A evolução da Matemática, resultante do progresso da investigação, das formas de pensar e entender a Matemática, em geral, e a Geometria, em particular, implicou, também, mudanças ao nível da Matemática escolar:

> A evolução da própria ciência exerce uma influência considerável (...). Também a evolução das ideias a respeito da natureza da Matemática e dos processos de pensamento matemático tem constituído uma fonte de inspiração e fundamentação para propostas e iniciativas concretas de âmbito curricular. (Ponte et al., 1998a, p. 22)

Apesar das mudanças introduzidas, de acordo com Rodrigues e Fernandes (1995), a comunidade educativa ainda considera que o tipo de ensino que se desenvolve conduz a uma aprendizagem insuficiente e limitativa e tem como consequência o desinteresse. Neste contexto, vem-se reconhecendo, especialmente nas últimas décadas, a necessidade de redefinir o lugar da Geometria nos currículos escolares (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999). Para Vieira e Araújo (2008), esta revalorização da Geometria nos programas de Matemática com a ligação do ensino à realidade justifica-se por vivermos e movimentarmo-nos num mundo que não é abstracto, nem virtual, mas concreto e tridimensional: "a sala de aula é tridimensional e estamos rodeados de objectos tridimensionais" (p. 160). Também Barros e Palhares (1997) partilham esta perspectiva referindo que "o espaço é entendido pelo homem comum como o seu suporte físico e dos objectos que o rodeiam" (p. 69). Fernandes (2006), por sua vez, justifica esta revalorização com o reconhecimento do seu papel no contexto da Educação Matemática, pois, perante o "fracasso da Matemática Moderna para resolver os problemas da aprendizagem da matemática, o ensino da Geometria começou, de novo, a ser defendido por pedagogos e matemáticos das escolas, salientando-se o seu importante papel formativo" (p. 3).

Outros investigadores referem, também, as suas opiniões a favor da revalorização da Geometria, mas de um ponto de vista concreto articulado com a vida dos alunos e com recurso a metodologias activas. Segundo Abrantes (1999), a Geometria evidencia-se como "uma área particularmente propícia à realização de actividades de natureza exploratória e investigativa" (p. 53). Rodrigues e Fernandes (1995) atribuem a este tema uma função formativa actual – centrada na construção de conhecimentos de forma activa e no desenvolvimento de competências com aplicação na vida dos indivíduos:

> É geradora de problemas de grande riqueza e facilitadora da compreensão do Universo. Tem um grande valor formativo que lhe é conferido pela sua fácil interacção com outros campos da Matemática, onde se criam múltiplas situações problemáticas que permitem formular problemas, podendo coexistir os aspectos lúdicos e de interesse prático eminentemente favoráveis à aprendizagem. (p. 423)

Apelando à concretização e à visualização e recorrendo, de modo sistemático, à manipulação de materiais, Abrantes (1999) considera que a aprendizagem da Geometria enquadra-se no processo de ensino e aprendizagem actual, que se pretende apoiado na construção de conhecimentos activos, pela descoberta e pela resolução de problemas, desde os níveis escolares mais elementares. O autor explicita estas ideias afirmando que na Geometria:

> Há um imenso campo para a escolha de tarefas de natureza exploratória e investigativa, que podem ser desenvolvidos na sala de aula, sem necessidade de um grande número de pré-requisitos e evitando, sem dificuldade, uma visão da Matemática centrada na execução de algoritmos e em "receitas" para resolver exercícios-tipo. (p. 53)

Como resultado desta perspectiva, actualmente, no ensino e na aprendizagem da Geometria, tende-se a contemplar a perspectiva indutiva, que defende que o conhecimento geométrico se constrói pela experiência e que é através de diversas experiências que o aluno vai tirando as suas próprias conclusões e construindo o seu conhecimento (Veloso, 1998; Matos & Serrazina, 1996).

A nível internacional, Freudenthal, citado por Abrantes (1999), atribui a importância da Geometria a uma função vital, que deriva da própria existência da humanidade, enfatizando que, sendo esta, em síntese, compreender o espaço, a criança "deve aprender a conhecer, explorar, a conquistar, de modo a poder aí viver respirar e mover-se melhor" (p. 53). Esta posição leva Abrantes (1999) a concluir que "a Geometria torna-se um campo privilegiado de matematização da realidade e de realização de descobertas" (p. 53). A riqueza da Geometria estará na concretização, na exploração e na manipulação, porque, fazendo parte da vida de todos os dias, é neste contexto real que ela ganha sentido e se constitui como aprendizagem activa e significativa. Seguindo esta linha de pensamento, Abrantes (1999) apresenta quatro argumentos, sobre a riqueza e variedade da Geometria, que justificam a sua valorização no currículo e nas aulas de Matemática:

> - Em geometria, contacta-se com uma grande variedade de objectos e situações. Trabalha-se no plano e no espaço, com figuras planas ou poliedros, por exemplo, podendo descobrir-se e explorar-se um grande número de propriedades e conexões. A relação entre situações da realidade concreta e situações matemáticas encontra na geometria inúmeros exemplos e concretizações;
> - A geometria é uma fonte de problemas de vários tipos: de visualização e de representação; de construção e de lugares geométricos; envolvendo transformações geométricas; em torno de ideias de forma e de dimensão; implicando conexões com outros domínios da Matemática, como os números, a álgebra, o cálculo combinatório, a análise; apelando a processos de "organização local" da Matemática, nomeadamente de classificação e hierarquização a partir de determinadas definições e propriedades;
> - As actividades investigativas em geometria conduzem rapidamente à necessidade de se lidar com diversos aspectos essenciais da natureza da própria Matemática. Formular e resolver problemas, fazer conjecturas, testá-las, validá-las ou refutá-las, procurar generalizações, comunicar descobertas e justificações, tornam-se processos naturais. Ao mesmo tempo, surgem oportunidades para se discutir o papel das definições e para se examinar as consequências de se adoptar uma ou outra definição, assim como para compreender a natureza e o valor da demonstração em Matemática. Além disso, a geometria oferece numerosas ocasiões para se conhecerem exemplos sugestivos de história e da evolução da Matemática;
> - Explorações e investigações em geometria podem fazer-se em todos os níveis de escolaridade e a diversos níveis de desenvolvimento. Este facto tem implicações curriculares evidentes. (p. 53)

Neste contexto de mudança, a *International Comission on Mathematical Instruction* (ICMI, 1995), ao reequacionar o ensino da Geometria na escola, considera a Geometria a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade, atribuindo-lhe, por isso mesmo, um papel essencial no quotidiano, enquanto "ferramenta para a compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos (ICMI, 1995, p. 1). O NCTM (1991) também partilha desta perspectiva ao afirmar que "a Geometria proporciona uma visão diferente da matemática" (p. 61), trazendo, por isso, benefícios a sua introdução desde os anos iniciais de escolaridade por envolver as crianças nas diversas situações, ser transversal ao currículo e poder constituir um estímulo ao desenvolvimento da criança em outros temas da matemática.

Para além da sua introdução no currículo, questionam-se quais os conteúdos geométricos a abordar e quais as metodologias a utilizar. É o caso de Gomes e Ralha (2005), que destacam ser essencial que o ensino da Geometria reflicta sobre problemas do quotidiano que abarquem ideias geométricas; que explore formas de representação do meio ambiente, e que recorra a tecnologias nos trabalhos geométricos. O NCTM (1991), por seu lado, recomenda que, de acordo com o nível de desenvolvimento dos alunos, se deve proporcionar experiências que: contemplem os aspectos cognitivos, afectivos e sociais da aprendizagem; enfatizem a intuição matemática e o raciocínio indutivo; privilegiem actividades de exploração, conjectura, bem como de resolução de problemas; estimulem a comunicação oral e escrita, a discussão e a reflexão, a troca e o confronto de ideias e as experiências; e diversifiquem as abordagens, as situações e os materiais de apoio.

Em Portugal, nos últimos anos, à semelhança de outros países, o ensino de Matemática e, mais concretamente da Geometria, também tem reflectido, de algum modo, embora com atrasos e retrocessos, a evolução e a mudança das perspectivas internacionais (Veloso, 1998). Assim, quer as políticas educativas, quer o lugar da Geometria no currículo de Matemática têm sofrido diversas alterações e reestruturações.

Entre os anos setenta e oitenta, surgiram no ano terminal do ensino liceal, pela iniciativa de matemáticos como Sebastião e Silva, tentativas experimentais de abordagem da Geometria de acordo com as orientações da "Matemática Moderna" (Veloso, 1998). Porém, de uma maneira geral, o currículo evidenciava uma ampla redução do espaço da aprendizagem da Geometria na Educação Matemática, deslocando-se, inclusivamente, para a disciplina de Educação Visual em actividades manipulativas, "como as construções geométricas" (idem, p. 23). Ainda assim, caminhos novos iam sendo discutidos e preparados, levando Matos (1988) a concluir que "não existe um currículo comummente aceite, mas parece um ponto essencial que a geometria seja uma das formas privilegiadas de adquirir uma intuição e uma orientação espacial crucial para o mundo moderno" (p. 9).

A reforma educativa realizada na sequência da publicação da Lei de Bases do Sistema Educativo (LBSE, 1986), incluía a proposta de mudanças no campo da Geometria. Para o efeito, diversas individualidades da área organizaram-se em torno de duas estruturas: a Associação de Professores de Matemática (APM) e o Conselho Nacional de Educação (CNE). Como resultado dessas mudanças, surgiram recomendações quanto à reformulação e actualização de conteúdos e quanto às orientações pedagógicas e metodológicas (Matos, 1988), assim como quanto aos métodos de avaliação da aprendizagem, que se tornaram visíveis nos programas de 1990. Nestes programas voltou-se a dar lugar de destaque ao ensino da Geometria e ao recurso a metodologias que valorizam estratégias centradas na resolução de problemas, no trabalho de grupo, no debate de ideias, na utilização de materiais manipuláveis e no uso da calculadora e do computador (APM, 1998).

2.3. A Geometria no Currículo de Matemática do 1.º Ciclo

As discussões em torno do currículo e das metodologias no ensino da Matemática, em geral, e da Geometria, em particular, estenderam-se aos diversos níveis de ensino. Para além dos currículos, novas propostas metodológicas têm sido equacionadas paulatinamente no currículo do 1° Ciclo do Ensino Básico, ao longo dos anos, nos diversos programas publicados, nomeadamente a partir de 1974 (MEC, 1974). Para Gomes (2003), este programa apresentava linhas inovadoras por contraponto com as orientações do antigo regime. No entanto, o tema da Geometria surge muito reduzido, limitado "à observação e reconhecimento de figuras geométricas, quer bidimensionais, quer tridimensionais" (Gomes, op. cit., p. 34).

O programa de Matemática de 1975/1976 (MEC, 1975), que se prolongou até 1978, integrava conteúdos e sugestões de actividades, mas sem uma ordem rígida (Gomes, 2003). Todavia, não se reportava a conteúdos de Geometria senão num prisma de trabalhos manuais: "modelar formas (...) contornar e recortar figuras geométricas" (idem, p. 35).

O programa de 1978 (MEC, 1978) considerava cinco áreas "técnico-científicas" entre as quais a Matemática, cujos conteúdos estavam subdivididos em unidades de agrupamentos temáticos. Cada unidade temática apresentava os objectivos programáticos como "metas a atingir no final do Ensino Primário" (p. 5). O programa da Matemática era constituído por cinco unidades temáticas sequencialmente organizados: Conjuntos, Geometria, Números Inteiros, Números Fraccionários e Grandezas Fundamentais. Todavia, esta ordenação é referida como uma mera proposta, permitindo que o "acto pedagógico decorra sobretudo do aluno e da vida real da região e que as sequências da aprendizagem/ensino se processem segundo o ritmo da turma e de cada aluno com a colaboração do professor" (MEC, 1978, p. 6). No caso da Geometria, as unidades temáticas consideradas eram as seguintes:

- Situações problemáticas [inerentes a todo o processo de aprendizagem da matemática];
  (...)

- Organização do espaço: Representar espaços delimitados no meio ambiente [por muros, por paredes, por sebes, por cercas, por fronteiras]; Identificar linhas abertas e linhas fechadas; Mostrar que a linha fechada (fronteira) separa o interior do exterior; Enunciar as posições relativas de objectos em referência a um observador (um plano); Traçar plantas a partir de elementos de referência dados; Interpretar plantas e maquetas).
- Transformações Geométrica: Representar graficamente deslocamentos de pessoas e objectos; Traçar itinerários e percursos [reais e imaginados]; Fazer translações de figuras; Desenhar figuras simétricas em relação a uma recta [usar papel quadriculado]; Identificar num plano figuras iguais; Ampliar figuras [em papel quadriculado].
- Elementos fundamentais de geometria: Identificar sólidos geométricos: (esfera, cilindro, cubo, paralelepípedo, cone, pirâmide e prisma); Identificar, em sólidos geométricos, as faces, as arestas e os vértices; Distinguir superfícies planas de superfícies curvas; (...) Identificar triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos; Representar quadrados, rectângulos e triângulos (...); Verificar a verticalidade, recorrendo a instrumentos adequados. (p. 31)

O ensino destes temas procurava desenvolver nos alunos alguns "comportamentos científicos" – como são designados pelo documento do MEC (1978) – tais como "esquematiza, identifica, relaciona, interpreta, organiza, constrói, manipula, transforma, desenha, observa, distingue, verifica, classifica e compara" (p. 32).

O programa de 1980 retoma a importância da Geometria no contexto da Educação Matemática, reconhecendo as consequências negativas da sua exclusão na formação dos alunos (Gomes, 2003). Traçava-se um percurso inicial centrado na exploração e organização do espaço e nas figuras geométricas, delineando conteúdos topológicos, de identificação, classificação e representação de figuras geométricas e de simetria.

O programa de 1990 (Ministério da Educação, 1990), depois reapresentado em 1998 – e que ainda perdura na prática, uma vez que continua em fase experimental o novo programa de 2007 – foi fruto de um aturado trabalho que contou, entre outros, com a colaboração da Associação de Professores de Matemática (APM) e do Conselho Nacional de Educação (CNE). Nestes programas, constituídos por três blocos sequenciados (Números e Operações, Forma e Espaço (iniciação à Geometria) e Grandezas e Medidas confirma-se a valorização do ensino da Geometria e do recurso a metodologias que valorizam estratégias centradas na resolução de problemas, no trabalho de grupo, no debate de ideias, na utilização de materiais manipuláveis e no uso da calculadora e do computador (APM, 1998). Na perspectiva de Rodrigues e Fernandes (1995), o papel de destaque dado à Geometria

> Justifica-se não só por se considerar tema privilegiado para a consecução de muitos dos objectivos gerais propostos, como o desenvolvimento da capacidade de interpretar e intervir no meio ambiente, de estruturar o raciocínio lógico, de analisar e sintetizar, de comunicar pela imagem, mas também por ser um ramo muito importante da Matemática que contribui para a formação básica indispensável a muitas profissões. (p. 422)

De assinalar, ainda, a atenção atribuída à "Linguagem e Representação", do ponto de vista da compreensão e também da sua utilização pelos alunos, para que "desde muito cedo as crianças se apercebam de que a Matemática é também uma linguagem que traduz ideias sobre o mundo que as rodeia" (Ministério da Educação, 1998, p. 176). Assim, este programa de Matemática sugere as seguintes situações educativas:

- ♦ Importância do desenvolvimento de competências de representação, porque "a criação de sinais, desenhos e esquemas individuais constitui um suporte importante para a descoberta e construção pessoal de linguagens convencionais". Por outro lado, "quando o aluno explora uma situação deverá traduzi-la na representação mais adequada para evitar ambiguidades ao referir-se a um objecto, a uma grandeza, a uma relação";
- ♦ Uso de sinais convencionais: "a utilização de setas, diagramas, tabelas, esquemas e gráficos" que poderão contribuir para "comunicar e registar ideias de forma mais simples e clara; ler e interpretar informação com maior facilidade". (Ministério da Educação, 1998, p. 176)

Relativamente ao uso dos sinais convencionais e às representações, de notar, porém, que esta "tradução do real e da linguagem comum para a linguagem simbólica da matemática" (Ministério, 1998, p. 176), constitui uma actividade em que muitos alunos do 1.º Ciclo manifestam dificuldades.

Quanto ao bloco "Espaço e Forma", dedicado aos conteúdos de Geometria, integra "Organização espacial, Sólidos geométricos, Figuras geométricas planas, Transformações geométricas e Utilização de instrumentos de desenho" (Ministério da Educação, 1998, p. 171). O documento refere-se à necessidade de utilização de material estruturado e não estruturado no desenvolvimento dos temas de Geometria em sala de aula, afirmando-se, nomeadamente, que "a iniciação à geometria, ao longo dos quatro anos do 1.º Ciclo, deve centrar-se nas actividades de manipular, explorar, construir, transformar e relacionar" (p. 186). Os objectivos específicos são definidos por ano de escolaridade, articulando-se com o objectivo geral "explorar, construir e transformar modelos geométricos e estabelecer relações entre eles" (idem).

Outros aspectos são salientados por este programa na abordagem do tema da Geometria, como é o caso da relevância atribuída ao material estruturado (por exemplo, papel quadriculado, régua, compasso, esquadro, transferidor, sólidos geométricos, geoplano). Enfatiza-se, igualmente, a importância de as crianças encontrarem na escola um "ambiente, oportunidade e material para se dedicar a jogos e a brincadeiras que concorram para o desenvolvimento de noções geométricas" (p. 186). Reforça-se, também, a ideia de que a exploração do espaço e das formas, a manipulação dos objectos, a observação, a utilização de materiais e instrumentos na construção e desenho de modelos geométricos concorrem para a descoberta e o desenvolvimento na criança das capacidades de relacionar, classificar, transformar, interpretar e compreender o mundo das formas que a rodeia e as noções elementares de Geometria. No entanto, para Ponte et al. (1998a), estas alterações não terão sido suficientes, ou não terão chegado ao currículo real, por existir "uma convicção generalizada que a Geometria não é leccionada ou é tratada de um modo muito superficial, com uma grande ênfase nos procedimentos e na terminologia" (p. 164).

Em 2001 a publicação do Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais (Ministério da Educação, 2001), introduziu modificações curriculares ao nível das finalidades e objectivos de aprendizagem, bem como na forma de apresentar os temas. Este documento define um conjunto de competências essenciais e estruturantes no âmbito do desenvolvimento do currículo nacional para cada um dos ciclos do Ensino Básico, bem como o perfil de competências que os alunos devem possuir ao finalizar a escolaridade básica e, ainda, os tipos de experiências educativas que devem ser proporcionadas a todos os alunos. Neste documento, também são expressas as competências gerais e as competências específicas por ciclos e por áreas curriculares. Relativamente à disciplina de Matemática, menciona-se, entre outras competências, "a compreensão dos conceitos de perímetro, área, volume e amplitude, assim como a aptidão para utilizar conhecimentos sobre estes conceitos na resolução e formulação de problemas" (Ministério da Educação, 2001, p. 62). No que se refere ao domínio da Geometria, no 1.º Ciclo há, ainda, a considerar:

- O reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão, para descrever figuras geométricas e para completar e inventar padrões;
- A aptidão para realizar construções geométricas simples, assim como para identificar propriedades de figuras geométricas;
- A compreensão do processo de medição e de aptidão para fazer medições e em estimativas em situações diversas do quotidiano utilizando instrumentos apropriados. (idem, p. 63)

Ainda neste documento, recomenda-se que o ensino da Geometria, ao longo da escolaridade, deverá privilegiar a interpretação e intervenção no mundo que nos rodeia; incluir a visualização de objectos, a sua representação, manipulação dessas representações e a criação de novos objectos; conter a resolução de problemas de aplicação da Geometria a situações do quotidiano. Como justificação para estas recomendações, o documento esclarece que a Geometria permite o desenvolvimento simultâneo de capacidade de raciocínio lógico–dedutivo, de interpretação espacial e de visualização, assim como do conhecimento do espaço onde vivemos. Porém, recorde-se que, para a construção do pensamento geométrico da criança, é fundamental, como afirmam Abrantes et al. (1999), promover aprendizagens geométricas baseadas na experimentação e na manipulação. Assim, a aprendizagem da Geometria deverá constituir um meio para a criança conhecer, experimentando, o espaço em que se move. Também Fainguelernt (1999) partilha esta opinião considerando que a abordagem de conteúdos de Geometria é essencial no desenvolvimento do pensamento espacial, mas carece de ser construída pelos alunos com recurso à concretização. Assim, para a autora, esta abordagem não pode ser feita, pelo menos nos primeiros anos, apenas com apelo às competências de memorização, ou de abstracção, porque, para ocorrer, a função de raciocínio carece da visualização. Fainguelernt (1999) cita diversos estudos que evidenciam a importância para a aprendizagem de noções espaciais da concretização e interacção com a realidade: "as interacções do aprendiz com o meio desempenham papel activo no processo ensino-aprendizagem da Geometria e estão baseados na concepção do espaço pela criança bem como nos aspectos psicológicos desses processos" (p. 50).

O Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais (Ministério da Educação, 2001) aponta, também, para a importância de os alunos investigarem propriedades e relações geométricas, relacionando-as com outros temas de Matemática, pelo que deverão poder aceder a uma grande diversidade de materiais estruturados ou não estruturados que lhes facilite o desenvolvimento das suas competências a este nível. Paralelamente, o uso de vocabulário adequado a cada tema volta a ser enfatizado, sendo referido que deverá ser apresentado de forma gradual e contextualizada, em simultâneo com a abordagem dos respectivos conceitos. A publicação deste documento, bem como o desenvolvimento do conhecimento sobre o ensino da Matemática nos últimos anos foram factores que contribuíram a elaboração do novo programa (Ministério da Educação, 2007), o qual estrutura o ensino-aprendizagem "em torno de quatro eixos fundamentais: o trabalho com os números e operações, o pensamento algébrico, o pensamento geométrico e o trabalho com dados" (p. 1). De salientar que o pensamento geométrico está presente ao longo dos três ciclos.

Nos objectivos gerais do ensino da Matemática, podemos salientar alguns que se relacionam mais directamente com a Geometria:

- Ter presente e usar adequadamente as convenções matemáticas, incluindo a terminologia e as notações;
- Reconhecer as figuras geométricas básicas;
- Efectuar medições e realizar construções geométricas com um grau de precisão adequada;
- Usar instrumentos matemáticos tais como réguas, esquadros, compassos, transferidores, e também calculadoras e computadores. (Ministério da Educação, 2007, p. 4)

  (...)
- Desenvolver a visualização e ser capazes de representar, descrever e construir figuras no plano e no espaço e de identificar propriedades que as caracterizam;
- Ser capazes de identificar e interpretar relações espaciais;
- Ser capaz de resolver problemas e comunicar matematicamente no âmbito deste tema. (idem, p.22)

O tema da Geometria tem como ideia central o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos, onde o estudo das figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais continua a ter um papel muito importante. Neste programa, pretende-se que os alunos do 1.º Ciclo estudem diversas transformações geométricas, primeiro de forma intuitiva e depois com crescente formalização.

Nos primeiros anos de escolaridade, segundo o novo programa (Ministério da Educação, 2007), o ensino e aprendizagem da Geometria devem partir do espaço para o plano e privilegiar a exploração, a manipulação e a experimentação, utilizando objectos do mundo real e outros materiais específicos. Aos alunos deve ser dada oportunidade de fazer observações, descrições e representações de objectos, configurações e trajectos, assim como ser estimulados a agir, a prever, a ver e explicar o que se passa no espaço que percepcionam, com o objectivo de desenvolver, progressivamente, a capacidade de raciocinarem sobre representações mentais. Igualmente importantes são consideradas as experiências que envolvam a composição e decomposição de figuras, acompanhadas de descrições e representações.

Nos 1.º e 2.º Ciclos, a Geometria, aparece associada à Medida, embora com objectivos específicos distintos e, tal como a Geometria, tem um peso importante no 1.º Ciclo, por ser um tema bastante rico do ponto de vista das conexões entre os temas matemáticos e com situações não matemáticas (Ministério da Educação, 2007). Refere-se a propósito que "as primeiras experiências estão associadas ao desenvolvimento da conservação como atributo de determinada classe de objectos" (idem, p. 23). Assim, na sequência dessas experiências concretas, estará facilitada a ampliação progressiva do conhecimento das grandezas e a introdução das medidas convencionais do *Sistema Internacional de Unidades-SI.*

Quanto aos conceitos de área, perímetro e volume, de acordo com este novo programa de Matemática (Ministério da Educação, 2007), surgem como transversais aos diversos anos de escolaridade e também aos vários ciclos de ensino, pelo que serão alvo de um aprofundamento sucessivo. No que respeita aos primeiros anos, a ênfase é dada ao conceito de área. Após a exploração desse conceito, recorrendo a instrumentos de medição e materiais manipulativos, entre outros, é proposta a formalização da área do quadrado, do rectângulo, bem como o cálculo da área da superfície de alguns poliedros cujas faces são quadrados e rectângulos. Relativamente ao conceito de perímetro, nos dois primeiros anos, é pedido aos alunos para estabelecerem relações de grandeza entre objectos a fim de os comparar e de os ordenar segundo os comprimentos. Posteriormente, no 3.º ano, o aluno para calcula o perímetro de polígonos. Finalmente, no 4.º ano, pretende-se que o aluno desenhe com a ajuda de papel quadriculado, quadrados e polígonos com um dado perímetro, sendo propostas medições de perímetro de base circular em objectos. A introdução do conceito de volume, no 1º Ciclo, segue o mesmo procedimento adoptado para a introdução dos conceitos de área e perímetro.

2.4. Conhecimentos e representações do professor

Na actualidade, é evidente uma crescente preocupação da investigação em torno do papel e da influência do conhecimento e das representações dos docentes na sua prática pedagógica, enquanto elementos integradores do conhecimento profissional do professor. É o caso de Elbaz (1983) que identifica o conhecimento profissional como sendo constituído por regras e princípios – conhecimentos propriamente ditos – mas também por imagens. Para esta autora, as imagens, ou representações, de como cada professor vê o ensino resultam da combinação de "sentimentos, valores, necessidades e crenças (...) [e] misturam experiência, conhecimento teórico e cultura da escola" (p. 28). Fala-se, então, da importância das aprendizagens que os próprios docentes vão acumulando com o exercício da acção educativa:

> Ao desenvolver trabalho, o professor exibe um vasto conhecimento que cresce com o acumular de experiência. Este conhecimento engloba experiência, em primeira mão, dos estilos de aprendizagem dos alunos, interesses, necessidades, potencialidades e

> dificuldades, e um repertório de técnicas de instrução e de gestão da sala de aula. O professor conhece a estrutura social da escola e o que é necessário, ao professor e ao aluno, para sobreviver e ter sucesso; conhece a comunidade de que a escola faz parte, e tem uma sensibilidade para o que será ou não será aceitável. Este conhecimento experiencial é informado pelo conhecimento teórico da disciplina, e de áreas como o desenvolvimento da criança, teoria da aprendizagem ou teorias sociais. Todos estes tipos de conhecimento, enquanto integrados pelo professor individual em termos de valores pessoais e crenças e enquanto orientados para a sua situação prática, serão aqui referidos como conhecimento prático. (Elbaz, 1983, p. 5)

O nível de conhecimento do professor ganha relevância por, como refere o NCTM (1994), influenciar o que ensinam e a forma como ensinam:

> O conhecimento, quer do conteúdo, quer do discurso matemático, é uma componente essencial da preparação dos professores para a sua profissão. A segurança e a confiança dos professores no seu conhecimento da matemática influenciam, quer o que eles ensinam, quer a forma como ensinam. As suas concepções de matemática determinam a escolha das tarefas matemáticas, os ambientes de aprendizagem que criam e o discurso que utilizam nas aulas. (NCTM, 1994, p. 136)

Serrazina (1999), ao constatar que "há uma relação muito estreita entre o conhecimento do professor e o seu ensino, e que este afecta o que ele faz na sala de aula e o que os alunos aprendem" (p. 140), chama a atenção para a dificuldade de se distinguir o conhecimento da Matemática do professor do conhecimento da Matemática que ensina devido "às suas crenças e concepções sobre a Matemática e o seu ensino" (Serrazina, 1999, p. 140). Importa assim analisar o conhecimento e as representações sobre os conteúdos matemáticos que o professor desenvolve ao longo da sua actividade profissional, bem como as suas estratégias de ensino.

2.4.1. Conhecimento profissional do professor de Matemática

De acordo com Vale (2000), o conhecimento do professor "não é mais do que o conhecimento pessoal desenvolvido através de todas as experiências formais e informais que tem ao longo da sua carreira, desde a formação inicial até à reforma" (p. 104). No entanto, este conceito de conhecimento do professor, global e abrangente, pode ser diferentemente entendido e, ao mesmo tempo, pode ser subdividido em diferentes tipos de conhecimentos que, na perspectiva de Canavarro (2003), actuam como um conhecimento "articulado e uno [pois] as suas componentes são interrelacionadas" (p. 37). Shulman (1986) considera que um professor para ensinar precisa de um conhecimento específico. O autor organiza este conhecimento em conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento dos alunos e das suas características (formas como aprendem) e conhecimento dos contextos educacionais e das metas.

Destes diferentes tipos de conhecimento destacamos o conhecimento do currículo, o conhecimento do conteúdo e o conhecimento dos alunos, com relevo para o conhecimento de como estes constroem o seu pensamento geométrico.

Relativamente ao conhecimento do currículo, Shulman (1986) considera que se trata de um conhecimento que o professor possui relativamente aos programas das diferentes áreas disciplinares, à variedade de materiais disponíveis para o desenvolvimento de conteúdos, assim como às vantagens e desvantagens do uso desses programas e materiais na sua actividade profissional com os alunos. Este autor considera como factores relevantes no conhecimento curricular, o conhecimento dos conteúdos que os alunos aprendem noutras disciplinas (conhecimento horizontal) por forma a poder articular com os conteúdos que estão a ser discutidos nas suas aulas; o conhecimento dos conteúdos da sua área, nos distintos níveis escolares (conhecimento vertical); e o conhecimento dos materiais que podem ser usados no ensino desses conteúdos. Canavarro (2003), salienta que o conhecimento do currículo ajuda o professor a tomar as suas opções para melhor abordar os conteúdos matemáticos, "pondo em prática as orientações metodológicas, para dar consecução às finalidades principais da aprendizagem da Matemática" (p. 49). No que concerne às metodologias, segundo Gomes (2003), de há algumas décadas para cá, as políticas educativas deixaram de enfatizar um currículo predominantemente teórico passando a centrar-se no desenvolvimento de competências matemáticas e arrastando consigo novas exigências metodológicas. Novas metas, novas estratégias, novos recursos susceptíveis de possibilitarem o desenvolvimento não apenas de saberes como de competências ligadas a esses saberes matemáticos, como são exemplo o raciocínio, a resolução de problemas e a actividade de investigação. A este propósito, o NCTM (1991) enfatiza o poder matemático a desenvolver nos alunos, reportando-se "às capacidades de um indivíduo para explorar, conjecturar e raciocinar logicamente, bem como à sua aptidão para usar uma variedade de métodos matemáticos para resolver problemas não rotineiros" (p. 6).

Quanto ao conhecimento do conteúdo, Shulman (1986), diz tratar-se do conhecimento que o professor deve ter dos conteúdos a ensinar, bem como o conhecimento das suas estruturas organizacionais, que na sua perspectiva abrange uma natureza substantiva (variedade de formas de organizar os conceitos e princípios básicos de uma disciplina) e sintáctica (o conjunto de regras que determinam o que é verdadeiro ou falso numa dada disciplina). Tomar decisões sobre como e quando abordar um dado assunto matemático, orientar a actividade dos alunos e considerar e discutir as ideias destes, são exemplos de tarefas que requerem conhecimento do conteúdo (Viseu, 2008).

Este autor, ao referir Ball, Thames e Phelps, distingue dois tipos de conhecimento do conteúdo, o comum e o especializado:

> O conhecimento comum do conteúdo traduz o conhecimento que qualquer pessoa com formação matemática manifesta quando responde correctamente a uma dada questão ou resolve correctamente um dado problema matemático. (...) O conhecimento especializado do conteúdo é o que distingue o professor de Matemática de qualquer outra pessoa com formação matemática. Este conhecimento está na base da capacidade do professor para explicar aos alunos a razão de ser dos procedimentos matemáticos e a especificidade da linguagem matemática (...) que permite ao professor reconhecer e interpretar o motivo dos erros dos alunos, usar representações adequadas dos conceitos matemáticos, analisar diferentes estratégias de resolução de tarefas e envolver os alunos nas suas actividades e na discussão de resultados. (p. 17)

Dentro do conhecimento do conteúdo, Azcárate (1999) distingue o conhecimento matemático escolar e o conhecimento matemático formal. Aquilo que um professor precisa saber acerca de Matemática depende de vários factores directamente relacionados com a prática escolar, como, por exemplo, os anos e os níveis que lecciona. A este propósito, Ponte e Serrazina (2000) consideram que "o professor precisa de se sentir à vontade na matemática que ensina [e] de ser um profissional motivado e empenhado" (p. 15): um professor que não gosta de Geometria, que não está à vontade no tema, dificilmente se sentirá motivado para a sua abordagem com os alunos. Para Monteiro, Costa e Costa (2004), "não basta saber Matemática para saber ensinar Matemática, mas o que o professor sabe vai influenciar o que os alunos aprendem" (p. 171). O quadro conceptual que o professor desenvolve em relação aos mais diversos aspectos da sua actividade profissional, como por exemplo o conhecimento dos conteúdos que lecciona e das formas de os tornar compreensíveis aos alunos, parece determinante na sua acção, pois, segundo Gomes, Ralha e Hirst (2001):

> Já foi dito e demonstrado, em estudos internacionais, que ninguém pode ensinar aquilo que não sabe e não basta ter um conhecimento superficial de matemática elementar. De facto, como será possível esperar que um professor crie um ambiente propício à aprendizagem se ele se sente inseguro dos seus conhecimentos? Se, por diversas vezes, não consegue respostas satisfatórias às questões (por vezes nada elementares) que os alunos lhe colocam? Deste modo, não só o ambiente não será propício como provavelmente se gerará um clima de insegurança, insatisfação e frustração nos alunos. (p. 182)

Por sua vez, no seu estudo, com futuros professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico, Ribeiro (2009) reporta-se ao conhecimento do conteúdo, em três dimensões: o comum, também denominado por "conhecimento sobre como fazer" (p. 3); o especializado, ou "saber como ensinar a fazer" (p. 4); e o propedêutico que se relaciona com o "conhecimento das relações existentes entre os distintos tópicos matemáticos e de que forma as aprendizagens de um mesmo tópico vão evoluindo ao longo da escolaridade" (p. 4).

Shulman (1986) destaca o conhecimento pedagógico do conteúdo pela sua abrangência e consequente responsabilização que recai sobre os professores. Este conhecimento abarca não apenas os saberes que os professores detêm sobre os conteúdos matemáticos a leccionar, mas também os procedimentos pedagógicos susceptíveis de potenciar o processo de ensino e aprendizagem dos mesmos, articulando, por isso, teoria e prática:

> Vai para além do conhecimento do assunto *per se,* até à dimensão do conhecimento do assunto para ensinar (....). Inclui, para a maioria dos tópicos ensinados na disciplina, as formas mais úteis de representação dessas ideias, as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações – numa palavra, as formas de representar e formular o assunto que o tornam compreensível para os outros... e também inclui uma compreensão do que torna fácil ou difícil o ensino de certos tópicos: as concepções e as pré-concepções que os alunos de diferentes idades e origens culturais trazem para a aprendizagem. (Shulman, 1986, p. 9)

O NCTM (2007) assume uma perspectiva similar ao enfatizar os conhecimentos que articulam saberes teóricos e saberes pedagógicos na abordagem de conteúdos matemáticos com os alunos, mas fazem, igualmente, referência ao conhecimento e uso das representações de conceitos matemáticos de forma concretizada para se tornarem de melhor apreensão:

> Os professores necessitam de diversos tipos de conhecimento matemático: conhecimentos gerais; conhecimento profundo e flexível dos objectivos curriculares e das ideias importantes associadas a cada nível específico; conhecimento dos desafios que os alunos podem encontrar no decurso da aprendizagem dessas ideias; conhecimento das formas como essas ideias podem ser representadas, de modo a serem ensinadas de forma efectiva; e conhecimento acerca do modo como os alunos podem ser avaliados. (p. 18)

Azcaráte (1999), chama a atenção para os conhecimentos que os professores devem possuir e ajustar à sua actividade docente. Assim, ao professor incumbe a tarefa e a responsabilidade de perspectivar e reequacionar os seus conhecimentos científicos e formais, construindo um outro tipo de conhecimentos numa realidade e num contexto específicos. Por outras palavras, Gaio e Duarte (2004) referem "o saber académico, de natureza teórica e o saber da experiência, de natureza empírica" (p. 128). Neste saber de natureza prática cruzam-se três dimensões: a epistemológica, que evoca a herança cultural do conhecimento matemático; a cognitiva, centrada no conhecimento de como os alunos aprendem; e a curricular, relativa à construção e desenvolvimento do currículo com os alunos.

Também Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas e Ferreira (1998b) relevam a articulação entre conhecimentos teóricos e conhecimentos práticos quando consideram que o conhecimento profissional do professor emerge da articulação entre os saberes do conhecimento académico e a acção educativa, quando referem que "o conhecimento profissional baseia-se sobretudo na experiência e na reflexão sobre a experiência, não só individual mas de todo o corpo profissional" (p. 44). O papel da experiência no conhecimento do professor é abordado por outros autores, como Fiorentini et al. (1999), para quem "dizer que aprendemos com a experiência parece uma coisa óbvia. Sempre que perguntamos aos professores de onde vêm seus saberes profissionais, eles reportam-se às experiências que tiveram enquanto alunos e professores" (p. 33). O saber que o professor adquire, quer na sua formação inicial quer na sua actividade profissional, faz com que, segundo Silva (2008), compreenda profundamente a matemática que ensina e seja capaz de "utilizar os seus conhecimentos de forma flexível no decurso das suas actividades didácticas" (p. 9). Para Santos, França e Santos (2007), o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos e uma concepção da Matemática "como ciência dinâmica sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos" (p. 34).

Quanto ao conhecimento que o professor tem dos seus alunos, mais especificamente das formas como eles aprendem, Travers, Pikaart, Suydam e Runion (1977) apresentam três níveis de aprendizagem: conhecimento, compreensão e resolução de problemas, pressupondo uma gradação crescente de complexidade. Segundo esta perspectiva, torna-se, necessário que o professor tenha em atenção estes níveis de aprendizagem na sua abordagem de conteúdos com os alunos, porque, se o conhecimento pode incluir a memorização, ou a repetição, como estratégias facilitadoras, já a compreensão e a resolução de problemas carecem de uma atenção maior do docente na selecção de estratégias adequadas ao seu sucesso. No caso da compreensão, segundo os autores, dever-se-á ter em conta estratégias como a interacção, a discussão, ou a aprendizagem por descoberta. Quanto ao nível mais elevado, de resolução de problemas, o professor deverá favorecer a diversidade de problemas apresentados, proporcionando tempos adequados para tal.

O saber como os alunos aprendem é importante porque, segundo lembra Carretero (1997), "a inteligência atravessa fases qualitativamente distintas" (p. 12), as quais resultam não da simples acumulação de saberes, mas de estruturas muito específicas que evoluem com a idade das crianças e que contribuem para que a percepção da realidade e a forma de resolver problemas seja distinta num estágio ou noutro. Neste âmbito, serão de referir as perspectivas estruturalistas e construtivistas relativas à forma como os alunos aprendem e que tiveram na sua génese teóricos como Piaget e Bruner.

Segundo Piaget (Sprinhall & Sprinthall, 2003), a génese do conhecimento não encontra explicação satisfatória nas tradicionais formulações teóricas: não se deve apenas à maturação; não decorre unicamente da aprendizagem baseada na experiência, nem resulta exclusivamente das transmissões sociais: "a cognição nunca ocorre inteiramente «dentro» da criança nem é completamente resultado de estimulação exterior" (p. 102). Para Piaget, o conhecimento humano obedece a um processo encadeado e sucessivo de assimilação, acomodação e adaptação. Este processo é descrito como a percepção pela criança de uma dada informação, ou situação, a qual é interiorizada à sua medida, de acordo com os seus próprios esquemas. Como resultado, os seus esquemas são readaptados, reformulados para incluir o novo conhecimento (Sprinhall & Sprinthall, 2003). Deste modo, na perspectiva piagetiana, o conhecimento constrói-se através de processos complexos de equilibração entre os conhecimentos que o indivíduo detém, as novas informações e a sua reconstrução pessoal. As fases de equilibração constituem estádios (ou estágios) que representam, simultaneamente, um momento de chegada e um momento de partida: um período de aquisição e um período de formação, de preparação do seguinte, dando continuidade ao processo evolutivo. Piaget distinguiu três grandes estádios operacionais no desenvolvimento, com diferentes sub-estádios: estádio sensório-motor; pré-operatório (dividido numa fase de pensamento intuitivo e outro das operações concretas); e estádio das operações formais (Piaget & Inhelder, 1993). Do mesmo modo que todo o conhecimento, também a aprendizagem da Geometria obedece a este processo cognitivo e se integra nos sucessivos estádios à medida que a criança vai sendo capaz de uma diferente e mais aprofundada noção e representação do espaço. De facto, para Piaget, numa primeira fase, esta aprendizagem não se funda na perspectiva euclidiana abstracta, mas antes numa perspectiva activa e operatória. A aprendizagem da Geometria parte da apropriação topológica para adquirir, mais tarde, uma percepção teórica:

> Antes de qualquer organização projectiva e, mesmo, euclidiana do espaço, a criança começa por construir e utilizar certas reacções elementares, como a vizinhança e a separação, a ordem, o envolvimento e o contínuo, correspondendo às noções que os geómetras chamam de 'topológicas', e que consideram, igualmente como elementares do ponto de vista da reconstrução teórica do espaço. (Piaget & Inhelder, 1993, p. 15)

Por exemplo, na criança mais pequena, as relações espaciais são relativas em função do ponto de vista adoptado pelo sujeito. Na sequência desta perspectiva, o professor precisa de ter consciência e atender ao estádio de desenvolvimento em que o aluno se encontra, carecendo de adequar as estratégias a adoptar, como auxiliares do seu desenvolvimento, às suas capacidades e competências.

Para Bruner, por sua vez, a aprendizagem, na Matemática, como noutras áreas do conhecimento, deve centrar-se na aprendizagem de estruturas, pois "o objectivo último do ensino é promover a compreensão geral da estrutura de uma matéria" (Matos & Serrazina, 1996, p. 78). Se a criança apreender a estrutura de um qualquer conceito, ao invés de apenas memorizar a sua formulação teórica, ela vai interiorizar a sua essência, possibilitando-lhe uma generalização a outras situações. Do mesmo modo, para além do desenvolvimento cognitivo, a aprendizagem depende, também, de estratégias adequadas, ou seja, daquilo que possa fazer desabrochar certas capacidades, até porque a aprendizagem consiste na formação de conceitos que são adquiridos através de diferentes modos de representação do mundo. Estes diferentes modos vão acontecer independentemente do estádio em que se encontre, sempre de forma sequencial. Todavia, ao contrário do que afirma Piaget, não se trata de um salto de um para outro patamar, antes tal acontece em espiral, o que pressupõe a oportunidade de o indivíduo avançar e recuar dentro do mesmo tema e a possibilidade de rever e reflectir acerca dos conteúdos já aprendidos.

Quanto aos modos de representação do mundo, eles traduzem uma evolução, desde o nível mais concreto, ao abstracto, percebendo-se, assim, que, ao longo da sua vida, os indivíduos sempre começam por uma fase mais simples de apreensão da realidade para atingirem, no final, o nível conceptual. São, então, os modos enactivo, ou motor (através da acção, da experimentação, da manipulação); icónico (através da imagem, que, estando próxima da realidade, traça a união entre o concreto e a fase final, conceptual); simbólico (através de símbolos, como é o caso da linguagem oral, escrita e simbólica).

Vigotsky (1991) é outro autor de relevo quanto à teorização da construção do pensamento na criança. Para ele, não são apenas o próprio indivíduo e as coisas, mas também a sociedade e a cultura que condicionam a aprendizagem. Por um lado, o conhecimento pode ser entendido como uma construção que se realiza constantemente pela apropriação pessoal de cada indivíduo, da realidade que o circunda e que vai integrando nos seus esquemas próprios – cada um conhece a realidade à sua maneira, ainda que nisso seja influenciado por diversos agentes – e, assim, vai formando novos esquemas. Por outro, de acordo com Vigotsky (1991), esta construção do conhecimento é realizada, também, com a participação da sociedade, dos indivíduos com os quais interage. A aprendizagem não é, segundo este ponto de vista, uma construção individual, mas social, até porque "alguns mecanismos sociais favorecem a aprendizagem: a discussão em grupo, a necessidade de argumentação" (Carretero, 1997, p. 15). Os alunos aprendem melhor em interacção, colaboração e intercâmbio. Esta interacção, porém, desempenha ainda um outro papel de contribuir para potenciar e expandir o desenvolvimento. De facto, embora o desenvolvimento se processe de acordo com uma linha sucessiva e gradual constante para todos os indivíduos, cada um tem o seu ritmo próprio. Este ritmo poderá, eventualmente, ser maior e, ao mesmo tempo, os indivíduos podem alcançar um patamar superior de desenvolvimento quando recebem um apoio exterior adequado. Falamos, nesse caso, da zona de desenvolvimento proximal (ZDP) – zona entre o que a criança progride normalmente e a zona que ela poderá alcançar se for devidamente apoiada e incentivada. Como refere Moysés (1997), "o bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento" (p. 34) e, consequentemente, à aprendizagem.

2.4.2. As representações de conteúdos matemáticos

Muitos factores parecem influenciar o ensino e a aprendizagem de Matemática, tais como a compreensão de conceitos matemáticos, a preparação dos alunos para níveis mais elevados da actividade Matemática, a utilização da tecnologia e a adaptação a diferentes estilos de aprendizagem. Outros, porém, há ainda a considerar, como é o caso das representações que os docentes têm sobre os conteúdos que ensinam.

O conceito de representação reporta-se, por um lado, à representação como registo, ou concretização de imagens e conceitos mentais e, por outro lado, às representações pessoais, também identificadas por alguns autores sob a designação de concepções. Para Thompson (1992), as concepções do professor de Matemática são uma estrutura mental que inclui "crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais e outras coisas semelhantes" (p. 130). Diferentes autores consideram que as concepções influenciam a forma como o professor desempenha a sua actividade profissional, como por exemplo Guimarães (1999), Ponte (1992) e Ponte et al. (1998a).

Ponte (1992) considera que o interesse pelo estudo das concepções do professor parte do pressuposto de "que existe um substracto conceptual que joga um papel determinante no pensamento e na acção" (p. 185). Esta questão é também abordada por Thompson (1992), para quem é importante que os professores tenham consciência das suas concepções sobre o que se passa nas suas aulas, através do desenvolvimento de práticas de reflexão de forma a avaliarem a repercussão que as mesmas podem ter no seu dia-a-dia profissional. Esta investigadora pondera que as concepções se reflectem, em grande parte, nas práticas dos professores, embora outros factores possam interferir, como, por exemplo, o contexto social em que o professor se move ou a frequência em dinâmicas de formação. Ponte (1992) é da mesma opinião quando refere que "as nossas concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que nos habituamos a reconhecer como tal e também pelas representações sociais dominantes" (p. 186).

As representações são consideradas por Figueira (2005) como "o universo do pensamento dos professores" assumindo diversas acepções que, não sendo sinónimos, funcionam como uma referência comum da forma de pensar e agir:

> Um conjunto de conceitos (reconstruções, sínteses "pessoais" de conhecimentos e de experiências) que compõem a visão que o sujeito tem do mundo (o que sabem, o que crêem, e mesmo o que sentem), neste caso, o mundo profissional dos professores. São eles que permitem a descrição, interpretação, explicação e, alguma, previsão e controlo dessa realidade. É em torno de e com base em tais pensamentos que organiza a sua vida diária, isto é, que antecipa os acontecimentos e adopta as suas decisões. (p. 184)

Estabelece-se, assim, uma relação entre as representações que os docentes possuem acerca de conteúdos matemáticos e a forma como desenvolveram o conhecimento sobre esses conteúdos. Em relação ao tema de Geometria, Veloso (1998) refere que muitos dos professores de Matemática actuais "atravessaram o ensino de Matemática tendo como únicos contactos com a Geometria elementar o teorema de Pitágoras e algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes" (p. 23). Pode-se inferir que as suas representações reflectem esse tipo de experiências no ensino de conteúdos de Geometria com os seus alunos. De acordo com Ralha (1992), esta poderá ser uma justificação plausível para os débeis resultados das reformas educativas:

> Temos assistido a diversas reformas no domínio do currículo matemático num esforço para melhorar os conteúdos e deste modo aperfeiçoar o ensino e a aprendizagem da Matemática. Infelizmente, as mudanças curriculares por si só nunca deram nem

> podem dar os resultados pretendidos. Como alguém disse: A Matemática nova ensinada de modo antigo é Matemática velha. (p. 126)

Entre as representações, incluem-se as intuições, como refere Fainguelernt (1999): "as representações intuitivas permanecem na Matemática porque são parte integrante de qualquer actividade intelectual produtiva" (p. 41). De facto, estas surgem a partir das interpretações (representações pessoais) que fazemos da realidade (Soares, 1995; Wittmann, 1981), pelo que têm um papel preponderante no conhecimento em geral e na Matemática em particular. Ainda segundo Fainguelernt (1999):

> O estudo da Geometria é de fundamental importância para desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio activado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para a leitura do mundo e para que a visão da Matemática não fique distorcida. (p. 53)

Poincaré (1988) salienta que a intuição ajuda a perceber a matemática, mas também a construir novas ideias matemáticas. Mais recentemente, o NCTM (1991), entre várias experiências educativas que recomenda, inclui as que enfatizam a intuição matemática e o raciocínio indutivo. Também Martins (2008) considera que as intuições são "elementos produtivos do conhecimento" (p. 36). Esta investigadora refere diversos estudos acerca do papel da intuição na resolução de tarefas matemáticas, entre os quais os de Stavy e Tirosh, para quem a intuição se evidencia, em muitos casos, como uma forma de cognição que se relaciona com um domínio específico. Ao debruçarem-se sobre a resolução de tarefas, Stavy e Tirosh apresentam um conjunto de regras intuitivas que explicam e predizem as respostas que estes apresentam, as quais são utilizadas por Martins (2008) no seu estudo. Para além das estratégias não intuitivas (fórmulas de cálculo, concretização de variáveis e desenhos), esta investigadora alude a que as respostas dos estudantes são baseadas preferencialmente na utilização das seguintes regras intuitivas de Stavy e Tirosh: "mesmo A– mesmo B" (p. 38), ou "mais A– mais B" (p. 41).

Um exemplo da regra intuitiva mesmo A– mesmo B, observa-se nas respostas que os alunos deram à questão do volume de cilindros construídos a partir de uma folha A4 enrolada segundo o lado maior ou segundo o lado menor. Os alunos do 6.º e do 9.º ano de escolaridade tendem a considerar que os volumes são iguais porque foram construídos a partir de uma mesma folha A4. Relativamente à regra intuitiva mais A– mais B, verifica-se por exemplo nas respostas dos alunos ao volume de caixas obtidas a partir de uma folha A4 após ser retirada, sucessivamente, quatro quadrados iguais nos seus cantos. Nesta questão, os alunos tendem a observar que se há variação nas dimensões dos quadrados a retirar então o volume também altera. Em contraponto, refiram-se as estratégias não intuitivas, as quais são exemplificadas, igualmente no estudo de Martins, por exemplo, nas respostas a questões de relação entre perímetros e relação entre as áreas, os alunos recorrem preferencialmente a fórmulas de cálculo.

O conceito de representação pode, como já foi referido, ser entendido sob outra perspectiva, como tradução de uma imagem mental de um conceito abstracto de uma forma concreta, como, por exemplo, a representação gráfica. Neste âmbito, a sua importância no processo de ensino e aprendizagem despertou o interesse de vários investigadores. Para Lesh, Behr e Post (1987), a noção de representação surge associada à captação interna de ideias matemáticas, à reprodução mental de um dado conceito, à apresentação de imagens, símbolos e sinais. Estes autores identificam como representações as figuras e diagramas, a linguagem escrita e falada, os modelos manipuláveis e as situações do mundo real. Por sua vez, para Goldin (2002), uma representação "é uma configuração que pode representar qualquer coisa de determinada maneira" (p. 208), o que leva Vale (2009) a considerar as representações como "entidades usadas para explicar algo (...) que adquirem a forma de analogias, desenhos ou manipuláveis" (p. 42). Uma perspectiva similar é apresentada por Gagatsis e Elia (2004), para quem uma representação é qualquer configuração que pode simbolizar alguma coisa, como por exemplo, na forma de imagens e de objectos concretos. A ligação entre estes modos de representação de conceitos matemáticos aproxima-se dos modos de representação de Bruner (Matos & Serrazina, 1996). Os modelos manipulativos relacionam-se com o nível enactivo (uso da experiência directa); as figuras relacionam-se com o nível icónico (uso dos meios visuais) e os símbolos escritos ligam-se ao nível simbólico.

Lesh et al. (1987) mencionam as representações cognitivas, como sendo as que são construídas pelos próprios alunos ao tentarem dar sentido a um dado conceito matemático, ou encontrar uma solução para um problema. Porém, sugerem existir dois tipos de representações de conceitos matemáticos que afectam a compreensão dos alunos e a solução para os problemas matemáticos: as representações de instrução (definições, exemplos e modelos), que são utilizadas pelos professores para transmitir o conhecimento aos alunos; e as representações que desempenham outros papéis importantes, tais como para ajudar a comunicar, resolver problemas matemáticos e identificar as atitudes dos alunos face à Matemática. Os meios mais usuais na transmissão e recepção do conhecimento matemático são, segundo Viseu (2000), os enunciados verbais e as representações gráficas ou simbólicas. Os dados e as informações visuais desempenham, na aprendizagem de Matemática, um papel preponderante na formação de imagens e de objectos mentais, de modo que os conceitos sejam melhor apreendidos.

Vários autores (por exemplo, Castro & Castro, 1997; Goldin & Kaput, 1996) distinguem as representações internas das externas, enquanto distinção entre o significado (interno) e o significante (externo). Goldin e Kaput (1996) usam o termo representação interna para referir possíveis configurações mentais dos indivíduos. Sendo internas, tais configurações não são directamente observáveis. Como professores, regularmente inferimos configurações mentais do que os alunos dizem ou fazem, que se traduzem em comportamentos externos. Quanto à representação externa, Goldin e Kaput (1996) referem configurações observáveis, tais como palavras, gráficos, imagens e equações. Os mesmos autores mencionam, ainda, que há interacções entre as representações internas e as externas, como, por exemplo, escrever ou falar. É o que acontece, também, quando os alunos apreendem conceitos através da articulação entre a leitura, interpretação de palavras, equações, ou gráficos e a sua actividade mental. Vale (2009) considera que é desta interacção entre as representações simbólicas (signo/símbolo) que surgem os conceitos matemáticos.

Além das representações já mencionadas, Lesh et al. (1987) identificam as representações compartilhadas, as quais ocorrem durante o processo de interacção entre os professores e os alunos. Por sua vez, Vale (2009) refere cinco tipos de representações relacionadas com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática: "contextual (situações da vida real); concreto (manipulável); semi-concreto (pictorial); verbal (linguagem); e simbólico (notação)" (p. 43). Cada um destes tipos de representações apresenta características próprias de entendimento e reveladores de componentes e aspectos distintos de um dado conceito matemático, que podem ocorrer em simultâneo ou de forma mais isolada. Todavia, quando estão presentes vários tipos de representações numa abordagem Matemática, estes contribuem para que os alunos construam uma aprendizagem mais efectiva, pois abarcam diferentes perspectivas de compreensão (Goldin, 1998).

Ponte e Serrazina (2000) focam o papel das representações no processo de ensino e aprendizagem, chamando a atenção para a diversidade de formas que podem revestir e para a sua importância:

> Os alunos podem representar as suas ideias matemáticas de muitas maneiras. Para além das formas convencionais, podem usar materiais manipuláveis, os dedos, a língua natural, desenhos e diagramas. Através do uso de todas estas representações, desenvolvem as suas imagens mentais das ideias matemáticas. (...). De facto, elas são úteis na medida em que apoiam:
>
> • a compreensão pelos alunos dos conceitos e relações matemáticas;
> • a comunicação das ideias matemáticas aos outros;
> • a aplicação das ideias matemáticas a situações problemáticas dentro e fora da Matemática. (p. 42)

Para o NCTM (1999), a representação reporta-se ao processo, mas também ao produto desse processo, constituindo um elemento fulcral do desenvolvimento de competências e conhecimentos matemáticos:

> As representações deverão ser tratadas como elementos essenciais no apoio à compreensão, por parte dos alunos, dos conceitos e das relações matemáticas, na comunicação de abordagens, argumentos e conhecimentos matemáticos para si mesmos e para os outros, na identificação de conexões entre conceitos matemáticos interrelacionados e na aplicação da matemática a problemas realistas, através da modelação. (p.75)

As representações gráficas e as representações escritas, enquanto processo de construir e de evidenciar conhecimento, são consideradas uma parte importante na Matemática, como também o são as representações linguísticas. Schultz e Waters (2000) consideram que as representações são uma ferramenta poderosa para desenvolver a compreensão e para comunicar informação matemática e para averiguar o grau de compreensão do que os alunos aprenderam. Entre as formas de representação, estes autores referem os diagramas, as figuras, os objectos concretos, as descrições verbais, as expressões algébricas, as tabelas e os gráficos. Oliveira (2004) também considera que as representações constituem um modo de comunicar e que são um instrumento poderoso de pensamento, através das quais o professor pode "aceder às compreensões das crianças" (p. 40). O recurso a representações durante o processo de ensino e aprendizagem ajuda o professor a desenvolver no aluno a compreensão de conceitos abstractos, devendo para isso, segundo Vale (2009), "saber como interpretar e representar os conceitos matemáticos que pretendem que os alunos aprendam" (p. 42). Também o NCTM (1999) refere que os alunos devem, gradualmente, ser capazes de compreender e usar as representações escritas convencionais, embora, numa fase inicial, as suas próprias formas de representação não devam ser marginalizadas:

> Os alunos deverão compreender que as representações escritas das ideias matemáticas constituem uma componente essencial da aprendizagem e da produção de matemática. É importante encorajar os alunos a representar as suas ideias sob formas que, para eles, façam sentido, mesmo que as suas primeiras representações não sejam as convencionais. É igualmente importante que os alunos aprendam formas de representação convencionais, de modo a facilitar quer a sua aprendizagem da matemática, quer a comunicação com terceiros das suas ideias matemáticas. (p. 75)

A utilização de diferentes representações para o mesmo conceito, como refere Vale (2009), permite uma maior flexibilidade na resolução de problemas. Ponte et al. (1998a) reforçam esta ideia quando afirmam que "as capacidades de representar os conceitos matemáticos e de relacionar entre si as diversas representações de um mesmo conceito estão associados ao pensamento matemático mais avançado" (p. 173). É neste contexto que as estratégias de ensino assumem uma importância acrescida, enquanto facilitadoras e suportes da aprendizagem, como é o do recurso a representações concretas, apoiadas em materiais manipuláveis, ou no processo comunicativo, entre outros. Relativamente à comunicação, segundo Ponte e Serrazina (2000), "é, ao mesmo tempo, um indicador sobre a natureza desse processo [de ensino e aprendizagem] e uma condição necessária para o seu desenvolvimento" (p. 118).

2.4.3. Estratégias de ensino

Ao falarmos das formas de aprender, estamos a falar de abordagens pedagógicas centradas na aprendizagem do aluno através da acção tutorial do professor que, ao invés de ensinar, induz o aluno a aprender a aprender. Segundo Carretero (1997), o desenvolvimento e a aprendizagem constroem-se como fruto da interacção dos indivíduos com aquilo que os rodeia. Actuando como "mediador entre o aluno e o objecto de conhecimento" (Moysés, 1997, p. 36), ao professor incumbe seleccionar, organizar e dispor recursos adequados susceptíveis de contribuir para este desenvolvimento. Como afiançam Guerreiro, Salinas e Palhares (2008), requerem-se "metodologias que aproximem o saber de origem dos sujeitos, utilizando processos experimentais concretos" (p. 219). Por outras palavras, aprendizagens significativas – aprendizagens ligadas ao que o aluno já sabe e já conhece e que, por isso mesmo, mais facilmente integra. Em termos de linguagem piagetiana, a adaptação (os novos conhecimentos) encontra-se facilitada quando o que é assimilado (o que é percepcionado como novo) está próximo do que está acomodado (os esquemas que o indivíduo já tem). Como refere Carretero (1997), "o professor deve prestar atenção às concepções dos alunos, tanto àquelas que possuem antes de começar o processo de aprendizagem quanto às que serão geradas durante esse processo" (p. 42). Em oposição, corre-se o risco de um esforço muito maior no processo de aprendizagem quando, como enfatizam Guerreiro et al. (2008), se cai na tentação de fazer a "transposição didáctica dos conhecimentos a ensinar para meros exercícios de índole aritmética ou numérica, banalizando os conceitos e as destrezas matemáticas que se pretende sejam desenvolvidas" (p. 219). Sobre este tipo de atitudes refere Carretero (1997) que se culpa, muitas vezes, o aluno, por não se esforçar suficientemente, quando, na verdade, é o professor que não se esforça adequadamente:

> Com muita frequência, os professores estruturam os conteúdos do ensino levando em conta exclusivamente o ponto de vista da disciplina, pelo que alguns temas ou questões precedem a outros, como se todos eles tivessem a mesma dificuldade para o aluno. Contudo (...) a utilização de esquemas faz com que não representemos a realidade de maneira objectiva, mas de acordo com os esquemas que possuímos. Portanto a organização e sequencialização de conteúdos docentes devem, levar em conta os conhecimentos prévios do aluno. (p. 15)

Na dinamização do processo de ensino–aprendizagem, as recomendações actuais da educação matemática (como por exemplo, NCTM, 2007), apontam para a articulação de várias componentes do conhecimento profissional do professor, tais como a promoção da comunicação matemática na sala de aula, o uso de materiais didácticos e a natureza das tarefas.

Quanto à comunicação na sala de aula, pode estar associada a diversos meios, dos quais ressaltam, como mais frequentes, a linguagem oral e escrita, os gestos ou diversas formas de imagem, como é o caso da representação no quadro de giz, das gravuras, ou das ilustrações. A comunicação oral – veículo primeiro e essencial no processo de interacção professor/aluno e no processo de construção de conhecimento – é enfatizada por Ponte e Serrazina (2000) por ter “um papel fundamental na aula de Matemática” (p. 118). Segundo estes autores, a comunicação oral “é imprescindível para que os alunos possam ouvir o que o professor tem a dizer, exprimir as suas ideias e confrontá-las com as ideias dos seus colegas” (p. 118). No entanto, para dar bons frutos, torna-se necessário que o professor saiba regular essa comunicação, ouvindo os alunos; permitindo e facilitando e incentivando a sua participação; gerindo essa participação de modo a que ela contribua para a aprendizagem dos alunos; e tomando decisões contínuas na condução da comunicação, sobre “o que deve ser aprofundado, quando se devem introduzir convenções matemáticas e linguagem Matemática, quando deve fornecer informação, quando deve deixar os alunos lutarem com uma dada dificuldade, etc.” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 118). Oliveira (2004) afirma que o professor necessita prestar atenção às crianças quando verbalizam as suas ideias, para perceber quando “estão a compreender algo e ajudá-las a reconhecer essa compreensão e, se precisam de mais informação para avançar nas suas ideias” (p. 39). A este propósito, o NCTM (1999) chama a atenção para um factor essencial na comunicação do professor: a correcção da linguagem e a utilização da terminologia própria na apresentação dos conceitos e ideias matemáticas. Estas são questões essenciais no trabalho do professor, pois a utilização correcta das convenções matemáticas faz parte do processo de aprendizagem. Para o NCTM (1999), deve haver uma passagem progressiva, desde os primeiros anos, da linguagem comum para a linguagem matemática, desempenhando o professor um papel fundamental no sentido de "proporcionar aos alunos experiências que os ajudem a apreciar o poder e a exactidão da linguagem matemática" (p. 69). Moreira (2001) chama a atenção para a importância de dar a conhecer aos alunos a linguagem matemática, sob pena de que eles não consigam interiorizar os conceitos por desconhecer as terminologias:

> Compreender uma linguagem implica conhecer os seus símbolos, as suas palavras, bem como a forma como elas se combinam entre si para expressarem algo com significado (...) Contudo, se estas palavras e signos não forem preenchidos de significados, pouco adianta manipulá-los de acordo com as regras socialmente estipuladas, porque são expressões inertes que não podem expressar nem ideias nem sentimentos. (p. 28)

Matos e Serrazina (1996) referem distintos modos de comunicação que ocorrem na sala de aula, de um modo, por vezes, simultâneo e paralelo, ou sequencial, relativamente a diferentes momentos e actividades lectivas: exposição, ou apresentação de novos conteúdos, ideias, conhecimentos; explicação, clarificação de conhecimentos e informações; e conjectura, colocação de hipótese para resolução de problemas. A estes três tipos de comunicação Ponte e Serrazina (2000) acrescentam o questionamento e a discussão. Estes modos de comunicação estão intimamente relacionados com a intencionalidade do professor e também podem reflectir diferentes concepções educativas: de um lado, a exposição e o questionamento, que centram o controlo da comunicação no professor; do outro, a discussão, de características mais interactivas, e que, de acordo com Ponte e Serrazina (2000), "pressupõe uma certa igualdade de papéis entre os diversos intervenientes" (p. 121). No entanto, a exposição, o questionamento e a discussão envolvem também os alunos e podem desencadear-se entre eles, ou partir dos mesmos para o professor.

No que diz respeito à explicação pelos alunos, Matos e Serrazina (1996) reportam-se a três tipos distintos e essenciais e ao seu contributo para a aprendizagem dos alunos: a explicação oral, a explicação escrita e a discussão:

> Fazer com que os alunos expressem coisas uns aos outros é apenas uma das formas nas quais os alunos podem trabalhar no refinar e clarificar o que compreendem e, ao terem de explicar a alguém mais, aprendem.
> Pedir aos alunos que expliquem por escrito o seu raciocínio e as suas descobertas é um aspecto que melhora a sua capacidade de comunicação oral e escrita. Por outro lado, este é também um momento de reflexão sobre aquilo que acabaram de explorar.
> (...) Uma fase muito importante em actividades de investigação é a discussão, com toda a turma, do trabalho realizado. É nesta altura que os alunos apresentam os

> resultados das suas investigações e que o professor tem oportunidade de clarificar ideias, de modo a esclarecer eventuais dúvidas. (p. 176)

Quanto ao recurso à conjectura por parte dos alunos, Ponte e Serrazina (2000) afirmam a sua importância na colocação e confronto de hipóteses e na criação de hábitos de investigação, pois, "num ambiente de conjecturas, os alunos são encorajados a não tomar asserções como factos, mas a investigar os assuntos por si próprios" (p. 177).

Sobre o questionamento, Ponte e Serrazina (2000) identificam a forma de questões focalizadas, no sentido de ir ao encontro do que o aluno sabe para desenvolver conhecimento e ultrapassar dúvidas e dificuldades; as questões de confirmação e certificação dos conhecimentos adquiridos pelos alunos; e, ainda, as questões de inquirição, para conhecer o que os alunos sabem, ou não sabem. Por sua vez, a discussão, é considerada por estes autores como "o modo mais importante que pode assumir a interacção entre alunos e entre os alunos e o professor" (p. 121) e conduz à exposição de ideias e ao questionamento mútuo. Sendo o tipo de perguntas que o professor formula na aula determinante para as respostas dos alunos e para o seu conteúdo, atente-se no estudo de Menezes (2000). Entre outras, este investigador reportou-se ao tipo de perguntas de "estrutura interrogativa" que os professores formulam na aula, propondo a sua distinção em dois grupos sob a designação de perguntas verdadeiras e perguntas falsas, conforme estas fossem questões que esperavam resposta ou, pelo contrário, constituíssem um desafio ao aluno para estar atento ou para alguma outra tarefa. Assim, segundo Menezes (2000), as perguntas verdadeiras diriam respeito "a uma solicitação do locutor (neste caso o professor) ao alocutário (aluno) para lhe fornecer verbalmente uma determinada informação" (p.1). Quanto às perguntas falsas, "não faziam pressupor que o locutor esperasse uma resposta verbal do alocutário, porque o professor dava a resposta imediatamente ou porque as frases correspondiam a pedidos indirectos de acções a realizar pelo aluno" (idem, p. 1). Por sua vez, o estudo de Pereira, citado por Menezes (1999), reporta-se a outras finalidades das perguntas, nomeadamente, entre outras: "centrar a atenção dos alunos em aspectos que o professor considera relevantes; provocar efeitos positivos na participação dos alunos (fazê-los falar); promover no aluno uma atitude intelectual menos passiva (fazê-los pensar); e minimizar os efeitos da indisciplina" (p. 8).

A análise do papel da comunicação na educação matemática permite identificá-la como suporte e elemento essencial na aprendizagem, mas existem outros, entre os quais se destacam, pela sua relevância, os materiais manipulativos. Estes constituem recursos que possibilitam a visualização, a concretização, a manipulação e a exploração real, concreta, tridimensional de conceitos e conteúdos e surgem como essenciais porque, como referem Ponte e Serrazina (2000), "os conceitos e relações matemáticas são entes abstractos, mas podem encontrar ilustrações, representações e modelos em diversos tipos de suportes físicos" (p. 116). Ainda segundo estes autores, o recurso a materiais manipulativos pode constituir um poderoso auxiliar na construção de conceitos e também na representação dos mesmos. Embora, segundo Serrazina (1990), exista entre nós " pouca tradição de utilização de materiais em Matemática" (p.1), a autora alerta para o interesse em promover discussão e experiências, entre os professores, sobre a utilização de materiais no desenvolvimento de actividades matemáticas, pois muitos dos professores de Matemática tiveram "poucas oportunidades de manipular materiais ao longo da sua escolaridade" (idem).

Os materiais manipuláveis podem ser de vária ordem, desde o próprio corpo a materiais mais sofisticados. Assim, de acordo com Ponte e Serrazina (2000), podemos dividi-los em diversos grupos: material real, do meio (como as mesas, os lápis e papéis) e instrumento da vida corrente (como os calendários e os relógios); material não estruturado, como materiais recolhidos da natureza (bolotas, folhas, paus...), ou outros materiais recuperados e reutilizáveis; material estruturado existente ou construído com objectivos e finalidades específicas (blocos lógicos, geoplano, material Cuisenaire...); e materiais tecnológicos e informáticos (como calculadora, computador, software e outros recursos digitais). As conclusões do estudo Matemática 2001 (APM, 1998), relativo à utilização de recursos didácticos na abordagem de conteúdos matemáticos, evidenciam que, embora estes sejam escassos, os docentes reconhecem que os alunos aprendem melhor e envolvem-se mais na aprendizagem, em resultado da utilização de materiais manipuláveis. Também Botas e Moreira (2009), no seu estudo envolvendo professores do 1.º Ciclo e analisando a utilização de material didáctico na abordagem de conteúdos matemáticos, assinalam a sua importância no processo de ensino e aprendizagem referindo que "auxilia o aluno na aprendizagem (...)[e] desempenha um importantíssimo papel nas aulas de matemática, porque melhora a compreensão dos conteúdos de forma motivante, permitindo ao aluno construir o seu próprio conhecimento (p. 529).

De acordo com o NCTM (1991), a Matemática deverá ser encarada pelos docentes, como um instrumento do pensamento a ser explorado. Para tal, pretende-se que os alunos:

> Identifiquem, descrevam, comparem e classifiquem figuras geométricas; visualizem e representem figuras geométricas, com atenção especial para o desenvolvimento do sentido espacial; explorem transformações de figuras geométricas; representem e resolvam problemas usando modelos geométricos; compreendam e apliquem propriedades geométricas e relações; desenvolvam uma apreciação de geometria como uma forma de descrever o mundo físico. (NCTM, 1991, p. 189)

Nesse sentido, torna-se imprescindível o recurso a metodologias distintas das tradicionais, como é o caso das metodologias activas, que recorrem à experimentação e à concretização, com o apoio de materiais manipuláveis:

> No início, o ensino da geometria deve ser informal, os alunos devem manipular objectos geométricos, fazer dobragens, cortar, construir e desenhar. A realização dos primeiros desenhos, a sensibilização ao tacto e à vista, a manipulação de objectos adequados permitem familiarizar o aluno com todo o mundo das formas, figuras e movimentos sobre o qual assentam posteriormente os modelos abstractos. Assim a passagem do concreto ao abstracto acontece gradualmente e de forma natural. (Rodrigues & Fernandes, 1995,p. 423)

Deste modo, especialmente no Ensino Básico, Abrantes et al. (1999) consideram que se torna importante o desenvolvimento de competências de visualização espacial. A visualização traduz "a forma como os alunos percepcionam o mundo à sua volta e como conseguem representar, interpretar, modificar e antecipar transformações relativamente aos objectos que os rodeiam" (p. 82). Por sua vez, a visualização é também considerada pelo NCTM (2007), como fundamental no que concerne à interpretação, conhecimento e apreciação do mundo geométrico em que vivemos.

Na faixa etária correspondente aos primeiros anos do Ensino Básico, deverá privilegiar-se uma aproximação à Geometria sobretudo, pela via da exploração e não tanto pela da memorização de vocabulário geométrico. Para o efeito, deverá recorrer-se ao uso de estratégias que possibilitem a diversificação de experiências e se centrem em aspectos informais e intuitivos. Partindo das conversas, conjecturas e teste de hipóteses, as aquisições de conhecimentos tornar-se-ão mais significativas. A este propósito refira-se a importância, no processo de ensino e de aprendizagem, das estratégias adoptadas pelos docentes. Ponte (2005) chama a atenção para tipos de estratégias distintos: de ensino directo e exploratórias. Nas de ensino directo, o professor é o centro de onde dimana o conhecimento, cabendo ao aluno o papel passivo de receptor, a quem cabe apreender as informações, exercitá-las e responder às questões que lhe são colocadas pelo professor. As estratégias exploratórias são activas, centrando a acção educativa no envolvimento dos alunos na sua própria aprendizagem. Para o efeito, são propostas actividades em que os alunos são levados a descobrir, a discutir e, assim, a construir e consolidar os seus conhecimentos.

A natureza das tarefas desempenha um papel importante nas práticas do professor, sendo um factor que imprime uma certa dinâmica em sala de aula e que estimula o aluno no desenvolvimento das suas actividades de aprendizagem. Segundo Viseu (2008), "as tarefas regulam a interacção dos alunos com o professor, o comportamento do aluno na sua aprendizagem e o do professor na abordagem dos conteúdos matemáticos" (p.34). Ponte (2005) considera cinco categorias de tarefas, tendo em atenção o seu propósito, os recursos e os procedimentos a aplicar: exercícios, problemas, investigações, projectos e jogos. Para a APM (1998), uma das tarefas mais frequentes na actividade educativa é a resolução de exercícios. Estes destinam-se a um treino mecânico e repetitivo de conhecimentos formais. Ponte e Serrazina (2004) lembram que "até há bem pouco tempo reinava de modo absoluto o exercício" (p. 9), embora considerem que ultimamente se começou a dar valor à realização de "projectos, actividades de exploração e investigação, jogos [e] tarefas de modelação" (p. 8). Guerreiro et al. (2008), por sua vez, evidenciam a importância da selecção de tarefas fundamentando-se em estudos que apontam a "selecção desadequada" (p. 218), como uma das razões para o desenvolvimento de concepções erróneas sobre conceitos matemáticos.

Para Ponte (2005), a resolução de problemas é uma tarefa que se distancia da resolução de exercícios repetitivos, pois implica um papel activo, dinâmico do aluno. Não se trata de uma compreensão meramente abstracta, traduzida em fórmulas e nos procedimentos da sua aplicação. Pelo contrário, exige do aluno a mobilização de variadas competências, como a discussão, argumentação, raciocínio, entre outras, implicando os alunos, incitando-os à actividade de descoberta. Quanto ao jogo, além da componente de resolução de problemas, está associado o carácter lúdico. Neste caso, o papel do professor será o de ajudante do aluno, procurando assegurar-lhe a construção de aprendizagens significativas e motivando-o a que o faça por si próprio. No entanto, também será importante a valorização do aluno no seu contexto de vida, na sua diversidade e na sua individualidade. Percebe-se, deste modo, que é fundamental, como afirmam Abrantes et al. (1999), promover aprendizagens geométricas baseadas na experimentação e na manipulação. A aprendizagem da Geometria constitui, então, um meio para a criança conhecer o espaço em que se move. Poderá mesmo dizer-se que, como afirma o NCTM (2007), esta "constitui um contexto natural para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de argumentação" (p. 44). É neste contexto que citamos, a título de exemplo, o modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de van Hiele.

Partindo da constatação das dificuldades dos seus alunos face à aprendizagem da Geometria, van Hiele criou um modelo de aprendizagem que Matos (1988) descreve como:

> Gradual, global e construtivo. Gradual, porque pressupõe que a intuição, o raciocínio e a linguagem geométrica são adquiridos gradualmente. Global, porque uma figura ou uma propriedade não são abstracções isoladas mas, antes, estabelecem relações

umas com as outras e pressupõem níveis mais simples ou mais complexos que lhes dão outros significados. Construtivo porque pressupõe que não existe transmissão de conhecimentos, mas antes que o aluno deverá construir ele próprio os seus conceitos. (p. 10)

Explicitando um pouco as grandes linhas deste modelo, refira-se que van Hiele coloca a hipótese de os conteúdos que se requeriam aos alunos iam para além das suas capacidades intelectuais, envolvendo, assim, níveis de pensamento superiores àqueles em que os alunos se encontravam. Nesse sentido, a teoria que desenvolveu procura seguir o evoluir do processamento mental, ao longo de níveis, desde o mais básico, concreto e intuitivo (visualização, ou reconhecimento), até ao mais elevado e abstracto (rigor), embora este seja um patamar de elevado grau de complexidade ao qual nem todos lograrão aceder. Os níveis intermédios são os seguintes: nível de análise (através da observação e experimentação, os alunos identificam os elementos e propriedades das figuras geométricas); nível de dedução informal, ou classificação (a partir do trabalho em torno das definições, começa a desenvolver-se e envolver-se a capacidade de raciocínio formal); e o nível de dedução formal (neste patamar, os alunos são capazes de realizar operações formais, não apenas ao nível da compreensão de raciocínio lógico e de demonstrações teóricas, como de as demonstrar e elaborar).

Segundo esta teoria, cada nível requer os conhecimentos e competências do anterior, sendo fundamental para uma boa progressão o papel do professor na condução do processo de ensino e aprendizagem (conteúdos, materiais e metodologias usadas), de acordo com uma sequência didáctica faseada, que deverá ser desenvolvida em cada um dos níveis supracitados. Essa sequência da aprendizagem compreende as seguintes fases:

1- *Informação*: o professor introduz o vocabulário sobre o assunto a abordar; informa sobre materiais e métodos a utilizar; coloca questões, conversa sobre o tema, envolvendo os alunos e procurando conhecer o seu ponto de partida relativamente ao assunto, de modo a partir das suas experiências prévias;
2- *Orientação guiada*: através de uma sequência de actividades orientadas para os conceitos, o professor procura familiarizar os alunos com os principais elementos do assunto abordado, para que estes descubram, superem dificuldades e apreendam os conteúdos;
3- *Explicitação*: já sem a intervenção directa do professor, procura-se que os alunos debatam ideias sobre o tema, explicitem observações e percursos realizados, usando a verbalização como uma forma de apropriação pessoal dos conhecimentos pelos alunos e de observação dos conhecimentos adquiridos por parte do professor;

4- *Orientação livre*: perante actividades mais complexas que são introduzidas pelo professor, os alunos devem procurar o seu caminho com base nos conhecimentos adquiridos;
5- *Integração*, organização, sistematização e síntese do conhecimento, que contribuirá para a passagem para o nível seguinte do pensamento geométrico.

O recurso às aprendizagens activas e á concretização parece não estar, no entanto, entre as práticas pedagógicas mais usuais, a julgar pelas conclusões de diversos estudos dedicados à análise das estratégias utilizadas pelos docentes na sua abordagem de conteúdos matemáticos com os alunos. Por exemplo, Silva (2008) desenvolveu um estudo acerca das práticas pedagógicas dos docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico no que diz respeito à Matemática, tendo concluído que, relativamente às planificações de aula, muitos docentes seguem as orientações curriculares, embora as preocupações com a aprendizagem pela descoberta e pela discussão não sejam muito enfatizadas. Paralelamente, o manual escolar continua a ser o principal interlocutor do processo de ensino e de aprendizagem e as aulas centram-se na resolução de exercícios.

Também o estudo de Rodrigues (2003) evidencia uma grande diversidade de metodologias a que recorrem os professores. Assim, a investigadora identifica metodologias centradas no professor, mais directivas, expositivas, de resolução de exercícios de aplicação de conhecimentos, mas também metodologias mais activas, que incentivam o trabalho entre os alunos e a concretização, com recurso à realização de algumas experiências. No entanto, estas últimas surgem de forma mais pontual. Este estudo também permite perceber que os docentes variam as suas metodologias em função dos níveis de escolaridade dos alunos. Estas mesmas conclusões são corroboradas pelo estudo de Canavarro (1993), que evidencia a diversidade nos modos como os docentes pensam e entendem a sua actividade pedagógica. Assim, alguns docentes mostram valorizar metodologias activas, incluindo o questionamento; outros centram-se na aquisição dos conteúdos prescritos pelos programas; e outros, ainda, perspectivam a sua actividade num contexto de ensino tradicional, de transmissão de conhecimentos teóricos e de sistematização desses conhecimentos através de exercícios de aplicação. Ponte et al. (1998a) também constatam uma clivagem entre as práticas docentes e o que é preconizado pelas orientações nacionais e internacionais para a abordagem de conteúdos de Matemática e de Geometria com os alunos, continuando o manual escolar a ser o centro do processo de aprendizagem.

O estudo de Boavida (1993), por sua vez, permite perceber a sequência habitual de uma aula no entender de grande número de docentes: início com o enquadramento dos novos conteúdos com o contexto das aprendizagens das aulas anteriores, seguido de uma exposição de novos conteúdos e de subsequentes exercícios de aplicação. Nesta sequência, os recursos didácticos, para além do manual e do quadro de giz, são pouco usados pelos docentes. Como patenteiam os estudos de Serrazina (1993) e Ribeiro (1993) os recursos são usados, muitas vezes, como motivação, mas menos como apoio à concretização na facilitação da compreensão. No entanto, o estudo de Belchior (1994) dá conta que muitos outros docentes perspectivam a sua abordagem de conteúdos geométricos com recurso a metodologias activas, incluindo estratégias de descoberta e confronto de opiniões e resultados susceptíveis de promover e facilitar a compreensão dos conteúdos.

2.5. A formação inicial e contínua no contexto do desenvolvimento profissional dos docentes

A especificidade da sociedade contemporânea reflecte-se no reequacionar da escola e da acção educativa, em geral, e, deste modo, também na Educação Matemática. Especialmente, como refere Loureiro (2004), porque as metodologias e programas curriculares sofreram, nas últimas décadas, alterações muito significativas. Para Gomes et al. (2001), novas exigências são colocadas aos docentes, implicando o desenvolvimento de novas competências:

> O papel do professor como moderador da actividade matemática do aluno, em vez do papel tradicional de expositor, coloca novos desafios e também novas dificuldades (...). Este papel pressupõe uma melhor preparação do professor quer em termos de conteúdos científicos quer em termos de conteúdos pedagógicos. (p. 184)

Tais exigências metodológicas e alterações dos programas geram dificuldades que parecem agudizar-se quando, a somar à operacionalização das novas directivas metodológicas, encontramos uma deficiente formação docente relativa aos conteúdos matemáticos (Gomes et al., 2001). Por isso, a formação inicial não basta, obrigando a uma renovação permanente ao longo da actividade profissional do professor. Porém, a formação inicial precisa de se ajustar às novas necessidades, no sentido de "proporcionar aos futuros professores uma formação Matemática que os prepare para ensinar para a compreensão das ideias e conceitos matemáticos e para o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação" (Loureiro, 2004, p. 89). Também para Pereira, Carolino e Lopes (2007), a profissionalização dos professores deve ser assegurada através de cursos e programas que considerem um leque de competências em consonância com as orientações curriculares actuais e as funções que os professores desempenham nas escolas, e que incluam todas as componentes necessárias à formação científica, pedagógica, didáctica específica e uma componente significativa de prática profissional e de reflexão sobre essa prática.

Gomes e Ralha (2005), ao estudarem o ensino da Geometria no 1.º Ciclo, envolvendo docentes e também futuros professores, identificam "um desconhecimento no mínimo preocupante ao nível do seu conhecimento científico na área de Geometria dita elementar" (p. 19). No mesmo sentido se pronuncia o Relatório Matemática 2001 (APM, 1998), evidenciando a deficiente formação inicial dos professores de 1.º Ciclo no que concerne à Matemática, sobretudo os docentes que fizeram a sua formação profissional em contexto de Magistério Primário, os quais "tiveram uma formação inicial muito precária em Matemática, em questões de educação e em didáctica da Matemática (...) seguindo planos de estudo com uma componente nula ou muito reduzida" (p. 70). Outro estudo, realizado por Fonseca, Lopes, Barbosa, Gomes e Dayrell (2002) evidencia uma clara discrepância entre o nível de conhecimentos de docentes relativamente a conteúdos de Geometria e a conteúdos de outros temas da Matemática.

Quanto aos docentes que fizeram essa formação em contexto de escolas superiores de educação, todavia, a situação pode não ser muito diferente. De facto, havendo a possibilidade de opção por variantes diversas, professores há que optaram por outras que não a Matemática (Educação Física, Inglês, Português...), recebendo, assim, uma formação reduzida na área da Matemática (APM, 1998). Outros estudos corroboram estas afirmações acerca das lacunas ao nível do conhecimento científico do conteúdo dos docentes de Matemática. É o caso do estudo de Matos (1985) acerca do nível das competências geométricas de futuros professores à luz da Teoria de van Hiele, no qual se percebe que uma boa parte dos participantes no estudo não atingiam, ou não ultrapassavam o nível 2. Ora, segundo Ponte et al. (1998a), "o nível 2 seria suficiente para ensinar de forma "mecanizada" os conteúdos geométricos do currículo português do 1.º Ciclo, enquanto o nível 3 seria necessário para um ensino responsável desses mesmos conteúdos" (p. 163). Neste mesmo sentido vai a investigação de Belchior (1994), realizada na década seguinte, na qual são visíveis algumas alterações quanto ao nível do conhecimento dos conteúdos geométricos. Embora seja de ter em linha de conta que o estudo de Matos (1985) envolveu futuros professores e o estudo de Belchior (1994) envolveu docentes em exercício, é de notar ter subido um pouco o nível de conhecimentos, embora não seja de ignorar a existência de lacunas nesses conhecimentos, nomeadamente erros em problemas geométricos.

A mudança curricular ocorrida no início dos anos 90 aconteceu, essencialmente, em termos de orientações curriculares e, como refere a APM (1998), não foi acompanhada "por um movimento adequado de formação de professores, nem pela criação, nas escolas, das condições que os novos programas requerem" (p. 2). Ainda assim, os novos programas de Matemática, elaborados no âmbito da reforma educativa, introduzem alterações significativas e em diversos domínios: incluem inovações ao nível das opções metodológicas, diversificam os conteúdos de aprendizagem, integram novos temas e destacam outros.

Quanto à formação posterior, também era escassa e dispersa até 2005 e, em certos casos, segundo Blanco e Mellado (1999), até contraproducente, porque "a metodologia tradicional utilizada em centros de formação reforça as crenças e papéis dos professores" (p. 19). Estas mesmas conclusões são mencionadas pela APM (1998), reportando-se, concretamente, à formação contínua dos professores do 1.º Ciclo, para referir que a maioria dos professores desse nível não havia frequentado nenhuma acção de formação relativa ao actual programa de matemática. Também é salientado que a formação contínua disponível não tinha, na altura, na maior parte dos casos, qualquer utilidade ou interesse para os professores, os quais, aparentemente, só as frequentavam com o intuito de obter créditos necessários à sua progressão na carreira.

Assim, em 2005, por Despacho conjunto dos Ministérios da Educação e da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior, n.º 812/2005, foi deliberado proceder a formação específica na área da Matemática para os docentes do 1.º Ciclo com vista a "melhorar os níveis de sucesso dos alunos na disciplina" (p. 15090). Este designado 'Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico' inclui o tema de Geometria. De acordo com Mamede, Ferreira, Vieira, Cadeia e Carvalho (2009), este programa – que inclui sessões de trabalho e também acompanhamento dos professores nas suas salas de aula – tem tido resultados positivos ao nível das práticas docentes. Nele, os docentes são desafiados, entre outros, para o tema da Geometria, para o recurso aos materiais manipuláveis e para a utilização de metodologias activas, abrangendo, também, os variados conteúdos geométricos:

> Ao longo do ano, os formandos participam em sessões conjuntas sobre geometria no plano e no espaço, em que se procuram clarificar dúvidas e promover o conhecimento matemático neste domínio. Nestas sessões procura-se ainda planificar tarefas que fomentem o desenvolvimento das capacidades transversais nos alunos no âmbito da Geometria. (p. 277)

Outra questão que se coloca ao processo de formação, quer inicial, quer contínua, passa pela herança escolar dos docentes e da sua própria individualidade. Convém não esquecer que os professores tiveram um longo período de escolarização como alunos de Matemática nos ensinos básicos e secundário e ainda como estudantes para professores, desenvolvendo neles crenças e imagens sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. Blanco e Mellado (1999) reforçam esta opinião afirmando que "as concepções e crenças dos estudantes são muito estáveis e sofrem muito poucas alterações durante a formação inicial para professores" (p. 19). O mesmo é referido por Almiro (1999), para quem "o que os professores pensam, o que acreditam e o que fazem na aula é o que, em última estância, condiciona a aprendizagem dos alunos" (p. 25). Esta situação é analisada, entre outros, por Fernandes (1995) e Ponte (1992). Fernandes (1995) refere-se expressamente às dificuldades inerentes ao processo de formação, uma vez que os resultados esperados podem não ser atingidos devido à individualidade dos formandos:

> As ideias pessoais (concepções, perspectivas, visões) dos futuros professores acerca da natureza da Matemática, do seu ensino e da sua aprendizagem (...) não são fáceis de mudar. Todos têm já ideias mais ou menos estabelecidas acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática, acerca do que é ser bom ou mau professor ou acerca da organização das escolas. (Fernandes, 1995, p. 182)

Fonseca et al. (2002), por sua vez, realçam a preocupação do desfasamento entre as propostas apresentadas nas acções de formação e as práticas docentes subsequentes, referindo que "apesar de certo entusiasmo demonstrado pelos professores em relação às novas metodologias, as repercussões em sala de aula não se fazem sentir prontamente" (p. 50). Nesse sentido, as autoras afirmam a necessidade de que a formação vá para além da mera sugestão de actividades e estratégias inovadoras, preocupando-se com a reflexão e o questionamento acerca das concepções dos docentes: "um repensar das concepções desse ensino, do conteúdo a ser abordado e da intencionalidade e viabilidade de aplicação dos recursos didácticos à sua disposição" (p. 51). Também Loureiro (2004) se debruçou sobre esta questão. Nas conclusões do seu estudo sobre formação de professores, esta investigadora refere-se às expectativas dos docentes quanto à formação que realizam: pretendem sugestões e propostas que possam acomodar às suas próprias concepções metodológicas, mas, na generalidade, não estão abertos à mudança, ou ao questionamento das suas concepções pessoais acerca do processo de ensino e de aprendizagem.

Ponte (1992), por seu lado, parte dessas mesmas constatações, mas encontra uma dificuldade acrescida, que tem a ver com a cultura de escola e da profissionalidade docente que não é passível de mudança a curto prazo e que implica a necessidade de um conjunto de medidas sistemáticas e organizadas ao nível político, da organização das escolas e também da formação. No entanto, esta não se pode ficar por propostas de curta duração, ou relacionadas com aspectos mais superficiais, porque os professores precisam de entender a importância da Educação Matemática para também eles a valorizarem e conseguirem transmitir essas representações aos seus alunos conjuntamente com os seus conhecimentos dos conteúdos:

> Ela terá de incluir conhecimento da natureza e papel das experiências matemáticas dos alunos (...) da relação entre a Matemática e a realidade e do papel de processos de pensamento específicos (...). A formação tem de basear-se nas práticas mas não se pode limitar a estas. (Ponte, 1992, p. 230)

Borralho e Espadeiro (2004) reforçam a perspectiva de Ponte chamando a atenção para a especificidade da formação Matemática dos docentes no que diz respeito à formação científica em termos de conhecimentos de conteúdos matemáticos, mas também à formação pedagógica, em termos de conhecimentos de adequação desses conhecimentos matemáticos à sua abordagem com os alunos. Pereira et al. (2007) reportam-se, também, a esta mesma problemática. Na sua perspectiva, "a formação inicial de professores não induz apenas a constituição de perfis profissionais, mas integra também concepções sobre a sociedade, a política e a cultura que importa desocultar" (p. 215).

O conceito de formação é discutido por Borralho e Espadeiro (2004), podendo remeter-se, entre outras situações, a uma preparação para o exercício de uma actividade, assumindo uma "função social de transmissão de saberes" (p. 279) e que, neste caso, poderemos designar como formação inicial. Pode, também, ser entendido como uma formação posterior à inicial, reportando-se, então, o conceito a um "processo de desenvolvimento e estruturação da pessoa" (idem). De facto, como referem os autores (Borralho & Espadeiro, 2004), este conceito implica "desenvolvimento humano [e] relaciona-se com a vontade de formação" (idem, p. 280). Por sua vez, Ribeiro (1993) considera que a formação inicial é insuficiente, considerando uma formação posterior que contemple:

> O conjunto de actividades formativas de professores que vêm na sequência da sua habilitação profissional inicial e do período de indução profissional (quando existe), e que visa o aperfeiçoamento dos seus conhecimentos, aptidões e atitudes profissionais em ordem à melhoria da qualidade da educação a proporcionar aos educados. (p. 128)

De facto, embora o aprofundamento e a reflexão sejam inerentes ao profissional que se dedica, que investiga e que reflecte, os tempos actuais recontextualizam a formação e o desenvolvimento profissional, contribuindo para uma maior consciência da necessidade de permanente actualização de conhecimentos, renovação e mudança nos saberes instituídos e, sobretudo, do seu questionamento. Como assinala Ribeiro (1993), a importância de uma continuidade no processo de formação é tal que leva a concebê-la como um estado de permanência, desde o próprio momento da formação inicial – sendo a formação inicial e contínua, momentos de um todo indissociável. Atente-se, porém, na especificidade dos modos de formação docente, estritamente ligados, não apenas a um tempo, como a um espaço específicos, mas, também, à individualidade dos professores:

> A natureza do ensino exige que os professores se empenhem num desenvolvimento profissional contínuo, ao longo de toda a carreira, mas as circunstâncias, as suas histórias pessoais e profissionais e as disposições do momento irão condicionar as suas necessidades particulares e a forma como estas poderão ser identificadas. (Day, 2001, p. 16)

Para além das directivas que lhes são colocadas – como, por exemplo, em função do perfil de desempenho docente, Decretos-Lei n.º 240/2001 e n.º 241/2001, ou do Currículo Nacional –, cada docente tem conhecimentos distintos e distintas dificuldades, esperando e procurando uma formação, também, distinta. Esta realidade aplica-se, do mesmo modo, ao desenvolvimento profissional dos professores em relação à Matemática, ainda que as Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 1991) dimanem as suas orientações, das quais se destaca:

- experimentar cuidadosamente abordagens e estratégias alternativas nas suas aulas;
- reflectir sobre a aprendizagem e o ensino, quer individualmente, quer com colegas;
- participar em seminários, cursos e outras oportunidades educacionais específicas para a matemática;
- participar activamente na comunidade profissional dos educadores de matemática; ler e discutir ideias apresentadas em publicações profissionais;
- discutir com colegas questões relativas à matemática e ao seu ensino e aprendizagem;
- participar na proposta, elaboração e avaliação de programas para o desenvolvimento profissional especifico para a matemática;
- participar nos esforços desenvolvidos pela Escola, pela comunidade e a nível político, para conseguir uma mudança positiva na Educação Matemática;
- Escolas e distritos escolares devem apoiar e encorajar os professores a assumir estas responsabilidades. (p. 175)

Sintetizando, neste documento afirma-se um posicionamento activo do professor em busca dos melhores caminhos para desempenhar a sua tarefa educativa. Entre esses caminhos, como já foi referido, está a preocupação com a opção metodológica, com a selecção de estratégias e de materiais susceptíveis de contribuir para motivar e cativar os alunos, tendo em vista maximizar a sua aprendizagem.

A nível nacional, as preocupações com a qualidade e adequação da actividade docente têm-se traduzido em numerosos estudos, incluindo os mais específicos em torno dos docentes do 1.º Ciclo e, muito concretamente, do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Este interesse deriva, segundo Almiro (1999), "muito em especial, do reconhecimento do seu papel essencial nas mudanças que é importante realizar nos processos pelos quais esta disciplina é ensinada nas nossas escolas" (p. 25). Gomes e Ralha (2005) concordam com esta mesma perspectiva, mas justificam, também, a importância da formação dos docentes do primeiro ciclo com a abrangência da sua acção educativa que implica, por isso mesmo, uma maior abrangência da formação e, ainda, com uma outra razão fundamental: o carácter marcante das primeiras aprendizagens na formação dos indivíduos ao longo da vida. São, de facto, os docentes deste nível de ensino os responsáveis pela formação de base dos alunos em termos de conhecimentos e que, depois, irão constituir, por sua vez, as suas representações de Matemática:

> 1. Os responsáveis pelo início de um período, mais ou menos longo, de aprendizagens matemáticas que se caracterizam pela dependência das etapas anteriores, isto é, é inesquecível a natureza intrínseca do currículo matemático enquanto currículo a longo prazo.
> 2. Quem, no seu dia-a-dia profissional, lida efectivamente com as mensagens matemáticas básicas mas fundamentais. (Gomes & Ralha, 2005, p. 3)

Deste modo, facilmente se percebe a importância e as preocupações das políticas educativas para com a formação dos docentes deste nível de ensino, convertendo-a "num dos aspectos fundamentais de qualquer sistema educativo" (Almiro, 1999, p. 25). No entanto, este autor também reforça as preocupações acerca da formação que é ministrada:

> Essa formação pode e deve ser encarada numa perspectiva de desenvolvimento profissional, em que os professores passam a ser considerados profissionais com potencialidades diversas, que importa descobrir, valorizar e ajudar a desenvolver, deixando de ser vistos como meros recipientes onde são colocados conhecimentos respeitantes às disciplinas ou a questões de ordem pedagógica. (idem)

Por sua vez, Nóvoa (1995) chama a atenção para um objectivo crucial da formação, sem a qual ela não tem validade, enquanto agente de mudança das práticas, mas, sobretudo, das concepções metodológicas dos docentes. É essencial que os docentes assumam uma posição de auto-análise e reflexão, no sentido de perceberem as suas lacunas e necessidades formativas e, deste modo, serem capazes de procurar e realizar a formação adequada. Assim, considera que a "a formação deve estimular uma perspectiva crítica-reflexiva, que forneça aos professores os meios de um pensamento autónomo e que facilite as dinâmicas de autoformação participada" (p. 25) e, nesse sentido, deve ser construída "através de um trabalho de reflexividade crítica sobre a prática e de (re)construção permanente de uma identidade pessoal" (idem), que é também a necessidade do profissional se sentir comprometido em intervir na realidade e sentir-se preparado para fazer escolhas metodológicas, procedimentos didácticos e modelos científicos.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Neste estudo pretendeu-se averiguar os conhecimentos e representações que professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico de um núcleo de um agrupamento de escolas do distrito de Braga têm sobre conteúdos de Geometria abordados neste nível escolar. Atendendo à natureza das questões que orientam esta investigação, recorreu-se a métodos e técnicas habitualmente relacionados com o paradigma qualitativo e a outros habitualmente relacionados com o paradigma quantitativo. Esta posição metodológica poderia ser considerada uma situação anómala, ou menos correcta, do ponto de vista da dicotomia e distanciamento tradicionalmente referidos entre estes paradigmas. Na actualidade, porém, como refere Sanches (2005), ao nível paradigmático, emerge uma nova corrente que evidencia as vantagens da articulação entre os diversos paradigmas e de uma complementaridade de estratégias conotadas com as diversas correntes epistemológicas, tendo como objectivo central servir a investigação. Pérez Serrano (cit. por Coutinho, 2007) advoga a necessidade dos investigadores se libertarem da "rígida couraça dos paradigmas" (p. 93), enquanto, para Estrela (cit. por Pacheco, 1993), "o problema terá de ser posto de forma radicalmente diferente: as necessidades de inteligibilidade do real deverão orientar o processo da investigação" (p. 16). Afirma-se, pois, que as metodologias não podem ser encaradas de uma forma rígida, estanque, ou exclusiva, podendo o investigador, de acordo com os objectivos da investigação, recorrer ao contributo de elementos característicos de várias delas, como assinala Pérez Serrano (cit. por Coutinho, 2007):

> A opção por um paradigma determinado não é exclusiva da metodologia de investigação escolhida, que não se contradizem, mas antes se complementam;
> - Se um investigador vai empreender uma investigação qualitativa, não implica que tenha de assumir todos os atributos do paradigma em questão;
> - Os métodos quantitativos e qualitativos podem aplicar-se conjuntamente, segundo as exigências da situação a investigar. (...) A ciência vale-se de todos os métodos, porque lhe proporcionam uma visão mais ampla da realidade, ou seja, como dizíamos antes, não se contradizem antes se complementam. (p. 95)

Centra-se, então, a decisão quanto às metodologias, métodos e estratégias no objecto do estudo. Como refere Coutinho (2007), "o que deve determinar a opção metodológica do investigador não será a adesão a uma ou outra metodologia, a um ou outro paradigma, mas o problema a analisar" (p. 95). Trata-se de ponderar sobre o que se pretende com a investigação, qual a problemática que a gerou – o que precisamos de conhecer melhor.

Partindo destas considerações, importa proceder a uma breve descrição do estudo, evidenciando, simultaneamente, os métodos e técnicas dedicadas a cada uma das fases da investigação.

3.1. Opções metodológicas

De acordo com a natureza do objectivo e das questões de investigação, este estudo segue uma abordagem predominantemente qualitativa, embora integre componentes da investigação quantitativa, sobretudo no tratamento dos dados recolhidos na primeira fase da investigação. Estas componentes surgem na forma de dados numéricos, frequência absoluta, com o propósito de analisar, descrever, comparar e interpretar os processos de resolução que os professores inquiridos dão às questões de um questionário e de um teste sobre conhecimentos e representações de conteúdos de Geometria. De acordo com Cook e Reichardt (1986), enquanto a metodologia quantitativa se preocupa em "medir os resultados numericamente, a perspectiva qualitativa dá primazia aos factos observados, interpretando-os e compreendendo-os no contexto global em que se produzem" (p. 20). Com este propósito, apresentam-se as justificações que os professores dão às suas respostas. Tal permite compreender o significado que dão às suas acções, o que, segundo, Bogdan e Biklen (1994), caracteriza a abordagem qualitativa.

Esta abordagem torna-se mais nítida na segunda fase da investigação, através da realização de dois estudos de caso centrados em duas docentes do 1.º Ciclo (Ana e Inês) do referido núcleo. Estes estudos de caso tiveram como objectivo compreender melhor, de uma forma mais pormenorizada, os conhecimentos e representações que estas docentes têm sobre conteúdos de Geometria, bem como analisar a sua possível influência na posterior abordagem dos mesmos com os seus alunos, embora sem pretensão de generalizar os resultados obtidos. Para tal, procedeu-se à observação de aulas das docentes, que foi complementada pela realização de uma entrevista individual a cada uma delas. Deste modo, recorreu-se a uma abordagem qualitativa de tipo interpretativo para compreender os significados que as duas professoras dão às acções em que se envolvem (Bogdan & Biklen, 1994).

A metodologia de tipo interpretativo é referida por diversos autores como uma abordagem que procura compreender e explicar uma dada realidade com base na análise de um conjunto concreto e específico de informações e dados observados. É, como referem Gómez, Flores e Jiménez (1999), um “conhecimento construído” que procura compreender “as complexas interrelações que se dão na realidade” (p. 34) e que, na perspectiva de Estrela (1994), resulta da “construção de interpretações das acções do indivíduo em situação” (p. 22). Também para Patton (1987) a “interpretação envolve atribuir sentido e significado à análise, examinando padrões descritivos e procurando relações e conexões entre dimensões descritivas” (p. 144). Esta construção de interpretações realiza-se, de acordo com Spindler e Spindler (citado por Gómez et al., 1999), a partir da observação directa, a qual nos possibilita recolher valores, ideias e práticas. Também Estrela (1994) refere que a observação “tem como objectivo fixar-se na situação em que se produzem os comportamentos, a fim de obter dados que possam garantir uma interpretação ‘situada’ desses comportamentos” (p. 18).

Destes pressupostos percebe-se que é determinante o “papel pessoal do investigador” (Gómez et al., 1999, p. 34), o qual, desde o começo da investigação, “interpreta os sucessos e acontecimentos” (idem). Nesta perspectiva, percebe-se, igualmente, segundo Gómez et al. (1999), a fragilidade deste tipo de investigação, uma vez que a subjectividade do investigador pode colocar em causa a credibilidade da mesma: “os investigadores baseiam-se essencialmente na intuição; os observadores colocam a sua atenção no reconhecimento de sucessos relevantes; entende-se que o investigador está sujeito a interacção” (p. 35). Ora, de acordo com Patton (1987), uma investigação qualitativa não pode realizar-se pela via do facilitismo:

> A validade e credibilidade dos dados qualitativos depende em grande parte das competências metodológicas, sensibilidade e treino do avaliador. Uma observação sistemática e rigorosa envolve mais do que apenas estar presente e olhar em volta. Uma entrevista competente implica muito mais do que apenas colocar questões. A análise de conteúdo requer consideravelmente mais do que ler para ver o que está lá. Realizar uma avaliação de dados qualitativa útil e credível a partir da observação, da entrevista e análise de conteúdo exige disciplina, conhecimento, treino, prática e trabalho árduo. (p. 8)

No sentido de evitar e contrariar possíveis fugas à necessária objectividade, colocados pela posição do investigador, este tipo de abordagem socorre-se de um conjunto de medidas. Para Gómez et al. (1999), uma dessas medidas passa pelo recurso a uma descrição detalhada susceptível de permitir a “recolha de dados que informem sobre a particularidade das situações, permitindo uma descrição exaustiva e densa da realidade concreta objecto da investigação” (p. 35). Como refere Patton (1987), é preferível uma boa descrição ao uso indiscriminado de instrumentos qualitativos de qualidade e rigor duvidosos. Outras medidas são, ainda, consideradas, neste contexto, como é o caso da apresentação dos suportes utilizados na observação, como por exemplo as transcrições das observações gravadas em vídeo.

Na presente investigação, a abordagem interpretativa adoptou uma metodologia de estudo de caso. Esta metodologia oferece uma abordagem passível de consentir a investigação pormenorizada e em profundidade do tópico em análise – representações e conhecimentos dos docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico, relativamente a conteúdos de Geometria: um estudo em torno da sua influência na abordagem na sala de aula. O estudo de caso é caracterizado por Bogdan e Biklen (1994) como "a observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos, ou de um acontecimento específico" (p. 89). Também Yin (1993) refere que "os estudos de caso constituem o método de pesquisa adequado na busca de relações causais em fenómenos sociais (...) [e] quando o investigador pretende abranger um determinado fenómeno no contexto em que este ocorre" (p. 31). Deste modo, pode afirmar-se que, como refere (Yin, 1994), os estudos de caso podem contribuir para compreender fenómenos sociais complexos, constituindo uma "estratégia privilegiada quando (...) o investigador tem pouco controlo sobre os acontecimentos e quando o foco está sobre fenómenos contemporâneos localizados em contextos da vida real" (p. 1). Ponte (1994) reporta-se ao estudo de caso como "uma investigação que se assume como particularista, isto é, debruça-se deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico" (p. 3). Por sua vez, para Denny (cit. por Gómez et al., 1999), o estudo de caso constitui "um exame completo ou intenso de uma faceta, de uma questão ou dos próprios acontecimentos que têm lugar num determinado marco geográfico e num espaço de tempo concreto" (p. 91). Em resumo, na diversidade que pode constituir o estudo de caso como método de investigação qualitativa, ainda assim não deixa de constituir um "exame detalhado, compreensivo, sistemático e em profundidade do caso objecto de interesse" (Gómez et al., 1999, p. 92).

3.2. Participantes

São participantes nesta investigação, em primeiro lugar, o investigador, como observador. Quanto aos demais participantes, foram, numa primeira fase, a totalidade dos 14 docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico de um dos núcleos de um agrupamento de escolas, designados por Pi, com i a tomar valores naturais de 1 a 14. Numa segunda fase, de entre estes catorze docentes inquiridos, foram seleccionados dois docentes tendo em conta alguns critérios. Estes critérios relacionam-se com limitações de tempo e de horários que se prendem com o facto de o investigador ser, simultaneamente, docente e não haver muita disponibilidade de tempo para alargar o estudo de caso a mais do que dois docentes. Relacionam-se, também, com o interesse de que sejam contemplados no estudo todos os anos de escolaridade do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Finalmente, relacionam-se, ainda, com a necessidade de limitar as variáveis a considerar na investigação aos docentes e não ao seu local de trabalho. Foram, por conseguinte, critérios de selecção dos casos: (1) docentes que leccionem num mesmo estabelecimento do núcleo do agrupamento onde decorreu a primeira fase do estudo e que se encontrem próximos da escola onde lecciona o investigador; e (2) docentes que leccionem, cada um deles, uma turma composta por dois anos de escolaridade distintos. Como resultado, foram seleccionadas as docentes Ana e Inês, ambas colocadas numa dada escola do referido núcleo participante na primeira fase do estudo e cujas turmas são compostas por dois anos de escolaridade distintos – Ana lecciona o primeiro e segundo anos e Inês o terceiro e o quarto anos de escolaridade.

3.3. Métodos de recolha de dados

Definida a metodologia, torna-se necessário proceder à recolha de dados, que é assim entendida por Gómez et al. (1999):

> Recolher dados não é senão reduzir de modo intencional e sistemático, mediante o emprego dos nossos sentidos ou de um instrumento mediador, a realidade natural e complexa que pretendemos estudar a uma representação ou modelo que nos resulte mais compreensível e fácil de tratar. (p. 142)

Passou-se, então, à definição dos métodos de recolha de dados e à selecção das técnicas mais adequadas, quer para a recolha quer, depois, para o tratamento das informações obtidas. No sentido de levar a cabo a primeira parte da investigação, como já foi referido, recorreu-se à elaboração de um teste diagnóstico centrado nos conteúdos do programa de Geometria do 1.º Ciclo do Ensino Básico, complementado por um inquérito por questionário, ambos respondidos pelos docentes que, para o efeito, se reuniram nas diversas escolas do núcleo, num mesmo dia.

A segunda fase investigativa, dedicada aos estudos de caso, pretendia perceber como era feita a abordagem dos conteúdos de Geometria com os alunos, através da observação da prática dos docentes envolvidos. Deste modo, recorreu-se à observação de aulas apoiada pela vídeo gravação e pela sua subsequente transcrição. Recorreu-se, também, a uma entrevista individual a cada uma das docentes, realizada após a conclusão da totalidade das observações de aulas.

3.3.1. Questionário

Procurando caracterizar melhor este método de recolha de dados, Yin (2001) considera que as entrevistas e os questionários servem objectivos similares, com a vantagem de que estes últimos dispensam a presença do investigador – facto que pode ser uma vantagem a considerar, quando factores como dificuldades de tempo ou de distância entre o investigador e os inquiridos carecem de ser equacionados. Ainda de acordo com o mesmo autor, os questionários são constituídos por uma listagem de questões que podem ser mais ou menos estruturadas, bem como mais abertas à diversidade de respostas dos inquiridos, ou, pelo contrário, de resposta mais sintética e directa. Por outro lado, Gómez et al. (1999) assinalam que o recurso ao inquérito por questionário constitui

> Uma forma de pesquisa caracterizada pela ausência do investigador (...) na qual as perguntas estabelecidas de antemão se colocam sempre na mesma ordem e se formulam com os mesmos termos (...) sobre a base de um formulário previamente preparado e estritamente normalizado. (p. 186)

Por sua vez, Cohen e Manion (1990) consideram que o questionário é uma técnica que hoje em dia é muito empregue em pesquisas quantitativas, por investigadores que estudam as mais diversas áreas e temáticas, nomeadamente quando se pretende proceder à recolha de informação com o objectivo de obter respostas de modo a que o investigador possa descrevê-las, compará-las e relacioná-las.

Em função dos objectivos da investigação, optou-se, na primeira fase, como método de recolha de dados, pela distribuição de um questionário (Anexo IV) a ser preenchido pela totalidade dos docentes que participaram na investigação. Pretendeu-se, assim, conhecer as representações dos docentes face a conteúdos da Geometria, bem como a sua memória pessoal sobre a formação inicial e contínua dedicada à Geometria. Pretendeu-se, também, elencar as formas como os docentes que participam neste estudo percebem e analisam a sua abordagem da Geometria na sala de aula. Depois da parte relativa à caracterização dos docentes – onde se incluíam questões fechadas relativas, por exemplo, ao tempo de serviço, ao tipo da sua formação inicial (no ensino secundário, opção pela área de ciências ou de humanísticas), ou dedicadas a conhecer possíveis momentos de formação contínua específica relativa ao tema da Geometria – a segunda parte do questionário envolveu a colocação de questões abertas, cujas respostas pretendiam obter uma perspectiva clara das representações dos docentes inquiridos sem que houvesse qualquer condicionamento. Evitou-se, assim, a formulação pelo investigador de quaisquer afirmações susceptíveis de orientar ou direccionar as respostas, como é o caso, por exemplo, nos questionários com questões semiabertas, ou fechadas, em que se solicitam comentários a afirmações, ou a selecção e seriação de ideias por grau de importância (Patton, 1987). Ainda de acordo com este autor, "as questões abertas permitem-nos um conhecimento do mundo como é visto pelo respondente" (Patton, 1987, p. 11), o que fazem com que "as narrativas das questões abertas sejam tipicamente destinadas a fornecer um fórum para elaborações, explanações, significados e novas ideias" (idem, p. 11).

3.3.2. Teste diagnóstico

O inquérito por questionário foi complementado por um teste diagnóstico (Anexo V) individual resolvido pelos 14 docentes. Este teste inscreve–se numa metodologia de avaliação educacional diagnóstica, cuja finalidade habitual é averiguar o nível de conhecimentos a fim de poder, de seguida, planear e organizar aprendizagens subsequentes – o que, não fazendo parte dos objectivos da presente investigação, poderá, ainda assim, constituir ponto de partida para investigações futuras. Trata-se, pois, como refere De Ketele (cit. por Figari, 1996), de uma "avaliação antes da acção" (p. 99). Também Stufflebean, igualmente citado por Figari (op. cit.), se reporta a este tipo de avaliação para referir que constitui uma "avaliação de contexto que define o ambiente em causa (...), identifica as necessidades a satisfazer (...), diagnostica os problemas que impedem que essas necessidades sejam satisfeitas" (p. 99).

Foi este, também o duplo objectivo considerado ao recorrer ao teste diagnóstico: conhecer as representações dos docentes, mas, igualmente, detectar os pontos essenciais das suas dificuldades quanto aos conhecimentos de Geometria. Pretendia-se aliar a compreensão das representações dos docentes quanto aos seus conhecimentos e tendências para a Geometria ao levantamento objectivo do seu nível de conhecimentos, de modo a cruzar informações, obtendo, assim, uma imagem mais clara das representações e conhecimentos dos docentes quanto à Geometria. Tratava-se, no entanto, de ir mais além procurando, também, em função das respostas dadas, identificar o seu nível de conhecimentos susceptíveis de serem colocados ao serviço do processo de ensino e de aprendizagem da Geometria com os seus alunos. Não se pretendia sujeitar os inquiridos a um teste similar àqueles que os alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico estão habituados, nem de nível universitário, mas sim um teste onde fosse possível aferir e perceber que conhecimentos de aplicação prática na sala de aula os docentes possuem.

A estrutura do teste diagnóstico foi devidamente organizada. Assim, no sentido do rigor científico, da clareza das questões e do seu ajustamento à realidade a observar, foi realizado, antecipadamente, um pré-teste que foi analisado por dois especialistas do âmbito da educação Matemática. Este pré-teste foi respondido por alguns docentes de vários agrupamentos, os quais em muito contribuíram para ajudar a clarificar e a reformular as questões que o estruturavam e também a eliminar algumas questões. Desta maneira, passou-se de um total de quinze questões, no pré-teste, para um total de nove, no teste apresentado aos docentes participantes no estudo.

A sua estrutura incluiu uma parte inicial, de apresentação, onde se incorporou o objectivo principal do trabalho e os agradecimentos pela colaboração prestada. Quanto ao corpo do teste, todas as questões reportavam-se a conteúdos de Geometria inscritos no programa actual (cuja edição mais recente é de 1998, mas que se encontra em vigor desde 1990), sendo que algumas delas foram retiradas de manuais e documentos em circulação, incluindo os relatórios PISA 2000 e PISA 2003. Estas questões foram seleccionadas, também, por possibilitarem o recurso a diferentes estratégias de resolução, diferentes abordagens da Geometria, a articulação directa com o quotidiano e, também, a sua associação a diferentes áreas do saber. Nesse sentido, houve a preocupação de não colocar quaisquer limitações aos docentes para a resolução do teste, sendo, inclusivamente, informados que poderiam recorrer a quaisquer instrumentos ou estratégias. No entanto, foi-lhes solicitado que apresentassem as fundamentações necessárias de modo a justificarem as suas respostas.

Uma descrição detalhada das questões do teste e da sua intencionalidade será apresentada na secção correspondente ao tratamento de dados do mesmo, por se considerar que tal possibilita uma visão comparativa mais facilitada. Este instrumento é constituído por 9 questões de resposta aberta, que realçam noções sobre conteúdos da Geometria, adaptadas de diferentes autores (Abrantes, 1999; Ceia, Cebola, & Pinheiro, 1998; Cruz, Luís, Bartolo, Gaspar, Serrazina & Ribeiro, 2002; Martins, 2008; GAVE 2002) que visaram identificar os conhecimentos e as representações que professores do 1.º Ciclo de um dado núcleo de agrupamento de escolas têm sobre esses conteúdos.

Um conceito que se pretendeu analisar na questão 1 foi a noção de figura padrão e os processos de construção de uma pavimentação. Outra noção que se pretendeu averiguar foram as propriedades geométricas, relativa à mediatriz de um segmento de recta, na questão 2, e aos quadriláteros, na questão 3. Também se procurou analisar relações entre perímetros e áreas de figuras semelhantes, na questão 4, e a variação de volumes de sólidos, nas questões 6 e 7. A questão 5 analisa igualmente a noção de área mas com base num processo que permita estimar o seu valor. Finalmente, nas questões 8 e 9 pretendeu-se perceber a capacidade de visualização dos professores no plano e no espaço.

3.3.3. Observação de aulas

A observação de aulas inscreve-se na segunda fase da investigação, dedicada aos estudos de caso de Ana e Inês. A observação de aulas é entendida por Vieira (1993) como uma estratégia de recolha de informação crescentemente valorizada no campo da investigação, com diversas potencialidades, entre as quais o próprio desenvolvimento profissional do professor. Para Yin (2001), a observação de aulas constitui uma técnica de recolha de dados que nos permite reunir informações directas sobre os comportamentos dos participantes – no nosso caso, trata-se de reunir informações acerca das práticas docentes e inferir, com base nelas, os conhecimentos e as representações das docentes envolvidas. A observação é sempre realizada no terreno, onde a acção acontece (Patton, 1987), podendo ser realizada numa perspectiva participante ou não participante. No caso da presente investigação, tratou-se de uma observação não participante.

Com este método de recolha de dados, pretende-se, de modo similar ao teste diagnóstico, identificar os conhecimentos de duas professoras em relação a conteúdos da Geometria, mas a um nível mais aprofundado e detalhado. Procura-se, também, perceber a forma como estas professoras abordam e desenvolvem o tema da Geometria em contexto de sala de aula, bem como perceber até que ponto existirão conexões entre essa acção educativa e as suas representações e tendências pessoais face ao tema da Geometria na Educação Matemática. Como técnicas de suporte da observação de aulas, usamos a vídeo gravação a partir da qual se realizou a transcrição de extractos considerados relevantes de cada aula, assim como algumas gravuras elucidativas de diferentes situações da prática de cada docente em contexto de sala de aula.

As gravuras foram recolhidas a partir da vídeo gravação. Embora tenham sido tratadas com auxílio de um programa de imagem, nem sempre se conseguiu que apresentassem a melhor qualidade. Todavia, optou-se por mantê-las por se considerar um elemento importante na ilustração de momentos específicos das aulas observadas.

3.3.4. Entrevista

A entrevista é definida por Bogdan e Biklen (1994) como "uma conversa intencional, geralmente entre duas pessoas (...) dirigida por uma das pessoas, com o objectivo de obter informações sobre a outra" (p. 134), sendo usada não para conhecer o próprio indivíduo, mas para tomar o indivíduo como amostra de uma dada comunidade (Poirier, Clapier-Valladon & Raybaut, 1995). Para o efeito, segundo Bogdan e Biklen (op. cit.) pode optar-se entre uma entrevista estruturada, directiva, uma entrevista semi-estruturada (guiada). Explicitando cada um destes tipos, refira-se que, na primeira (estruturada), são colocadas numerosas perguntas directas visando obter respostas igualmente directas e possibilitando uma recolha de informações o mais completa possível sobre um assunto restrito. A entrevista semi-estruturada, pressupõe um guião orientador das questões a serem colocadas, mas sem a exigência de rigor na sua sequência de apresentação. Por isso mesmo, é semi-directiva ou esboçada. A entrevista não estruturada, por sua vez, apenas tem por base a colocação de um tópico de conversa. A este respeito, Burgess (1997) aponta que, na entrevista estruturada, o entrevistador simplesmente coloca questões que vão sendo contestadas sequencialmente e limita-se a registar as respostas, numa mera posição de recolha de dados. No entanto, no entender deste autor, a generalidade dos investigadores sociais opta por entrevistas informais, não estruturadas, ou apenas semi-estruturadas. Há, assim, lugar a uma livre explanação, em jeito de conversa, sobre a temática acerca da qual se pretende conhecer a opinião do entrevistado. O papel do investigador é, nesse caso, o de encorajar as respostas.

Com os professores que constituem os estudos de caso, optou-se pela realização de uma entrevista guiada (Anexo VI), dada a natureza da temática seleccionada. Com efeito, de acordo com o que se colheu nos diversos autores estudados, ao pretender conhecer o ponto de vista das docentes, era preciso escutá-las pessoalmente, inquirindo-as em relação aos temas, assuntos e questões em análise, mas, simultaneamente, possibilitando-lhes a livre expressão das suas opiniões. Para tal, a entrevista com um guião de questões orientadoras e suscitadoras do diálogo afigurava-se como a técnica mais natural e coerente, possibilitando, como confirmam Bogdan e Biklen (1994), "recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo" (p. 134). O facto de existir um guião não significou que se limitasse a expressão espontânea das entrevistadas, tratando-se, assim, na prática, de uma conversa intencional orientada pela investigadora e na qual participou cada uma das docentes, individualmente.

Analisando, agora, os elementos cruciais de uma boa entrevista, destacam-se o papel do investigador, a entrevista em si mesma e o seu guião. Quanto ao primeiro, as atribuições do investigador carecem de ser bem conhecidas e desempenhadas, pois, se, por um lado, é mero registador das respostas do entrevistado, cabe-lhe o papel de estabelecer relações cordiais, que possibilitem uma conversa aberta e expansiva. O mesmo referem Bogdan e Biklen (1994), lembrando que o investigador demonstra o interesse pelas respostas do entrevistado – como por exemplo, com acenos de cabeça, sorrisos, expressões faciais –, mas não deve imiscuir-se na conversa, para que as suas opiniões não interfiram nas possíveis respostas. Gómez et al. (1999), por sua vez, apontam, entre outros aspectos a evidenciar, que “os investigadores qualitativos tratam de compreender as pessoas dentro do marco de referência delas mesmas (...); suspende ou aparta suas próprias crenças, perspectivas e predisposições” (p. 33).

Quanto às questões, Burgess (1997) cita Spradley que identificou três tipos principais. As primeiras deverão ser descritivas, começando por aquelas em que o entrevistado dá conta da sua actividade; depois, questões relacionadas com a experiência pessoal; questões que ajudam a conhecer um contexto, ambiente físico ou actividade pela palavra dos entrevistados; questões que nos patenteiam as suas concepções particulares, a sua definição de conceitos e de exemplos; questões estruturais, procurando conhecer a maneira de pensar dos entrevistados e que podem apoiar-se em princípios ou em modalidades de perguntas; e, finalmente, questões de contraste que possibilitam a livre exposição de opiniões pessoais e a comparação de situações e acontecimentos das suas vivências. A orientação da entrevista realizada às docentes no âmbito dos estudos de caso procurou seguir, de algum modo, esta estrutura: há um grupo inicial de questões de caracterização das docentes; um corpo de desenvolvimento das suas ideias que visa possibilitar a recolha de dados direccionada para as questões da investigação, e, finalmente, um grupo de questões que solicitam uma apreciação crítica.

Tratando-se de um guião, as questões não possuem uma ordem rígida, mas apenas guiam o investigador no sentido de um fio condutor e orientador. Não foi esquecida, porém, a necessidade de atenção à maneira como são formuladas as questões. Como assinala Burgess (1997), há que ter atenção à forma como são construídas as perguntas, de forma clara, objectiva, direccionada para a recolha de informações pertinentes para a investigação e ao seu conteúdo, evitando perguntas embaraçosas, pouco claras, ou que antecipem/orientem possíveis respostas.

Finalmente, realizada a entrevista, importa realizar a sua análise de conteúdo, de forma a retirar as informações que pareçam importantes. Muitas vezes, tal é realizado através de categorização – os dados são analisados e sintetizados, sendo agrupados em função de elementos semelhantes. Procura-se, assim, que a sua análise e interpretação permita sistematizar, organizar, relacionar dados e possibilite a formulação de conclusões relativas ao objectivo do estudo.

3.4. Análise de dados

A análise de dados consiste na actividade do investigador em dar sentido à informação que recolhe de molde a responder às questões de investigação, ocupando lugar de destaque a análise de conteúdo dos dados recolhidos. De acordo com Quivy e Campenhoudt (1998), a análise de conteúdo “oferece a possibilidade de tratar de forma metódica informações e testemunhos que apresentam um certo grau de profundidade e de complexidade” (p. 226). Para estes autores, possibilita dar cumprimento ao requisito de tratamento dos dados de uma forma mais pessoal e, assim, “satisfazer harmoniosamente as exigências do rigor metodológico e da profundidade inventiva, que nem sempre são facilmente conciliáveis” (p. 227). Ainda segundo Quivy e Campenhoudt (1998), a análise de conteúdo é especialmente usada para abordar de forma rigorosa e objectiva dados que, à partida, são subjectivos.

Através de várias leituras foram extraídas e organizadas as informações que pareceram importantes, para que a sua análise e interpretação permitisse sistematizar, relacionar dados e formular conclusões relativas ao objectivo do estudo. Este processo proporcionou uma ideia geral dos textos e do seu conteúdo. Seguidamente, procedeu-se, então, a uma análise mais cuidadosa de modo a perceber, de entre a multiplicidade de dados, quais os mais relevantes e capazes de fornecer indicações quanto ao objectivo da investigação e às questões enunciadas. Neste estudo, os dados recolhidos foram de vária ordem, em função dos instrumentos de recolha utilizados. Assim, na primeira parte do estudo, recorreu-se a um questionário e a um teste diagnóstico.

Os dados recolhidos através do questionário, relativos às respostas dos professores (14), serviram para efectuar uma caracterização destes professores relativamente a aspectos relacionados com a sua formação (percurso académico, acções de formação e perspectivas sobre o ensino da Geometria), assim como informação pessoal (idade, género, situação profissional e tempo de serviço e habilitações académicas). Essa informação é identificada, quanto à sua proveniência, pela sigla “Q”.

A informação relativa à resolução do teste pelos participantes no estudo foi organizada em função de critérios que informam o grau de correcção da cada uma das questões: (1) resposta correcta; (2) resposta parcialmente correcta; (3) resposta incorrecta e (4) não responde. Posteriormente, recorreu-se à contagem das frequências respeitantes às respostas apresentadas na resolução das diferentes questões do teste. Essa informação, nomeadamente, a explicitação de raciocínios apresentados pelos docentes em diversas questões, é identificada, quanto à sua proveniência, pela sigla “T”. Ainda neste contexto, para explicitar melhor os tipos diversificados de respostas dos docentes à questão 3.1., de identificação de propriedades dos quadriláteros, recorreu-se á sigla “APi, com “i” a tomar valores naturais de 1 a 4 e equivalendo ao número de ordem de AP (aspectos parciais) considerados.

Por sua vez, ainda no que concerne ao tipo de respostas do teste, houve situações em que era visível a utilização de representações variadas como forma de explicitar o raciocínio, ou como estratégias para auxiliar a resolução. Na sua categorização, recorreu-se à tipologia de Vale (2009): representações verbais; semi-concretas, concretas e simbólicas.

Na segunda fase do estudo, relativa aos estudos de caso, os instrumentos usados foram a observação de aulas e a entrevista individual. No que respeita à observação de aulas, após a transcrição de extractos considerados relevantes de cada aula, realizou-se a síntese das mesmas, procedendo-se à análise de conteúdo, com base nos seguintes aspectos: conhecimentos, representações e formação sobre conteúdos de Geometria tendo, os mesmos, sido estudados em cada um dos contextos de prática.

A informação reunida surge designada pelas siglas "AO" ou "AOi", com "i" a tomar valores naturais de 1 a 4, correspondendo ao número da respectiva aula observada. Também na observação de aulas se recorreu à tipologia de representações de Vale (2009) para categorizar a abordagem pelas docentes de conteúdos de Geometria com os alunos.

As entrevistas às duas professoras que constituem os estudos de caso possibilitaram caracterizar individualmente cada uma delas, conhecer o seu percurso formativo no que respeita à Matemática e, em particular, à Geometria, assim como perceber o contributo e a influência dessa formação na abordagem de conteúdos deste tema em sala de aula do nível de ensino que leccionam. As entrevistas foram transcritas (Anexos VII e VIII) e a sua informação apresentada está identificada pela sigla "E".

Na descrição de cada um dos estudos de caso emergiram as categorias que, numa análise mais refinada dos dados e em conjunção com as questões de investigação, estruturam a organização de cada um dos estudos de caso: (1) Prática pedagógica (que integra o que mais de significativo foi observado nas 4 aulas); (2) Conhecimentos e representações de Ana/Inês sobre conteúdos de Geometria; e (3) A formação de Ana/Inês sobre conteúdos de Geometria.

Após a estruturação dos estudos de caso, cada um deles foi disponibilizado à respectiva professora, a fim de lhe facultar a possibilidade de manifestar o seu grau de concordância sobre a adequação das interpretações dos significados por si conferidos, podendo efectuar sugestões e correcções.

As docentes não apresentaram sugestões nem efectuaram correcções, no entanto teceram alguns comentários ao texto enviado:

> Li o texto que me enviaste. Está tudo bem! Gostei muito de ler...mas pensei: falamos assim tanto durante as aulas? É impressionante e só gravaste um pouco de um dia passado na escola.

Não admira que chegue ao fim do dia cansada e sem voz.
Imagina se gravasses um dia inteiro! Não tinhas folhas que chegassem...
Espero ter-te ajudado (Ana).

Li o texto e acho que mostra o que aconteceu nas aulas. O engraçado é que nunca me tinha apercebido que iniciava as respostas aos alunos. Agora vou ter mais atenção nisso. Bom trabalho (Inês).

CAPÍTULO 4

CONHECIMENTOS E REPRESENTAÇÕES DE GEOMETRIA DE PROFESSORES DO 1.º CICLO

Este capítulo apresenta a informação que resulta do tratamento de dados recolhidos na primeira fase da investigação, que diz respeito aos conhecimentos e às representações de docentes do 1.º Ciclo sobre conteúdos de Geometria. Para o efeito, os referidos docentes responderam a um questionário e, seguidamente, a um teste relativo a conteúdos de Geometria que integram os programas do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

4.1. Caracterização dos professores

Os professores inquiridos na 1.ª fase deste estudo fazem parte de um núcleo de um agrupamento de escolas do distrito de Braga. Trata-se de um grupo de 14 docentes com idades compreendidas entre os 29 e os 51 anos (com idade média de 40 anos) no qual predomina o género feminino, sendo dez as professoras e quatro os professores. Apresentam estabilidade na carreira – uma vez que quatro são professores titulares, dois do Quadro de Escola (QE) e oito são do Quadro de Zona Pedagógica (QZP) – e o seu tempo de serviço varia entre 6 e 28 anos, com um tempo médio de 17 anos.

A formação dos professores é diversa, quer quanto ao tipo de formação inicial, quer, também, quanto ao tipo de formação profissional. Importa chamar atenção para algumas diferenças nessa formação. Assim, em virtude das alterações legislativas que determinaram a passagem dos cursos de habilitação para a docência de educadores e professores do ensino básico para o ensino superior, os docentes mais novos puderam optar entre licenciaturas de base para a leccionação do 1.º Ciclo do Ensino Básico e licenciaturas que os habilitavam também para os 2.º e 3.º Ciclos. Em função dessa opção, cinco inquiridos formaram-se em Escolas Superiores de Educação (ESE). Desses cinco, três deles realizaram a licenciatura em Ensino Básico do 1.º Ciclo. Dos outros dois, um deles realizou a sua licenciatura na vertente de Educação Física e o outro na vertente de Ciências da Natureza/Matemática. Os restantes docentes (9), ao formarem-se nas Escolas do Magistério Primário, tiveram acesso a cursos de equiparação a licenciatura com características variadas. Um deles realizou um curso de estudos superiores especializados (CESE) em Educação Visual e Tecnológica; dois realizaram um curso que os habilitou ao diploma de estudos superiores especializados (DESE) em

Tecnologia de Informação e Comunicação e Matemática; quatro realizaram Complemento de Formação – em Matemática (2), Orientação Educativa (1), Língua Portuguesa (1) – e os outros dois referem a obtenção da Licenciatura por equivalência sem a especificar. Para além da aquisição do grau de Licenciatura, alguns docentes realizaram estudos de Pós-Graduação. Um deles, com Licenciatura obtida numa escola superior de educação (ESE), realizou a Especialização em Educação Especial, enquanto outros dois docentes, com cursos de equiparação a licenciatura, obtiveram o grau de Mestre em Educação Especial e em Tecnologia Educativa.

Relativamente à formação ao longo do seu percurso profissional, sete professores já frequentaram acções de formação sobre Matemática, onde trataram temas de Geometria, enquanto outros sete ainda não frequentaram qualquer acção sobre temas desta disciplina. Quanto ao tipo de formação frequentada, destacam-se os temas "Aprender Matemática com Materiais (Mat-Mat); Utilização de materiais para o ensino da Geometria e Formação contínua em Matemática para professores do Ensino Básico." A frequência de tais acções deveu-se à necessidade de mais formação em Matemática, em geral, e em Geometria, em particular, para melhorar a sua prática pedagógica através da inovação dos seus métodos de ensino:

> O que me levou a frequentar esta acção foi o facto de me proporcionar uma aprendizagem permanente, aprofundamento e actualização de competências profissionais, de modo a melhorar as minhas práticas pedagógicas na sala de aula. (P12)
>
> Sempre foi do meu interesse saber mais sobre os conteúdos de Geometria, porque acho que é o mais complicado para os alunos entenderem. (P14)

Um docente chamou a atenção para a necessidade de um maior número de acções de formação sobre Matemática, considerando que a exclusão de acções de formação promovidas pelo ministério fez com que "ao longo da minha vida profissional frequentasse várias acções de formação, contudo nunca fui seleccionado para nenhuma de Matemática, apesar de escolher sempre nas três primeiras preferências" (P6). Esta constatação foi corroborada por alguns dos docentes que não frequentaram ainda acções de formação. Estes apresentam como principal justificação a falta de oferta formativa, em particular quanto ao tema da Geometria, como afirma o professor P7: "não me lembro de haver acções de formação subordinadas ao tema Geometria. Normalmente é através de acções de formação de Matemática que muito superficialmente abordam assuntos de Geometria".

Quanto ao seu percurso académico, dez professores consideram que eram bons alunos a Matemática e os restantes 4 que eram alunos razoáveis. Justificam o seu nível a esta disciplina pelos resultados que obtinham, como exemplificam as seguintes afirmações:

> A Matemática foi uma área que sempre gostei e na qual tinha bons resultados. (P4)
>
> Nunca tive negativa a Matemática. (P14)
>
> Sempre fui uma aluna que atingiu os objectivos propostos e exigidos para o ano que frequentava porque gostava desta disciplina, logo empenhava-me. (P9)
>
> Porque compreendia razoavelmente os conteúdos e atingia sempre níveis satisfatórios. (P6)
>
> Pelas notas que tive fui um aluno normal. Gostava da disciplina mas por vezes desistia de alguns conteúdos que não compreendia e por não ter a quem recorrer para esclarecimentos. (P 7)

Relativamente aos temas de Matemática que eram da preferência dos docentes no seu tempo de alunos, houve uma diversidade de opções: cálculo (5), equações (5), resolução de problemas (3), lógica (3), geometria (2), estatística (2), os conjuntos (1) e sistemas de equações (1). Porém, houve dois professores que referem ter uma preferência mais abrangente pelos temas de Matemática. Enquanto um deles menciona que "de uma forma geral todos os temas tiveram interesse, mas a resolução de problemas despertava mais entusiasmo" (P8), o outro considera "todos à excepção dos temas relacionados com probabilidades" (P4). Entre as justificações que dão para as suas preferências pelos temas de Matemática emerge "o gosto pela disciplina, o professor e a nossa capacidade de compreender e aplicar" (P7), a "facilidade de perceber" (P11), "o entusiasmo que despertava" (P8) e "porque me parecia útil e acessível" (P13).

4.2. Perspectivas sobre o ensino da Geometria

No que diz respeito ao tema preferido da Geometria no seu tempo de alunos, quatro professores não indicam nenhum, por não gostarem do tema, como exemplifica a afirmação do professor P6: "não gostava muito de Geometria. Tinha algumas dificuldades na utilização da régua e compasso e, na primária, penso que nunca tive oportunidade de usar". Dos restantes 10 professores, metade salienta um só conteúdo da sua preferência: Circunferência, Teorema de Pitágoras, Polígonos, Perímetro dos Polígonos e Desenho Geométrico. A outra metade apresenta dois ou mais conteúdos preferidos: Figuras Geométricas, Ângulos e suas Amplitudes, Construção de Triângulos, Simetrias, Áreas e Perímetros de Polígonos, Sólidos Geométricos, Frisos e Rosáceas, Linhas Rectas, Curvas Paralelas e Perpendiculares.

Destes 10 professores, três justificam as suas preferências: "cálculo de perímetros de polígonos porque envolvia cálculos e raciocínio" (P10); "trabalhos relacionados com o desenho geométrico, porque gostava da exactidão visual que proporcionava (P11) e "completar frisos e rosáceas porque me divertia, não era difícil e saíam trabalhos muito bonitos. Também gostava de completar simetrias para ver se conseguia com que ficassem mesmo iguais" (P9).

Entre os conteúdos de Geometria que menos lhes agradam, os docentes referem: Desenhos e Plantas, Planificações de Sólidos, Transformações de Figuras, Frisos e Rosáceas e Trigonometria. Dos três professores que justificaram a sua preferência, um deles refere não ter gostado de "desenhos de plantas (...) porque nem sempre temos possibilidade de fazer concretizações destes temas" (P10); outro menciona as "planificações de sólidos e plantas porque não tenho queda para o desenho" (P9) e o outro professor afirma ter sido a "Trigonometria (...) talvez porque não tivesse compreendido bem o funcionamento do círculo trigonométrico e por ter sido uma matéria dada no final do ano" (P7).

Ainda quanto às questões relativas à abordagem da Geometria, enquanto alunos, a maioria dos professores refere a pouca atenção dada ao tema, trabalhado superficialmente e através de métodos expositivos e abstractos, sem recurso a materiais didácticos, que apelavam mais à memorização do que à compreensão e consolidação dos conteúdos abordados, como exemplificam as seguintes afirmações:

> O ensino de Geometria não mereceu, ao longo dos tempos, grande importância por parte dos professores. Não se sentiam motivados nem entusiasmados com a Geometria. Além disso era sempre matéria para final de ano. (P7)
>
> Sempre foi apresentada de uma forma muito básica, nem sempre permitia uma boa assimilação dos conteúdos. (P10)
>
> Era dada de uma forma rápida e pouco atractiva. (P9)
>
> Pouca concretização, pouco tempo dispendido na consolidação. (P2)
>
> Era expositiva e pouco abordada; não lhe era dada grande importância. (P14)
>
> Fazia-se pouco uso do geoplano, do tangram, da régua, do compasso, do esquadro, que eram materiais importantes à compreensão das noções elementares de Geometria. (P6)
>
> O ensino era demasiado abstracto, sem apoio material e a compreensão era mais difícil. (P8)

A aprendizagem do tema de Geometria é considerada importante pela maioria dos docentes (10) para a sua actividade profissional, porque, como exemplifica a afirmação do professor P13, "a nível profissional permite-me estar melhor preparada para abordar essa área com os meus alunos". A aprendizagem de Geometria também é considerada por quatro professores como importante para a sua vida pessoal, por, na sua perspectiva, ter contribuído para o desenvolvimento: "da visualização e orientação espacial, do raciocínio espacial, da criatividade e sentido estético, da capacidade de relacionar, classificar e transformar" (P6); "de competências ao nível do desenho" (P13); e de "compreender o mundo físico que é feito e construído segundo modelos geométricos [presentes] nos azulejos, nos pavimentos, nas torres das igrejas, nas abóbadas..., em tudo" (P7).

Todos os professores afirmam encarar a Geometria como um ramo da Matemática que, como refere o professor (P7), "estuda as formas, o espaço e as suas relações". Em relação à relevância da Geometria na formação dos alunos, oito professores apresentam a sua perspectiva atribuindo maior relevância ao desenvolvimento "do raciocínio e da abstracção do aluno" (P1), de "noções geométricas, criatividade, sentido estético, orientação espacial e da capacidade de relacionar, classificar e transformar" (P6), de "competências ao nível da interpretação e organização do mundo que o rodeia" (P13), o que contribui quer "para a solidificação da lateralidade [e para] a interpretação de plantas..." (P9) quer para "a compreensão do mundo que os rodeia" (P8).

Relativamente aos conteúdos de Geometria que se sentem mais à vontade para os abordar, com os seus alunos, os professores referem as figuras geométricas, sólidos geométricos, transformações de figuras, ângulos, simetrias, perímetros, áreas e volumes. Porém, só quatro deles é que justificam a sua preferência por estes conteúdos: "figuras geométricas, sólidos e simetrias (...) por serem aqueles que melhor domino e o programa mais insiste" (P7); os "sólidos geométricos e simetrias, por serem conteúdos trabalhados frequentemente" (P12); os "sólidos geométricos porque os alunos aprendem mais facilmente e existem vários materiais" (P14); e "de uma forma geral, os conteúdos que posso concretizar são mais fáceis para a criança compreender" (P8).

Quanto aos conteúdos de Geometria que se sentem menos à vontade para desenvolver com os seus alunos, enquanto seis docentes não dão qualquer resposta, os restantes oito referem as plantas, a planificação dos sólidos, construções geométricas com compasso e régua, rosáceas e frisos, figuras geométricas, transformações geométricas, ângulos, metro cúbico e volumes de sólidos. Destes oito docentes, apenas três mencionam as razões porque se sentem pouco à vontade na abordagem de alguns conteúdos geométricos: "plantas pela dificuldade que os alunos têm em compreender" (P11), "volumes de sólidos, por falta de material concretizador" (P8); e o "metro cúbico, por se tornar difícil explicar certos conteúdos" (P13).

No que respeita às estratégias utilizadas no ensino da Geometria, dois professores evidenciam uma concepção que tende a valorizar a mecanização de técnicas e a repetição de exercícios, quando afirmam: "tento concretizar e depois treinar fazendo mais exercícios idênticos" (P11); "exemplifico o exercício e em seguida, em pares ou em grupo, repetem-no. Mais tarde fazem os exercícios individualmente" (P3). Uma concepção diferente é apresentada por três docentes que evidenciam uma preocupação com o envolvimento dos alunos nas actividades da sala de aula, dando-lhes oportunidade para explorar as tarefas, discutir resultados e descobrir processos:

> Baseado na concretização, observação das construções, ajudar os alunos a concluírem sempre questionando-os. (P8)
>
> Sair da sala de aula e observar o mundo real. No recreio da escola pode-se fazer muita coisa: medir, desenhar no chão, estimar, calcular, ver formas, tamanhos... utilizar material estruturado e não estruturado. (P7)
>
> Procuro dar pistas e levar o aluno a ser ele próprio a descobrir e compreender o processo seguido. Peço para partilharem com os colegas os raciocínios que usaram pois por vezes seguem caminhos diferentes. Sempre que possível concretizo e dramatizo as situações matemáticas para melhor compreensão. (P6)

Os restantes professores, ao referirem as estratégias que habitualmente usam, evidenciam a utilização de materiais, situações do quotidiano e jogos, como exemplificam as seguintes afirmações: "costumo explorar imagens, objectos e situações do quotidiano" (13); "utilização de materiais manipuláveis, exercícios práticos e utilização de novas tecnologias" (P12) e a "utilização de jogos, tangram, geoplano e blocos lógicos" (P1). Entre os materiais didácticos que utilizam, a maioria dos professores indica a régua, o compasso, o esquadro e os sólidos geométricos. Com menor frequência, há quem refira o geoplano, os espelhos e o tangram, os blocos lógicos e os objectos da realidade. Estes materiais didácticos são usados com a finalidade de "melhorar a compreensão dos conteúdos" (P13), "desenvolver as noções geométricas de uma forma sólida e agradável (P7) e "tornar mais concreto para os alunos" (P14).

Tendo em consideração a sua experiência profissional, os docentes identificam alguns conteúdos de Geometria que os alunos aprendem com mais facilidade e que revelam mais dificuldades. Relativamente aos primeiros, emergem: as figuras geométricas, cuja facilidade de aprendizagem se deve "ao trabalho com jogos e material" (P2) e à "simplicidade dos conteúdos e repetição" (P7); as áreas e perímetros, em virtude da "mecanização ou utilização de alguma fórmula matemática" (P3); os sólidos geométricos, devido "à comparação com objectos que os alunos utilizam no dia-a-dia" (P4); os frisos e rosáceas, porque "geralmente são coloridos e os alunos assimilam muito bem as cores; se erram conseguem identificar com mais facilidade onde erraram" (P9); os padrões, devido à destreza que os alunos desenvolvem em "repetir o padrão" (P11).

Relativamente aos conteúdos que os alunos revelam mais dificuldades, os docentes referem: as medidas de área e volume, pela "sua aplicação à realidade" (P13); volumes, por "se revelar um pouco abstracto" (P11); as simetrias, por "os alunos nem sempre conseguirem orientar-se correctamente no espaço" (P10), "pela dificuldade de orientação espacial e percepção visual" (P7) e por "ter a ver com a falta de lateralidade e com a dificuldade de orientação no espaço" (P9); a classificação de sólidos geométricos, por "baralharem quando os têm que caracterizar" (P2); distinção entre figuras e sólidos geométricos, porque "tudo o que não é concreto é muito complicado para o aluno compreender" (P3) e porque "as faces dos sólidos têm a forma de determinada figura geométrica" (P6). Para além destes conteúdos, alguns professores consideram que os alunos manifestam dificuldades nos conteúdos que se relacionam com a medição da amplitude de ângulos, determinação de pontos equidistantes e com a planificação de sólidos, embora não apresentem justificações de tais dificuldades.

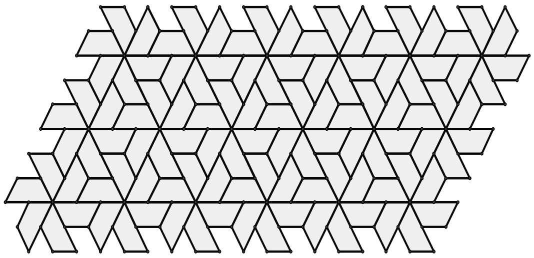
Interpelados sobre as estratégias que desenvolvem para ultrapassar as dificuldades manifestadas pelos alunos, há docentes que mencionam, como exemplifica o professor P8, o "trabalho de pares para que os alunos com mais dificuldades consigam compreender determinados conceitos". Outras estratégias apresentadas tendem a traduzir uma concepção de ensino que valoriza a resolução de muitos exercícios, enquanto factor que favorece a clarificação dessas dificuldades, como exemplificam as seguintes afirmações: "concretizo o mais possível, fazendo exercícios no quadro" (P13); "concretizo mais, tentando consolidar os temas, resolvendo exercícios idênticos" (P2). Alguns professores referem estratégias de concretização através de "utilização de jogos matemáticos" (P6), de "material estruturado ou não estruturado" (P3) e do uso de "recursos variados e materiais concretos" (P14). Embora nem todos os docentes façam referência ao papel que o professor e o aluno desempenham nessas estratégias, há quem considere que a melhor forma de clarificar as dificuldades dos alunos passa por um "ensinamento e acompanhamento individualizado" (P6). Mas o modo como alguns docentes referem o acompanhamento que dão aos seus alunos evidencia sobretudo a actividade do professor em detrimento deste tentar compreender as formas de pensar dos alunos. Como exemplifica a afirmação do professor P9, perante as dificuldades dos alunos, "procuro ajudar passo a passo, fazendo devagar no quadro para eles irem acompanhando".

4.3. Conhecimentos e representações de professores do 1.º Ciclo sobre conteúdos de Geometria

A informação proveniente da resolução do teste pelos 14 docentes de um núcleo de um agrupamento de escolas permitiu-nos identificar conhecimentos e representações sobre alguns conteúdos de Geometria do 1.º Ciclo do Ensino Básico que leccionam. O teste é estruturado com nove questões, que se relacionam com a identificação de figuras e construção no plano e no espaço, a identificação de propriedades de figuras geométricas e com a aplicação das noções de perímetro, área e volume na resolução de problemas.

Questão 1

Na seguinte figura, delimite a unidade padrão e refira como se obtém a pavimentação.



Com esta questão, pretendeu-se averiguar a capacidade de visualização dos professores em identificar a figura padrão e os processos que permitem obter a pavimentação dada. A resposta seria considerada correcta se: (1) indicasse como figura padrão um trapézio ou a figura composta por 6 trapézios (a que chamaram hélice ou estrela) ou um triângulo (formado por 3 trapézios) ou um hexágono (formado 18 trapézios); e (2) referisse a movimentação da figura padrão através de rotações e/ou de translações segundo as direcções horizontal e oblíqua ou de reflexões. Caso contemplassem só um destes aspectos, a resposta seria considerada parcialmente correcta. Na identificação da figura padrão, para além da figura mínima (trapézio), também se considerou a hélice, triângulo e o hexágono devido à sua referência nas respostas dos professores. Como se observa na Tabela 1, todos os professores deram uma resposta parcialmente correcta:

Tabela 1- Número de respostas dos sujeitos (n=14) à questão 1.

Tipo de respostas	Número de respostas
Correcta	0
Parcialmente correcta	14
Incorrecta	0
Não responde	0

Nas suas respostas, 6 professores identificam a figura padrão mas não indicam qualquer processo de obter a pavimentação. Um professor, embora identifique como figura padrão um triângulo, pondera a “rotação de 180º e repetições sucessivas desse padrão” (P7), mas não clarifica a transformação que está subjacente ao que chama de repetições sucessivas que garantam a pavimentação. Os restantes professores não especificaram totalmente as movimentações necessárias da figura padrão, como exemplificam as seguintes afirmações: “estrela, uma pavimentação obtém-se com encaixe de unidades tipo azulejos que encaixam uns nos outros (P8)”; “hélice, repetindo a unidade padrão na horizontal” (P12); “a pavimentação obtém-se colocando as 6 peças que formam o hexágono” (P10); “hélice, repetição da unidade padrão, o seu encaixe na horizontal e na vertical num padrão que se poderia repetir indefinidamente” (P11). Esta última resposta só não foi considerada correcta por referir a deslocação da figura padrão na posição vertical em vez da oblíqua.

Da análise das respostas dos professores, verifica-se que todos identificam uma figura padrão da pavimentação e que a maioria tem a noção de como se pavimenta um plano, embora não relacione convenientemente as transformações geométricas que fazem com que a figura padrão pavimente o plano. Os professores que justificam o seu raciocínio servem-se de representações verbais.

Questão 2

> Os presidentes das Câmaras de duas Vilas pretendem determinar a melhor posição para a construção de uma bomba de gasolina que esteja à mesma distância das suas vilas. Onde deve ficar localizada a bomba de gasolina?

A resolução geométrica de problemas, tais como a determinação de um conjunto de pontos que verificam uma dada propriedade, permite averiguar a capacidade dos professores de utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações da vida real.

A resposta a esta questão seria considerada correcta se: (1) referisse que a bomba de gasolina se localiza numa recta perpendicular ao ponto médio do segmento de recta que une as duas vilas, ou se apresentasse um esquema que elucidasse a situação dada; e (2) apresentasse uma justificação que evidenciasse a propriedade da mediatriz de um segmento de recta.

Como se observa na Tabela 2, não há qualquer resposta correcta, sendo que a maior parte dos professores apresenta uma resposta parcialmente correcta.

Tabela 2- Número de respostas dos sujeitos (n=14) à questão 2.

Tipo de respostas	Número de respostas
Correcta	0
Parcialmente correcta	10
Incorrecta	3
Não responde	1

As respostas consideradas parcialmente correctas contemplam apenas a hipótese da bomba de gasolina se localizar no ponto médio do segmento de recta que idealmente une as duas vilas, como exemplificam as seguintes justificações:

> Obtém-se a distância entre as duas vilas e divide-se ao meio e aí deve-se construir a bomba de gasolina para ficar à mesma distância, das duas vilas. (P9)
>
> Colocada no ponto médio encontrado a partir da distância a distância deverá ser dividida por dois para encontrar o ponto médio. Só assim a distância que separa a bomba de gasolina de uma das vilas será igual à distância da mesma bomba à outra vila. (P11)
>
> Localizada no ponto médio, ou seja, num local que fique à mesma distância das duas vilas. (P12)
>
> Ponto equidistante para as duas vilas porque o objectivo é que a bomba se localize à mesma distância para ambas as vilas. (P13)

Como se constata, a maioria dos professores recorre à capacidade de visualização para descrever o ponto médio como o ponto equidistante a duas localidades, mas o mesmo já não acontece para descrever ou apresentar esquemas que traduzam a percepção dinâmica da deslocação desse ponto ao longo de uma recta perpendicular ao segmento, que une as duas vilas, no seu ponto médio.

Nas justificações das respostas dadas pontua a representação verbal, embora dois professores reforcem essa representação com um esquema (representação semi-concreta) para evidenciar o seu raciocínio, como elucida a justificação dada pelo professor P10:

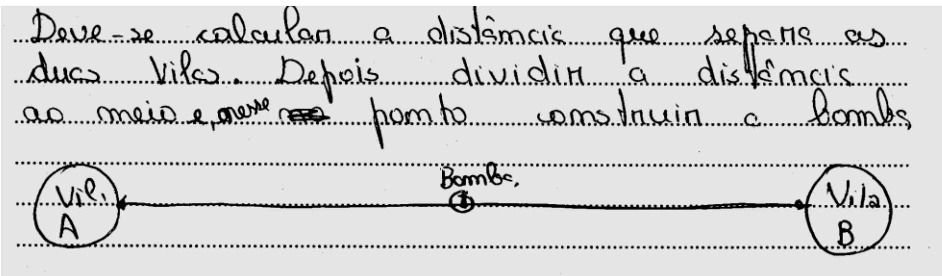

Deve-se calcular a distância que separa as duas vilas. Depois dividir a distância ao meio e nesse ponto construir a bomba

Figura 1 Resposta apresentada pelo professor P10 à questão 2.

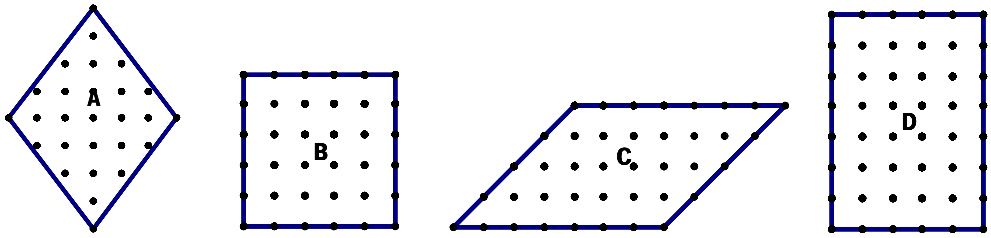
As três respostas consideradas incorrectas não indicam o requisito mais elementar – a noção de ponto médio de um segmento de recta – que a situação dada parece evocar:

> Num dos pontos de união entre as vilas. É um ponto comum, supondo que as vilas são vizinhas. (P2)
>
> Na fronteira das duas vilas. (P4)
>
> Localizar-se numa zona desabitada da estrada – ligação mais movimentada, entre as duas vilas, cujo impacto ambiental seja o menos prejudicial possível. (P7)

A noção de fronteira e de vizinhança entre as vilas assim como a preocupação ecológica da localização da bomba de gasolina surgiram como factores a ponderar.

Questão 3

Observe os seguintes quadriláteros:



3.1. Descreva cada um dos quadriláteros recorrendo às suas propriedades geométricas.
3.2. Podemos afirmar que **todos os quadrados são rectângulos**? Justifique.
3.3. Podemos afirmar que **todos os losangos são quadrados**? Justifique.

Dos quadriláteros abordados nos diferentes anos de escolaridade, os paralelogramos têm um grande destaque na abordagem de várias noções, tais como a classificação de ângulos, a identificação de eixos de simetria e a abordagem da noção de perímetro e de área de uma figura.

O estudo das propriedades destas noções, a par da diagonal, ajuda a distinguir os quadriláteros. Foram essas propriedades que, se pretendeu que os professores identificassem, na alínea 3.1., nos quadriláteros A (losango), B (quadrado), C (paralelogramo) e D (rectângulo) e, de acordo com tais propriedades, relacionassem os quadrados com os rectângulos (alínea 3.2.) e os losangos com os quadrados (alínea 3.3.). A maioria dos professores apresenta uma resposta parcialmente correcta em 3.1. e uma resposta correcta nas outras alíneas (Tabela 3).

Tabela 3- Número de respostas dos sujeitos (n=14) à questão 3.

Tipo de respostas	Número de respostas à alínea **3.1.**	Número de respostas à alínea **3.2.**	Número de respostas à alínea **3.3.**
Correcta	0	10	8
Parcialmente correcta	14	2	4
Incorrecta	0	2	1
Não responde	0	0	1

Na alínea **3.1.**, relativa à identificação dos quadriláteros dados segundo as suas propriedades geométricas, a resposta seria considerada correcta se englobasse os seguintes aspectos parciais (AP): (AP1), os lados são, dois a dois, paralelos e geometricamente iguais; (AP2), os ângulos opostos são, dois a dois, congruentes; (AP3), as diagonais são, ou não, perpendiculares e bissectam-se; (AP4), as figuras têm, respectivamente, 2, 4, 0 e 2 eixos de simetria. Como se observa na Tabela 4, a maioria dos professores indica, nos quatro quadriláteros, os dois primeiros aspectos parciais, mas não os dois últimos.

Tabela 4- Número de respostas dos sujeitos (n=14) à questão 3.1.

Tipo de respostas	Quadrilátero A				Quadrilátero B				Quadrilátero C				Quadrilátero D			
	(AP1)	(AP2)	(AP3)	(AP4)	(AP1)	(AP2)	(AP3)	(AP4)	(AP1)	(AP2)	(AP3)	(AP4)	(AP1)	(AP2)	(AP3)	(AP4)
Correcta	13	11	0	1	14	14	0	1	12	12	0	0	12	14	0	1
Parcial/ correcta	0	0	2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
Incorrecta	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N/ responde	1	3	12	13	0	0	12	13	2	2	13	14	2	0	13	13

Em relação às diagonais, só dois professores que as referem quanto ao quadrilátero A, enquanto apenas um professor as refere para os restantes quadriláteros. Todavia, nem sempre especificam se elas se bissectam ou se são perpendiculares:

> A: O losango é um paralelogramo de lados iguais, ângulos opostos iguais e com diagonais perpendiculares
> B: O quadrado é um paralelogramo de lados iguais, ângulos rectos e com diagonais oblíquas.
> C: É um paralelogramo com lados opostos iguais
> D: O rectângulo é um paralelogramo com ângulos rectos. (P4)

> A: O losango é um quadrilátero com todos os lados geometricamente iguais. As diagonais são perpendiculares e tem dois eixos de simetria.
> B: O quadrado é um quadrilátero com os ângulos e os lados todos iguais. As diagonais são perpendiculares e geometricamente iguais. Tem quatro eixos de simetria.
> C: O paralelogramo obliquângulo, cada diagonal do paralelogramo divide-se em dois triângulos geometricamente iguais e intersectam-se ao meio. Os lados opostos de um quadrilátero são congruentes e os ângulos opostos são geometricamente iguais.

> D: O rectângulo é um quadrilátero em que os ângulos internos são geometricamente iguais. As diagonais também são geometricamente iguais e tem dois eixos de simetria. (P12)

Em relação às alíneas **3.2.** e **3.3.**, a maioria dos professores apresenta uma resposta correcta, como se pode perceber na tabela 3. Na alínea **3.2.**, considerar-se-ia como resposta correcta a que identificasse um quadrado como sendo um rectângulo, porque, como afirma um dos professores, "os quadrados obedecem às características dos rectângulos, têm dois lados iguais 2 a 2 (se os tem todos iguais também os tem iguais dois a dois) e os ângulos também são todos rectos" (P9). Embora a maioria apresente uma justificação adequada a esta alínea, dois professores obtêm uma resposta parcialmente correcta por não a justificarem e outros dois professores têm respostas incorrectas por considerarem que um quadrado não é um rectângulo:

> À definição de quadrado está subjacente a condição de 4 lados de comprimento igual e à do rectângulo subjaz a condição de lados iguais dois a dois. Por isso a afirmação não é correcta. (P11)
>
> Não, porque os lados do quadrado são todos iguais e os do rectângulo são iguais dois a dois, paralelos entre si. (P14)

Na alínea **3.3.**, a maioria dos professores indica uma resposta correcta ao considerar que um losango não é um quadrado, como exemplifica a resposta dada pelo professor P4: "um losango tem lados iguais e ângulos opostos iguais. Estes ângulos podem ser ou não rectos; por isso, nem todos os losangos podem ser quadrados".

Quatro professores têm a sua resposta parcialmente correcta, pois, embora considerem que um losango não é um quadrado, um deles não justifica a sua afirmação e três deles justificam-na de uma forma inadequada, como é exemplo a que é dada pelo professor P3: "não, porque há losangos que não têm os lados todos iguais". O docente P1 apresenta uma justificação que se reporta à relação existente entre as propriedades dos quadriláteros "porque o quadrado nasce do losango", mas não explicita as características que diferenciam as figuras. Já a justificação do professor P5, "porque o quadrado nasce do rectângulo" parece dever-se à resposta que dá na alínea anterior, ao considerar o quadrado um rectângulo então não pode ser um losango.

A resposta considerada incorrecta à alínea **3.3.** deve-se à consideração de que um losango é um quadrado "porque a soma interna dos ângulos dá 360° e o losango é um quadrilátero" (P6).

Nesta questão os docentes recorrem à representação verbal para elucidar as suas respostas.

Questão 4

Dado um rectângulo A, construiu-se um rectângulo B **triplicando** os comprimentos dos lados do rectângulo A.

4.1. O perímetro do rectângulo B quantas vezes é o perímetro do rectângulo A? Justifique.

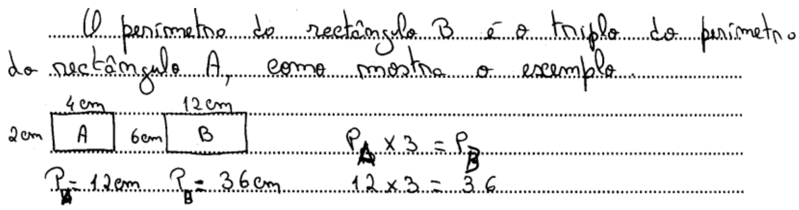
4.2. A área do rectângulo B quantas vezes é a área do rectângulo A? Justifique.

A compreensão dos conceitos de perímetro e de área de figuras geométricas reflecte-se na utilização que se dá aos conhecimentos sobre estes conceitos na resolução de problemas. Foi o que se pretendeu com esta questão: averiguar como os professores relacionam o perímetro (**4.1.**) e a área (**4.2.**) entre rectângulos semelhantes. As suas respostas seriam consideradas correctas se: (1) indicassem, na alínea **4.1.**, que a razão entre os perímetros é igual à razão entre os lados dos rectângulos, e, na alínea **4.2.**, que a razão entre as áreas dos rectângulos é igual à razão ao quadrado; e (2) apresentassem uma justificação adequada. Como se observa na Tabela 5, a maior parte dos docentes apresenta ma resposta correcta em ambas as alíneas, devendo-se a resposta parcialmente correcta à ausência de justificação.

Tabela 5- Número de respostas dos sujeitos (n=14) à questão 4.

Tipo de respostas	Número de respostas à alínea **4.1.**	Número de respostas à alínea **4.2.**
Correcta	13	13
Parcialmente correcta	1	1
Incorrecta	0	0
Não responde	0	0

Nas respostas correctas à alínea **4.1.**, os professores recorrem, à fórmula do perímetro do rectângulo. A aplicação desta fórmula surge de uma forma implícita na descrição que três professores fizeram do seu raciocínio, como se observa, por exemplo, na afirmação que considera que "o perímetro do rectângulo B é três vezes o perímetro do rectângulo A, porque triplicamos o comprimento dos seus lados" (P13). A aplicação da fórmula do perímetro do rectângulo surge de uma forma explícita na justificação dada por dez professores. Destes professores, cinco usaram só a fórmula do perímetro, como é exemplo a afirmação de que "o perímetro do rectângulo B é 3 vezes o perímetro do rectângulo A porque se $a+b+a+b=c$ então $3(a+b+a+b)=3c$" (P3). Os outros cinco, para além de explicitarem o uso da fórmula, apresentaram também desenhos para elucidar os seus raciocínios, como ilustram as seguintes respostas:



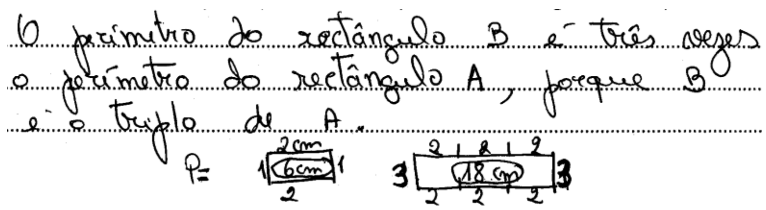
O perímetro do rectângulo B é o triplo do perímetro do rectângulo A, como mostra o exemplo.

4 cm 12 cm

2cm A 6cm B $P_A \times 3 = P_B$

$P_A = 12cm$ $P_B = 36cm$ $12 \times 3 = 36$

Figura 2-Resposta apresentada pelo professor P4 na questão 4.1.



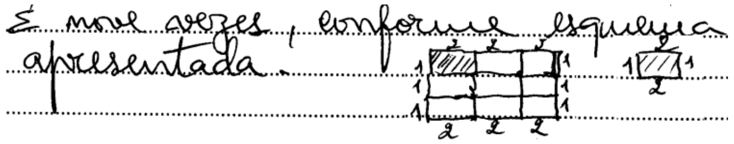
O perímetro do rectângulo B é três vezes o perímetro do rectângulo A, porque B é o triplo de A.

P= 2cm 1 6cm 1 2 3 2 1 2 1 2 18 cm 3 2 2 2

Figura 3- Resposta apresentada pelo professor P9 na questão 4.1.

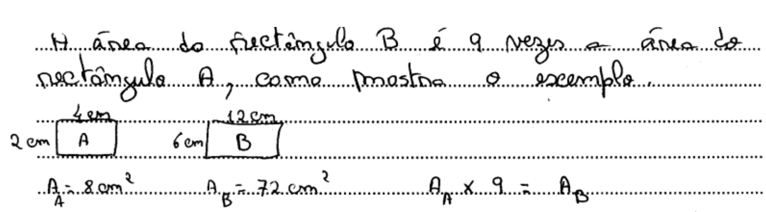
Nas respostas correctas à alínea **4.2.**, os professores também usaram a fórmula da área do rectângulo. A aplicação implícita surge na descrição que quatro professores apresentam do seu raciocínio, como exemplifica a afirmação de que "a área do rectângulo B é 9 vezes a área do rectângulo A porque ao triplicarmos os lados e ao multiplicá-los para obter a área dá 9" (P13). A aplicação explícita da fórmula da área do rectângulo surge na resposta dada por nove professores. Um deles exprime um uso mais formal da aplicação da fórmula ao considerar que "a área do rectângulo B é 9 vezes a área do rectângulo A, porque $a \times b = d \Leftrightarrow 3a \times 3b = 9d \Leftrightarrow 9d = 9(a \times b)$" (P3).

Os restantes professores acompanham esta representação simbólica da área do rectângulo de representação pictorial, à excepção do professor P7, que apenas recorre à representação pictorial.



É nove vezes, conforme esquema apresentada.

Figura 4-Resposta apresentada pelo professor P7 na questão 4.2.



A área do rectângulo B é 9 vezes a área do rectângulo A, como mostra o exemplo.

4 cm 12 cm

2 cm A 6 cm B

$A_A = 8 cm^2$ $A_B = 72 cm^2$ $A_A \times 9 = A_B$

$8 \times 9 = 72$

Figura 5- Resposta apresentada pelo professor P4 na questão 4.2.

Questão 5

Pretende-se **estimar** a área da Antárctida. Explique como determinaria uma estimativa dessa área?

A figura abaixo é um mapa da Antárctida

A medida de superfície surge muitas vezes associada ao resultado da fórmula da área de figuras geométricas das quais se conhecem as dimensões dos seus lados. Contrapondo a esta perspectiva estática de conceber a noção de área, importa averiguar a capacidade dos respondentes em decompor uma dada figura em figuras que lhes permitam estimar essa medida.

A resposta a esta questão seria considerada correcta se referisse, para além dessa decomposição, formas de estimar a área da Antárctida a partir das áreas de figuras que decompõem a figura que representa este continente. Assim, manifestam a capacidade de interpretar e de representar formas que permitem estimar a área de uma figura por enquadramento, em detrimento de se preocuparem com a aplicação de fórmulas das áreas das figuras geométricas. Relativamente a esta questão, predomina o número das respostas incorrectas como se pode verificar na Tabela 6:

Tabela 6- Número de respostas dos sujeitos (n=14) à questão 5.

Tipo de respostas	Número de respostas
Correcta	4
Parcialmente correcta	3
Incorrecta	6
Não responde	1

As respostas consideradas incorrectas devem-se à consideração de ser impossível determinar a estimativa da área da Antárctida, porque, como justifica um dos professores, “não possuo uma escala em que possa fundamentar o meu raciocínio, daí não conseguir determinar qualquer estimativa” (P2). Porém, para alguns professores, a ausência da escala da figura não impediu que apresentassem uma descrição ou um esquema que ilustrasse a forma de estimar a área da Antárctida, como exemplificam as seguintes respostas:

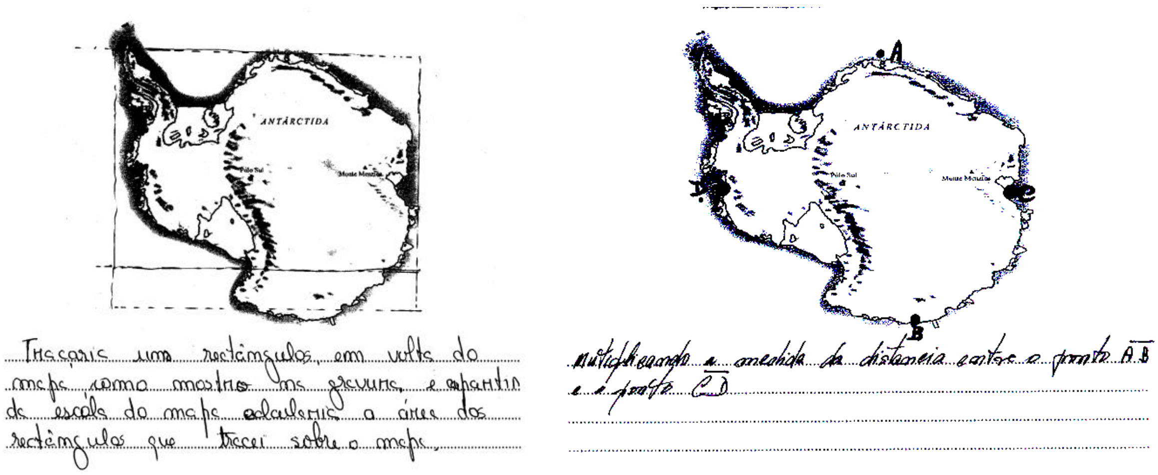


Figura 6- Resolução apresentada, respectivamente, pelos professores P10 e P5 à questão 5.

Estas respostas foram consideradas parcialmente correctas porque, embora decomponham a figura em rectângulos, não mencionam a necessidade de retirar à área dessas figuras aquela que não faz parte da Antárctida.

As respostas consideradas correctas referem a necessidade de retirar a área que não faz parte da Antárctida, como, por exemplo, se observa nas seguintes respostas:

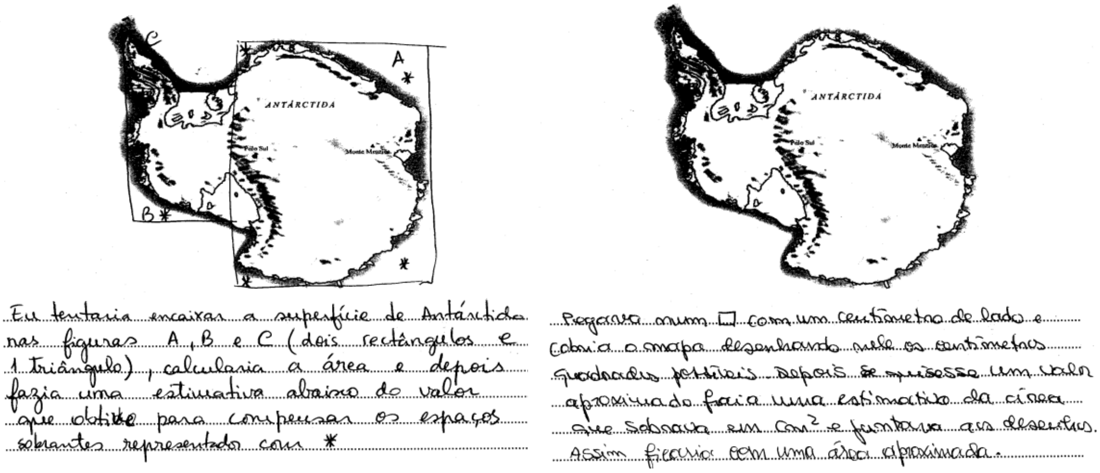


Figura 7- Resolução apresentada, respectivamente, pelos professores P6 e P8 à questão 5.

Nas justificações que os professores dão a esta questão, metade deles exprimem a sua forma de pensar através das representações verbais e semi-concretas.

Questão 6

> Enrolando uma folha de papel A4 segundo cada um dos lados (lado maior ou lado menor), obtém-se a superfície lateral de dois cilindros (sem bases). Os volumes dos dois cilindros são <u>iguais</u> ou <u>diferentes</u>? Porquê?

O conhecimento de conceitos matemáticos nem sempre traduz a sua aplicação crítica nos contextos em que é usado. Por exemplo, a aplicação mecânica da fórmula do volume dos sólidos não favorece, por vezes, a compreensão das grandezas que compõem essas fórmulas. Esta compreensão foi o que se pretendeu averiguar, nesta questão através da variação do volume de um cilindro formado por uma folha A4 segundo os seus lados. A resposta seria considerada correcta se assumisse que o volume dos dois cilindros é diferente devido à prevalência da área da base do cilindro de menor altura em relação à altura do cilindro de menor base. A folha ao ser enrolada pelo lado maior gera um cilindro de volume maior uma vez que o seu volume cresce mais rapidamente com o raio do que com a altura.

Como se observa na Tabela 6, todos os respondentes apresentam uma resposta incorrecta por considerarem que ambos os cilindros têm igual volume.

Tabela 7- Número de respostas dos sujeitos (n=14) à questão 6.

Tipo de respostas	Número de respostas
Correcta	0
Parcialmente correcta	0
Incorrecta	14
Não responde	0

As justificações dos respondentes centram-se na obtenção dos dois cilindros a partir da mesma folha de papel, logo com área igual, o que é exemplificado pelas seguintes afirmações:

> Os volumes são iguais, porque a área de papel utilizado é igual. (P13)
>
> São iguais, porque superfícies iguais dão volumes iguais. A folha é sempre a mesma (P9).
>
> Os volumes dos cilindros são iguais porque, muito embora as superfícies que os delimitam tenham configurações diferentes, as suas áreas são iguais. (P11)

Para além de justificações deste tipo, houve dois docentes que, ao usarem a fórmula do volume de sólidos com bases geometricamente iguais, não consideram a variabilidade da área da base e da altura do cilindro:

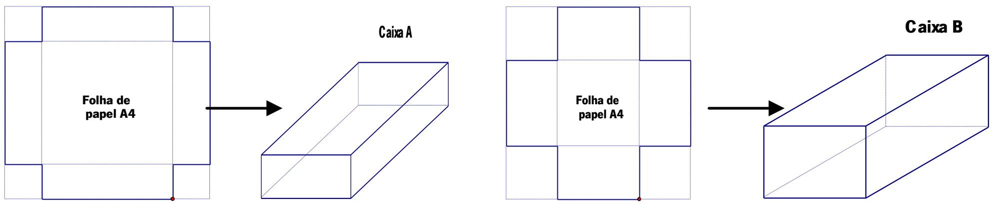
São iguais, porque ao calcular $c \times l \times al = al \times c \times l$. (P7)

São iguais, porque se a capacidade do cubo ou de um recipiente com a forma cúbica é $a \times a \times a$ e se na multiplicação podemos usar a propriedade comutativa que o resultado não altera, também no cilindro acontece o mesmo. (P8)

Embora todos os professores tenham apresentado uma resposta incorrecta, nas justificações dos seus raciocínios usam as representações verbal e simbólica (notação) do volume de um cilindro.

Questão 7

A uma folha de papel A4 foram retirados quatro pequenos quadrados em cada um dos seus quatro cantos, obtendo-se por dobragem a caixa A, conforme se mostra na primeira parte da figura seguinte. Seguidamente, numa outra folha de papel A4, foram retirados quatro quadrados maiores em cada um dos seus quatro cantos, obtendo-se por dobragem a caixa B, conforme se mostra na segunda parte da figura seguinte.



Os volumes das caixas A e B são **iguais** ou **diferentes**? Porquê?

A capacidade para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial permite, nesta questão, comparar os volumes das caixas que se obtêm do corte de pequenos quadrados nos cantos de uma folha A4.

À medida que as dimensões dos lados dos quadrados retirados vão aumentando, a variação do volume da caixa cresce de zero até um valor máximo e depois vai diminuindo até se aproximar de zero. Como a expressão que representa o volume é parte de uma função contínua mas não monótona, haverá sempre dois valores para os quais os volumes das caixas são iguais.

A resposta a esta questão seria considerada correcta se considerasse que o volume de ambas as caixas tanto pode ser igual como pode ser diferente – referindo que o volume da caixa A pode ser superior ou inferior ao volume da caixa B – e se apresentasse uma justificação adequada. Todos os docentes apresentam uma resposta parcialmente correcta, como se observa na Tabela 8:

Tabela 8- Número de respostas dos sujeitos (n=14) à questão 7.

Tipo de respostas	Número de respostas
Correcta	0
Parcialmente correcta	14
Incorrecta	0
Não responde	0

As respostas foram consideradas parcialmente correctas porque, embora considerem que os volumes das caixas são iguais (1 docente) ou diferentes (13 docentes), a justificação não é adequada por os docentes se reportarem à planificação das caixas sem contemplarem as componentes que formam a fórmula do volume de um prisma. Assim, o docente que considera que os volumes das caixas são iguais recorre a um raciocínio de proporcionalidade, ponderando que, ao partir da mesma folha, o que se perde na área da base ganha-se na altura da caixa, "são iguais, porque reduziram ao comprimento e à largura mas aumentaram à altura" (P7).

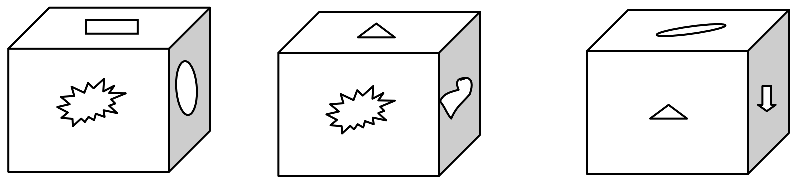
Por sua vez, os docentes que respondem que os volumes das caixas são diferentes afirmam que o volume da caixa A é maior do que o da caixa B. Consideram que à medida que o tamanho dos quadrados retirados nos cantos aumenta, a área da folha A4 diminui, o que faz com que o volume da caixa também diminua. , como exemplificam as seguintes afirmações:

> São diferentes. Como se retira mais papel à folha A4, a dobragem da caixa B gasta menos papel. Logo a caixa A tem maior volume. (P1)
>
> Ao cortar às superfícies estamos a diminuir as dimensões na totalidade, logo o resultado da fórmula vai ser tanto menor quanto mais cortarmos independentemente da forma inicial, por isso os volumes serão diferentes. (P8)
>
> Os volumes das caixas são diferentes. A caixa A tem um volume superior ao da caixa B. O volume calcula-se multiplicando o comprimento pela largura e pela altura. Ao retirarmos um pedaço maior da folha, estamos a retirar ao comprimento, à altura e à largura. Logo o volume será menor. (P14)
>
> Partindo de superfícies iguais, folha A4, retirou-se à caixa A uma superfície inferior à da caixa B, logo pode-se considerar uma relação de proporcionalidade inversa entre a superfície retirada e a superfície restante (que ficou). Assim sendo, a caixa A, resultante de uma superfície maior, terá um volume maior do que a caixa B, resultante de uma superfície menor. (P11)

Nesta questão os professores recorreram à representação verbal para apresentar as suas ideias e justificar as suas afirmações.

Questão 8

Considere um cubo com motivos diferentes em todas as faces, como se mostra na figura:



Indique qual é o **motivo oposto** a cada um deles e registe como chegou à sua conclusão.

A capacidade de visualização espacial pode traduzir-se em diferentes representações, tais como a criação e utilização de esquemas e desenhos que reflictam a manipulação mental de certas figuras. No caso desta questão, para além da correspondência correcta entre motivos opostos, importa verificar como os professores justificam os seus raciocínios.

Como se constata na Tabela 9, embora todos os docentes identifiquem correctamente os motivos opostos, cinco deles respondem de forma parcialmente correcta por não justificarem a forma como obtêm essas correspondências.

Tabela 9- Número de respostas dos sujeitos (n=14) à questão 8.

Tipo de respostas	Número de respostas
Correcta	9
Parcialmente correcta	5
Incorrecta	0
Não responde	0

Os restantes nove docentes que respondem correctamente à questão, recorrem a dois tipos de representações para explicarem como obtiveram os motivos opostos: descrição da manipulação mental das figuras por exclusão de partes (P2, P6, P7, P8, P9, P11) e desenhos de cubos (P3, P4, P14). Os professores que descrevem a manipulação mental das figuras por exclusão de partes justificam ter recorrido à "orientação espacial" (P6); à "simulação de movimentos e posteriormente concretizando para confirmar" (P2), e à resolução "por tentativas" (P8). Dois docentes apresentam uma descrição do seu raciocínio:

> No primeiro cubo, a "estrela" só pode ter como motivo oposto a "seta" porque o triângulo, no cubo a seguir, está por cima da "estrela" e aquela figura parece um coração, está ao lado, logo só resta a seta. O "círculo" tem que ter do lado oposto o "coração" porque não pode ter nem o "rectângulo" nem a "seta" e o "rectângulo" tem o "triângulo" pelas mesmas razões. (P7)

Como o cubo tem três faces visíveis, tem que verificar 6 imagens diferentes. Através da rotação, dos dois primeiros, consegue-se chegar à relação entre quatro imagens (duas a duas). Por exclusão de partes, as imagens que faltam (2) são opostas uma à outra. (P11)

O professor P9 torna mais explícita a forma como excluiu os motivos, de modo a encontrar os opostos recorrendo à construção de uma “tabela” e ao desenho de um cubo:

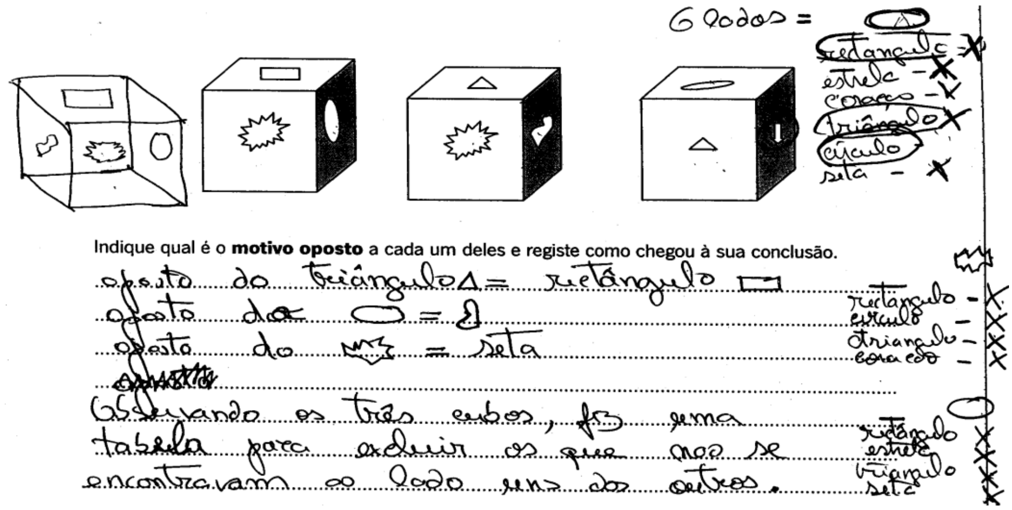


Figura 8- Resolução apresentada pelo professor P9 à questão 8.

Para além deste professor, três outros também desenharam cubos para explicitar o seu raciocínio da forma como escolheram os opostos, como é exemplo o esboço efectuado pelo professor P4:

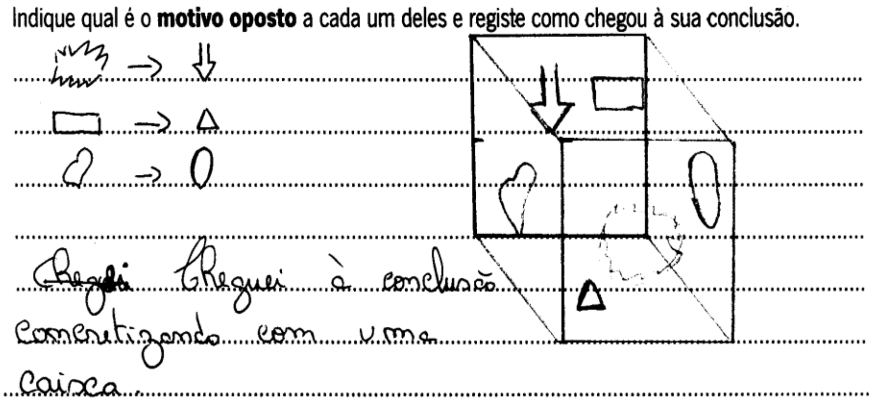


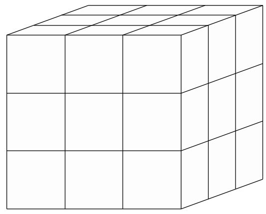
Figura 9- Resolução apresentada pelo professor P4 na questão 8.

A maioria dos professores manifesta capacidade de recorrer à visualização e ao raciocínio espacial para formular argumentos válidos através de representações verbal e semi-concreta.

Questão 9

Imagine que foi construído um **cubo** com três **pequenos cubos** por aresta. As faces desse cubo foram pintadas, exteriormente, com tinta. Quantos **cubinhos** ficaram com:

(I) Três faces pintadas?
(II) Duas faces pintadas?
(III) Uma face pintada?
(IV) Nenhuma face pintada?



Para **cada uma** destas situações, **justifique** a sua resposta.

A representação de figuras tridimensionais no plano ajuda a construir imagens mentais sobre essas figuras e a explorá-las na resolução de problemas. Com esta questão, pretendeu-se averiguar como os professores exploram a imagem que representa um cubo formado por 3 pequenos cubos na sua aresta, para indicar o número de cubinhos cujas faces são, ou não, pintadas. Em cada uma das alíneas considerou-se como resposta correcta a referência ao número de faces pintadas – respectivamente 8, 12, 6 e 1 – e uma justificação que traduzisse correctamente o modo como se obteve esse número.

Como se observa na Tabela 10, a maioria dos professores indicou correctamente (excepto em IV) o número de cubinhos que respeitam as condições apresentadas em I, II e III.

Tabela 10- Número de respostas dos sujeitos (n=14) à questão 9.

Tipo de respostas	Número de respostas (I)	Número de respostas (II)	Número de respostas (III)	Número de respostas (IV)
Correcta	9	6	7	6
Parcialmente correcta	5	5	5	0
Incorrecta	0	3	2	8
Não responde	0	0	0	0

Nas respostas parcialmente correctas, os professores indicam o número de faces pintadas nos cubinhos que formam o cubo maior mas não apresentam qualquer justificação. Por outro lado, houve dois professores que apresentam para as quatro situações a mesma justificação, parecendo evidenciar nos seus raciocínios a representação verbal quando afirmam que obtiveram o número de faces pintadas quer "através da observação da imagem e abstraindo" (P2), quer da "observação da figura (sólido geométrico) e verificando passo a passo cada uma das situações'' (P6).

Nas respostas correctas, os professores manifestam o mesmo tipo de representação nas justificações que dão para cada uma das situações apresentadas, como se exemplifica:

(I) Há 8 cubos que têm 3 faces pintadas porque são os que estão nos cantos do cubo maior (P13)

(II) São 8 com 2 faces pintadas, temos 4 cubos na frente mais 4 cubos por trás e mais 2 do lado direito e 2 do lado esquerdo no meio (P8)

(III) 6, são os cubinhos do centro de cada lado (P9)

(IV) 1 cubo que corresponde ao cubo central da construção que não tem nenhuma face visível (P11).

Nas respostas incorrectas, em II, dois professores consideram 8 cubinhos com duas faces pintadas porque "se encontram 4 na mesma base e 4 na outra base" (P7) ou porque "no meio, cada lado tem 2 cubos com dois lados expostos" (P9). Para outro professor, com duas faces pintadas há "4 [cubinhos], por observação da figura (sólido geométrico) e verificando passo a passo cada uma das situações" (P6). Enquanto as duas primeiras respostas dão a entender que os cubinhos da camada do meio não são considerados, a última resposta não apresenta qualquer justificação que elucide o seu raciocínio.

No caso das respostas incorrectas em (III), os professores consideram que são 4 os cubinhos que ficam com uma face pintada porque, como exemplifica a afirmação de um deles, "são os 4 cubos que se encontram no meio de cada uma das faces" (P10). Esta resposta foi ilustrada por um esquema (Figura 10), que dá a conhecer três faces desses cubinhos (designadas pela letra C), mas não se percebe qual das outras faces é considerada, assim como também não se percebe porque não considera as 6 faces do cubo.

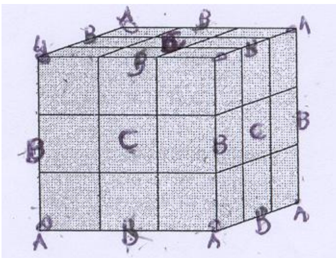


Figura 10- Resolução apresentada pelo professor P10 na questão 9.

Relativamente ao número de respostas incorrectas em (IV), os 8 professores indicam zero cubinhos sem nenhuma face pintada, não apresentando qualquer justificação. Nas justificações dadas às questões formuladas, a maior parte dos professores usa a representação verbal (linguagem) para ilustrar o seu raciocínio.

CAPÍTULO 5

O CONHECIMENTO E AS REPRESENTAÇÕES DE GEOMETRIA DE DUAS PROFESSORAS DO 1.º CICLO

O presente capítulo é dedicado a dois estudos de caso realizados com duas professoras do 1.° Ciclo do Ensino Básico. A uma abordagem mais geral segue-se a busca de um conhecimento mais aprofundado, que resulta da observação de aulas dessas duas professoras e de uma entrevista individual realizada a cada uma delas após a observação dessas aulas.

As participantes, Ana e Inês, são professoras do 1.° Ciclo do Ensino Básico colocadas num dos estabelecimentos de ensino do núcleo do agrupamento em que se realizou a primeira fase do presente estudo. Concluído o Curso de Magistério Primário encontravam-se em situação de equiparação a bacharelato. Posteriormente, há alguns anos trás, realizaram um curso de formação complementar, em regime pós laboral, no sentido de obterem equiparação a licenciatura. Leccionam ambas num mesmo estabelecimento de ensino, composto por duas salas de aula correspondentes a duas turmas. Em cada uma delas a população escolar engloba crianças de dois anos de escolaridade distintos. A turma que Ana lecciona é composta por duas alunas do primeiro ano e oito alunos do segundo ano de escolaridade e a turma de Inês integra quatro alunos do terceiro ano e cinco alunos do quarto ano de escolaridade.

A observação englobou quatro aulas de cada uma das docentes e desenrolou-se ao longo dos meses de Janeiro, Fevereiro, Março, Abril e Maio de 2009. Não houve uma calendarização pré-fixada, uma vez que, sendo necessário observar aulas sobre conteúdos específicos da Geometria, tal implicou ir de encontro à planificação das docentes. Implicou, também, a disponibilidade de cada uma delas e da investigadora. Recorreu-se à vídeo-gravação de cada uma das aulas, sendo, posteriormente, feita a transcrição de cada aula, da quais se apresentam alguns extractos considerados mais significativos.

No sentido de não influenciar o desenrolar das aulas, a sua sequência, planificação, conteúdos, ou metodologias utilizadas pelas docentes, a investigadora assumiu uma posição de observadora não participante. Do mesmo modo, não houve lugar a conversas prévias, nem a partilha de reflexões no final de cada sessão, devido a dificuldades na gestão de tempo de ambas as docentes em função dos horários determinados pelo agrupamento (uma vez que o tempo dedicado à Matemática ocorria a meio do tempo lectivo), deixando-se essa oportunidade para a entrevista que ocorreu no final das observações das aulas de ambas as docentes.

5.1. Estudo de caso Ana

Ana é uma professora licenciada e desenvolve, há 21 anos, a sua actividade profissional no 1.º Ciclo do Ensino Básico desde o início da sua carreira docente. A sua formação inclui a realização de um Curso de Complemento de Formação há oito anos na área de Expressões. Este ano, fez uma formação na área específica da Matemática, frequentando o curso de formação contínua, organizado pelo ministério, com a duração de um ano.

Ao longo da sua actividade profissional, leccionou em estabelecimentos muito variados quanto ao número de colegas, ao tipo de meio rural/urbano, a turmas reduzidas/extensas e também quanto a turmas compostas por alunos de vários anos de escolaridade ou apenas por um ano. Relativamente à estabilidade na carreira, leccionou, nos primeiros anos, em diferentes escolas isoladas e pequenas, uma vez que o concurso era anual. Só há dez anos é que adquiriu estabilidade ao integrar o Quadro de Zona Pedagógica (QZP). Lecciona no presente agrupamento de escolas há quatro anos e neste estabelecimento de ensino há três anos.

5.1.1. Prática pedagógica

Observação da 1.ª aula

Na primeira aula em que foi observada (22-01-09), Ana abordou a composição de figuras geométricas. Começou a aula por distribuir aos alunos, organizados em pares, uns envelopes com figuras em cartolina representativas de triângulos de vários tamanhos, de quadrados e de paralelogramos. A sua preocupação foi averiguar se os alunos identificavam o número de lados e de ângulos que formam cada uma destas figuras:

Ana: Todos têm um envelope com figuras geométricas. Vão abri-lo e depois quero que levantem o maior triângulo que aí tiverem. (...) [Depois dos alunos levantarem tal triângulo] Quantos lados tem esse triângulo?
Alunos: Três.
Ana: Três. E ângulos?
Alunos: Três.
Ana: Agora quero que levantem o quadrado! Um quadrado! Quantos lados tem?
Alunos: Quatro.
Ana: E quantos ângulos?
Alunos: Quatro.
Ana: Como é que são os lados do quadrado?
Aluno: São todos iguais.
Ana: Sim, são todos iguais. Agora quero que levantem o menor triângulo que aí estiver.

Ana: [Os alunos levantam a figura que lhes sugere o menor triângulo. Ana dirige-se a uma aluna] Eu disse o menor. Olha bem para todos os que estão aí. Tenham cuidado. Quero ver o menor triângulo nas vossas mãos!
Alunos: Todos os triângulos?
Ana: Não. Só o menor.

Com tais figuras em cartolina, os alunos mostraram reconhecer a forma de um triângulo e de um quadrado. De seguida, Ana distribuiu-lhes uma folha com figuras formadas pela composição de triângulos, quadrados e paralelogramos (Figura 11):

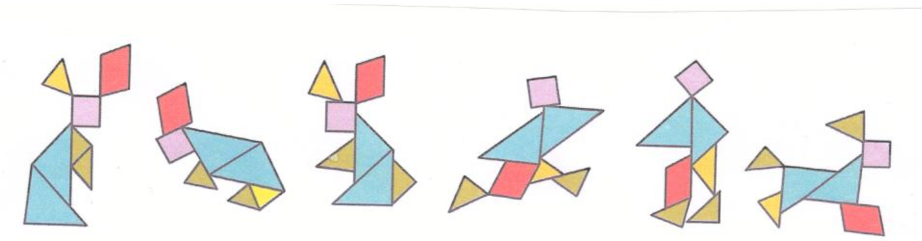


Figura 11- Figuras para os alunos reproduzirem.

Destas figuras geométricas, o paralelogramo não mereceu qualquer atenção, nem por parte da professora nem por parte dos alunos. A maior preocupação de Ana foi a de clarificar aos alunos de como deveriam proceder:

Ana: Agora vamos fazer figuras com essas peças! Vamos tentar construir cada uma destas figuras [mostrando e apontando para cada uma das composições da sua folha] esta, esta...
Alunos: De cada vez?
Ana: Sim, uma de cada vez. Eu vou circulando pelas mesas e vou verificando, está bem? Não se esqueçam que só podem passar para a seguinte depois de conseguirem completar uma. Cuidado com as posições dos quadrados e dos triângulos. Perceberam?
Alunos: Sim.
Ana: Vamos começar pela primeira! Olhem para a imagem e tem que ficar igual. Vamos lá construir.

À medida que os alunos procuravam construir a primeira imagem, Ana circulava pela sala para lhes dar apoio (principalmente aos alunos do 1.º ano) e para os incentivar a trabalhar:

Ana: Vamos lá, continuem.
Alunos: Senhora professora, é assim?
Ana: Não sei. Vamos lá ver.
Aluna: Professora, acho que já está!

Ana: Mostra para ver se está certa. Parece que não está muito bem. Olha para esta (apontando), parece que é um pouco maior. Vejam bem.

Aluno: Professora, assim?

Ana: Achas que esta é igual a esta?

Aluno (1.º ano): Professora, já acabamos.

Ana: Também não me parece que esteja igual. Vamos tentar novamente. [A professora ajuda os alunos a verificar o que estavam a fazer e concluem que há duas delas que não estão colocadas na posição correcta]. Ora vejam lá se está correcta. E vocês? [Dirigindo-se para outro grupo] A cabeça e tronco estão bem! Vamos lá, continuem! (...) Vejam bem as figuras e têm que estar atentos ao tamanho e à posição dos triângulos.

Alunos: Professora já está.

Ana: Vamos lá ver! Aqueles já conseguiram, estes também. [Dirigiu-se a outro grupo] Cuidado porque neste desenho, aqui tem um bico, não um lado. É preciso atenção.

Alunos: Acho que já está.

Ana: Olha bem para a imagem... vê lá, o que achas?

Alunos: Ah! (corrigindo)

Depois de os alunos reproduzirem a primeira imagem, Ana disse-lhes para passarem para a seguinte:

Ana: Vamos passar ao segundo, utilizando todas as peças. O mais fácil é começar pelo corpo. Só depois as restantes partes. [Depois de dar algumas instruções a professora circula novamente pela sala. Dirigindo-se a um dos grupos] Assim não fica o corpo! [Dirigindo-se para todos os alunos] Quero ver em todos os grupos o corpo. Mostra-me, onde está o corpo? Não me parece. Tentem novamente.

Alunos: Professora, é assim o corpo?

Aluno: Acho que já conseguimos, professora, olha.

Ana: Sim senhora, está bem! Agora continuem.

Ana: [A professora dirige-se para o grupo que parece revelar maiores dificuldades e apoia-os] Olha, esta peça não está muito bem! Falta aqui uma... vamos, alterem e completem a figura.

À medida que circulava pela sala, Ana orientava e questionava os alunos na execução das restantes tarefas, procurando não lhes dizer totalmente como deveriam fazer:

Ana: Como já todos fizeram, vamos desfazer e tentar as [seguintes] imagens. Tentem sempre começar pelos dois triângulos... maiores. Porque obtêm o corpo, tornando-se mais fácil o resto.

Aluno: Assim professora?

Ana: Parece-te que seja assim? Eu não sei...

Aluno: Não!

Ana: Então, presta atenção! E vamos tentar, está bem? O que vos parece? Vamos tentar outra vez? (...) Isto não devia estar noutra posição? Verifiquem bem! Andem lá!

Alunos: Professora, o nosso está bem?

Ana: Não está muito bem. Vamos ver porquê! Pega nessa e vira-a, agora encosta. Vamos continuar. E vocês? Não está bem. Olhem para a peça amarela. Gira-a, mais e mais e fica assim. E agora, não está melhor? Continuem. (...) Têm que tentar sozinhos, está bem? (...) Agora deixa o teu colega olhar bem e completar a figura, está bem?

Depois da composição de várias imagens, Ana propôs aos alunos a resolução de exercícios do manual escolar. Os alunos do 1.º ano tinham que desenhar quadrados, triângulos e rectângulos, enquanto os do 2.º ano tinham que colorir partes simétricas de rosáceas e frisos em relação a um eixo de simetria:

Ana: Temos aqui as rosáceas [mostrando a imagem do livro] para completar e temos um friso para fazer igual. Vocês [dirigindo-se aos alunos do 1.º ano] vão fazer isto. O que é isto?

Alunos: Quadrado.

Ana: Vamos pôr aqui, tal e qual um quadrado. E isto, o que é? [apontando]

Alunos: Rectângulo.

Ana: Vamos pôr aqui, tal e qual o rectângulo! Continuem a trabalhar. [Dirigindo-se para o quadro e para os alunos do 2.º ano] Aparece aí uma rosácea para desenhar [vamos desenhar no quadro um círculo e um quadrado] (...) o que fazer para dividir um quadrado em duas partes iguais?

Perante a questão formulada pela professora, alguns alunos foram ao quadro representar diferentes formas de dividir o quadrado. O primeiro aluno que foi ao quadro dividiu o quadrado em dois triângulos através de uma das suas diagonais:

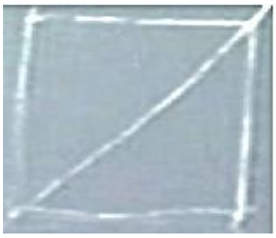


Figura 12- Representação da divisão de um quadrado em dois triângulos.

Perante esta construção, Ana orientou os alunos a traçar os eixos de simetria do quadrado, de modo que o dividisse em dois rectângulos geometricamente iguais:

Ana: Como se chama esta linha que divide o quadrado em duas partes iguais? (Vários alunos levantam o braço)

Alunos: É o eixo de simetria.

Ana: Sim! E esta parte? Esta fica igual a esta parte. Mas eu pedi para me traçar o eixo de forma a dar dois rectângulos (a professora desenha novamente um quadrado). Quem sabe dividir o quadrado para ter dois rectângulos? (Vários alunos levantam o braço)

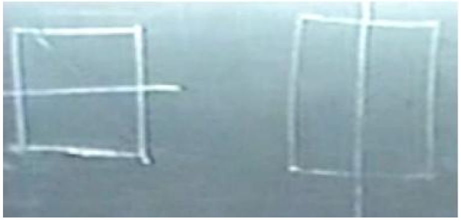


Figura 13- Representação da divisão de um quadrado em dois rectângulos praticamente iguais.

Ao observar que os alunos dividiram o quadrado em dois rectângulos, Ana explorou os eixos de simetria das rosáceas, referindo-lhes "que têm que pintar a parte de baixo da rosácea tal e qual a parte de cima".(AO).

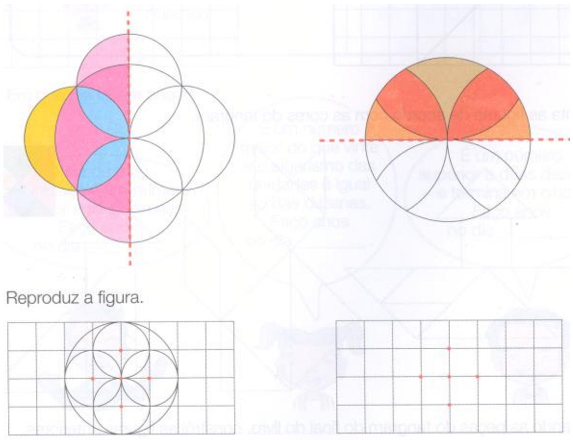


Figura 14- Exercício do manual escolar resolvido pelos alunos.

Ana: Agora fazem esta rosácea e o eixo de simetria. Têm que fazer de modo a terem partes iguais, é como ver ao espelho.

Alunos: Iguais!

Ana: Se não for mesmo igual, tem que ser parecido.

Depois de trabalharem com as rosáceas, Ana propôs uma actividade com frisos:

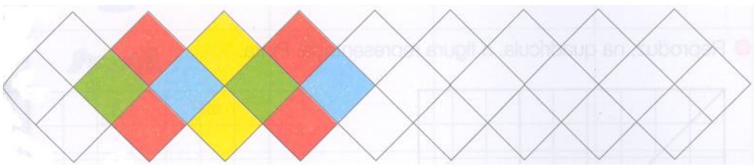


Figura 15- Exercício do manual escolar resolvido pelos alunos.

Ana: Qual é o padrão que está aqui? Quais as cores que precisam?
Aluno: A verde, amarelo, azul e rosa.
Ana: Que imagens compõem este friso? O que é isto? [apontando para um dos quadrados mais pequenos] É um...
Aluno: Quadrado!
Ana: E este? Esses quatro quadrados, que figura geométrica é que eles formam? [Como não obtém resposta pega no manual e mostra aos alunos apontando a figura a que se refere]. Que figura geométrica é que eles formam? Quem sabe?
Aluno: Formam um quadrado.
Ana: Formam um quadrado, sim senhor!
[Deixando os alunos do 2.º ano a completar a tarefa, dirige-se ao grupo de 1.º ano] Vamos lá ver como estão a ficar os vossos trabalhos. Muito bem, vamos continuar. [Os alunos do 1.º trabalham em par corrigindo-se] Que figura é esta?
Alunos: Rectângulo.
Ana: E esta?
Alunos: Triângulos.
Ana: Muito bem!

Os alunos continuaram a resolver os exercícios até terminar a aula.

Observação da 2.ª aula

Na segunda aula em que foi observada (29/01/2009), Ana deu continuidade à composição de figuras geométricas abordada na aula anterior. Começou por efectuar com os alunos uma revisão sobre a identificação e representação de figuras geométricas (triângulo, quadrado, rectângulo, círculo e pentágono); eixos de simetria de algumas destas figuras; paralelismo e perpendicularidade entre rectas. Os desenhos que representavam o rectângulo e o quadrado foram explorados para a revisão da noção de simetria destas figuras geométricas (Figura 16):

Figura 16- Representação no quadro pelos alunos de figuras geométricas e eixos de simetria.

Enquanto a representação da maior parte das figuras não gerou discussão, o mesmo já não aconteceu com a representação de um pentágono:

Ana: [Dirigindo-se a um aluno] Vai desenhar um pentágono. [Como o aluno não se lembrava, pergunta-lhe] O que é um pentágono? Não te lembras?
Aluno: Não.
Ana: [Dirigindo-se a outro aluno que levantou a mão] Tu que sabes, vem ao quadro e desenha um pentágono.

Figura 17- Representação de um pentágono.

Ana: O que é um pentágono? Quem se lembra? Quantos lados tem a figura geométrica que desenhaste?
Aluno: [Contou os lados e respondeu] Tem seis lados.
Ana: Então o pentágono tem seis lados?
Alunos: Não.
Ana: Eu queria um pentágono. Quem é que se lembra?
Aluno: Professora, não consigo.
Ana: Consegues. Tens que te lembrar o que é um pentágono.
Aluno: É uma figura geométrica.
Ana: Com quantos lados?
Aluno: Com cinco.

Apercebendo-se de que o aluno que tinha ido ao quadro não conseguia desenhar um pentágono, Ana pediu a dois alunos que elucidassem o seu colega, o que resultou nas seguintes representações (Figura 18):

Figura 18- Representação de pentágonos no quadro pelos alunos.

Depois da contagem do número de lados dos pentágonos representados, Ana propôs a abordagem dos quadriláteros para rever as noções de paralelismo e de perpendicularidade.

Ana: Agora quero um quadrilátero. Quem é que desenha um quadrilátero? [Dirigindo-se a um aluno] Recordas-te o que é um quadrilátero?

Aluno: É uma figura geométrica.
Ana: É uma figura geométrica com...
Aluno: Com... com... quatro lados.
Ana: Então vem ao quadro desenhar um quadrilátero! [Após o aluno desenhar um rectângulo, conta os lados e assinala-os com um traço e Ana prossegue] Este quadrilátero parece...
Alunos: Um rectângulo.
Ana: Quero que indiquem ali dois lados paralelos.
Alunos: Dois lados paralelos?
Ana: Sim, no rectângulo que a vossa colega desenhou. Quero dois lados paralelos. Quem vai assinalar os dois lados paralelos? [Como nenhum aluno se propõe, Ana dirige-se para o aluno que está no quadro]. Pega num giz de cor e sublinha dois lados paralelos.
Ana: [O aluno assinala os dois lados na posição vertical] Está bem o que fez?
Alunos: Sim.
Ana: Porque é que está bem?
Alunos: Porque temos dois lados iguais e também estão à mesma distância.
Ana: E na mesma di...
Alunos: Direcção.
Ana: Sem nunca se to... [acompanhando com gestos]
Alunos: Tocarem.
Ana: Agora, quero no mesmo rectângulo dois lados perpendiculares.

A professora sugeriu a um aluno que fosse ao quadro e utilizasse uma cor diferente para não se confundir. Este assinalou duas linhas paralelas mas na posição horizontal. Ana perguntou à turma se os lados eram perpendiculares. Com a ajuda das respostas de alguns deles, os alunos distinguiram os lados paralelos dos perpendiculares.

Depois destas revisões, Ana distribuiu aos alunos geoplanos para representarem, com a ajuda de elásticos de cores diferentes, algumas figuras que lhes propôs oralmente (quadrados, rectângulos e triângulos). Quando se apercebeu que os alunos tinham completado a tarefa e realizado as construções propostas, procurou corrigi-las com a participação de todos:

Ana: Olhem, vamos começar pelo trabalho dos alunos do 1.º ano. Eles fizeram um quadrado grande e um pequeno no interior e um triângulo aqui [identificou uma figura de cada vez, para que os alunos fossem acompanhando. Estes alunos colocaram um dos vértices do triângulo no vértice do quadrado]. (...) Agora vamos ver outra, por exemplo este.
(...)
Ana: O quadrado, colocam onde quiserem. [A professora dirige-se ao grupo de 1.º ano a fim de lhes prestar apoio] Não conseguem? Puxa... puxa... Já está. [Dirigindo-se a todos os alunos] Toda a gente a trabalhar! Utilizem os elásticos com mais elasticidade para conseguirem fazer as figuras com mais facilidade.

Vamos lá verificar. Ora vejamos o que temos aqui. (...) Tal como pedira. Muito bem!

A actividade desenvolvida pelos alunos no geoplano serviu para Ana lhes propor a reprodução neste material didáctico de imagens compostas por triângulos, quadrados e rectângulos:

Ana: Agora vou entregar... vou dar-vos uma fotocópia e têm que fazer estas figuras que aqui têm [mostra a ficha de trabalho com composições de figuras para realizar no geoplano]. Desenhem primeiro no geoplano.

A primeira figura representada pelos alunos, em pares, foi corrigida com ajuda de Ana a partir da construção efectuada por um dos pares de alunos:

Ana: Ora, vou pegar num e vamos corrigir todos juntos. Vamos olhar para aqui e depois para o vosso. [A professora mostra e conta os pregos juntamente com os alunos]. Está bem assim?

Figura 19 -Reprodução de figuras pelos alunos no geoplano.

O processo usado para analisar a construção no geoplano do triângulo, do quadrado e do rectângulo foi o mesmo na análise das construções seguintes (Figura 20):

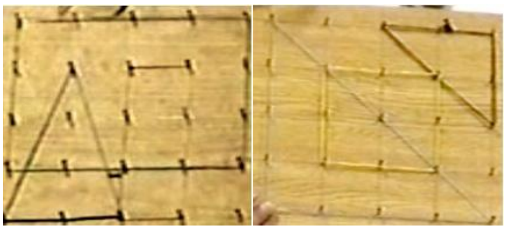


Figura 20- Reprodução de figuras pelos alunos no geoplano.

Os alunos fizeram as figuras geométricas sugeridas, sob a observação da docente:

Ana: Agora façam esta, vejam primeiro quantos preguinhos são para ficarem iguais! [circula pela sala e para junto de outro grupo] Vamos lá, conta. Quantos são para lá? [Os alunos contam] Então vamos lá... continuem.

Alunos: Professora, isto não dá!
Ana: Não dá... de certeza? Se não consegues, pede ao teu companheiro que ajude! (dirigindo-se aos restantes alunos) Todos já conseguiram? Só faltam eles? (aproxima-se para os ajudar) Vamos lá acabar... não têm que começar lá em cima?
Alunos: Sim!
Ana: E então?
Aluno: Assim?
Ana: Não sei... conta quantos tem. Anda! E agora?
Aluno: Tem dois pregos.
Ana: E agora?
Aluno: Agora temos que andar dois para cima.
Ana: Ah! Então dá ou não dá? Têm que obedecer ao que está no papel! Agora olhem todos para aqui. [Ana optou pelo geoplano de um outro grupos e posiciona-se mais uma vez no quadro, em frente aos alunos, apontando as figuras para serem identificadas] (...) E reparem no que este [apontando] lado do triângulo faz ao quadrado...
Aluno: Corta ao meio.
Ana: Então, faz o quê? [compasso de espera] Tipo eixo de...
Alunos: Simetria.
Ana: E esta parte do... [assinalando]
Alunos: Quadrado.
Ana: É igual a...
Alunos: Este.
Ana Ou será que não?
Aluno: Ficam dois triângulos.

Após o trabalho desenvolvido com o geoplano, Ana propôs aos alunos a resolução de exercícios idênticos presentes no manual escolar.

Observação da 3.ª aula

Na terceira aula em que foi observada (02-02-09), Ana abordou a construção de figuras simétricas. Começou a aula por distribuir uma folha em branco aos alunos:

Ana: Agora vão pegar na folha como a professora. Olhem para mim! Agora vamos dobrar a folha ao meio muito direitinho... não se esqueçam: ao meio.
Aluno: [Exemplificando] Assim professora?
Ana: Pousem em cima da mesa e têm que dobrar ao meio. [Ana executa] Assim! A professora já dobrou! [Ana abre a folha e mostra aos alunos] Vêem? Têm que vincar muito bem para ficar como este.
Ana: Põe ali o dedo para segurares bem a folha e vinca bem! Já todos dobraram?
Alunos: Sim! [Ana circula pela sala para verificar se todos os alunos realizaram correctamente o que propusera]

Ana: Agora coloquem a folha dobrada em cima da mesa, nesta posição. [Ana executa e os alunos também] Esta parte deve ficar virada para o lado da janela. Agora cada um vai fazer metade de um desenho à escolha. Vou explicar. Por exemplo vou fazer uma borboleta. Vou fazer a metade da borboleta. Ora vejam: vou desenhar metade da cabeça da borboleta com um "corninho". Só podem fazer metade do vosso desenho. Vamos imaginar que querem uma bola. Vamos imaginar que isto é uma folha de papel.

Ana representou metade de uma bola numa folha de papel desenhada no quadro. Os alunos deram outras sugestões, que ela também representou no quadro, de modo que eles percebessem o que era pedido: desenhar metade de uma figura. Após algumas exemplificações, a professora convidou os alunos a desenharem as figuras que quisessem.

Figura 21- Representação de metades de figuras.

Para verificar o que os alunos estavam a desenhar, Ana circulou pela sala e ajudou os que manifestavam dificuldades. Quando os alunos efectuaram o desenho pedido, exemplificou como deveriam fazer a partir de um exemplo que ela recortou:

Ana: [Dirigindo-se para toda a turma] Agora com a tesoura, e assim dobrado, cada um vai cortar por cima da linha. Eu vou fazer primeiro para vocês verem. Direitinho sem desperdiçar papel nenhum e sem recortar a zona onde dobramos. Estou a recortar o meu desenho. [Ana desenha metade de uma figura na sua folha e recorta-a para mostrar o seu exemplo aos alunos]

Aluno: Vão sair duas.

Ana: Já recortei a parte que tinha desenhado. Agora vou abrir. O que é que vocês acham que vai aparecer quando abrir?

Figura 22- Estrela

Aluno: É...
Aluno: Uma estrela?
Ana: O que é que vos parece? [desdobrando a folha]
Alunos: Uma estrela.
Ana: Esta parte e esta de baixo como é que ficaram? [como os alunos não respondem, Ana reformula a questão, apontando com o dedo a que parte se reporta] Como é esta parte em relação a esta?
Aluno: É igual?
Ana: Que risquinha é esta?
Aluno: É onde nós dobramos.
Ana: Sim. Mas qual o seu nome? Como se chama?
Aluno: Eixo de simetria.
Ana: Muito bem! O que faz com que a deste lado seja igual ao do outro lado. Agora, cada um vai cortar o seu desenho.
Aluno: E deixamos o quê?
Aluno: Ó professora, é para deixar onde não está a lápis?
Ana: É para começarem. Eu vou circulando pelas mesas para ver e para vos ajudar, está bem?

Depois de analisar a reprodução da figura simétrica que obteve, Ana propôs aos alunos que usassem a mesma técnica com o motivo que eles desenharam. Estes recortaram o seu motivo, desdobraram a folha e mostraram à professora a figura que obtiveram. Ana escolheu algumas destas figuras e analisou com a turma as suas características, como, por exemplo, o eixo de simetria:

Figura 23- Figuras obtidas pelos alunos por corte de meias figuras.

Ana: Vamos lá abrir devagarinho! O que será?
Aluno: Um avião.
Aluno: Um bicho.
Ana: Pode ser muita coisa, não é?
Aluno: É um barco. [resposta do aluno que fez o desenho]
Ana: Ele diz que é um barco! Vamos abrir e ver. Olhem, reparem aqui [apontando para o eixo de simetria] Estão a ver, a parte onde dobrámos, é o eixo de simetria e agora [abre e aponta de novo o eixo de simetria] está aqui bem no meio.
Alunos: Ah! Parece mesmo um barco! E até tem os remos ali! [sinalizando o que parece serem os remos]
Ana: Pois é, e os remos de um lado e do outro, estão a ver, reparem, estão à mesma distância: se de um lado estiver a dois dedinhos, do outro também

tem de estar a dois dedinhos, por causa do eixo de simetria. Ou seja, à mesma dis...

Aluno: Distância. Que giro, professora!

Algumas figuras geraram discussão em torno do objecto representado. Entre essas figuras foi apresentada uma circunferência, nomeada pelo aluno como sendo uma bola sem que tenha havido qualquer referência à figura geométrica. Após a análise das diferentes figuras representadas pelos alunos, Ana distribuiu-lhes uma folha quadriculada com sete meias figuras, cada uma delas situada num dos semi-planos do respectivo eixo de simetria, e pediu-lhes para as completar:

Ana: Vamos fazer as simetrias destas figuras. [mostrando a ficha de trabalho] Já estão desenhados os eixos de simetria. Ora vamos todos olhar para aqui. Como vêem, só temos metade da imagem e nós vamos fazer a parte que falta. Vamos olhar. Quem tiver dificuldades, faz assim: [exemplifica usando o espelho] encosta o espelho ao eixo de simetria e já vê a outra parte. Depois é só desenhá-la.

Aluno: Com o espelho é fixe!

Ana: Imaginem a casinha. Não sabemos quanto vamos contar para ali. Pegamos no espelho, encos...

Alunos: Encostamos.

Ana: Isso, encostamos ao eixo de simetria e, já temos a outra parte da casinha para desenhar. Tal e qual... os mesmos quadradinhos e a mesma distância do eixo de simetria. Perceberam?

Alunos: Sim!

Ana: Pronto! Vamos começar a fazer, eu vou circulando e, se houver dúvidas com o espelho, vamos verificar.

Como só estava disponível um espelho, os alunos recorriam às quadrículas para obterem a figura simétrica. Ana circulou com o espelho pelas carteiras e individualmente orientou, confirmou ou rectificou os resultados:

Alunos: Ó professora!

Ana: Sim? [aproximando-se] Tens que fazer a outra parte igual à do outro lado. Onde está o eixo de simetria?

Alunos: Aqui!

Ana: Então, tens que desenhar para cima. Pões o espelho e vamos lá ver. Estás a ver?

Aluno: Sim!

Ana: Então força. Onde está o eixo de simetria? [dirigindo-se a outro aluno que se encontra parado]

Aluno: Desta?

Ana: Sim, desta figura! [Como o aluno não responde Ana volta a insistir] Vamos lá, onde está o eixo de simetria? O que é um eixo de simetria?

Aluno: É…

Ana: Quem sabe o que é um eixo de simetria? [Dirigindo a pergunta à turma]

Aluno: É um tracinho a dividir a figura ao meio.

Ana: Sim, é a recta que divide a imagem ao meio! [novamente para o aluno] Então, já me podes mostrar onde está o eixo de simetria. [o aluno indica correctamente o eixo de simetria e Ana coloca o espelho em cima do eixo de simetria] Olha para aqui. Esta parte tem que ser igualzinha àquela que vais desenhar. Olha para o espelho. Olha bem. Estás a ver? Eu vou levantar o espelho e agora vais desenhar! E tu? [dirigindo-se para outro aluno] Como já fizeste, vamos colocar o espelho e ver se fizeste bem. Olha bem.

Aluno: Está bem.

Ana: Agora vamos ver esta. Fica mesmo como no espelho. Estás a ver? Deve ficar igualzinha. Onde tem escuros devem ficar escuros e os outros um pouco mais claros. Vê como pintas. (…)

À medida que alguns alunos concluíam os seus trabalhos, Ana propunha-lhes uma actividade idêntica a realizar do manual escolar.

Observação da 4.ª aula

Na quarta aula observada (06-02-09), o assunto tratado foi a composição de figuras geométricas a partir de duas figuras (triângulo e trapézio rectângulo) obtidas pelo seccionamento de um quadrado. Ana iniciou a aula por pedir aos alunos para representarem, no quadro, algumas figuras geométricas – triângulo, rectângulo, pentágono que depois explorou para rever as noções de ângulo e de rectas paralelas e perpendiculares.

Ana: [Dirigindo-se aos alunos] Quem é que vem ao quadro desenhar? Atenção, escutem bem: uma figura geométrica com os lados iguais dois a dois. [Um aluno do segundo ano dirige-se ao quadro e representa um rectângulo]. Muito bem. Como se chama esta figura?

Aluno: Rectângulo.

Ana: Sim, é um rectângulo, porque tem os lados iguais dois a dois. E os ângulos? Quantos são?

Aluno: Quatro!

Ana: Então desenha aí os quatro ângulos. Estão a ver: são ângulos rectos, porque se encontram num ponto [assinalando no quadro], este aqui, estão a ver, e fazem um ângulo de 90°.

Depois de um aluno ter assinalado correctamente os ângulos do rectângulo, a professora pediu-lhe para identificar os lados paralelos e os perpendiculares. De seguida, após a identificação das mesmas características num triângulo e num quadrado, a docente solicitou aos alunos que representassem um pentágono:

Ana: Agora quero um pentágono.
Aluno: Um pentágono?
Ana: Quantos lados?
Aluno: Cinco!
Ana: Então conta.
Aluno: Um… dois … três… quatro!
Aluno: Falta fechar!
Ana: Então fecha.
Aluno: Eu sei! Eu sei fechar! Já está!
Ana: [Pedindo a uma aluna que vá ajudar o colega]. Vamos lá ver. Então e aqui? Agora vamos ver [contando, de novo, os lados com os alunos]. Há cinco la…
Alunos: Lados.

Figura 24- Representação de pentágonos por alunos do 2.º ano

Os alunos não manifestaram dificuldades na representação de triângulos e rectângulos, nem na identificação dos seus ângulos e, no caso do rectângulo, em verificar os lados paralelos e perpendiculares. O mesmo já não se passou com o pentágono, sobre o qual os alunos manifestaram dificuldades em o representar. Ana evidenciou o número de lados de um pentágono mas não explorou a figura quanto aos ângulos e quanto à posição relativa dos lados.

Para a actividade seguinte, a professora distribuiu aos alunos um quadrado e uma folha de papel quadriculado:

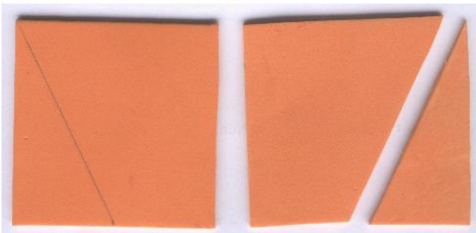


Figura 25- Quadrado decomposto num triângulo e num trapézio rectângulo.

Ana: Nesse quadrado já têm um risco aí desenhado. Vocês vão com a tesoura, com muito jeitinho e vão encontrar outras figuras. Depois de cortar vamos compor as duas partes que vos saírem e compõem outras figuras. Tentem de um lado e do outro e vamos ver quem consegue encontrar mais figuras geométricas.

Alunos: Vamos fazer com o par?

Ana: Desta vez fazem sozinhos, sem ser pares. E já sabem, a figura geométrica que encontrarem têm que desenhá-la aqui [mostrando a folha em branco que está a distribuir]. Pousam em cima as peças e desenham com os lápis. Desenhar com jeitinho e tentem aproveitar a folha, para ficar bem distribuído!

Aluno: Professora, eu já encontrei uma.

Aluno: Eu já encontrei duas.

Ana: Vamos ver quantos conseguem encontrar.

Aluno: Professora, esta como se chama?

Aluno: Isto é um pentágono?

Ana: Conta quantos lados tem.

Aluno: Só encontrei seis.

Aluno: Eu também encontrei seis.

Aluno: Eu, sete.

Ana: Deixa lá ver, quais foram as tuas (para o aluno que refere ter encontrado sete). Vê lá bem estas, parecem iguais?

Aluno: Oh! Não vi. Professora, não há mais nenhuma.

Ana: Pousem uma das partes e andem com a outra à volta!

Aluno: Professora, assim?

Ana: Deixa ver! Esta... esta...muito bem! Vê se descobres mais. Quando formarem uma, comparem com as que já estão no papel, para não repetir novamente a mesma. Vamos lá...

Ana: Vou dar-vos uma dica para descobrirem as outras diferentes, porque já vi que estão com dúvidas, e a pensar... já fiz esta, e esta ... Já não há mais! Vamos fazer assim [executa no quadro]. Uma das partes vai ficar sempre parada. Estão a ver? A outra parte é que vai andar à volta dela [exemplificando e olhando para os alunos]. Volto a levantar e agora vou virá-la e colocar nesta parte [apontando]. Vejam, sem mexer esta. E vou experimentar. Este lado dá? [encostando a peça num lado da outra].

Alunos: Não.

Ana: Pois não. Então, vamos experimentar os outros lados. Este dá?

Alunos: Sim.

Ana: E este, será que também dá? (encostando)

Alunos: Sim!

Ana: Vamos tentar do outro lado. Este dá?

Alunos: Não, é muito pequeno.

Ana: E este?

Alunos: Sim.

Ana: Vamos a este lado. Mas agora vão vocês tentar e ver se já têm todas as figuras possíveis. Vejam que eu mantive sempre uma peça sem mexer.

Aluno: Professora, há mais de sete?

Ana: Há oito.

Aluno: Mas não consigo mais.

Ana: Então vira e vamos lá ver. [aproximando-se do aluno, alguns alunos levantam-se e concentram-se junto da professora para também eles fazerem a verificação das figuras descobertas]

Aluno: Eu já fiz essa.

Ana: Ela já encontrou as oito. Sentem-se para verificarmos todos juntos no quadro. Vamos começar do início.

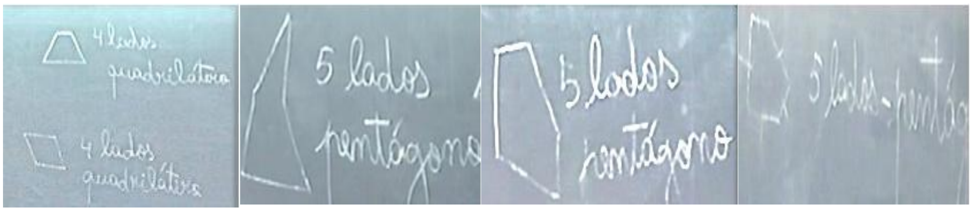


Figura 26- Representação de figuras geométricas pelos alunos resultantes da composição de um trapézio e de um triângulo

Ana representou no quadro as várias figuras obtidas pelos alunos, evidenciando as diferentes representações do pentágono:

Ana: E esta, quantos lados tem?
Alunos: Cinco.
Ana: Como se chama?
Alunos: Pentágono.
Alunos: Cinco.
Ana: Cinco lados, então também é um pentágono.
Aluno: Mas este tem cinco lados!
Ana: Vais encontrar vários com cinco lados. Mas tens que procurar uma igual. Escrevem dentro de cada figura o que estou a escrever no quadro.
Aluno: Que espectáculo, eu já encontrei!
Ana: Agora vou virar para esta posição, e agora vou desenhar [desenha um quadrilátero não regular no quadro]
Ana: Quantos lados tem?
Alunos: Quatro lados.
Ana: Como se chama? É um quadrado?
Alunos: Não.
Ana: É um rectângulo?
Alunos: Não.
Ana: Este lado não é igual a este, nem este igual a este (apontando). Como é que se chama? [Insiste] Como se chama? Um qua...
Aluno: É um quadrilátero.
Ana: Tem quatro lados, é um quadrilátero [escrevendo no quadro e verbalizando] e não é um quadrado nem um rectângulo.
Ana: Agora vou voltar a pôr a peça na mesma posição e só mexo esta! [Revê novamente todas as posições que originaram as quatro figuras anteriores e vai explorando a noção de quadrilátero, construindo diferentes formas com quatro lados]. Agora vamos encostar a este lado que ainda não encostei esta figura. Se eu fizer isto, o que tenho?
Aluno: Olha, parece uma saia!
Ana: Pois, parece mesmo uma saia [desenha-a]. Quantos lados tem?

Alunos: Quatro.
Ana: Como se chama?
Alunos: Quadrilátero.
Ana: Agora, vou desenhar. Quantos lados tem?
Alunos: Três lados.
Ana: Três lados, como se chama?
Alunos: Triângulo.
Ana: Tem três lados e chama-se um triângulo. (simultaneamente regista no quadro)

Após a sistematização das noções relativas às diferentes figuras geométricas descobertas, Ana concluiu a aula:

Ana: E já estão as figuras todas encontradas. Agora vamos escrever o nome. Verifiquem todas as figuras. Quero isso direito (mais uma vez circula pela sala fazendo as correcções necessárias). Então, quantas figuras geométricas encontraram?
Alunos: Oito.
Ana: Viram que com um corte numa figura encontramos várias?

Síntese da observação de aulas a Ana

Nas aulas em que foi observada, Ana abordou, sucessivamente, a Composição de figuras geométricas (1° e 2° aulas), Figuras simétricas (3° aula) e Composição de figuras geométricas a partir de outras (4ª aula). Para que os alunos compreendessem estes conteúdos, apoiou o processo de ensino e aprendizagem através de tarefas que envolveram os alunos nas actividades de exploração e a concretização com o apoio de materiais manipulativos, tais como peças do tangram, geoplano e espelho. Nas suas estratégias usou preferencialmente as representações verbais, na descrição e explicitação de conceitos em estudo; semi-concretas na utilização do quadro para representar em desenho os conceitos matemáticos; e concretas quando propõe aos alunos a utilização de material manipulável para construções geométricas. A valorização das representações visuais permitiram aos alunos a compreensão de conceitos e ajudou-os a clarificar ideias.

Na dinâmica das suas aulas, Ana promoveu a comunicação entre os alunos e entre estes e a professora com a finalidade de orientar, apoiar e questionar os alunos. Quando os alunos erravam ou manifestavam dúvidas, Ana procurava não dar respostas definitivas, incentivando-os a descobrir sozinhos. Usou a comunicação de tipo explicativo, sobretudo para que os alunos percebessem os procedimentos das diferentes tarefas, ou quando os orientava na realização faseada de uma actividade que constituía a base de aprendizagens subsequentes e se requeria algum rigor. O questionamento foi uma estratégia preferencial de dinamização das aulas, de esclarecimento de dúvidas e de interiorização e consolidação de conteúdos. A forma de questionamento que assumiu, na maior parte dos casos, foi a de questões focalizadas para ir ao encontro do que o aluno sabia, para desenvolver novo conhecimento ou ultrapassar dúvidas e dificuldades. Em algumas situações, Ana recorreu ao questionamento no sentido de perceber os conhecimentos que o aluno já detinha. Em outras situações, o questionamento foi usado como estratégia para levar os alunos a pensar sobre determinados conteúdos, através de questões sucessivas e orientadas para a compreensão de aspectos do tema a abordar. Colocou, também, questões indiciadoras da resposta correcta, orientadas para ultrapassar dificuldades ao nível de conhecimentos, realizando e consolidando aprendizagens.

Em determinados momentos, suscitou a discussão entre os alunos para desenvolver a capacidade de visualização destes, a composição e construção de figuras. Como forma de incentivar a discussão, proporcionou momentos lúdicos e de partilha entre o grupo que visou chamar a atenção para os conteúdos a desenvolver.

5.1.2. Conhecimentos e representações de Ana sobre conteúdos de Geometria

Conhecimento de Ana sobre conteúdos de Geometria

Ao reportar-se à sua resolução do teste diagnóstico, na primeira parte desta investigação, Ana considera que teve "algumas dificuldades" (E), principalmente nas questões que contemplavam a resolução de problemas com "áreas e volumes" (E). Essas dificuldades parecem dever-se à valorização que dá à aplicação de fórmulas do que relacionar os dados fornecidos. Na comparação do volume de dois cilindros obtidos a partir do enrolamento de uma folha A4, segundo cada um dos seus lados, afirma que "vão levar a mesma quantidade de líquido, se a folha é a mesma" (E). No seu raciocínio, não nos parece que relacione a variação da área da base e da altura dos cilindros obtidos. O mesmo acontece na comparação de volumes de caixas que são obtidas a partir de cortes de quadrados nos cantos de uma mesma folha: "para mim são diferentes, embora tenha dificuldades em justificar. Penso que a caixa A é maior do que a caixa B (...), porque se cortou mais papel à B" (E). Ana também manifesta dificuldades em referir como poderia estimar a área de uma figura não convencional, porque, na sua perspectiva, "era uma questão difícil de perceber, não me senti à vontade para responder" (E). Tais dificuldades contrastam a expressão com que Ana iniciou a entrevista sobre o seu desempenho no teste diagnóstico, ao considerar que "acho que acertei em quase tudo" (E).

Ana mostra ter presente a hierarquia dos quadriláteros ao referir que "todos os quadrados são rectângulos, porque os quadrados têm as características dos rectângulos: os lados iguais dois a dois e os ângulos todos rectos" (E) e "todos os losangos são quadrados, não está bem, porque os losangos podem ter ângulos agudos, mas os quadrados já não" (E).

Na questão sobre a relação entre perímetros e áreas de rectângulos semelhantes, a docente valoriza a aplicação das respectivas fórmulas:

> Como o perímetro é a soma de todos os lados, o rectângulo B tinha que ter um perímetro 3 vezes maior do que o A. Na área já é diferente, porque tem que se pensar bem na fórmula: lado vezes lado. Eu fiz as contas com a fórmula, já nem me lembro quanto deu... (E)

Ao justificar a necessidade de atribuir valores às dimensões dos rectângulos, para poder aplicar tais fórmulas, parece-nos não ter presente a relação que existe entre os perímetros e as áreas de figuras semelhantes em função da razão de semelhança.

Na questão relativa às pavimentações, Ana identifica como "unidade padrão o triângulo" (E), mas não explicita as transformações geométricas que permitem pavimentar o plano a partir desta figura. Também na questão relativa à melhor posição para construção de uma bomba de gasolina equidistante a duas localidades, volta a revelar dificuldades de raciocínio espacial. Limita-se a identificar somente a posição correspondente ao ponto médio do segmento que une essas localidades: "depois de sabermos qual a distância entre as vilas é só dividir ao meio" (E). Parece, assim, não reconhecer o lugar geométrico que satisfaz as condições da situação apresentada.

Para Ana, a capacidade de aplicação de conhecimentos de Geometria consiste na "resolução de problemas, que estimula o raciocínio, o cálculo, a concentração e ajuda a resolver situações da vida que envolvam medições (...) prepara para vida do quotidiano" (E). Porém, considera que os programas escolares não favorecem o desenvolvimento dessa capacidade porque, na sua perspectiva, embora "toda a Matemática do 2.º ano tenha situações problemáticas, cálculo mental, já o programa do 3.º ano é muito extenso e muito difícil" (E).

No decurso das aulas observadas, constatou-se que Ana apresentou um domínio dos conteúdos de Geometria que foram abordados, o que lhe permitiu trabalhá-los com os alunos de uma forma clara e acessível para estes. Evidenciou as características dos quadrados, triângulos e rectângulos, quanto ao número de lados e de ângulos. Relativamente aos quadrados e aos rectângulos, destacou a posição relativa dos seus lados, o que, de uma forma intuitiva, desenvolveu nos alunos a percepção visual do valor da amplitude dos ângulos internos destas figuras. Mas, ao proporcionar que as figuras fossem desenhadas no quadro sempre na mesma posição, com a base paralela ao chão, deu a entender que não considera este atributo como causa de alguns erros cometidos pelos alunos na identificação de figuras geométricas. Quanto aos triângulos, só foram explorados triângulos acutângulos, levando os alunos a identificar a forma das figuras abordadas quanto ao número de lados.

Outra característica dos quadrados e dos rectângulos que foi explorada foi a de eixos de simetria destas figuras. Porém, não pareceu ter uma concepção clara sobre o conceito de eixo de simetria. Por exemplo, na primeira e na terceira aula, Ana referiu-se ao eixo de simetria como o eixo que divide uma figura "em duas partes iguais" (AO). A sua noção parece não contemplar situações de eixos que dividem uma figura em partes iguais e não são eixos de simetria. Quando questionou os alunos "o que fazer para dividir um quadrado em duas partes iguais?", não salientou o que se entende por partes iguais nem distinguiu os eixos que garantem esta condição mas não são eixos de simetria. Embora seja importante trabalhar a percepção visual dos alunos na identificação de figuras e de propriedades dessas figuras, é importante que haja rigor na linguagem sobre, em geral, os conteúdos matemáticos, e, em particular, os de Geometria.

Representações de Ana sobre conteúdos de Geometria

Na abordagem de conteúdos de Geometria, Ana fez uso de vários tipos de representações. Por exemplo, na resolução do teste diagnóstico esta docente menciona ter recorrido a representações como auxiliar para resolver algumas questões e também como forma de interpretar, confirmar, justificar e comunicar os resultados obtidos:

> Na questão 4 [relativa ao perímetro e área de rectângulos], fiz desenhos para representar as figuras e depois apliquei a fórmula e achei os perímetros.
> Na questão 5 [relativa à estimativa da área da Antárctida], lembrei-me de meter o mapa dentro do rectângulo, porque para determinar a área tinha que saber o comprimento dos lados.
> Na questão 6 [relativa à comparação de volumes de dois cilindros], só porque dobro assim, ou assim, continua a mesma superfície. Para mim são iguais! A folha é a mesma.
> Na questão 8 [motivos opostos num cubo], fiz uma tabela para excluir os motivos que não se encontravam ao lado uns dos outros. Depois, fiz o desenho do cubo com os motivos para verificar se estavam certos. (E)

Das várias representações, Ana destaca a concreta (folha de papel), a pictorial (desenhos e tabelas) e a simbólica (fórmulas), valorizando as que permitem a visualização de conceitos por considerar que favorecem o desenvolvimento da sua compreensão pelos alunos:

> Primeiro utilizo o quadro, acho que é muito importante para visualizar (...) porque se for dizer que um quadrado tem quatro lados, quatro ângulos e por aí fora, e depois apresentar um cartaz: olhem aqui o quadrado. Isto é um quadrado e uns alunos desenharem um quadrado e disserem as suas características (...) apresento-lhes o triângulo sei lá de quantas maneiras (...) aprendem melhor e têm uma melhor visualização! (E)

Ana recorre a diferentes representações visuais e de concretização, susceptíveis de contribuir para a aprendizagem dos alunos, procurando "trazer material diferente para os motivar e para aprenderem melhor; faço muitos cartazes, ponho-os a recortar e a compor cartazes. Acho que aprendem melhor o que estamos a tratar, porque acho que pensam fui eu que fiz" (E). Também referiu recorrer, habitualmente, a representações concretas dos conceitos, tirando partido do uso de material manipulativo e da experimentação:

> Utilizo também muitos trabalhos que faço em casa e depois tiro fotocópias, material concretizador, como por exemplo o geoplano, o tangram, para as figuras geométricas e para explorar construções. Mando vir material de casa para depois utilizar na aula e parece que não, mas ficam todos entusiasmados e tentam saber para que será. (...) Uso os blocos lógicos para a identificação das figuras geométricas; o geoplano e o tangram para a composição de figuras. Então para os alunos dos 1.º e 2.º anos é muito importante. Dá para explorar as diferentes figuras, para as não confundirem quando estudarem os sólidos geométricos. (...) Como viste nas aulas, para dar a composição de figuras, utilizei numa aula o geoplano, noutra o tangram (...) passam do papel para o geoplano e do geoplano para o papel. (...) Faço muitas concretizações. Para dar, por exemplo, medidas de capacidade e medidas de volume faço experiências com a fita métrica no recreio, com os palmos, com a régua; meço a mesa, o quadro (...) faço experiências (...) na brincadeira, digo-lhes "ora peguem lá no quadrado e agora no cubo, agora comparem" e vêem que um é diferente do outro, um tem duas dimensões e o outro tem três dimensões. Mas se não for concretizado, confundem-nos. Por exemplo, no cilindro, se pergunto quantas figuras encontram, eles só identificam o círculo, mas se tivermos o cilindro e cortarmos a parte lateral, eles já vêem que é um rectângulo. Por exemplo, o cilindro é um sólido que tem que se abrir, têm que desenhar se a planificação, recortar, colar e abrir outra vez (...) ou seja, que o cilindro tem um rectângulo e dois círculos. (E)

Para esta professora, os conceitos de Geometria que não permitem trabalhar com diferentes representações são difíceis de os ensinar aos alunos, como por exemplo as estimativas:

> O que gosto menos é a estimativa, porque acho que eles não entendem. Não se devia dar estimativa no 2.º ano. Eles não têm noção do que é a estimativa. Mando-os fazer uma estimativa e eles vão logo directos contar tudo. (...) Expliquei-lhes que tinham de tentar adivinhar sem contar. Sem contar é por tentativa. Não gosto, sou sincera. Os alunos não compreendem. (E)

Porém, há conceitos que podem ser abordados por diferentes representações e que não são da preferência de Ana, como é o caso dos volumes: "não gosto muito de dar volumes (...).Os alunos não entendem. É muito abstracto (...). Quando vou ter que dar os volumes, primeiro preparo-me muito bem, vejo muito bem o que é que vai sair, o que tenho que tratar" (E).

Da observação de aulas da docente, identificam-se representações visuais (concretas e semi-concretas) e verbais presentes ao longo de todas as aulas, nomeadamente na explicitação de actividades, na descrição e na explicitação dos conceitos em estudo, quer com os alunos de uma forma individual, quer com toda a turma – "tem três lados, chama-se triângulo"; "quantos lados tem? Como se chama? Cinco lados, então também é um pentágono" (AO).

Quanto às representações visuais, embora recorra predominante às representações visuais semi-concretas, também há uma forte presença de representações concretas, nomeadamente através da utilização de material manipulativo. Assim, por exemplo, na primeira aula, estas ocorreram em situações relativas ao desenvolvimento de capacidades necessárias para a compreensão e clarificação de conceitos, particularmente essencial tratando-se de alunos nos primeiros anos da escolaridade básica. Centrou-se em representações concretas (utilizando como material manipulável peças de tangram em papel para explorar a composição de modelos de figuras dadas); semi-concretas (recorrendo ao quadro de giz para representar diferentes formas de dividir um quadrado em duas partes iguais). A segunda aula em que foi observada, centrou-se em representações concretas (utilizando como material manipulável o geoplano e os elásticos para reprodução de algumas figuras geométricas); e em representações semi-concretas (recorrendo ao quadro de giz para a exploração das características das figuras geométricas). O mesmo ocorreu nas aulas seguintes, sendo que, na terceira aula, Ana socorreu-se de representações concretas e semi-concretas para a abordagem de simetrias, através do desenho e recorte na folha dobrada ao meio de metade de um motivo e da manipulação do espelho como auxiliar à verificação do desenho de figuras simétricas em papel quadriculado, escolhido um eixo de simetria. As representações semi-concretas centraram-se, novamente, no recurso ao quadro para a representação de metade das figuras sugeridas pelos alunos. Finalmente, na quarta aula, voltaram a ser utilizadas as representações concretas (recurso à manipulação e exploração livres de figuras a partir do seccionamento do quadrado em papel) e as semi-concretas (recurso constante ao quadro de giz como apoio da revisão de noções e da explicitação da tarefa).

Em síntese, verifica-se que, para Ana, parece importante o papel das representações nas aprendizagens dos alunos. Além das representações verbais, foi visível a sua preocupação com a concretização, não apenas pela visualização, como pela experimentação e recurso a materiais manipulativos. Parece, também, visível o empenhamento e motivação dos alunos nas actividades que envolviam o recurso a esses materiais, havendo comunicação entre eles e também com a professora, bem como a emersão e partilha de resultados.

5.1.3. A formação de Ana sobre conteúdos de Geometria

Ao analisar o seu percurso profissional, Ana distingue os diferentes tipos de formação que vivenciou. Quanto à formação inicial, menciona que os conteúdos de Geometria foram escassos e superficiais, que eram apresentados pelos seus professores de uma forma meramente teórica com poucas aplicações práticas:

> Olha que não me lembro de ter dado Geometria. Não me recordo de muitos temas que tenha dado, mas os sólidos geométricos, as planificações e as plantas faziam-me uma certa confusão. Também a professora dava a matéria e nós repetíamos mesmo sem entender (...) eu não me recordo ter feito qualquer experiência com figuras como faço com os meus alunos. Usar materiais, para experimentar e ver as coisas...nem pensar! Olha, devo ter dado na secundária alguma coisa, mas não me recordo. Também a Geometria era dada de forma rápida e pouco atractiva porque parecia não ter tanta importância como o cálculo. Só me lembro que gostava muito de fazer os frisos e as rosáceas, era engraçado e ficava lindo, e também as simetrias. (...) Não gostava das plantas e das planificações. Porque o que me ensinaram, mesmo no magistério, não tinha aplicação prática. (E)

Quanto à formação na área da Matemática, em geral, e da Geometria, em particular, recebida no decurso dos estudos no Magistério Primário, Ana sintetiza as suas experiências escolares na disciplina de Matemática como não sendo "relacionadas com o 1.ºciclo (...) era uma Matemática muito elaborada (...) sinceramente não me recordo ter dado Geometria no magistério. Estagiei nos primeiro e quarto anos e também não me recordo ter dado Geometria" (E). Ana considera que o curso que frequentou não lhe disponibilizou experiências nem conhecimentos para o exercício da docência, quando afirma: "vou ser sincera, foi muito difícil começar a ensinar" (E.)

Relativamente à formação contínua, salienta a formação complementar que frequentou, no âmbito do curso de equiparação à Licenciatura, onde abordou alguns conceitos geométricos: "tive

Matemática (...) acho que falámos de polígonos, quadriláteros, de o quadrado ser um rectângulo... dantes estudávamos as figuras geométricas: quadrados, rectângulos, triângulos, hexágonos (...) sem as entendermos muito bem" (E). Sobre a frequência de acções de formação, realça a formação em Matemática promovida pelo Ministério da Educação com a duração de um ano lectivo, que a distingue de outras acções de formação que frequentou pelo seu carácter prático e centrado na acção educativa com os alunos:

> Eu estou a fazer uma [acção de formação] dessas e estou a gostar. Acho que foi a melhor de todas que já fiz até agora! Porque algumas coisas eram concretas. Porque o que aprendemos lá podemos aplicar aqui na sala de aula. (...) Sabes, foi toda virada para os conteúdos que desenvolvemos no 1.º ciclo, ao nível deles. Consegui tirar ideias e ajudou-me a ver que podemos trabalhar com os alunos de outra forma. (E)

Ana foca, também, a sua preocupação de dialogar com outros agentes educativos, afirmando: "às vezes gosto de falar com a minha irmã que também é professora e pergunto como é que deste isso?" (E). Porém, considera que nem sempre tem oportunidade de poder trocar impressões com os seus colegas sobre situações profissionais: "faço as fichas sozinha" (E). Refere o seu empenho pessoal na preparação das suas aulas: "preparo-me muito bem (...) o que aplico com os meus alunos fui aprendendo ao longo dos anos como professora" (E). O desenvolvimento do seu conhecimento sobre conceitos de Geometria resulta assim do conhecimento que acumula com a experiência que adquire na sua prática docente, sem oportunidades de trabalhar com pares e de partilhar e discutir as situações que vivencia.

5.2. Estudo de caso Inês

Inês concluiu a sua formação profissional há cerca de vinte e sete anos – numa época em que a formação de professores do 1.º Ciclo estava inserida num regime não superior – e realizou um curso de pós-formação há oito anos atrás, o qual lhe possibilitou a equiparação à licenciatura. O curso, denominado 'Complemento de Formação', incidiu na área de Orientação Educativa e decorreu num Instituto de Estudos Superiores do distrito de Braga. Mais recentemente, no ano lectivo passado, frequentou um curso de formação contínua na área específica da Matemática organizado pelo Ministério da Educação, com a duração de um ano. No presente ano lectivo, Inês lecciona os terceiro e quarto ano de escolaridade no mesmo estabelecimento de Ana.

Na sua actividade profissional, a docente leccionou sempre no 1.º Ciclo do Ensino Básico, com maior incidência nos primeiros anos de escolaridade. Desde o início da sua carreira, esta é apenas a terceira vez que lecciona o 4.º ano de escolaridade. Sofrendo de grande mobilidade até há poucos anos, pois mudava de escola em cada ano lectivo, a sua actividade desenvolveu-se, sobretudo, em estabelecimentos de meio rural, com uma sala de aulas e um ou dois professores, funcionando em regime duplo. Apenas leccionou uma vez numa escola de grandes dimensões. Inês obteve estabilidade na carreira há oito anos quando se efectivou no estabelecimento de ensino actual.

5.2.1. Prática pedagógica

Observação da 1.ª aula

Na primeira aula em que foi observada (22-01-09), Inês abordou a identificação e a classificação de polígonos. Começou a aula por organizar os alunos em pares e desenhou no quadro as seguintes figuras: estrela, círculo, laço, triângulo equilátero, quadrado e pentágono. Algumas destas figuras faziam parte da ficha de trabalho que distribuiu aos alunos, a qual integrava também as noções teóricas a abordar na aula (definições de polígono e de polígono regular, classificação de polígonos quanto ao número de lados e quanto às suas características) e as tarefas a desenvolver. Inês sugeriu a um aluno do terceiro ano que lesse a definição que se encontrava na ficha de trabalho. De seguida, a docente explicou-a e propôs aos alunos que, entre as figuras desenhadas no quadro, identificassem as que eram e as que não eram polígonos. Quando os alunos manifestaram dúvidas, a professora chamou a atenção para a definição de polígono lida inicialmente:

Inês: Mas afinal o que é que tu achas?
Aluno: Ó professora, então o círculo não é um polígono.
Inês: Vamos ver o que diz a definição. Um polígono é uma região plana limitada por uma linha fe…
Alunos: Fechada.
Inês: Formada apenas por segmentos de recta. Será que esta linha [apontando para a linha que delimita o círculo] é recta?
Alunos: Não.
Inês: Então o círculo é polígono?
Alunos: Não é polígono.
Aluno: Ó professora, aquela ali [referindo-se ao laço] não é, porque cruza, não é?
Inês: Pois… como diz a definição? Vamos lá ler outra vez. É uma região plana limitada por uma linha fechada, formada apenas por segmentos de recta, atenção, não se cruzam. Então, digam lá, esta figura [o laço] é polígono?
Alunos: Não é.
Inês: Muito bem. Como cruza, não é polígono.

Após a distinção das figuras desenhadas no quadro, entre as que eram polígonos e as que não eram polígonos, os alunos transcreveram a definição de polígono para o caderno. De seguida, a professora distribuiu três envelopes para a resolução faseada de exercícios: o envelope 1, que incluía figuras que possibilitavam a distinção entre polígonos e não polígonos; o envelope 2, com figuras para distinção de polígonos regulares e polígonos não regulares; e envelope 3 com figuras para classificação de polígonos quanto ao número de lados. Indicou aos alunos que devem usar apenas o primeiro envelope para cumprir a primeira tarefa:

Inês: Vamos agora analisar a primeira questão e só quando eu disser é que podem passar à seguinte, perceberam?
Alunos: Sim
Inês: O que temos aí?
Alunos: Vários desenhos.

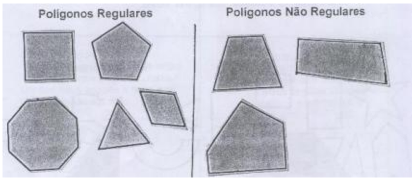


Figura 27- Exercício 1 da ficha de trabalho: polígonos regulares e polígonos não regulares.

Inês: Também vos dei três envelopes. Abram o envelope 1! Dentro têm figuras que correspondem às que estão na ficha. Devem colá-las no local adequado.
Aluno: Ó professora, no local que diz polígonos e não polígonos?

Quando os alunos terminaram a primeira tarefa, a professora explicou a seguinte relativa ao envelope 2. Solicitou a uma aluna do quarto ano que lesse a definição de polígono regular que se encontrava na ficha de trabalho. A professora explicou essa definição com base nas figuras desenhadas no quadro, chamando a atenção para o comprimento dos lados e para a amplitude dos ângulos internos:

Inês: Por exemplo: o quadrado... quantos lados tem?
Alunos: Quatro.
Inês: São todos iguais?
Alunos: Sim.
Inês: Então, pode ser um polígono regular?
Alunos: Sim.
Inês: Acham? Ora vamos lá ler o que diz na ficha. Como é que está escrita a definição? Um polígono é regular se tem todos os lados e todos os ângulos in...
Alunos: Internos iguais entre si!
Aluno: Ah! Falta ver os ângulos!
Inês: Muito bem! Então vamos lá ver: como são os ângulos do quadrado?

Aluno: Iguais.
Inês: Sim: são todos iguais! Então o quadrado é um polígono regular?
Alunos: É.
Inês: Então, vamos lá escrever a definição no caderno.

De seguida, os alunos resolveram a tarefa. Inês apoiou os alunos que revelavam dificuldades e, à medida que alguns grupos mais despachados concluíam a tarefa, permitia que passassem à tarefa seguinte, incentivando-os e desafiando-os:

Aluno: Ó professora, já acabamos. Podemos passar à outra folha?
Inês: Vamos lá ver se conseguem. Mas é só ler e escrever nas linhas! Vejam se são capazes. Leiam bem essa tabela, está lá bem explicado. Só quando eu disser é que podem pegar no envelope.

Para a resolução da tarefa proposta, os alunos dispunham de uma tabela com a classificação de polígonos quanto ao número de lados (de três até vinte), que podiam consultar para os ajudar a identificar os polígonos apresentados (Figura 28).

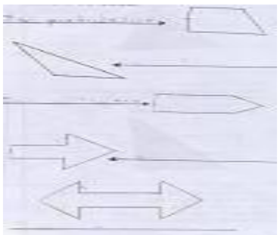


Figura 28- Polígonos para identificar quanto ao número de lados.

A aula prosseguiu com a leitura das características de alguns polígonos (triângulo, quadrilátero, pentágono e hexágono) quanto ao número de lados, à relação entre os comprimentos destes, à perpendicularidade e paralelismo e quanto ao número e amplitude dos ângulos. Para o efeito, solicitou aos alunos a leitura das características de cada polígono apresentado, começando pelo triângulo equilátero:

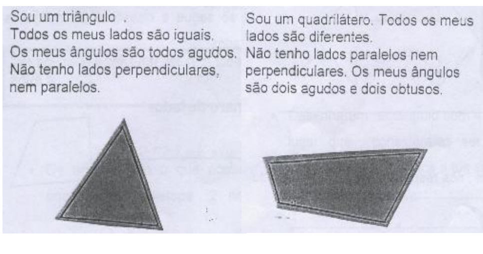


Figura 29- Exemplos de características de polígonos

Aluno: Sou um triângulo. Todos os lados são iguais...
Inês: Vamos lá contar os lados do triângulo...
Alunos: Três.
Inês: Continua.
Aluno: Os meus ângulos são todos agudos.
Inês: O que são ângulos agudos? São ângulos que medem menos de noven...
Alunos: Noventa graus.
Inês: Muito bem! São ângulos que medem menos de noventa graus. Estão a ver os ângulos do triângulo? São fechados. Vamos lá continuar: não tenho lados perpendiculares, nem paralelos. Lembram-se o que são lados paralelos? E perpendiculares? Quem me sabe dar um exemplo?
[Inês convida um aluno a ir ao quadro e faz a revisão destes conceitos]
Aluno: Pode ser um quadrado, professora?
Inês: Sim. Pinta os lados paralelos com o giz de cor. Muito bem! Agora, com outra cor, os perpendiculares. Perceberam todos? Então vamos lá continuar.

Inês prosseguiu da mesma forma para os restantes polígonos, fazendo a leitura e exploração das suas características. De seguida, passou para outra tarefa da ficha, onde era solicitado o registo das características do quadrado:

Inês: Agora vamos todos olhar para essa figura em baixo! Estão a ver? Que figura é esta?
Alunos: É um quadrado.
Inês: Sim, é um quadrado. Mas também lhe podemos chamar... [Como ninguém responde, Inês reformula a questão] Olhem lá bem para o que acabamos de ler... chamamos triângulo a um poli...
Alunos: Polígono com três lados.
Inês: Falámos de quadri...
Aluno: Quadrilátero.
Inês: Porque lhe chamamos quadrilátero?
Aluno: Porque tinha quatro lados.
Inês: Então ao quadrado também podemos chamar quadri...
Alunos: Quadrilátero.
Inês: Porque tem... quatro lados. Perceberam? Muito bem! Agora, cada grupo vai tentar descobrir sozinho as características desse quadrado. Prestem atenção! Já vimos que é um quadrilátero. Quando descobrirem, podem escrever, aí nessas linhas.
Alunos: Podemos começar a trabalhar?
Inês: Sim. Vamos lá ver o que vocês conseguem escrever.

Inês circulou pela sala para verificar, corrigir e apoiar o trabalho dos alunos. Quando estes terminaram o registo das características de um quadrado, distribuiu uma representação desta figura em material manipulável para ser decomposto num triângulo e num quadrilátero:

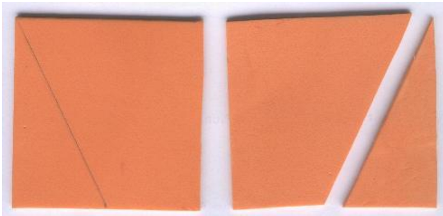


Figura 30- Quadrado decomposto em trapézio rectângulo e triângulo.

Inês: Peguem no quadrado que vos entreguei e vamos fazer um passo de cada vez. Coloquem o quadrado em cima da mesa. Agora, escolham um vértice do quadrado.

Alunos: Qualquer um?

Inês: Sim! Vamos escolher um lado ao qual não pertença esse vértice e marcar o ponto médio.

Aluno: O ponto médio?

Inês: Quem sabe o que é o ponto médio?

Aluno: É no meio.

Inês: Muito bem! Tem que estar à mesma distância daqui e daqui [apontando para dois vértices do quadrado] e marcamos com o lápis! Agora, com a régua desenhem um segmento de recta que una o vértice escolhido com o ponto médio que cada um marcou. Agora é só cortar, pelo segmento de recta. Estão a ver qual é? Todos estão a conseguir fazer. Muito bem! Agora já podem pegar outra vez na ficha. Vamos lá ler: têm de olhar bem para as figuras que temos agora, depois de cortar o quadrado. Vamos lá ver: quem é que sabe o nome?

Aluno: É um triângulo.

Inês: E a outra é um quadri...

Alunos: Quadrilátero.

Inês: Muito bem! Então vamos lá escrever o nome na ficha. Atenção: é um nome em cada rectângulo. Depois podem desenhar.

À medida que os alunos concluíam o desenho, a docente indicava a necessidade de registar as características de cada figura, orientando e fazendo as correcções necessárias.

Observação da 2.ª aula

Na segunda aula em que foi observada (12-02-09), Inês abordou o perímetro de polígonos. Começou por desenhar no quadro as seguintes figuras: papagaio, losango, hexágono e rectângulo. Efectuou uma revisão das características de cada um destes polígonos, nomeadamente sobre os ângulos e os lados, e questionou os alunos sobre a unidade de medida mais adequada para medir os comprimentos dos seus lados:

Inês: Vamos olhar com atenção para os polígonos que estão no quadro. Para medir os lados daqueles polígonos, que medida vamos usar? O metro?
Alunos: Não!
Inês: Porquê?
Alunos: Porque o metro...
Inês: Então? Porque o metro é uma unidade gran...
Alunos: Grande.
Inês: É grande para medir aqueles comprimentos. Então que unidade é que eu posso usar? [como os alunos não respondem, Inês continua] Vamos usar a unidade que está nas vossas réguas. Que unidade é essa?
Alunos: É o centímetro.
Inês: O centímetro, que parte é do metro? É a centé...
Alunos: A centésima parte do metro.

Inês sugeriu a um aluno que fosse ao quadro medir, com a régua, o comprimento de cada um dos lados do hexágono. De seguida, convidou-o a registar o valor do comprimento sobre o respectivo lado e a ler o valor dos comprimentos que iam sendo medidos e registados. Após a realização da tarefa, a professora explorou com os alunos os resultados obtidos, ajudando-os a concluir que não havia lados com comprimentos iguais. Seguidamente, escolheu pares de lados e desafiou os alunos a descobrirem em quantos centímetros diferiam:

Inês: Olhem para a figura! Há dois lados iguais?
Alunos: Não!
Inês: Olhem para este e este [Indicando dois lados com 18,6cm e 18,9 cm], que vos parece?
Aluno: Os números são diferentes!
Inês: Pois! Mas a diferença é muito pequena... quanto é? É só fazerem a conta!
Aluno: Dá zero vírgula três!
Inês: Muito bem! Vejam que, embora a diferença seja muito pequena, não são iguais!

Estes procedimentos foram repetidos com outras figuras, o que permitiu comparar os lados de outras figuras, levando os alunos a concluir que a figura seleccionada não tinha lados iguais. Quando terminaram, a professora distribuiu uma ficha de trabalho e solicitou a um aluno do quarto ano que lesse a definição de perímetro de um polígono. Não solicitou aos alunos a explicação desta definição sendo ela própria a fazê-lo, exemplificando com recurso ao hexágono desenhado no quadro. De seguida, propôs a um aluno que determinasse o perímetro desse mesmo polígono:

Inês: O perímetro geralmente é representado pela letra...
Alunos: P.

Inês: Então, de acordo com a definição temos que o perímetro daquele polígono é igual à so...
Alunos: À soma daqueles lados todos.
Inês: Então, escreve...pê é igual a la...
Alunos: Lado mais lado... [Inês escreve a fórmula no quadro]

O aluno determinou o valor do perímetro do hexágono com a ajuda da professora que verbalizou os procedimentos:

Inês: Olha que se são seis lados, tens que ter seis parcelas. Não é?
Aluno: Sim.
Inês: Tem atenção! Não tens aí nada, são quê?
Alunos: Centímetros.
Inês: Então corrige. E tem cuidado... nessa posição tens que colocar unidades debaixo de unidades!

Todos os alunos efectuaram os cálculos, respondendo às questões formuladas pela professora, que os incitou a exercitar o cálculo mental. Após a determinação do resultado, Inês propôs à turma que fizesse a sua leitura, especificando as unidades correspondentes:

Inês: Então o resultado é...
Alunos: Cento e dezanove centímetros vírgula um!
Inês: Cento e dezanove centímetros e uma décima do centímetro, não é?
Alunos: Sim.
Inês: Aquele comprimento é maior ou menor que o metro?
Alunos: É menor!
Inês: Menor?
Alunos: Não, é maior!
Inês: O metro é igual a quantos centímetros?
Alunos: É igual a cem!
Inês: Olhem lá bem para o resultado, o perímetro excede o metro! Em quantos centímetros? [Como os alunos não respondem insiste] Então se o metro tem cem centímetros, quantos centímetros estão ali?
Alunos: Cento e dezanove!
Inês: Então em quantos centímetros excede o metro? Vamos fazer a conta: cento e dezanove vírgula um, menos cem dá...
Alunos: Dezanove vírgula um.
Inês: Então, o perímetro desta figura excede o metro em dezanove vírgula um centímetros. Pronto, vamos lá então passar para o caderno a definição de perímetro que está aí na ficha.

Quando os alunos terminaram de passar para o seu caderno a definição, Inês explicou a primeira tarefa da ficha:

Inês: Agora vamos olhar para a ficha. Estão a ver essas figuras? É para resolver em pares. Têm aí vários polígonos para identificar com as letras maiúsculas. Já sabem como é. O primeiro, por exemplo, é o polígono A, o segundo é o polígono B e assim sucessivamente, respeitando sempre a ordem.

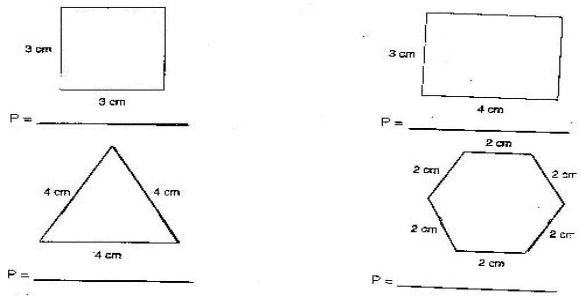


Figura 31- Polígonos para determinar o perímetro.

Como habitualmente, a professora solicitou a leitura do enunciado da tarefa da ficha a um aluno do terceiro ano: "calcula o perímetro dos seguintes polígonos" (Figura 31). De seguida, relembrou as características de cada um desses polígonos quanto ao número de lados, aos seus comprimentos, à sua posição relativa e quanto aos seus ângulos, bem como à definição de perímetro anteriormente lida por um aluno e por ela explicitada:

Inês: Para uns isto não será novo, mas para os do terceiro ano é. Como estão sentados em pares, já sabem, vão ajudar-se uns aos outros. Está bem?

Alunos: Sim.

Inês: Vamos começar por analisar a primeira figura. O que temos aí?

Alunos: Um quadrado.

Inês: Como é que eu sei que é um quadrado? Olhai para lá...porque tem os la...

Alunos: Lados todos iguais.

Inês: Sim, mas também tem os lados parale...

Alunos: Paralelos!

Inês: Os ângulos também são iguais e como está aí, a base e a altura têm medida igual. Como os lados são paralelos, então os outros lados também têm medida igual... então é um quadrado.

Inês: E a outra que está ao lado? [referindo-se ao triângulo] Olhem para as medidas.

Alunos: Esta tem duas medidas diferentes.

Inês: Mas também tem um comprimento e uma altura, só que...no rectângulo os lados são iguais...

Alunos: Dois a dois!

Inês: Então, o que é o perímetro de um polígono? [Como não obtém resposta] Então vamos lá ver... O perímetro de um polígono é a so...

Alunos: É a soma do comprimento de todos os lados desse polígono.

Inês: Então vamos lá calcular o perímetro dessas figuras. As continhas todas que tiverem de ser feitas fazem-nas no caderno. Não se esqueçam que é só juntar os valores dos lados. São muito simples, por isso é que não têm muito espaço para os cálculos. Não se esqueçam que devem fazer o trabalho em pares.

Quando os alunos terminaram a tarefa, Inês sugeriu a um deles que lesse o enunciado seguinte. Chamou a atenção para recorrerem à régua para medir os comprimentos dos lados dos polígonos, registar os seus valores e determinar os seus perímetros (Figura 32). Esclareceu, ainda, que os valores dos comprimentos dos lados não eram inteiros, sugerindo que recorressem ao caderno para efectuar os cálculos e só depois apresentassem os resultados na ficha de trabalho.

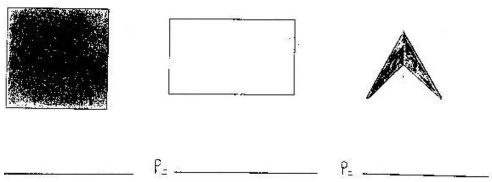


Figura 32- Polígonos para medir e determinar o perímetro.

À medida que os alunos concluíam a tarefa, Inês estimulava-os a descobrir se nas duas últimas tarefas havia figuras com perímetros iguais, fazendo o registo no quadro:

Inês: Depois de calcularem os perímetros das sete figuras, vejam se há perímetros iguais. Eu escrevo no quadro como vamos fazer [verbalizando]: Perímetro de tal é igual a perímetro de tal e assim por diante. Só escrevem a letra da figura e só no final é que escrevemos o valor do perímetro. Entenderam?

Alunos: Sim.

Inês: Há aí várias figuras diferentes, mas que têm perímetros iguais. Vamos ver quais são. Comecem pelas do primeiro exercício.

Aluno: "A", "C" e "D" são iguais, professora. Dão todas 12.

Inês: Só essas é que são iguais?

Alunos. Sim.

Inês: [Apontando a figura G do exercício 2 da ficha] Quanto é que mede este perímetro?

Aluno: Ah! Também dá 12!

Inês: Então preencham agora o espaço vazio no vosso caderno. Agora, atenção, não haverá outras figuras com perímetros iguais sem ser 12?

Aluno: "E" e "F" dão 16 professora!

Inês: Bem me parecia que havia outros iguais! Vamos lá completar as igualdades. Não se esqueçam de escrever quanto medem esses perímetros e de identificar a figura com letra maiúscula e de imprensa.

Seguiu-se a terceira tarefa. Antes de propor aos alunos a sua resolução em pares, Inês leu o enunciado e explicitou os procedimentos da sua resolução, chamando a atenção para possíveis erros e para possíveis obstáculos que podem ter:

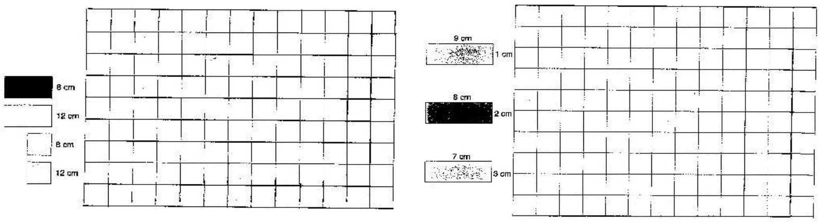


Figura 33- Desenho presente nos enunciados 3 e 4. da ficha de trabalho.

Inês: Agora vamos voltar a página e olhar para o que aí está! Vou ver se vocês descobrem. Têm aí uns quadradinhos... verifiquem se têm um centímetro de lado! [os alunos verificam com a régua] Tem ou não tem?

Alunos: Tem!

Inês: Então ides desenhar as figuras que estão aí ao lado, no papel quadriculado, depois de fazer as contas. Vão traçar a linha de fronteira ou linha poligonal a lápis e depois pintam com uma cor diferente. Temos aí um rectângulo com 8cm, como é que poderia ser?

Aluno: Quatro por quatro!

Inês: Se for quatro por quatro... pensa, poderá ser?

Aluno: Não!

Inês: Vai ao quadro e desenha um rectângulo quatro por quatro, com oito centímetros de perímetro.

Aluno: Eu estava a dizer quatro em cima e quatro em baixo.

Inês: Então desenha. Vamos lá!

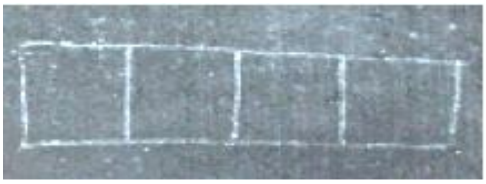


Figura 34- Representação de um rectângulo 4 por 4.

O aluno desenhou um rectângulo composto por quatro quadrados. A professora questionou se a figura tinha oito centímetros de perímetro. O aluno começou a acrescentar quadrados por baixo:

Inês: Não disse para acrescentares quadrados. Eu estou a pedir que me digas qual é o perímetro dessa figura. Conta os traços. [Como o aluno não responde, Inês orienta-o na contagem e conclui que são dez]

Inês: Percebeste como se faz?

Aluno: Sim.

Aluno: Eu também percebi.

Inês: Se já perceberam, então vão fazer o mesmo com as figuras que estão aí! Vamos trabalhar!

Enquanto os alunos resolviam a actividade, Inês circulou pela sala para ajudar os que manifestavam dificuldades. Verificando que os alunos, embora tivessem espaço suficiente para desenhar separadamente as figuras geométricas sugeridas, estavam a colocar as figuras muito juntas, dirigiu-se ao quadro, desenhou um rectângulo e solicitou a atenção de todos para ouvirem as suas orientações:

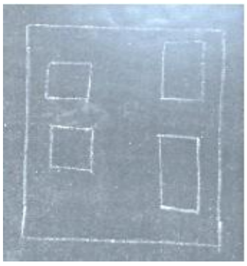


Figura 35- Representação do posicionamento de figuras.

Inês: Meninos, atenção! Vocês têm esse rectângulo para desenhar quatro figuras! Ele é suficientemente grande para não fazerem as coisas apertadas. Desenham neste lado [desenhando no quadriculado do quadro], os rectângulos e neste os quadrados. Distribuam-nos pelo espaço, não se limitem a desenhá-los. Não se esqueçam de colocar as medidas a toda a volta e verificar se o valor do perímetro é o que está na ficha. Como o vosso colega fez no quadro. Está bem?

Alunos: Sim.

Inês: Eu não quero que vejam os desenhos dos outros porque pode-se fazer de muitas maneiras. [Dirigindo-se a um grupo] Mostrem o vosso! Aqui é pedido doze centímetros de perímetro...

Aluno: Vamos desenhar seis assim!.

Inês: E para cima são... anda lá! Vamos lá contar: se puseres seis assim, também vais ter seis assim e faltam estes... percebem?

Aluno: Ai... pois é!

Inês: Então está certo?

Aluno: Não, porque dá catorze.

Inês: Tem dois traços a mais. Corrige.

Enquanto os alunos prosseguiam na resolução da tarefa, Inês apoiou os que revelavam mais dificuldades, orientando-os mais uma vez no caminho da resolução correcta. Neste caso, chamou a atenção para a necessidade de identificar o comprimento dos lados e verificar se o perímetro das figuras que estavam a desenhar era igual ao que era sugerido. Quando terminaram, Inês passou à explicação da tarefa seguinte, relativa à representação em papel quadriculado de rectângulos. Neste caso, era fornecida a medida dos comprimentos e pedido o cálculo dos seus perímetros (Figura 35). Quando os grupos concluíram a tarefa solicitaram a passagem à tarefa seguinte.

A professora propôs a um aluno a leitura do enunciado dessa tarefa e esclareceu os procedimentos a efectuar:

Inês: Neste problema, é pedido que determinem o perímetro da colcha. Que forma tem a colcha?
Alunos: Rectângulo.
Inês: E como é que se vai fazer? Chega-se perto da colcha, mede-se o comprimento e a largura e depois, já podemos fazer a conta. Está aí desenhada o rectângulo e as medidas de colcha. Não é?
Alunos: Sim.
Inês: Para saber quantos metros de renda são precisos comprar, basta somarem tudo. Entenderam?
Alunos: Sim.

Após a resolução deste problema, os alunos passaram ao seguinte que tinha por finalidade vedar um campo com rede. A aula terminou com a correcção dos problemas no quadro por dois alunos, um do quarto ano e outro do terceiro.

Observação da 3.ª aula

Na terceira aula em que Inês foi observada (04-03-09), o assunto tratado foi a área de polígonos. A professora iniciou a aula com a distribuição de uma ficha de trabalho, a qual incluía noções teóricas (definições de área, centímetro quadrado e decímetro quadrado) e tarefas a desenvolver. Procedendo do mesmo modo que nas aulas observadas anteriormente, a docente pediu a um aluno, do terceiro ano, que lesse a definição de área apresentada na ficha de trabalho e passou à sua explicitação, aplicando-a na determinação da área de figuras com apoio nas imagens presentes na ficha de trabalho:

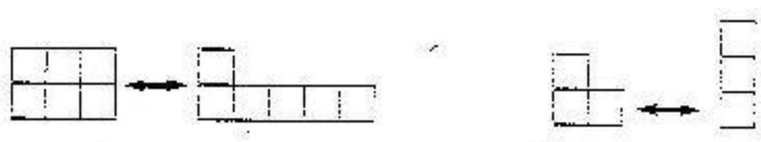


Figura 36- Representação de figuras equivalentes.

Inês: Olhem para as figuras. A primeira figura é equivalente à segunda! São iguais?
Alunos: Não.

Inês: Qual é a área da segunda figura?
Alunos: São seis quadrados.
Inês: Comparem com o número de quadrados da primeira.
Alunos: Também tem seis.
Aluno: São iguais.
Inês: Então, embora as figuras sejam diferentes, o número de quadrados é igual. E as duas que estão a seguir?
Alunos: Cada uma tem três quadradinhos.
Inês: Então podemos dizer que também têm a mesma ár...
Alunos: Área.
Inês: Sim. Porque se eu decompuser qualquer uma delas, têm sempre o mesmo número de quadrados. Ou seja, a partir da segunda posso ter a primeira e da primeira posso ter a segunda. Entenderam?
Alunos: Sim.
Inês: Olhem para a vossa capa (Figura 37). Não foi por acaso que eu pus isso aí. Vejam se reconhecem...

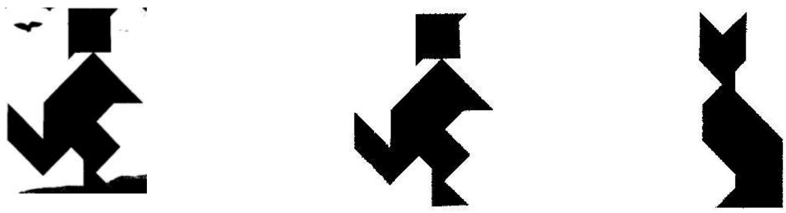


Figura 37- Imagens com peças do tangram.

Alunos: São as peças de um tangram.
Inês: Lembram-se que já trabalhamos com o tangram, todas juntas formam um qua...
Alunos: Quadrado.
Inês: O quadrado que área é que tinha? [Como não obtém resposta] Quero que me digam que área é que tinha o nosso tangram completo. Tinha um decí...
Alunos: Decímetro quadrado.
Inês: Se estas peças fossem todas do nosso tangram, quanto tinha de área a primeira figura?
Aluno: Um decímetro quadrado?
Inês: Sim! Porque estão aqui todas as peças do tangram, mas em posições diferentes. E todas juntas dão um quadrado! Mas, nem todos os tangrans são iguais ao nosso. Há tangrans maiores e outros mais pequenos. Acham que essas peças todas juntas davam um quadrado com um decímetro de lado?
Alunos: Não.
Inês: Pois não, porque as peças são menores! Mas qual delas terá maior área?
Alunos: Parecem iguais.
Inês: Olhem bem! Qual tem maior área, o chinês ou o coelho? [referindo-se às duas figuras da direita]
Aluno: Ó professora, eu acho que são iguais.
Inês: Muito bem! Eles foram todos feitos com as mesmas peças, por isso, têm a mesma área.

Para dar início à resolução das tarefas da ficha de trabalho, seguindo a linha metodológica que lhe vem sendo habitual, Inês solicitou a leitura do enunciado da primeira questão a um aluno e imediatamente passou à explicação dos procedimentos adequados para a sua resolução:

Inês: Ides desenhar a figura A com seis unidades de área, a figura B com nove e aí por adiante, tendo como unidade de área o quadrado. Façam como quiserem, desde que tenham essas áreas. Perceberam?

Alunos: Sim.

Inês: Agora atenção, vou explicar o que está por baixo. Assim quem terminar os desenhos pode fazer este. Atenção. Só começam a resolver quando eu disser, está bem?

Alunos: Sim.

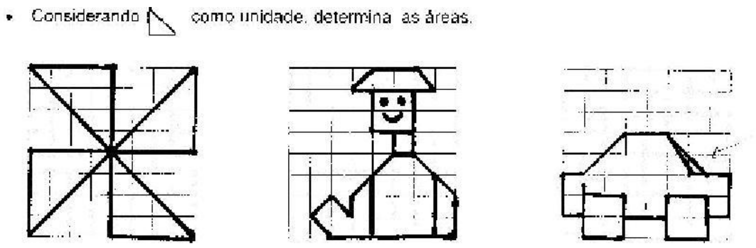


Figura 38- Desenhos para determinação de áreas.

Inês: Têm aí desenhos feitos em papel quadriculado. Mas só devem considerar meio quadradinho como unidade de área. Eu quero que descubram a área de cada uma dessas figuras. Na primeira, basta que vejam a área de uma das partes porque...

Alunos: São iguais.

Inês: Então têm todas a mesma área! Depois de saber a área de um fazem vezes...

Alunos: Quatro.

Inês: Não se esqueçam que a unidade de área é um triângulo e que o quadrado inteiro vale dois tri...

Alunos: Triângulos.

Inês: Têm que fazer o mesmo nas três imagens. Muita atenção. Vamos definir estratégias para resolverem melhor. Primeiro contam os quadrados inteiros, e não se esqueçam que cada um vale duas unidades de área. Depois é só contar as metades. Todos entenderam? Façam as contas no caderno, se quiserem, aqui só quero os resultados. Está bem?

Enquanto os alunos resolviam a tarefa organizados em pares, Inês circulava pela sala, orientava e ajudava os alunos que manifestavam dificuldades. Antecipando dificuldades na resolução da segunda figura, a professora dirigiu-se à turma para relembrar que a unidade de área proposta era um triângulo e não um quadrado, direccionando, assim, para a resolução da tarefa:

Inês: Atenção! Façam o que vos disse, primeiro contam os quadrados, depois multiplicam por dois para saberem quantos triângulos são e escrevem. Depois têm que contar os meios quadrados que estão na figura e no fim somam tudo. Perceberam?
Alunos: Sim.
Inês: Concentrem-se que é fácil.
Aluno: Ó professora, venha ver.
Inês: Vamos ver o que vocês já fizeram.

Inês orientou os alunos na resolução da tarefa e, ao verificar que todos concluíram correctamente, questionou-os sobre a unidade de área que melhor se adequaria para medir uma borracha, um apara-lápis, a folha de trabalho, a tampa da caixa de material e o tampo da cadeira. Para o efeito, distribuiu aos alunos $1cm^2$ e $1dm^2$ em cartolina para medirem os objectos propostos:

Inês: Dei-vos um decímetro quadrado e um centímetro quadrado. Vão medir a folha de trabalho! Têm que escolher um desses quadrados para medir.
Aluno: Ó professora, este é muito pequeno! [mostrando o centímetro quadrado]
Inês: Então utilizem o decímetro quadrado para saber qual a área da vossa folha de trabalho.
Aluno: Temos que medir o comprimento e a largura?
Inês: Sim.
Aluno: Então são dois no comprimento e três na largura.
Inês: Então qual é a área da folha?
Aluno: Seis decímetros quadrados.
Inês: Não se esqueçam que são medidas aproximadas porque no comprimento e na largura não dá um número certo de quadrados.
Aluno: Pois, sobrava sempre um bocado.
Inês: Muito bem! Então, sabemos que, mais ou menos, temos dois quadrados de largura vezes três quadrados do comprimento o que dá seis decímetros quadrados. Não é?
Alunos: Sim.
Inês: Essa é que é a área da folha que mediram! Agora registem no vosso caderno e quando terminarem, vamos medir o tampo da cadeira. Está bem?
Alunos: Sim.

A professora prosseguiu da mesma forma para os restantes objectos, incentivando os alunos para a descoberta das respectivas áreas. Após a realização prática e registo das medições, os alunos concluíram que o cm^2 tinha sido adequado para medir a área da borracha e do apara-lápis, por serem superfícies pequenas; enquanto o dm^2 tinha sido adequado para medir a folha de trabalho, a tampa da caixa do material e o tampo da cadeira, por serem superfícies maiores. De seguida, a professora dirigiu-se ao quadro para desenhar um rectângulo para colocar novo problema:

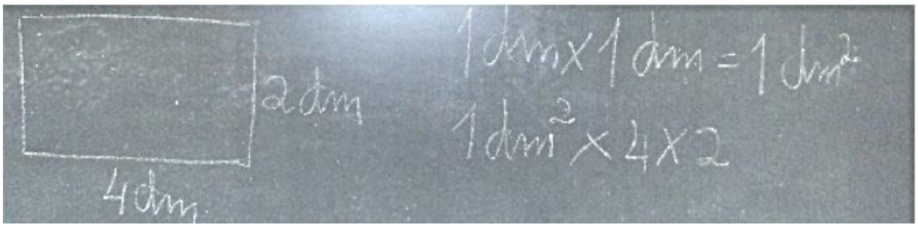


Figura 39- Representação de determinação de área.

Inês: Se fosse este rectângulo (Figura 39), por exemplo com 4 dm de comprimento e 2 dm de largura, qual a unidade de área que vou usar para calcular a área deste rectângulo? Atenção, olhem que tenho os lados em decímetros.

Aluno: É o decímetro quadrado.

Inês: Muito bem!.Então, como vocês sabem, [escrevendo e verbalizando] a área do rectângulo é igual ao comprimento (4 dm) vezes a largura (2 dm) que neste caso é igual a oito decímetros quadrados (8 dm^2). Quem sabe outra forma?

Aluno: Dividir o rectângulo em 4 dm no comprimento e 2 dm na largura e depois é só contar.

Inês executou o que o aluno sugeriu, dividindo o rectângulo em oito quadrados e concluiu, sem que houvesse comentários por parte dos alunos: "como vêem, podemos fazer das duas maneiras que dá igual! Quando num polígono estou a calcular comprimento vezes a largura, estou a calcular a área" (AO). De seguida, propôs aos alunos que transcrevessem as definições do cm^2 e do dm^2, presentes na ficha de trabalho para o caderno e explicou-lhes os dois exercícios seguintes sobre a determinação da área de diferentes figuras, umas tendo como unidade de medida o cm^2 e outras o dm^2. Quando todos terminaram, no sentido de explicitar a próxima tarefa, Inês chamou a atenção para a relação entre as duas unidades de área em estudo (cm^2 e dm^2). Para tal, começou por sugerir aos alunos que unissem as linhas ponteadas assinaladas no seu decímetro quadrado e explorou com eles essa relação:

Inês: Como todos concluíram, vamos olhar para aqui! Usamos o centímetro quadrado para medir objectos pequenos. Para medirmos objectos maiores usamos o decímetro qua...

Alunos: Quadrado.

Inês: Olhem para aqui. Reparem bem. Já estudámos o decímetro quadrado e o centímetro quadrado. Agora reparem bem. Cada quadradinho do decímetro quadrado é um centímetro quadrado. Que relação existe entre eles? [como não obtém resposta] Olhem para o vosso decímetro quadrado, quantos centímetros quadrados estão aí?

Aluno: Cem.

Inês: Olhem para o quadro, aquela unidade está dividida em cem partes iguais. Se considerarmos que aquela figura tem um decímetro quadrado de área, e que está dividida em centímetros quadrados, quantos tem?

Aluno: Cem.

Inês: E cada um daqueles quadrados corresponde a um cent...

Aluno: Centímetro quadrado.

Inês: Então podemos concluir que o decímetro quadrado é igual a cem centí...

Aluno: Centímetros quadrados!

Inês: E o centímetro quadrado, que parte é do decímetro quadrado? É a centési...

Aluno: Centésima parte.

Inês: Então vamos completar o que está aí!

Inês designou uma nova tarefa, dedicada à realização de alguns exercícios sobre a mudança de unidade, envolvendo o dm^2 e o cm^2. À medida que os alunos terminavam, a professora explicava os procedimentos para determinar a área de quadrados e de rectângulos a partir da respectiva fórmula.

Observação da 4.ª aula

A quarta aula em que Inês foi observada (15-04-09) tinha por tema "Os volumes". A professora começou por desenhar um quadrado no quadro de giz, com o intuito de realçar as dimensões das figuras tridimensionais, iniciando, ao mesmo tempo, o processo de questionamento e resposta que parece ser usual:

Inês: O que se pode dizer relativamente à figura que está desenhada no quadro?

Alunos: Tem os lados iguais.

Inês: Mas também tem os lados parale...

Alunos: Paralelos dois a dois!

Inês: E perpen....

Alunos: E perpendiculares.

Inês: Paralelos dois a dois e perpendiculares entre si! Quer dizer, uns são paralelos entre si e outros são perpendiculares. Mas eu não posso pegar no quadrado. Porquê?

Aluno: Porque o quadrado é uma figura geométrica.

Inês: Então eu só posso pegar em corp...

Alunos: Corpos.

Inês: Sim, eu só posso pegar em corpos, que têm forma e volume. Podem ter forma quadrangular ou não. Se eu quisesse pegar neste quadrado que está aqui desenhado, tinha que cortar o quadro... ora cortava o pedaço do quadro contornando esta figura mas, não teria um quadrado mas um corpo com volume! É isso que nós vamos ver hoje.

Inês: Vamos ver outro exemplo. Se eu pegar numa régua, esta tem a forma...

Alunos: Rectangular.

Inês: A régua tem volume é aquilo que se chama tridimensional, porque tem três dimensões! Então tem o quê?

Aluno: Tem comprimento, largura e altura.

Inês: Então tem um volume e tem três dimensões. Ocupa espaço.

De seguida, distribuiu uma ficha de trabalho com as noções teóricas a abordar na aula (definições sobre volume, decímetro cúbico, centímetro cúbico e metro cúbico) e as tarefas a desenvolver. Ao explicar a noção de volume, Inês apelou à atenção de todos para a experiência que ia realizar, em especial dos alunos do terceiro ano para quem o tema era novo:

Inês: A ficha não é para fazer sozinho, é para irmos fazendo. Cada um vai fazendo a sua e chega onde chegar. Eu também tenho uma ficha para seguir as orientações. Estão a ver? Todos os corpos têm volume! Verdade ou mentira?

Alunos: Verdade.

Inês: Então todos os corpos com a forma do quadrado, do rectângulo ou outros quaisquer, têm volume. Eu vou começar a fazer uma experiência que vos mostra como determinar o volume de objectos sem recorrer a medidas especiais.

Inês colocou os recipientes necessários para a experiência em cima da mesa, organizou a disposição dos alunos em "U" e iniciou a realização da experiência acompanhando-a de explicações sobre o seu desenrolar:

Figura 40- Utensílios usados na experiência.

Inês: Vocês vão ver daí sentadinhos. Trouxe este aqui [recipiente graduado] para verem do lugar. O que diz aí na ficha é que a água que verter corresponde ao volume do que se meter na bacia. Eu escolhi um pacote de leite escolar cheio, para verificarmos se a capacidade do pacote de leite corresponde ao volume que está aqui escrito! O volume interno do pacote é de 200 ml.
[Coloca o recipiente menor, onde é possível introduzir um pacote de leite, dentro de um maior]

Inês: Agora vou tentar encher ao máximo, até transbordar, o recipiente que está aqui dentro, ou como se costuma dizer "até não poder levar mais". Pego no pacote de leite e vou metê-lo aqui dentro. Toda a água que sair fora corresponde ao volume deste pacote de leite! Mas para verificarmos temos aqui o copo para medir a água que sair e está graduado em mililitros como o pacote de leite. Atenção! Pode não dar tal e qual, mas dá-nos um valor muito aproximado. Vamos lá ver. [Convida um aluno a aproximar-se] Anda cá ver se está alguma água fora.

Aluno: Não saiu nada.

Inês: Toda a gente vê daí? Eu trouxe um objecto transparente para todos poderem ver do lugar. Então olhem, vou introduzir o pacote de leite. A água que saiu corresponde ao volu...

Alunos: Volume do pacote de leite.

Inês: Vou tirar com muito cuidado para não falsear. Depois vamos medir a água que saiu para fora. Quem vem dizer quanto deu?

Aluno: Não chegou muito bem aos 200.

Inês: Eu já vos tinha dito que podia não dar tal e qual, mas dá-nos um valor aproximado. Agora olhem para o pacote e vamos ver as suas dimensões, porque podemos calcular o volume do pacote fazendo contas. Então temos aqui... [indicando as dimensões no pacote de leite]

Aluno: Comprimento, largura e altura.

Inês: Mas, por exemplo, se eu quisesse medir o volume de uma pedra... é assim que se faz?

Alunos: Não.

Inês: Fazemos exactamente o mesmo que acabamos de fazer com o pacote. Usamos recipientes com água e um medidor. Vamos, por exemplo, experimentar com outra coisa que mergulhe aqui [mostrando o copo graduado].

Aluno: Este lápis, senhora professora?

Inês: O lápis não, porque flutua! [Os alunos fizeram várias propostas sendo a resposta a mesma, tendo, então, sugerido a um aluno que fosse buscar uma pedra] Para não haver dúvidas, vamos marcar aqui, no copo, o nível da água.

A professora sugeriu a um aluno que lesse a definição de volume de um corpo, explicou-a e exemplificou com o armário da sala de aula:

Inês: Observemos o nosso armário. Tem volume?

Alunos: Sim.

Inês: E tem sempre o mesmo volume. Mas se eu não arrumar bem as coisas pode levar menos coisas do que se estiver bem arrumado. Mas o volume é sempre o mesmo. Quando a mãe diz "aqui parece que já não cabe mais nada... tenho que arrumar isto tudo", quer dizer que arrumando vai conseguir guardar mais coisas dentro do armário. Não é?

Alunos: É.

Inês: Para ela conseguir arrumar tudo, terá que colocar tudo muito bem, de modo a não desperdiçar espaço.

Prosseguiu este questionamento em relação a diversos objectos (livro, caderno, estojo e caixa de material), orientando os alunos de modo a levá-los a concluir que todos os objectos têm volume e três dimensões. Seguidamente, explorou a importância da escolha de uma unidade de volume para calcular o volume de qualquer corpo e terminou indicando a realização de uma tarefa da ficha de trabalho:

Inês: Vamos continuar! Imaginem que escolho o copo graduado para medir o volume deste recipiente [intermédio], utilizado na experiência. Agora quero que digam, mais ou menos, quantos copos graduados são necessários para enchê-lo.
Alunos: Para aí uns quinze?
Inês: Imaginemos que dá quinze copos graduados. Agora quero que me digam quantos recipientes destes [intermédio] são necessários para encher este recipiente [maior]?
Alunos: Sete.
Inês: Muito bem, porque o copo é muito menor que este [intermédio]. Por isso, o número de recipientes também é diferente. Não é?
Alunos: Sim.
Inês: Estão a ver, se não houvesse medidas para todos igual, se cada um escolhesse a unidade de medida que quisesse, havia muita confusão. Reparem nos resultados, foram diferentes por termos escolhido unidade de medida diferente. Agora temos aí algumas construções que têm como unidade de medida um cubo. Vamos descobrir quantos cubos compõem cada uma delas. Não se esqueçam que temos aí escrito que a unidade de medida é um cubo. É só contar, perceberam?
Alunos: Sim.
Inês: Comecem a trabalhar que é muito fácil.

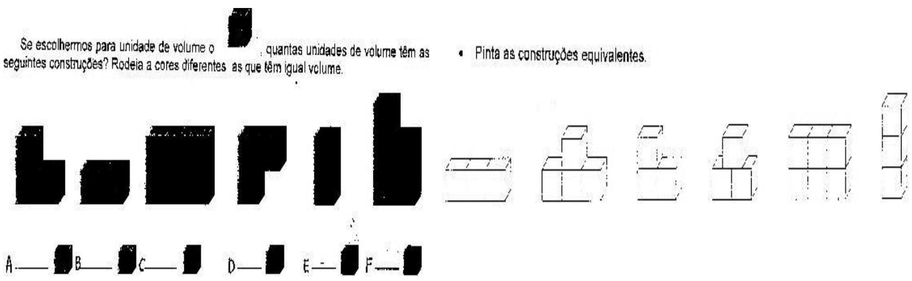


Figura 41- Construções com cubos.

Inês pretendia assim que os alunos determinassem o volume de cada uma das construções e indicassem as que eram equivalentes. Terminada esta actividade, desafiou os alunos a representarem no quadro uma construção à sua escolha e a referirem a unidade de medida utilizada. Propôs, depois, outras representações de figuras tridimensionais com apoio do Material Multibásico (ou MAB base 10), questionando-os acerca das relações de volume entre elas:

Inês: Qual a unidade de volume que usaste? [Como o aluno não responde] Imagina que é o cubo. Quantos tens?

Aluno: Quatro.

Inês: Agora vais desenhar outra com os mesmos quatro cubos, mas noutra posição. Muito bem! Agora tu vais fazer uma construção com seis peças. [O aluno executa] O teu colega vai fazer outra equivalente a esta. Então olhem para estas duas construções. Será que têm o mesmo volume? Este tem quantos peças?

Alunos: Seis.

Inês: E este?

Alunos: Seis.

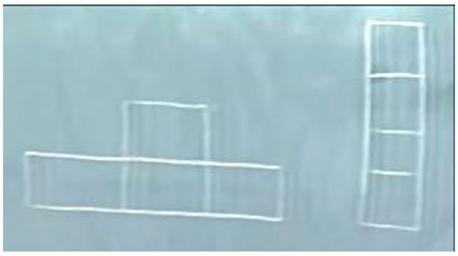


Figura 42- Representação de corpos com volumes equivalentes.

Inês: Vamos olhar... esta aqui só tem duas barrinhas, mas é igual a este porque...

Aluno: Porque a grande tem duas da pequena.

Inês: Então tem o dobro. Vamos contar. [Conjuntamente com os alunos, um, dois, três, quatro, cinco, seis]. Então, têm o mesmo vo...

Alunos: Têm o mesmo volume.

Inês: Pois, embora tenham uma forma diferente, e aspecto diferente tem o mesmo volume porque, contando as peças, vemos que são formados pelo mesmo número de unidades de volume.

Tendo proposto aos alunos a realização de diversas construções com o material multibásico em função de diferentes directivas (o mesmo número de peças, maior que ou menor que**,** o dobro ou metade do número de peças), a professora reviu a importância da utilização de unidades de medida estandardizadas e deu vários exemplos com as unidades principais para medir comprimentos (metro) e capacidades (litro). Recorreu, de seguida, à ficha de trabalho e ao material multibásico para explicar aos alunos o decímetro cúbico e o centímetro cúbico, assim como as suas correspondências:

Inês: Como vimos, é importante que as medidas utilizadas sejam iguais em todos os países do mundo. Agora, para medirmos os volumes,... também temos que arranjar medidas que sejam iguais para todos. E que dêem tanto para medir volumes de corpos pequenos e de corpos grandes. Então vamos ver quais as unidades utilizadas para medir os volumes, que estão aí apresentadas! [Inês sugere a um aluno que faça a leitura e paralelamente explicita o conteúdo com o material multibásico] Então vou mostrar-vos o decímetro cúbico. Mas o que é o decímetro cúbico? O que vos faz lembrar?

Aluno: É um cubo.

Inês: Sim! Este cubo é um decímetro cúbico. Reparem que ele vem dentro desta caixa, porquê? [Como não obtém resposta] Se eu meter este cubo nesta caixa, ela preenche-a toda, ou seja, o volume desta caixa é um decímetro cúbico. Então o decímetro cúbico é o espaço ocupado por um cubo com 1dm de lado. E este cubinho... que volume terá?

Aluno: Um centímetro cúbico.

Inês: Muito bem! Um centímetro cúbico é o volume de um cubo com um centímetro de aresta.

Após estas actividades, a docente desenhou no quadro um quadrado, identificou as suas dimensões e orientou os alunos para concluírem que, sendo o quadrado uma figura geométrica com duas dimensões, só é possível calcular a sua área ou o seu perímetro. De seguida, transformou o quadrado desenhado na representação de um cubo, identificando as três dimensões e mencionando que todos os objectos têm três dimensões. Fez, depois, a transposição para as diferentes unidades de volume e para a sua utilização em função das dimensões dos objectos a medir, exemplificando, mais uma vez, com equipamentos da sala de aula:

Inês: Suponhamos que aqui temos o decímetro cúbico. É tridimensional [indicando o quadro], quer dizer que tem as três dimensões... e este é o centímetro cúbico.. E se quisesse um metro cúbico? [como os alunos não respondem] Vamos dizer o metro cúbico é o espaço ocupado por um...

Alunos: Cubo.

Inês: Com um me...

Alunos: Um metro de lado.

Inês: Haverá aqui na sala alguma coisa que seja muito próximo do metro cúbico?

Aluno: O monitor.

Inês: Vamos olhar antes para a fotocopiadora. Aqui temos mais ou menos um metro de largura, outro de altura e outro de comprimento. Faz mais ou menos um metro cúbico.

Aluno: E o armário?

Inês: O armário tem mais, podemos depois medir e ver quanto terá. O que teremos que usar para medir o volume deste armário?

Alunos: O metro cúbico.

Inês: O que tenho que medir para calcular o volume? O compri...

Alunos: O comprimento, a altura e a largura.

Após esta exploração, Inês recorreu ao material multibásico para analisar com os alunos a correspondência entre o cm^3, o dm^3 e o m^3:

Inês: O que temos aqui?
Aluno: Uma parte do cubo.
Inês: Mas está dividido em quantas partes?
Alunos: Em cem.
Inês: Então, esta placa corresponde a... Vamos lá ver. Se eu serrasse cada uma destas barrinhas, quantos cubinhos tem cada linha?
Alunos: Dez.
Inês: Então esta placa quantos cubinhos tem?
Alunos: Cem.
Inês: Ora, quantos centímetros cúbicos tem esta placa? Tem ce...
Aluno: São dez vezes dez. Por isso dá cem.
Inês: Sim. E quantas placas compõem o cubo? [Inês aponta acompanhando a contagem dos alunos]
Alunos: Dez.
Inês: Temos dez placas, vezes os cem cubinhos que cada uma tem, ao todo são...
Alunos: Mil.
Inês: Muito bem! Então 1 dm^3 é igual a mil cent...
Alunos: Centímetros cúbicos.

A professora prosseguiu estas actividades orientando os alunos para estabelecerem comparações entre as unidades de volume em estudo e propondo a resolução de exercícios sobre a mudança destas unidades e sobre a determinação do volume de cubos. Um dos exercícios reportava-se a quatro cubos representando o decímetro cúbico incompleto, sendo pedido para descobrirem quantos centímetros cúbicos faltavam, indicando-os nos espaços em branco.

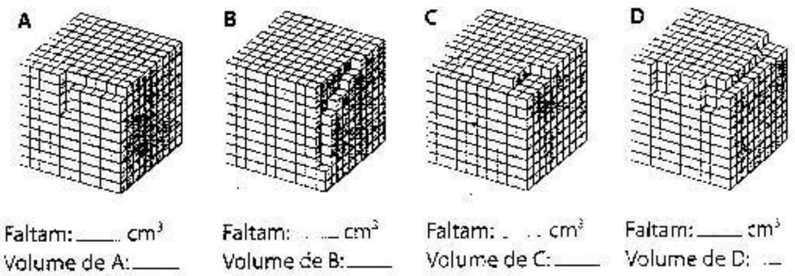


Figura 43- Cubos incompletos (Decímetro cúbico)

A professora circulou pela sala para ajudar os alunos nestas tarefas, após o que terminou a aula com a resolução de exercícios de consolidação relacionados com a mudança de unidades envolvendo o m^3, dm^3 e o cm^3.

Síntese da observação de aulas a Inês

Nas aulas em que foi observada, Inês abordou, preferencialmente, conteúdos relacionados com a identificação de polígonos, a noção de perímetro, área e volume.

A professora recorreu sempre às mesmas estratégias de abordagem dos conteúdos com os alunos: recurso ao quadro para efectuar revisões; resolução de tarefas de uma ficha de trabalho; realização da mesma passo a passo, com a leitura dos enunciados pelos alunos e a consequente explicitação pela docente; questionamento seguido de orientação para as respostas pretendidas. No processo comunicativo, a metodologia usada centrou-se na explicação minuciosa e orientada dos procedimentos e das fases das diversas tarefas e na explanação inicial dos conteúdos. A comunicação oral serviu para cativar os alunos, interpelá-los e manter a sua atenção constante, através do questionamento dirigido e da indiciação da resposta, que os alunos apenas tiveram de terminar. No processo comunicativo deixou aos alunos um mero papel de resposta reactiva aos seus apelos, centrando assim o discurso em si própria: explicava, colocava questões e conduzia às respostas, cabendo aos alunos completar frases, repetir ou terminar raciocínios por ela indiciados; comunicava os resultados, sistematizando e evidenciando alguns produtos dos alunos sem possibilitar aos mesmos a sua apresentação.

Quanto ao tipo de representações usadas, para além da verbal, a docente recorreu a representações semi-concretas e a concretas. Nas suas estratégias usou preferencialmente as representações verbais, na descrição e explicitação de conceitos em estudo explicação dos enunciados dos exercícios propostos nas fichas de trabalho; semi-concretas na utilização do quadro para representar em desenho os conceitos matemáticos; e concretas na utilização de material didáctico. Porém nem sempre foram os alunos que exploraram este tipo de representações, cabendo-lhes o papel de observar para confirmar as afirmações da docente.

5.2.2. Conhecimentos e representações de Inês sobre conteúdos de Geometria

Conhecimentos de Inês sobre conteúdos de Geometria

Ao referir-se ao seu desempenho no teste diagnóstico, Inês começa por considerar que "não foi muito difícil! As que fiz acho que acertei (...) só deixei duas! (...) não entendi muito bem a 3.2. e 3.3." (E). Reconhece essas dificuldades por exemplo quando afirma: "quando me dizem que um quadrado é um rectângulo (...) não entendo (...) se olharmos para os ângulos são todos rectos, então porque é que o rectângulo não é um quadrado e o quadrado é que é um rectângulo?" (E) A própria docente tem consciência do reflexo das suas dificuldades ao nível de conhecimentos de Geometria na consecução das aulas: “torna-se complicado explicar aos outros (...) eu tenho que perceber as coisas para fixar e assimilá-las (...) e esta dos losangos serem quadrados nem a fiz! Continuo a não perceber” (E). Com estas afirmações, Inês evidencia dificuldades em perceber a hierarquia dos quadriláteros, em relacionar as propriedades dos quadriláteros e como as características que os diferenciam.

Inês assume, também, que teve algumas dificuldades nas questões relacionadas com volumes. Na comparação do volume dos cilindros obtidos a partir do enrolamento de uma folha A4, segundo cada um dos lados, considera que “se utilizamos a mesma folha está delineado pela mesma superfície. Para mim o volume é sempre igual (...) virando de um lado ou do outro (...) não estou a ver outra hipótese!” (E). Apresenta o mesmo raciocínio para justificar as respostas sobre os volumes das caixas: “eu disse que eram diferentes. (...) A superfície utilizada na caixa A é maior que a superfície utilizada na caixa B! Porque se estamos a tirar mais papel à B estamos a tirar também no volume interno dessa caixa” (E). Nesta questão, a docente parece apresentar justificação à sua resposta baseada na regra intuitiva mais A – mais B. Algumas das afirmações da docente parecem evidenciar tentativas de resolução através da aplicação de fórmulas ao invés de se centrar em relacionar os dados fornecidos: “se atribuirmos medidas aos quadrados que cortamos, vê-se logo, aplicando a fórmula” (E).

Para além destas a docente teve dificuldades, noutras como foi o caso da questão que envolvia a identificação de cubinhos pintados num cubo respeitando o número de faces sugerido: “os que demoraram mais tempo foram o de uma e de duas faces pintadas (...) não via à primeira (...) marquei as faces com letras para as conseguir sinalizar. Não fiz todas as justificações porque em algumas imaginava e conseguia dar a resposta, mas, depois, não conseguia escrever para explicar” (E). Outra situação embaraçosa foi a questão relativa à pavimentação, cuja resposta demonstra dificuldades de raciocínio espacial: “a unidade padrão é o hexágono e para fazer a pavimentação é só repetir a mesma figura” (E). Também a questão relativa à melhor posição para a construção de uma bomba de gasolina equidistante a duas localidades não foi totalmente respondida: “fiz um esquema (...) desenhei as vilas, uni-as com uma linha e depois dividi ao meio...é aí que deve ser construída a bomba!” (E).

Inês revela conhecer algumas propriedades dos quadriláteros, normalmente as que dizem respeito aos lados e aos ângulos internos: “quando fazemos com os alunos, olhamos para o comprimento dos lados e para os ângulos; na B é um quadrado, tem 4 lados iguais e quatro ângulos rectos” (E). Também na questão relativa a perímetros e áreas de rectângulos semelhantes, a docente evidencia conhecimentos no que diz respeito às noções de perímetro e de área: "vê-se logo, é só achar os perímetros e as áreas e depois comparar. No primeiro dei exemplos, desenhando as figuras, e depois apliquei a fórmula e achei os perímetros (...) nesta só tive de aplicar a fórmula" (E). Na sua perspectiva, para comparar os valores de áreas e perímetros de figuras semelhantes é necessário recorrer às respectivas fórmulas. Porém tem a noção de que em certas figuras nem sempre pode aplicar uma fórmula que traduza a sua área. É o caso da questão relativa à estimativa da área de uma figura não convencional. Ao não poder recorrer à fórmula específica, precisou de "dividir em dois rectângulos (...) porque sabia calcular essa área" (E).

Inês assume sentir dificuldades "na Geometria, tenho lacunas de conhecimentos"(E). No entanto, considera que a prática docente a tem ajudado a melhorar os seus conhecimentos, referindo que "neste momento não sinto aquela sensação de incapacidade que sentia quando comecei a trabalhar" (E).

Para esta professora, uma forma de desenvolver nos alunos a capacidade de aplicação dos conhecimentos de Geometria prende-se com "a realização de experiências e concretizações (...) e o recurso a materiais para motivar os alunos" (E). Assim, para desenvolver dos conteúdos na sala de aula, parte "quase sempre de um desafio" (E) seguido de "problemas mais tradicionais (...) para os alunos verem que as noções que aprendem se adaptam a situações do nosso dia a dia" (E). Nas estratégias que recorre manifesta ser importante apresentar as tarefas de aula de forma sequencial: "a tarefa anterior tem que ser um patamar da tarefa que vou propor a seguir" (E), assim como sistematizar os conhecimentos no decorrer das aprendizagens: "dou a explicação final e aquelas regras para se concretizar e sistematizar os conhecimentos" (E).

Os procedimentos desencadeados ao longo das aulas observadas foram sempre os mesmos: recurso ao quadro para abordar conceitos básicos relacionados com o conteúdo a desenvolver na aula; resolução de tarefas de uma ficha de trabalho; leitura e explicitação das definições e dos conceitos abordados; realização da ficha de trabalho passo a passo, com a leitura por um aluno e a consequente elucidação pela docente; recurso permanente ao questionamento dos alunos, não para instigar à descoberta mas para chamar a atenção para os conteúdos e abrir caminho à resposta que a própria docente fornecia imediatamente.

Assim, nas quatro aulas observadas constatou-se que Inês apresentou conhecimento factual dos conteúdos de Geometria que foram abordados. As suas aulas tendem a ser estruturadas por uma fase inicial dedicada à apresentação (ou revisão) e clarificação dos conteúdos. Desta maneira, uma análise aos procedimentos nesta fase das aulas possibilitou uma percepção da forma como aborda os conteúdos de Geometria. Na primeira aula em que foi observada, a professora evidenciou as diferenças entre polígonos (regulares/não regulares) e não polígonos (identificação da forma e da posição dos seus lados) com recurso à definição: "como diz a definição (...) então, digam lá, esta figura é polígono?" (AO1). Abordou, também, as características de alguns polígonos (triângulos, quadrilátero, pentágono e hexágono) quanto ao número de lados e de ângulos e à posição relativa dos seus lados, através da observação, do diálogo ou da leitura de enunciados, desenvolvendo nos alunos a percepção visual global destas figuras. No entanto, ao proporcionar que as figuras fossem desenhadas quer no quadro quer nas fichas de trabalho sempre na mesma posição, com a base paralela ao chão, deu a entender que não considera este atributo como causa de alguns erros cometidos pelos alunos na identificação de figuras geométricas.

Na segunda aula, com base em diferentes figuras, a professora explorou a noção de perímetro. Todavia, não mencionou como determinar perímetros sem recorrer à fórmula, uma vez que antes de os alunos iniciarem a resolução da tarefa, foi lida e explicitada a definição, seguindo o método que lhe é característico de colocar a questão e iniciar imediatamente a resposta que, depois, os alunos completam: "então, de acordo com a definição, temos que o perímetro daquele polígono é igual à so... Então escreve P é igual a la..." (AO2).

Na terceira aula em que foi observada, a docente realizou com os alunos experiências concretas no sentido de levá-los à compreensão do processo de medição, como por exemplo cobertura de objectos tomando por unidade de medida o decímetro quadrado, e posteriormente contagem do número de vezes que o utilizaram: "utilizem o decímetro quadrado para saber qual a área da vossa folha de trabalho" (AO3). No entanto, os alunos não experienciaram a utilização de diferentes unidades de medida não convencionais, pelo que a discussão desencadeada pelos resultados obtidos apenas serviu de base para se chegar à fórmula: "a área do rectângulo é igual ao comprimento (4 dm) vezes a largura (2 dm) que neste caso é igual a oito decímetros quadrados" (AO3). A professora demonstrou, ainda, cuidado em fazer medições e alertou para que as medidas fossem expressas em unidades da mesma ordem. Referiu, também, à necessidade de fazer arredondamentos e à possível margem de erro existente numa medição. Introduziu as medidas convencionais do Sistema Internacional de Unidades (SI) chamando atenção para a sua importância: "se não houvesse medidas para todos igual, se cada um escolhesse a unidade de medida que quisesse, havia muita confusão" (AO3).

Posteriormente, na quarta aula observada, na exploração de situações ligadas ao volume, a professora realizou uma experiência concreta perante os alunos para "mostrar como determinar o volume de objectos sem recorrer a medidas especiais" (AO4). Os alunos observaram o seu decurso e os resultados, “anda cá ver se está alguma água fora” (AO4), mas não exploraram outras situações que lhes permitissem determinar o volume sem recorrer à fórmula, como por exemplo, comparação entre recipientes com volumes diferentes, ou por comparação com uma unidade de medida contextual, do quotidiano dos alunos.

A comunicação oral com os alunos foi um elemento muito enfatizado por Inês ao longo das quatro aulas em que foi observada, para manter os alunos atentos e desenvolver os diversos conteúdos. Relativamente à comunicação, a clareza, a utilização da nomenclatura apropriada e, muito especialmente, a correcção científica da linguagem assumem particular relevância na abordagem dos conteúdos matemáticos, em geral, e dos conteúdos de Geometria, em particular.

Representações de Inês sobre conteúdos de Geometria

Na abordagem de conteúdos de Geometria, a criação de sinais, desenhos e esquemas individuais constitui um suporte importante para a tradução do real e da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática. Inês usou vários tipos de representações, quer nas aulas em que foi observada, quer na resolução do teste diagnóstico. A docente afirma ter recorrido a representações como auxiliar para resolver algumas questões e também como forma de interpretar, confirmar, justificar e comunicar os resultados obtidos. Salienta, entre elas, as representações pictóricas: “fiz um esquema. Desenhei as vilas, uni-as com uma linha e depois dividi ao meio…é aí que deve ser construída a bomba (…) dei exemplos, desenhando as figuras (…) desenhei um cubo”(E).

Referiu, também, o recurso a representações simbólicas: “depois apliquei a fórmula e achei os perímetros (…) só tive de aplicar a fórmula (…) dividi em dois rectângulos para calcular a área (…) porque sabia achar a área” (E). Procurou, ainda, socorrer-se de representações concretas: “experimentei enrolar a folha” (E).

Utilizando as representações como estratégias pedagógicas, Inês destaca as concretas, as pictoriais e as simbólicas, valorizando as que permitem a visualização de conceitos por considerar que favorecem o desenvolvimento da sua compreensão pelos alunos. Menciona o quadro como um bom suporte para as representações gráficas: “gosto de utilizar o quadro (…), é a maneira mais fácil de representar e corrigir alguns trabalhos” (E). Refere, também, as representações concretas como auxiliar para a aquisição de conceitos e a passagem à representação pictorial pelos próprios alunos: “vou trabalhar o perímetro dos polígonos! Pego nos polígonos (…) desenham-nos (…) Claro que têm que medir e escrever quanto medem e somar todos os lados” (E). Reporta-se, ainda, às representações simbólicas e também às contextuais, relativas à transposição para a vida do quotidiano:

> Para eles verem que a noção de perímetro se adapta também a situações do nosso dia-a-dia, se quiserem comprar renda para uma toalha ou vedar um campo ou um canteiro com rede, não vou comprar todo o rolo, tenho que medir para saber quanto vou precisar e comprar a quantidade apropriada (E).

Inês enfatiza a importância do recurso às representações concretas na aprendizagem dos alunos, nomeadamente quanto à utilização de materiais manipuláveis e à realização de experiências concretas: "faço experiências para eles verem e relacionarem com aquilo que vão aprender (...) fiz a experiência sobre os volumes (...) também costumo usar os blocos lógicos para trabalhar as figuras geométricas e também o tangram" (E). Para a docente, quando não há possibilidade de concretização é difícil os alunos compreenderem, nomeadamente, conteúdos de Geometria: "no que se relaciona com o desenho das plantas, como nem sempre consigo concretizar, acho que os alunos manifestam mais dificuldades" (E). Todavia, os conceitos de frisos e rosáceas, embora possam ser abordados recorrendo a diferentes representações, não são da preferência de Inês: "não gosto muito de fazer aqueles frisos e as rosáceas! Sinceramente não acho piada nenhuma! Não sei, talvez porque os alunos não conseguem fazer os trabalhos (...) para mim, não é um conteúdo muito agradável" (E).

Inês indica que recorre com frequência aos desafios onde estão presentes vários tipos de representações, como um ponto de partida para a exploração de novos conceitos de aprendizagem, embora não tenha desenvolvido nenhum no decurso das quatro aulas observadas: "parto quase sempre de um desafio (...) qualquer situação problemática (...) e a partir daí eu juntamente com eles, tento orientar e especificar a maior parte dos conteúdos de matemática (...) [para que] vão vendo e fazendo" (E).

Aludindo à observação de aulas da docente, são visíveis representações simbólicas, visuais (concretas e semi-concretas) e verbais. Estas últimas são preponderantes ao longo de todas as aulas. Assumiram, também, a forma de descrição e explicitação de definições, quer com os alunos de uma forma individual quer com toda a turma, como também na leitura e explicação dos procedimentos e dos enunciados das fichas de trabalho.

As representações simbólicas foram um recurso também muito frequente, no que diz respeito a conceitos e definições presentes nas fichas de trabalho, na abordagem e utilização com os alunos das fórmulas de cálculo do perímetro e da área de um polígono: "a área do rectângulo é igual ao comprimento (quatro decímetros) vezes a largura (dois decímetros)" (AO3).

As representações visuais (concretas e semi-concretas) foram também muito utilizadas por Inês, embora com particular ênfase para as semi-concretas. Assim, nas quatro aulas observadas, as representações semi-concretas ocorreram, por exemplo, quando utilizou o quadro para representar graficamente figuras diversas e quando organizou, para ilustração ou exemplificação, diferentes imagens nas fichas de trabalho desenvolvidas com os alunos, servindo como suporte para identificação e classificação de polígonos e contribuindo para a compreensão e clarificação de conceitos destes níveis de escolaridade.

As representações concretas, por sua vez, centraram-se na utilização de material manipulativo e também em actividades práticas na sala de aula, como as medições de objectos, contribuindo para tornar mais perceptíveis conceitos e definições e estabelecendo a ligação com o quotidiano dos alunos. Assim, na primeira aula em que foi observada, disponibilizou aos alunos envelopes com polígonos e um quadrado em papel para ser decomposto num triângulo e num quadrilátero, para a concretização de exercícios propostos. Na segunda aula recorreu à régua para medir o comprimento dos lados de um hexágono. Na terceira aula, por sua vez, as representações concretas centraram-se no uso do decímetro quadrado enquanto unidade de área, para medir diferentes áreas. No que se refere à quarta aula, as representações estiveram perceptíveis na realização de uma experiência.

5.2.3. A formação de Inês sobre conteúdos de Geometria

Inês faz a distinção entre os diferentes tipos de formação que vivenciou, desde a escolaridade básica e secundária até à formação contínua. Quanto à primeira, refere que atribuía pouca importância aos conteúdos de Geometria e que não ficou com grandes noções, nessa altura, pois, segundo recorda, o tempo dedicado a esse tema era escasso; os conteúdos eram apresentados sempre da mesma forma pelos professores, com poucas aplicações práticas, pouco desenvolvidos e pouco consolidados:

> A matéria era dada de forma tão teórica e pouco atractiva que não permitia uma boa assimilação. (...) Lembro-me de usar a régua, o compasso e o esquadro para fazer desenhos (...).Dávamos o nome das figuras, áreas, perímetro e volumes com aplicação das fórmulas (...) mais tarde, já no liceu, raramente dávamos porque estava no fim do programa e dos livros, por isso era pouco desenvolvida e consolidada! Os livros não vinham preparados para percebermos mas para repetirmos até aprender (E).

Sobre a formação para a docência, recebida no decurso da realização dos estudos no Magistério Primário, no que diz respeito à área da Matemática, em geral, e da Geometria, em particular, Inês considera que não se articulava com a futura actividade docente: "nada relacionado com que ia dar no 1.º Ciclo" (E). No que diz respeito ao tema da Geometria, também neste nível a memória que guarda volta a ser escassa: "não me recordo ter dado Geometria no Magistério (...) a geometria ficava para o fim e como os programas eram extensos raras vezes se cumpriam (...) mesmo no estágio trabalhava-se mais o cálculo e os problemas" (E). Deste modo, percebe-se que a frequência do curso não lhe disponibilizou as necessárias experiências e conhecimentos matemáticos para o exercício da docência, principalmente ao nível do tema da Geometria: "em Geometria, tenho lacunas de conhecimentos" (E). A docente evidencia o seu esforço de colmatar essas lacunas desde a fase de formação para a docência até à actualidade, num processo de auto-formação com vista ao seu desenvolvimento profissional:

> Tinha aulas de matemática lá [Magistério], depois eu passava horas e horas a pesquisar nos livros e nos próprios livros do primeiro ao quarto ano, para aprender o que dar e como é que devia aplicar com os alunos (...). Aquilo que nós aprendíamos nessas aulas não era vocacionado para estes anos de escolaridade! (...) Ainda agora, quando quero dar alguma coisa e sinto dúvidas, pesquiso e vejo como é que um dá e o outro... vários livros para ver como estão apresentados... para eu ver a maneira mais fácil, ou melhor, que me tornem mais claros os conteúdos (E).

Inês refere, também, a formação contínua e realça a formação complementar que frequentou, no âmbito do curso de equiparação a licenciatura (Orientação Educativa) que não incluía conteúdos de Matemática, mas que realizou com o intuito de "voltar ao estabelecimento de ensino para adquirir novos dados sobre o estudo e a pesquisa, que vamos perdendo aos poucos à medida que o tempo passa" (E). Quanto a acções de formação, indica a frequência de várias, também elas não relacionadas com a Matemática, porque, segundo afirma: "não eram facultadas a todos acções nesta área" (E). Excepção, porém, para a mais recente acção de formação que realizou e que foi dedicada à Matemática. Esta, promovida pelo Ministério da Educação, ocorreu durante o ano lectivo transacto (em simultâneo com a colaboração nesta investigação), e, de acordo com a docente, revestiu-se de muito interesse e adequação às necessidades que sentia, em função do seu carácter prático centrado na acção educativa com os alunos:

> Tem a ver com o que podemos trabalhar com os nossos alunos (...) tinha exercícios práticos que podemos desenvolver em sala de aula... alguns até utilizei aquando das

> aulas que o formador veio observar. Também me chamou atenção para alguns conhecimentos, como por exemplo o hexágono e o pentágono. Aprendi aqueles que se ensinam aos alunos: um polígono que tenha seis lados é um hexágono, mas o que normalmente aparece nos livros é o regular, os outros são irregulares... ainda tenho que me habituar porque não me ensinaram assim. (...) Para o ano, vou experimentar alguns dos trabalhos que fizemos na formação, depois logo se vê (E).

Ainda no âmbito do seu desenvolvimento profissional, abordando as trocas de experiências e saberes com outros colegas, Inês não deixa de dizer que, sendo importante este processo de diálogo e de enriquecimento, na prática, acaba por trabalhar individualmente: "eu faço as minhas coisas sozinha... sabes, cada um tem os seus alunos" (E). Refere a dificuldade em conciliar horários e a falta de outras turmas com o mesmo ano de escolaridade como os principais motivos para a ausência de uma cultura reflexiva com outros docentes:

> Durante anos trabalhei em escolas de lugar único ou com uma sala e dois lugares em que cada um trabalhava no seu turno, quase só nos cruzávamos (...) Em escolas grandes só trabalhei uma vez, por isso também não tenho tido muitas oportunidades... nestas escolas, onde haja mais que uma turma do mesmo ano de escolaridade (...) dá para fazer esse tipo de partilha. Por acaso nunca tive. Mesmo naquela escola que referi, havia uma turma do mesmo ano que a minha, mas tinham aulas em horário normal e eu trabalhava na parte da manhã... também não dava para articular muito. Às vezes nem a via (E).

Ainda assim, Inês menciona algumas partilhas, denotando preocupação com esta questão: "às vezes converso sobre o que já demos o que correu menos bem, as classificações dos alunos, oiço as opiniões dos outras, trocamos fichas" (E).

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

É uma ideia consensual que os professores são elementos essenciais no processo educativo. Porém, não devemos esquecer que o professor de Matemática também foi aluno, desenvolvendo, ao longo da sua vida escolar, conhecimentos e representações sobre o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos. A forma como adquiriu esses conhecimentos e representações tende a influenciar o modo como interpreta, compreende e ensina tais conteúdos. Esta preocupação orienta a organização deste capítulo, que é estruturado por três secções. Na primeira secção é feita uma síntese do que mais relevante se destaca neste estudo; na segunda secção são apresentadas as principais conclusões do estudo dispostas segundo as questões de investigação delineadas; e na terceira secção são propostas algumas recomendações para futuras investigações.

6.1. Síntese do estudo

Esta investigação teve como objectivo estudar os conhecimentos e as representações que os docentes do 1.º Ciclo do Ensino Básico de um núcleo de agrupamento de escolas têm sobre conteúdos de Geometria deste nível de ensino e indagar a influência desses conhecimentos e representações, bem como a sua própria formação, na forma como abordam os conceitos de Geometria na sala de aula. Com esta finalidade, foram colocadas as seguintes questões de investigação:

1. Que conhecimentos e representações têm os docentes do 1.º Ciclo em relação a conteúdos de Geometria abordados neste nível escolar?
2. Na sua prática docente, como é que os docentes do 1.º Ciclo abordam os conteúdos de Geometria? Que conhecimentos e representações evocam nessa abordagem? Que influência tem a sua formação na forma como abordam os conteúdos de Geometria?

Para responder a estas questões, analisou-se um conjunto de dados diversificados que foram recolhidos nas duas fases que compõem esta investigação. A recolha de dados decorreu entre os meses de Dezembro de 2008 e Maio de 2009. Na primeira fase, aplicou-se um inquérito por questionário e um teste a 14 docentes do 1.º Ciclo de um núcleo de um dado agrupamento de escolas do distrito de Braga. O questionário foi composto por questões com o intuito de conhecer as representações dos docentes inquiridos face a conteúdos da Geometria, à sua memória pessoal sobre a formação inicial e contínua dedicada à Geometria e, ainda, à sua percepção e análise da forma como abordam tais conteúdos na sala de aula. O teste foi estruturado por questões sobre conteúdos de Geometria do actual Programa de Matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico e teve por finalidade perceber que conhecimentos e representações os docentes inquiridos possuem. Os docentes participantes nesta primeira fase do estudo eram, na generalidade, do sexo feminino com tempo de serviço, maioritariamente, entre os 17 e os 28 anos. Possuem uma formação diversificada, adquirida no magistério primário, no caso de alguns professores, e, no caso de outros, em escolas superiores de educação. Este segundo grupo de professores optou por variantes direccionadas para a leccionação do 2.º Ciclo, em áreas tão distintas como a Educação Física, o Inglês, as Ciências, ou a Matemática, evidenciando, por conseguinte, diferenças ao nível da formação. A maioria dos docentes que frequentou o magistério primário realizou equiparação a licenciatura e, em alguns casos, curso de mestrado, mas, na generalidade, fora do âmbito da matemática – o mesmo acontecendo quanto à frequência de acções de formação contínua.

A análise dos dados obtidos nesta fase do estudo apresenta componentes da abordagem quantitativa (ou seja, recorre a dados numéricos através da frequência absoluta de respostas correctas, parcialmente correctas, incorrectas e sem resposta), com o propósito de conhecer, descrever e interpretar os processos de resolução desenvolvidos pelos professores perante um teste contendo questões de Geometria.

Na segunda fase do estudo, seleccionaram-se duas professoras, Ana e Inês, que integravam esse núcleo e exerciam a sua actividade profissional na mesma escola. Estas professoras constituíram dois estudos de caso, os quais tinham como objectivo perceber, sem carácter de generalização, que conhecimentos e representações os professores do 1.º Ciclo possuem sobre conteúdos de Geometria. A informação que sustenta estes estudos de caso foi recolhida através da observação de aulas relativas ao ensino de conteúdos de Geometria e de uma entrevista individual às duas professoras, realizada após essa observação.

Ana e Inês leccionam há mais de duas décadas e frequentaram formação contínua em Matemática, durante o ano em que decorreu a investigação. Embora ambas tenham completado cursos de equiparação a licenciatura, abrangendo áreas diferentes, só o de Ana contemplou a disciplina de Matemática.

A análise de dados obtidos nesta fase do estudo seguiu uma abordagem qualitativa, com o intuito de compreender o significado que as professoras dão às acções em que se envolvem.

6.2. Conclusões

Nesta secção, após a apresentação e discussão dos resultados relativos a cada uma das fases do estudo, pretende-se evidenciar as suas principais conclusões, tendo por base as questões de investigação estabelecidas.

6.2.1. Que conhecimentos têm os docentes do 1.º Ciclo em relação a conteúdos de Geometria abordados neste nível escolar?

Os 14 professores do 1.º Ciclo participantes neste estudo revelam, em relação à Geometria, conhecimento do currículo e um periclitante conhecimento de conteúdos deste tema que são abordados neste ciclo. Relativamente ao conhecimento do currículo, os docentes manifestam conhecer as orientações curriculares quanto aos objectivos de aprendizagem a desenvolver nos alunos e quanto aos conteúdos de Geometria presentes nos programas dos quatro anos do 1.º Ciclo. Para a maioria dos professores, este conhecimento traduz-se, por um lado, pela caracterização da Geometria como o estudo das formas, do espaço e das suas relações, tal como o tema surge estruturado no programa escolar. Por outro lado, tal conhecimento, traduz o destaque que é dado ao tema na construção do currículo escolar. Para a maior parte dos docentes, a importância da Geometria no currículo escolar deve-se ao papel que desempenha no desenvolvimento da capacidade dos alunos, como afirma P1, de "raciocínio e abstracção" (Q), ou, como refere o P6, "a criatividade, o sentido estético, a orientação espacial e a capacidade de relacionar" (Q).

Os docentes mostram estar a par das alterações que tem havido no currículo escolar de Geometria, principalmente no que diz respeito às orientações metodológicas. Esta percepção torna-se mais explícita no destaque que Ana e Inês dão à evolução ocorrida nos métodos de ensino, desde os que valorizam a mecanização aos mais actuais, que enfatizam a compreensão de conceitos:

> Só se aprendia tudo a decorar! (...) Antigamente o professor só se preocupava em pôr-nos a fazer exercícios que devíamos repetir para aprender. (...) Agora nós fazemos experiências com os alunos, para compreenderem as coisas e não decorar. (Ana, E)
>
> O programa agora é mais exigente, (...) a nível de compreensão do que era há uns anos atrás. (Inês, E)

O conhecimento das alterações do currículo parece derivar, como defendem Elbaz (1983) e Vale (2000), da experiência que os professores acumulam, ao longo da sua actividade profissional, na elaboração das planificações de longo, médio e curto prazo. Porém, tal conhecimento nem sempre se traduz na prática, como se constata nas aulas de Inês. Ao orientar as suas aulas com estratégias que valorizam, sobretudo, a actividade do professor, esta docente não concretiza as recomendações actuais que apontam para um ensino–aprendizagem exploratório (NCTM, 1994; Ponte, 2005), que valoriza a actividade do aluno e integra na sequência de ensino o que o aluno diz e faz. A existência de práticas de trabalho colaborativo entre professores que leccionam os mesmos anos pode, de algum modo, atenuar estas formas de ensinar através da elaboração conjunta de propostas de ensino, da sua experimentação na sala de aula e consequente discussão. Hargreaves (1998) aponta a colaboração entre docentes como uma estratégia do seu desenvolvimento profissional. Também nesse sentido vão as recomendações do estudo Matemática 2001 (APM, 1998):

> A realização de trabalho colaborativo, formal e informal, é uma condição essencial para a melhoria da prática profissional. É através das trocas de ideias e materiais entre os professores com afinidades no plano dos seus interesses e perspectivas, ou com problemas e necessidades comuns, que surgem as ideias para a introdução de novas actividades, novos processos ou novos objectivos de trabalho. (p. 57)

Dos conteúdos de Geometria presentes nos programas do 1.º Ciclo, os docentes salientam aqueles em que se sentem mais e menos à vontade na sua prática de ensino. Relativamente aos conteúdos que se sentem mais à vontade, a maioria destaca as figuras e os sólidos geométricos, os ângulos, as simetrias e os perímetros, áreas e volumes. As razões desta preferência devem-se à frequência com que são trabalhados na sala de aula, ao maior domínio destes conteúdos, à facilidade com que os alunos os aprendem e à existência de materiais para a sua abordagem na sala de aula. Para Ponte e Serrazina (2000), Botas e Moreira (2009) e Gordo (1993), o uso de materiais pelo aluno na resolução das tarefas que lhe são propostas, através de actividades exploratórias, promove uma compreensão dos conceitos abordados muito maior do que apenas o acto passivo de ver e ouvir o professor a usá-los na transmissão desses conceitos. Gordo (1993) atribui aos materiais manipulativos "um papel fundamental na aprendizagem de alunos do 1.º Ciclo" (p. 90), referindo, também, o tipo e a diversidade de tarefas que se proporcionam às crianças para executarem.

Quanto aos conteúdos de Geometria que os docentes referem sentir-se menos à vontade para leccionar, sobressaem a planificação dos sólidos, as construções e transformações geométricas e as medidas (metro cúbico e volumes de sólidos). As razões desse pouco à vontade parecem dever-se ao grau de abstracção exigido aos alunos, bem como ao esforço do professor no ensino destes conteúdos na sala de aula. Para Gordo (1993), as razões que fazem com que tais professores se sintam menos à vontade com tais conteúdos parecem prender-se com a capacidade de relacionar objectos a três dimensões com as suas representações a duas dimensões. Ainda segundo este autor, tais dificuldades apresentam-se "tanto na transformação de objectos a três para a sua representação a duas dimensões, como na operação inversa, independentemente de se ter trabalhado com crianças, adolescentes, ou professores do ensino primário" (p. 36).

As razões invocadas tanto para a preferência como para a não preferência de tais conteúdos indiciam a importância que as primeiras experiências de ensino e de aprendizagem têm para a sua compreensão. Parece importante que, pelo menos nos níveis mais básicos e iniciais, ao invés de estratégias de ensino que incentivem a memorização acrítica e a realização de exercícios de repetição de factos e procedimentos, a abordagem de conteúdos de Geometria seja encarada de forma mais contextualizada, conectada com situações da vida real dos alunos. Como referem Rodrigues e Fernandes (1995), "a Geometria tem uma função formativa actual, centrada na construção de conhecimentos de forma activa e no desenvolvimento de competências com aplicação na vida dos indivíduos" (p. 18).

Quanto ao conhecimento de conteúdos de Geometria, em função das questões do teste, assinalamos as respostas dos professores em torno de conhecimentos que permitem: (1) identificar figuras e construções no plano e no espaço; (2) identificar propriedades de figuras geométricas; e (3) aplicar as noções de perímetro, área e volume na resolução de problemas.

Identificar figuras e construções no plano e no espaço. Os docentes reconhecem que uma pavimentação do plano deriva de uma figura padrão, mas a maioria não refere as transformações geométricas necessárias para que tal pavimentação aconteça, como exemplificam as afirmações dos professores P8 e P12: "obtém-se com encaixe de unidades tipo azulejos que encaixam uns nos outros" (P8, T); "repetindo a unidade padrão na horizontal" (P12, T). O mesmo sucede com Ana, para quem "a pavimentação, por justaposição dos lados, em alguns casos, os triângulos ficam invertidos" (E) e, também, com Inês: "para fazer a pavimentação é só repetir a mesma figura (...), a unidade padrão é aquela que se repete" (E). Este tipo de justificações indiciam que a noção que os docentes têm sobre a formação de um friso, mediante a repetição de uma dada figura padrão, parece influenciar o reconhecimento de outras transformações geométricas que permitem a pavimentação do plano, para além da translação. O facto de o novo programa contemplar a abordagem de frisos através de simetrias de translação, reflexão, reflexão deslizante e rotação, leva-nos a inferir que o professor do 1.º Ciclo deve ter conhecimentos que lhe possibilitem identificar os movimentos necessários para que uma figura padrão pavimente o plano. Os resultados obtidos parecem dever-se à aplicação acrítica das noções que usam na construção e na exploração de frisos.

Perante figuras tridimensionais, a maior parte dos docentes manifesta capacidade de visualização de relações espaciais, como a "manipulação mental" que realizam nas situações que são apresentadas num cubo. Estes resultados parecem estar relacionados com a frequência com que os professores abordam este tipo de questões na sala de aula e com a sua preocupação, tal como refere Inês, de "preparar os alunos para as provas de aferição" (E). Desta construção emerge a importância que têm os momentos de avaliação externa da aprendizagem no desenvolvimento profissional do professor.

Identificar propriedades de figuras geométricas. A maioria dos docentes reconhece que o ponto médio de um segmento de recta está equidistante dos extremos do segmento, mas o mesmo já não acontece com os outros pontos da mediatriz desse segmento. Não idealizam o que resulta da deslocação do ponto médio do segmento de recta ao longo de uma recta perpendicular ao segmento nesse ponto, nem relacionam este conceito com o eixo de simetria de triângulos isósceles. Tais resultados ilustram que a capacidade de visualização no plano não parece ser a mesma que apresentam nas situações com figuras tridimensionais, o que, segundo Matos e Serrazina (1996), poderá resultar da dificuldade que os professores têm de imaginar mentalmente transformações de entidades matemáticas. Conclui-se que a capacidade de visualização dos professores se revela sobretudo nas tarefas que reflectem os conhecimentos que desenvolvem com os seus alunos, tratando-se assim de um conhecimento compartimentado e estático, o que não favorece a sua aplicação a novas situações.

A maioria dos docentes declara as propriedades dos quadriláteros apresentados (losango, quadrado, paralelogramo e rectângulo) evidenciando a posição relativa dos lados, as suas relações de grandeza e das amplitudes dos ângulos internos, mas não reconhece as relações entre as diagonais e os eixos de simetria. Por sua vez, grande parte dos docentes, entre os quais Ana, mostram conhecer as relações de inclusão entre os quadriláteros. O mesmo não se verifica com Inês, para quem não faz sentido referir que um quadrado é um rectângulo.

Em relação ao item de conhecimento que permite identificar propriedades de figuras geométricas, as respostas ao teste permitem situar a maioria dos docentes situa-se no nível de análise de van Hiele.

Aplicar as noções de perímetro, área e volume na resolução de problemas. As noções de perímetro e área parecem estar mais consolidadas do que a noção de volume. A maior parte dos docentes relaciona o perímetro e a área de rectângulos semelhantes através da aplicação das respectivas fórmulas. As relações que estabelecem resultam da atribuição de valores aos lados dos rectângulos. Todavia, não manifestam conhecimento das relações que existem entre a razão de semelhança e a razão, respectivamente, dos perímetros e das áreas de quaisquer figuras semelhantes. Os resultados mostram que prevalece a capacidade de aplicar procedimentos de cálculo relativamente à capacidade de generalizar relações. A dependência da atribuição de valores também parece ter condicionado a maioria dos professores, no que se refere a estimar a área de uma figura não convencional, como se constata na justificação dada por Ana: “para determinar a área, tinha que saber o comprimento dos lados porque sabia determinar a área do rectângulo” (E). Estes resultados parecem dever-se, de acordo com Oliveira (2001) e Pires (1995), à forte influência que os processos de resolução habitualmente usados exercem, associando-se o perímetro à adição e a área à multiplicação.

Tal influência poderá ter feito com que, no estabelecimento de relações entre volumes de sólidos geométricos, os docentes não relacionem a variação das componentes que definem o volume de um “cilindro” e de um “prisma”. Como para estes sólidos não se apresentam valores relativos às suas dimensões, a maior parte dos professores tende a manifestar conhecimento de procedimentos em detrimento da capacidade de discutir a variação de tais componentes, como exemplifica a justificação de Inês: “se atribuirmos medidas aos quadrados que cortamos (...) aplicando a fórmula (...) o volume da caixa A é maior do que o da caixa B” (E). A este propósito, Mourão (1995), num estudo que efectuou com alunos do 7.º ano sobre representações de sólidos geométricos, considerou que o conhecimento dos conceitos não garante a sua aplicação na realização das tarefas. Inferimos que a aplicação do conhecimento em situações rotineiras nem sempre favorece o desenvolvimento da capacidade de estabelecer e discutir relações entre os conceitos matemáticos. Na comparação de volumes entre sólidos, tal como acontece no estudo que Martins (2008) realizou com alunos do 6.º e 9.º anos de escolaridade, as respostas dos docentes parecem ser condicionadas pela superfície da folha que dá origem aos sólidos, em detrimento de analisarem a variação das componentes que influenciam o volume.

Estes resultados levam a concluir que, relativamente ao tema de Geometria, os docentes intervenientes neste estudo apresentam um conhecimento estruturado por definições, fórmulas e cálculos o qual parece resultar de uma aprendizagem desenvolvida por processos baseados na repetição e na assimilação acrítica desse conhecimento. Assim, o nível de conhecimentos, relativamente aos conteúdos de Geometria abrangidos neste estudo parece ficar muito aquém do que é esperado para que um professor os possa ensinar. Como referem Gomes et al (2001), “ninguém pode ensinar aquilo que não sabe e não basta ter um conhecimento superficial de matemática elementar" (p. 182). Também nesse sentido vão as conclusões do estudo de Gomes e Ralha (2005), realizado com professores e futuros professores, no qual se refere que, embora os participantes pretendessem ir de encontro às indicações do programa para "promover um ensino significativo/conceptual" (p. 19), os resultados evidenciaram que "não apresentam os conhecimentos científicos suficientes/adequados dos conteúdos programáticos que têm que leccionar" (idem).

6.2.2. Que representações têm os docentes do 1.º Ciclo em relação aos conteúdos de Geometria abordados neste nível escolar?

A forma como o professor percepciona os conteúdos matemáticos e, mais concretamente, os conteúdos da Geometria, assume um papel preponderante no modo como relaciona as diferentes representações desses conteúdos. Como referem Ponte e Serrazina (2000), um professor que não gosta de Geometria, que não está à vontade no tema, dificilmente se sentirá motivado para a sua abordagem com os alunos.

Relativamente às representações enquanto tradução de ideias sobre conteúdos de Geometria, as mais usadas pelos docentes, no teste, são a verbal e a semi-concreta. A representação verbal prevalece na resolução das questões 1, 3, 6, 8 e 9, para explicar ideias relativamente aos conceitos matemáticos envolvidos na identificação de figuras geométricas, de propriedades de algumas figuras e de relações entre volumes. Constata-se que a representação verbal é usada nas situações que apelam à descrição de conhecimentos de factos (definições, regras e propriedades). Por exemplo, na questão 3 a maioria dos professores reconhece as relações que existem entre alguns quadriláteros mediante os atributos essenciais que os caracterizam – lados e ângulos –, mas já não identificam algumas propriedades que distinguem esses quadriláteros quanto às diagonais e aos eixos de simetria por nem sempre surgirem na sua definição. Considera-se que, no ensino dos quadriláteros, o recurso à representação semi-concreta dos quadriláteros favorece a explicitação das relações que se podem estabelecer entre todos os elementos que os constituem.

A representação semi-concreta surge contemplada nas respostas que os docentes dão às questões 2, 5, 8 e 9. Na questão 2, embora a totalidade dos docentes utilize a representação verbal, somente dois docentes recorrem à representação pictorial para ilustrar a localização de um ponto equidistante de duas localidades. O mesmo sucede na questão 5, em que a maioria dos participantes se vale da representação verbal para explicitar as suas ideias de como estimar a área da Antárctida. Poucos são os que atendem à representação pictórica para decompor a figura que representa a Antárctida em unidades de medida. Este tipo de abordagem para determinar a medida de área de uma figura por enquadramento não se encontra claramente expresso no Programa actual (Ministério da Educação, 1998), mas está bem explícito no novo programa (Ministério da Educação, 2007). Na questão 8, os docentes recorrem a desenhos no cubo para identificar as posições dos motivos e (em alguns casos), na questão 9, para descobrir o número de faces pintadas. Estes resultados levam a concluir que os docentes manifestam ter uma percepção estática de alguns conteúdos de Geometria, o que faz com que apliquem o seu conhecimento desses conteúdos a situações particulares, mas o mesmo já não acontece na generalização ou aplicação do que sabem a novas situações.

Em algumas questões, os docentes manipulam material concreto. Por exemplo, para interpretarem a situação apresentada na questão 6 alguns deles usam uma folha de papel A4 para compararem, mentalmente, o volume de cilindros, sem bases, obtidos enrolando uma folha de papel A4 segundo cada um dos seus lados (lado maior ou lado menor). Apesar da utilização desta estratégia, todos os docentes consideram que o volume é igual, como exemplificam as afirmações de Inês e de Ana: "experimentei enrolar a folha e para mim dá igual" (Inês, E); "vão levar a mesma quantidade de líquido, a folha é a mesma" (Ana, E). Tal como aconteceu no estudo de Martins (2008), tais respostas parecem dever-se à influência que a superfície da folha que dá origem a tais cilindros tem nos seus raciocínios. Os professores indiciam, assim, não relacionar a variação da área da base e da altura no volume de cada um dos cilindros. Conclui-se que a utilização acrítica de fórmulas tende a prevalecer no uso que se dá ao material concreto, que, assim, só por si, não é suficiente para responder a situações problemáticas.

Em algumas questões, os docentes fazem uso de uma combinação de diferentes tipos de representações, porque, como refere Vale (2009), cada uma delas é uma manifestação de um aspecto do conceito. É o caso da questão 4, em que se verifica uma tendência geral para o recurso à representação semi-concreta (pictorial) para relacionar conceitos de perímetros e de áreas. No entanto, também se verifica o recurso à representação simbólica. Assim, através de desenhos das figuras geométricas envolvidas e dos valores atribuídos às suas dimensões, para concluir resultados, os docentes recorrem a fórmulas, quer para relacionar os perímetros quer para relacionar as áreas.

Em termos gerais, os professores recorrem preferencialmente a representações verbais e semi-concretas e denotam que não estabelecem ligações entre as diferentes representações dos conceitos matemáticos. Exemplos disso são as suas respostas à questão 1. As dificuldades que manifestam em exprimir, através da representação verbal, as movimentações necessárias para pavimentar o plano através da figura padrão identificada poderiam ser ultrapassadas caso usassem esquemas que revelassem as suas formas de pensar. O mesmo acontece com a questão 2, cujo esquema poderia ajudar a criticar as suas afirmações desde que tivessem presente a noção de mediatriz de um segmento de recta ou relacionassem a situação apresentada com o eixo de simetria de um triângulo isósceles. Também na questão 7, a ausência da percepção do comportamento do gráfico que representa a variação do volume de uma caixa, obtida a partir de cortes de quadrados iguais nos cantos de uma folha de papel A4, parece não ajudar a formulação de uma resposta adequada. Outra forma que os professores poderiam recorrer para discutir a sua resposta, dada inicialmente, passa pelo cálculo do volume da caixa em função dos valores a atribuir aos cortes efectuados. Ao encontrarem e trabalharem com a expressão que representa a generalização da variação do volume da caixa, em função desse corte, apresentariam um nível cognitivo de raciocínio elevado. Tal não acontece, porque, como refere Vale (2009), a capacidade de recorrer aos diversos tipos de representações é essencial para a compreensão de um dado conceito. Ponte et al. (1998a) também consideram que "as capacidades de representar os conceitos matemáticos e de relacionar entre si as diversas representações de um mesmo conceito estão associadas ao pensamento matemático avançado" (p. 173). Conclui-se, assim, que os professores ao não relacionarem as diferentes representações dos conteúdos contemplados no teste manifestam uma fraca compreensão dos mesmos. Estes resultados levam a inferir da importância de as estratégias de ensino contemplarem a articulação entre as diferentes representações dos conceitos de modo a promover o desenvolvimento de uma compreensão mais acrítica e dinâmica.

6.2.3. Na sua prática docente, como é que os docentes do 1.º Ciclo abordam os conteúdos de Geometria? Que conhecimentos e representações evocam nessa abordagem?

No que respeita às estratégias utilizadas no ensino da Geometria, alguns docentes evidenciam uma concepção de ensino que tende a valorizar a actividade do professor e a repetição de exercícios de sistematização, tal como refere o professor P3: "exemplifico o exercício e em seguida em pares ou em grupo repetem-no e mais tarde fazem os exercícios individualmente" (Q). Outros docentes evidenciam uma preocupação com o envolvimento dos alunos na exploração das tarefas, como exemplifica a afirmação do professor P6: "procuro dar pistas e levar o aluno a ser ele próprio a descobrir e compreender o processo seguido. Peço para partilharem com os colegas os raciocínios que usaram, pois, por vezes, seguem caminhos diferentes" (Q). Outros ainda procuram ajudar os alunos nas suas actividades, como afirmam os professores P9 e P8: "ajudo os alunos passo a passo, fazendo devagar no quadro para eles irem acompanhando" (P9, Q); "incentivo o trabalho entre os alunos para que os que têm mais dificuldades consigam compreender determinados conceitos" (P8, Q).

Os professores participantes na primeira parte deste estudo parecem centrar o desenvolvimento das aulas em si próprios, na orientação do desenvolvimento das aulas mais para os resultados (respostas, resolução de questões) do que para os processos desenvolvidos pelos alunos. Assim, embora haja um maior empenho em proporcionar aprendizagens activas, os alunos continuam sem ter muitas oportunidades para explorar e partilhar as suas ideias – situações sugeridas, entre outros, pelo NCTM (2007). Embora os professores tenham presente as orientações curriculares e refiram que se preocupam em adoptá-las, em contexto de sala de aula, elas tendem a não ser postas em prática. Os esforços no sentido de ir ao encontro dessas directivas, adequando-se às novas metodologias, são mais visíveis no recurso a materiais manipuláveis, à planificação de experiências — embora tal não seja sinónimo de experimentação e descoberta pelos alunos — e ao trabalho de pares. No entanto, o recurso a metodologias activas — nomeadamente com a possibilidade de descoberta pelos alunos, através da exploração e dos processos de interacção entre eles — é considerado essencial no processo de ensino e de aprendizagem, porque, como afiançam Gomes e Silva (2001), hoje em dia o ensino já não é entendido como "um processo de transmissão/recepção de informação, mas sim como um processo de construção cognitiva que favorece mediante a estimulação dos processos de investigação dos alunos" (p. 48).

As diferenças que se observam na forma como os professores inquiridos neste estudo percepcionam o ensino de conteúdos de Geometria também se verifica na prática docente de Ana e de Inês. Ana rege a sua prática docente por abordagens abertas à participação, discussão e descoberta pelos alunos, usando, quando oportuno, materiais manipulativos como "o geoplano, o tangram, para as figuras geométricas e explorar construções; faço muitos cartazes, não faço, faço-os fazer, ponho-os a recortar e compor cartazes" (E). Esta professora valoriza o apoio individualizado na clarificação de dificuldades que os alunos manifestam, desenvolvendo nestes o "à vontade para perguntar coisas; eu gosto que todos aprendam e se um aluno tiver dificuldades, vou para junto dele apoiá-lo e tentar de várias formas para que ele aprenda" (E). Embora Ana procure cumprir as suas planificações, dirigindo por vezes os alunos para as respostas que pretende obter, preocupa-se em criar momentos para a realização de actividades práticas que envolvam os alunos nas actividades da aula, recorrendo para isso a expressões do género "vamos começar a fazer (...) se houver dúvidas vamos verificar (...) vamos ver quantos conseguem encontrar" (AO3). No entanto, apesar de proporcionar momentos de correcção das actividades dos alunos, no grupo–turma, com o intuito de fomentar a discussão e troca de ideias entre os alunos, nem sempre lhes pede para explicarem ou justificarem os seus processos.

Por sua vez, Inês mostra ser uma professora directiva e expositiva. Os alunos têm poucas oportunidades de agir, prever, ver e explicar de forma a desenvolver a capacidade de raciocinar sobre as suas representações mentais. Mesmo quando recorre a material manipulativo, como no caso das figuras em papel, este artefacto não exerce a sua função de apoio à exploração, à descoberta e à compreensão, porque os alunos não são levados a discutir, a fazer inferências e a apontar conclusões, ao contrário do que defende o NTCM (1991) e Rodrigues e Fernandes (1995). Na concretização das suas estratégias, Inês valoriza o desenvolvimento da capacidade de visualização dos alunos através de imagens que apresenta nas fichas de trabalho ou nos desenhos efectuados no quadro, por considerar que "é a maneira mais fácil de apresentar e corrigir alguns trabalhos" (E). Para Vale (2009), a importância das representações visuais na compreensão de conceitos deve-se ao facto de que "a ideia representada no desenho é muitas vezes compreendida mais rapidamente pelos alunos e retida por mais tempo do que uma sequência de palavras" (p. 47).

Ambas as professoras enfatizam o trabalho de pares, por considerarem que os alunos se podem ajudar uns aos outros. No entanto, na prática docente de Inês, destaca-se, sobretudo, a sua actividade, quer na apresentação da matéria quer na orientação que dá aos alunos na resolução de fichas de trabalho que são realizadas passo a passo, após explicações minuciosas da sua parte. Sustenta, assim, que os alunos "vão vendo e fazendo e depois dou a explicação final e aquelas regras para se concretizar e sistematizar os conhecimentos" (E). A sua atitude directiva e controladora do processo de ensino e de aprendizagem parece dever-se às referências que tem da forma como os seus professores ensinavam através "da repetição de exercícios idênticos e quem não conseguia não aprendia" (E). Esta constatação é corroborada por Monteiro (1992), quando afirma que no início da sua carreira profissional começou por "imitar o modo como os meus professores de Matemática actuaram comigo durante tantos anos" (p. 242). Inês parece não se dar conta da influência que as suas atitudes pedagógicas têm no desenvolvimento de competências matemáticas dos seus alunos, como por exemplo na resolução de problemas que concretiza através "de um guião de trabalho para todos os alunos estarem mais atentos" (E). Ao condicionar as formas de pensar dos seus alunos, tende a não proporcionar oportunidades pare estes desenvolverem autonomia nos seus processos de aprendizagem.

Relativamente às representações que Ana e Inês evocam nas suas aulas, predomina a representação verbal através do recurso ao acto comunicativo para, entre outros, descrever conceitos em estudo; questionar; estabelecer o diálogo e as discussões na exploração dos trabalhos; e para analisar e corrigir a actividade dos alunos. Porém, Ana também recorre a representações semi-concretas (utilização do quadro para representar e explorar propriedades de figuras geométricas) e a representações concretas, que assumem a forma de actividades manipulativas e de descoberta, utilizando material concreto.

No caso de Inês, apesar de usar em diferentes momentos representações visuais, predominam, para além das representações verbais, as representações simbólicas (notação). O uso que esta professora faz das representações visuais, ou semi-concretas, centra-se na utilização sistemática do quadro para representar ideias matemáticas, para corrigir exercícios e desenhar figuras geométricas. Já as representações simbólicas são utilizadas no recurso às fórmulas do perímetro, da área e dos volumes e das unidades de medida padrão que lhes estão associadas. A sobrevalorização desta representação evidencia mais a memorização do que a compreensão. Chuimmo (1998) alerta para o obstáculo que pode constituir para o aluno a escolha pedagógica da memorização das fórmulas da área e do perímetro, em vez da envolvência dos mesmos na sua descoberta. As representações menos usadas por Inês foram as representações concretas, que se observam na realização de uma experiência para abordar a noção de volume, na utilização de unidades de medida sugeridas para descobrir áreas e na manipulação de polígonos para a resolução de exercícios propostos.

As representações concretas e semi-concretas apoiam-se em diversos materiais, tal como referem, entre outros, Ponte e Serrazina (2000). De acordo com estes autores, os materiais didácticos mais tradicionais – régua, compasso, esquadro e sólidos geométricos – são os que a maioria dos docentes mais usa no ensino de conteúdos de Geometria. Ana e Inês destacam o geoplano, o espelho, o tangram, blocos lógicos e materiais não formais, porque, como exemplifica Inês, o uso dos materiais faz com que "os alunos compreendam melhor" (E). Esta constatação é corroborada por Botas e Moreira (2009), para quem embora os docentes reconheçam "o material didáctico como aquele que auxilia o aluno na aprendizagem agindo como elemento motivador" (p. 529), recorrem predominantemente ao manual escolar e á régua. A importância da utilização de materiais manipuláveis nos processos de aprendizagem é destacada pelas recomendações actuais do ensino de Matemática. Um estudo realizado pela APM (1998) conclui que a aprendizagem é potenciada pela interacção dos alunos com os materiais. Também o novo programa (Ministério da Educação, 2007) realça a importância da utilização de materiais manipuláveis na aprendizagem da Geometria, por considerar que "permitem estabelecer relações e tirar conclusões" (p. 23).

Concluí-se que as representações pessoais têm um papel determinante na abordagem de conteúdos com os alunos. Esta conclusão é corroborada por Veloso (1998) e Gomes (2003), no sentido de se poder afirmar que, em geral, o professor, as suas concepções sobre a Matemática e o seu ensino e, por certo, o seu conhecimento matemático, determinam, em boa medida, o tipo de educação Matemática proporcionada aos alunos.

6.2.4. Que influência tem a formação dos docentes do 1.º Ciclo na forma como abordam os conteúdos de Geometria?

A formação dos docentes pode ser um ponto de análise susceptível de proporcionar algumas respostas a questões aparentemente paradoxais como a esta que procuramos responder. Ana e Inês realizaram formação em Matemática e ambas referem o seu empenho, a sua vontade de seguir directivas mais actuais, ao nível das sugestões metodológicas. No entanto, o peso das representações pessoais parece influir fortemente na sua prática docente, dificultando a sua alteração. É o que acontece, também, em Inês em relação ao conhecimento de conteúdos de Geometria. Por exemplo, a sua dificuldade de "não entender o porquê do quadrado ser um rectângulo (...) [o que] torna complicado explicar aos outros" (E) chama a atenção para a importância que a formação dos professores tem para o sucesso da Educação Matemática dos alunos.

Em relação à sua formação inicial, a maior parte dos docentes intervenientes na 1.ª parte desta investigação não manifesta preferência pelo tema de Geometria, devido, como refere o professor P8, a métodos de ensino "demasiados abstractos, sem apoio de material" (Q), e, como afirma o professor P14, "expositivos e [também porque a Geometria era] pouco abordada, não lhe era dada grande importância" (Q). Ana e Inês corroboram estes métodos de ensino, centrados na actividade do professor. Ana não se recorda de "ter feito qualquer experiência com figuras como faço com os meus alunos. Usar materiais, para experimentar e ver as coisas, nem pensar" (E). Inês também não se lembra de "nas aulas a professora utilizar material para nos mostrar o quer que fosse, era ela que dizia e nós fazíamos" (E). Embora refira que é importante um novo tipo de metodologia, por oposição aos métodos tradicionais que tanto lhe desagradaram, enquanto aluna, Inês parece ter dificuldade em superar, no desenvolvimento das suas aulas, essas representações do acto educativo que viveu na sua formação inicial. Esta questão é equacionada por Nóvoa (1992), relativamente à mudança, que, para ser real e duradoura, tem de interferir ao nível das concepções dos professores e estes terão de sentir vontade de aderir à mudança. No entanto, o que acontece, ainda segundo este autor, é a tendência dos docentes para acomodarem os seus hábitos e modos de fazer a estratégias mais propaladas no momento.

Ana e Inês também consideram que a forma como o tema da Geometria era abordado reflectia, também, a pouca consideração que lhe era atribuída no quadro da educação Matemática:

> A Geometria era dada de forma rápida e pouco atractiva, porque parecia não ter tanta importância como o cálculo. (...) Lá [magistério] é o que nos fazem (...) dão matéria despropositada (...) davam-nos uma coisa e nós estávamos interessados em fazer outras. (...) O que me ensinaram mesmo no magistério não tinha aplicação prática. (Ana, E)
>
> A matéria era dada de forma muito teórica (...) no liceu raramente dávamos porque estava no fim do programa e dos livros, por isso era pouco desenvolvido e consolidado. (...) Não tivemos nada sobre didácticas da Matemática, nada que se relacionasse em como ensinar Matemática no 1.º Ciclo! (...) Aquilo que nós aprendíamos nessas aulas não era vocacionado para esse ciclo! (...) Mesmo agora criticam-nos tanto e no curso pouco ou nada nos preparam para o que nos esperava na escola! Davam matéria que não tinha a ver com o que íamos dar no 1.º Ciclo. (Inês, E)

Uma possível justificação para tal consideração do tema da Geometria prende-se com o percurso de alguns professores no contexto da sua formação, porque, como exemplifica a afirmação do professor P10, no período abrangido pela sua formação inicial e profissional a Geometria "sempre foi apresentada de uma forma muito básica. Nem sempre permitia uma boa assimilação dos conteúdos (Q). Estas afirmações encontram eco no Relatório Preliminar de Matemática 2001 (APM, 1998), que refere que os professores de todos os níveis de ensino consideram a Geometria um tema a ser excluído ou simplificado. Esta posição é, também, justificada por Veloso (1998) por este tema apelar à "memória de uma experiência negativa que muitos professores guardavam do ensino axiomático da Geometria, tornando desejável um papel reduzido da Geometria no currículo da Matemática" (p. 23). Por outro lado, como é assinalado por Gordo (1993), na época em que os professores foram aprendizes, adquiriram os conhecimentos ao nível da Geometria "ouvindo e acreditando no que dizia o professor e os livros de texto. Como num acto de fé, aprende-se sem questionar, um conjunto de regras e de truques que serão necessários mais tarde para resolver uma determinada espécie de exercícios" (p. 21).

No que diz respeito à formação contínua, a necessidade de actualização de conhecimento matemático é referida pelos docentes inquiridos como justificação para a procura deste tipo de formação relacionada com vários temas de Matemática, entre os quais a Geometria, para melhorar a sua prática pedagógica. Porém, tal nem sempre é concretizado, em boa parte, devido à escassez de oferta, como referem, entre outros, Veloso (1998), Gomes (2003) e os próprios docentes inquiridos, como elucida a afirmação do professor P6: “ao longo da minha vida profissional frequentei várias acções de formação, contudo nunca fui seleccionada para nenhuma de Matemática, apesar de a colocar sempre nas três primeiras preferências” (Q). O caso agrava-se no que diz respeito ao tema de Geometria, com tendência, como referem os professores P4 e P7, a não ser contemplado na oferta formativa: “que tenha conhecimento, não há acções de formação disponíveis centradas na Geometria” (P4, Q); “não me lembro de haver acções de formação subordinadas ao tema de Geometria. Normalmente é através de acções de formação de Matemática que muito superficialmente se abordam assuntos de Geometria” (P7, Q).

Inês explicita esta situação referindo que antes da formação que actualmente o Ministério disponibiliza, de forma mais generalizada, “não eram facultadas a todos acções nessa área” (E), sendo que, como assinala Ana, “alguns colegas bem se inscreviam, mas não eram seleccionados” (E). A corroborar estas afirmações, Gomes e Ralha (2005) questionam a frequência e a adequação da formação matemática para os professores do 1.º Ciclo. Por um lado, tal como os docentes referem, embora seja prioritária, é, no entanto, muitas vezes relegada para um plano secundário, tendo como justificação que o conhecimento matemático deste nível é elementar. No mesmo sentido vão as afirmações de Ribeiro e Cabrita (2004), que apontam a Geometria como “uma das áreas que mais pode contribuir para conferir coerência, consistência e utilidade Matemática, criando condições para a formação mais sólida” (p. 151). Também a APM (1998) considera que os professores do 1.º Ciclo que fizeram a sua formação profissional no Magistério Primário têm “uma formação inicial muito precária em Matemática, em questões de educação e em didáctica da Matemática (...), seguindo planos de estudo com uma componente nula ou muito reduzida” (p. 70). Percebemos assim que as dificuldades manifestadas pela maioria dos professores que participaram neste estudo se podem dever à sua formação inicial em contexto de Magistério. Estas conclusões são corroboradas pelo estudo realizado por Mamede et al. (2009) sobre um programa de formação, para quem as dificuldades conceptuais que possuíam os professores que frequentaram o referido programa derivavam “entre outros aspectos, dos condicionalismos da sua formação inicial em Geometria” (p. 278). Por outro lado, e segundo a APM (1998), a situação pode não ser muito diferente se nos reportarmos aos docentes que fizeram a sua formação inicial em contexto de escolas superiores de educação, atendendo à possibilidade de opção por variantes diversas, como por exemplo Educação Física e Português, recebendo, assim, uma formação reduzida na área da Matemática.

Nas aulas em que foram observadas, Ana e Inês mostram preocupação em adequar o desenvolvimento dos conteúdos de Geometria com os alunos aos seus novos conhecimentos, na sequência do processo de formação que estavam a desenvolver (formação promovida pelo Ministério da Educação, com a duração de um ano) e também devido à sua participação neste estudo, referindo a influência da mesma na sua prática educativa. No entanto, esta influência parece quedar-se por um nível superficial, das propostas de actividades e não por um nível mais profundo, na articulação entre os conhecimentos do programa e a forma de abordagem dos conteúdos com recurso a novas metodologias:

> Alguns dos materiais e actividades que desenvolvi nas aulas que viste foram da formação! (…) Consegui tirar ideias e ajudou-me a ver que podemos trabalhar com os alunos doutra forma (…) Tentei aplicar algumas coisas que lá fazíamos, por exemplo aquela actividade que fiz para os alunos descobrirem figuras a partir de duas resultantes do corte do quadrado [4.ª aula] (Ana, E).
>
> Este ano estou a frequentar uma [formação] desenvolvida pela Universidade. (…) Tinha exercícios práticos, alguns até utilizei aquando das aulas que o formador veio observar. (…) Ainda tenho que me habituar, porque não me ensinaram assim. (…) Mas já mudou muita coisa desde que andei a estudar, por isso foi interessante e alarguei os meus conhecimentos na área, precisei de pesquisar e em alguns momentos tentei pôr em prática o que aprendi na formação (Inês, E).

Nas aulas em que foram observadas, as docentes apenas referem ter introduzido algumas propostas de trabalho. Não houve, de facto (especialmente com Inês), um trabalho com os alunos direccionado para as orientações em vigor, de aprendizagem pela descoberta. Foi, contudo, evidente, um esforço por planificar atentamente e, como reflexo, um esforço de articulação entre as suas representações pessoais da abordagem da Geometria com os alunos e as novas directivas fornecidas. Um processo complexo e moroso que provoca, nos docentes, um conflito que Inês considera que "ainda tenho que me habituar porque eu não tinha aprendido assim (…) para o ano logo se vê" (E).

Em resumo, no estudo é perceptível a falta de formação disponibilizada aos docentes do 1.º Ciclo na área de Matemática, em geral, e sobre Geometria, em particular, o que corrobora os resultados obtidos pela APM (1998), por Gomes e Ralha (2005) e Silva (2008). No entanto, a formação na área de Matemática do professor do 1.º Ciclo, devido à sua formação generalista e, ao mesmo tempo, infra-estrutural, é prioritária. Assim, os organismos responsáveis pela formação de professores desempenham um papel preponderante na dinamização de acções de formação que incentivem os docentes do 1.º Ciclo a actualizarem o seu conhecimento matemático.

É, igualmente, perceptível que nem sempre o conhecimento do programa, as práticas nele sugeridas, os materiais disponibilizados e a formação que se desenvolve garantem de forma automática a modificação ou a transferência para a prática de sala de aula desses conhecimentos. Há necessidade de os professores se envolverem de forma dinâmica na exploração das suas ideias matemáticas, da mesma forma que eles o deverão fazer com os seus alunos, explorando, elaborando questões e discutindo ideias com outros docentes. Um exemplo dessa prática foi a presente investigação em que as docentes participantes foram levadas a questionar e a reflectir um pouco acerca da sua postura profissional. Isto mesmo é referido pelas docentes aquando da leitura da transcrição das aulas observadas. Assim, referem que esta investigação contribuiu para chamar a atenção para a sua prática pedagógica e para se sentirem com novo ânimo para o desenvolvimento dos seus conhecimentos e, deste modo, também, para reformularem a sua prática pedagógica, nomeadamente no que concerne às suas opções metodológicas e à operacionalização dos seus conhecimentos quanto à forma de abordar os conteúdos de geometria com os alunos.

6.3. Sugestões para futuras investigações

O interesse da investigação na área da Educação Matemática tem-se manifestado em vários temas matemáticos, mas, como indica Ponte (2008), o mesmo já não acontece na abordagem de conteúdos de Geometria com os alunos. Após a análise e reflexão sobre os resultados deste estudo, evidenciamos algumas sugestões para investigações futuras.

Torna-se pertinente a realização de um estudo comparativo entre os professores que tiveram a sua formação inicial em contexto de Magistério Primário e os professores que se formaram nas Escolas Superiores de Educação, relativamente aos seus conhecimentos e representações sobre conteúdos de Geometria.

Cientes de estudos que mostram que, para que a formação resulte, é necessário mobilizar os professores para o alargamento e aprofundamento de conhecimentos e práticas, torna-se relevante estudar o impacto que as acções de formação contínua exercem sobre a forma como os docentes do 1.º Ciclo abordam conteúdos de Geometria na sala de aula.

Outra investigação que ganha relevo, atendendo à tendência que os professores deste estudo têm para trabalhar individualmente, relaciona-se com o papel que o trabalho colaborativo pode ter na resolução de lacunas relativamente a conteúdos matemáticos, em geral, e a conteúdos de Geometria, em particular.

Atendendo que a presente investigação foi aplicada apenas a um dos núcleos de docentes de um agrupamento de escolas do 1.º Ciclo, torna-se pertinente proceder a um estudo similar mas integrando como participantes os professores dos diferentes ciclos do agrupamento. Nesse estudo seria importante que a investigação centrasse a observação de aulas na totalidade dos conteúdos de Geometria de um dado ano de escolaridade, possibilitando, assim, perceber de que forma os níveis escolares se relacionam com as representações e conhecimentos que os professores manifestam na abordagem da Geometria com os alunos.

BIBLIOGRAFIA

Abrantes, P. (1999) Investigação em geometria na sala de aula. In, E. Veloso, H. Fonseca, J. P. Ponte, & P Abrantes. (Org), *Ensino da geometria no virar do milénio* (pp. 51-62.). Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática

Almiro, J. P. (1999). O Desenvolvimento profissional do professor no contexto de um círculo de estudos. *Revista da Educação,* 8(2) 25–37.

APM (Ed.) (1998). Matemática *2001 – Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Relatório preliminar. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Azcaráte P. (1999). El conocimiento profesional: Naturaleza, fuentes, organización Y desarrollo. *Quadrante*, 8,.111-138.

Barros, G. & Palhares, P. (1997). *A* emergência *da Matemática no Jardim de Infância*. Porto: Porto Editora.

Belchior, M. C.(1994). *Níveis de pensamento geométrico e atitudes face à geometria e ao seu ensino de futuros professores*. Tese de mestrado não publicada, Universidade do Minho.

Blanco, L. J. & Mellado, V. (1999). Novos desafios na formação dos professores de Matemática. *Revista de Educação*, 8(2), 15-24.

Boavida, A. M. (1993). *Resolução de problemas em educação matemática: contributo para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

Borralho, A. & Espadeiro, R. (2004). A formação matemática ao longo da carreira profissional do professor. In A. Borralho, C. Monteiro & R. Espadeiro (Orgs.), *A Matemática na formação do professor* (pp. 395-396). Évora: Secção de educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação /Ministério da Educação,

Boyer, C. B. (1974). *História da Matemática*. São Paulo: Editora Edgard Blücher.

Botas, D. & Moreira, D. (2009). A utilização dos materiais didácticos nas aulas de Matemática: Um estudo no de 1° Ciclo. In J. A. Fernandes, M. H. Martinho & F. Viseu (Orgs). *Actas do XX Seminário de Educação Matemática*. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, 518-530.

Burgess, R. G. (1997). *A Pesquisa no terreno: Uma introdução*. Oeiras: Celta Editora.

Canavarro, A.P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras dois currículos*. Tese de doutoramento em Educação. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Carretero, M. (1997). *Construtivismo e educação*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Castro, E. & Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. In, L. Rico (Coord.), *La educación Matemática en la enseñanza secundária*, (pp.95- 122) Barcelona: Editorial Horsori

Ceia, M., Cebola, G., & Pinheiro, M. A. (1998). *Educação para todos: actividades matemáticas no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação

Chuimmo, A. (1998). *O* Conceito *de áreas de figuras planas: Capacitação para professores do Ensino Fundamental*. Dissertação de mestrado não publicada, Pontifícia.Universidade Católica, São Paulo. Consultado em 27 de Dezembro, 2009, em http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/ana_chiummo.pdf.

Cohen, L. & Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa.* Madrid: Editorial La Muralla.

Cook, T. D. Y. & Reichardt, C. S. (1986): *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa.* Madrid: Ediciones Morata.

Coutinho, C. M. G. F. P. (2007*). Métodos de investigação em educação: fundamentos teóricos da investigação educativa,* dissertação de mestrado em educação, não publicada. Braga: Instituto de Educação e Psicologia, Universidade do Minho.

Cruz, A. Luís, A., Bártolo, F., Gaspar, I., Serrazina, N. & Ribeiro, R. (Orgs.). (2006). *Materiais para o 1.º Ciclo, caderno 2. Formas geométricas e cuisenaire, lápis e papel, fósforos, geoplano e tangram e cubos*; Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Day, C. (2001). *Desenvolvimento profissional de professores: Os desafios da aprendizagem permanente*. Porto: Porto Editora.

Elbaz F. (1983). *Teacher thinking: a study of practical knowledge*. New York: Nichols Publishing Company.

Estrada, M. F. (2000a). A Matemática no antigo Egipto. In M. F. Estrada, C. C. Sá, J. F. Queiró, M. C. Silva & M. J. Costa. *História da Matemática*, (pp. 19-60). Lisboa: Universidade Aberta.

Estrada, M. F. (2000b). A Matemática na Mesopotâmia. In M. F. Estrada, C. C. Sá, J. F. Queiró, M. C. Silva & M. J. Costa. *História da Matemática*, (pp. 63-105). Lisboa: Universidade Aberta.

Estrela, A. (1994). *Teoria e prática de observação de classes: uma estratégia de formação de professores*. Lisboa: Instituto Nacional de Investigação Científica.

Fainguelernt, E. K. (1999) *Educação Matemática: Representação e construção em geometria.* Porto Alegre: Artes Médicas.

Fernandes, D. (1995). Investigação de conhecimentos e pensamentos de futuros professores através das suas biografias: Discussão preliminar a partir de quatro casos. In A. P. Mourão, I. Rocha, J. A.

Fernandes & L. S. Almeida (Orgs,). *Actas do V seminário de investigação em educação Matemática*. Braga: Associação de Professores de Matemática, 181-194.

Fernandes, J. A. (2006). *Tecnologias no ensino da Matemática aplicação de um programa de geometria dinâmica no estudo da geometria*. Braga: Centro de Formação Prof. Agostinho Manuel da Silva.

Figari, G. (1996). *Avaliar que referências?* Porto: Porto Editora.

Figueira, A. P. C. (2005). As concepções do processo ensino-aprendizagem dos professores portugueses (resultados comparativos numa amostra de professores de Português, Matemática e Inglês). *Psicologia: Teoria investigação e prática*, 2, 183-193.

Fiorentini, D., Nacarato, A. M. & Pinto, R. N. (1999). Saberes da experiência docente em Matemática e educação continuada. *Quadrante*, 8, 33-59.

Fonseca, M. C., Lopes, M. P., Barbosa, M. G., Gomes, M. L., & Dayrell, M. M. (2002). *O ensino de geometria na escola fundamental: Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte: Autêntica.

Gagatsis, A., & Elia, I. (2004). The effects of different modes of representation on Mathematical problem solving. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 447-454.

Gaio, A. & Duarte, T. A. (2004). O conhecimento matemático do professor do 1.º Ciclo. In A. Borralho, C. Monteiro & R. Espadeiro (Org), *A Matemática na formação do professor* (pp.125-135). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

GAVE (2002). *PISA 2000 – Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia Matemática e competências dos alunos portugueses*. Lisboa: Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação.

GAVE (2004). PISA 2003 - *Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de resolução de problemas*. Lisboa: Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação.

Gomes, A. (2003). *Um estudo sobre: O conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º Ciclo – O problema dos conceitos fundamentais em geometria*. Tese de doutoramento, não publicada, Braga: Universidade do Minho.

Gomes, A. & Ralha, E. (2005). Sobre o ensino superior da matemática: a geometria e os professores do 1º Ciclo. Novos desafios velhas deficiências. *Boletim da SPM*, 54, 1-25.

Gomes, A., Ralha, E., & Hirst, K. (2001). Sobre a formação matemática de professores do 1º Ciclo: Conhecer e compreender as possíveis dificuldades, In *XII Seminário de investigação em educação Matemática* (pp. 175-198). Lisboa: Associação de Professores de Matemática

Gomes, A. J. G. & Silva, A. A. (2001). Novas matemáticas, a necessidade de mudar. *Educação e Matemática,* 65, 48-49.

Gómez, G. R., Flores, J. G. & Jiménez, E.G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Ediciones Aljibe.

Goldin, G. A (1998). Representational systems, learning and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (12), 137-165.

Goldin, G. A, (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education,* (pp. 197-278). Mahwah, New Jersey: *Lawrence Erlbaum Associates*.

Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996) A Joint perspective on the idea of representation in Learning and Doing Mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher , P. Cobb, G. A. Golden, & B. Greer (Eds), *Theories of Mathematical Learning*, (pp.397-429). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates

Gordo, M. F. P. C. M.(1993). A *visualização espacial e a aprendizagem da matemática: Um estudo no 1.º Ciclo do Ensino Básico.* Dissertação de mestrado, não publicada, Universidade Nova de Lisboa. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Guerreiro, H., Salinas, M. J., & Palhares, P. (2008). O trabalho cooperativo na educação matemática: um projecto curricular aplicado ao estudo das áreas. In A. Gomes (Ed.). *EME 2008 Elementary Mathematics Education: Proceedings of lhe 3rd Meeting,* (pp. 217-228). Braga: Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior - FCT (Fundação para a Ciência e a Tecnologia).

Guimarães, F. (1996). Modelos de conhecimento do professor e prática lectiva. In J. P. Ponte, C. Monteiro, M. Maia, L. Serrazina & C. Loureiro, (Orgs). *Desenvolvimento profissional dos professores de matemática: Que formação?*, (pp. 83-104). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Guimarães, F. (1999). O conteúdo do conhecimento profissional de duas professoras de matemática. *Quadrante*, 8, 5-32.

Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempos de mudança: O trabalho e a cultura dos professores na idade pós-moderna*. Alfragide: Editora Mc Graw-Hill

International Commission on Mathematical Instruction (ICMI). (1995) Perspectives on the reasoning of geometry for the 21st century. Discussion document for an ICMI study. Cconsultado em 2 Outubro, 2009, em The *International Commission on Mathematical Instruction* www.springerlink.com/index/R01H446V71430778.pdf - 1995.

Lesh, R., Behr, M., & Post, T. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed), *Problems of representation in the* *teaching and learning of mathematics,* (pp.33-40) Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Loureiro, C. (2004). Que formação Matemática para os professores do 1º Ciclo e para os educadores de infância? In A., Borralho, C., Monteiro & R, Espadeiro. (Orgs.) *A Matemática na formação do professor,* (pp. 89-123).). Lisboa: Secção de educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Mamede, E. Ferreira, D., Vieira, L., Cadeia, C. & Carvalho, P. (2009). A geometria na sala de aula In Gomes, A. (Ed.) *EME 2008 Elementary Mathematics Education: Proceedings of lhe 3rd Meeting,* (pp. 269-279). Braga: Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior- FCT (Fundação para a Ciência e a Tecnologia),

Martins, I. A.(2008). *Estratégias de alunos do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico nos conceitos de área, perímetro, volume e suas relações*. Dissertação de mestrado em Educação, não publicada. Braga: Universidade do Minho, Instituto de Educação e Psicologia.

Matos, J. M. (1985) Os conceitos de geometria dos futuros professores primários e educadores de infância: Uma investigação baseada no modelo de van Hiele. *Actas do ProfMat 85* Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 130- 145.

Matos, J. M. (1988) Um exemplo de didáctica da geometria. *Educação e Matemática*, 6, 5-10.

Matos, J.M. & Serrazina, M.L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

MEC/SEOP (1974). *Ensino primário: Programas para o ano lectivo 1974-1975*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura

MEC/SEOP DGEB (1975). *Programas do Ensino Primário Elementar 1975.* Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

MEC (1978). *Programa do Ensino Primário 1978.* Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

MEC/SEE (1980). *Programas do Ensino Primário Elementar*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

Mendes, M. F. & Delgado, C.C. (2008) *Geometria: Textos de Apoio para Educadores de Infância.* Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Menezes, L. (1999) *ProfMat99 Matemática, Linguagem e Comunicação*. Consultado em 10 de Janeiro, 2010, em http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/2008%202009/Comunicacao/Proff.pdf.

Menezes, L. (2000) *Concepções e Práticas Discursivas do Professor de Matemática: Um Estudo de Caso.* disponível em Milénio online, N.º 17, Janeiro de 2000. Consultado em 14 de Janeiro, 2010, em http://www.ipv.pt/millenium/17_ect6.htm

Ministério da Educação (1990), *Reforma educativa: Ensino Básico -Programa do 1º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação -DGEBS.

Ministério da Educação (1998). *Organização curricular e programas: Ensino Básico-1.º Ciclo*. Ministério da Educação -Departamento de Educação Básica.

Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular. Lisboa: Ministério da Educação.

Monteiro, C. (1992). Mudam-se concepções, mudam-se práticas In M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos & J. P. Ponte (Eds). *Educação e Matemática,* (pp. 241-247). Lisboa: IIE Secção de educação e matemática da SPCE.

Monteiro, C., Costa, C. & Costa, C. (2004).). Competências matemáticas à saída da formação inicial. In A. Borralho, C. Monteiro & R. Espadeiro (Org.), *A Matemática na Formação do Professor,* (pp.169-196). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Moreira, D. (2001). Educação Matemática e comunicação: Uma abordagem no 1.º Ciclo. *Educação e Matemática*, 65, 27-32.

Moreira, D. & Oliveira, I. (2003). *Iniciação à Matemática no Jardim de Infância*. Lisboa: Universidade Aberta.

Mourão, A. P. S.(1995) Figuras tridimensionais – O que são?. In A. P. Mourão, I. Rocha, J. A. Fernandes, J. Fernandes & L. S. Almeida (Orgs.), *V Seminário de investigação em educação matemática*, (pp.125-136). Braga: Associação de Professores de Matemática.

Moysés, L. (1997). *Aplicações de Vigotsky à educação matemática*. Campinas: Papirus Editora.

NCTM. (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática/Instituto de Inovação Educacional.

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática/Instituto de Inovação Educacional.

NCTM. (1999). *Normas para a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática/Instituto de Inovação Educacional.

NCTM. (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Nóvoa, A. (1992). Os professores e as histórias da sua vida. In A. Nóvoa (Org.). *Vidas de professores,* (pp. 11-30). Porto: Porto Editora.

Nóvoa, A. (1995). Formação de professores e profissão docente. In A. Nóvoa (Coord.). *Os professores e a sua formação,* (pp. 15-33). Lisboa: D. Quixote,

Oliveira, A. J. F. (1995). *Geometria euclidiana*. Lisboa: Universidade Aberta.

Oliveira, R. (2001). *Área, perímetro e volume*. Consultado em 4 de Janeiro, 2010, em http://www.tvebrasil.com.br/SALTO/boletins2001/gq/gqtxt4.htm.

Oliveira, I. (2004), A Matemática e a educação pré-escolar. In D. Moreira & I. Oliveira (Coords.). *O jogo e a Matemática*, (pp. 11-53). Lisboa: Universidade Aberta

Pacheco, J. A. (1993). *O pensamento e a acção do professor em formação*. Dissertação de doutoramento. Braga: Instituto de Educação e Psicologia. Universidade do Minho.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park :Sage Publications.

Pereira, F., Carolino, A. M. & Lopes, A. (2007). A formação inicial de professores do 1.º CEB nas últimas três décadas do séc. XX: transformações curriculares, conceptualização educativa e profissionalização docente. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(1), 191-219.

Piaget J. & Inhelder, B. (1993). *A representação do espaço na criança*. Brasil: artes Médicas.

Pires, M. C. V. (1995) Perímetro e área: concepções e processos de resolução desenvolvidos pelos alunos. In A. P. Mourão, I. Rocha, J. A. Fernandes, J. Fernandes, & L. S. Almeida. (Orgs.). *V seminário de Investigação em Educação Matemática*, (pp. 119-124). Braga: Associação de Professores de Matemática,

Poincaré, H. (1988). Intuição e a lógica em Matemática. *A Natureza da Matemática, cadernos de educação e Matemática*, 1 (pp. 7-16). Lisboa: Associação de Professores de Matemática

Poirier, J., Clapier-Valladon, S., & Raybaut, P. (1995) *Histórias de vida: Teoria e prática*. Oeiras: Celta Editora

Ponte, J. P. (1992): Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In M. Brown, D. S. Fernandes, J. F. Matos & J. P. Ponte (Eds), *Educação e Matemática: temas de investigação*, (pp. 186-239). Lisboa: IIE Secção de educação e matemática da SPCE.

Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação Matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-17).

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), O *professor e o desenvolvimento curricula,* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2008). A investigação em educação matemática em Portugal: Realizações e perspectivas. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín & L., B., Nieto (Eds.), *Investigación en educación matemática*, XII, (pp.55-78). Badajoz: SEIEM.

Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998a). *Investigação em educação Matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J. P., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M. & Ferreira, C. (1998b). O trabalho do professor numa aula de investigação Matemática. *Quadrante*, 7(2), 41-69.

Ponte, J. P. & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P. & Serrazina, M. L. (2004). As práticas dos professores de Matemática em Portugal. *Educação e Matemática*, 80, 8-12

Quivy, R. & Campenhoudt, L. (1998). *Manual de investigação em ciências sociais*. Lisboa: Gradiva.

Ralha, M. E. R. M. (1992). *Didáctica da Matemática: Perspectivas gerais sobre educação Matemática*, Volume 1. Lisboa: Universidade Aberta.

Resnick, L., & Ford, W. (1991) *La Enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Ediciones Paidós

Ribeiro, A. C. (1993) *Formar professores: elementos para uma teoria e prática da formação*. Lisboa: Texto Editora.

Ribeiro, C. M. (2009). *O conhecimento do conteúdo no tema de geometria: Algumas situações críticas evidenciadas por futuros professores na licenciatura em ensino básico*. Consultado em 2 de Janeiro, 2010, em http://www.apm.pt/files/_CO_Ribeiro_4a4dd07449772.pdf

Ribeiro, A. & Cabrita, I. (2004). A geometria e a informática na formação do professor do 1.º Ciclo do Ensino Básico. In A. Borralho, C. Monteiro & R. Espadeiro (Org), *A Matemática na formação do professor* (pp.157-153). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Rodrigues, Â. (2003). Necessidades de formação na formação contínua de professores. *Revista Elo/Centro de Formação Francisco de Holanda*, 25-33.

Rodrigues, A. M. & Fernandes, M. H. (1995). Novas orientações em educação Matemática, In A.D. Carvalho (Org.). *Novas metodologias em educação,* (pp. 411-436). Porto: Porto Editora.

Sá, C. C. (2000). A Matemática na Grécia antiga, In M. F. Estrada, C. C. Sá, J. F. Queiró, M. C. Silva & M. J. Costa. *História da Matemática*, (pp. 219-367). Lisboa: Universidade Aberta.

Sanches, I. (2005) Compreender, agir, mudar, incluir. Da investigação-acção à educação inclusiva. Revista *Lusófona de educação*, 5, 127-142.

Santos, J. A., França, K. V., & Santos, L. S. B. (2007) *Dificuldades na aprendizagem da Matemática*. Tese de licenciatura em Matemática Centro Universitário Adventista de São Paulo, Campus de São Paulo. Consultado em 2 de Janeiro, 2010, em http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMA

Schultz, J. E., & Waters, M. S.(2000). Why Representations? *Mathematics Teacher,* 93 (6), 448-453.

Serrazina, L. (1990) Os materiais no ensino da Matemática. *Educação e Matemática*, 13, p.1

Serrazina, L. (1993). Concepções dos professores do 1.º Ciclo relativamente à matemática e práticas de sala de aula. *Quadrante*, 2(1), 125-138.

Serrazina, L. (1999). Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1.º ciclo. *Quadrante*, 8, 139-167.

Serres, M.(1997). *As origens da Geometria*. Lisboa: Editora Terramar.

Silva, M. A. A. (2008) *Práticas Pedagógicas dos Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico na Área Disciplinar de Matemática*. Dissertação de mestrado em Educação, não publicada. Universidade de Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências.

Soares, E. (1995). *Formalização e Intuição no contexto do Conhecimento, do ensino e da Actuação Social*. Consultado em 17 de Dezembro de 2009 em http://www.fae.unicamp.br/zetetike/include/getdoc.php?id=556&article

Sprinthall N. A. & Sprinthall, R. C. (2003).*Psicologia educacional*. Lisboa: MacGraw-Hill.

Shulman, L. S. (1986) Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher,* 15, 4-14.

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conepcions: A synthesis of the research. In D. A. Grows (Ed.), Handboock of research in *Mathematics teoching and learning*, (pp. 127-146). New York: McMillan

Travers, Pikaart, L., Suydam, M. N. & Runion, G. E. (1977). *Mathematics teaching*. New York: Harper & Row Publishers.

Yin, R. (1993). *Applications of case study research*. Newbury Park: Sage Publications.

Yin, R. (1994). *Case study research: design and methods*. Newbury Park: Sage Publications.

Yin, R. (2001). *Estudo de Caso: Planejamento e Métodos*. Porto Alegre: Bookman.

Vale, I. (2000). *Didáctica da Matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. Tese de doutoramento. Universidade de Aveiro.

Vale, I. (2009). Das tarefas com padrões visuais à generalização. In J. A. Fernandes, M. H. Martinho & F. Viseu (Orgs.), *Actas do XX Seminário de Educação Matemática*. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, 35-62

Veloso, E. (1998). *Geometria: temas actuais, materiais para professores*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Veloso, E. & Ponte, J. P. (1999). Introdução. In E. Veloso, H. Fonseca, J. P. Ponte & P. Abrantes (Orgs.). *Ensino da geometria no virar do milénio*, (pp. 1-5). Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa- Departamento de Educação.

Vergani, T. (1993). *Educação Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta

Vieira, F. (1993). *Supervisão. Uma prática reflexiva de formação de professores*. Rio Tinto: Edições Asa.

Vieira, L. & Araújo, F.(2008). Geometria no espaço. In E. Mamede (Coord.) *Matemática - ao encontro das práticas – 1.º Ciclo,* (pp. 159-176). Braga: Universidade do Minho -Instituto de Estudos da Criança.

Vigotsky, L. S. (1991). *A formação social da mente*. S. Paulo: Martins Fontes.

Viseu, F. (2000). *Representações gráficas de derivada de uma função: Um Estudo sobre reorganização conceptual com professores estagiários*. Dissertação de mestrado em Educação. Área de Especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática, não publicada. Braga: Universidade do Minho,

Viseu, F. (2008). *A formação do professor de Matemática, apoiada por um dispositivo de interacção virtual no estágio pedagógico.* Tese de doutoramento em Educação, não publicada. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa - Departamento de Educação.

Wittmann, E. (1981). The complementary roles of intuitive and reflective thinking *in mathematics teaching. Educational studies in mathematics*, 12, 389-397

Legislação

Lei de Bases do Sistema Educativo: Lei n.º 46/86, Diário da República n.º273 de 10 de Outubro 1986, I Série

Decretos-Lei n.º 240/2001, Diário da República n.º 201 de 30 de Agosto de 2001, I Série-A (Perfil geral de desempenho docente).

Decreto-Lei n.º 241/2001, Diário da República n. 201 de 30 de Agosto de 2001, I Série-A (Perfil específico de desempenho docente).

Despacho conjunto n.º 812/2005, Diário da República n.º 204 de 24 Outubro de 2005, II Série (Criação e regulamentação do programa de formação contínua de professores de 1º ciclo em Matemática).

ANEXOS

ANEXO I

Pedido de autorização ao órgão de gestão

Exmo. Sr. Presidente do Concelho Executivo

Júlia de Fátima Almeida, professora do 1° Ciclo do Ensino Básico, portadora do BI n°8032809, emitido pelo arquivo de identificação de Braga em 06/01/2003, a exercer funções, na escola EB 2.3 Abel Salazar, no âmbito da Educação Especial, vem muito respeitosamente, expor a Vª Exa. a situação que passa a descrever:

Com o propósito de melhorar as suas competências profissionais, encontra-se a frequentar o Curso de Mestrado em Educação, Área de Especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática – na Universidade do Minho, Instituto de Educação e Psicologia, e por no presente ano lectivo ter que elaborar uma dissertação, vem por este meio solicitar a autorização para fazer uma recolha de dados nas escolas do 1.° Ciclo, que permitam a elaboração da supracitada dissertação. Para o efeito, os dados a recolher envolvem o preenchimento de um questionário pelos docentes que integram este agrupamento, a resolução de um teste complementar ao questionário e após a selecção da amostra - dois docentes (que leccionam dois anos de escolaridade) e respectivas turmas - observação e vídeo gravação de algumas aulas de Matemática e posterior entrevista.

Mais informo que, no desenrolar deste estudo, será garantida e salvaguardada a privacidade dos participantes. Na elaboração do trabalho escrito correspondente serão utilizados pseudónimos de modo a garantir o anonimato de todos os intervenientes. Posteriormente, se a resposta a este pedido for deferida, será feito um pedido de consentimento esclarecido aos encarregados de educação dos alunos das turmas seleccionadas.

Respeitosamente espero a vossa compreensão e a devida autorização, ficando à disposição para qualquer esclarecimento.

A professora

____

(Júlia de Fátima Almeida)

ANEXO II

Pedido de autorização aos encarregados de educação

Exmo(a). Sr.(a) Encarregado(a) de Educação

Inserido num projecto de Dissertação pretende-se recolher dados em turmas do 1.º Ciclo do ensino básico do agrupamento que permitam a elaboração do trabalho supracitado. Os dados a recolher envolvem quatro turmas (uma por ano de escolaridade) e respectivos professores, a observação e vídeo gravação de algumas aulas de Matemática, pelo que solicito a V. Ex.ª autorização para efectuar esta recolha de dados.

Este estudo insere-se no âmbito do curso de Mestrado em Educação, na área de Especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino de Matemática do Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho, aprovado em Conselho Científico.

Mais informo que, no desenrolar deste estudo, será garantida e salvaguardada a privacidade dos participantes. Na elaboração do trabalho escrito correspondente serão utilizados pseudónimos de modo a garantir o anonimato de todos os intervenientes. Previamente, este estudo foi apreciado favoravelmente pelo Conselho Pedagógico deste Agrupamento de Escolas, necessitando para isso da autorização prévia dos encarregados de educação para efectuar as vídeo gravações na sala de aula e análise documental referida.

Respeitosamente espero a vossa compreensão e a devida autorização ficando à disposição para qualquer esclarecimento.

de Dezembro de 2008

Com os melhores cumprimentos,

A professora

____

(Júlia de Fátima Almeida)

ANEXO III

Declaração de autorização do/a encarregado de educação

AUTORIZAÇÃO

Autorizo que o meu educando(a) participe nas vídeo gravações no âmbito da realização de um projecto de dissertação, inserido no Curso de Mestrado em Educação, na área de Especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino de Matemática do Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho, aprovado pelo Conselho Científico.

Data ____/____/2008

O (A) Encarregado (a) de educação do aluno:____

Assinatura: ____

ANEXO IV

Questionário

Caro (a) Colega:

O presente questionário faz parte dos instrumentos de recolha de dados do projecto de Mestrado em Educação que estou a realizar, na Área de Especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática, no Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho.

Atendendo às alterações que o tema da Geometria tem sofrido nas sucessivas reorganizações dos Programas de Matemática, quer quanto à carga horária atribuída quer quanto aos conteúdos e indicações metodológicas propostos, com este questionário pretendo averiguar como o professor do 1.º ciclo vê a sua formação sobre Geometria, assim como aperceber-me das lacunas que sente nesta temática.

Não existem respostas certas ou erradas mas sim respostas que correspondem ao verdadeiro sentir do professor. Solicito-lhe, pois, respostas verdadeiras. O questionário é anónimo e os seus dados serão utilizados apenas para fins de investigação.

Obrigada pela sua colaboração,

Júlia Almeida

1. Informação Biográfica

- **Idade:** .... anos

- **Género:**

  Masculino ☐ Feminino ☐

- **Situação profissional em que se encontra:**

  Professor (a) titular ☐

  Quadro de escola ☐

  Quadro de Zona Pedagógica ☐

  Contratado (a) ☐

- **Tempo de serviço docente:** .... anos

- **Habilitações académicas:** ....
  ....

2. Percurso académico

- No seu percurso escolar, como se considerava enquanto aluno(a) de Matemática? Porquê?

  ....

  ....

  ....

- Quais foram os temas de Matemática da sua preferência? Porquê?

  ....

  ....

  ....

- Quais foram os conteúdos de Geometria da sua preferência? Porquê?

  ....

  ....

  ....

- Quais foram os conteúdos de Geometria que menos lhe agradaram? Porquê?

  ....

  ....

  ....

- Qual é a sua opinião acerca do ensino da Geometria nos seus tempos de aluno(a)?

  ....

  ....

  ....

- A aprendizagem da Geometria foi importante para a sua vida pessoal e profissional? Em que aspectos?

  ....

  ....

  ....

3. Acções de formação

- Ao longo do seu percurso profissional tem frequentado acções de formação sobre temas de Geometria? **Sim** ☐ **Não** ☐
- Se respondeu **Não**, indique algumas razões que o impediram de as frequentar:

  ....

  ....

  ....

  ....

- Se respondeu **Não** e lhe dessem a oportunidade de frequentar uma acção de formação sobre o tema da Geometria, que aspectos gostaria de ver tratados?

  ....

  ....

  ....

  ....

- Se respondeu **Sim**, indique:

Título/temas da acção	Duração	Ano	Organizado por:
....	....	....	....
....	....	....	....
....	....	....	....
....	....	....	....
....	....	....	....
....	....	....	....

- Se respondeu **Sim**, enumere as razões que o(a) levaram a frequentar essas acções de formação:

  ....

  ....

  ....

  ....

4. Perspectivas sobre o ensino da Geometria

- O que é para si a Geometria? Qual é a sua relevância na formação do aluno?

  ....

  ....

  ....

  ....

- Quais os conteúdos de Geometria em que se sente **mais à vontade** e aqueles em que se sente **menos à vontade** para desenvolver com os seus alunos? Porquê?

  ....

  ....

  ....

  ....

- Que recursos costuma utilizar no ensino da Geometria? Com que finalidade?

  ....

  ....

  ....

- Que estratégias costuma utilizar no ensino da Geometria? Com que finalidade?

………

………

……

……

- De acordo com a sua experiência pessoal, quais os conteúdos de Geometria que os alunos aprendem com mais facilidade? Aponte **duas** razões que justifiquem a facilidade dessa aprendizagem.

  ………

  ………

  ……

  ……

- De acordo com a sua experiência pessoal, quais os conteúdos de Geometria em que os alunos revelam mais dificuldades? Aponte **duas** razões que possam justificar essas dificuldades.

  ………

  ………

  ………

  ……

- Quando os alunos manifestam dificuldades, que estratégias desenvolve para as ultrapassar?

  ………

  ………

  ………

  ……

Dezembro de 2008

ANEXO V

Teste Diagnóstico

Caro (a) Colega

O presente teste diagnóstico faz parte dos instrumentos de recolha de dados do projecto de Mestrado em Educação que estou a realizar, na Área de Especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática, no Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho.

Com o teste diagnóstico pretendo efectuar um estudo sobre os conhecimentos e as representações que os docentes do 1.º ciclo do ensino básico têm acerca da Geometria, procurando compreender a influência que a sua formação pode ter nos modos como abordam os conceitos geométricos e aperceber-me das suas lacunas nesta temática.

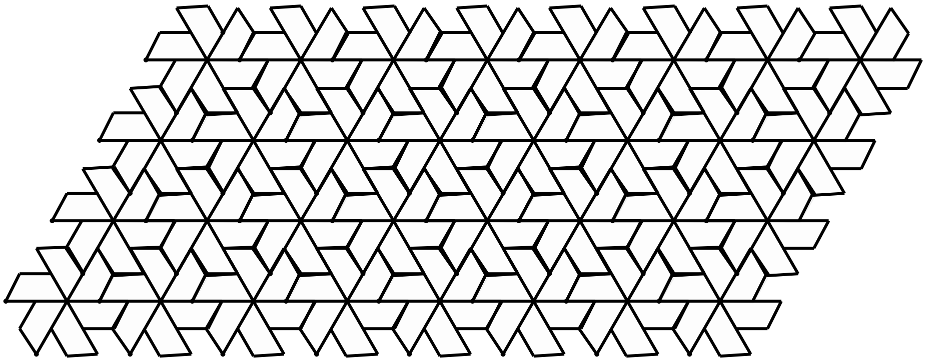
Ao responder ao teste diagnóstico deve ter em conta que mais do que respostas correctas ou erradas, interessa-me respostas que correspondam ao verdadeiro sentir do professor. Neste contexto, solicito-lhe que responda a todas as questões de forma empenhada e verdadeira.

Finalmente, embora o teste diagnóstico seja anónimo, eu comprometo-me também a não utilizar a informação recolhida a não ser apenas para fins da investigação a realizar.

Obrigada pela sua colaboração.

Júlia Almeida

1. Na seguinte figura, **delimite a unidade padrão e refira como se obtém a pavimentação**. Indique, caso não consiga visualizar algum processo de construção da pavimentação, as dificuldades que sentiu.



....

....

....

....

....

2. Os presidentes das Câmaras de duas Vilas pretendem determinar a melhor posição para a construção de uma bomba de gasolina que esteja à mesma distância das suas vilas. Onde deve ficar localizada a bomba de gasolina? Porquê?

....

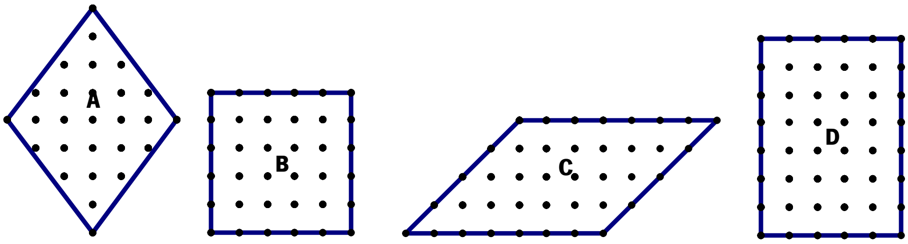
....

....

....

....

3. Observe os seguintes quadriláteros:



3.4. Descreva cada um dos quadriláteros recorrendo às suas propriedades geométricas.

A: ....

....

………

B: ………

………

………

C: ………

………

………

D: ………

………

………

3.5. Entre os quadrados e os rectângulos podemos afirmar que **todos os quadrados são rectângulos**? Justifique.

………

………

………

………

………

3.6. Entre os quadrados e os losangos podemos afirmar que **todos os losangos são quadrados**? Justifique.

………

………

………

………

………

4. . Dado um rectângulo A, construiu-se um rectângulo B triplicando os comprimentos dos lados do rectângulo A.

4.1. O perímetro do rectângulo B quantas vezes é o perímetro do rectângulo A? Justifique.

………

………

………

………

………

4.2. A área do rectângulo B quantas vezes é a área do rectângulo A? Justifique.

....

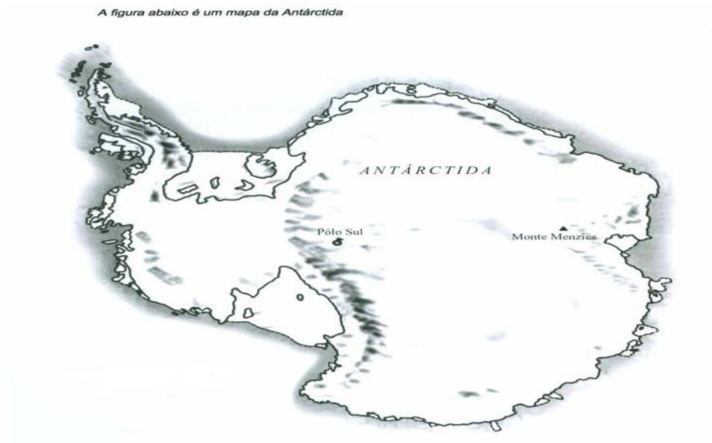
....

....

....

....

5. Pretende-se **estimar** a área da Antárctida. Explique como determinaria uma estimativa dessa área?



....

....

....

....

....

....

....

....

6. Enrolando uma folha de papel A4 segundo cada um dos lados (lado maior ou lado menor), obtêm-se a superfície lateral de dois cilindros (sem bases). Os volumes dos dois cilindros são <u>iguais</u> ou <u>diferentes</u>? Porquê?

....

....

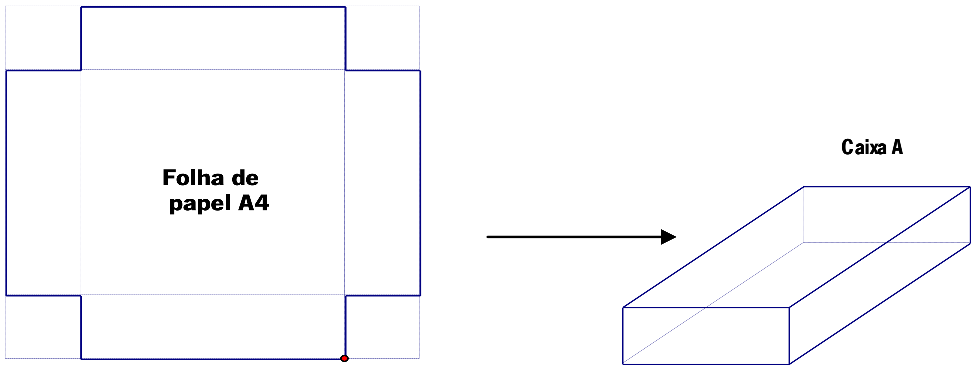
....

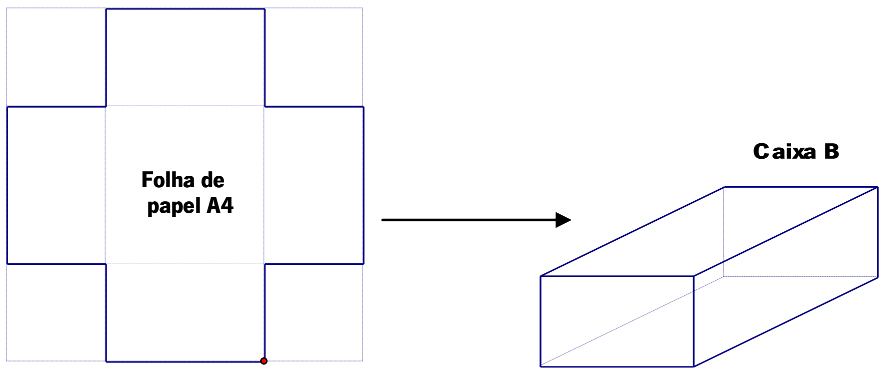
....

....

....

7. A uma folha de papel A4 foram retirados quatro pequenos quadrados em um dos seus quatro cantos, obtendo-se por dobragem a caixa A, conforme se mostra na primeira parte da figura seguinte. Seguidamente, numa outra folha de papel A4, foram retirados quatro quadrados maiores em cada um dos seus quatro cantos, obtendo-se por dobragem a caixa B, conforme se mostra cada na segunda parte da figura seguinte.





Os volumes das caixas A e B são iguais ou diferentes? Porquê?

....

....

....

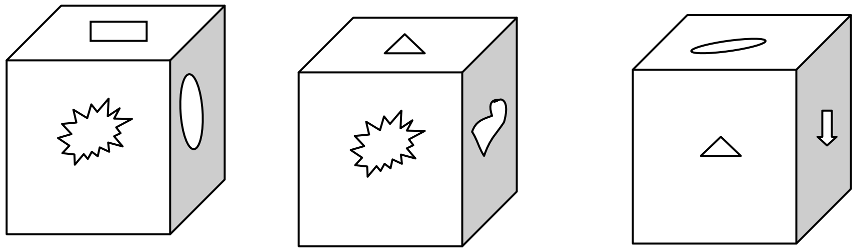
....

....

....

....

8. Considere um cubo com motivos diferentes em todas as faces, como se mostra na figura:



Indique qual é o motivo oposto a cada um deles e registe como chegou à sua conclusão.

....

....

....

....

....

....

....

....

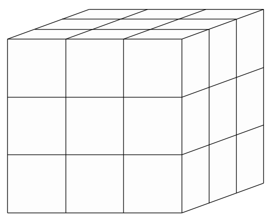
9. Imagine que foi construído um **cubo** com três **pequenos cubos** por aresta. As faces desse cubo foram pintadas, exteriormente, com tinta amarela. Quantos **cubinhos** ficaram com:

(I) Três faces pintadas? ....

(II) Duas faces pintadas? ....

(III) Uma face pintada? ....

(IV) Nenhuma face pintada? ....,



Para **cada uma** destas situações, **justifique** a sua resposta.

....

....

....

....

....

....

ANEXO VI

Guião da entrevista dos estudos de caso

I PARTE: CARACTERIZAÇÃO

1.1- Há quantos anos lecciona e quais as suas habilitações académicas?
1.2- Há quantos anos lecciona neste agrupamento e nesta escola?
1.3- Como se desenrolou o seu percurso profissional, desde os primeiros anos, quanto à mobilidade; meio onde se inseriam, tipos de escolas e de turmas?

II PARTE: CONTRIBUTO DA FORMAÇÃO PARA AS REPRESENTAÇÕES E CONHECIMENTOS E PARA A ABORDAGEM DA GEOMETRIA COM OS ALUNOS

A- Contributo da formação inicial (académica e profissional) para as representações e conhecimentos

2.1- Enquanto estudante, que temas de Matemática mais gostou? Porquê?
2.2- Qual a sua opinião sobre o ensino da geometria enquanto estudante e enquanto docente?
2.3- Quais as experiências mais marcantes da sua formação inicial, nomeadamente quanto à área da Matemática?
2.4- Após a conclusão do curso, sentiu-se preparada para o exercício da função docente neste nível de ensino?
2.5- Que diferenças há a registar, na leccionação, no início da carreira e actualmente?
2.6- Conhece as propostas do novo programa de Matemática?
2.7- Que diferenças há a realçar entre o programa de Matemática actual e o novo programa proposto?

B- Influência das representações e conhecimentos na abordagem da Geometria com os alunos

2.8- Que conteúdos de Matemática mais gosta de leccionar? Porquê?
2.9- Dos conteúdos de Geometria, refira os que gosta mais de leccionar e os que gosta menos e porquê.
2.10- Que estratégias utiliza no desenvolvimento dos conteúdos de Matemática e na Geometria em particular?
2.11- Que recursos didácticos utiliza no desenvolvimento do ensino da Matemática e da Geometria em particular?

C- Contributo da formação contínua para as representações e conhecimentos

2.12- Habitualmente, reflecte com outros professores sobre o desenvolvimento dos temas de Matemática antes e/ou depois das aulas?
2.13- Habitualmente frequenta eventos profissionais?
2.14- Frequenta, ou frequentou alguma acção de formação relacionada com a Matemática e a Geometria em particular? Porquê?
2.15- Que benefício traz (ou trouxe) a frequência de formação neste âmbito?

D- Fases da investigação

2.16- Relativamente à resolução das questões do teste, que comentários lhe sugerem?
2.17- A observação de aulas influenciou em algo, na sua prática lectiva, quer na preparação quer no desenvolvimento das mesmas com os seus alunos? Provocou algum tipo de mudança, de alteração nas suas rotinas, na sua forma de encarar a actividade lectiva? Despertou-a, de algum modo, para alguma área da matemática, ou da geometria?

III PARTE: COLABORAÇÃO NA INVESTIGAÇÃO

3.1- Agora que a investigação está a chegar ao fim (e mais uma vez agradeço a sua participação e disponibilidade) o que achou da forma como se desenvolveu o estudo, nas suas diversas fases (questionário, teste, observação de aulas)? Qual a parte que achou mais complicada?

3.2- Acha importante a realização deste tipo de estudos?

ANEXO VII

Entrevista do estudo de caso de Ana

Investigadora: Boa tarde! Há quantos anos lecciona? Quais as suas habilitações académicas?

Ana: Lecciono há vinte e um anos. Fiz o curso de Magistério Primário em Braga, mais tarde fiz o complemento de formação pensando que ia sair outra coisa, quando eu me candidatei pensei que ia aprender outras coisas e não correspondeu às minhas expectativas.

Investigadora: Em que área?

Ana: Na área de Expressões. O que me acontece... tive Matemática, com um bom professor, acabou até por ser mais produtivo para mim, atenção, mas não nada do que pensei que deveria ser! Matemática, Português, Linguística...tive por exemplo História, mas tudo completamente diferente... nada adaptado, era assim, nada adaptado!

Investigadora: Há quantos anos lecciona neste agrupamento e nesta escola?

Ana: Estou no agrupamento há quatro anos e há três nesta escola!

Investigadora: Como se desenrolou o seu percurso profissional, desde os primeiros anos?

Ana: Olha, tive um pouco de tudo! Sabes como é! No início é que foi mais complicado...estive em escolas isoladas de um lugar ou dois... O que me vale é que eu tive logo carro e podia ir i vir todos os dias... outras colegas contam cada uma... penso que para além de tudo tive sorte porque nunca saí do distrito! Mesmo antes de entrar nos quadros... e QZP (Quadro de Zona Pedagógica), que já dava uma certa segurança. Há! Também trabalhei em escolas da cidade... como concorríamos todos os anos raramente se conseguia ficar na mesma escola! Claro que neste último concurso fiquei aqui três anos!

Investigadora: Quais as experiências, positivas e negativas, que mais a marcaram na sua formação para a docência?

Ana: Foram os três anos do magistério. É assim eh... mais negativas, que eu me lembre era não ser preparada para a docência pelos professores e a outra das coisas que detestava era sermos seriados, não podíamos ter notas iguais porque tínhamos que obedecer a uma média nacional! Ainda que houve três alunos a merecerem dezasseis eles não davam. Por isso, acabava por haver uma competitividade entre colegas. Parece que não mas, infelizmente ficava-se contente quando os outros tiravam más notas! Era horrível para ser sincera!
O que gostei mais até na altura.... foi na Matemática apesar de não se adaptava nada... nada... de nada ao primeiro ciclo, era aquela Matemática que eu dei no 10.°, 11.° e 12.°, pronto e eu já tinha dado até ao 12.°! Porque eu fiz o curso de Matemática! Quando vi essa disciplina, o que é que eu pensei? Devia ser para resolver problemas... que bem vinha a calhar. Mas não, eram as incógnitas, as fracções, coisas difíceis, nem para o quinto sétimo nem oitavo ano. Era uma Matemática muito elaborada! Que muitas colegas tiveram dificuldades em fazer. A disciplina que deixavam para trás era a Matemática!
Por exemplo a Educação Física, para mim, também foi mesmo muito mal dada porque a professora fazia jogos nada adaptados ao 1.° ciclo e quando nós fomos para estágio eu... é que tive que inventar jogos para eu dar aos miúdos do 1.°ciclo! Porque ela dava-nos jogos de

basquetebol... dava-nos regras de Voleibol! E os miúdos do 1.º ciclo não têm que fazer isso! Que condições é que têm?

Investigadora: E relativamente à Matemática que condições achou que tinha para a leccionação da disciplina de Matemática no estágio?

Ana: No estágio? Eu tive sorte! Mas... primeiro a minha mãe e a minha irmã... professoras, segundo nunca tive grandes dificuldades nesta área e terceiro preparava-me para as aulas! Para não me surgirem perguntas inconvenientes! Até porque eu estagiei, por acaso, no 1.ºe no 4.º ano! O 4.º ano estava muito bem preparado, e portanto tinha que ir muito... e muito... bem segura do que dizia e fazia. Partes boas que lá encontrei, um... foram poucas. Mas pronto, talvez o estágio. A relação com as crianças! Comecei por estagiar no 1.ºano e pronto até gostei!

Investigadora: Lembra-se de alguns conteúdos de Geometria que tenha dado?

Ana: Geometria? Não me lembro ter dado no Magistério! Eu estagiei no 1.º e 4.º anos, e não me recordo de ter dado... Mas também não me lembro de ter dado, no quer que seja. Já lá vão vinte e tal anos mas...não me lembro de ter dado, para ser sincera.

Investigadora: Quando terminou o curso, sentiu que estava preparada para leccionar?

Ana: Onde? Nem pensar... o que nós temos ali é...uma... criticam tanto... criticam tanto... não é? Quase que obrigamos os alunos a serem... a "açambarcarem", não é? ... lá é o que nos fazem, sabes como é! Porque lá dão matéria despropositada, até em ciências, em ciências naturais... lá davam-nos uma coisa e nós estávamos interessados em fazer outras. Por exemplo havia colegas que não sabiam dividir por dois algarismos.

Investigadora: Que dificuldades sentiu e/ou sente na prática da docência, relativamente à Matemática?

Ana: Eu por acaso tive sorte porque comecei a leccionar o 2.º ano e acho que... como tinha estagiado a terceira vez, não foi? Nós tínhamos dois anos de estágio, no 1.º e no 2.º só fazíamos uma vez por semana... e eu por acaso tinha estagiado num 2.º ano e calhou-me também uma turma de 2.º ano e repara... toda a matemática do 2.º ano tem situações problemáticas, cálculo mental... não era uma matemática muito... muito difícil... mas tive colegas que lhes calhou... que lhes tocou o 4.º ano e viram-se aflitos ... por exemplo o próprio sistema decimal... que nós dizíamos andar dois para a direita ou para a esquerda... eles próprios tinham dificuldades enormes. Por exemplo na divisão, nas contas de dividir, com um algarismo tudo bem, depois quando lhes apareciam vírgulas... e tinham que acrescentar zeros aqui ou ali? Tivemos que nos desenrascar sozinhos... porque nós nunca fizemos isso no magistério! Nunca na vida! A Matemática foi de 10.º, 11.º e 12.º e mais nada! Recordo-me que houve muitas colegas ... e uma delas está trabalhar aqui no agrupamento dizia: "eu vou ter que estudar primeiro muito bem para saber ensinar!" Vou ser sincera, foi muito difícil começar a ensinar... houve muita gente assim ... eu tive sorte!

Investigadora: E agora que dificuldades sente ao leccionar Matemática?

Ana: Agora, agora é assim... não sei se sou eu que sinto dificuldades ou se são eles que não aprendem às vezes sinceramente... eles agora têm tanta coisa à volta deles, portanto televisão, computador e não sei que mais, acho que principalmente não é o cálculo mental é a redução do sistema métrico que lhes custa imenso, percebes? Aquelas operações normais de metade etc. ... custa mais fazê-los abstrair-se e compreender muitas vezes os conteúdos... então o que é que eu faço... tenho muita... faço muitas concretizações. Para dar por exemplo medidas de capacidade e medidas de volume ando aí com experiências, com a fita métrica no recreio com os palmos, com a régua com a ... a medir a mesa a medir o quadro, mas mesmo assim ... se lhes perguntar: " o que é que tu achas, o quadro mede mais ou menos que o metro? Tenho alunos que ainda olham para um lado e para o outro em dúvida. E ando todo o ano com isto... embora não é um tema que tenha que aprofundar muito... embora eu aprofunde porque acho que o terceiro ano é muito extenso e muito difícil e devem-se preparar bem no 2.º ano para que terem uma boa noção do que é o metro, para que serve o metro, qual a medida do metro e o se pode medir com o metro! Percebes? O mesmo com o litro, com o peso... mas nós também temos muitas dificuldades em dar e fazer entender!

Investigadora: E relativamente à Geometria?

Ana: Em relação às figuras geométricas por exemplo, eu acho que... apesar de eu crer fazê-los entender, na verdade... acabam por as decorar porque o triângulo tem três lados, apresento-lhes o triângulo sei lá de quantas maneiras, não é? E primeiro põem-se a olhar para o triângulo e... estão habituados... e aí a culpa também é nossa! Agora já ultrapassei isso, de pôr o triângulo só de uma maneira porque se for noutra posição já se põem-se a olhar assim... ou se lhes deres um quadrado por exemplo virado, ficam confusos se é ou não um quadrado, percebes? Só por estar de lado, põem-se a olhar, não é? Eles depois decoram e pronto!

Embora eu tente sempre fazê-los compreender, mas acabam por ter que decorar que tem quatro lados iguais, que tem quatro ângulos e ... quando estudam os sólidos geométricos, começam a fazer muita confusão, por exemplo muitas vezes aparece o quadrado e eles escrevem que é um cubo. Mas na brincadeira digo-lhes ora pega lá no quadrado e agora no cubo, agora compara... e vêem que um é diferente do outro, um tem duas dimensões e a outra tem três dimensões, mas se não for concretizado, confundem-nos. É preciso trabalhar as diferenças muito bem! Agora parecem não fazer essa confusão! Por exemplo no cilindro, se pergunto quantas figuras geométricas encontras aqui? Eles só me dizem o círculo. Mas se tivermos o cilindro e cortarmos a parte lateral, eles já vêem que é um rectângulo! Muitas vezes só na concretização é que eles chegam à conclusão! Por exemplo o cilindro é um sólido tem que se abrir, tem que desenhar a planificação, recortar, colar e abrir outra vez e ver que aquilo é um rectângulo, ou seja, que o cilindro tem um rectângulo e dois círculos. Percebes? Se não eles confundem!

Investigadora: E enquanto estudante, que relação tinha com a Matemática e com a Geometria em particular?

Ana: Eu fui sempre uma aluna aplicada e por isso empenhava-me para tirar boas notas. Gostava muito de tudo que tinha a ver com incógnitas porque obrigava-me a fazer contas e a relacionar dados. De Geometria não me recordo de muitos temas que tenha dado mas as planificações e as plantas faziam-me uma certa confusão porque não tinha jeito para o desenho. Também devo ter dado no secundário alguma coisa mas não me recordo. Também a matéria era dada de forma rápida e pouco atractiva porque parecia não ter tanta importância como o cálculo.

Eu, o que aplico com os meus alunos, fui aprendendo ao longo dos anos como professora porque o que me ensinaram, mesmo no magistério não tinha aplicação prática.

Investigadora: Que conteúdos de Matemática gosta mais e os que gosta menos de leccionar e porquê?

Ana: Olha, o que gosto mais é a resolução de problemas, porque acho que estimula o raciocínio e o cálculo, a concentração e ajuda-os a resolver situações da vida, que mexe com dinheiro, com metros, etc., para ficarem com uma ideia, prepara-os para a vida do quotidiano! Porque a geometria é um módulo ... e mesmo os próprios números, hum! Os próprios números menos mal ...não os prepara assim tanto, dá-lhes noções pronto, dá-lhes noções... mas eu acho que a resolução de situações problemáticas é o que gosto mais de dar!
O que gosto menos é a estimativa! Porque acho que eles não entendem. Não se devia dar estimativa no 2.º ano. Eles não têm a noção do que é uma estimativa! Mando-os fazer uma estimativa e eles vão logo directos contar tudo! Por exemplo num exercício estavam o João com uma página de selos e na outra estava a Mariana com meia página de selos, a pergunta era: qual é que achas que tem mais selos? Pois eles foram contar! Eles sentiram necessidade de contar para ver qual o que tinha mais! Eu perguntei afinal o que era estimativa... expliquei-lhes que tinham que tentar adivinhar sem contar. Sem contar, é por tentativa... não gosto, sou sincera. Os alunos não compreendem!

Investigadora: E em relação à geometria? Qual o tema que se sente mais à vontade e menos à vontade para tratar com os alunos?

Ana: Não gosto muito de dar os volumes, que se dão no 3.º e 4.º ano porque nós temos a tendência... pelo menos eu acho que... nós temos tendência, de modo geral, a dizer anda-se três casas para a frente, anda-se três casas para trás e os miúdos decoram aquilo. Os alunos não entendem É muito abstracto. De certa forma, entendem melhor os do 2.º ano porque fazem aquelas experiencias com a água, com isto e com aquilo, tem mais e tem menos e não sei quê... do que os do 4.º ano, nós apesar de concretizarmos, apesar de fazermos várias experiências depois passa-se para os números e para as fórmulas e para converter decímetros cúbicos em metros cúbicos e aí acho que eles decoram, por isso não gosto muito dessa parte!
O que gosto mais é a composição de figuras, partindo de outras figuras geométricas. Por exemplo partindo de um quadrado, decompô-lo em figuras e tentar encontrar outras figuras! O jogo de encontrar figuras geométricas num conjunto de várias figuras! Tudo à volta de composição de figuras.

Investigadora: Relativamente ao tema que se sente menos à vontade para tratar com os alunos, como consegue ultrapassar essas dificuldades?

Ana: É assim, quando vejo que vou ter que dar os volumes... primeiro preparo-me muito bem, vejo muito bem o que é que vai sair... ou seja o que tenho que tratar. Primeiro que pegue no tema, faço umas revisões, e para não se cair no erro de eles decorarem, tento arranjar estratégias, formas de aproximar à vida quotidiana deles e despertar-lhes interesse, arranjo às vezes umas imagens interessantes com miúdos com diálogos, eu fiz isto ou fiz aquilo...para dialogar com eles e cativá-los para o tema! Procuro fazer assim, embora no fim eles acabam do decorar. É complicado! E a relação das medidas de volume com as de capacidade? Aí é que eles decoram mesmo!

Investigadora: Que estratégias costuma utilizar no desenvolvimento dos conteúdos de Matemática e da Geometria em particular?

Ana: Primeiro utilizo o quadro, acho que é muito importante para visualizar, porque uma coisa que eu aprendi foi no magistério é assim, quanto mais sentidos os alunos utilizarem mais aprendem, então são a visão, a audição, percebes? Depois o tacto para tocar e sempre ouvi isso "quanto mais sentidos os alunos utilizarem mais e melhor aprendem e mais rápido! Então utilizo o quadro para fazer uma demonstração e para eles visualizarem. Diz-se que "um desenho vale mais que mil palavras". Por exemplo um quadrado é melhor em desenho e vale mais que as palavras! Porque se for dizer que um quadrado tem quatro lados, quatro ângulos e por aí fora, e depois apresentar um cartaz olhem aqui o quadrado isto é um quadrado e tal e tal se uns alunos desenharem um quadrado e dizerem as suas características e outro grupo por exemplo um rectângulo e se dizem as suas características, etc. aprendem melhor e têm uma melhor visualização! Utilizo também muitos trabalhos que faço em casa e depois tiro fotocópias, material concretizador como por exemplo o geoplano, o tangram, para as figuras geométricas e explorar construções, faço muitos cartazes, não faço, faço-os fazer, ponho-os a recortar e compor cartazes, acho que aprendem melhor o que estamos a tratar, porque acho que pensam... fui eu que fiz...faço muitas tabelas, também utilizo os cadernos, trago muito material concretizador porque acho que facilita as aprendizagens! Nas figuras por exemplo passam do papel para o geoplano e do geoplano para o papel, mandar vir material de casa por exemplo, tragam-me isto tragam-me aquilo, que é para depois utilizar na aula e parece que não, mas ficam todos entusiasmados e tentam saber para que é! Utilizo muito isso. Utilizo também por exemplo trabalhos de figuras geométricas, concretização para fazer para fazer bonecos, que figuras geométricas precisas para fazer estes bonecos, quantos rectângulos quadrados ou triângulos utilizaste, isto são exemplos!

Por vezes utilizo o trabalho de pares para que alguns alunos se possam ajudar. Por exemplo coloco o mais introvertido com o mais extrovertido, ou então um com mais facilidade num determinado tema e outro com menos facilidade, um pouco para se completarem, por exemplo um desenha muito bem mas quando por exemplo vão explicar oralmente, quem vai fazê-lo? Pode ser o outro a consegui-lo, e assim puxam um pelo outro para assim se completarem e ajudarem, às vezes um descobre coisas que o outro nem está a ver! Como acontecia naquele dia que fiz o trabalho em geoplano havia alguns que descobriam umas figuras e os outros descobriam outras eles iam-se completando uns aos outros!

Investigadora: Que diferenças realça entre as estratégias que utiliza e aqueles que eram utilizadas enquanto aluna, em Matemática e na Geometria em particular?

Ana: Primeiro na primária só se aprendiam tudo a decorar! A minha professora tinha vindo do ultramar, continuava com tradicional como as outras, mas tinha exactamente as características de mandar, punha as coisas no quadro e mandava-nos trabalhar! O quê que foi... para já trabalhava pouco connosco e nem sequer nos ligava só quando mandava corrigir os trabalhos. Não me recordo de muitas coisas mas não me recordo de utilizarmos materiais, nada do que se faz aos nossos alunos! Não me recordo de ter dado geometria... sinceramente não me recordo! Eram só contas e contas mesmo quando resolvíamos aqueles problemas. De dar Geometria não me recordo. Assim especificamente dei Geometria no décimo ano e dei muita Geometria no meu complemento de formação, muita Geometria... lá isso dei! Nas cadeiras de Matemática dei muita Geometria! Agora no tempo que eu tirei o 4.ºano... era tudo falar... da secretária e era sempre assim e nós apanhávamos... a minha sorte é que eu tinha a minha mãe professora e eu chegava a casa e ela ensinava-me! Nada de experiências... qual o quê! Nadinha... nadinha era só treinar... treinar até aprender, eram só os livros e esses livros nem sequer vinham preparados para isso, era só saber ler, contar e fazer contas e pouco mais! Vai ver um livro da primária de antigamente e vê-se logo!

Investigadora: E relativamente aos tipos tarefas propostas, que diferenças há a realçar?

Ana: Eram todas do tipo de repetir e memorizar era mesmo assim! Agora não! Embora eu seja uma adepta da memorização, sou sincera, principalmente a tabuada, acho que é um exercício óptimo para a memória! Quantas vezes eles são obrigados a decorar imagens do olfacto, da visão, paladar, audição e não sei que mais, a tabuada é mesmo bom para desenvolver a memorização! Há quem diga que está fora de moda, mas para mim não, eu exijo!

Investigador: Conhece os novos programas de Matemática?

Ana: Vou ser sincera dei uma leitura, mais ou menos por alto!
Agora do que li, não vejo grandes alterações de fundo. Como é que o vou dar... vou dá-lo igual, para já, a não ser que me dêem formação nesse sentido! Mas se não for muito diferente também não vejo necessidade de ter formação para isso. Mas eu vou lê-lo com mais atenção, pronto!

Investigadora: Que diferenças nota entre os métodos de ensino da Matemática enquanto estudante e como docente?

Ana: Antigamente o professor só se preocupava em pôr-nos a fazer exercícios que devíamos repetir para aprender. Quando dava a matéria não se preocupava se todos conseguiam aprender! Eu estudava muito em casa com a minha mãe, como já disse! Mas quem não tinha essa sorte era muito complicado. Agora nós fazemos experiências com os alunos, para compreenderem as coisas e não decorar. Trazem coisas de casa para trabalhar! Eles sentem-se à vontade para perguntar coisas! Eu gosto que todos aprendam e se um aluno tiver dificuldades, vou para junto dele apoiá-lo e tentar de várias formas para que ele aprenda. Quando é que dantes os professores faziam isso?

Investigadora: Refira diferenças no que toca ao ensino da Geometria!

Ana: Como viste nas aulas, para dar a composição de figuras, utilizei numa aula o geoplano, noutra o tangram, etc. eu não me lembro de ter feito qualquer experiencia com figuras, aprendíamos o que o professor dizia que era e prontos! Hoje os alunos têm coisas que nós não tínhamos, nós líamos o que estava no livro e praticávamos era sempre assim. Para eles tento sempre trazer material diferente para os motivar e para aprenderem melhor!

Investigadora: Antes e após o desenvolvimento de qualquer tema com os alunos, há momentos de partilha com outro ou outros docentes? Porquê?

Ana: Antes tenho sempre a preocupação... não falo com muitas colegas, para já a escola é um pouco isolada, e depois eu e a colega não temos anos iguais! Mas tenho preocupação em pesquisar, ainda hoje fiz isso, vou a várias escolas, para ver as fichas que eles deram e gosto de comparar para ver se estão bem ou mal feitas, e para ver se os meus alunos conseguem ou não fazer aquelas fichas! E procuro nos diferentes meses! Às vezes gosto de falar com a minha irmã, que também é professora, e pergunto como é que deste isto assim, assim? Mas normalmente não converso com ninguém! E depois eu faço o meu sozinha preparo... já viste muitas vezes o geoplano nas salas? Pois não!

E já viste figuras em bonecos na sala?! Claro que não!

Portanto é assim, para que é que eu vou perguntar se me dizem logo, para que é que vais usar isso? Então dou as aulas como eu acho que são melhores, para ser sincera! Mas há uma coisa...nas escolas grandes, com muitos professores, nunca impedi que qualquer colega me pedisse o material, as fichas, por acaso sou eu que empresto. Se fores a este ou aquele livro na parte final, encontras lá o tangram! E elas dizem que não encontram nada...e eu digo encontras! o que é preciso é plastificar para não estragar! Mas está lá. Percebes? Por exemplo quando dás o sistema monetário... nunca viste uma loja de compras, pois não? Eu vou fazer agora uma lojinha de compras, para dar os trocos. Portanto tenho um método, o meu método de ensinar que para já, ao que vejo, para já funciona bem. Quando vir alguém a fazer melhor tento mudar... para já é assim... sou sincera faço as fichas sozinha, e vou ver à internet as outras escolas e copio e vejo esta aqui está muito boa, comparo!

Investigadora: Que recursos didácticos utiliza no ensino da Matemática e da Geometria em particular? Com que objectivo?

Ana: Na escola temos o tangram, o geoplano, até porque estes foram feitos por um encarregado de educação, porque há escolas que não têm! Também existem blocos lógicos. O ábaco, quando não há sou eu que trago! Percebes? Por exemplo quando foi para fazer uma experiencia de ciências tiveram que trazer lupas e microscópio!

A maioria das vezes somos nós que trazemos. Viste o outro dia na aula para fazer as simetrias tive que arranjar um espelho, mas só tinha um! Pelo que vês muito do material se o quisermos usar, somos nós que o trazemos. Mas o material que existe nas escolas muitas vezes também não é usado!

O que se usa mais é para a aprendizagem dos números e do cálculo e por vezes o que se relaciona para conteúdos de geometria. Talvez os blocos lógicos para a identificação das figuras geométricas, eu gosto também do geoplano e do tangram para a composição de figuras! Então para os alunos do 1.º e 2.ºanos... é importante! Dá para explorar as diferentes figuras e diversas vezes, como fiz nas aulas...e muito bem para as não confundirem quando estudarem os sólidos geométricos. Acontece muitas vezes, sabes? Não compreendo porquê mas confundem!

Às vezes as pessoas também não usam certos materiais porque não sabem como usá-lo. Há pouca formação nesta área, nunca explicam como se deve usar o tangram, ou o geoplano nos diferentes anos de escolaridade! Faz falta a aprendizagem concretizada, porque no curso nunca nos ensinaram estas coisas. Até que a Matemática é bem interessante como é dada aos alunos. Bem diferente da nossa que só era decorar... e material concretizador, nem vê-lo!

Investigadora: Na aula que utilizou as figuras geométricas do tangram, reparei que não explorou o paralelogramo. Porquê?

Ana: Porque não faz parte do programa do 1.º e 2.ºanos! Utilizam-na mas não têm que saber as suas características! As outras... insisto muito para eles saberem!

Investigadora: Costuma participar em eventos profissionais?

Ana: Participo em acções de formação. Desde há muito tempo que é obrigatório fazer... mas a Matemática havia muito poucas. Agora tem havido aquelas do ministério e acho que já ajuda alguma coisa! Eu estou a fazer uma dessas e estou a gostar! Acho que foi a melhor de todas que eu já fiz até agora! Porque algumas coisas eram concretas, porque o que aprendemos lá, podemos aplicar aqui em sala de aula!

Investigadora: Que benefício traz (ou trouxe) a frequência de formação neste âmbito?

Ana: Como já te disse fazíamos trabalhos práticos que podemos aplicar na sala de aula. Sabes, foi toda virada para os conteúdos que desenvolvemos no 1.º ciclo, ao nível deles! Alguns dos materiais e actividades que desenvolvi nas aulas que viste foram da formação! Alguns exercícios que fizemos...alguns colegas viam-se aflitos para fazer ou acertar em tudo! Houve discussões engraçadas no debate de ideias entre nós e o formador! Consegui tirar ideias e ajudou-me a ver que podemos trabalhar com os alunos doutra forma...eu sempre tentei mas, aprendi mais um pouco. Eu gosto muito de experimentar para ver como os alunos aprendem melhor e para os motivar! Acho interessante o que os alunos conseguiram fazer. Não é?

Investigadora: Relativamente à resolução das questões do teste, que comentários lhe sugerem?

Ana: Não tive muitas dificuldades. Acho que acertei quase tudo. Na primeira, considerei o triângulo como unidade padrão. A pavimentação é por justaposição dos lados, em alguns casos os triângulos ficam invertidos. Havia outras mais difíceis de perceber. Na questão dois, depois de sabermos qual a distância entre as vilas é só dividir ao meio, e aí construí-a a bomba!
Esta aqui [questão 3.1.] também não tive dificuldades nenhumas! Basta olharmos para o comprimento dos lados e para os ângulos: na A os 4 lados são iguais e estes ângulos aqui são agudos e os outros dois são obtusos" e para as outras fiz a mesma coisa
Nesta [questão 3.2] claro que todos os quadrados são rectângulos, porque os quadrados têm as características dos rectângulos: os lados iguais dois a dois e os ângulos todos rectos Na de baixo é diferente porque todos os losangos são quadrados, não está bem, porque os losangos podem ter ângulos agudos mas os quadrados já não.

Investigadora: E na questão quatro?

Ana: Esta dos perímetros, não foi difícil porque como o perímetro é a soma de todos os lados, o rectângulo B tinha que ter um perímetro 3 vezes maior do que o A. Lembro-me que fiz desenhos para representar as figuras e depois apliquei a fórmula e achei os perímetros. Na área já é diferente, porque tem que se pensar bem na fórmula: lado vezes lado. Eu fiz as contas com a fórmula, já nem me lembro quanto deu...também fiz desenhos

Investigadora: Nesta a seguir...

Ana: Ah! Na questão 5 [área da Antárctida], Era uma questão difícil de perceber, no início procurei a legenda, mas depois não me senti à vontade para responder. Meti o mapa dentro de um rectângulo, porque para determinar a área tinha que saber o comprimento dos lados porque sabia determinar a área do rectângulo. Não sei os miúdos não entendem isto muito bem!
Na questão 6 [volume do cilindro], a minha ideia diz-me que vão levar a mesma quantidade de líquido. Então, só porque dobro assim, ou assim, continua a mesma superfície! Para mim são iguais! A folha é a mesma.

Investigadora: Tem a certeza? Não haverá hipótese de serem diferentes?

Ana: Para mim é sempre igual! Percebes? Mas se tu consideras… Como? Só vendo. Tenho que experimentar… na altura custou-me e tive que utilizar a folha. Para mim são iguais! A folha é a mesma! Nesta aqui [questão 7- dobragem e recorte de caixas] eu disse que eram diferentes!...para mim são diferentes, embora tenha dificuldades em justificar. Penso que a caixa A é maior do que a caixa B ! Eu disse que a caixa A levava mais que a caixa B [...], porque se cortou mais papel à caixa B.

Investigadora: Será sempre assim? Poderão ter o mesmo volume?

Ana: Eu penso que não podem ter o mesmo volume! A não ser que a folha … mas aqui diz que é do mesmo tamanho e eu cortei maior quantidade de papel na folha da caixa B, é logicamente iria ter menos superfície e menos volume! Foi o que respondi na altura se bem me lembro! Apesar de como de digo, é onde tenho mais dificuldades! Agora já nem sei!

Investigadora: Na questão oito…

Ana: Nesta foi engraçado**...**fiz uma tabela para excluir os motivos que não se encontravam ao lado uns dos outros. Depois, fiz o desenho do cubo com os motivos para verificar se estavam certos. Foi fácil!
Esta [questão 9] não tive dificuldades! Era imaginar os cubos e chegava-se à solução. Seria mais fácil se tivesse o cubo na mão… mas mesmo assim, acho que não foi difícil! Mesmo o cubo que não está pintado, é o do meio! Esse descobri logo… o que demorei mais tempo foi contar os cubos com duas faces pintadas. Mas acho que acertei!

Investigadora: A situação de observação de aulas interferiu, de algum modo, nas rotinas da sua prática educativa?

Ana: Sabes, como estava a fazer a acção formação, tentei aplicar algumas coisas que lá fazíamos, por exemplo aquela actividade que fiz de os alunos descobrirem figuras a partir de duas resultantes do corte do quadrado. Fizemos essa na formação e houve colegas que não conseguiram encontrar as oito figuras! Mas o espelho, o geoplano e o tangram já costumo usar para trabalhar com eles, acho que assim compreendem melhor! Tive que planear para conseguir dar no tempo que combinamos, mas fora isso...eles já estão habituados! Também tive a observação de aulas do formador…tive o cuidado para não coincidirem. Ele observou de vários temas e tu só os de geometria!

Investigadora: Sentiu dificuldades na sua concretização, ao longo das diversas sessões? Quais? Como as ultrapassou?

Ana: Não tive dificuldades porque eu tento fazer o melhor que posso! Nestas aulas...foi possível actividades mais práticas e por serem alunos do primeiro e segundo anos é diferente tem que se concretizar mais! Se fossem do terceiro ou quarto ano...a matéria é mais complicada, tem conteúdos mais teóricos e abstractos para os alunos e eles nem sempre compreendem… por isso é que é bom terem um segundo ano!

Investigadora: Considera que a sua participação na investigação influenciou de algum modo, os seus conhecimentos, ou a sua posição em relação à abordagem da Geometria na escola? Acha que é, de algum modo, um tema importante?

Ana: Influenciar...influenciar**,** não é bem assim! Mas como já disse, eu sempre gostei de matemática, e costumo fazer exercícios de concretização com os alunos porque acho que aprendem melhor! Este ano também estive a fazer a formação...e um dos temas foi a Geometria e gostei da forma como foi dada, por isso tudo junto...posso dizer que aprendi algumas coisas nova!
Quando andamos a estudar é que pouco aprendemos sobre este tema. Oh! E para aplicarmos com os nossos alunos? Hoje é diferente...estou motivada para trabalhar o tema com os meus alunos! Usa-se material, os alunos podem concretizar, no que toca a desenhar... é mais complicado porque não tenho muito jeito!

Investigadora: Agora que a investigação está a chegar ao fim (e mais uma vez agradeço a sua participação e disponibilidade) o que achou da forma como se desenvolveu o estudo, nas suas diversas fases (questionário, teste, observação de aulas)?

Ana: O questionário demorou muito tempo a preencher, claro que era mais rápido se fosse de cruzinhas... mas tudo dependia do que querias saber e foi engraçado porque me obrigou a pensar em certas coisas... sobre a nossa formação! Não é que me esquecesse mas o ensino agora está tão diferente!
O teste como já te disse, tive algumas dúvidas naquelas questões, e principalmente naqueles dos volumes...parecia que estava outra vez no tempo de escolas! Mas fiquei curiosa e como gosto de desafios...fiz com gosto mas acredito que nem toda a gente achou piada porque era preciso pensa! A observação de aulas, ajuda-nos apensar mais naquilo que fazemos. Não que já não faça, mas é diferente! É mais fácil quando estamos sozinhos na nossa sala! Mas como este ano tive também a observação de aulas durante a formação, não me custou nada e foi uma forma de experimentar...olha a nossa avaliação (risos)!

Investigadora: Que propostas de alteração faria?

Ana: Olha sinceramente, não sei...depende do que queremos! Para mim o questionário era muito extenso e o teste também! Porque era tudo para escrever... se fosse escolha múltipla era mais fácil e demoraria menos tempo a fazer! Eu estou sempre disponível para participar mas sabes que nem toda agente pensa assim!

Investigadora: Acha importante a realização deste tipo de estudos?

Ana: Sabes que isto é muito complicado... já vamos ter a observação por causa da avaliação! Sei que é importante fazer estudos mas também que tenham uma aplicação prática! Fazem-se tantos estudos e por vezes o quê que muda? Não nos ouvem ... Olha não sei... neste caso, como é ligado à Geometria, é um problema com que nos deparamos, concordamos que estamos a precisar de formação nesta área. É uma área bonita mas difícil de trabalhar...quer dizer de os alunos entenderem! Há tanto tempo que não se conseguia fazer formação a Matemática apesar de se saber que era necessária? Agora pelo menos já chega a mais professores...há uns tempos era escassa e poucos conseguiam fazer... qualquer dia eu também faço um estudo, mas com tantas alterações vai ser cada vez mais difícil.

ANEXO VI

Entrevista do estudo de caso de Inês

Investigadora: Bom dia! Lecciona há muitos anos? Que habilitações académicas possui?

Inês: Lecciono há vinte e sete anos. Fiz o curso de Magistério Primário e mais tarde fiz o complemento de formação na área de Orientação Educativa, na Escola Superior de Fafe, há oito anos.

Investigadora: O que a levou a fazer o complemento de formação?

Inês: Olha, é assim...eu sempre foi minha intenção subir mais um bocadinho na escola, renovar e aprender outras coisas, só que... todos os anos mudava de escola, estava sempre a ver quando é que conseguia estabilizar-me, numa colocação mais perto, que não me ocupasse tanto tempo em deslocações, que me desse um pouco de mais liberdade para me poder inscrever, foi naqueles anos que começaram a abrir cursos mais perto. Sabes que mesmo no IEC, cheguei numa altura a concorrer mas fiquei suplente e não entrei.... Durante alguns anos não concorri. Depois apareceu a possibilidade de outros abrirem, e haver já hipóteses mais viáveis de entrar e também na altura se proporcionava porque só trabalhava de tarde...juntamo-nos assim um grupo, porque para viajarmos, parece que não, dava outro ânimo e tínhamos um grupo de trabalho. Foi na altura que se tornou propício, foi na altura que fiz!

Investigadora: Qual a razão que a levou optar pelo complemento de formação?

Inês: Não foi questão de me sentir obrigada! Foi porque quis. A minha intenção na altura era de facto voltar ao estabelecimento de ensino para adquirir novos dados sobre o estudo e a pesquisa, que vamos perdendo aos poucos à medida que o tempo vai passando. Porque o tempo que perdemos nas deslocações, não nos deixa muito tempo livro para pesquisas e estudos, por isso perdemos muita coisa! Nós estudamos sempre... mas é diferente!

Investigadora: Teve Matemática durante o complemento de formação?

Inês: Não! Só a que tive no Magistério, embora também essa fosse a que tinha dado no 12.º ano, quero dizer o que já tinha feito no liceu! Nada relacionada com o que íamos dar no 1.º ciclo! E mesmo aqueles anos de Magistério, que no meu caso... também acho que se para mim não fez falta nenhuma, provavelmente para os outros colegas que tinham feito o liceu na área de letras... tiveram muitas dificuldades em cumprir com aquele programa. Não foi o meu caso porque eu repeti o que já sabia... mas para eles foi complicado e no fim não tinham aprendido as coisas mais fáceis! Não tivemos nada sobre didácticas da Matemática, nada que se relacionasse em como ensinar Matemática no 1.º ciclo! Nada! Tinha aulas de Matemática lá, depois eu passava horas e horas a pesquisar nas didácticas, e nos próprios livros do primeiro ao quarto anos, para aprender como é que eu devia aplicar com os alunos mesmo no estágio, porque aquilo que nós aprendíamos nessas aulas não era vocacionado para aí! Nada... nada!

Investigadora: E relativamente à Geometria?

Inês: Eu vou ser sincera... não me recordo ter dado Geometria**...** a Geometria, tenho lacunas de conhecimentos! Também os conteúdos de Geometria sempre foram mais ou menos dados no fim dos programas e muito pouco abordados... davam muita importância às equações, à parte de álgebra... tudo que tinha a ver com cálculo e a geometria ficava para o fim e como os programas eram extensos, raras vezes se cumpriam... aquela parte que era dada no início, era quase sempre a mesma e aquelas últimas nunca davam! Sinto mesmo lacunas nessa área. Ainda agora quando quero dar alguma coisa e sinto mais dúvidas, pesquiso e vejo como é que se dá, e um outro e outro, vários livros para ver como estão apresentados... para eu ver a maneira mais fácil, ou melhor que me torne a mim mais claro os conteúdos para que eles entendam o que eu pretendo! De facto não foi o que aprendi no magistério nem naquilo que aprendi na minha formação inicial que me ajudou nos momentos em que tive dúvidas!

Investigadora: Há quantos anos lecciona neste agrupamento e nesta escola?

Inês: No agrupamento há oito anos quando efectivei nesta escola!

Investigadora: Como se desenrolou o seu percurso profissional, desde os primeiros anos, quanto à mobilidade; meio onde se inseriam, tipos de escolas e de turmas?

Inês: Ui! Desde que comecei a trabalhar? Dantes concorríamos todos os anos e eu mudava quase sempre de escola! Foi muito duro! Como te disse as minhas possibilidades financeiras eram escassas...sem carro, nem te digo! Custou-me muito. A minha sorte é que havia sempre uma colega com carro... só trabalhei um ano numa escola grande... de resto foi quase sempre em escolas de lugar único ou com dois lugares, em regime duplo e com mais que um ano na turma, na maioria das vezes... e olha, tinha quase sempre o primeiro ou segundo anos! Que me lembre acho que esta é segunda ou a terceira vez que trabalho com o 4.º ano.

Investigadora: Quais as experiências, positivas e negativas, mais marcantes na sua formação para a docência?

Inês: Falando honestamente, o magistério foi o pior período da minha vida, como estudante em todos os níveis! Foi o pior período da minha vida... porque...sabes aquele sistema de seriação dentro da turma, faz com que haja sempre grupos e aquelas pessoas que têm uma certa tendência... olha sofri muito por causa do meu feitio! Não tinha grupo de apoio para na altura me colocar na seriação. Sabes como era! O ambiente era tipo salve-se quem puder! Era um espírito de rivalidade intolerável que vigorava ali! Não posso dizer que os professores até me marcassem muito nem pela positiva nem pela negativa! Não tenho assim nada de relevante! Alguns eram mais intransigentes do que outros mas já vinha habituada de anos anteriores como estudante. Também achei negativo no magistério não nos prepararem para dar aulas no 1.ºciclo. Os professores estavam pouco envolvidos nessas coisas era só matéria e mais matéria e nada de didácticas como disse há pouco!

Investigadora: Lembra-se de alguma matéria de Geometria que tenha dado?

Inês: Olha que não me lembro ter dado Geometria! Mesmo no estágio trabalhava-se mais o cálculo e os problemas. A matéria a desenvolver com os alunos era escolhida pela professora dos alunos... deixa-me ver...talvez os sólidos geométricos, os nomes e as características, não me lembro fazer planificações ou coisas do género. Olha, não tenho a certeza!

Investigadora: Após a conclusão do curso, sentiu que estava preparada para leccionar?

Inês: Nem pensar! Já disse as dificuldades que tive no início da carreira! Mesmo agora criticam-nos tanto e no curso pouco ou nada nos preparam para o que nos esperava na escola, sabes como é! Davam matéria que não tinha a ver com o que íamos dar no 1.ºciclo foi muito difícil!

Investigadora: Que dificuldades sentiu e/ou sente na prática da docência, relativamente à Matemática?

Inês: Olha, vou te dizer! Eu no início como toda aquela formação que lá tínhamos era mais teórica, era mais académica do que prática e não relacionada com os conteúdos do 1.ºciclo. Quando comecei a trabalhar para além das condições de trabalho que não tinham nada a ver com o estágio... agora estão um bocado melhores mas não muito, porque as escolas do primeiro ciclo continuam a ser as mais prejudicadas...tanta coisa se muda e esta escola tem quase o mesmo que tinha há cinquenta anos atrás! Existe o computador dá para se fazerem as papeladas e para os miúdos irem de vez em quando à internet, a fotocopiadora e mais nada! Isto para além do que tinha quando comecei a trabalhar! Olha, também tem aquela salamandra que dantes não tinha... era um frio na sala! Pronto aqueles primeiros dias...acho que é comum a toda a gente! Claro que neste momento não sinto aquela sensação de incapacidade que sentia quando comecei a trabalhar.

Pensava muitas vezes como vou ser capaz de... sentia aquela insegurança. Uma coisa é ter, como quem diz, os alunos durante uma outra semana e outra é estar sozinha numa sala de aulas ter que assumir e ser responsável pelo desenvolvimento deles, não é?

Eu sempre tentei... algumas pessoas dizem que hoje temos que explicitar tudo e que antigamente era tudo muito mais empírico mas eu nunca fiz isso porque eu também sou assim! Para decorar e para fazer... tenho que fazer... tenho que perceber primeiro e por isso eu sempre tentei ir para além do que lá estava, fazê-los entender o porquê das coisas! Claro está sob o meu ponto de vista! Também não vejo a nível de conteúdos programáticos nenhuma diferença, claro que quando iniciei foi mais complicado... e como não fui preparada ao longo da formação, pelo menos da forma como eu achava que devia para me sentir mais confiante! Eu tive sorte porque era da área de ciências mas houve colegas que se viram aflitos mesmo durante o estágio com certos temas de Matemática. A sorte era prepararmos as aulas em grupo e as colegas tinham que treinar. Principalmente as divisões com dois ou mais algarismos, com números decimais... no magistério não ensinaram nada disto!

Investigadora: Conhece as propostas do novo programa de Matemática? Refira algumas diferentes que considere pertinentes, em relação ao programa actual.

Inês: Quanto ao novo programa ainda não o li com atenção mas pela primeira leitura não me parece muito diferente do programa actual. Quando começar a trabalhar com ele talvez encontre diferenças...talvez a ordem dos temas! Não sei!

Agora em relação ao programa e às exigências do que era pedido mesmo ao nível dos manuais e tudo mesmo ao nível dos exercícios que se faziam há um tempo atrás... juntando os meus trabalhos que fazia no início e comparar aos de hoje, vejo que estão desactualizados, mas, constata-se perfeitamente que o nível exigido era mais difícil, os exercícios que dava no início da carreira... porque tive durante muitos anos os primeiros anos então ia fazendo aqueles exercícios e tenho para lá muitas fichas de trabalho...mas, é diferente, quer dizer, requeria mais aqueles conhecimentos assim... contas com números maiores, problemas que envolveriam uma ou duas operações ao nível do segundo ano!

O programa agora é mais exigente, quer dizer... como é que te vou explicar...mais exigente a nível de compreensão do que era a uns anos atrás. Por exemplo faziam as contas muito maiores mas não lhes pediam muito que entendessem. Mecanizavam as operações e repetiam até conseguirem! Mesmo a decomposição em árvore também faziam mas mecanicamente sem compreenderem porque o faziam. Percebes?

Investigadora: Que conteúdos de Matemática gosta mais e os que gosta menos de leccionar e porquê?

Inês: Olha, os que gosto mais é de uma maneira geral, tudo o que envolva raciocínio...qualquer conteúdo que possa partir de um desafio e que tenham de descobrir...ir ao encontro daquilo! Não tenho assim área nenhuma em particular que goste mais. De forma geral a Matemática é a minha área de eleição, gosto muito de a trabalhar. Claro que acho mais apelativo e gosto mais de dar os números, as operações e os problemas.
O que gosto menos é a parte das equivalências, chamadas reduções! Porque por muito que se tente e se exemplifique há sempre alunos que não entendem muito bem e sentem muitas dificuldades...outros acabam por mecanizar e pronto!

Investigadora: E em relação à Geometria? Qual o tema que se sente mais à vontade e menos à vontade para tratar com os alunos?

Inês: Não gosto muito de fazer aqueles frisos! Sinceramente não acho piada nenhuma! Não sei...talvez porque os alunos não conseguem fazer os trabalhos com aquela perfeição que eu gosto! Para mim, não é um conteúdo muito agradável! Não é pela utilização das figuras geométricas é mais porque eles não o conseguem fazer lá muito bem! Não por sentir dificuldades, mas por acho menos apelativo...porque gostamos sempre mais de uma coisa do que outra! Mas no que se relaciona com o desenho das plantas... como nem sempre consigo concretizar acho que os alunos manifestam mais dificuldades.

Investigadora: Relativamente aos temas menos apelativos como os desenvolve com os alunos?

Inês: É muito importante concretizar! Se vejo que em determinado tema o resultado com os alunos não tem sido dos melhores... abaixo do esperado, vou ver como fiz em anos passados, pesquiso em livros novos que aparecem e procuro maneiras diferentes, se as houver, que possa optar para abordar determinado tema e que possa surtir melhores resultados! Pega-se num livro, por exemplo para ver como se ensina a calcular o volume de qualquer objecto... pode-se dar a fórmula, comprimento vezes a altura vezes a largura ou partir da área da base vezes a altura e os livros são diferentes. Mas chego aqui depois de ter feito aquelas experiências que viste na aula e explicar tudo muito bem, fazerem exercícios para sistematizarem primeiro com o cubo como unidade de medida e posteriormente usando a fórmula! Acho que ao longo da minha carreira é a segunda ou a terceira vez que tenho o 4.º ano, que é quando se dá a fórmula para calcular do volume! Eles acabam sempre por decorar a fórmula! Para compreenderem é mais complicado a relação das medidas de volume com as de capacidade? Aí é que eles decoram mesmo!

Investigador: E enquanto estudante, que relação tinha com a Matemática e com a Geometria em particular?

Inês: Considerava-me uma aluna razoável! E não apresentava dificuldades muito significativas. Gostava de tudo aquilo que envolvesse o cálculo e o raciocínio. De Geometria o cálculo de perímetros, era o que mais gostava porque achava tudo fácil...mas o desenho das plantas baralhava-me um pouco talvez por falta de concretização que é o que nós fazemos hoje e os alunos aprendem melhor. Há muita coisa que não me recordo mas também a matéria era dada de forma tão teórica e pouco atractiva o que não permitia uma boa assimilação. Era dada mais importância ao cálculo. Tudo que tinha a ver com compreensão... quem conseguia tudo bem que não conseguia tinha que se esforçar para conseguir passar! Eu sempre gostei de Matemática e gosto dos desafios!

Investigadora: Que estratégias costuma utilizar no desenvolvimento dos conteúdos de Matemática e da Geometria em particular?

Inês: É como te digo, parto quase sempre por um desafio, tento criar qualquer... uma situação, qualquer situação problemática porque é para eles fazerem e seguir a partir daquilo que já sabem e chegar a um determinado objectivo. E a partir daí eu juntamente com eles tento orientar e especificar a maior parte dos conteúdos de matemática. Tentar com eles descobrir e vão vendo e fazendo... e depois claro dou a explicação final e aquelas regras para se concretizar e sistematizar os conhecimentos. Mas é mais ou menos sempre dentro disto que eu faço. Eu tento sempre um trabalho mais ou menos orientado, organizo as coisas de forma que a situação... não, a tarefa anterior que apresento, tem que ser um patamar da tarefa que vou propor a seguir, para sequenciar isso e atingir o meu objectivo. É que para eu dar uma coisa nova tenho que iniciar sempre por algo, que eles já conhecem e eles vão descobrindo... e a partir daí... depois têm que parar porque ficam bloqueados, porque não têm conhecimentos para ir mais além! Então aí é que juntamente com a minha intervenção e orientação e algumas coisas que eles não chegam, posso apresentar a matéria! Nestas alturas utilizo material da escola por exemplo tangram, sólidos geométricos, aquele que viste na aula e às vezes trago algumas coisas de casa! Gosto de utilizar o quadro porque é uma maneira de os ter todos ali...lêem escrevem, se está mal apagam e voltam a fazer e estão todos concentrados e empenhados na mesma tarefa. Acho que é a maneira mais fácil de apresentar e corrigir alguns trabalhos! Quando faço qualquer actividade nova cujo conteúdo seja o mesmo...repara que o programa do quarto ano é quase uma repetição mais aprofundado do programa do terceiro, e como eles são poucos e tenho dois anos de escolaridade, faço trabalho de pares porque os do quarto já vão sabendo alguma coisa e por isso podem ajudar os do terceiro nessas matérias!
Na geometria geralmente utilizo material que tenho na escola ou material que improviso. Imagina que vou trabalhar o perímetro dos polígonos! Pego nos polígonos e como já os conhecem...triângulo, quadrado, rectângulo, pentágono, hexágonos, os que são regulares e não regulares e a partir daí desenham e dou a definição de perímetro, depois ponho umas figuras e pergunto se quiseres calcular o perímetro o que tens que fazer? Depois de conversar vemos que é somar o comprimento de todos os lados. Claro que têm que medir e escrever quanto medem e somar e depois somar todos os lados. Normalmente fazem em conjunto porque tudo aquilo que puder fazer em simultâneo, até para tornar as aulas mais participativas, junto os dois grupo. Depois parto da noção de perímetro para outras situações mais gerais... para aqueles problemas mais tradicionais para eles verem que própria noção de perímetro se a adapta não só àquelas figuras geométricas mas também a situações do nosso dia a dia porque se quiserem comprar renda para uma toalha ou vedar um campo ou um canteiro com rede, não vou comprar todo o rolo, tenho que medir para saber quanto vou precisar e comprar a quantidade

apropriada. Relacionar essas coisas com aspectos práticos! Porque é muito mais concreto e eles apreendem muito mais facilmente. Percebes?

Investigadora: Que diferenças há a registar entre as estratégias que utiliza e aqueles que eram utilizadas enquanto aluna, em Matemática e na Geometria em particular?

Inês: Quando andei a estudar o mais importante na primária era importante saber ler e contar. Acho que é por isso que, tudo que envolva cálculo sinto-me à vontade! Não sei! Depois sempre tive dificuldades em memorizar aquilo que não percebia por isso tive alguns problemas porque não nos explicavam as coisas adaptando era explicado sempre da mesma maneira. Não tenho muitas recordações mas sendo a Matemática a minha área preferida, estudava muito... os professores não nos ligavam muito!

Quanto a material, os livros da escola? Pelo menos do género do que se usa hoje nem pensar! Também não me recordo fazer jogos... era treinar e treinar para aprender. Lembro-me de usar a régua, o compasso e o esquadro em desenho porque era obrigatória!

Geometria... como já disse... acho que não me lembro, pelo menos como tema...Dávamos o nome das figuras, áreas, perímetro e volumes com aplicação das fórmulas... mais tarde já no liceu raramente dávamos porque estava no fim do programa e dos livros...por isso era pouco desenvolvido e consolidado! Como vês os livros não vinham preparados para percebermos mas para repetirmos até aprender!

Investigadora: E relativamente aos tipos de tarefas propostas, que diferenças há a realçar?

Inês: Eram sempre exercícios do livro! Também naquela altura o ensino era assim... seguia-se o que vinha no livro e naquela ordem e pronto!

Investigadora: Que diferenças nota entre os métodos de ensino da Matemática enquanto estudante e como docente?

Inês: Dantes a professora não se preocupava se todos aprendiam ou não... nós preocupamo-nos com todos e vamos dar apoio àqueles que mais precisam! Dantes...os alunos com melhores notas tinham mais atenção da professora e quem não conseguia repetia o ano e pronto...era porque não queria aprender! A solução para aprender era repetir exercícios idênticos e quem não conseguia...era muito complicado.

Nós fazemos experiências e jogos para que os alunos aprendam as coisas...por vezes também decoram, mas é diferente! Quando não entendem perguntam e eu tento explicar de outra maneira!

Investigadora: Refira diferenças no que toca ao ensino da Geometria!

Inês: Não me lembra nas aulas a professora utilizar material para nos mostrar o que quer que seja...era ela que dizia e nós fazíamos. Agora eles fazem experiências, concretizam as coisas, existe material que nós não tínhamos! O livro era onde estava tudo que tínhamos que aprender agora é preciso motivar os alunos para aprenderem melhor!

Investigadora: Antes e após o desenvolvimento de qualquer tema com os alunos, há momentos de partilha com outro ou outros docentes? Porquê?

Inês: Não tenho tido oportunidade nesse sentido! Às vezes converso sobre o que já demos o que correu menos bem, oiço outras opiniões, trocamos fichas mas... não da forma que queres dizer porque depois eu faço as minhas coisas sozinha... sabes cada um tem os seus alunos! Durante anos trabalhei em escolas de lugar único ou com uma sala e dois lugares em que cada um trabalhava no seu turno, quase só nos cruzávamos... em escolas grandes só trabalhei uma vez, por isso também não tenho tido muitas oportunidades... nestas escolas, onde haja mais que uma turma do mesmo ano de escolaridade, ter outra turma ao lado para fazer esse tipo de partilha! Por acaso nunca tive! Mesmo naquela escola que referi, havia uma turma do mesmo ano que a minha mas tinham aulas em horário normal e eu trabalhava na parte da manhã... também não dava para articular muito! Às vezes nem a via!

Investigadora: Que recursos didácticos utiliza no ensino da Matemática e da Geometria em particular? Com que objectivo?

Inês: Na escola há pouco material... e depende dos anos de escolaridade! Se for no primeiro e segundo podem-se fazer mais jogos e concretizar mais, para aprenderem os números e as operações por exemplo, utilizando material de contagem... Mas no terceiro o programa é muito extenso e faço menos experiências embora tente sempre relacionar a matéria com o dia a dia dos alunos! Quando dá, faço experiências para eles verem e relacionarem com aquilo que vão aprender. A maioria das vezes somos nós que trazemos. Viste o caso da experiência sobre os volumes? Tive de trazer de casa as bacias, o copo graduado... a escola não tem nada disso! Olha, também costumo usar os blocos lógicos para trabalhar as figuras geométricas e também o tangram! Agora a Matemática é mais concretizada, gostamos que os alunos aprendam, mas também que entendam, não é como no nosso tempo, bem sabes! Claro que também uso os livros, porque acho que são um bom apoio para os alunos estudarem e fazerem trabalhos! Também utilizo o quadro!

Investigadora: Costuma participar em eventos profissionais?

Inês: Só em acções de formação. É obrigatório para subir de escalão...mas a Matemática não eram facultadas a todos acções nesta área... Este ano estou a frequentar uma desenvolvida pela universidade, aquelas do ministério e até estou a gostar. Pelo menos tem a ver com o que podemos trabalhar com os nossos alunos porque tinha parte prática. O formador observou algumas aulas porque fazia parte da avaliação da acção!

Investigadora: Que benefício traz (ou trouxe) a frequência da formação neste âmbito?

Inês: Olha! Tinha exercícios práticos que podemos desenvolver em sala de aula... alguns até utilizei aquando das aulas que o formador veio observar! Também me chamou atenção para alguns conhecimentos como por exemplo o hexágono e o pentágono, eu aprendi aqueles que se ensinam aos alunos mas um polígono que tenha seis lados é um hexágono mas o que normalmente aparece nos livros é o regular os outros são irregulares... ainda tenho que me habituar porque não me ensinaram assim! Sabes que foi durante este ano, para o ano vou experimentar alguns dos trabalhos que fizemos na formação, depois logo se vê! Gostei mesmo da acção!

Investigadora: Relativamente à resolução das questões do teste, que comentários lhe sugerem?

Inês: Não foi muito difícil! As que fiz, acho que acertei... como só deixei duas! Na primeira eu considerei como medida padrão o hexágono. Depois para fazer a pavimentação é só repetir a mesma figura. Não foi muito difícil! Eu vi logo!

Investigadora: Não poderia ser outra?

Inês: Talvez! A unidade padrão é aquela que se repete, como nos azulejos! Mas acho que o hexágono também está certo! Não entendi muito bem a 3.2 e 3.3. Continuo a não entender porque quando me dizem que um quadrado é um rectângulo! Disseram-me isso na formação e eu só respondi que sim e não justifiquei porque eu não entendo, por isso torna-se complicado explicar aos outros e custa-me memorizar. Se olharmos para os ângulos...são todos rectos, então... porque é que o rectângulo não é um quadrado e o quadrado é que é um rectângulo? Em Matemática devia ser ou quadrado ou rectângulo tal como falamos deles! Eu tenho que perceber as coisas para fixar e assimilá-las como não entendo... e esta dos losangos serem quadrados nem a fiz! Continuo a não perceber... por isso prefiro não responder

Na questão 2 [relativa à melhor posição para a localização de uma bomba de gasolina equidistante a duas localidades], se bem me lembro, fiz um esquema, para compreender melhor, desenhei as vilas, uni-as com uma linha e depois dividi ao meio...é aí que deve ser construída a bomba!

Na questão 3, a 3.1 não tive dificuldades nesta! Porque normalmente fazemos com os alunos, olhamos para o comprimento dos lados e para os ângulos: A é um losango, tem 4 lados iguais e os ângulos são iguais dois a dois; a B é um quadrado, tem 4 lados iguais e 4 ângulos rectos; a C é um paralelogramo tem os lados paralelos iguais; e esta [D] é um rectângulo, tem quatro lados, iguais dois a dois e tem quatro ângulos rectos. O mesmo acontece com esta aqui [questão 4, relativa à comparação de perímetros e de áreas de dois rectângulos], vê-se logo, é só achar os perímetros e as áreas e depois comparar. No primeiro dei exemplos, desenhando as figuras, e depois apliquei a fórmula e achei os perímetros. Nesta de baixo só tive aplicar a fórmula [Na questão 4.1.].

Na questão 5 [relativa à estimativa da área da Antárctida], foi possível dividir em dois rectângulos para calcular a área da Antárctida. Porque sabia achar essa área.

Nestas duas [indicando a questões 6 e 7], tive algumas dificuldades!

Esta? (questão 6) Considerei que eram iguais! Então esta superfície... e esta é a mesma, virando de um lado ou do outro, então o volume será o mesmo. Eu trabalhei isto mas já não me lembro... mas calcular o volume de sólidos geométricos... mas não do cilindro que não é matéria do 1.°ciclo! Experimentei a enrolar a folha e para mim dá igual!

Investigadora: Tem a certeza?

Inês: Se utilizamos a mesma folha... Está delimitado pela mesma superfície! Para mim o volume é sempre igual! Não estou a ver outra hipótese! Se experimentarmos com água, o volume dá igual!

Em relação a esta (questão 7) eu disse que eram diferentes! Porque a caixa A é maior que a caixa B! Porque a superfície utilizada na caixa A é maior que a superfície utilizada na caixa B! Porque se estamos a tirar mais papel à B... estamos a tirar também no volume interno dessa caixa, penso eu...isto numa análise mais objectiva! Se atribuirmos medidas aos quadrados que cortamos, vê-se logo, aplicando a fórmula!

Investigadora: Poderão ter o mesmo volume?

Inês: Claro que não! As folhas têm o mesmo tamanho, mas, tiramos mais papel numa que na outra, por isso, são diferentes! Engraçado que nunca fiz isto mas... só vendo terei que experimentar!

Investigadora: Acha que seria um desafio interessante para experimentar com os seus alunos?

Inês: Talvez! Na aula dos volumes fiz aquela experiência para eles verem como se podem medir os volumes e saberem o que é o volume... não sei se iriam compreender...não sei**!**

Investigadora: O que lhe sugere a última questão?

Inês: No início tive algumas dificuldades porque me esquecia de alguns lados! Mas depois marquei as faces com letras para conseguir sinalizar e consegui fazer! Os que demoraram mais tempo foram o de uma e o de duas faces pintadas. Não fiz todas as justificações porque em algumas imaginava e conseguia dar a resposta, mas, depois não conseguia escrever para explicar! Acho que acertei no número de faces! Não se via à primeira!

Investigadora: Como resolveu a questão anterior?

Inês: Esta? [questão 8] Esta foi fácil! Desenhei um cubo com os motivos e fui experimentando.

Investigadora: A situação de observação de aulas interferiu, de algum modo, nas rotinas da sua prática educativa?

Inês: Um pouco! Ter o quarto ano e as provas de aferição...era necessário prepará-los! Também tive a observação de aulas do formador, tive que articular bem...foi um pouco complicado! Tive que planificar para conseguir dar no tempo que combinamos, mas fora isso...eles já estavam habituados!
Elaborei e utilizei guião de trabalho porque assim conseguia ter o trabalho mais sistematizado e todos os alunos estavam mais atentos porque sabiam que estávamos a fazer. Sabes que com dois anos de escolaridade, facilita muito o trabalho e eles depois têm por onde estudar a matéria que demos e podem consultar nos outros dias...como sabes, nas aulas só iniciamos os temas. Depois é preciso sistematizar, fazer exercícios, para eles compreenderem bem! Percebes?

Investigadora: Sentiu dificuldades na sua concretização, ao longo das diversas sessões? Quais? Como as ultrapassou?

Inês: Um pouco! Porque queria responder a tudo em que estava envolvida, sabes que isto... são muitas coisas! Olha, esforcei-me para conseguir cumprir...espero ter ajudado! Nestas aulas...como organizei o trabalho daquela maneira acho que resultou! Sabes que o programa do terceiro ano é muito extenso e a matéria é mais complicada! Nos primeiros anos é só concretizações e depois são conteúdos mais teóricos e abstractos para os alunos. Eu faço algumas experiências e tento relacionar com o dia a dia deles mas, têm dificuldades em compreender, em apreender...os meus alunos até gostem de Matemática e até são razoáveis!

Investigadora: Considera que a sua participação na investigação influenciou de algum modo, os seus conhecimentos, ou a sua posição em relação à abordagem da Geometria na escola? Acha que é, de algum modo, um tema importante?

Inês: Mexeu um pouco...foi tudo junto, a formação...embora como já te disse gosto eu sempre gostei de Matemática e gosto de concretizar, para eles entenderem melhor! Eu trabalho toda a matéria! Mas já mudou muita coisa desde que andei a estudar por isso foi interessante e alarguei os meus conhecimentos na área, precisei de pesquisar e em alguns momentos tentei por em prática o que aprendi na formação! Ainda tenho que me habituar a utilizar certas coisas que aprendi porque eu não tinha aprendido assim! Olha aquela do hexágono e o pentágono, eu aprendi os regulares e sempre ensinei assim...mas numa das aulas desenvolvi de outra forma como viste! Também pergunta do teste...do quadrado ser rectângulo não entendo...quando trabalhar para o ano estas noções...não sei!

Investigadora: Agora que a investigação está a chegar ao fim (e mais uma vez agradeço a sua participação e disponibilidade) o que achou da forma como se desenvolveu o estudo, nas suas diversas fases (questionário, teste, observação de aulas)?

Inês: Tanto o questionário como o teste, como é que vou dizer...custou-me um pouco a fazer porque tinha muitas perguntas e tudo para escrever. No questionário já não me lembrava muito bem de algumas coisas. No teste tive dúvidas em algumas perguntas...há muito que não fazia este tipo de exercícios, as que eu não conseguia compreender deixei-as em branco! Sempre fui assim quando não entendo...prefiro não fazer! Olha que estamos sempre a aprender! As outras achei-as fáceis...talvez porque estava mais habituada a fazer exercícios parecidos!
A observação de aulas, vou ser sincera é diferente quando estamos sozinhos na nossa sala! Os miúdos gostavam! Umas vezes foste tu outras o formador...olha deu para pensar na forma como estava ou devia trabalhar com os alunos! Não é que dantes não me preocupasse mas é diferente! Não deixa de ser interessante ver as aulas...vemos o que fazemos, o que dizemos...é interessante fazer o estudo...acho eu!

Investigadora: Que propostas de alteração faria?

Inês: Na minha opinião, o questionário podia ter opções para escolhermos, era mais fácil! O teste tinha perguntas que tínhamos que pensar muito e levou muito tempo a fazer! Olha também não sei...sabes que eu estou de fora e tudo depende do que querias saber! Em todo o caso participei com gosto!

Investigadora: Acha importante a realização deste tipo de estudos?

Inês: Sim! Porque assim leva as pessoas a reflectir e pensar a forma como estão a trabalhar e tentar descobrir soluções para se poder melhorar. Nestas situações levantamos questões que, normalmente, no nosso dia a dia não nos lembramos. Mexe muito connosco e nem sempre é fácil porque andamos com muito trabalho! É interessante descobrirmos o que necessitamos modificar, nem que seja por nos induzir a experimentar coisas novas. Acho que toda a comunidade educativa deveria interessar-se por estes estudos!