



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Maria Amália de Oliveira e Silva

**A compreensão da divisão partitiva nas
crianças do Pré - Escolar**

Julho de 2011



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Maria Amália de Oliveira e Silva

**A compreensão da divisão partitiva nas
crianças do Pré - Escolar**

Dissertação de Mestrado
Mestrado em Estudos da Criança
Área de Especialização em Ensino e
Aprendizagem da Matemática

Trabalho realizado sob a orientação da
Professora Doutora Ema Mamede

Julho de 2011

É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO PARCIAL DESTA DISSERTAÇÃO APENAS PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE;

Universidade do Minho, ___/___/_____

Assinatura: _____

Dedicatória

Ao meu Pai e Avós

Agradecimentos

À minha orientadora, Professora Doutora Ema Mamede, pela sua disponibilidade e encorajamento.

Às Educadoras que permitiram que as suas crianças participassem neste estudo, provocando muitas vezes alterações nas suas rotinas diárias.

Ao director do Agrupamento de Escolas.

Aos coordenadores dos Estabelecimentos de Ensino e à Directora do Jardim de Infância da Sta. Casa da Misericórdia de Esposende.

À minha filha Rita, ao Pedro e à Andreia que sempre me incentivaram e deram o seu apoio.

À minha família e amigos, em especial à minha mãe pela compreensão dos meus longos tempos de ausência.

A compreensão da divisão partitiva em crianças do Pré – Escolar

Resumo

Esta dissertação pretende perceber como as crianças de 4 e 5 anos entendem as relações lógicas da divisão partitiva de quantidades discretas. Procurou-se saber como as crianças pequenas compreendem a relação inversa entre divisor e quociente, quando o dividendo se mantém constante; e ainda, como entendem a divisão de quantidades discretas em partes iguais.

Este estudo incidiu num grupo de crianças de 4 e 5 anos de Jardins de Infância do concelho de Esposende, Braga. As crianças realizaram tarefas de divisão partitiva de quantidades discretas envolvendo conjuntos de 12 e 24 unidades. Os dados foram recolhidos a partir de entrevistas individuais, estruturadas, tendo-se recorrido à gravação áudio e vídeo. Utilizou-se uma metodologia quantitativa na análise dos dados. Esta análise centrou-se nas estimativas das crianças para o quociente nas divisões, nos procedimentos por elas utilizados, nas suas justificações e nos desempenhos por elas apresentados.

Os resultados indicam que as crianças de 4 e 5 anos conseguem efectuar estimativas para o quociente quando varia o divisor e o dividendo se mantém constante. Nestas condições, o grupo de 5 anos obteve melhor desempenho e justificou as suas respostas dando a entender que compreendem a relação inversa entre o divisor e quociente. O procedimento mais utilizado pelas crianças consistiu na distribuição um-a-um, tendo o procedimento de agrupamentos baseados na percepção sido também frequentemente usado por muitas crianças. Os procedimentos que envolveram contagens foram pouco utilizados pelas crianças, apesar de terem sido mais frequentes no grupo etário de 5 anos. A maioria das crianças de 4 anos e a quase totalidade das crianças de 5 anos revelaram entender intuitivamente a necessidade de obtenção de partilhas equitativas. Uma grande maioria das crianças de 5 anos, contrastando com uma minoria das crianças de 4 anos, justificou as suas respostas baseando-se em factos numéricos. Não existiram diferenças significativas nos desempenhos das crianças nas tarefas de divisão devido à idade, tendo-se observado melhor desempenho nas tarefas que envolveram um dividendo menor. O facto de algumas crianças de 4 anos não saberem contar correctamente os objectos ao seu dispor, não impediu a realização correcta das tarefas. Assim, este estudo faz-nos pensar na possibilidade de se estudar mais aprofundadamente a inclusão de problemas de divisão partitiva de quantidades discretas, mantendo-se constante o dividendo e variando o divisor, nas práticas do pré – escolar.

The comprehension of partitive division by Pre-School Children

Abstract

The present dissertation tries to understand how 4 and years-old children comprehend the logical relations of partitive division of discrete quantities. It was intended to know how small children comprehend the inverse relation between divisor and quotient, when the dividend stays constant, and even more, how they understand the division on discrete quantities in equal parts.

This study focused on a group of 4 and 5 years-old children of Kindergartens from Esposende, Braga. The children performed tasks of partitive division of discrete quantities involving sets of 12 and 24 units. The data was collected from structured, individual interviews, with the use of audio and video recorders. A quantitative methodology was used in the data analysis. This analysis focused on the children's estimates on divisions, on procedures they used, on justifications and performances presented.

The results point out that 4 and 5 years-old children can make estimates for the quotient when the divisor varies and the dividend stays constant. In these circumstances, the 5 years-old group had better performances and justified their answers, implying they understand the inverse relation between division and quotient. The procedure most used by children consisted on one-by-one distribution, having been also frequently used by many the perception based procedures of grouping. The procedures that involved counting were barely used, even though it was more frequently in the 5 years-old. Most of the 4 years-old and almost the total of the 5 years-old children revealed an intuitive understanding of the need of getting equitable partitions. A great majority of 5 years-old children opposing to a minority of 4 year-old children, justified their answers based on numeric facts. There were no significative differences on children's performances on the division tasks due to age, having been observed better accomplishments on tasks involving a minor dividend. The fact that some 4 years-old children don't know how to count the available objects properly, didn't restrain the correct development of the tasks.

Thus, this study makes us think about the possibility of deepening a study on the inclusion of partitive division problems with discrete quantities, maintaining constant the dividend and ranging the divisor, on Pre-School practice.

Índice

CAPÍTULO I	1
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO PRÉ-ESCOLAR	2
1.2. CONHECIMENTO INFORMAL RELEVANTE PARA A MATEMÁTICA	6
1.3. JUSTIFICAÇÃO DO ESTUDO	7
1.4. PROBLEMA DO ESTUDO	9
1.5. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	9
2. REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA	11
2.1. SOBRE A DIVISÃO DE QUANTIDADES DISCRETAS	11
2.2. SOBRE A DIVISÃO DE QUANTIDADES DISCRETAS E CONTÍNUAS	26
2.3. AS NOSSAS CRIANÇAS DO PRÉ-ESCOLAR	37
2.4. SÍNTESE	38
3. METODOLOGIA	41
3.1. PARTICIPANTES	42
3.2. DESIGN	42
3.3. TAREFAS	43
3.4. MATERIAL	43
3.5. PROCEDIMENTOS	45
3.6. RECOLHA DE DADOS	46
3.7. VALIDAÇÃO	46

3.8. PROCESSO DE ANÁLISE DOS DADOS	47
4 - RESULTADOS	49
4.1- A RELAÇÃO INVERSA ENTRE DIVISOR E QUOCIENTE QUANDO O DIVIDENDO SE MANTÉM CONSTANTE	49
4.1.1 - CONTAGEM DE 12 E 24 QUANTIDADES DISCRETAS	49
4.1.2- ESTIMATIVA DO QUOCIENTE QUANDO O DIVIDENDO É CONSTANTE 51	
4.1.3- JUSTIFICAÇÕES QUE AS CRIANÇAS APRESENTAM PARA AS SUAS ESTIMATIVAS	54
4.2- AS CRIANÇAS E A DIVISÃO DE QUANTIDADES DISCRETAS EM PARTES IGUAIS	59
4.2.1- OS DESEMPENHOS DAS CRIANÇAS DE 4 E 5 ANOS NA DIVISÃO DE 12 E 24 UNIDADES	59
4.3- OS PROCEDIMENTOS UTILIZADOS PELAS CRIANÇAS NAS TAREFAS DE DIVISÃO DE 12 E 24 QUANTIDADES DISCRETAS	62
4.4- AS CRIANÇAS DE 4 E 5 ANOS RECONHECEM A NECESSIDADE DE OBTER QUOCIENTES IGUAIS?	66
4.4.1- JUSTIFICAÇÕES DAS CRIANÇAS ACERCA DA SATISFAÇÃO/NÃO SATISFAÇÃO DOS RECIPIENTES COM OS RESULTADOS DA DIVISÃO (QUOCIENTE)	67
4.4.2- VERIFICAÇÃO DAS TAREFAS E COMPORTAMENTOS DAS CRIANÇAS APÓS A VERIFICAÇÃO	70
4.4.3- COMPORTAMENTOS DAS CRIANÇAS (N=30) APÓS A VERIFICAÇÃO DAS TAREFAS	73
4.5- DISCUSSÃO DE RESULTADOS	75
CAPÍTULO V	85
5. CONCLUSÃO	85

5.1- CONCLUSÕES DO ESTUDO	85
5.1.1- SOBRE OS RESULTADOS	85
5.1.2- LIMITAÇÕES DO ESTUDO	88
5.1.3- SUGESTÕES PARA FUTURAS INVESTIGAÇÕES	88
BIBLIOGRAFIA	89
ANEXO 1: PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AOS ENCARREGADOS DE EDUCAÇÃO E EXPLICAÇÃO DO INTUITO DAS TAREFAS	95
ANEXO 2: GUIÃO - ENTREVISTA (HISTÓRIA)	97
ANEXO 3: IMAGENS DO MATERIAL UTILIZADO NAS TAREFAS	101

Índice de Tabelas

Tabela 1: Questões colocadas às crianças	46
Tabela 2: Percentagens de crianças que contaram as 12 e 24 unidades.....	50
Tabela 3: N° de estimativas correctas dos dois grupos etários nos problemas	52
Tabela 4: Tipos de justificação das crianças (N= 13) nas tarefas de estimativas do quociente	55
Tabela 5: Justificações das crianças (N=13) acerca das estimativas do	56
Tabela 6:Tipos de justificações das crianças (N=13) nas tarefas de estimativas do quociente	57
Tabela 7: Justificações das crianças (N=13) acerca das estimativas do quociente nos	57
Tabela 8:Percentagens de estimativas correctas e justificações válidas nos dois	58
Tabela 9:Percentagens de estimativas correctas e justificações válidas nos.....	59
Tabela 10: Percentagens do desempenho das crianças (N=30) nos.....	60
Tabela 11: Percentagens do desempenho das crianças (N=30)	60
Tabela 12: Procedimentos utilizados pelas crianças (N=30) nas tarefas envolvendo 12 unidades	65
Tabela 13: Procedimentos utilizados pelas crianças (N=30) nas tarefas envolvendo 24 unidades	65
Tabela 14: respostas das crianças de 4 anos acerca da Satisfação / Não satisfação	66
Tabela 15: respostas das crianças de 5 anos acerca da Satisfação/Não satisfação	67
Tabela 16: Justificações de um grupo de crianças (N=13) acerca da Satisfação /Não Satisfação dos recipientes com o valor do quociente no conjunto de 12 unidades	68
Tabela 17: Justificações de um grupo de crianças (N=13) acerca da Satisfação /Não Satisfação dos recipientes com o valor do quociente no conjunto de 24 unidades	69

Tabela 18: Verificação das tarefas das crianças (N=30) envolvendo 12 unidades	71
Tabela 19: Verificação das tarefas das crianças (N=30) envolvendo 24 unidades	72
Tabela 20: Comportamento do grupo de crianças de 4 anos (N=15) na verificação das tarefas de 12 e 24 unidades	73
Tabela 21: Comportamento do grupo de crianças de 5 anos na verificação das tarefas de de 12 e 24 unidades	74

Índice de Ilustrações

Ilustração 1: Cenário utilizado na colocação dos problemas	43
Ilustração 2: Fotos de Coelhos em Cartão: Branquinho; Castanhinho, Nuvem e Zebrinha	44
Ilustração 3: Fotos de Cenouras em cartão plastificado.....	44
Ilustração 4: Fotos de couves em cartão plastificado.....	45
Ilustração 5: Distribuição um a um dos itens pelos destinatários	63
Ilustração 6: Procedimento de contagem	63
Ilustração 7: Agrupamentos baseados na percepção.....	64
Ilustração 8: Agrupamento baseado em porções e contagem	64
Ilustração 9: o coelho "Branquinho"	101
Ilustração 10: o coelho " Nuvem"	101
Ilustração 11: O coelho "Castanhinho"	102
Ilustração 12: o coelho "Zebrinha"	102
Ilustração 13: 12 "cenouras" utilizadas nas tarefas	103
Ilustração 14: 24 "couves" utilizadas nas tarefas	103
Ilustração 15: cenário sobre o qual decorreram as tarefas	104

Índice de Gráficos

Gráfico 1: Distribuição das respostas correctas por idades.....	50
Gráfico 2: Distribuição das respostas correctas por idades.....	50
Gráfico 3: N° de estimativas correctas nos 2 grupos etários.....	51
Gráfico 4: N° de estimativas correctas em cada grupo etário.....	52
Gráfico 5: N° de estimativas correctas em cada grupo etário.....	52
Gráfico 6: Estimativas correctas nas tarefas envolvendo 12 unidades	53
Gráfico 7: Estimativas correctas nas tarefas envolvendo 24 unidades	53
Gráfico 8: Desempenhos correctos nas tarefas com 12 unidades	61
Gráfico 9: Desempenhos correctos nas tarefas com 24 unidades	61

Capítulo I

1. Introdução

Segundo Moreira e Oliveira (2003) as primeiras instituições destinadas a crianças até aos 6 anos surgiram no reinado de D. Pedro IV. Estas instituições estavam ligadas à “Sociedade das casas de Infância Desvalidas” e tinham como objectivo proteger e educar crianças pobres durante o tempo de trabalho dos pais. Em Portugal o primeiro Jardim de Infância foi inaugurado em 1882. Com a implantação da República, apesar de proclamarem a necessidade de “Escolas Infantis”, o facto é que tiveram pouco desenvolvimento, existindo poucas “escolas Infantis” em funcionamento.

Com a reforma Educativa de 1911, começa a desenhar-se a ideia que o “Ensino Infantil” seria importante para o desenvolvimento intelectual das crianças e também para futuras aprendizagens no Ensino Primário (Moreira & Oliveira (2003). Mais tarde, no Estado Novo, o Ministério da Educação demite-se da sua responsabilidade na Educação das crianças desta faixa etária, passando esta responsabilidade para a Secretaria de Estado da Assistência Social. Só em 1971 com a reforma de Veiga Simão é que a Educação Pré-Escolar é reintegrada no Ministério da Educação começando a fazer parte do sistema educativo.

Após o 25 de Abril, os governos começam finalmente a considerar a Educação como um factor importante na sua acção governativa, considerando a Educação Pré-Escolar como a 1ª etapa da Educação.

Em 1997 é criada a Rede de Educação Pré-escolar reconhecendo-se oficialmente a Educação Pré-escolar como a 1ª etapa da Educação Básica tendo em vista uma educação ao longo da vida e considerando-a complementar da educação em família, visando a formação e desenvolvimento da criança.

Assim, em 1978 são regulamentadas as condições para a criação de uma rede pública. Começa a desenhar-se uma rede de estabelecimentos de Educação Pré-Escolar pública, culminando em 1979 com a publicação dos “Estatutos dos Jardins de Infância da rede Pública”. Uns anos mais tarde, em 1986, é publicada a “Lei de Bases do Sistema Educativo” que integra as crianças a partir dos 3 até a escolaridade obrigatória, tendo, no entanto, um carácter facultativo. Esta lei é mais tarde reformulada com o despacho nº 2627/2010.

As Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (DEB, 1997) consideram a matemática como área do conhecimento a desenvolver, em articulação com os saberes das diferentes áreas de desenvolvimento, de uma forma globalizante e integrada. Neste cenário, o educador assume uma importância relevante no desenvolvimento das capacidades das crianças em todas as áreas do conhecimento. Procura-se que este tenha uma atitude de incentivo para que as crianças adotem uma atitude activa na construção do seu conhecimento.

Aquele documento, no domínio da matemática, diz-nos que cabe ao educador, partindo das situações do dia-a-dia, desenvolver o pensamento lógico-matemático e proporcionar às crianças oportunidades de sistematizarem noções matemáticas.

1.1. A Matemática na Educação Pré-escolar

A aprendizagem da matemática constitui um direito básico de todos os indivíduos e, em especial, das crianças e jovens. Esta ideia é generalizada por todos os autores que se interessam por esta área da ciência. A este respeito Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) argumentam que a aprendizagem da matemática é um direito básico de todas as pessoas e em especial de todas as crianças e jovens, permitindo-lhes responder às suas necessidades individuais e de cidadania. Para estes autores, a Educação matemática deve contribuir para que os alunos sejam independentes, competentes, críticos e capazes de relacionar alguns aspectos da sua vida com a matemática. Isto implica que todas as crianças e jovens devem desenvolver a auto-confiança necessária para utilizarem a matemática como instrumento para analisar, resolver problemas, raciocinar e comunicar, sendo indispensável o incentivo por parte do educador para que as crianças comuniquem matematicamente. A este respeito Moreira e Oliveira (2003), consideram que a Educação de Infância:

(...) tem um papel significativo e insubstituível, ao ajudarem os alunos a tornarem-se indivíduos competentes, críticos e confiantes nas participações sociais que se relacionam com a matemática. Neste sentido, a escola tem de criar ambientes educativos que permitam o desenvolvimento da capacidade de analisar e resolver situações problemáticas, bem como saber raciocinar e comunicar matematicamente". (p. 20)

Para Moreira e Oliveira (2003) comunicar matematicamente requer que as crianças verbalizem os seus raciocínios, utilizem novos termos e partilhem ideias em grupo. Assim, revela-se de primordial importância que o educador facilite e encoraje este tipo de actividades, colocando às crianças questões, incentivando-as a justificarem as suas respostas ou procedimentos e tornando-as agentes activos no seu processo de aprendizagem. Moreira e Oliveira (2003), consideram que os Jardins de Infância devem criar ambientes de aprendizagem que estimulem a criança a desenvolver problemas e a trabalhar procedimentos de abstracção que os conduzam a fazer generalizações.

Para estas investigadoras, trabalhar matemática com crianças pequenas é precisamente desenvolver hábitos de pensamento e apesar de não serem ainda capazes de fazerem deduções no sentido que a matemática o entende, elas são capazes de fazer conjecturas e defendê-las segundo o seu ponto de vista. São também de opinião que é importante que as crianças destas idades testem conjecturas utilizando exemplos, como reconhecer padrões e classificar. Este tipo de actividades requer que a criança utilize o raciocínio. Apela ainda, para a necessidade de promover a comunicação das ideias matemáticas, porque leva as crianças a tomar consciência do seu pensamento, a organizá-lo e a reflectirem sobre o seu conhecimento e raciocínios.

Smole (2003) identifica alguns conteúdos que no Jardim de Infância, devem ser trabalhados, no sentido de estimular a exploração de um amplo leque de ideias matemáticas essenciais. Dá exemplos tais como os relativos a números, medidas, geometria e ainda a estatística, mais concretamente, à construção e leitura de tabelas, gráficos de barras ou colunas, a recolha e organização de dados obtidos através de votações, ou outros, de modo a criar nas crianças a curiosidade e o interesse nesta área do conhecimento.

Esta autora diz ainda que, a abordagem da matemática no jardim-de-infância e no desenvolvimento das noções matemáticas, deve incidir sobre o mundo real, sobre as experiências significativas das crianças e, ainda, na utilização da sua linguagem natural. Também considera o papel do educador importante na abordagem à matemática quando adopta uma postura de incentivo para que as crianças ultrapassem algumas barreiras, fazendo com que a criança vá um pouco mais além do que parece saber e, ainda, quando tenta perceber como a criança pensa, de modo a ajudá-la a aumentar progressivamente as noções matemáticas. É necessário ainda para Smole (2003) que se respeite o tempo que cada criança

necessita para desenvolver os conceitos trabalhados, desenvolverem a capacidade de encadeamento lógico de raciocínio e, ainda, de comunicarem matematicamente.

No processo de desenvolvimento a criança vai sendo capaz de criar relações entre objectos, situações que vivenciou, resolvendo problemas, reflectindo sobre os processos que utilizou, sendo que o desenvolvimento destas capacidades lhes permitirá estabelecer relações mais complexas.

Mais recentemente, o Ministério da Educação (DGIDC; 2010) definiu *As Metas de Aprendizagem para* todos os graus de ensino. Segundo o Ministério da Educação, estas visam ordenar as metas de aprendizagem para cada ciclo, o seu desenvolvimento e progressão nos diferentes anos de escolaridade, em cada conteúdo, área disciplinar ou disciplina. Assim, estas *Metas de Aprendizagem para a Educação Pré-escolar (2010)*, relativamente à Área da matemática, dizem que é na Educação pré-escolar que as crianças começam a construir e a relacionar-se com a matemática e que este é um aspecto fundamental para aprendizagens futuras. Lembra, também, que a matemática está presente nas brincadeiras das crianças, sendo o educador o promotor da comunicação matemática. Este documento fala mais uma vez do papel do Educador como promotor de questões, incentivador à resolução de problemas, estímulo à persistência, promotor no acesso a livros e histórias com números e padrões, impulsionador de acções explorativas, organizador de jogos com regras e sobretudo que combine as experiências informais e formais, utilizando a linguagem matemática, sempre que seja possível.

Também Alsina, Aymerich e Barba (2003) reforçam a necessidade de os educadores ao planificarem os conteúdos matemáticos que desejam trabalhar, incluírem neste processo as crianças e pais. As crianças porque partem todos de uma característica própria, que é o desejo de aprender e de conhecer cada vez melhor o mundo que os rodeia. As crianças destas faixas etárias aprendem de forma personalizada, partindo deles próprios, sendo necessário proporcionar-lhes desafios adequados às suas capacidades e dar-lhes oportunidades para fazerem as suas descobertas mesmo que estas se façam através do erro. É também importante que os pais saibam o que os seus filhos fazem no jardim-de-infância, como e porquê. Deste modo, temos todos os intervenientes neste processo.

Relativamente à Matemática no Pré-escolar, Alsina, Aymerich e Barba (2003) dizem-nos que existe uma relação entre os conteúdos matemáticos e o modo como são trabalhados, salientando:

- As ideias matemáticas não surgem de repente, mas são construídas ao longo do tempo, e simultaneamente vão sendo criados um conjunto de relações;
- Todos os conteúdos matemáticos situam-se dentro de vários eixos: 1) conhecer os aspectos quantitativos da realidade; 2) conhecimento do espaço relativo a: posição, forma e ainda as mudanças de posição e forma; 3) descobrir relações e padrões;
- Todos os conhecimentos têm que ser significativos e em ambientes contextualizados;
- O desenvolvimento dos conteúdos têm de assumir uma forma concreta, com a utilização de materiais facilmente manipuláveis, de forma lúdica e gradualmente desenvolver a actividade mental, a abstracção e a generalização.

Para estes autores, a Matemática permite estruturar a mente, desenvolver a capacidade de raciocinar, resolver problemas, comunicar, representar, estabelecer modelos de relações. Permite também desenvolver habilidades de percepção, tais como, observar, escutar, perceber sensações e reconhecer vivências. Também ajuda as crianças a interessar-se pela investigação, ou seja, formular hipóteses e questões, descobrir alternativas, fazer estimativas, verificar e seleccionar possibilidades. A Matemática torna as crianças curiosas, fazendo com que olhem, perguntem, pensem e se expressem, fazendo-as sentir prazer em aprender, e por fim, a olhar o mundo com olhos matemáticos e artísticos.

Abrantes et al (1999) apelam para a necessidade de definir as competências que as crianças e jovens devem desenvolver ao longo do seu percurso educacional para que estes se tornem “matematicamente competentes”. Para tal consideram importante que as crianças:

- Adquiram o gosto pela exploração de situações problemáticas, que sejam capazes de procurar e descobrir regularidades, testar hipóteses, fazer generalizações, e ainda, que reflectam de maneira lógica;
- Sintam prazer em realizar actividades que envolvam o raciocínio matemático;
- Sejam capazes de debater ideias matemáticas e que percebam noções como hipóteses, teorema e demonstração;
- Sejam capazes de desenvolver estruturas que lhes permitam analisar e utilizar diferentes estratégias que os levem à resolução do problema;
- Tenham a capacidade de decisão perante um resultado;
- Sejam capazes de observar e descobrir numa estrutura abstracta elementos numéricos ou geométricos;

No Pré-escolar, as crianças começam a ter as primeiras oportunidades de desenvolvimento destas capacidades tão importantes a qualquer cidadão com literacia matemática. Sendo este um ponto de arranque formal das aprendizagens, importa estabelecer propósitos claros para as tarefas a desenvolver no pré-escolar.

As Metas de Aprendizagem (DGIDC, 2010) para o Pré-escolar, na Área da Matemática, pretendem que as crianças quando entram para o 1º Ciclo possuam já um conjunto de conhecimentos matemáticos relevantes. Estes constituem os desempenhos esperados no final da educação pré-escolar, a serem considerados não só pelos educadores, mas também pelos professores do 1º Ciclo. Assim, as experiências de aprendizagem matemática proporcionadas às crianças do Pré-escolar assumem uma dimensão relevante para a formação matemática de um indivíduo nos anos subsequentes.

1.2. Conhecimento informal relevante para a Matemática

A literatura documenta que as crianças quando chegam ao Jardim de Infância trazem já um conjunto de experiências e conhecimentos informais que devemos ter em conta. Nunes (1992) refere que as actividades de matemática podem ser consideradas como um entrelaçar das práticas não académicas das actividades diárias, e a matematização dos objectos e situações, significam extrair informações dos objectos ou situações, na base da representação. Esta autora diz-nos ainda que, nas crianças do ensino básico, os conceitos de contagem, medida, a resolução de problemas e cálculo, a criação de modelos e inversão, são conceitos centrais nos tipos de actividade matemática. Nunes (1992) salienta que alguns destes conceitos podem ser adquiridos fora da escola, e estes conhecimentos devem ser considerados na educação matemática sendo necessário ajudar as crianças a transformarem conceitos que já utilizam, em meta conceitos que poderão utilizar para fazerem generalizações. Crêem que, deste modo, as crianças “aprendam a aprender” a matemática, aprendam a gostar e a descobrir esta área da ciência.

Nunes e Bryant (1997) chamam a nossa atenção para o facto da compreensão dos conceitos matemáticos se iniciarem em idades precoces. Estes autores dizem mesmo que o professor do ensino básico pode verificar que as crianças têm alguma compreensão de alguns conceitos antes que estes sejam ensinados formalmente. Esta compreensão é autêntica, porque cada criança entende algo sobre as relações envolvidas no conceito e podem aplicar esta compreensão logicamente.

Os autores salientam que as crianças pequenas possuem conhecimentos informais que todos os professores e educadores devem ter em consideração, e é com base neste conhecimento informal que deve ser dado às crianças a possibilidade de aprenderem mais sobre os conceitos matemáticos. Estes autores consideram muito importante que os professores e educadores tenham em conta o conhecimento informal que as crianças já possuem, para desenvolverem os conceitos matemáticos.

O novo Programa de Matemática para a Educação Básica (DGIDC, 2007) apresenta algumas novidades no que respeita ao desenvolvimento do sentido do número da criança. Aquele documento dá realce a uma abordagem aos números racionais sob a forma de representação fraccionária mais prolongada no tempo e mais estruturada. Nesse sentido, o documento refere a importância de uma abordagem intuitiva de situações de partilha equitativa e de divisão de unidades em partes iguais, para a aprendizagem do conceito de fracção. Também o (NCTM, 2007), menciona que todos os alunos do pré-escolar ao 2º Ano deverão “[...] *compreender as situações que impliquem a multiplicação e a divisão, tais como o agrupamento idêntico de objectos e partilha*” (p. 90). Mas que domínio de divisão de quantidades possuem as crianças do Pré-escolar em Portugal?

1.3. Justificação do estudo

A escolha do tema para a presente dissertação teve inicialmente, um carácter pessoal, resultado de uma análise e reflexão da minha já longa prática pedagógica. Tendo compreendido que era uma área que necessitava de conhecer melhor, de aprofundar os meus conhecimentos, de conhecer estudos realizados nesta área, e sobretudo, procurar perceber se na educação pré-escolar este tipo de resolução de problemas é importante para o desenvolvimento lógico-matemático, e particularmente, saber como os desenvolver.

Tendo como base a minha prática pedagógica, sabendo e entendendo que existem outros conteúdos na Área da Matemática de indispensável desenvolvimento nestas faixas etárias (conceito de número, padrões), quis conhecer através da literatura existente, como as crianças destas faixas etárias se comportam nas tarefas de divisão de quantidades discretas e contínuas. Também porque tenho consciência que na minha actividade profissional, desperdicei muitas ocasiões propícias para resolver este tipo de problemas, simplesmente porque não estava devidamente informada, e não possuía os conhecimentos necessários para os desenvolver.

Atendendo a que o Educador deve construir o currículo escutando os saberes dos alunos e as solicitações dos outros níveis de ensino, é nosso propósito estudar e reflectir sobre o conceito de divisão nas crianças do pré-escolar. Também o novo Programa de Matemática (DGIDC, 2007) dá pela primeira vez realce ao estudo das fracções referindo a importância de uma abordagem intuitiva de situações de partilha equitativa e de divisão de unidades em partes iguais para a aprendizagem do conceito de fracção.

A literatura tem mostrado que as crianças do pré-escolar são já capazes de efectuar algumas divisões de quantidades discretas com sucesso (Frydman e Bryant, 1998, Pepper & Hunting 1998, Kornilaki & Nunes 2005, Squire & Bryant 2002), sugerindo que estas possuem algum tipo de conhecimento informal sobre a divisão de quantidades, compreendendo a relação inversa entre divisor e quociente quando o dividendo se mantém constante. De acordo com Mamede, Nunes e Bryant (2010) a compreensão destas relações assume-se como essencial para compreender o conceito de fracção.

Correa, Bryant e Nunes (1998) concluíram que a capacidade das crianças para fazerem partilhas precede e conduz à aptidão para fazerem comparações acerca da relação inversa entre divisor e quociente. Os autores acreditam que a resolução de tarefas de partilha poderá ajudar as crianças a entenderem as relações entre quociente, divisor e dividendo. A compreensão destas relações assume-se como essencial para compreender o conceito de fracção (Mamede, 2008; Nunes & Bryant, 2010).

Também Kornilaki e Nunes (2005) argumentam que o conhecimento das crianças acerca dos princípios de partilha permite-lhes perceber as relações lógicas envolvidas na divisão, isto é, as relações estabelecidas entre dividendo, divisor e quociente. As autoras defendem ainda, que para as crianças é mais fácil pensarem na relação inversa na situação de divisão partitiva do que na situação de divisão por quotas. Para estas investigadoras, se neste tipo de quantidades as crianças são capazes de entenderem a relação inversa entre divisor e quociente, elas podem transferir estes conhecimentos para as quantidades contínuas numa idade em que apresentam ainda muitas dificuldades na divisão deste tipo de quantidades.

Dado que a literatura documenta que as crianças destas faixas idades têm maior facilidade na resolução de problemas que envolvam quantidades discretas, esta investigação incidirá sobre a divisão de quantidades discretas. Neste cenário dois tipos de problemas podem ser analisados: os de divisão partitiva e os de divisão por quotas. Na divisão partitiva é dado às crianças um determinado número de objectos para dividirem por um determinado

número de recipientes, tendo as crianças que encontrar o valor da parte que cada um recebeu (valor do quociente). Exemplo de um problema de divisão partitiva poderá ser a divisão de um determinado número de rebuçados, por um determinado número de bonecos. As crianças encontrarão o resultado da divisão (quociente), ou seja, o número de rebuçados que cada boneco obteve. Neste tipo de problemas, o dividendo corresponde ao todo, o divisor ao número de partes em que o todo é dividido e o quociente reporta-se ao tamanho das partes obtidas. Na divisão por quotas, esta consiste na divisão de uma quantidade inicial em quotas, em que o dividendo é o todo, o quociente o número de partes em que o todo é dividido, e o divisor, o tamanho das partes (quotas). Num problema de divisão de quantidades por quotas podemos ter um problema do tipo: a boneca azul tem 12 rebuçados e quer dar 4 rebuçados a cada amigo. Quantos amigos pode ter a boneca azul?

Este trabalho abordará apenas a divisão partitiva. Assim, e por uma questão de simplificação, no estudo empírico aqui apresentado, sempre que se refere a divisão, entenda-se divisão partitiva.

1.4. Problema do estudo

Esta dissertação procura perceber como entendem, as crianças portuguesas de 4 e 5 anos, as relações lógicas da divisão partitiva quando o dividendo é uma quantidade discreta. Para tal, tenta-se dar resposta a duas grandes questões:

Como compreendem as crianças pequenas, a relação inversa entre divisor e quociente quando o dividendo se mantém constante?

Como entendem as crianças, a divisão de quantidades discretas em partes iguais?

1.5. Organização da dissertação

Procurando dar ao leitor uma visão alargada e completa sobre o tema em estudo, organizou-se a escrita desta dissertação em 6 capítulos.

O Capítulo I versa a introdução ao tema constante na dissertação, iniciando com uma análise da evolução da Educação Pré-escolar em Portugal. Incidirá sobretudo no que se pretende desenvolver nestas faixas etárias, nomeadamente na Educação matemática, no papel que o Educador deve adoptar e ainda as várias recomendações que têm vindo a ser feitas em documentos oficiais.

O Capítulo II é dedicado à Revisão da Literatura sobre o estado da arte que permitiu conhecer investigação produzida neste âmbito. Aqui apresentam-se três grandes secções, uma sobre os estudos centrados na divisão de quantidades discretas, outra centrada em estudos de investigação sobre a divisão de quantidades discretas e contínuas e, ainda, uma sobre os conteúdos desenvolvidos na Área da Matemática, nos Jardins de Infância portugueses.

O Capítulo III é dedicado à metodologia utilizada na investigação realizada. Nele justificam-se opções metodológicas efectuadas, caracterizam-se os participantes do estudo, identifica-se o design adoptado, as tarefas e materiais utilizados e, ainda, os processos para a recolha e análise de dados.

O Capítulo IV apresenta os resultados obtidos nas tarefas realizadas pelas crianças de modo a responder às questões do estudo, procura-se analisar os seus desempenhos, as suas estratégias e os seus argumentos. Este capítulo termina fazendo um enquadramento dos resultados deste estudo na literatura sobre a mesma temática.

No Capítulo V constam as conclusões do estudo, onde são realçados os aspectos considerados importantes para o desenvolvimento do conceito de divisão nas crianças do Pré-escolar.

Capítulo II

2. Revisão da Bibliografia

A literatura documenta estudos sobre o conceito de divisão de quantidades (discretas e contínuas) em crianças pequenas. Parece no entanto, haver diferenças significativas nas competências das crianças na resolução de tarefas que envolvem estes dois tipos de quantidades. É nosso propósito fazer um levantamento dos estudos realizados, conhecer os estudos sobre a divisão de quantidades discretas, e ainda, os que envolvem os dois tipos de quantidades.

2.1. Sobre a divisão de quantidades discretas

Vários autores têm estudado os aspectos de divisão de quantidades discretas, nas crianças do Pré-escolar. Desforges e Desforges (1980) procuraram conhecer as estratégias que as crianças (N=30) com idades compreendidas entre 3,5 anos e os 6,5 anos utilizavam na divisão de quantidades discretas, e perceberem se havia uma relação entre as estratégias utilizadas e o tamanho dos conjuntos. As crianças foram distribuídas em três grupos: crianças dos 3,5 anos aos 4,5 anos; dos 4,5 anos aos 5,5 anos; e o terceiro grupo dos 5,5 anos aos 6,5 anos. A análise conduzida incidiu em três pontos: 1) estratégias que as crianças utilizam na divisão de quantidades discretas; 2) relação do tamanho dos conjuntos com a utilização dessas estratégias; e ainda 3) relação do estado de reconhecimento da conservação e a forma como as crianças tratam os restos. Nas tarefas de quantidades discretas apresentadas às crianças, foram criados 8 conjunto com 5, 6, 9, 10, 11, 15, 20 e 30 gomas e três divisores: 2, 3 e 5. Para tal, propuseram às crianças a resolução da tarefa com gomas que podiam manusear e que eram divididas por 5 bonecos iguais, mas de cores diferentes. Os autores encontraram três estratégias diferentes na partilha dos materiais: 1) as crianças distribuíam as gomas uma a uma pelos bonecos, até estas se esgotarem; 2) divisão do todo em porções iguais, em que as crianças dividiram o conjunto (o todo) em porções iguais e distribuíram uma porção por cada boneco; e 3) divisão do conjunto em pequenos grupos de 2 ou 3. As estratégias utilizadas tinham ainda duas variantes: na primeira não houve, por parte das crianças, qualquer tentativa de verificação (ou contagem do número de gomas obtido por cada boneco) após a partilha. Na segunda, envolvendo as mesmas tarefas, todo o processo de distribuição foi acompanhado por

verificação e contagem do número de gomas que davam a cada boneco. O grupo dos mais velhos utilizou estratégias de controlo, associadas a verificações numéricas.

Também Frydman e Bryant (1988) realizaram três estudos envolvendo quantidades discretas. No primeiro estudo, quiseram saber como as crianças fazem as partilhas e se, ao realizá-las, fazem inferências acerca do número. O estudo envolveu um grupo de crianças (N= 24) de uma escola de Oxford com idades compreendidas entre os 3 anos e 11 meses e 5 anos.

A primeira experiência foi efectuada em duas partes, sendo que a primeira consistiu na divisão equitativa de 12 e 24 blocos por 2, 3 e 4 bonecos. A segunda parte da tarefa teve o intuito de verificar se as crianças, quando realizam partilhas, apuram a equivalência numérica entre os dois conjuntos. Nesta sessão foi dada a cada criança uma tarefa adicional e foram questionados acerca do número de itens de cada conjunto. Os investigadores quiseram saber se elas percebiam que o número elementos de cada conjunto era equivalente. O método utilizado foi semelhante à experiência anterior. O material utilizado foi um conjunto de 15 blocos e outro de 18 blocos. Foi pedido às crianças que dividissem cada conjunto por 3 bonecos e foi-lhes perguntado quantos blocos tinha cada conjunto (sem efectuarem a contagem). Frydman e Bryant (1988) verificaram que a maior parte das crianças realizou adequadamente todas as tarefas e que o número de divisores não teve qualquer impacto no desempenho das crianças. A maioria das crianças que efectuou a tarefa correctamente utilizou o procedimento de distribuição um a um. Quando lhes foi perguntado quantos doces deram à segunda boneca, todas as crianças começaram a contar os doces e nenhuma disse que não era necessário efectuar a contagem. Quando os blocos foram escondidos para evitar a contagem, apenas 10 das 24 crianças, responderam acertadamente à pergunta.

Para os autores, este resultado sugere que a maioria das crianças de 4 anos não reconhece a relação entre a equivalência numérica e a equivalência de quantidades, sendo que o tamanho dos conjuntos não teve qualquer influência nos resultados.

Com a segunda experiência os investigadores quiseram saber se as crianças pequenas conseguiam diferenciar uma tarefa em que tinham de fazer a divisão de unidades iguais por todos os destinatários e as tarefas em que tinham de dividir diferentes unidades por diferentes destinatários. A amostra (N= 40) integrou dois grupos de 20 crianças de Oxford. Um grupo com idades compreendidas entre 3 anos e 11 meses e 5 anos e 1 mês e o outro com idades entre os 5 anos e os 6 anos e 1 mês. Os investigadores realizaram ainda mais cinco tarefas. As primeiras três tarefas consistiam em tarefas de controlo, em que as crianças tinham de dividir

unidades em partes iguais. Nas duas tarefas seguintes, as crianças tinham de dividir unidades de diferentes tamanhos por diferentes destinatários. Nas tarefas de controlo, o material utilizado na tarefa 1, consistiu em blocos simples, na tarefa 2, blocos duplos e na tarefa 3, blocos triplos. Nas tarefas experimentais (tarefa 4 e tarefa 5) foram utilizados um conjunto de 14 blocos simples e um conjunto de 8 blocos duplos na tarefa 4 e na tarefa 5 foram utilizados um conjunto de 14 blocos simples e outro de blocos triplos. O total de blocos utilizados nas três primeiras tarefas foi de 30 blocos, e 32, nas duas últimas tarefas. Foram também utilizados 2 bonecos para cada tarefa.

Frydman e Bryant (1988) encontraram quatro estratégias diferentes nas tarefas experimentais. A primeira consistiu na distribuição de um conjunto por um destinatário e o restante pelo outro destinatário, sem verificação do montante distribuído a cada um. A segunda estratégia consistiu na distribuição de uma porção a uma boneca e outra porção à outra, efectuando simultaneamente, a contagem. A terceira estratégia consistiu na distribuição um a um, considerando que os dois conjuntos seriam iguais. Foram dados a cada boneco uma determinada quantidade, não tendo as crianças revelado atenção ao facto de os blocos serem simples, duplos ou triplos. A quarta estratégia envolveu um número base, a correspondência um a um, em que a uma boneca era dado o dobro ou triplo, e a outra eram dadas 2 ou 3 porções.

Na 3ª experiência, Frydman e Bryant (1988) quiseram verificar se numa tarefa de partilha de diferentes quantidades, a utilização da correspondência um a um poderia ajudar as crianças de 4 anos a realizar este tipo de tarefas. O estudo foi realizado num grupo de crianças (N=28), de Oxford, com idades compreendidas entre 3 anos e 11 meses e 5 anos e 1 mês. As crianças foram divididas em grupos experimentais e de controlo. Foram utilizados blocos azuis, blocos amarelos e também bonecos. Na tarefa experimental foi pedido à criança para dividir 14 blocos por 2 bonecos. O procedimento utilizado foi o mesmo da experiência 2.

Os resultados da 1ª experiência mostraram a Frydman e Bryant (1988) que as crianças podem efectivamente fazer a divisão com base na correspondência um a um, mas muitas crianças podem ter pouco conhecimento do significado numérico da partilha.

Na experiência 2, Frydman e Bryant (1988) constataram que o grupo de crianças de 4 anos utilizou a estratégia de distribuição espontânea, sem contagem, sendo que o foco principal para estas crianças era a acção de distribuir e o número de destinatários. Por outro lado, o grupo de 5 anos realizou favoravelmente a tarefa, utilizando a correspondência um a

um, não se registando alguma criança a utilizar a estratégia de distribuição de um conjunto por um destinatário e o restante pelo outro destinatário, sem verificação do montante distribuído a cada um. Os autores, também não encontraram a estratégia de distribuição de uma porção a uma boneca e outra porção a outra, e realizando simultaneamente a contagem.

Na experiência 3, os resultados do pré-teste confirmaram os resultados da experiência 2. A maioria das crianças utilizou a estratégia de distribuição um a um. O grupo experimental realizou mais favoravelmente a distribuição nas tarefas com cores, tendo algumas crianças que falharam o pré-teste realizado a tarefa adequadamente. Os resultados desta experiência levaram os autores a concluir que as crianças pequenas podem dividir eficientemente quantidades discretas com auxílio de material, utilizando a correspondência um a um, apesar da maioria não entender a equivalência do valor cardinal do conjunto partido. Segundo os autores, o sucesso das crianças nestas tarefas sugere a compreensão do significado da correspondência um a um em idades precoces.

Outro estudo realizado por Cowan e Biddle (1989) teve como objectivo comparar os julgamentos das crianças em partilhas várias condições: partilhas visíveis e não visíveis, equitativas e não equitativas, números pequenos e grandes, de objectos homogéneos e heterogéneos. O estudo envolveu um grupo de crianças (N=24) com idades compreendidas entre os 3 anos e 6 meses e os 4 anos e 4 meses. O material para as tarefas heterogéneas consistiu num conjunto de 17 pequenos animais de plástico (2 pares de elefantes, leões, ursos polares, girafas, pandas, gorilas, camelos, tigres e hipopótamos), e 2 caixas de cartão (para que os animais não se tornassem visíveis). Para as tarefas envolvendo objectos homogéneos o material consistiu num conjunto de 17 fichas vermelhas, 2 caixas de jóias e 2 bonecos.

Nas experiências em que as partilhas eram visíveis, foi colocado um conjunto de animais numa pilha em frente dos bonecos e o investigador pediu que os animais fossem divididos pelos bonecos de modo justo. Nas experiências não visíveis, o investigador disse às crianças que ia distribuir os animais pelos bonecos, mas que desta vez ia colocá-los dentro das caixas e queria saber se a partilha tinha sido justa. Nas experiências de números pequenos, o total de objectos para serem distribuídos foram 6 e 7, e nas experiências de números grandes foram 16 e 17.

Cowan e Biddle (1989) começaram por analisar os julgamentos das crianças em dois pontos: em primeiro lugar, se a resposta fosse correcta, as crianças realizavam um maior número de partilhas. Em segundo lugar, fizeram uma análise tendo em conta o correcto

juízo acerca dos conjuntos serem ou não iguais. Nas duas análises não encontraram qualquer efeito no tipo de objectos. Contrariamente a este facto, identificaram diferenças nos desempenhos das crianças, relativamente ao tamanho dos conjuntos e visibilidade dos objectos. As crianças tiveram melhor desempenho nas tarefas com números pequenos e quando os objectos estavam visíveis. Nas tarefas com números grandes, registou-se melhor desempenho quando os objectos consistiam em conjuntos de animais, tendo as crianças apresentado pior desempenho nas tarefas com fichas. Nas tarefas de partilhas não visíveis, houve também um melhor desempenho com animais do que com fichas. Os autores verificaram ainda que as crianças realizaram melhor as experiências com números iguais do que com números diferentes. Também não encontraram diferenças nas tarefas que envolveram números pequenos, mas nas tarefas com números grandes, as crianças realizaram melhor as que envolviam números diferentes. O estudo de Cowan e Biddle (1989) fornece também evidências de que as crianças pequenas conseguem dividir de forma eficientes quantidades pequenas.

Também Davis e Hunting (1990) analisaram a partição de quantidades discretas das crianças do Pré-escolar. O objectivo deste estudo foi saber se numa situação menos estruturada, em situação de intervenção clínica, as crianças utilizariam a contagem ou simplesmente a partilha sistemática de objectos discretos. O estudo envolveu crianças do pré-escolar (N=46), dum bairro operário de classe média baixa em Melbourne. As crianças foram divididas em grupos de 2 e 3 e o material utilizado nas tarefas, constou de animais de madeira e 12 gomas. A escolha do número 12 teve como intuito a sua divisão por 2 e 3. As crianças tiveram a oportunidade de contar o número de animais e o problema apresentado pelos investigadores, consistiu na distribuição das gomas por dois ou três animais de madeira.

Davis e Hunting (1990) constataram no decurso da tarefa, uma total ausência de negociação de repartição das gomas. As crianças tiravam as gomas de uma só vez, geralmente apropriando-se da sua quota e criando alguma insatisfação por parte de algumas crianças, o que resultou num processo de discussão e, frequentemente, numa contagem. Observaram, também, em todos os grupos, uma total ausência de distribuição e pouca contagem na apropriação das partes. Neste estudo, os investigadores levantam várias questões relativas aos procedimentos observados nestes grupos de crianças: 1) porque razão as crianças numa situação não estruturada não reconhecem que a distribuição as ajuda na resolução da tarefa? 2) Porque razão as crianças não procuram no seu próprio interesse, resultados justos? 3) Será

que estas crianças não possuem a habilidade para distribuir ou pensam que não necessitam de a utilizar? Para estas perguntas, Davis e Hunting (1990) encontraram as seguintes explicações: a primeira, é que as crianças não reconhecem que a distribuição ou contagem as ajuda na resolução da tarefa, apesar de verificarem que as crianças, individualmente, tinham competências para distribuir e contar adequadamente 12 objectos discretos, e realizarem partilhas equitativas por 2 e 3 bonecos. A segunda explicação é que as crianças não sentiram necessidade de fazer partilhas equitativas.

Outros autores, Davis e Pitkethly (1990), investigaram os aspectos cognitivos de partilha. O estudo pretendeu conhecer os recursos lógicos e processuais que as crianças do pré-escolar utilizam nas actividades de partilha. Procuraram perceber se as crianças de 8 anos, vendo as actividades de partilha das crianças do Pré-escolar, expressariam a ideia de que um procedimento sem contagem seria suficiente para estabelecer a igualdade das partes. O estudo envolveu 3 crianças de 5 anos. Inicialmente foi pedido às crianças de 5 anos para fazerem a partilha de 12 biscoitos equitativamente pelos 2 bonecos. Em seguida, foi-lhes pedido para que fizessem a divisão por 3 bonecos. As estratégias utilizadas pelas crianças foram variadas. Davis e Pitkethly (1990) verificaram que só uma criança apresentou um procedimento consciente de partilha equitativa; outra criança aparentemente chegou a esta conclusão após a intervenção do entrevistador; e a terceira declarou o método adequado para uma partilha justa, sendo que quando lhe foi perguntado se a partilha era justa não se verificou consistência na resposta. Perante os resultados, os autores concluíram que, com duas excepções, as crianças não sentiram necessidade de contagem dos itens quando esgotados, tendo-se verificado este procedimento numa criança apenas.

Após a visualização da gravação das tarefas efectuadas pelas crianças de 5 anos, por um grupo de crianças de 8 anos, que foram colocadas em grupo de modo a fomentar o comentário entre elas, os investigadores concluíram: uma grande percentagem das crianças de 8 anos, tem a convicção de que a distribuição é uma parte fundamental do processo e que a contagem é absolutamente necessária no processo de partilha e essencial para saber se existiu uma partilha equitativa. Os Autores, após a observação das tarefas realizadas pelas crianças, consideraram a existência de três características nas estratégias de distribuição: 1) a distribuição sem contagem é uma estratégia de partilha generalizada e que as crianças pequenas não têm a percepção de ser um procedimento inadequado; 2) a contagem é uma forte estratégia para obter partilhas equitativas; 3) a verificação dos procedimentos, em

particular da distribuição, de modo a obterem uma partilha equitativa. Davis e Pitkethly (1990) acreditam que, em situações de intervenção estruturada, a distribuição é o método comum de partilha neste grupo etário. Em estudos preliminares, sobre o desempenho espontâneo da partilha nas crianças pequenas, existem evidências de ausência de distribuição numa partilha quando não está um adulto presente para colocar questões às crianças.

Também Pepper e Hunting (1998) realizaram um estudo para saber como a contagem e a distribuição se relacionam entre si, e examinar as estratégias que as crianças do pré-escolar utilizam para subdividirem itens. A investigação envolveu crianças do Pré-escolar (N= 25), entre os 4 anos e 10 meses e 6 anos e 2 meses em 2 intervenções e em diferentes ocasiões. A primeira intervenção consistiu em tarefas de contagem e a segunda em tarefas de partilha. As tarefas de contagem serviram para investigar o nível de desenvolvimento das crianças e classificá-las em três grupos: 1- maus contadores; 2 - contadores em desenvolvimento; 3 - bons contadores. O material utilizado nas sete tarefas de contagem consistiu numa quinta como cenário, figuras de animais e pessoas, e estruturas que representavam as casas e alojamentos dos animais construídos com material Lego. Para as tarefas de contagem, os autores colocaram 7 problemas, sendo que todos se centravam nas competências de contagem.

No problema 1 foram mostrados às crianças, dois conjuntos de ovelhas (um com 4 ovelhas e outro com 5) e foi-lhes perguntado o número de ovelhas de cada grupo e o número total. O problema 2 consistia em 2 grupos de patos numa lagoa (5 vermelhos e 4 amarelos). Foi perguntado novamente às crianças quantos patos existiam em cada grupo e o número total. O problema 3 consistia em 8 vacas numa vacaria, 6 das quais visíveis e 2 no seu interior. As crianças viram as vacas dentro da caserna, que foram daí retiradas e depois recolocadas. Foi-lhes perguntado o número total de vacas existentes, não sendo mencionadas pelo investigador o número de vacas fora da caserna. O problema 4 consistia em 9 coelhos, 3 escondidos numa cabana e 6 visíveis. Foi pedido às crianças para dizerem o número total de coelhos, incluindo os 3 escondidos. O problema 5 consistiu em 7 porcos escondidos dentro de uma pocilga e 4 fora. Foi-lhes pedido que dissessem o número de porcos escondidos e o número total existente na quinta. O problema 6 consistiu em 4 gansos colocados dentro numa cabana e 8 gansos fora. Foi dito às crianças que havia 8 gansos dentro da cabana e que eram no total 12 gansos. Foi-lhes pedido que encontrassem o número de gansos escondidos. No problema 7, os investigadores mostraram às crianças 2 casas e foi-lhes dito que estavam 5 pessoas numa e 6 noutra. Perguntaram às crianças o número total de pessoas nas duas casas.

Estes autores verificaram os seguintes desempenhos das crianças nos problemas de contagem de objectos: 16% foram considerados bons contadores, 24% estavam a desenvolver a sua capacidade de contagem e 60% das crianças foram considerados fracos a contar.

Os investigadores conduziram ainda entrevistas com tarefas verbais, para compreenderem a capacidade das crianças na contagem sequencial de 1 até 20. Foram também introduzidas entrevistas, com tarefas para as crianças identificarem, rapidamente e sem contagem, o número de itens num pequeno grupo. Na primeira parte desta tarefa foi pedido às crianças para organizarem num placard, uma fila de cartas com pintas, semelhante a um dos quatro arranjos existentes no quadro. Para a primeira parte da tarefa os pontos nas cartas estavam na mesma configuração que nas cartas do placard. Para a segunda, as crianças tinham que rapidamente mostrar as cartas com 2, 3, 4 ou 5 pontos. Neste caso, o número de pontos era o mesmo mas a configuração era diferente. Foi pedido novamente às crianças para identificarem o dispositivo com o mesmo número de pintas que viram no cartão. Nestas tarefas, 92% das crianças deram respostas correctas. Na segunda tarefa o número de respostas decresceu substancialmente, especialmente no reconhecimento do cartão com 4 e 5 pontos (8% e 44% respectivamente).

Ainda neste estudo, e para as tarefas de partilha, Pepper e Hunting (1998) realizaram 3 tarefas, sendo que na tarefa 1, foi pedido às crianças que dividissem 12 bolachas por dois bonecos. Após a distribuição foi-lhes pedido que determinassem se os bonecos teriam recebido partes iguais. Nesta tarefa a distribuição sistemática foi o procedimento predominante, apesar de algumas crianças utilizaram a contagem para verificação dos resultados. Na segunda tarefa, os autores introduziram mais um boneco. Foram dados às crianças 21 bolachas e foi-lhes pedido para as dividirem uniformemente pelos 3 bonecos. Foi-lhes também pedido para justificarem as partilhas. Os bonecos estavam dispostos numa linha em frente às crianças, estando o terceiro boneco à direita da criança. Aqui, os autores encontraram como procedimento predominante durante o ciclo “muitos” para cada boneco. Este procedimento, segundo os autores, seria explicado pelo grande número de bolachas a distribuir e esta seria uma forma de concluir a distribuição mais rapidamente.

Na tarefa 3, cada boneca tinha uma caixa, onde as crianças colocavam as moedas de cada uma. Pediram às crianças para distribuírem as moedas pelas caixas de cada boneca de modo a que cada uma tivesse a mesma quantidade de dinheiro. No final da distribuição perguntaram-lhes se cada boneco tinha uma partilha justa e porquê. Esta tarefa foi

considerada a mais difícil e consistiu na distribuição de 15 moedas por 3 caixas de dinheiro. A estratégia comum utilizada pelas crianças para a resolução do problema foi um procedimento sistemático de distribuição, em que cada distribuição começava na mesma caixa. As crianças que não obtiveram resultados positivos nesta tarefa demonstraram, no entanto, algumas evidências na distribuição sistemática. Neste estudo, Pepper e Hunting (1998) concluíram que não existia qualquer relação entre a competência de partilha e contagem.

Também Correa, Nunes e Bryant (1998) estudaram o desempenho de crianças de (N=61) de Oxford, sendo 20 crianças de 5 anos, 20 de 6 anos e 21 de 7 anos. Para tal, analisaram o desenvolvimento do conceito de divisão em crianças pequenas. Na primeira experiência quiseram saber se numa tarefa de divisão partitiva, as crianças quando são questionadas acerca do tamanho dos dois conjuntos, entendem a relação inversa divisor/quociente. Na segunda experiência e em tarefas de divisão por quotas quiseram saber se as crianças entendem esta mesma relação quando são questionadas acerca do número de conjuntos formados. O material utilizado consistiu em 8 brinquedos (4 coelhos rosa e 4 coelhos azuis), cada um com uma pequena caixa colocada nas costas com 24 blocos (“gomas”) vermelhos e 24 blocos azuis.

Na tarefa de controlo, os investigadores pediram que dividissem 8 blocos por 4 coelhos e foi perguntado às crianças quantas gomas deram ao 1º coelho e quantas gomas receberam os outros. Como as gomas estavam em caixas colocadas nas costas dos coelhos, as crianças tinham que deduzir o respectivo número.

Nas duas tarefas experimentais, as crianças tinham dois grupos de coelhos (1 azul e outro rosa). O experimentador dividiu as quantidades de gomas vermelhas e azuis (12 e 24 respectivamente) entre dois grupos de coelhos, colocando as gomas nas respectivas caixas. O investigador colocou um coelho azul e um rosa e perguntou às crianças se eles teriam a mesma quantidade de gomas, ou se um teria mais que o outro. As crianças tinham de justificar as suas respostas.

Cada sessão experimental envolveu seis experiências sendo que 3 eram de condição de mesmo divisor e 3 de divisor diferente. Na condição de mesmo divisor, o grupo de coelhos azuis e rosa tinha o mesmo número de elementos. Na condição diferente divisor, o número de coelhos de cada grupo era diferente e o número de coelhos também variou entre 2 e 4. Na 1ª sessão experimental, para metade das crianças de cada grupo etário, o dividendo era 12 e na 2ª

sessão 24. A outra metade das crianças tinha 24 como dividendo na sua 1ª sessão experimental e 12 na 2ª sessão.

Correa, Nunes e Bryant (1998) concluíram neste estudo, que as crianças de todas as idades, sentiam mais dificuldades nas tarefas na condição de diferente divisor do que nas tarefas de mesmo divisor, apesar das mais velhas revelarem melhor desempenho que as mais novas. Por outro lado, encontraram percentagens inesperadas de sucesso nas tarefas que envolviam a compreensão da relação inversa entre o tamanho do divisor e o tamanho do quociente (30% para as crianças de 5 anos, 55% para as crianças de 6 anos e 85% para o grupo de 7 anos). Relativamente aos erros, não encontraram diferenças significativas nas crianças de 5 e 6 anos, e a percentagem de crianças de 7 anos que cometeram erros foi menor.

Os autores dividiram as justificações das respostas em 6 categorias. Nas tarefas de divisão partitiva, algumas justificações não envolviam qualquer referência matemática, outras focaram alguns factos matemáticos mas incorrectamente, outras porém, reflectiram de modo positivo as relações entre o divisor e quociente. Os investigadores apuraram que a maioria das crianças de 5 anos davam justificações que não envolviam factos matemáticos importantes para a resolução das tarefas, ou davam justificações qualitativas, tais como, não justificarem ou dizerem por exemplo: “porque têm a mesma quantidade” ou “é justo, porque eles ganharam”. No grupo de 6 anos verificaram um progresso na compreensão numérica da partilha ao entenderem a relação inversa entre divisor e quociente. Neste grupo etário encontraram menos frequência nas justificações que não envolviam informações matemáticas relevantes e um aumento de frequência nas justificações mais elaborada. A maioria das crianças de 7 anos revelou nas justificações das suas tarefas um raciocínio lógico – matemático, dando a entender a relação inversa entre divisor e quociente.

Correa, Nunes e Bryant (1998) concluíram que a aptidão das crianças para fazer partilhas equitativas precede e conduz à aptidão para fazer comparações entre a relação inversa entre divisor e quociente. Os autores acreditam que a resolução de tarefas de partilha equitativa poderá ajudar as crianças a entenderem as relações entre quociente, divisor e dividendo.

Estes investigadores realizaram ainda um segundo estudo que envolveu crianças dos 5 aos 7 anos (N=67), sendo 20 crianças de 5 anos, 21 de 6 anos e 22 de 7 anos, com o intuito de perceberem se as crianças pequenas, numa situação de problemas com quotas, compreendem as relações lógicas existentes numa divisão. Pretenderam também, comparar os resultados dos

dois estudos. O material utilizado constou de 12 brinquedos (6 coelhos rosa e 6 coelhos azuis), cada um com uma pequena caixa colocada nas costas e 24 blocos (“gomas”) vermelhos, 25 blocos azuis e 6 cartões (metade dos cartões com imagens de 2, 3 ou 4 blocos vermelhos num prato, e a outra metade com imagens de 2, 3 ou 4 blocos azuis num prato). Os cartões serviram para ajudar as crianças a recordarem o número de gomas que o investigador queria colocar nos pratos dos coelhos. As crianças realizaram individualmente as tarefas e cada sessão envolvia seis tarefas: 3 na condição de mesmo divisor e 3 tarefas na condição de divisor diferente. Na condição de mesmo divisor, o número de gomas dado a cada coelho nos dois grupos era o mesmo. Na condição de divisor diferente, o número de gomas dado a cada coelho diferiu nos grupos (ex: 2 gomas a cada coelho rosa e 4 a cada coelho azul). O número de gomas a distribuir por cada coelho variou entre 2 e 4. Na condição de mesmo divisor, as experiências foram 2 (2) o que corresponde a 2 coelhos rosa e 2 coelhos azuis, sendo 3 (3), 3 coelhos rosa e 3 coelhos azuis, e 4 (4), ou seja, 4 coelhos rosa e 4 coelhos azuis. Na condição de divisor diferente constou de 2 (3), 2 (4) e 3 (4), sendo que estes números, tal como na condição de mesmo divisor, referem-se ao número de coelhos de cada cor. Na primeira sessão foram dadas a metade das crianças tarefas com dividendo 12 e na segunda com o dividendo 24. A outra metade das crianças, na primeira sessão, foi-lhes dado 24 unidades como dividendo e na segunda sessão 12. Correa, Nunes e Bryant (1998) constataram também nesta experiência, que as crianças têm maiores dificuldades nas tarefas que envolvem a condição de diferente divisor, e a influência do tamanho do dividendo não teve qualquer influência. Apuraram também uma melhoria no desempenho das crianças à medida que a idade aumentava, sendo que a maior diferença entre os diferentes grupos etários, foi entre o grupo de crianças de 5 e 6 anos. Os autores registaram nas tarefas que envolviam quotas, resultados acima das suas expectativas nos diferentes grupos etários: 50% das crianças de 5 anos acima das suas expectativas, 38% das crianças de 6 anos e 40% das crianças de 7 anos, que avaliaram a relação inversa entre divisor e quociente.

Estes investigadores encontraram dois tipos de erros na condição de diferente divisor. As crianças ou davam como resposta: “porque foram convidados o mesmo número de coelhos rosa e azuis para o piquenique” (erro tipo I, que raramente ocorre nas crianças de 6 e 7 anos), ou davam como resposta “mais é mais” (erro tipo II, e o mais frequente). Nas justificações dadas pelas crianças de 5 anos, cerca de 30% referem-se erradamente à relação directa entre divisor e quociente. A maioria das crianças de 6 anos dão justificações lógico – matemáticas

às suas respostas, mas cerca de metade inferem uma errada relação directa entre divisor e quociente. O desempenho das crianças de 7 anos foi semelhante ao grupo etário de 6 anos. Os autores encontraram também neste tipo de tarefas o mesmo tipo de justificações que no estudo anterior. Relativamente às justificações em cada grupo etário, verificaram que 40% das justificações das crianças de 5 anos não possuem uma natureza lógica - matemática (ou não davam justificação, ou justificavam qualitativamente tipo: “mais é mais”. Na condição de diferente divisor, cerca de 30% das crianças de 5 anos inferem a relação directa entre divisor e quociente. A maioria das crianças de 6 anos deram respostas lógico - matemáticas, mas cerca de metade raciocinaram com uma errada relação directa. A maioria das crianças de 7 anos assemelhou-se ao grupo de 6 anos. Os autores não encontraram diferenças apreciáveis no padrão das justificações dadas nas tarefas de divisão partitiva e por quotas na condição de mesmo divisor. As crianças tendem a dar mais justificações tipo: “o mesmo número de coelhos, porque tanto os coelhos rosa como azuis têm 3 gomas no prato” (equivalência entre divisor e quociente) nas tarefas de divisão por quotas do que nas tarefas de divisão partitiva, e dão justificações tipo: ” o mesmo número de coelhos, é justo que tenham o mesmo número de gomas” mais frequentemente nas tarefas de divisão partitiva do que nas de divisão por quotas.

Os autores verificaram que as crianças obtiveram melhores desempenhos na condição de diferente divisor nas tarefas de divisão partitiva, e piores resultados nas tarefas de divisão por quotas. Para os autores estes resultados indicam que as crianças generalizam as suas experiências com quantidades em diferentes contextos.

Correa, Nunes e Bryant (1998) através destes dois estudos concluíram existir uma lacuna quando o dividendo e o divisor são iguais, no que respeita à equivalência dos conjuntos que são divididos. Este aspecto foi verificado tanto nos problemas partitivos como nos de quotas, o que reforça a distinção entre o conceito de partilha e divisão. Os autores encontraram nas crianças de 5 anos, evidências do entendimento da relação inversa entre divisor e quociente quando se mantém constante o dividendo quer nos problemas partitivos, quer nos problemas de quotas. Os investigadores encontraram resultados de 30% de crianças de 5 anos, que nas tarefas de divisão partitiva de capazes de verbalizarem nas suas justificações a relação inversa entre divisor e quociente quando o dividendo se mantém e cerca de 50% das crianças de 6 anos, o que os leva a recomendar o uso deste tipo de tarefas em idades precoces. Correa, Nunes e Bryant (1998) encontraram maiores dificuldades na capacidade das crianças fazerem deduções nas tarefas que envolviam a divisão por quotas do

que nas tarefas de divisão partitiva. Isto reforça a diferença entre estes dois conceitos de divisão. O nível de sucesso das crianças de 6 anos nas tarefas de divisão por quotas pode dar uma primeira indicação de que o ensino directo da divisão não é necessário para o desenvolvimento deste conceito. Para as crianças obterem sucesso nas tarefas de divisão por quotas, é necessário estabelecer uma conexão entre duas noções distintas, atingível por um grande número de crianças de 6 anos: divisão partitiva e relação parte/todo. Correa, Nunes e Bryant (1998) concluíram que as crianças pequenas possuem um expressivo entendimento intuitivo da divisão e que os currículos deveriam promover este desenvolvimento.

Também Squire e Bryant (2002) realizaram, mais recentemente, três estudos com crianças pequenas com problemas de divisão partitiva (agrupamento por divisor e agrupamento por quociente). O primeiro estudo incidiu sobre os dois modelos de problemas de divisão partitivos e envolveu crianças (N=83) dos 5 anos aos 8 anos (15 crianças de 5 anos, 24 de 6 anos, 24 de 7 anos e 24 de 8 anos). Cinco crianças foram eliminadas por falharem o pré-teste. Os problemas apresentados eram divisões de $12/2$, $12/3$, $12/4$, $12/6$, $15/3$, $15/5$, $20/4$ e $20/5$. Cada problema era apresentado com uma tarefa base seguida de uma tarefa experimental. Metade dos problemas, foram atribuídos à condição grupo por quociente e a outra metade para a condição de grupo por divisor. Os materiais utilizados constaram de 6 bonecos de pano, doces vermelhos de plástico e 6 caixas de papelão rectangulares.

Relativamente aos procedimentos, as crianças foram vistas individualmente, fora da sala de aula, numa sessão teste com o intuito de conhecer as capacidades das crianças na distribuição de doces por um grupo de destinatários e, ainda, o seu entendimento sobre as equivalências numéricas. Em cada ensaio base, foram colocados numa mesa um número de doces numa pilha em frente à criança para serem distribuídas pelas bonecas que estavam colocadas em linha. Foi perguntado às crianças o número de doces e bonecos existentes e ainda o número de doces que cada boneco receberia em cada divisão. Não era permitido que a criança movesse os doces e não lhes foi dado qualquer “feedback” do resultado da sua resposta (correcta ou errada).

Na condição de grupo por divisor, o investigador colocou os doces numa linha vertical à frente de uma determinada boneca e ainda colocou uma caixa sobre os doces. Na condição de grupo por quociente, o investigador utilizando o mesmo número de doces fez a distribuição dizendo “um para ela, um para ela...” Estes doces foram arrumados numa pequena linha horizontal em frente à linha das bonecas, uma caixa sobre eles e foi explicado que existia um

doce para cada boneca. Uma vez que os doces foram colocados por baixo das caixas, foram colocadas 2 questões às crianças: quantas caixas usaram e quantos doces existiam dentro de cada caixa.

No segundo estudo, Squire e Bryant (2002) realizaram nova experiência para verificarem os resultados da experiência anterior e incidiu num grupo de crianças (N= 89), sendo 20 crianças de 5 anos, 35 de 6 anos e 34 de 7 anos. Nesta experiência, os autores tentaram fazer um arranjo espacial semelhante à experiência anterior, utilizando caixas grandes para que a correspondência um a um entre bonecos e doces fosse nítida nas duas condições, e também, para que percebessem se num procedimento de partilha, o efeito do arranjo do número de caixas/número de doces em cada caixa, teria alguma influência. A diferença no material, em relação à experiência anterior, foi o tamanho das caixas. O problema era o mesmo que no primeiro estudo e cada criança fez 2 sessões.

Squire e Bryant (2002) realizaram ainda um terceiro estudo, em que utilizaram a classificação do estudo anterior e acrescentaram mais uma categoria: a categoria “um erro”. Este estudo envolveu crianças de outra escola (N=91), sendo 33 crianças de 5 anos, 29 crianças de 6 anos e 29 crianças de 7 anos. Cada criança esteve presente em 2 sessões, tiveram também um pré teste semelhante às duas primeiras experiências para revelarem as suas capacidades nas tarefas de partilha. As crianças foram colocadas em dois grupos, em que um recebeu a tarefa experimental num arranjo espacial como nas duas experiências anteriores, num arranjo espacial horizontal para as tarefas de condição de agrupamento por divisor e quociente, e outro grupo recebeu a tarefa experimental com o arranjo espacial vertical para as tarefas de condição de agrupamento por quociente e divisor. O material utilizado nesta experiência diferiu das outras experiências ao utilizarem cartões em vez de material concreto.

Estes três estudos permitiram a Squire e Bryant (2002) concluir que existem evidências de que as crianças de todos os grupos de idades, participantes neste estudo resolvem mais facilmente problemas de divisão partitiva quando o tamanho das porções coincide com o quociente (condição por agrupamento por divisor). Esta conclusão teve resposta na experiência 1, com a utilização de materiais concretos e a experiência 2 e 3 mostrou que era duvidoso que este resultado fosse consequência do arranjo espacial das caixas. Apesar de nos seus estudos, o divisor e o quociente terem sido representados em cada condição (ou pelo número de grupos ou pelo número de doces em cada grupo) e os problemas

serem análogos, algumas crianças encontraram mais dificuldades em encontrar o quociente numa condição do que na outra.

Os autores sugerem que, quando as crianças resolvem os problemas, as influências significativas das experiências de partilha têm um papel relevante. Os seus estudos revelaram ainda, que as crianças têm facilidade em realizar tarefas em que existe um esquema de partição por agrupamento por divisor, se cada destinatário obtiver uma porção e se a resposta correcta for o tamanho da porção. Contudo, se a criança invocar demasiado a estratégia de distribuição, isto reflecte-se numa resposta incorrecta no grupo de condição por quociente. Nesta condição, a criança dá o divisor como resposta em vez do quociente, porque o número de doces de cada porção corresponde ao divisor. Os investigadores encontraram ainda evidências de que as crianças cometem mais erros de divisores na condição de agrupamento por quociente (experiência 1 e 2), com excepção da experiência 3, em que a proporção dos diferentes tipos de erros foi similar nas duas condições. Contudo, nesta experiência, o número de erros de divisor no grupo de condição por agrupamento por quociente foi 2,5 vezes maior, do que na condição por agrupamento por divisor. A justificação dos dados presentes na experiência 1, também é consistente com a ideia de que as crianças usam frequentemente na condição de agrupamento por quociente uma estratégia inapropriada de distribuição de porção. Os investigadores verificaram que as crianças raramente dão o número do dividendo como resposta para as questões de divisão (cometem erros de dividendo). Uma pequena proporção de erros de dividendo, sugerem por fim, que as crianças ao responderem às questões procuram uma quantidade menor que o dividendo.

Squire e Bryant (2002) descobriram algumas evidências de um padrão de desenvolvimento. Nas 3 experiências, na condição de agrupamento por quociente, encontraram um melhoramento no desempenho das crianças à medida que a idade aumentava. Na experiência 1 e 2 houve uma diferença significativa nas 2 condições em cada grupo de idade, mas na experiência 3 não houve diferença significativa no desempenho das crianças mais velhas nas 2 condições. O padrão de desenvolvimento encontrado sugere um aumento nas capacidades de resolução das tarefas nas duas condições de agrupamento. Por outro lado, constataram que as crianças mais pequenas só tiveram sucesso em problemas que envolviam esquemas de partilha. Os resultados de Squire e Bryant (2002) revelam que a criança, desde cedo, compreende a divisão (e a interpretação dos modelos de problemas de divisão) e é influenciada pelo entendimento da partição e distribuição de porções pelos destinatários. À

medida que a idade avança, as crianças dependem cada vez menos dos esquemas de partilha, tornando-as mais capazes na resolução deste tipo de problemas.

Para estes autores, existem evidências de que as crianças utilizam inapropriadamente estratégias de atribuição de porções, na condição de agrupamento por quociente.

Os autores aqui referenciados dão-nos a entender que as crianças do pré - escolar são capazes de realizar tarefas de divisão em especial tarefas de divisão partitiva. Os seus estudos revelam que o procedimento predominante na resolução deste tipo de problemas, nestes grupos etários, consiste na distribuição um a um, e que são capazes de entenderem intuitivamente a relação inversa entre o divisor e quociente quando o dividendo se mantém.

Será que as crianças do pré – escolar terão desempenhos semelhantes na divisão de quantidades discretas e contínuas? Para tentarmos saber um pouco acerca desta temática, tentamos conhecer alguns estudos efectuados por autores que se debruçaram sobre estes dois tipos de quantidades.

2.2. Sobre a divisão de quantidades discretas e contínuas

Alguns autores estudaram o desempenho das crianças em tarefas de divisão de quantidades discretas e contínuas. Piaget, e Szeminska (1941) foram os autores que deram início a este tipo de investigação. Nesta investigação estudaram crianças dos 4 aos 7 anos, a conservação das quantidades e a invariância dos conjuntos, a correspondência um – a - um, sobre a forma cardinal e ordinal. Para tal, realizaram várias experiências: 1) dar às crianças 2 recipientes cilíndricos com as mesmas dimensões e contendo a mesma quantidade de líquido; 2) verter o líquido em recipientes com menores dimensões; os resultados obtidos pelos investigadores levaram-nos a considerar a existência de 3 fases: na primeira, a criança (4 e 5 anos) considera naturalmente que a quantidade varie mudando a forma e a dimensão dos recipientes não entendendo que a mesma quantidade de líquido possa permanecer inalterada quando é alterado a forma ou tamanho dos recipientes; na segunda fase, as crianças revelam compreender progressivamente a conservação das quantidades, desde que não existam grandes alterações na largura ou volume dos recipientes, mas ainda não são capazes de fazer generalizações; numa terceira fase, a criança compreende a conservação de quantidades em cada transformação que aconteça o que as leva a fazer generalizações.

Piaget e Szeminska (1941) estudaram ainda, a relação entre a conservação de quantidades descontínuas o que constitui segundo os autores, a origem do próprio número. O

estudo envolveu também crianças dos 4 aos 7 anos. O material utilizado para a realização das tarefas consistiu em conjuntos de “contas”. Quando estavam colocadas em boiões, causaram os mesmos efeitos que na experiência anterior (líquido em recipientes). Por outro lado, este material permitia também, que as crianças fizessem uma quantificação global, pela sua experiência em fazer colares, e ainda, permitia fazer estimativas do comprimento dos colares. Estas contas podiam ser utilizadas também em tarefas de correspondência. Nesta investigação os autores concluíram que: 1) numa primeira fase não existe conservação de quantidades. Quando as crianças passam as contas (em igual número) de um boião para outro, com forma diferente, acreditam que são as mesmas, mas ao mesmo tempo pensam que ao fazerem um colar darão origem a comprimentos diferentes; 2) Numa segunda fase dá-se início à constituição de conjuntos permanentes. Por um lado as crianças acreditam na conservação das quantidades, porque viram passar as contas de um recipiente para outro idêntico mas entram em conflito quando existe uma diferença de nível ou de largura dos recipientes. Quando as crianças são chamadas a realizar a correspondência termo a termo, reconhecem a conservação das quantidades, existindo assim, uma dualidade nas crianças; 3) numa terceira fase, a que os autores chamam de conservação e coordenação quantificante, as crianças no decurso da tarefa fazem uma quantificação intensiva e extensiva. Nesta fase as crianças têm ainda em mente a coordenação de relações efectuadas nas fases anteriores, mas centram-se num acto único. Para que as crianças alcancem a quantificação, é necessário que descubram que o todo não se altera. Ao realizarem a correspondência termo a termo, a criança é capaz de coordenar as diferenças de altura, largura, num conjunto de relações que são fonte de uma quantificação intensiva. A criança igualiza na quantificação diferenças ou submete-as a medidas que implicam a unidade, o que não acontece nas quantidades contínuas. Concluindo, os autores referem que na primeira fase existe uma relação lógica entre altura e largura. No entanto, para haver equivalência é necessário que haja uma contradição entre a correspondência unívoca e biunívoca. Em geral, a igualização das diferenças e as partições numéricas adquirem-se em função das operações inversas, das quais a criança começa a adquirir quando se tornam operatórias e não como relações perceptivas. Os autores dizem ainda, que se compararmos estes processos de conflito da correspondência termo a termo e das relações perceptíveis, iremos constatar que este só ocorrerá no final da terceira fase.

Piaget, e Szeminska (1941) estudaram ainda a correspondência termo-a-termo e a equivalência. Ainda reflectindo sobre as tarefas anteriores (com “contas”), verificaram que as

crianças dependem do comprimento total das contas expostas, ou seja, fazem uma comparação do conjunto ou de relação global, sem correspondência termo a termo, simplesmente por avaliação espacial. Na segunda fase, as crianças são capazes de fazer a correspondência termo a termo, mas se o resultado visual não for o mesmo, deixam de acreditar nessa equivalência, já que a forma perceptiva ou intuitiva é acentuada. Na terceira fase, a correspondência termo-a-termo dá como resposta uma equivalência durável dos conjuntos. Concluindo, Piaget e Szeminska (1941) acreditam que nas crianças pequenas só existe uma forma perceptiva de conjunto, e quando é decomposto, a criança, considera de modo independente as relações existentes entre os elementos, não existindo ainda a noção de unidade. O método de comparação global consiste em comparar dois conjuntos, ocupando o mesmo espaço. Se espaçarmos os espaços de um conjunto, a criança não acredita na conservação das quantidades. Deste modo, os autores consideram não existir ainda uma conservação dos conjuntos, existindo relações elementares baseadas na percepção do conjunto.

Numa segunda fase, que consiste na comparação de figuras e na correspondência intuitiva e qualitativa. A criança tem em conta vários critérios e começa a coordená-los, traduzindo-se num método semi – operatório. Trata-se ainda de uma correspondência qualitativa e intuitiva, muito semelhante à anterior, mas mais precisa e mais rica. Com o terceiro método existe realmente diferenças: a correspondência conduz à equivalência necessária, ou seja, os conjuntos correspondentes permanecem equivalentes independentemente da sua configuração ou da disposição dos seus elementos. Aqui a criança tem um desempenho superior, dado pelas repetições das correspondências termo-a-termo, que dão origem à ordem das relações em jogo. As acções agora desenvolvidas fazem parte das correspondências qualitativas, ou coordenações lógicas de relações, e da correspondência numérica, que encara cada elemento como uma unidade, independente das suas qualidades diferindo na sua posição no momento da seriação.

Para estes autores existe uma evolução psicológica que começa na percepção global à operação e que corresponde a uma reversibilidade progressiva de acções e de pensamento, corresponde também a uma estrutura lógica dos julgamentos.

Para Piaget e Szeminska (1941), a correspondência deixa de ser qualitativa e passa numérica quando os elementos concebidos como iguais entre si e que os caracteres que os opunham uns aos outros num conjunto são mudados pela sua posição relativa, ou seja, a

unidade é a igualdade das diferenças. Para estes autores, a construção do número, consiste em reunir num todo operatório, o conjunto e a relação assimétrica.

Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) realizaram vários estudos, entre eles, um estudo sobre a divisão de quantidades contínuas, utilizando materiais concretos, com crianças entre os 4 e os 7 anos. O intuito desta investigação era perceber como são construídas as relações parte/todo e como são quantificadas as fracções. O material utilizado consistiu numa placa circular de plasticina (bolo) e 2 bonecos para a 1ª experiência. Na 2ª experiência, um bolo e 3 bonecos e por último, círculos, quadrados e rectângulos de papel, tesouras, palitos e bonecos. Inicialmente os investigadores pediram às crianças que dividissem o bolo por 2 boneco e em seguida colocaram novo bolo para a divisão por 3. Posteriormente, introduziram círculos, quadrados e rectângulos de papel para que as crianças fizessem a divisão por 4, 5 e 6. Por último, estes autores perguntaram às crianças se a soma das partes era igual ao todo. O resultado destas tarefas levou à descoberta de vários estádios.

Estádio I – crianças dos 4 aos 6 Anos – dificuldades na divisão do bolo em 2 metades. As crianças limitam-se a fragmentar o bolo. Na divisão por 3 – as crianças cortam bocados desiguais e deixam uma parte por dividir ou fazem 2 partições de 2 e deixam uma parte de lado (as crianças confundem o número de partes com o número de cortes).

Em geral o problema da divisão de uma quantidade contínua em metades é conseguido no sub - estádio IIA, especialmente quando os todos são pequenos e regulares, mas se isto não acontece as crianças apresentam grandes dificuldades especialmente quando são obrigadas a fazerem sucessivos dicotomias, para dividirem em quartos. Neste nível, dividir um bolo em 3 partes produz duas soluções: ou cortam 3 pequenos bocados deixando uma parte do bolo por partir ou fazem duas partições em 2 e deixam a quarta parte de lado, ou ainda partindo indefinidamente esta última.

Dividir um rectângulo em 3 é mais fácil para as crianças do que um quadrado e este ainda assim menos difícil que a divisão de um círculo. Os autores encontraram na partição em 5 o mesmo tipo de respostas, mas cada tipo de solução aparece depois da partição por 3. Finalmente, no nível IIA, as crianças não têm consciência que a soma das partes é igual ao todo original. No sub – estádio IIB, a partição em 2 não apresenta qualquer dificuldade. A partição em 3 também é resolvida apesar de ser mais gradual. A partição de um todo em 5 apresenta ainda dificuldades, mas a conservação do todo apesar de intuitiva e não operacional é realizada.

No nível IIIA, na partição em 3, existe um esquema antecipatório e conseqüentemente um pré conhecimento das relações entre as fracções a serem realizadas a partir de um todo, e existe uma operacional conservação do todo que é igual à soma das partes. No nível IIIB o esquema antecipatório estende-se à partição em 5 e 6.

Piaget, Inhelder e Szeminska (1960), a noção de fracção depende de duas relações fundamentais: relação parte/todo (intensiva e lógica) e a relação parte/parte, onde os tamanhos das partes de um todo são comparados com a primeira parte (extensiva e métrica). Para os autores não se pode pensar numa fracção sem se pensar na divisibilidade do todo que é composto por elementos separados, o que não acontece no pensamento de crianças muito pequeninas com cerca de 2 anos. Por outro lado, outra da característica das fracções é que esta implica um certo número de partes e que estas partes correspondem ao número de destinatários. A terceira característica das fracções segundo estes autores é que a subdivisão é exaustiva e não existem restos. Existe também uma relação fixa entre o número de partes em que um todo é dividido e o número de cortes. Também o conceito aritmético de fracção implica uma subdivisão qualitativa em que todas as partes são iguais. Outra característica das fracções quando a subdivisão é operacional e dá origem a partes de um todo, é que estas também podem ser subdivididas. Por último, numa fracção o todo mantém-se constante. Para os autores a conservação do todo é uma condição fundamental numa subdivisão operacional e aplica-se do mesmo modo nas subdivisões qualitativas como nas quantitativas.

Outros investigadores realizaram os seus estudos envolvendo os dois tipos de quantidades: discretas e contínuas. Hunting e Sharpley (1988) realizaram um estudo que envolveu crianças do pré-escolar (N=206), com idades entre os 3 anos e os 5 anos e 2 meses, com o propósito de saberem que respostas dão as crianças do pré-escolar quando resolvem problemas de partição, estando envolvidas quantidades discretas e contínuas e que concepções têm as crianças destas idades acerca das fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. Quiseram ainda perceber que processos mentais utilizam, o que entendem acerca das fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$, que estruturas cognitivas existem ou que potencial de desenvolvimento possuem que poderá facilitar a aprendizagem de fracções. Os autores utilizaram uma adaptação do método clínico utilizado por Hunting (1983a) e os materiais utilizados consistiram em peças de tecido, cordas, salsichas, cartões coloridos, peças cortadas em $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ e ainda, 4 bonecas.

Na tarefa 1, foi dada às crianças uma corda, 2, 3 ou 4 bonecas, e foi-lhes dito que as bonecas queriam uma corda e que deveriam ser iguais. A tarefa 2 consistiu na distribuição

equitativa de 12 biscoitos por 2 e 3 e 4 bonecas. Na tarefa 3, foi pedido às crianças que dividissem uma salsicha em metade. Após a conclusão da tarefa foi-lhes perguntado quantas peças obtiveram e quantos cortes necessitaram de fazer. Se a criança deu uma resposta correcta foi-lhe dada nova salsicha para dividir em 3 partes. A tarefa 4 envolveu 12 figuras de cartas e foi pedido às crianças que colocassem metade das cartas num envelope.

Os resultados obtidos na investigação de Hunting e Sharpley (1988) foram os seguintes: na tarefa de divisão da corda por 2 bonecas, a maioria das crianças cortou a corda uma vez, assim como na divisão por 3 bonecas. Nas respostas das crianças sobre se a corda teria sido bem usada e se as bonecas estariam felizes com a sua corda, a maioria afirmou que sim. Foi verificado um comportamento de verificação em 93 crianças que colocou as cordas lado a lado para compararem os tamanhos. Relativamente à partição em 3, um pouco mais de um terço das crianças fez um só corte, um número um pouco superior de crianças fez 3 cortes, e uma pequena percentagem fez quatro ou mais cortes. Foram observados vários procedimentos e estratégias nas crianças que fizeram mais de três cortes. No problema 2, 27% das crianças distribuiu os 12 de biscoitos pelos 3 bonecos, 54% pararam depois de darem 3 biscoitos, a mesma percentagem parou depois de darem 9 biscoitos. Os autores observaram ainda um procedimento de distribuição sistemática em 44% das crianças, 16% das crianças adoptou um procedimento de muitos para um, pelo menos durante um ciclo. Este procedimento consistiu na atribuição inicial de lotes de 3 biscoitos seguidos de atribuição de 1 biscoito (5%). Observaram também procedimentos não sistemáticos quando distribuíram um a um os biscoitos, mas não em rotação, colocando umas vezes dois biscoitos, outras vezes, um. Os autores verificaram que 10% das crianças que criaram partilhas equitativas resultaram de um procedimento não sistemático. Contudo, 27% das crianças que utilizaram procedimentos não sistemáticos produziram partilhas não equitativas. Na tarefa de divisão por 4 destinatários observaram sucesso em 46% das crianças e tentativas sem sucesso em 54% das crianças. Quando o investigador perguntou às crianças se os bonecos obtiveram partilhas justas, 90% disse que sim e 10% que não. Quando lhes foi pedido que justificassem as suas respostas, 21% deu uma justificação numérica, 7% contou as pilhas e 13% simplesmente olhou para os resultados e ainda, 57% das crianças não responderam, ou deram respostas tais como: “porque todos têm biscoitos”. Na tarefa 3 em foi pedido às crianças para partirem a salsicha em metade e um terço se realizassem correctamente a tarefa anterior, registaram que na partição em metade, 35% das crianças realizaram a tarefa com sucesso e 57% das crianças

realizaram sucessivos cortes. Os autores acreditam que o grande número de crianças que produziu uma série de cortes, se deve ao facto da acção de cortar ser uma experiência agradável para a criança e a palavra corte ser mais significativa para a criança do que a palavra metade. Na tarefa 4, de divisão em metade, os investigadores encontraram um número substancial de crianças (35%) que colocou todos os cartões dentro do envelope, 11% realizaram a tarefa apropriadamente e 3% deram a entender uma aproximação qualitativa da noção de metade.

Na tarefa de um quarto, 11% das crianças que realizou com sucesso a tarefa envolvendo a metade, nenhuma destas crianças respondeu acertadamente, apesar de quase a totalidade das crianças dizerem serem capazes de resolver o problema de divisão por 4. Assim, Hunting e Sharpley (1988) concluíram que para muitas crianças, a partilha significa que cada destinatário receba uma porção de material sem necessidade de distribuição de todos os materiais e sem necessidade de obtenção de partes iguais. Algumas crianças esqueceram-se da necessidade de produzirem “partes iguais”. Verificaram também que poucas crianças evidenciaram maturidade no conhecimento de metade, e um parco conhecimento acerca de quartos e terços. Foram observadas poucas crianças a fazerem estimativas ou a ajustarem os segmentos resultantes e raramente utilizaram estratégias de medição.

Hunting e Sharpley (1988) acreditam que nas crianças pequenas existe o potencial para aprenderem fracções e que actividades que encorajam distribuições exaustivas, acompanhadas por discussões acerca dos procedimentos, de modo a produzirem unidades iguais, são importantes para futuras aprendizagens, e também são de opinião que as crianças devem ser competentes a atribuir partes e a utilizar o vocabulário associado a fracções, tais como, metade, um terço e um quarto, metades, terços e quartos.

Também, Sophian e Wood (1997) realizaram um estudo que envolveu um grupo de crianças, com idades compreendidas entre os 5 aos 7 anos (N=60), sendo o número igual de cada idade, com o intuito de procurarem evidências da utilização das crianças do raciocínio parte/parte e parte/todo e clarificarem o desenvolvimento precoce do raciocínio das crianças acerca das quantidades relativas. Utilizaram estímulos que consistiram em três diferentes cores (tonalidades) de segmentos que permitiam manipular separadamente as relações parte/parte e parte/ todo. O material utilizado foram figuras de plástico (“monstros bons”), pratos de bombons (cartões com autocolantes com formas geométricas de papel colorido), um conjunto de autocolantes da mesma cor que o cabelo das figuras (amarelo, rosa ou azul),

papeis coloridos, 12 triângulos organizados em forma de estrela. Foram apresentados cartões ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$) para quantidades discretas e contínuas, que apresentavam duas cores ou formas de autocolantes, representando a fracção $\frac{1}{2}$ (com igual número de autocolantes de 2 cores ou forma geométrica e em que cada cor tinha o mesmo tamanho e forma) e a fracção $\frac{1}{3}$. As crianças realizaram a experiência individualmente começando por serem colocadas 2 linhas e cartões, ilustrando partilhas de $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{9}$. Os investigadores mostraram ainda às crianças outros cartões com as mesmas proporções, diferindo no número total (18 vs 9) e nas formas (rectângulos e quadrados). A segunda tarefa foi idêntica à primeira, sendo que a cor dos bombons correspondia à cor dos cabelos do “monstro” e eram representadas por estrelas, num padrão rectangular, representando as fracções de $\frac{1}{6}$ e $\frac{2}{3}$. Na terceira tarefa só havia um monstro com cabelo amarelo e foram apresentados dois exemplos de partilhas equitativas de $\frac{1}{9}$. Foram também apresentados simultaneamente mais dois pratos de bombons e foi perguntado às crianças qual dos dois pratos mostrava uma partilha equitativa. Um destes pratos representava a fracção $\frac{1}{9}$ e o outro $\frac{2}{3}$.

Sophian e Wood (1997) efectuaram ainda outra experiência, feita em quatro blocos, diferindo na proporção e representando $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$, enquanto o jogo era focado em parte/parte ou parte/todo. Cada bloco incluía 4 tarefas distintas, onde era evidenciada a correspondência (parte/parte ou parte/todo) em oposição à alternativa em que não havia correspondência parte/parte ou parte/todo e 4 experiências conflito, em que parte/parte estava em oposição à combinação parte/todo. Os autores apresentaram ainda mais uma tarefa no final de cada bloco, para avaliarem o efeito do número absoluto de autocolantes escolhidos pelas crianças para o jogo. Cada bloco de experiências apresentava cartões com quantidades discretas e quantidades contínuas.

Estes autores não encontraram diferenças significativas no desempenho das crianças nas tarefas que envolviam quantidades discretas e quantidades contínuas. O padrão das respostas das crianças forneceu evidências de diferenças de desempenhos nos problemas de parte/todo e parte/parte. Poucas crianças de todas as idades escolheram o cartão correcto nas duas condições (parte/todo e parte/parte). Constataram também, que o grupo de crianças de 5 e 6 anos, obteve maior sucesso nos problemas envolvendo parte/parte e que o grupo de crianças de 7 anos obteve melhor desempenho nos problemas envolvendo parte/todo. Nos problemas de conflito, referentes às proporções das respostas que as crianças davam como parte/todo, verificaram que em metade dos problemas, as crianças de 5 anos davam poucas

respostas referentes a parte/todo contrariamente ao grupo de crianças de 6 e 7 anos. Ainda, para saberem se as crianças escolhiam o jogo parte/todo com maior ou menor frequência que parte/parte, fizeram um estudo comparativo das suas respostas e concluíram que as crianças de 7 anos escolhem com mais frequência as respostas parte/todo do que os grupos etários de 5 e 6 anos.

Assim, Sophian e Wood (1997) concluíram que as crianças de 7 anos podem raciocinar efectivamente acerca das relações parte/todo. Apesar de encontrarem diferenças no desenvolvimento das preferências das crianças nas relações parte/parte, não encontraram evidências de que o desenvolvimento do raciocínio parte/parte preceda o raciocínio parte/todo.

Mais recentemente, Kornilaki e Nunes (2005) fizeram uma investigação com crianças (N=96), com idades compreendidas entre os 5 e os 7 anos, sendo 32 crianças de 5 anos, 32 de 6 e 32 de 7 anos, com o propósito de entenderem a lógica que as crianças utilizam na relação entre divisor e quociente. O estudo foi realizado com quantidades discretas e contínuas e foi pedido às crianças para reflectirem sobre o tamanho das quotas. Os materiais utilizados pelas investigadoras foram 18 gatos de papel (9 brancos e 9 castanhos), 48 peixes de papel e 6 bolos de peixe redondos. Para cada tipo de quantidades, o número de destinatários foi sistematicamente modificado, de modo a produzir duas condições. Assim, nas tarefas envolvendo quantidades discretas: 1) na mesma condição, o tamanho do divisor era o mesmo, havia dois conjuntos de gatos (3 brancos e 3 castanhos) e havia 12 peixes para distribuir. Na condição diferente, o número de destinatários variava. Num grupo havia 12 peixes para dividir por 3 gatos e noutra grupo havia 12 peixes para dividir por 2. As quantidades de peixes para serem distribuídas foram 12 e 24. Nas tarefas que envolveram quantidades contínuas, o tamanho do dividendo variou (1, 2 ou 3), sendo que o número de bolos era sempre inferior ao número de destinatários. Cada tarefa envolveu 16 experiências, 4 para cada dividendo com igual ou diferente divisor. O número de gatos no grupo de destinatários variou entre 2 e 6, originando 8 experiências em cada situação. Na tarefa de divisão equitativa de peixes por dois gatos, e para a pergunta se os gatos receberiam o mesmo conjunto de peixes, as crianças teriam de justificar as respostas, correctas ou não.

Os autores apuraram que a maioria das crianças de todas as idades obteve melhores desempenhos na condição de mesmo divisor. Kornilaki e Nunes (2005) na condição de mesmo divisor encontraram a mesma percentagem de sucesso nas tarefas que envolveram

quantidades discretas e contínuas, em todos os grupos de idades, sendo que no grupo etário de 7 anos todas as crianças resolveram todos os problemas com sucesso nos dois tipos de quantidades. Os autores concluíram que o sucesso da maioria das crianças de 5 anos (aproximadamente $2/3$ tanto para as quantidades discretas como para as contínuas) nas tarefas na condição de mesmo divisor sugere que estas podem utilizar o princípio da equivalência. Kornilaki e Nunes (2005) encontraram maiores dificuldades nas crianças quando resolviam tarefas na condição de divisor diferente, dificuldades mais sentidas nos grupos etários de 5 e 6 anos. As autoras encontraram 5 tipos de raciocínio nas justificações dadas pelas crianças neste tipo de condição: 1) Não sabiam responder; 2) Focavam a sua atenção no tamanho do dividendo sem terem em conta o número de destinatários; 3) Estabeleciam uma relação errada entre número de destinatários e o tamanho das quotas; 4) poucas crianças quantificaram o quociente; 5) as crianças que quantificaram o quociente revelaram perceber a relação inversa entre divisor/quociente. Verificaram que $1/3$ das crianças de 5 anos não davam qualquer justificação, ou, uma justificação irrelevante. Esta ausência de justificação decresce à medida que a idade avança, revelando-se um crescimento à medida que a idade avança, no número de justificações baseadas na relação inversa entre divisor e quociente. Os autores encontraram 33% de crianças de 5 anos, 50% de crianças de 6 anos e 75% das crianças de 7 anos que justificaram as suas respostas baseando-se na relação inversa entre divisor e quociente, quando o dividendo se mantém.

Kornikali e Nunes (2005) encontraram uma percentagem semelhante de crianças que justificavam as suas respostas referindo-se à relação inversa entre divisor e quociente e as respostas correctas na condição de diferente divisor. Nesta condição, cerca de 40% das justificações das crianças de 5 anos não tinham uma natureza lógico - matemática, sendo frequente inferirem a relação directa. No grupo de crianças de 6 anos a maioria destas crianças deu explicações lógico - matemáticas para as suas respostas, mas cerca de metade pensou incorrectamente invocando a relação directa entre divisor e dividendo. O desempenho das crianças de 7 anos foi semelhante ao grupo etário anterior.

Com o intuito de saberem se o entendimento acerca da divisão partitiva poderia ser generalizado no entendimento da divisão por quotas estes investigadores realizaram ainda outro estudo que envolveu crianças (N=96), de 5, 6 e 7 anos tendo todos os grupos etários o mesmo número de participantes. O material utilizado consistiu em 2 gatos de papel (1 brancos e 1 castanho), 48 peixes papel, 6 bolos redondos de papel, figuras de pratos com 2, 3, 4 e 6

peixes, fatias de bolo em papel representando as fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$. Esta experiência era semelhante à anterior, no entanto, nesta experiência, o tamanho das quotas era fixado e as crianças eram questionadas acerca do número de destinatários. Na condição de mesmo divisor, o tamanho do dividendo e o tamanho das quotas era o mesmo. Perguntou-se às crianças se o gato branco e o castanho poderiam ter igual número de amigos. Se a resposta fosse diferente era-lhes perguntado qual dos gatos poderia ter mais amigos. Na condição de divisor diferente, o tamanho do dividendo era o mesmo para os 2 gatos e variou o tamanho das quotas para dividir. Neste caso, o gato branco poderia por ex. dividir os 12 peixes em lotes de 3 e o castanho em lotes de 2. Foi perguntado às crianças se o gato branco e o castanho poderiam ter o mesmo número de amigos. Nestas tarefas o dividendo variou entre 12 e 24 e o tamanho das quotas entre 2 e 6. Nas tarefas envolvendo quantidades contínuas, o número de bolos variou entre 1 e 3 e o tamanho das quotas foi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$.

As autoras encontraram neste estudo, tal como no anterior, resultados semelhantes nas crianças que obtiveram sucesso nas tarefas que envolveram quantidades discretas e nas tarefas com quantidades contínuas.

Em relação às justificações dadas pelas crianças de 5 e 6 anos, estas centraram-se na relação divisor/quociente, aludindo uma relação directa. Este tipo de justificação decresceu em frequência nas crianças de 7 anos. Poucas crianças usaram a quantificação e nas situações de partilha, poucas crianças focaram a igualdade do dividendo. As justificações correctas baseadas na relação inversa entre divisor e quociente foram mais frequentes no grupo de sete anos. Para estes autores, este estudo revelou a existência duma relação entre o desempenho e o tipo de justificação dada pelas crianças. As respostas correctas foram acompanhadas por raciocínios correctos e respostas erradas por fundamentações inapropriadas.

Kornilaki e Nunes (2005) confirmaram nestes estudos, resultados já encontrados por outros investigadores acerca da compreensão das crianças pequenas da relação dos termos da divisão na divisão de quantidades discretas. Encontraram evidências de que as crianças de 6 e 7 anos possuem uma boa compreensão dos termos da divisão muito antes de esta ser ensinada na escola. Por outro lado, concluíram que para as crianças é mais fácil pensarem na relação inversa entre divisor e quociente, mantendo-se constante o dividendo, na situação de divisão partitiva do que na situação de divisão por quotas. Contudo, para cada tipo de problemas, envolvendo quantidades discretas e contínuas, não encontraram diferenças significativas no desempenho das crianças, o que para estas autoras, sugere que o entendimento das

consequências das partilhas entre diferentes números de destinatários, não depende do procedimento de partilha. Nas tarefas que envolvem quantidades contínuas, as crianças não podem utilizar o procedimento de distribuição um a um como utilizam nas quantidades discretas. No entanto, para Kornikali e Nunes (2005) se neste tipo de quantidades as crianças são capazes de entender a relação inversa entre divisor e quociente, elas são capazes de transferir estes conhecimentos para as quantidades contínuas, numa idade em que são fracos os seus desempenhos neste tipo de quantidades.

2.3. As nossas crianças do Pré-escolar

O desenvolvimento das actividades inerentes à Área da Matemática no Jardim de Infância foi durante muito tempo bastante diferenciado, devido à grande diversidade na formação de base dos Educadores, existindo um leque variado de escolas que formavam Educadores de Infância e que utilizavam diferentes correntes pedagógicas. Este cenário foi ainda acompanhado pela inexistência de documentos que orientassem as práticas pedagógicas no Jardim de Infância até 1997. Esta situação veio a alterar-se com *As Orientações Curriculares para a Educação Pré – Escolar* (ME, 1997), que não sendo um programa formal, dá indicações claras aos educadores sobre os diversos conteúdos importantes a desenvolver em cada Área de desenvolvimento. Contudo, este documento não trouxe grandes alterações às práticas pedagógicas de vários educadores, já que para alguns era condizente com a sua formação de base e das suas práticas pedagógicas. No entanto, a grande mudança surgiu com uma formação promovida pelo DGIDC: “Operacionalização das OCEPE no âmbito da Matemática e da Linguagem oral e Abordagem à escrita”, e que poucos Educadores tiveram oportunidade de frequentar. Esta formação vai de encontro ao documento que surgiu em 2010 - *As Metas de Aprendizagem*. Este documento vai um pouco mais além nos conteúdos a desenvolver até ao final do Pré-Escolar, nomeadamente na área da Matemática, incluindo aqui a adição como a combinação de dois grupos de objectos e a subtracção com o retirar de uma quantidade elementos de um conjunto de objectos. Reforça a importância da criança criar e reconhecer padrões; inclui as transformações de figuras, para que as crianças sejam capazes de utilizar expressões tipo: ampliar, reduzir, rodar e ver ao espelho, e ainda, trás pela primeira vez, o Domínio de Organização e Tratamento de Dados, que não constava no documento anterior. *As Metas de Aprendizagem* pecam na questão relativa à contagem quando referem: “No final da educação pré – escolar, a criança conta

com correcção até 10 objectos do dia-a-dia”, que considero francamente insuficiente para as crianças que vão frequentar o 1º Ciclo. Também este documento não contempla actividades de divisão de quantidades discretas (partitiva ou por quotas) nem contínuas. No entanto, a investigação parece fornecer evidências de que as crianças em idade pré – escolar conseguem já resolver alguns problemas de divisão de quantidades em determinadas condições. Porque razão, não são os educadores convidados/desafiados a promover actividades neste âmbito, ajudando as crianças a compreender algumas das relações envolvidas na divisão, estabelecidas entre as quantidades

Esta é uma área em que senti lacunas nos meus conhecimentos pelo que considero que outros Educadores sintam o mesmo.

2.4. Síntese

A literatura documenta que as crianças do pré-escolar são capazes de dividir com sucesso quantidades discretas, e em especial quando está envolvida a divisão partitiva (ver: Piaget & Szeminska, 1941; Cowan & Biddle, 1989; Correa, Bryant & Nunes 1998; Davis & Hunting, 1990; Desforges & Desforges, 1980; Frydman & Bryant, 1988; Hunting & Sharpley, 1988; Kornikali & Nunes, 2005; Squire & Bryant, 2002). Na resolução deste tipo de problemas, alguns autores concluíram que à medida que a idade das crianças aumenta, aumenta também a compreensão da conservação das quantidades, o que permite à criança estabelecer generalizações (ver Piaget & Szeminska, 1941), sendo a correspondência termo-a-termo importante neste processo. Diversos autores identificaram procedimentos sustentados nesta correspondência, em crianças destas faixas etárias, na resolução das tarefas, nomeadamente nas estratégias que utilizam na resolução deste tipo de problemas: 1) distribuições um a um dos objectos, até se esgotarem; 2) divisão do todo em porções iguais, e distribuição das porções pelos diferentes destinatários; 3) divisão do conjunto em pequenos grupos (ver Desforges & Desforges, 1980, Frydman & Bryant, 1988, Davis & Pitkethly, 1990); 4) distribuição de porções por cada destinatário sem verificação do tamanho das porções (Frydman & Bryant, 1988). Estas estratégias, em alguns casos foram acompanhadas por algumas variantes: 1) ausência de verificação ou contagem após a partilha; 2) todo o processo de distribuição foi acompanhado por verificação e contagem; 3) no grupo de crianças mais velhas a utilização de estratégias de controlo, associadas a verificações

numéricas. Todos os investigadores encontraram como procedimento predominante na resolução das tarefas de divisão partitiva, a distribuição um a um. Existem ainda evidências de que as crianças de todos os grupos de idades resolvem mais facilmente problemas de divisão partitiva quando o tamanho das porções coincide com o quociente e é influenciada pelo entendimento da partição e distribuição de porções pelos destinatários (ver Squire & Bryant, 2002). Também alguns autores concluíram que, para muitas crianças, a partilha significa que cada destinatário receba uma porção de material sem necessidade de distribuição de todos os itens e sem necessidade de obtenção de partes iguais (ver Hunting & Sharpley, 1988).

Nas tarefas de quantidades discretas, os investigadores encontraram maiores dificuldades na resolução de tarefas de divisão por quotas. Exemplo disso, foram os estudos de Correa, Nunes e Bryant (1998) que encontraram maiores dificuldades na capacidade das crianças fazerem deduções nas tarefas que envolviam a divisão por quotas do que nas tarefas de divisão partitiva.

A literatura documenta também a que as crianças pequenas são capazes de entender intuitivamente a relação inversa entre divisor e quociente, quando se mantém constante o dividendo (ver Correa, Nunes e Bryant, 1998; Kornilaki & Nunes 2005). Por outro lado, concluíram que, para as crianças, é mais fácil pensar na relação inversa na situação de divisão partitiva do que na situação de divisão por quotas. (ver Correa, Nunes & Bryant, 1998).

A literatura documenta ainda que as crianças de 4 a 6 anos resolvem com sucesso, em determinadas condições, problemas de divisão envolvendo quantidades contínuas. Os estudos de Piaget, Inhelder e Szeminska (1960), Correa, Nunes e Bryant (1998), Kornikali e Nunes (2005) e Sophian e Wood (1997) disso dão evidências. Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) encontraram na sua investigação vários estádios de desenvolvimento, encontrando-se as crianças dos 4 aos 6 anos no estádio I. Para estes autores, as crianças destas idades têm ainda dificuldades em dividir um todo contínuo em duas partes congruentes, já que a maior parte limita-se a fragmentar o bolo. Na divisão em 3 partes, as crianças também revelam dificuldades, limitando-se a fragmentar o bolo em diferentes partes, ou fazendo a dupla partição em 2, rejeitando uma parte. Estes autores consideram que as crianças pequenas confundem o número de partes com o número de cortes.

No caso de Sophian e Wood, (1997) o padrão das respostas das crianças forneceu evidências de diferenças nos desempenhos nos problemas de parte/todo e parte/parte, sendo

que as crianças mais pequenas resolvem com maior sucesso os problemas que envolvem parte/parte.

Se as crianças resolvem tarefas de divisão partitiva utilizando o seu conhecimento informal, será pertinente perceber como se comportam as crianças portuguesas neste tipo de problemas, que estratégias utilizam, e que explicações apresentam para os seus procedimentos. Estes aspectos constituem alguns pontos de análise deste trabalho.

Capítulo III

3. Metodologia

Neste capítulo abordaremos a metodologia do nosso estudo, um termo que “[...]no uso corrente, aparece não apenas associado à ciência que estuda os métodos científicos, como à técnica de investigação e, até mesmo, a uma certa aproximação de epistemologia” (Pardal, 1995, p.10).

Neste estudo utilizaremos uma metodologia quantitativa, porque serão utilizadas técnicas rigorosas de recolha de dados, procurando assim assegurar a validade e fidelidade dos dados recolhidos (Mc Millan & Schumacher, 1989). Assim, a observação das variáveis em estudo, é orientada por categorias pré-estabelecidas de respostas, tendo sido recriadas situações semelhantes à realidade, com o fim de os estudar (Adler & Adler, 1994).

A este respeito, Sampieri et al, (2006) consideram que numa metodologia quantitativa:

(...)” existe *uma ou várias hipóteses que são estabelecidas (suposições de uma realidade), um plano é desenvolvido para submetê-los à prova, os conceitos incluídos nas hipóteses (variáveis) são medidos e se transformam as medições em valores numéricos (dados quantificáveis), para serem analisados posteriormente com técnicas estatísticas e estender os resultados a um universo mais amplo, ou para consolidar técnicas estatísticas e estender os resultados a um universo mais amplo, ou para consolidar as crenças (formuladas de modo lógico em uma teoria ou em um esquema teórico*”. (p. 10)

Segundo estes autores, os estudos quantitativos associam-se a experiências, a investigações a questões fechadas ou a estudos onde são utilizados instrumentos de medição padronizados. No final deste tipo de estudos é usual deixar convites à continuação para melhoramento do conhecimento, colocando à disposição de outros investigadores todos os métodos e procedimentos.

Para Sampieri et al, (2006), a abordagem quantitativa fundamenta-se num esboço dedutivo e lógico, procura enunciar questões de pesquisa e hipóteses para serem testadas, utiliza medições e contagens, utiliza a análise estatística e ambiciona generalizar os resultados dos seus estudos mediante amostras representativas.

Neste seguimento, na análise dos dados do nosso estudo serão utilizados diferentes procedimentos estatísticos de forma a resolver o problema de estudo, que consiste em saber como as crianças pequenas entendem o conceito de divisão partitiva e para tal responder às questões: Como compreendem as crianças pequenas a relação inversa, entre divisor e quociente, quando o dividendo se mantém constante e ainda, como entendem, a divisão de quantidades discretas em partes iguais?

Assim, pretende-se descrever como as crianças de 4 e 5 anos compreendem as relações lógicas da divisão, quando o dividendo é uma quantidade discreta e estão envolvidas 12 e 24 unidades.

3.1. Participantes

Para a amostra do nosso estudo foram seleccionadas crianças entre os 4 e 5 anos, que já se encontravam inseridos num grupo de crianças que frequentavam o pré-escolar.

Assim, a nossa investigação envolveu 30 crianças do pré-escolar de 3 Jardins de Infância do concelho de Esposende, distrito de Braga, sendo 2 Jardins de Infância da Rede Pública (3 salas) e 1 Jardim de Infância de uma Instituição Privada com apoio da Segurança Social (2 salas). A amostra é constituída por 15 crianças de 4 anos (11 rapazes e 4 raparigas com médias de idades de 4 anos e 6 meses) e 15 crianças de 5 anos (7 rapazes e 8 raparigas, com médias de idades de 5 anos e 6 meses).

Os participantes deste estudo não foram sujeitos anteriormente a qualquer tarefa semelhante. Todos os Encarregados de Educação, Educadores e Coordenadores destes Estabelecimentos de Educação e Ensino deram autorização para a realização das tarefas, assim como para as gravações vídeo e áudio (Ver Anexo 1).

3.2. Design

Para concretizar este estudo, pensou-se que a realização de entrevistas a crianças de 4 e 5 anos seria a melhor forma de atingir os objectivos da investigação. Ao realizarmos as entrevistas individualmente, o investigador tem a oportunidade de seguir o guião previamente pensado para as crianças responderem às questões em estudo e, simultaneamente permite-lhe observar a reacção das crianças a este tipo de tarefas. Também o investigador tem a

oportunidade de verificar o grau de envolvimento das crianças durante a realização das tarefas, as dificuldades que apresentam e, ainda, se os materiais apresentados, apesar de ter sido efectuado um pré-teste, são motivadores. Estas entrevistas individuais decorrem sob a forma de história adequada à idade dos participantes.

O investigador pensou antecipadamente nas tarefas que seriam aplicadas de modo a responder às questões da investigação, realizou tabelas para a recolha dos dados e realizou os materiais para a sua concretização.

3.3. Tarefas

Nesta investigação as crianças realizaram 6 tarefas: 3 que envolveram 12 unidades e que consistiram na divisão de 12 cenouras por 2, 3 e 4 destinatários (coelhos); 3 que envolveram 24 unidades e que constaram na divisão de 24 couves por 2, 3 e 4 destinatários (coelhos). Estas tarefas foram pensadas com o propósito de perceber como entendem as crianças as tarefas de divisão e adaptadas de estudos prévios conduzidos por Correa, Bryant e Nunes (1998) e Kornilaki e Nunes (2005).

3.4. Material

O material foi pensado de modo a incentivar as crianças para a realização das tarefas, procurando-se que tivesse um aspecto atractivo, que as imagens fossem “reais” e de fácil manuseamento para as crianças. Assim o material utilizado foi o seguinte:

- Cenário pintado num cartão com 62 cm / 94 cm, com duas partes distintas: um campo de cenouras e um campo com couves.



Ilustração 1: Cenário utilizado na colocação dos problemas

- 4 Coelhos (Ver Anexo 3)



Ilustração 2: Fotos de Coelhos em Cartão: Branquinho; Castanhinho, Nuvem e Zebrinha

- 12 Cenouras (Ver Anexo 3)



Ilustração 3: Fotos de Cenouras em cartão plastificado

- 24 Couves (Ver Anexo 3)



Ilustração 4: Fotos de couves em cartão plastificado

3.5. Procedimentos

O guião (história – ver Anexo 5) foi construído após a revisão da bibliografia, tendo como base estudos previamente efectuados, procurando-se pensar num tema para a história que fosse do agrado das crianças e que fosse motivador para a realização das tarefas.

Assim, dando início ao nosso estudo, a investigadora diz à criança que lhe vai contar uma história que fala de coelhos e gostaria que ela também participasse, ajudando os coelhos sempre que eles tivessem alguma tarefa difícil.

Em todas as tarefas as crianças manipularam os materiais livremente de modo a resolverem os problemas apresentados. Cada criança demorou aproximadamente 20 minutos para a realização das duas tarefas, apesar de não lhes ter sido imposto qualquer limite de tempo.

Para a tarefa com 12 e 24 quantidades discretas, a entrevistadora ia contando a história (guião) de modo a que as crianças realizassem as tarefas previamente planeadas. Foram colocadas as questões 1, 2, 4, 5 e 7 a todos os elementos da amostra, e a 7 crianças de 4 anos e 6 de 5 anos foram introduzidas as questões 3 e 6.

1	Quantas cenouras apanhou o Branquinho? (à medida que ia aparecendo mais um coelho, o entrevistador perguntava):
2	Achas que o Branquinho agora vai ficar com mais ou menos, cenouras?
3	Porquê?
4	Será que podes ajudar o Branquinho a dividir as cenouras pelos dois, de modo que todos fiquem contentes?
5	Será que os coelhinhos ficaram felizes com a divisão das cenouras?
6	Porquê?
7	Com quantas cenouras ficou cada coelhinho?

Tabela 1: Questões colocadas às crianças

3.6. Recolha de dados

No seguimento de Mc Millan e Schumacher (1989, p. 39), “*o objectivo fundamental do processo de recolha de dados de uma investigação quantitativa é a obtenção de descrições, relações e explicações estatísticas*”.

Assim, e no seguimento do referido pelos autores, os estudos quantitativos podem utilizar diferentes instrumentos, nomeadamente gravação de dados e grelhas de observação estruturadas.

A recolha de dados do nosso estudo, realizou-se a partir do guião da história previamente elaborado, tendo em consideração as diversas questões a analisar. Nesta recolha utilizou-se como recurso, uma câmara de filmar, um gravador áudio e ainda as notas de campo do investigador.

3.7. Validação

Os instrumentos utilizados para recolha de dados foram previamente testados sobre a forma de teste piloto, incidindo num grupo crianças de 4 e 5 anos que não participaram no estudo. Neste teste aplicaram-se as tarefas de modo a verificar a sua adequação, o tempo necessário para a sua conclusão e o envolvimento das crianças com a história, foram efectuados todos os acertos. As entrevistas foram realizadas individualmente e num espaço fora da sala de actividades.

3.8. Processo de Análise dos dados

No seguimento da utilização de uma metodologia quantitativa, procedeu-se à quantificação dos elementos do estudo, permitindo assim a utilização de técnicas de estatísticas que permitem analisar, interpretar os dados e responder às questões de investigação previamente formuladas.

Após a aplicação das tarefas, utilizou-se uma grelha de observação estruturada, visionou-se atentamente todos os vídeos e registou-se os dados para posterior análise.

Na análise dos dados recolhidos recorreremos ao programa informático Statistical Package for the Social Sciences (SPSS) e ao Microsoft Office 2007.

CAPÍTULO IV

Este capítulo apresenta os resultados de entrevistas a crianças de 4 e 5 anos, em que se analisavam os seus desempenhos na resolução de tarefas que envolvem a compreensão das relações lógicas na divisão de quantidade discretas. Para tal analisaram-se os desempenhos e as explicações dadas pelas crianças durante a resolução das tarefas propostas, procurando dar resposta às seguintes questões:

- 1) Como compreendem as crianças pequenas a relação inversa, entre divisor e quociente, quando o dividendo se mantém constante?
- 2) Como entendem, as crianças, a divisão de quantidades discretas em partes iguais?

4 - Resultados

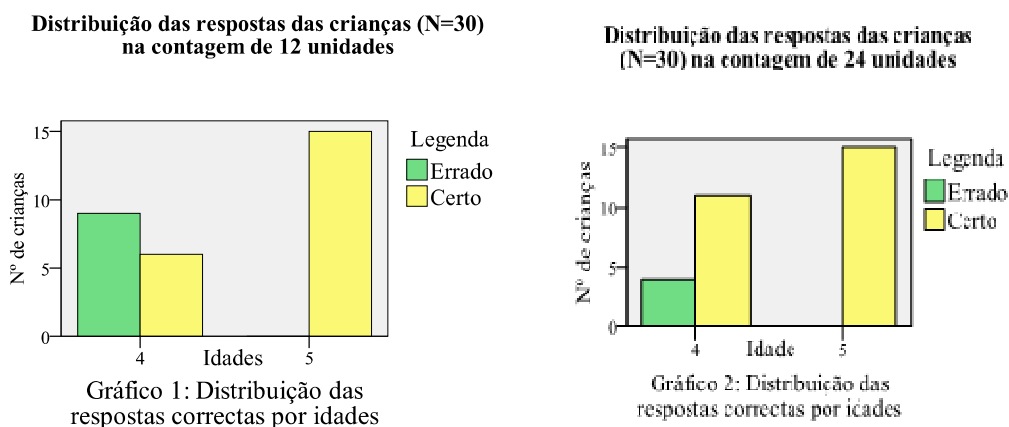
Na procura de resposta à questão 1), “Como compreendem, as crianças pequenas, a relação inversa entre divisor e quociente, quando o dividendo se mantém constante?” interessou saber que domínio tinham as crianças participantes no estudo sobre as quantidades envolvidas nas tarefas propostas. Para tal, analisaram-se: competências de contagem das crianças de 4 e 5 anos de conjuntos com 12 e 24 unidades; os desempenhos das crianças quando convidadas a efectuar uma estimativa para o quociente, variando o divisor e mantendo constante o dividendo; e ainda, as justificações por elas apresentadas para as suas estimativas.

Na procura de resposta à questão 2) “Como entendem as crianças a divisão de quantidades discretas em partes iguais?”, interessou conhecer os desempenhos das crianças na resolução das tarefas de divisão propostas atendendo à dimensão dos conjuntos; os procedimentos por elas utilizados neste processo; a importância da necessidade de obter quocientes iguais e o efeito da dimensão do conjunto no desempenho das tarefas.

4.1- A relação inversa entre divisor e quociente quando o dividendo se mantém constante

4.1.1 - Contagem de 12 e 24 Quantidades Discretas

Para iniciar o nosso estudo quisemos saber que competências de contagem de 12 e 24 unidades tinham os dois grupos etários. Os Gráficos 1 e 2 apresentam os níveis de desempenho das crianças dos dois grupos etários nas tarefas envolvendo 12 e 24 quantidades discretas respectivamente.



Como pudemos verificar no Gráfico 1, existem 6 crianças de 4 anos que não contaram correctamente as 12 unidades, não se verificando esta situação no grupo de 5 anos. O Gráfico 2 revela-nos que 4 crianças de 4 anos não contaram correctamente os 24 objectos ao seu dispor. No grupo de 5 anos todas as crianças contaram correctamente os itens. Será que os resultados das crianças de 4 anos nestas duas tarefas de contagem terão influência na resolução dos problemas de divisão de quantidades discretas?

Dado que todas as crianças de 5 anos contaram correctamente as 12 e 24 unidades, analisaram-se no grupo de crianças de 4 anos as percentagens de desempenho nas tarefas de contagem, cujos resultados se encontram na Tabela 2.

4 ANOS		
	12 Unidades	24 Unidades
Contagem correcta	73%	40%

Tabela 2: Percentagens de crianças que contaram as 12 e 24 unidades

Como nos revela esta Tabela, verifica-se que no grupo etário das crianças de 4 anos, à medida que o número de elementos do conjunto aumenta, aumenta também a dificuldade na contagem dos itens.

4.1.2- Estimativa do Quociente quando o Dividendo é Constante

Para percebermos melhor como entendem as crianças a divisão de quantidades discretas, analisaram-se as suas estimativas para o quociente, quando se mantém constante o dividendo. Para tal, foi-lhes pedido para dizerem, sempre que aumentava o divisor (aparecia mais um coelho) se achavam que estes iriam receber mais ou menos cenouras/couves. Os resultados das estimativas estão constantes no Gráfico 3:

Total de respostas correctas nas tarefas de estimativas de todas as crianças (N=30) na divisão de 12 e 24 Quantidades discretas

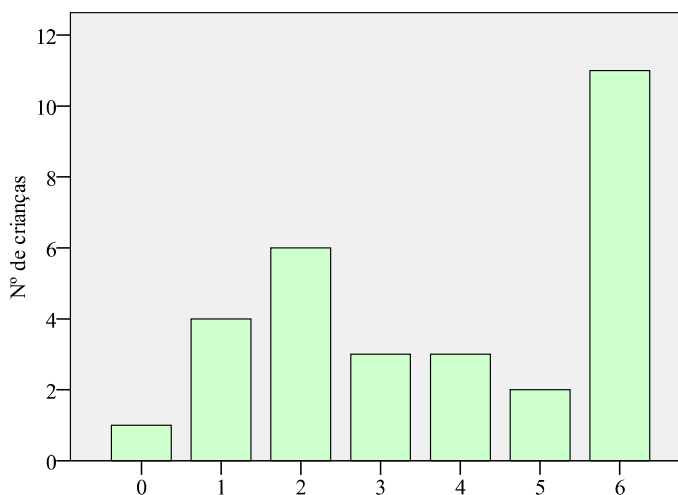


Gráfico 3: N° de estimativas correctas nos dois grupos etários

Neste gráfico, verificamos que 1 criança não deu qualquer resposta certa. Relativamente às respostas correctas, pode dizer-se que mais de metade das crianças estimaram acertadamente pelo menos metade das tarefas. Os resultados dos dois grupos etários estão resumidos na Tabela 3:

Idades	Nº DE RESPOSTAS CORRECTAS						
	0	1	2	3	4	5	6
4 Anos	0	4	4	2	1	1	3
5 Anos	1	0	2	1	2	1	8

Tabela 3: Nº de estimativas correctas dos dois grupos etários nos problemas de divisão de 12e 24 unidades, sendo o dividendo constante

O Gráfico 4 revela-nos os resultados das estimativas dos dois grupos etários nos conjuntos de 12 unidades:

Respostas correctas (N=30) na estimativa do quociente quando o dividendo (12) é constante

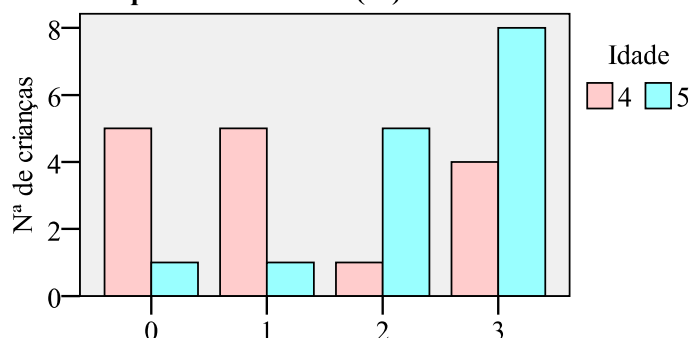


Gráfico 4: Nº de estimativas correctas em cada grupo etário

Analisando este gráfico podemos verificar que 33% das crianças de 4 anos e 87% das crianças de 5 anos estimaram correctamente pelo menos metade dos problemas envolvendo 12 quantidades discretas.

O Gráfico 5 mostra-nos os resultados das estimativas das crianças de 4 e 5 anos no conjunto de 24 unidades:

Total de respostas correctas (N=30) na estimativa do quociente quando o dividendo (24) é constante

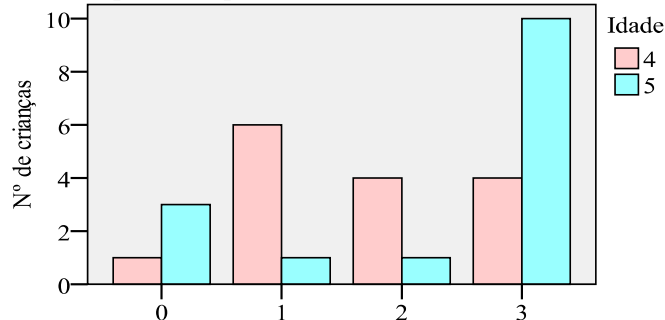


Gráfico 5: Nº de estimativas correctas em cada grupo etário

Neste conjunto de problemas de estimativa de quantidades, os resultados da amostra (N=30) revelam-nos que a maioria das crianças apresentou pelo menos metade das respostas correctamente: 53% das crianças de 4 anos e 73% das crianças de 5 anos.

A Análise das médias de desempenho das crianças na resolução de tarefas de estimativas de quantidades revela-nos que estas evidenciam diferenças quando estão envolvidas 12 e 24 unidades. Assim, no que se refere às crianças de 4 anos, estas apresentam médias de resultados correctos de 1,27 (s.d. = 1,22) para as tarefas que envolveram 12 unidades e 1,73 (s.d. = 0,96) para as 24 unidades. Por sua vez, o grupo de crianças de 5 anos demonstram resultados superiores ao grupo anterior, sendo as médias de desempenho de 2,33 (s.d. = 0,89) para a divisão de 12 unidades e 2,2 (s.d. =1,26) para a divisão das 24 unidades.

Uma análise estatística descritiva sugere que as crianças de 4 e de 5 anos apresentam desempenhos distintos nas tarefas de divisão de quantidades, quando estão envolvidas 12 e 24 unidades. Os Gráficos 6 e 7 apresentam os diagramas de extremos-e-quartis relativamente ao desempenho das crianças de 4 e 5 anos, na divisão de 12 e 24 unidades, respectivamente.

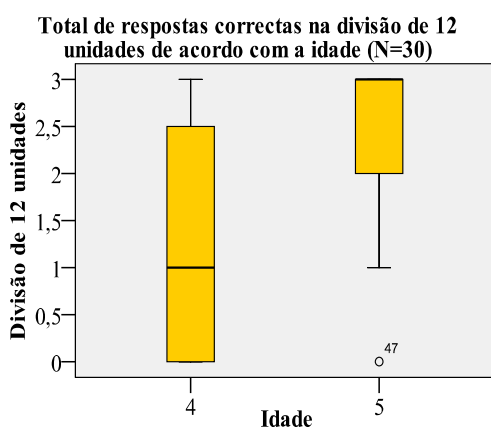


Gráfico 6: Estimativas correctas nas tarefas envolvendo 12 unidades

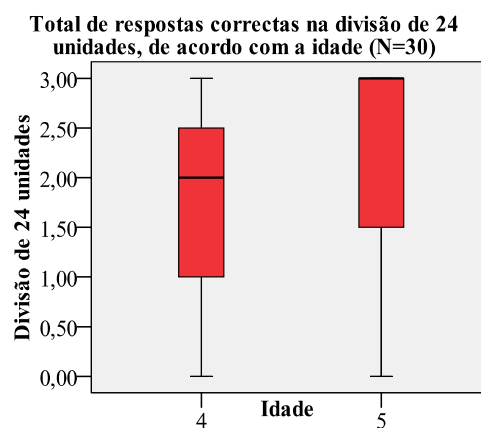


Gráfico 7: Estimativas correctas nas tarefas envolvendo 24 unidades

Os gráficos sugerem diferenças acentuadas no desempenho das crianças de acordo com a idade, no que respeita à divisão de 12 unidades.

Procurando saber mais sobre estes desempenhos dos alunos, conduziu-se uma análise estatística mais aprofundada. Analisaram-se as distribuições dos desempenhos das crianças na

resolução das tarefas que envolviam a divisão de 12 e de 24 unidades, respectivamente. Os testes K-S para a normalidade destas distribuições indicam que ambas as distribuições diferem significativamente do normal sendo $D(30) = 0.24$, $p < 0.05$ para as tarefas de 12 unidades e $D(30) = 0.29$, $p < 0.001$ para as tarefas de 24 unidades.

Em virtude destas distribuições violarem as regras da normalidade (Martinez & Ferreira, 2008) foram conduzidos testes não paramétricos para analisar as diferenças de desempenho das crianças na resolução das tarefas quando estão envolvidas 12 e 24 unidades.

Assim, para analisar nas tarefas de estimativas do quociente a existência de diferenças entre o nível de desempenho dos alunos na resolução que envolvem a divisão de 12 unidades, de acordo com a idade, foi conduzido o teste Mann-Whitney U indicando que os desempenhos das crianças de 5 anos ($Mdn=3$) são significativamente superiores aos desempenhos das crianças de 4 anos ($Mdn=1$), $U = 166.5$, $p < 0.05$. O mesmo teste Mann-Whitney U foi conduzido para analisar as diferenças de desempenhos das crianças de 4 e 5 anos, na resolução de tarefas de divisão de 24 unidades. O teste mostra que não existem diferenças significativas entre os desempenhos das crianças de 4 anos ($Mdn=2$) e 5 anos ($Mdn=3$) na resolução destas tarefas, $U = 144.5$, n.s.. Assim, estes resultados sugerem que a dimensão do conjunto sobre o qual recai a divisão afecta o desempenho das crianças na resolução de tarefas de estimativa na divisão de quantidades discretas.

4.1.3- Justificações que as crianças apresentam para as suas estimativas

Procurando perceber o raciocínio das crianças quando efectuavam as estimativas do quociente quando aumentava o divisor, pediu-se às crianças que justificassem as suas respostas. Num pequeno grupo ($N = 13$), sendo 7 crianças de 4 anos e 6 crianças 5 anos, pedimos às crianças que explicassem as suas respostas.

As justificações apresentadas pelas crianças na execução desta tarefa permitiram distinguir os seguintes tipos de resposta: a) argumentos **válidos (V)**, incluindo aqui todos os argumentos que, de algum modo, reflectem a articulação entre as quantidades representadas pelo divisor e pelo quociente, apresentando argumentos como “vão ter menos cenouras porque apareceu mais um coelho” ou ainda, “vão ter menos cenouras porque apareceu o coelho X”; b) argumentos **centrados no divisor (d)**, incluindo aqui argumentos baseados apenas no número de coelhos, apresentando explicações como “Porque tem muitos coelhos”; c) argumentos **centrados no dividendo (D)**, incluindo aqui explicações baseadas apenas no

número de elementos a dividir, que se caracterizam em expressões como “*Porque têm muitas cenouras*” ou “*Porque têm muitas couves*”; e ainda d) argumentos **inválidos (I)**, incluindo aqui a omissão de resposta, expressões sem significado como “*Porque gostam de cenouras*”, e ainda argumentos inconclusivos como “*não sei*”.

As Tabelas seguintes sugerem que, os argumentos das crianças não diferem muito de acordo com o número de elementos do conjunto inicial, 12 ou 24 unidades. Analisou-se os argumentos que as crianças dos dois grupos etários utilizaram para justificar as suas estimativas nas tarefas que envolveram a divisão de 12 unidades por 2, 3 e 4 destinatários e a Tabela 4 apresenta-nos esses resultados.

Nº de crianças dos dois grupos etários que apresentam cada argumento, nas justificações das estimativas do quociente na divisão de 12 unidades

Tipo de argumento	4 Anos (21 respostas)			5 Anos (18 respostas)		
	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4
V	4	3	3	4	5	5
D	0	0	1	0	0	0
D	2	3	1	1	0	1
I	1	1	2	1	1	0

Tabela 4: Tipos de justificação das crianças (N= 13) nas tarefas de estimativas do quociente no conjunto de 12 unidades e diferentes divisores.

No grupo de crianças de 4 anos e no conjunto de 12 unidades, verificamos que à medida que aumenta o divisor, diminui o número de justificações válidas (percentagens de 57, 43% e 43%, respectivamente). Verificamos, também, que muitas crianças desta idade, as justificações das suas estimativas centram-se no valor do dividendo. No grupo etário de 5 anos, o número de justificações válidas na divisão por 2, 3 e 4 foram de 67%, 83%, 83%, respectivamente).

Nesta investigação quisemos perceber se as crianças dos dois grupos etários ao responderem acertadamente à resposta de estimativa do quociente utilizariam sempre argumentos válidos e vice-versa. A Tabela 5 revela-nos o número de crianças dos dois grupos etários que utilizou cada justificação das suas respostas, certas ou erradas, no conjunto de 12 unidades.

Número de crianças que apresentam diferentes tipos de justificações nos problemas de estimativa do quociente nas tarefas com 12 Unidades e nas respostas certas e erradas

Tipo de Argumentos	4 Anos (21 respostas)		5 Anos (18 respostas)	
	Certas	Erradas	Certas	Erradas
	14	7	13	5
V	9	2	12	2
d	1	0	0	0
D	3	2	1	1
I	1	3	0	2

Tabela 5: Justificações das crianças (N=13) acerca das estimativas do quociente nos problemas com 12 unidades

Analisando esta Tabela, verificamos que no conjunto de 21 respostas à pergunta sobre a estimativa do quociente, o grupo de 4 anos respondeu correctamente 14 vezes (67% das respostas) mas só 9 destas respostas (43%) foram justificadas utilizando um argumento válido (dando a entender a relação inversa entre divisor e quociente). Verificou-se que apesar as crianças de 4 anos responderem acertadamente à pergunta sobre a estimativa do quociente, nem sempre as suas justificações foram acompanhadas de argumentos válidos. Verificou-se ainda que, em 33% das respostas erradas, 10% foram justificadas com argumentos válidos.

No grupo de crianças de 5 anos, no total de 18 respostas, 13 respostas correctas à pergunta sobre a estimativa do quociente (72%), 12 apresentaram argumentos válidos (67%). Verificou-se que quase todas as respostas certas foram acompanhadas por justificações válidas, com excepção de 1 resposta certa que foi justificada com um argumento centrado no valor do dividendo. Também neste grupo etário, 2 respostas erradas (11%) foram justificadas utilizando um argumento válido, ou seja, aludindo à propriedade inversa entre divisor e quociente, referindo-se à introdução de mais um elemento no divisor.

Nas tarefas de divisão de 24 unidades por 2, 3 e 4 destinatários, foram identificados os mesmos argumentos apresentados pelas crianças nas tarefas que envolveram 12 unidades. A Tabela 6 revela-nos esses resultados nos dois grupos de idades.

N^a de crianças nos dois grupos etários que apresentam cada argumento, nas justificações das estimativas do quociente, na divisão de 24 unidades

Tipo de Argumento	4 Anos (21 resposta)			5 Anos (18 respostas)		
	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4
V	3	4	4	5	5	5
d	0	1	0	0	1	1
D	3	0	3	0	0	0
I	1	2	0	1	0	0

Tabela 6: Tipos de justificações das crianças (N=13) nas tarefas de estimativas do quociente no conjunto de 24 unidades e diferentes divisores

Verificamos que neste conjunto de unidades, o desempenho das crianças de 4 anos nesta tarefa melhorou, registrando-se um aumento de argumentos válidos nos diferentes divisores (percentagens de argumentos válidas (de 43%, 57%, 57% respectivamente). Verificamos também que muitas crianças de 4 anos justificaram as suas respostas apelando ao valor do dividendo, assim como nas tarefas que envolveram 12 unidades. O desempenho das crianças de 5 anos foi semelhante nos dois conjuntos de unidades, sendo que neste grupo de unidades o número de justificações válidas foi igual em todos os divisores (83% em todos os divisores).

A Tabela 7 revela-nos o número de crianças dos dois grupos etários que deu respostas certas e erradas e os tipos de argumentos que utilizaram nessas respostas.

Número de crianças que apresentam diferentes tipos de justificações nos problemas de estimativa do quociente nas tarefas com 12 Unidades e nas respostas certas e erradas

Tipo de Argumentos	4 Anos (21 respostas)		5 Anos (18 respostas)	
	Certas	Erradas	Certas	Erradas
	15	6	14	4
V	9	2	14	1
d	0	1	0	2
D	4	3	0	0
I	2	0	0	1

Tabela 7: Justificações das crianças (N=13) acerca das estimativas do quociente nos problemas com 24 unidades

Esta Tabela diz-nos que no conjunto de 21 respostas, o grupo de crianças de 4 anos respondeu acertadamente a 15 perguntas sobre a estimativa do quociente (71%), mas só 9

respostas foram justificadas utilizando argumentos válidos. Verificou-se também neste grupo etário, 2 respostas erradas (29%) que foram justificadas com argumentos válidos, 4 respostas correctas foram justificadas com argumentos centrados no dividendo e 1 resposta certa utilizou um argumento inválido para justificar a sua resposta.

No grupo de crianças de 5 anos verificou-se que todas as respostas correctas nas tarefas de estimativa do quociente foram acompanhadas por justificações válidas, e ainda, uma resposta inválida foi justificada com um argumento válido.

Nestas Tabelas podemos concluir que para algumas crianças de 4 anos, o facto de estimarem correctamente o quociente, nem sempre significou que as suas justificações fossem acompanhadas por raciocínios que revelassem entender a relação inversa entre divisor e quociente. Por outro lado, quase todas as crianças de 5 anos que estimaram correctamente o quociente nos dois grupos de unidades justificaram as suas respostas com argumentos válidos, dando-nos a entender que compreendem intuitivamente a relação inversa entre divisor e quociente, quando o dividendo se mantém constante. Neste grupo etário, no conjunto de 12 unidades houve 2 excepções: 1 resposta errada foi justificada utilizando um argumento válido, e 1 resposta certa foi justificada com um argumento centrado no dividendo.

A Tabela 8 revela-nos a correspondência entre respostas certas e argumentos válidos nas tarefas com 12 unidades ou seja, aquelas em que a criança demonstrava compreender a relação inversa entre divisor e quociente quando se mantém constante o dividendo.

	4 anos		5 anos	
	Respostas certas	Argumentos Válidos	Respostas certas	Argumentos Válidos
V	67%	43%	72%	67%
Total de respostas	21	21	18	18

Tabela 8: Percentagens de estimativas correctas e justificações válidas nos dois grupos etários no conjunto de 12 unidades

Esta Tabela revela-nos que no grupo de 4 anos a percentagem de crianças que deram respostas correctas foi de 67% e a percentagem de argumentos válidos foi de 43%. No grupo de 5 anos, houve uma percentagem de respostas certas de 72%, e a percentagem de argumentos válidos foi de 67%.

A Tabela 9 mostra-nos os resultados nas tarefas envolvendo 24 unidades.

24 Unidades				
	4 anos		5 anos	
	Respostas certas	Argumentos Válidos	Respostas certas	Argumentos Válidos
V	71%	52%	78%	83%
Total de respostas	21	21	18	18

Tabela 9: Percentagens de estimativas correctas e justificações válidas nos dois grupos etários no conjunto de 24 unidades

Os resultados no conjunto de 24 unidades no grupo de crianças de 4 anos revelam-nos um grande aumento nas justificações válidas (cerca de 20%) em percentagens idênticas de respostas certas nas tarefas que envolveram 12 unidades. No grupo etário de 5 anos verificou-se um aumento nas respostas certas e na percentagem de justificações válidas.

Assim, o aumento da idade dos participantes parece traduzir-se num aumento na coerência entre a forma de pensar e a de expressar um argumento ou justificação.

4.2- As crianças e a divisão de quantidades discretas em partes iguais

4.2.1- Os desempenhos das crianças de 4 e 5 anos na divisão de 12 e 24 unidades

Neste estudo, quisemos saber como seriam os desempenhos das crianças de 4 e 5 anos nas tarefas de divisão de quantidades discretas quando estavam envolvidos conjuntos de 12 e 24 unidades e diferentes divisores (2, 3 e 4). Para tal, procuramos saber as percentagens de sucesso nestas tarefas.

Neste estudo, consideramos que as crianças resolveram correctamente as tarefas envolvendo as 12 e 24 unidades, examinando aquelas que as realizaram correctamente durante a tarefa e, ainda, aquelas que ao verificarem o valor do quociente e, sem intervenção do entrevistador, procuraram reverter a situação obtendo deste modo um resultado correcto.

A Tabela 10 mostra-nos as percentagens nos resultados das tarefas envolvendo a divisão de 12 unidades e diferentes divisores.

Percentagens de crianças dos dois grupos etários que resolveram correctamente as tarefas envolvendo 12 unidades

	4 ANOS (n=15)	5 ANOS (n=15)
Divisão por 2	87%	87%
Divisão por 3	67%	80%
Divisão por 4	67%	80%

Tabela 10: Percentagens do desempenho das crianças (N=30) nos Problemas envolvendo 12 Quantidades Discretas

Como pudemos verificar, nas tarefas envolvendo 12 unidades o grupo de crianças de 4 anos obteve um bom desempenho na maioria das tarefas, sendo no entanto superado pelo grupo de crianças de 5 anos.

A Tabela 11 revela-nos os resultados nos dois grupos etários, na divisão de 24 unidades por 2, 3 e 4 destinatários.

Percentagem de crianças dos dois grupos etários que resolveram correctamente as tarefas envolvendo 24 unidades

	4 ANOS (n=15)	5 ANOS (n=15)
Divisão por 2	60%	80%
Divisão por 3	87%	73%
Divisão por 4	67%	73%

Tabela 11: Percentagens do desempenho das crianças (N=30) Nos problemas envolvendo 24 Quantidades Discretas

Nesta Tabela, verificamos que o grupo de 4 anos obteve percentagens de sucesso diferentes nas tarefas de divisão de 24 unidades pelos diferentes divisores, mas semelhantes às

tarefas que envolveram 12 unidades. No grupo de crianças de 5 anos, os resultados das tarefas que envolveram diferentes divisores foi mais homogéneo, sendo estes resultados um pouco inferiores aos obtidos nas 12 unidades.

Quisemos saber ainda as médias e desvios padrão nos dois conjuntos de unidades e nos dois grupos etários. A análise das médias de desempenho das crianças na resolução das tarefas que envolveram 12 e 24 unidades, sugere-nos existir diferenças de desempenhos nos dois grupos etários. Assim, no que se refere ao grupo de crianças de 4 anos e no conjunto de 12 unidades, estes apresentam médias de 2,06 (s.d. = 1,03) e de 2,13 (s.d. = 1,12) nas 24 unidades. Os resultados no grupo de crianças de 5 anos apresentam no conjunto de 12 unidades, uma média de 2,6 (s.d.= 0,6) e no conjunto de 24 unidades, uma média de 2,4 (s.d. = 0,98). Nesta análise podemos referir que, apesar do grupo de 5 anos ter obtido melhores resultados nas tarefas que envolveram 12 e 24 unidades que o grupo de 4 anos, verificamos também que este último grupo obteve melhores desempenhos nas tarefas que envolveram de 24 unidades.

Os Gráficos 8 e 9 apresentam os diagramas de extremos-e-quartis relativamente ao desempenho das crianças de 4 e 5 anos na divisão de 12 e 24 unidades, respectivamente.

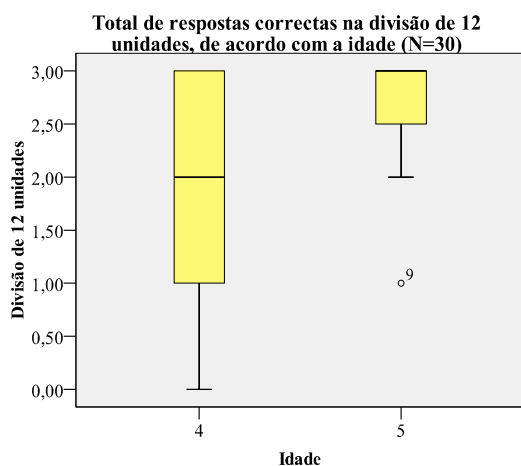


Gráfico 8: Desempenhos correctos nas tarefas com 12 unidades

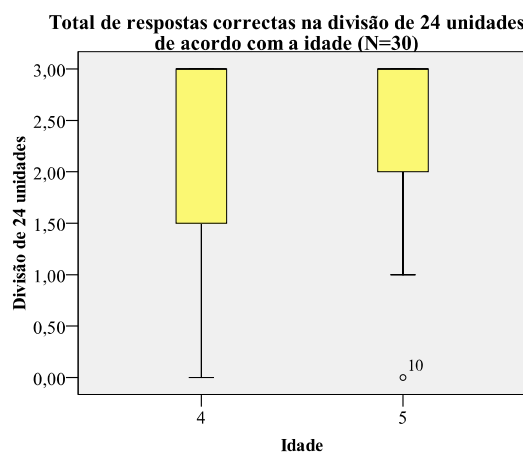


Gráfico 9: Desempenhos correctos nas tarefas com 24 unidades

Desta forma, como podemos verificar nos gráficos acima apresentados, parece existir diferenças entre os desempenhos das crianças de 4 e 5 anos nas tarefas que envolveram 12 unidades. No entanto, esta diferença de desempenho revela-se menor na realização das tarefas com 24 unidades.

Procura-se então verificar se existem diferenças significativas no desempenho das crianças de acordo com a idade, quando resolvem problemas com 12 e com 24 unidades. O Teste Kolmogorov-Smirnov indica que as distribuições respeitantes ao desempenho das crianças de 4 e 5 anos não são normalmente distribuídas, sendo $D(30) = 0,36$, ($p < 0,05$) que no que se refere às 12 unidades, e $D(30) = 0,36$, ($p < 0,05$) para as 24 unidades.

Assim, para analisar a existência de diferenças entre o nível de desempenho dos alunos na resolução de problemas que envolvem a divisão de 12 unidades, de acordo com a idade, foi conduzido o teste Mann-Whitney U indicando que os desempenhos das crianças de 5 anos ($Mdn = 3$) não são significativamente superiores aos desempenhos das crianças de 4 anos ($Mdn = 2$), $U = 149$, (n.s.). O mesmo teste Mann-Whitney U foi conduzido para analisar as diferenças de desempenhos das crianças de 4 e 5 anos, na resolução de tarefas de divisão de 24 unidades. O teste mostra que não existem diferenças significativas entre os desempenhos das crianças de 4 anos ($Mdn = 3$) e 5 anos ($Mdn = 3$) na resolução destas tarefas, $U = 128$, (n.s.). Assim, estes resultados sugerem que as crianças de 4 e 5 anos de idade apresentam níveis de desempenho semelhantes quando dividem 12 ou 24 unidades. Tais resultados parecem dever-se ao facto das crianças de 4 anos utilizarem com mais frequência o procedimento de distribuição um a um.

4.3- Os procedimentos utilizados pelas crianças nas tarefas de divisão de 12 e 24 quantidades discretas

Para entendermos melhor como compreendem as crianças, a divisão de quantidades discretas, mantendo constante o dividendo e variando o divisor, analisamos os procedimentos utilizados pelas crianças de 4 e 5 anos na divisão de 12 e 24 unidades, por dois destinatários. Os procedimentos utilizados pelas crianças para resolverem os problemas foram:

- 1) Distribuição um a um dos objectos pelos destinatários;
- 2) Contagem dos objectos;
- 3) Agrupamentos baseados na percepção, em que as crianças distribuía porções baseadas na visualização dos objectos e destinatários, não apresentando qualquer coerência nesta distribuição;
- 4) Agrupamentos baseados em porções e contagem, que consistiu na distribuição de pequenas porções criadas ao acaso, seguidas de contagem para a obtenção de quotas iguais.

Distribuição um a um dos objectos pelos destinatários:



Ilustração 5: Distribuição um a um dos itens pelos destinatários

Contagem dos objectos



Ilustração 6: Procedimento de contagem

Agrupamentos baseados na percepção



Ilustração 7: Agrupamentos baseados na percepção

Agrupamentos baseados em porções e contagem



Ilustração 8: Agrupamento baseado em porções e contagem

Para percebermos melhor que tipos de procedimentos as crianças de 4 e 5 anos utilizaram na resolução das tarefas, a Tabela 12 resume os procedimentos observados nos dois grupos etários, na divisão de 12 unidades por 2, 3 e 4 destinatários.

12 Quantidades discretas

	4 Anos (n=15)				5 Anos (n=15)			
	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total
Distribuição de itens por recipiente	10	9	9	28	8	8	8	24
Contagem	0	0	1	1	2	2	2	6
Agrup. baseados na percepção	3	5	3	11	1	3	4	8
Agrup. baseados em porções e contagem	2	1	2	5	4	2	1	7

Tabela 12: Procedimentos utilizados pelas crianças (N=30) nas tarefas envolvendo 12 unidades

Analisando a Tabela 12, encontramos procedimentos semelhantes nos dois grupos de idades. O procedimento mais utilizado pelos dois grupos etários foi a distribuição um a um, seguindo-lhe o procedimento de agrupamentos baseados na percepção.

A Tabela 13 revela-nos os procedimentos utilizados pelos dois grupos de crianças em todas as tarefas de divisão envolvendo 24 unidades.

24 Quantidades discretas

	4 Anos (n=15)				5 Anos (n=15)			
	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total
Distribuição de itens por recipiente	7	9	9	25	9	6	6	21
Contagem	0	0	1	1	2	2	3	7
Agrup. baseados na percepção	6	5	4	15	4	4	4	12
Agrup. baseados em porções e contagem	2	1	1	4	0	3	2	5

Tabela 13: Procedimentos utilizados pelas crianças (N=30) nas tarefas envolvendo 24 unidades

Tal como na tabela anterior, encontramos semelhanças na utilização dos diversos procedimentos utilizados pelos dois grupos etários. O procedimento predominante nos dois grupos de idades foi a distribuição um a um de itens pelos destinatários e em segundo lugar os agrupamentos baseado na percepção. Também os procedimentos que envolveram contagens foram pouco utilizados, sendo no entanto utilizado com mais frequência no grupo de 5 anos.

Podemos, então, concluir que nos dois conjuntos de unidades (12 e 24) o procedimento predominante nos dois grupos etários foi a distribuição um a um. Os agrupamentos baseados na percepção foram também muito utilizados pelos dois grupos de idades. Apuramos também, que o procedimento de contagem foi pouco utilizado pelos dois grupos etários verificando-se ser mais frequente no grupo de 5 anos, assim como o procedimento baseado em agrupamentos baseados em porções e contagem.

4.4- As crianças de 4 e 5 anos reconhecem a necessidade de obter quocientes iguais?

Para responder a esta questão procurou-se perceber se as crianças reconheceriam que na divisão de um conjunto de unidades por vários destinatários, os quocientes teriam de ser iguais. Assim, fizeram-se as perguntas: 1) pensas que os destinatários estão satisfeitos com o resultado da divisão, ou seja, com o valor da quota de cada um? 2) Porquê? 3) Queres verificar a tua resposta? 4) Em seguida registamos o comportamento das crianças após a verificação das tarefas.

A Tabela 14 resume os resultados no grupo de crianças de 4 anos, da satisfação/não satisfação da divisão do conjunto de 12 e 24 unidades por 2, 3 e 4 destinatários.

	4 Anos (n=15)					
	12 Quantidades discretas			24 Quantidades discretas		
	Não	Sim	NS/NR	Não	Sim	NS/NR
Divisão por 2	1	14	0	2	13	0
Divisão por 3	0	14	1	0	14	1
Divisão por 4	1	13	1	0	15	0

Tabela 14: respostas das crianças de 4 anos acerca da Satisfação / Não satisfação dos recipientes com o resultado da divisão de 12 e 24 unidades

Como podemos constatar, a maioria das crianças de 4 anos mostra-se satisfeita com os resultados das diferentes divisões nos grupos de 12 e 24 unidades.

A Tabela 15 mostra os resultados obtidos no grupo de crianças de 5 anos na divisão de 12 e 24 unidades por 2, 3 e 4 destinatários.

	5 Anos (n=15)					
	12 Quantidades discretas			24 Quantidades discretas		
	Não	Sim	NS/NR	Não	Sim	NS/NR
Divisão por 2	3	12	1	1	13	1
Divisão por 3	1	14	0	0	15	0
Divisão por 4	1	14	0	2	12	1

Tabela 15: respostas das crianças de 5 anos acerca da Satisfação/Não satisfação dos recipientes com os resultados da divisão de 12 e 24 unidades

Como podemos aferir também neste grupo etário a maioria das crianças de 5 anos ficou satisfeita com os resultados das divisões.

Analisando os resultados da amostra (N = 30) na Tabela 13 e 14, abrangendo a totalidade dos problemas (12 e 24 unidades) e com divisores 2, 3 e 4, verificamos que a maioria das crianças de 4 e 5 anos ficou satisfeita com os resultados obtidos nas tarefas das diferentes divisões.

4.4.1- Justificações das crianças acerca da satisfação/não satisfação dos recipientes com os resultados da divisão (quociente)

Neste estudo quisemos saber que justificações davam as crianças quando verbalizavam que os recipientes estavam satisfeitos com os resultados da divisão. Para responder a esta questão pedimos a um pequeno grupo de crianças de 4 anos (n = 7) e a outro grupo de 5 anos (n = 6), que nos dissessem “porque pensavam que os coelhos tinham ficado satisfeitos com as cenouras/couves que cada um teve”.

Analisando a Tabela 16 podemos aferir o conjunto de respostas, nos dois grupos etários, nas tarefas que envolveram a divisão de 12 quantidades discretas por 2, 3 e 4 destinatários.

	12 Quantidades Discretas							
	4 Anos (n=7)				5 Anos (n=6)			
	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total
Porque todos têm muitas cenouras (couves) / Porque gostam de cenouras (couves)	2	4	2	8	0	0	0	0
Porque dividiram/partilharam as cenouras/couves	4	2	1	7	1	1	0	2
Porque têm a mesma quantidade de cenouras (couves) /diz o número de cenouras/couves	1	1	3	5	4	4	5	13
Porque não têm a mesma quantidade de cenouras (couves) /um coelho tem mais	0	0	0	0	1	0	0	1
Porque dei uma de cada vez	0	0	0	0	0	1	1	2
NS/NR	0	0	1	1	0	0	0	0
Total de Participantes	7	7	7		6	6	6	

Tabela 16: Justificações de um grupo de crianças (N=13) acerca da Satisfação /Não Satisfação dos recipientes com o valor do quociente no conjunto de 12 unidades

Verificamos nesta Tabela que as respostas do grupo de 4 anos centram-se essencialmente em argumentos irrelevantes: “*porque todos têm muitas cenouras / porque gostam de cenouras*”, “*porque dividiram/partilharam as cenouras*”. No grupo de crianças de 5 anos verificamos claramente que a maioria das crianças alude à quantidade, usando expressões do tipo: “*porque têm a mesma quantidade de cenouras*” ou dizendo o número de

cenouras, deixando a ideia de que atendem à necessidade de obtenção de igual número de objectos em cada recipiente, ou seja, que atendem à necessidade de obtenção de partilhas equitativas. Registou-se ainda uma resposta de insatisfação em que a criança argumenta não estar satisfeita com o resultado da sua divisão, porque esta não se traduziu em quotas iguais para os recipientes, tendo argumentado: “*porque não têm a mesma quantidade de cenouras*”.

A Tabela 17 mostra-nos o conjunto de respostas nos dois grupos etários nas tarefas de divisão de 24 quantidades discretas por 2, 3 e 4 destinatários:

	4 Anos (n=7)				5 Anos (n=6)			
	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total
Porque todos têm muitas cenouras (couves) / Porque gostam de cenouras (couves)	3	3	4	10	1	1	1	3
Porque dividiram/partilharam as cenouras/couves	1	3	1	5	0	0	0	0
Porque têm a mesma quantidade de cenouras (couves) /diz o número de cenouras/couves	1	0	2	3	4	3	3	10
Porque não têm a mesma quantidade de cenouras (couves) /um coelho tem mais	2	0	0	2	0	1	2	3
Porque dei uma de cada vez	0	0	0	0	1	1	0	2
NS/NR	0	1	0	1	0	0	0	0
Total de Participantes	7	7	7		6	6	6	

Tabela 17: Justificações de um grupo de crianças (N=13) acerca da Satisfação /Não Satisfação dos recipientes com o valor do quociente no conjunto de 24 unidades

Também neste conjunto de unidades os resultados foram semelhantes aos anteriores. Assim, verificamos que no grupo de crianças de 4 anos o maior número de respostas das crianças da amostra refere a satisfação dos destinatários a dados não numéricos, tais como: *“porque todos têm muitas couves, porque gostam de couves”* ou ainda *“porque dividiram/partilharam as couves”*. A maioria das crianças de 5 Anos refere-se à quantidade dizendo: *“ porque têm a mesma quantidade de couves”*, ou diz o número de couves existentes, e ainda, quando verificam que não existe igualdade numérica verbalizam: *“porque não têm a mesma quantidade de couves”*.

Nesta tarefa verificamos que, no grupo etário de 4 anos, no conjunto de 12 unidades, 24% justificaram as suas respostas referindo: *“porque têm a mesma quantidade de cenouras/couves, ou “porque não têm a mesma quantidade de cenouras/couves”*. No grupo de 5 anos registaram-se argumentos semelhantes em 78% das justificações apresentadas. No conjunto de 24 unidades a percentagem para este tipo de justificação foi de 24% para o grupo etário de 4 anos e 72% no grupo de 5 anos.

Podemos dizer que a maioria do grupo de 5 anos, dá a entender reconhecer a necessidade de obtenção de quocientes iguais, confirmadas pelas suas justificações quando dizem: *“porque têm a mesma quantidade de cenouras/couves, ou “porque não têm a mesma quantidade de cenouras/couves”* quando constatarem que os quocientes não são iguais.

4.4.2- Verificação das tarefas e comportamentos das crianças após a verificação

Após a tarefa anterior, desafiamos as crianças a verificarem os seus resultados perguntando-lhes se queriam “contar o número de cenouras/couves que cada um teve” (quociente) para tentarmos perceber se conferiam que os recipientes tinham quotas iguais, e na possibilidade de existência de quotas diferentes, saber como reagiriam as crianças a esse facto. Esta questão foi colocada nos dois conjuntos de objectos (12 e 24) e nas três situações de divisão: por 2, 3 e 4, para ambos os grupos etários.

Os resultados obtidos nos 2 grupos etários para as tarefas com 12 quantidades discretas encontram-se na Tabela 18.

Verificação da Tarefa	12 Quantidades discretas							
	4 Anos				5 Anos			
	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total
Conta correctamente os itens de cada recipiente, existindo igualdade numérica	9	10	8	27	11	12	11	33
Conta correctamente os itens de cada recipiente não existindo igualdade numérica	2	3	4	9	3	1	3	6
Não sente necessidade de verificação e está certo	0	0	0	0	1	1	1	3
Não sente necessidade de verificação e está errado	2	1	1	4	2	1	0	3
Não conta correctamente os itens	2	1	2	5	0	0	0	0

Tabela 18: Verificação das tarefas das crianças (N=30) envolvendo 12 unidades

Na tabela anterior registou-se que a maioria das crianças de 4 e 5 anos considerou necessária a verificação. Nos dois grupos etários as crianças contaram correctamente os itens, existindo igualdade numérica e uma pequena percentagem contou, eficientemente, as unidades presentes não se verificando, no entanto, igualdade numérica.

A Tabela 19 revela-nos os resultados nos problemas envolvendo 24 quantidades discretas:

24 Quantidades discretas

Verificação da Tarefa	4 Anos				5 Anos			
	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Total
Conta correctamente os itens de cada recipiente, existindo igualdade numérica	5	10	8	23	11	9	8	28
Conta correctamente os itens de cada recipiente não existindo igualdade numérica	5	2	2	9	3	6	7	16
Não sente necessidade de verificação e está certo	0	1	1	2	1	0	0	1
Não sente necessidade de verificação e está errado	1	1	1	3	0	0	0	0
Não conta correctamente os itens	4	1	3	8	0	0	0	0

Tabela 19: Verificação das tarefas das crianças (N=30) envolvendo 24 unidades

Como se constata na Tabela 19, os dois grupos etários tiveram comportamentos semelhantes. A maioria das crianças de 4 e 5 anos considerou necessária a verificação e contou correctamente os itens de cada recipiente verificando a existência de igualdade numérica. Constatamos também que alguns elementos dos dois grupos etários contaram correctamente os itens não existindo porém igualdade numérica. Por último, verificamos a existência de elementos do grupo de 4 anos que não contaram eficientemente os itens de cada recipiente, resultado esperado por existir anterior informação.

4.4.3- Comportamentos das crianças (N=30) após a verificação das tarefas

Analizou-se ainda o comportamento das crianças de 4 e 5 anos após verificação das tarefas, mais especificamente a contagem dos objectos que cada destinatário obteve (quociente), estes dois grupos etários revelaram três comportamentos distintos.

A Tabela 20 resume as percentagens de crianças que adoptaram cada comportamento nas tarefas envolvendo 12 e 24 quantidades discretas nos dois grupos de idades:

	4 Anos					
	12 Quantidades Discretas			24 Quantidades Discretas		
	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4
Com a igualdade numérica de itens por cada recipiente	67%	67%	53%	40%	73%	60%
Com um número diferente de itens de cada recipiente	20%	27%	47%	33%	13%	33%
Após a verificação da desigualdade numérica tenta reverter a situação e está certo	13%	7%	0%	20%	13%	7%
Após a verificação da desigualdade numérica tenta reverter a situação e está errado	0%	0%	0%	7%	0%	0%

Tabela 20: Comportamento do grupo de crianças de 4 anos (N=15) na verificação das tarefas de 12 e 24 Quantidades Discretas

No grupo de 4 anos, após a contagem de itens de cada recipiente, constatamos que o maior número de crianças revela satisfação com a igualdade numérica de itens por recipiente. Encontramos também um grupo de crianças que ao apurarem que não existia igualdade numérica tenta reverter a situação com sucesso. Atendendo a estas duas situações (as que se revelam satisfeitas com a igualdade numérica de itens por recipiente e, ainda, as que após a verificação da desigualdade numérica tentam reverter a situação e o resultado está correcto). Apurou-se também que nas tarefas de divisão de 12 unidades, as percentagens de crianças que consideraram necessária a obtenção de quocientes iguais variaram entre os 53% e os 80%.

No conjunto de 24 unidades estas percentagens variaram entre os 60% e os 87%. Encontramos ainda nas diferentes tarefas de divisão de 12 e 24 unidades uma percentagem considerável de crianças (entre os 13% e os 47%) que se sentem satisfeitas com o resultado de

um número diferente de itens por recipiente, ou seja, que não consideraram necessária a obtenção de quocientes iguais.

A Tabela 21 representa os resultados da verificação das tarefas no grupo de crianças de 5 anos:

	5 Anos					
	12 Quantidades Discretas			24 Quantidades Discretas		
	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4	Divisão por 2	Divisão por 3	Divisão por 4
Com a igualdade numérica de itens por cada recipiente	80%	80%	80%	73%	67%	60%
Com um número diferente de itens de cada recipiente	7%	13%	13%	7%	27%	20%
Após a verificação da desigualdade numérica tenta reverter a situação e está certo	13%	7%	7%	13%	7%	20%
Após a verificação da desigualdade numérica tenta reverter a situação e está errado	0%	0%	0%	7%	0%	0%

Tabela 21: Comportamento do grupo de crianças de 5 anos na verificação das tarefas de 12 e 24 Quantidades Discretas

Neste grupo etário, a maioria das crianças fica satisfeita com a igualdade numérica de itens de cada recipiente, sendo este número maior nos problemas que envolveram 12 unidades. As percentagens de crianças que consideraram a necessidade de obterem quocientes iguais variaram entre 87% e os 93% (crianças que obtiveram igualdade numérica na resolução das diferentes tarefas de divisão, e ainda, aquelas que ao verificarem a não existência dessa igualdade reverteram a situação de modo favorável). Nos problemas que envolveram 24 unidades, estes resultados variaram entre 73% e os 87%. A percentagem de crianças que fica satisfeito com um número diferente de itens de cada recipiente e que após a verificação da desigualdade numérica tenta reverter a situação positivamente é semelhante nos dois conjuntos de unidades. Podemos dizer que a maioria das de crianças de 4 anos considera necessária a obtenção de quocientes iguais, havendo ainda um grande número que se revela satisfeita com diferentes quocientes. A percentagem de crianças que revelam entenderem a necessidade de obtenção de quocientes iguais é superior no grupo de crianças de 5 anos.

4.5- Discussão de resultados

O nosso estudo teve como objectivo principal saber se as crianças de 4 e 5 anos conseguiam perceber as relações lógicas da divisão, quando o dividendo é uma quantidade discreta. Para tal quisemos saber:

1) Como compreendem as crianças pequenas a relação inversa, entre divisor e quociente, quando o dividendo se mantém constante?

2) Como entendem, as crianças, a divisão de quantidades discretas em partes iguais?

Ao iniciarmos o nosso estudo quisemos saber se os dois grupos etários apresentavam a competência de contagem de 12 e 24 unidades. Os resultados obtidos revelaram-nos que 73% das crianças de 4 anos contaram correctamente as 12 unidades e somente 40% contou as 24 unidades. Todas as crianças de 5 anos contaram eficientemente as 12 e 24 unidades. O facto de muitas das crianças de 4 anos não apresentar a competência de contagem de 12 e 24 unidades, levantou-nos algumas dúvidas sobre se este facto iria interferir no seu desempenho nas tarefas de divisão de quantidades discretas.

Nesta investigação, quisemos perceber se as crianças pequenas entenderiam a relação inversa entre divisor e quociente quando o dividendo se mantém constante. Para tal procurou-se perceber se conseguiam antecipar o resultado do quociente, variando o divisor e mantendo constante o dividendo, perguntando-lhes se o quociente iria ser maior ou menor (se coelhos iriam ter mais ou menos cenouras/couves). Neste tipo de tarefas consideramos que as crianças estavam a fazer uma “estimativa” do tamanho do quociente.

No conjunto de 12 unidades, o desempenho das crianças de 5 anos nas tarefas de estimativa do quociente é significativamente superior aos desempenhos das crianças de 4 anos. Nas tarefas de divisão de 24 unidades não foram encontradas diferenças significativas nos dois grupos etários. Este resultado sugere-nos que a dimensão do conjunto sobre o qual recai a divisão afecta o desempenho das crianças na resolução de tarefas de estimativa do quociente.

Quisemos ainda no estudo constante nesta dissertação, aprofundar um pouco mais estes dados. Assim, nos conjuntos de 12 e 24 unidades e nos dois grupos etários procurou-se saber as percentagens de sucesso nas tarefas de estimativa do quociente nos diferentes divisores. Os resultados da nossa amostra, revelaram-nos que 33% das crianças de 4 anos e 87% das crianças de 5 anos “estimaram” correctamente pelo menos metade dos problemas

envolvendo 12 quantidades e 53% das crianças de 4 anos e 73% das crianças de 5 anos “estimaram” correctamente pelo menos metade dos problemas nas tarefas envolvendo 24 unidades.

Um resultado interessante foi o facto de nos dois conjuntos de unidades, o grupo etário de 5 anos apresentar resultados francamente superiores ao grupo de crianças de 4 anos sendo que este último grupo obteve melhores resultados no conjunto de 24 unidades (+ 20% que nas 12 unidades) e o grupo de 5 anos nas tarefas envolvendo 12 unidades (+ 13,3% do que nas 24 unidades). Esta circunstância leva-nos a levantar uma possível explicação. Pensamos que o grupo de 4 anos não focalizou a sua atenção na dimensão do conjunto inicial o que não terá acontecido em algumas crianças de 5 anos. Este grupo ao orientarem a sua atenção na dimensão do conjunto dificultou-lhes o seu desempenho na resolução do problema.

Neste estudo analisaram-se também os argumentos que as crianças destas faixas etárias utilizaram para justificarem as suas estimativas nos dois conjuntos de unidades. Assim, no grupo de crianças de 4 anos, no conjunto de 12 unidades e nos divisores 2, 3 e 4, verificou-se que mantendo-se o dividendo constante e aumentando o divisor, diminuía o número de justificações que utilizavam argumentos válidos, ou seja, que aludiam à relação inversa entre divisor e quociente quando diziam: “vão ter menos cenouras porque apareceu mais um coelho” ou ainda “vão ter menos cenouras porque apareceu o coelho X”. As percentagens encontradas foram de 57%, 43% e 29% respectivamente. Muitas crianças desta idade, nos argumentos que utilizavam para justificarem as suas estimativas apelavam para o valor do Dividendo dizendo “Porque têm muitas cenouras” ou “Porque têm muitas couves”. No grupo etário de 5 anos, o tipo de argumento válido revelou-se francamente superior ao grupo de crianças de 4 anos, sendo inferior na divisão por 2 e aumentando na divisão por 3 e 4 (percentagens de 67%, 83%, 83%, respectivamente).

Relativamente ao conjunto de 24 unidades, o número de crianças de 4 anos que utilizou um argumento válido para justificar as suas estimativas, foi superior aos resultados obtidos nas 12 unidades, aumentando também à medida que aumentava o divisor (43%, 57%, 57%). Relativamente ao grupo etário de 5 anos, foi semelhante aos resultados obtidos nas 12 unidades, obtendo aqui uma percentagem de 83% em todos os divisores.

Analisaram-se ainda no conjunto de 12 unidades, o número de respostas correctas e erradas e o tipo de justificação que apresentaram nas tarefas de estimativa do quociente e no grupo de 4 anos, das 67% de respostas correctas só 43% foram justificadas utilizando um

argumento válido (dando a entender a relação inversa entre divisor e quociente). Verificou-se pois, que o facto das crianças de 4 anos responderem acertadamente à pergunta sobre a estimativa do quociente, nem sempre as suas justificações foram acompanhadas com este tipo de argumento. No grupo de crianças de 5 anos e neste grupo de unidades, das 72% de respostas correctas, 67% apresentaram argumentos válidos (referindo-se à introdução de mais um elemento no divisor - coelho). Neste grupo etário, quase todas as respostas certas foram acompanhadas por justificações que utilizaram argumentos válidos.

Nas tarefas de divisão de 24 unidades por 2, 3 e 4 destinatários, foram identificados os mesmos argumentos apresentados pelas crianças nas tarefas que envolveram 12 unidades, nas respostas correctas e erradas. Assim, no grupo etário de crianças de 4 anos verificou-se que apesar deste grupo etário ter dado mais uma resposta correcta, o número de justificações válidas para estas respostas foi igual ao conjunto de 12 unidades (71% de respostas correctas e 43% de justificações válidas). No grupo etário de 5 anos, verificou-se mais uma resposta certa nas tarefas sobre estimativa do quociente e mais um argumento válido (78% de respostas correctas e 78% de argumentos válidos).

Estes resultados leva-nos a dizer que muitas crianças de 4 anos (aproximadamente 20%) o facto de manifestarem correctamente as suas estimativas, não os levou a reflectirem sobre a propriedade inversa entre divisor e quociente quando se mantém constante o dividendo e a maioria das crianças de 5 anos apresentam claramente raciocínios que nos demonstram um conhecimento intuitivo desta relação.

Comparamos os nossos resultados com Correa, Bryant e Nunes (1998) e Kornilaki e Nunes (2005) que utilizaram 12 e 24 unidades, diferindo do estudo documentado nesta dissertação nos procedimentos utilizados e nas tarefas que estes autores realizaram previamente para avaliarem esta relação inversa entre divisor e quociente, e ainda, não distinguirem na sua análise os resultados das tarefas que envolveram as 12 e 24 unidades.

No estudo de Correa, Bryant e Nunes (1998) que envolveu um grupo de crianças de Oxford (N=61), com idades compreendidas entre os 5 e 7 anos, os autores quiseram saber se numa tarefa de divisão partitiva as crianças quando questionadas acerca do tamanho dos 2 conjuntos entendem a relação inversa divisor/quociente. Quiseram também saber se as crianças em tarefas de divisão por quotas entenderiam esta mesma relação quando questionadas acerca do número de conjuntos formados. Neste estudo, estes autores apuraram

que nas tarefas de divisão partitiva, cerca de 30% das crianças de 5 anos revelaram através das suas justificações atenderem à relação inversa entre divisor e quociente.

Também Kornilaki e Nunes (2005) quiseram perceber se numa situação de divisão de quantidades discretas as crianças entenderiam a relação lógica entre divisor e quociente. O estudo foi desenvolvido com 96 crianças com idades compreendidas entre os 5 e os 7 anos (N=96). As tarefas utilizadas envolveram 12 e 24 unidade. Neste estudo, o número de destinatários foi sistematicamente alterado de modo a produzir duas condições: 1) na mesma condição, o tamanho do divisor era o mesmo; 2) na condição diferente, o número de destinatários variava. As quantidades a serem distribuídas foram 12 e 24. As tarefas foram apresentadas às crianças em voz alta para que acompanhassem o procedimento que estava a ser utilizado pelo investigador que em seguida perguntou se cada gato tinha recebido a mesma quantidade e porquê.

Estes investigadores encontraram nas tarefas de estimativa do quociente, percentagens de sucesso de 33,3% nas crianças de 5 anos que justificaram as suas respostas dando a entender a relação inversa entre divisor e quociente. O estudo aqui apresentado revela, neste grupo etário (5 anos), percentagens de sucesso superiores aos dois estudos referidos anteriormente. Também esta investigação encontrou percentagens superiores no grupo de crianças de 4 anos (43% nos dois grupos de unidades).

Neste estudo, relativamente aos desempenhos dos dois grupos etários nas tarefas de divisão de 12 e 24 unidades e com divisores 2, 3 e 4, apurou que nas tarefas que envolveram 12 unidades, as crianças de 4 anos atingiram percentagens de sucesso que variaram entre os 67% e os 87% e no grupo de 5 anos variaram entre os 80% e 87%.

Nas tarefas envolvendo 24 unidades, o grupo de 4 anos apresentou resultados de sucesso nas tarefas de divisão pelos diferentes divisores que variaram 60% e 87% e o grupo de 5 anos entre 73% e 87%.

Assim, os resultados dos testes estatísticos efectuados, revelaram-nos não existirem diferenças significativas nos desempenhos das crianças de 4 e 5 anos quando dividem 12 ou 24 unidades. Na análise dos resultados dos dois conjuntos de unidades, verificamos que os dois grupos etários obtiveram melhores resultados nas tarefas que envolveram 12 unidades do que nas que envolveram 24.

Esta investigação confirma os resultados de Frydman e Bryant (1988) que, relativamente ao desempenho das crianças nas tarefas de divisão, obteve resultados com

sucesso que variaram entre os 71% e os 100% e, tal como no nosso estudo, o número de divisores não teve qualquer influência. Também encontraram, tal como na nossa investigação, melhores resultados nas tarefas envolvendo 12 unidades do que nas tarefas com 24.

Relativamente aos procedimentos utilizados pelos participantes do estudo, constante nesta dissertação, a nossa investigação revelou-nos que os dois grupos etários, nos dois conjuntos de unidades (12 e 24), utilizaram com maior frequência o procedimento de distribuição um a um e o procedimento de agrupamento baseado na percepção foi também muito utilizado pelos dois grupos etários.

No grupo de 4 anos, a percentagem de utilização do procedimento de distribuição um a um, na totalidade dos diferentes divisores, foi de 62% na divisão de 12 unidades e de 56% nas 24 unidades. No grupo de 5 anos a percentagem total de utilização deste procedimento nos diferentes divisores foi de 53% na divisão de 12 unidades e de 47% nas 24 unidades. Apuramos pois, que o grupo de crianças de 4 anos utilizou este procedimento com mais frequência. Constatamos, também, que os procedimentos que envolveram contagens foram pouco utilizados pelos dois grupos etários, sendo mais frequente no grupo etário de 5 anos. No grupo de crianças de 4 anos os procedimentos que envolveram contagens (contagem e o agrupamento baseado na percepção e contagem) atingiram nas 12 unidades uma percentagem de 13% no total das diferentes divisões e de 11% nas 24 unidades. No grupo de 5 anos, e nas 12 unidades as percentagens utilizadas nos procedimentos que envolveram contagens foram de 29% nas 12 unidades e de 27% nas 24 unidades. Estes resultados revelam-nos que os procedimentos que envolvem contagem são mais frequentes no grupo etário de 5 anos.

Os resultados desta investigação confirmam estudos anteriores, nomeadamente Desforges e Desforges (1980) que, num estudo que envolveu um grupo de crianças (N=30) com idades compreendidas entre 3,5 anos e os 6,5 anos, constataram que à medida que aumentava a idade, as crianças utilizavam mais estratégias que envolviam a contagem. Neste estudo, os autores procuraram conhecer as estratégias que as crianças utilizavam na divisão de quantidades discretas e também perceberem se existiria uma relação entre as estratégias utilizadas e o tamanho dos conjuntos. Nesta investigação os autores criaram 8 dividendos, com 5,6,9,10,11,15,20 e 30 (gomas) e três divisores: 2,3 e 5. Para tal, propuseram às crianças a divisão destes conjuntos de unidades por 5 destinatários (bonecos iguais, mas de cores diferentes).

Desforges e Desforges (1980) constataram que as crianças mais pequenas adoptaram a estratégia de distribuição um a um e as mais velhas a divisão do todo em porções iguais e divisão do todo em pequenas porções. Constataram que à medida que aumentava a idade as crianças utilizavam mais estratégias que envolviam a contagem.

Também Frydman e Bryant (1988), num estudo que envolveu crianças (N=24) com idades compreendidas entre os 3 anos e 11 meses e os 5 anos verificaram que a maior parte das crianças realizou adequadamente todas as tarefas e que o número de divisores não teve qualquer impacto na performance das crianças. A maioria das crianças que efectuou a tarefa correctamente utilizou o procedimento de distribuição um a um.

Estes autores concluíram que em 83% das tarefas correctas, as crianças utilizaram o procedimento de distribuição um a um, o que para os autores revela que as crianças desta faixa etária conseguem entender a correspondência um a um.

Neste estudo o procedimento predominante nos dois grupos etários foi a distribuição um a um, mas com percentagens inferiores sendo mais frequente no grupo de crianças de 4 anos.

Ainda, Pepper e Hunting (1998) realizaram uma investigação com um grupo de crianças do pré-escolar (N= 25) com idades compreendidas entre os 4 anos e 10 meses e 6 anos e 2 meses com o intuito de saberem como a contagem e a distribuição se relacionam entre si, e examinarem estratégias que as crianças do pré-escolar utilizam para subdividirem itens. A primeira intervenção consistiu em tarefas de contagem e a segunda em tarefas de partilha. As tarefas de contagem serviram para investigar o nível de desenvolvimento das crianças e classificá-las em três grupos: 1) maus contadores; 2) contadores em desenvolvimento e 3) bons contadores. As tarefas de partilhas consistiram em divisões de 12 unidades por 2 destinatários e ainda 15 e 21 unidades para serem divididos por 3 destinatários. De sublinhar que os resultados apresentados por estes autores abrangem a totalidade da amostra, não sendo diferenciados os resultados por idades.

Na tarefa divisão de 12 unidades (bolachas) por 2 destinatários (bonecas), 92% do total da amostra realizaram correctamente a tarefa e o procedimento predominante foi a distribuição um a um.

Nas tarefas envolvendo 21 unidades (bolos), para serem divididas por 3 destinatários (bonecos), 60% das crianças que realizaram com sucesso a tarefa utilizou a distribuição sistemática apesar de a contagem começar a aparecer mais claramente. Na 3ª tarefa, 64% das

crianças distribuíram com sucesso as moedas pelas caixas e usaram a distribuição um a um. No final da distribuição perguntou-se-lhe se cada boneca tinha uma partilha justa. As crianças que não obtiveram resultados positivos nesta tarefa, demonstraram no entanto, algumas evidências na distribuição sistemática dos itens mas não foram capazes de o fazer durante toda a distribuição

Finalmente, este estudo confirma o estudo de Squire e Bryant (2002) que realizaram três estudos com crianças (N=83) dos 5 anos aos 8 anos envolvendo problemas de divisão partitiva (agrupamento por divisor e agrupamento por quociente).

Os problemas apresentados eram divisões de $\frac{12}{2}$, $\frac{12}{3}$, $\frac{12}{4}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{20}{4}$ e $\frac{20}{5}$.

Os resultados do nosso estudo comprovam ainda os resultados de Squire e Bryant que revelam que a criança desde pequena compreende alguns aspectos da divisão (e a interpretação dos modelos de problemas de divisão) e é influenciada pelo entendimento da partição e distribuição de porções pelos destinatários. À medida que a idade avança, as crianças dependem cada vez menos dos esquemas de partilha tornando-as mais capazes na resolução deste tipo de problemas.

Para se perceber se era importante para as crianças a obtenção de quocientes iguais (ou divisões equitativas) perguntou-se-lhes se pensavam que os destinatários tinham ficado satisfeitos com os resultados das divisões e foram incentivadas a dizer quantos objectos obteve cada destinatário nas diferentes divisões. No conjunto de 12 unidades e no grupo etário de 4 anos, as percentagens de crianças que consideraram que os destinatários ficaram satisfeitos com a quota que cada um recebeu, variaram entre 87% e 93% e nas 24 unidades entre 87% e os 100%. No grupo etário dos 5 anos, no conjunto de 12 unidades, as percentagens de satisfação nas tarefas variaram entre os 80% e 93% e nas 24 unidades entre 80% e os 100%.

Após estes resultados, incentivaram-se as crianças a justificar as suas respostas para saber se estas aludiam ao facto dos destinatários obterem a mesma quantidade de elementos, ou seja, se justificavam as suas respostas com factos matemáticos (numéricos).

Os resultados constantes nesta dissertação dizem-nos que no grupo de crianças de 4 anos, no total das tarefas de divisão de 12 unidades, 33% das crianças justificaram as suas respostas aludindo ao factor quantidade (ao dizerem “*porque têm a mesma quantidade de cenouras/ couves*” ou diz o número de cenouras/couves, ou ainda “*porque não têm o mesmo número cenouras/couves*) e 24% nas 24 unidades. No grupo etário de 5 anos as justificações

com este tipo de argumentos foram de 78% nas 12 unidades e 72% nas 24 unidades. Estes resultados indicam-nos que para uma minoria das crianças de 4 anos (33% - 24% nas 12 e 24 unidades respectivamente) a divisão requer que os destinatários obtenham quocientes iguais e pelo contrário, a maioria das crianças de 5 anos considera esta necessidade, justificando as suas respostas tendo como base factos matemáticos (numéricos).

No grupo de crianças de 4 anos que o maior número de respostas (71% nos dois conjuntos de unidades) dava como justificação o Dividendo ao dizerem “*porque todos têm muitas cenouras/couves*”, ou argumentos tais como: “*porque gostam de cenouras/couves*”, e ainda, “*porque dividiram/partilharam as cenouras/couves*”. Este tipo de justificações no grupo de 5 anos foi pouco frequente verificando-se uma percentagem de 11% nas 12 unidades e 17% nas 24 unidades.

Nesta investigação revelou resultados superiores a outros estudos realizados anteriormente, nomeadamente os resultados de Davis e Pitkethly (1990) cujo estudo envolveu 3 crianças de 5 anos e foi-lhes pedido para fazerem partilhas equitativas de 12 biscoitos por 2 e bonecos. Trinta e três por cento das crianças da amostra apresentaram um procedimento consciente de partilha equitativa, e também 33,3% dessa amostra, aparentemente chegaram a esta conclusão após a intervenção do entrevistador. Também Frydman e Bryant (1988) concluíram que as crianças ao conseguirem fazer tarefas de divisão com base na correspondência um a um, podem ter pouco conhecimento do significado numérico da partilha.

Também Desforges e Desforges (1980) apuraram que 63% das crianças de 5 anos e 22% das crianças de 4 anos manifestaram, de modo evidente, uma base numérica nas suas partições.

Este estudo contraria os resultados do estudo de Correa, Bryant e Nunes (1998), que revela que cerca de 40% das crianças de 5 anos deram justificação sem relevância matemática. No nosso estudo e nesta faixa etária, nas tarefas que envolveram 12 e 24 unidades, a percentagem de crianças que deram justificação sem relevância matemática (não se referindo à quantidade de itens) foi menor e variou entre 22% e 28%, respectivamente.

A investigação documentada nesta dissertação abrangeu também a faixa etária de 4 anos, e aqui encontramos resultados claramente superiores na percentagem de crianças que justificou as suas respostas com argumentos sem relevância matemática (71% nos 2 conjuntos de unidades).

Neste estudo e após as crianças terem efectuado a verificação das tarefas, no grupo de crianças de 4 anos, na divisão de 12 unidade, registou-se resultados nas percentagens de crianças que consideraram necessária a obtenção de quocientes iguais que variaram entre os 53% e os 80%. No conjunto de 24 unidades estas percentagens variaram entre os 60% e os 87%. Apesar destes resultados, a maioria das crianças desta faixa etária não deram a entender, nos argumentos que utilizaram, a necessidade de obtenção de quocientes iguais. Encontramos ainda nos conjuntos de 12 e 24 unidades e nas diferentes tarefas de divisão uma percentagem considerável de crianças (entre os 13% e os 47%) que se sentem satisfeitas com o resultado de um número diferente de itens por recipiente, ou seja, que não consideraram necessária a obtenção de quocientes iguais.

No grupo etário de 5 anos a percentagem de crianças que considerou a necessidade de obtenção de quocientes iguais, nas tarefas que envolveram 12 unidades, variou entre 87% e os 93%. Nos problemas que envolveram 24 unidades, a percentagem de crianças que considerou necessária a obtenção de quocientes iguais, variou entre 73% e os 87%. O número de crianças que fica satisfeito com um número diferente de itens de cada recipiente e que após a constatação da desigualdade numérica tenta reverter a situação positivamente, é semelhante nos dois conjuntos de unidades. Podemos dizer que, a maioria das crianças de 4 anos considerou intuitivamente, necessária a obtenção de quocientes iguais, não sabendo no entanto justificá-la. Por outro lado, pode-se referir que a maioria das crianças de 5 anos considerou necessária a obtenção de quocientes iguais, justificando-a com factos matemáticos (numéricos).

CAPÍTULO V

5. Conclusão

5.1- Conclusões do estudo

Este estudo pretendeu perceber como as crianças de 4 e 5 anos entendem as relações lógicas da divisão de quantidades discretas, quando o dividendo é uma constante e para tal tentamos responder a várias questões: 1) Como compreendem as crianças pequenas a relação inversa, entre divisor e quociente, quando o dividendo se mantém constante? 2) Como entendem, as crianças, a divisão de quantidades discretas em partes iguais?

5.1.1- Sobre os resultados

Os resultados desta investigação revelaram que, nas tarefas de estimativa do quociente e no conjunto de 12 unidades, os desempenhos das crianças de 5 anos são significativamente superiores aos desempenhos das crianças de 4 anos, e ainda, que nas tarefas que envolveram 24 unidades não existiram diferenças significativas nos desempenhos das crianças dos dois grupos etários. Assim, estes resultados sugerem que na divisão de quantidades discretas, a dimensão do conjunto sobre o qual recai a divisão, afecta o desempenho das crianças na resolução deste tipo de tarefas.

Curiosamente, o grupo de crianças de 4 anos obteve melhor desempenho nas tarefas envolvendo 24 unidades do que nas 12 unidades e demonstrando ainda que as crianças desta faixa etária possuem uma fraca capacidade de anteciparem (“estimarem”) o tamanho do quociente quando se mantém constante o dividendo e varia o divisor. Contrariamente, o grupo de crianças de 5 anos revelou um entendimento intuitivo desta relação. Os resultados deste estudo, nesta faixa etária, apresentaram percentagens de sucesso superiores aos obtidos no estudo de Correa, Bryant e Nunes (1998).

Quando foi solicitado às crianças que justificassem as suas respostas, o grupo de crianças de 5 anos, na sua grande maioria, justificou a sua resposta referindo-se ao aumento do divisor, argumentando sobre a chegada de mais um recipiente, neste caso, um coelho. No

grupo de crianças de 4 anos, menos de metade das crianças justificou o resultado da sua estimativa desta forma.

Os resultados desta investigação revelaram também, que o procedimento predominante nos dois grupos etários foi a distribuição um a um (apesar de mais frequente no grupo dos 4 anos). Pensamos que para muitas crianças destas faixas etárias, a divisão consiste e requer essencialmente a distribuição de itens por diferentes destinatários, baseando-se fortemente na correspondência um a um. Estas conclusões convergem também com as obtidas por Frydman e Bryant (1988), Desforges e Desforges (1980 e ainda Squire e Bryant (2002).

Consideramos que este tipo de procedimento permite-lhes um desempenho mais eficiente e seguro na execução de “partilhas” justas. Ao verificarmos que o grupo de 5 anos utilizou este procedimento com menor frequência, pensamos se estariam a tentar resolver o problema através de outros procedimentos, nomeadamente os procedimentos que envolveram contagens.

Este estudo revelou ainda um outro procedimento também popular entre as crianças dos dois grupos etários que consistiu nos agrupamentos baseados na percepção, em que as crianças distribuía porções baseadas na visualização dos objectos e destinatários, não apresentando qualquer coerência nesta distribuição. Os procedimentos que envolveram contagens foram pouco utilizados pelos dois grupos etários revelando-se no entanto uma frequência mais expressiva no grupo de crianças de 5 anos.

Esta investigação revelou ainda que numa situação de divisão, as crianças destas faixas etárias compreendem intuitivamente a necessidade de obtenção de partilhas equitativas na distribuição dos objectos pelos recipientes. A maioria das crianças de 4 anos e a quase totalidade das crianças de 5 anos entendem intuitivamente a necessidade de obtenção de quocientes iguais, quando verificaram o resultado das tarefas e conferiram que todos os destinatários obtiveram a mesma quantidade de itens, dizendo que estes estavam satisfeitos com o resultado da divisão. Também quando verificaram que os resultados obtidos não eram quantidades iguais, procuram modificar o resultado e tentaram obter a igualdade, na maioria dos casos com sucesso. No grupo etário existiu também uma percentagem de crianças considerável que se sentiu satisfeita com resultados diferentes nos diversos quocientes. Pitkethly (1990) verificou que só uma minoria apresentou um procedimento consciente de partilha equitativa.

Quando foi pedido às crianças que justificassem porque achavam que os destinatários ficaram satisfeitos com o resultado das diferentes divisões, a nossa investigação concluiu que só uma minoria das crianças de 4 anos são capazes de justificar as suas respostas tendo como base factos matemáticos (numéricos). Contrariamente a este facto, uma grande maioria das crianças de 5 anos justificou as suas respostas referindo-se a factos numéricos dizendo “*porque têm a mesma quantidade*”, ou “*porque não têm a mesma quantidade*” quando constatavam que os quocientes não eram iguais. Este aspecto foi também identificado por outros investigadores, (ver Kornilaki e Nunes, 2005) que estudaram os argumentos das crianças na resolução deste tipo de tarefas e Desforges e Desforges (1980) que verificaram este aspecto, nos procedimentos utilizados pelas crianças durante a resolução dos problemas de divisão das quantidades discretas.

Nesta investigação as crianças dos dois grupos etários obtiveram melhor desempenho nas tarefas que envolveram um dividendo menor, dando-nos a entender que o tamanho do dividendo teve influência no desempenho das crianças, no entanto, o número de divisores parece não ter sido determinante. Este estudo contraria o estudo de Correa, Bryant e Nunes (1998) que encontraram maiores dificuldades nas tarefas que envolveram a condição de diferente divisor, sendo que o tamanho do dividendo não teve qualquer influência. No que diz respeito à influência nos resultados do tamanho do divisor, os nossos resultados são consistentes com os obtidos na investigação de Frydman e Bryant (1988) relativamente à não influência do tamanho do divisor.

Também quando iniciamos este estudo e pedimos que as crianças contassem os objectos ao seu dispor, constatou-se que a maioria das crianças de 4 anos contava eficientemente as 12 unidades, não se verificando a mesma situação na contagem de 24 unidades e que todas as crianças de 5 anos fizeram todas as contagens eficientemente. Contudo, apuramos que para muitas crianças de 4 anos, este facto não foi impedimento a um bom desempenho nas tarefas já que o tipo de procedimentos que utilizaram consistiu fortemente no procedimento de distribuição um a um. Os resultados dos desempenhos das crianças de 4 e 5 anos revelaram não haver diferenças significativas nos dois grupos etários e nos dois conjuntos de unidades. Estes resultados são também convergentes com os de Pepper e Hunting (1998) que referem que as crianças sem competência de contagem resolvem com sucesso os problemas recorrendo a outras estratégias.

5.1.2- Limitações do estudo

A nossa investigação incidiu sobre a divisão partitiva por questões logísticas e de tempo disponível para a recolha de dados, já que a investigadora, sendo Educadora de Infância em exercício de funções, viu-se condicionada no acesso aos locais da recolha de dados, por estes terem o mesmo horário lectivo de funcionamento. Também por este tipo de limitações só foram trabalhadas quantidades discretas, a amostra é pequena e ainda as justificações pedidas em alguns problemas só foram solicitadas a uma pequena parte dos participantes.

5.1.3- Sugestões para futuras investigações

Sabemos que as crianças aprendem agindo e, segundo a literatura, quanto mais precocemente lhes dermos oportunidades de resolverem problemas que envolvam as noções intuitivas do conceito de divisão, melhor perceberão as relações lógicas envolvidas neste tipo de operação que em nosso entender, lhes trarão benefícios, talvez não imediatos, mas para as etapas posteriores.

Pensamos ser importante também a existência de estudos centrados igualmente na divisão, conduzidos com amostras maiores e com maior diversidade etária, de modo a sabermos um pouco mais sobre a compreensão informal dos aspectos lógicos da divisão partitiva nas crianças portuguesas. Por outro lado, seria aconselhável uma investigação nestas faixas etárias sobre a divisão por quotas, para deste modo termos conhecimentos e resultados que permitissem comparar estes dois tipos de divisão. Este estudo poderia ser importante para mudar ou confirmar os resultados desta investigação, e ainda, sugerir novas actividades pedagógicas na educação pré-escolar.

Consideramos ainda ser relevante saber como se comportam as crianças portuguesas em tarefas que envolvam quantidades contínuas, e perceber se as crianças destas faixas etárias utilizam a mesma lógica que utilizam nas tarefas com quantidades discretas. Também para verificar se os seus desempenhos são semelhantes nos dois tipos de quantidades, já que a literatura documenta que as crianças têm maiores dificuldades nas tarefas que envolvem quantidades contínuas.

Bibliografia

- Abrantes P, Serrazina, L., & Oliveira I. (1999), *A Matemática na Educação Básica*: Lisboa: ME/DEB.
- Abrantes P, Serrazina, L., & Oliveira I. (2003), *Iniciação à Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Alsina, A., Aymerich C. & Barba, C. (2008). Matemática en educación infantil. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 47, 10-18.
- Alsina, A.; Aymerich, C., & Barba,C. (2008). Una visión actualizada de la didáctica de la matemática en educación infantil. *Uno - Revista de Didáctica da Matemática*, 47, 10-19.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa, em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Castro, J. & Rodrigues, M. (2008), *Sentido de número e organização de dado*. Lisboa: Direcção – Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Correa, J. & Bryant, P. (1994). *Young children's understanding of division concept*. Proceedings of the XIII Biennial Meeting of The International Society for Study of Behavioural Development (ISSBD), p. 353.
- Correa, J. & Meireles, E. (2000). A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitativa de quantidades contínuas. *Estudos de Psicologia*, 5, 11-31.
- Correa, J. (1996). A compreensão inicial do conceito de divisão partitiva em tarefas não-computacionais. In M. Novaes & M. Brito (Orgs.), *Psicologia na Educação: Articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica*. Coletâneas da ANPEPP, 1, (5), 151-165, Rio de Janeiro: Editora Xenon
- Correa, J., & Meireles, E., (2000). A Compreensão Intuitiva da criança acerca da divisão Partitativa de Quantidades Contínuas. *Estudos de Psicologia* 5, (1),11-31.
- Correa, N., & Bryant, P. (1998), Young Children's Understanding of Division: The Relationship between Division Terms in a Noncomputational Task. *Journal of Educational Psychology*, 90,321-329.
- Cowan, R., & Biddle, S. (1989). Children,s understanding of one – to – one correspondence in the context of sharing. *Education Psychology*, Vol.9, N°2, 133-140.

- Creswell, J. (2003). *Research design, Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches* (2^a Edition). University of Nebraska: Lincoln
- Davis, G., & Hunting, R. (1990). Spontaneous partitioning: Preschoolers and discrete items. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 367-374.
- Davis, G., & Pitkethly, A. (1990). Cognitive Aspects of Sharing. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, N° 2, 145 – 153.
- Desforges, A., & Desforges, C. (1980). Number-based strategies of sharing in young children. *Educational Studies*, 6, 97-109.
- Frydman, O., & Bryant, P. (1988). Sharing and understanding of number equivalence by young children. *Cognitive Development*, 3, 323-339.
- Hunting, R., & Davis, G. (1991). *Early fraction learning*. New York: Editora Springer-Verlag.
- Hunting, R., & Sharpley, C. (1988). Fraction knowledge in preschool children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 175-180
- Kornilaki, E., & Nunes, T. (2005). Generalising Principles in Spite of Procedural Differences: Children's understanding of division. *Cognitive Development*, 20, 388-406.
- Mamede, E. (2008). Focusing on children's early ideas of fractions. In Bozena Maj, Marta Pytlak & Ewa Swoboda (Eds.), *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, pp. 61-67. Poland: Rzeszow, WUR.
- Martinez, L., & Ferreira L. (2008). *Análise de dados com SPSS, primeiros passos*, (2^a Edição). Lisboa: Escolar Editora.
- McMillan, J., Schumacher, S. (1989). *Research in education: A conceptual Introduction*. Glenview: Scott, Foresman and Company.
- Mendes, M., & Delgado, C. (2008). *Geometria - Textos de Apoio para Educadores de Infância*. Lisboa: Direcção- Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular
- Michel, M. (2005). *Metodologia e Pesquisa Científica em Ciências Sociais*. S. Paulo: Editora Atlas.
- Miler, K. (1984). Child as the Measurer of all Things: Measurement Procedures and the Development of Quantitative Concepts. In Sophian (Ed), *Origin of cognitive skills*. 193-228. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Ministério da Educação (1997). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Lisboa: Departamento da Educação Básica- Ministério da Educação.

- Ministério da Educação (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa. Departamento da Educação Básica.
- Ministério da Educação (2010). *As Metas de Aprendizagem para o Pré – Escolar*. Lisboa: Direcção Geral de Inovação e desenvolvimento Curricular.
- Moreira, D., & Oliveira, I. (2003). *Iniciação à Matemática no Jardim de Infância*. Lisboa. Universidade Aberta
- Moreira, D., & Oliveira, I. (2004). *O jogo e a Matemática*. Lisboa. Universidade Aberta
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Nunes, T. & Bryant, P. (2010). *Understanding relations and their graphical representation*. In Nunes, T., Bryant, P. & Watson, A (Eds), Key understanding in mathematics learning. (Acedido em 20 de Abril, 2011) de <http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/P4.pdf>.
- Nunes, T. (2008). Understanding rational numbers. *Conference Proceeding*, 32 (3), 23-52.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças Fazendo Matemática*. Porto Alegre: Editora Artes Médicas.
- Oliveira, M., (1992). Vygotsky e o Processo de Formação de Conceitos. In: Piaget, Vygotsky, Wallon, Teorias Psicogenéticas em Discussão, Yves de la Tail (org). S. Paulo: Ed Summus.
- Pardal, L. (1995). *Métodos e Técnicas de Investigação Social*. Porto: Areal Editores
- Pepper, K., & Hunting, R. (1998)- Preschoolers' Counting and Sharing, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 29, nº 2:164–183
- Piaget, J, Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. London: Routledge & Paul.
- Piaget, J. & Szeminska, A . A génese do número. Trad. de Cristiano M. Oiticica. 3ª Edição.
- Pitkethly, A., & Davis, G.(1990), Cognitive aspects of sharing. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 2, 145-153.
- Pitkethly, A., & Hunting, R. (1996). A review of recent research in the area of initial fraction concepts. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 30, nº1, 5-38
- Pothier, Y., & Sawada, D.(1983). Partitioning: The Emergence of Rational Numbers, Ideas in Young Children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 307-317.
- Resnick, L. , Ford, W., *The psychology of mathematics for instruction*, (1981), New Jersey

- Resnick, L., Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Ministerio de Educación y Ciencia. Barcelona: Ediciones Paidós.
- Rio de Janeiro, Zahar, 1971.
- Sampieri, R., Collado, C., & Lucio, P. (2006). *Metodologia de pesquisa* (3ª Edição). S Paulo: Editora McGraw-Hill.
- Severino, A. (2007). *Metodologia do Trabalho Científico – 23ª Edição revista e actualizad*. São Paulo: Editora Cortez.
- Smole, K. (2003). *A Matemática na Educação Infantil, a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar*. Porto Alegre: Artmed.
- Sophian, C. & Wood, A. (1997). Proportional Reasoning in Young Children: The Parts and The whole of it. *Journal of Educational Psychology*, Vpl. 89, nº 2, 309-317.
- Spinillo, A., & Bryant, P. (1999). Proportional Reasoning in Young Children: part – part comparisons about continuous and discontinuous quantity. *Mathematical Cognition* , 5 (2), 181-197.
- Squire, S., & Bryant, P (2002). The influence of sharing on children’s initial concept of division. *Journal of Experimental Child Psychology* 81, 1–43.
- Wing, R., & Beal, C. (2004). Young children’s judgments about the relative size of shared portions: the role of material type. *Mathematical thinking and learning*, 600, 1-14.
- Yin, R. (2009), *Case Study Research design and Methods*, 4ª Edição, U. S. A

ANEXOS

Anexo 1: Pedido de Autorização aos Encarregados de Educação e explicação do intuito das tarefas

As tarefas a efectuar com as crianças são realizadas no âmbito de um projecto de Mestrado em Ensino e Aprendizagem da matemática Elementar, sobre a temática: *A Compreensão do Conceito de Divisão partitiva nas crianças do Pré – Escolar*, a decorrer no Instituto de Estudos da Criança, na Universidade do Minho. A recolha dos dados através de gravação de vozes e de imagem (de salientar que o rosto das crianças não será filmado) e os resultados obtidos serão utilizados apenas para fins académicos e científicos.

Obrigado pela sua colaboração!

Maria Amália de Oliveira e Silva
amaliaoliveirasilva@gmail.com

Recorte e devolva por favor, a Declaração de Consentimento

DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO

Eu, abaixo assinado, _____, Encarregado de Educação do menino (a)----- compreendi a explicação que me foi fornecida acerca do estudo em que o meu educando vai participar, tendo-me sido dada a oportunidade de fazer as perguntas que achei necessárias.

Tomei conhecimento dos objectivos, métodos, os benefícios previstos, bem como da possibilidade de a qualquer momento o meu educando poder desistir da participação e para a qual dou o meu consentimento.

_____, ____ de _____ de _____
(Localidade) (Dia) (Mês) (Ano)

Anexo 2: Guião - Entrevista (história)

Era uma vez um coelhinho branco (a quem todos chamavam Branquinho), que foi dar um passeio pelos campos, perto de casa. Encontrou uma coisa de que gostava muito – cenouras! Ficou muito feliz e começou a apanhar 1 cenoura, outra, outra.....

- Queres contar quantas cenouras apanhou?

Estava tão feliz com as suas cenouras, que começou a juntá-las. De repente aparece o amigo Castanhinho que diz:

- Olá amigo. Onde arranjaste estas cenouras todas? Sabes, eu também gostaria de arranjar algumas para mim.

- Okey, se quiseres posso dar-te das minhas cenouras. Vamos dividi-las pelos dois, de modo que os dois fiquemos com a mesma quantidade de cenouras?

Investigadora:

- Achas que o Branquinho agora vai ficar com mais ou menos, cenouras?

- Será que podes ajudar o Branquinho a dividir as cenouras pelos dois, de modo que fiquem com os grupos iguais?

- Será que os coelhinhos ficaram contentes com a divisão das cenouras?

- Porquê?

- Com quantas cenouras ficou cada coelhinho?

Quando já tinham dividido as cenouras, chega o coelhinho Nuvem:

- Olá amigos, que sorte que vocês têm! Tantas cenouras, e eu que há tanto tempo não como uma cenoura!...

- Se aqui o nosso amigo Castanhinho não se importar, podemos juntá-las novamente e dividi-las pelos 3 – diz o Branquinho.

- Okey, por mim acho justo – diz o Castanhinho

Então, juntaram novamente as cenouras e dividiram-nas pelos 3.

- Achas que o Branquinho e o Castanhinho agora vão ficar com mais ou menos, cenouras?

- Queres ajudar os coelhinhos a dividir as cenouras pelos 3?

- Será que os coelhinhos ficaram contentes com a divisão das cenouras?

- Porquê?

- Com quantas cenouras ficou cada coelhinho?

De repente aparece o Zebrinha (chamavam-lhe Zebrinha por ser preto e branco) muito cansado, porque tinha andado a correr, e quando chega perto dos amigos diz:

- Estou a ver aqui um rico lanche. Estou esfomeado, e já há muito tempo que não como cenouras.

- Se os meus amigos não se importarem, podemos juntá-las novamente e dividi-las pelos 4 de modo a ficarmos todos com a mesma quantidade – diz o Branquinho. Todos concordaram.

- Achas que o Branquinho, o Castanhinho e o Nuvem agora vão ficar com mais ou menos, cenouras?

- Queres ajudar os coelhinhos a dividir as cenouras pelos 4?

- Será que os coelhinhos ficaram contentes com a divisão das cenouras?

- Porquê?

- Com quantas cenouras ficou cada coelhinho?

A Investigadora continua a contar a história, envolvendo agora tarefas com 24 unidades (couves), para serem divididas do mesmo modo, por 2, 3 e 4 destinatários.

No dia seguinte, andava o Castanhinho a passear, quando viu um campo com muitas couves. Ficou muito feliz, e começou a apanhá-las. 1, 2

Investigadora: - Queres contar quantas couves apanhou?

De repente chega o Branquinho:

- Olá amigo, olha, tantas couves!

- Olá amigo, gostas de couves?

- Claro, ai uma sopinha de couvinha, vinha mesmo a calhar! – diz o Branquinho.

- Okey, foste muito generoso com as tuas cenouras, eu agora posso retribuir o teu gesto. Vou dividir as minhas couves contigo, e ficarmos com um grupo de couves igual.

- Achas que o Castanhinho agora vai ficar com mais ou menos couves?

- Queres ajudar os coelhinhos a dividir as couves pelos 2?

- Será que os coelhinhos ficaram contentes com a divisão das couves?

- Porquê?

- Com quantas couves ficou cada coelhinho?

De repente, aparece o Nuvem:

- Olá amigos. Tantas couves, nunca vi tantas couves!

- Gostas de couves, amigo?

- Adoro, adoro, mas já há muito tempo que não como couves. Só tenho comido erva. E uma sopinha com couvinhas era uma delícia!

- Okey, se aqui o nosso amigo Branquinho não se importar, podemos dividir as couves pelos 3.

- por mim está bem - diz o Branquinho.

Então, juntaram novamente as couves e dividiram-nas pelos 3.

- Achas que o Branquinho e o Castanhinho agora vão ficar com mais ou menos, couves?

- Queres ajudar os coelhos a dividir as couves pelos 3?

- Será que os coelhos ficaram contentes com a divisão das couves?

- Porquê?

- Com quantas couves ficou cada coelho?

Já estavam todos com as suas couves, quando ouviram uma voz:

- Olá, olá, olá amigos! Uhau! Tantas couves que vocês têm, e que ótimo aspecto! – dizia o Zebrinha. Eu gosto tanto de couves! Ai, uma sopinha de couves....

- Muito bem – diz o Nuvem. Se os nossos amigos não se importarem, podemos dividi-las novamente pelos 4. Todos concordaram e fizeram novamente a partilha das couves.

- Achas que o Branquinho, o Castanhinho e o Nuvem agora vão ficar com mais ou menos couves?

- Queres ajudar os coelhos a dividir as couves pelos 4?

- Será que os coelhos ficaram contentes com a divisão das couves?

- Porquê?

- Com quantas couves ficou cada coelho?

Cada coelho pegou nas suas couves e foram muito felizes para casa fazerem a sua sopinha de couves.

Anexo 3: Imagens do material utilizado nas tarefas

1.1- Coelho



Ilustração 9: o coelho "Branquinho"



Ilustração 10: o coelho "Nuvem"



Ilustração 11: O coelho "Castanhinho"



Ilustração 12: o coelho "Zebrinha"

1.2- “Cenouras”



Ilustração 13: 12 "cenouras" utilizadas nas tarefas

1.3 - “couves”



Ilustração 14: 24 "couves" utilizadas nas tarefas

1.3- Cenário



Ilustração 15: cenário sobre o qual decorreram as tarefas