



Universidade do Minho

Escola de Economia e Gestão

Escola de Ciências

Ana Margarida Miranda Gonçalves

**Relação Entre Taxas de Juro e Mercados
Financeiros**

Tese de Mestrado

Mestrado em Matemática Económica e Financeira

Trabalho efetuado sob a orientação do

Professor Doutor Luís Aguiar-Conraria

Abril de 2012

Declaração

Nome: Ana Margarida Miranda Gonçalves

Endereço eletrónico: anamiranda918@gmail.com **Telefone:** 966632534

Número do Bilhete de Identidade: 12536206

Título da dissertação/tese: Relação entre Taxas de Juro e Mercados Financeiros.

Orientador: Prof. Dr. Luís Aguiar-Conraria.

Ano de conclusão: 2012.

Universidade: Universidade do Minho.

Escolas: Escolas de Ciências e Escola de Economia e Gestão.

Designação do Mestrado: Mestrado em Matemática Económica e Financeira

É autorizada a reprodução integral desta tese apenas para efeitos de investigação, mediante declaração escrita do interessado, que a tal se compromete.

Universidade do Minho, 30/04/2012

Assinatura:

RELAÇÃO ENTRE TAXAS DE JURO E MERCADOS FINANCEIROS

Ana Margarida Miranda Gonçalves

[e-mail: anamiranda918@gmail.com]

Escolas de Ciências e Economia e Gestão, Universidade do Minho – Portugal

Abril 2012

Resumo

Usando a análise com wavelets poderá representar-se de um modo eficiente uma série temporal com uma dinâmica complexa. A chamada análise de wavelets, desenvolvida a partir da década de 1980, pelas suas capacidades de localização no plano tempo-frequência com uma resolução não constante, veio fornecer uma ferramenta alternativa à tradicional análise de Fourier.

O uso das wavelets tem vindo a ser utilizado pelos economistas nos últimos anos, para a análise de dados económicos e financeiros, fazendo uso da chamada transformada discreta da wavelet. Com a introdução de novos conceitos, na década de 1990, acabaram por surgir generalizações da teoria das wavelets. Esses novos conceitos, tal como a transformada de wavelet contínua ou coerência da wavelet cruzada, permitem a análise das dependências tempo-frequência de duas séries.

Neste trabalho pretende-se observar se existe relação entre taxas de juros e mercados financeiros, para isso, propôs-se a análise de wavelets com incidência no comportamento do índice *Dow Jones Industrial Average* e a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*.

Recorreu-se para tal, aos espectros das ondulas e de seguida, à coerência e à diferença de fase entre as duas séries.

RELAÇÃO ENTRE TAXAS DE JURO E MERCADOS FINANCEIROS

Ana Margarida Miranda Gonçalves

[e-mail: anamiranda918@gmail.com]

Escolas de Ciências e Economia e Gestão, Universidade do Minho – Portugal

April 2012

Resume

Using the wavelets one can represent time series with a complex dynamics in an efficient way. The so-called wavelet analysis, developed in the 1980s, thanks to its location capabilities in time-frequency plane, came to provide an alternative tool to traditional Fourier analysis.

The use of wavelets has been used by economists in recent years for the analysis of economic and financial data, making use of so-called discrete wavelet transform. With the introduction of new concepts in the 1990s, eventually emerged generalizations of the theory of wavelets. These new concepts, such as the continuous wavelet transform or the cross-wavelet coherency, allow for the analysis of time-frequency dependencies of two series.

This work aims to test whether there is a relationship between interest rates and financial markets with wavelet analysis. We use wavelet analysis, in particular the wavelet spectrum and wavelet coherency, to focus on the behavior of The Dow Jones Industrial Average and the rate on Federal Funds Effective Rate.

Índice

1. Introdução.....	1
2. Estudos empíricos.....	4
3. Wavelets	12
3.1. Definição e propriedades de wavelet	14
3.2. Transformada de wavelet contínua	15
3.3. Propriedades de localização	16
3.4. Wavelet de Morlet	19
3.5. Potência espectral da wavelet	20
3.6. Wavelet cruzada.....	21
3.6.1. Potência espectral da Wavelet cruzada	21
3.6.2. Coerência da wavelet	21
3.6.3. Amplitude da wavelet e diferença de fase.....	22
4. Análise.....	24
4.1. Dados	24
4.2. Análise dos resultados	24
4.2.1. Espectros	24
4.2.2. Coerência, fase e diferença de fase	28
5. Conclusão	34
Referências Bibliográficas.....	36

1. Introdução

Política monetária e mercados financeiros já foram amplamente tratados na literatura existente. Com este trabalho, pretende-se analisar e compreender se existe, ou não, alguma relação entre as taxas de juro e os mercados financeiros. E, existindo essa mesma relação, qual é?

Ao longo dos anos, a economia vai sofrendo algumas alterações, tendo os economistas, um particular interesse em compreender as mudanças que acontecem em cada país e de certo modo, quais as políticas macroeconómicas que se encontram em prática.

Uma das políticas fundamentais, política monetária, define-se como sendo a que determina a oferta da moeda do país. Mas quem controla todas as políticas monetárias é uma instituição governamental, que geralmente se denomina por banco central, tendo como um dos objetivos estabilizar os mercados financeiros. Nos Estados Unidos, esta instituição é representada pelo Sistema de Reserva Federal (FED).

A Reserva Federal, para além de ter como objetivo a estabilidade dos mercados financeiros, tem ainda como principais objetivos: uma inflação reduzida e estável; promover o crescimento constante do PIB e um desemprego reduzido.

A criação da Reserva Federal, em 1913, foi provocada por uma série de crises nos mercados financeiros que perturbaram não só os mercados em si, como também a própria economia americana no seu conjunto. A esperança do Congresso era que a Reserva Federal fosse capaz de eliminar, ou pelo menos, de controlar tais crises.

Depois das experiências colhidas durante a Grande Depressão, os macroeconomistas têm-se debruçado em entender como é que as políticas macroeconómicas funcionam e como estas devem ser aplicadas. Os economistas estão empenhados em saber por que razão as economias dos mais variados países funcionam de modo diferenciado, e por que razão uma determinada economia funciona de forma correta durante uns períodos, e noutros não. Embora sejam muitos os fatores que contribuem para o funcionamento da economia, um dos mais importantes é a política seguida pelas autoridades. Sendo assim, a compreensão dos efeitos das variadas e diferentes políticas e a ajuda a prestar às autoridades no sentido de promover melhores políticas económicas, acabam por ser dois objetivos importantes dos macroeconomistas.

Sendo a política macroeconómica definida como um conjunto de medidas dos governos concebido para afetar o desempenho da economia no seu todo, através de uma melhor compreensão sobre o modo como as políticas afetam a economia, os economistas podem ajudar os dirigentes políticos a atuar melhor e a evitar os erros já cometidos durante a Grande Depressão e na crise atual.

Segundo alguns economistas, a oferta da moeda vai afetar algumas das variáveis macroeconómicas. O banco central, fazendo uso da política monetária, vai determinar qual a oferta da moeda, afetando assim a taxa de juro e conseqüentemente os mercados financeiros. Esta reação poderá ser positiva ou negativa.

A política monetária, sendo ela a que define a oferta da moeda de um país, terá que colocar em questão quais as variáveis determinantes desta oferta, nunca esquecendo que a moeda consiste nos meios de troca, ou meios de pagamento. Mas como pode a oferta da moeda ter um impacto tão grande sobre a atividade macroeconómica? A maioria dos economistas aceita que alterações na oferta da moeda afetam importantes variáveis macroeconómicas, incluindo o PIB, o emprego, as taxas de juro, a inflação, o preço das ações e o valor cambial do dólar. Para além disso, a restrição da oferta da moeda leva a taxas de juro mais elevadas e à redução do investimento que, por seu turno, causa uma redução do PIB e uma menor inflação. Se se enfrenta uma recaída da atividade económica, o banco central pode aumentar a oferta da moeda e baixar as taxas de juro para estimular a atividade económica.

Um aumento das taxas de juro abrandou o crescimento económico e aumentou o desemprego no período de 1979-1982, devido a uma política monetária restritiva nos EUA. É de salientar que, entre 1982 e 2000, a gestão cuidadosa da moeda pela FED serviu de suporte ao mais longo período de expansão na história norte-americana. Na última década a política monetária tornou-se na principal arma usada dos EUA para combater o ciclo económico.

A FED tem à sua disposição um conjunto de decisões políticas de forma a gerir a moeda, tendo sempre em atenção o conjunto de variáveis conhecidas como objetivos intermédios (como reservas, a oferta da moeda e as taxas de juro). Se o produto está a crescer rapidamente e a inflação a subir, é provável que a Reserva Federal aumente as taxas de juro, dado que isso trava a economia e reduz a pressão dos preços. Se a economia se encontra estagnada e as empresas estão em dificuldade, a FED pode considerar reduzir as

taxas de juro, medida que irá dar alento à procura agregada, aumentar o produto e reduzir o desemprego.

Apesar de a Reserva Federal atuar através do controlo da oferta da moeda, as atenções da comunicação social centram-se, quase sempre, nas decisões tomadas pela FED, em relação às taxas de juro e não em relação à oferta da moeda. Porém, não existe qualquer contradição entre estas duas maneiras de considerar a política monetária já que a capacidade de controlo da FED sobre a oferta da moeda resulta da sua capacidade de controlar as taxas de juro.

Num mercado financeiro podemos considerar dois tipos: o eficiente e do percurso aleatório. O mercado financeiro eficiente é aquele em que toda a informação é rapidamente entendida pelos participantes do mercado e imediatamente incorporada nos preços do mercado. No do percurso aleatório diz-se que um preço segue um percurso aleatório quando os seus movimentos ao longo do tempo são totalmente imprevisíveis. Por exemplo, é a chegada de uma nova informação, como o de um relatório em que a Reserva Federal aumentou inesperadamente as taxas de juro, que afeta os preços das ações ou das mercadorias.

Quando um banco central decide aumentar a taxa de juro, as taxas de juro mais elevadas atraem fundos e a taxa de câmbio tende a apreciar-se, em contrapartida as exportações diminuem, aumentam as importações, reduz o produto e abranda a inflação. Para além disso, o mecanismo de transmissão internacional da política monetária, pela qual as taxas de juro afetam as taxas de câmbio e as exportações, é tão poderoso quanto o mecanismo interno, pelo qual as taxas de juro mais elevadas reduzem o investimento interno.

Este trabalho, para além da introdução, é composto por mais quatro secções. A secção 2 apresenta uma seleção de estudos empíricos realizados recentemente sobre política monetária e mercados financeiros. As principais vantagens e a descrição da análise de wavelets encontram-se na secção 3. Nesta secção também se apresenta a transformada de wavelet contínua, as suas propriedades de localização e a natureza da wavelet de Morlet. É feita uma descrição das medidas espectrais da wavelet, nomeadamente, potência espectral da wavelet, potência espectral da wavelet-cruzada, coerência de wavelet, amplitude e diferença de fase. Na secção 4, aplicam-se estas ferramentas para estudar a relação entre taxas de juro e mercados financeiros. As conclusões resultantes da aplicação prática constituem a secção 5.

2. Estudos empíricos

Ben S. Bernanke e Kenneth N. Kuttner (2005) realizaram um estudo para poderem explicar a reação do mercado de ações à política da reserva federal. Para isso, estudaram o impacto das mudanças da política monetária sobre o preço das ações, com o objetivo de analisarem a reação média do mercado de ações e perceber essa mesma reação.

Bernanke e Kuttner (2005) tiveram como objetivos principais, analisar e medir em pormenor a resposta do mercado de ações a atividades da política monetária, tanto no agregado como ao nível das carteiras da indústria e tentaram aprofundar o conhecimento sobre as razões de como o mercado de ações responde.

Bernanke e Kuttner (2005) salientam que os objetivos da política monetária são expressos em termos de variáveis macroeconómicas, como a produção, o emprego e a inflação. Para além disso, referem que a influência da política monetária nessas variáveis, na melhor das hipóteses, é indireta. Os mais diretos e imediatos efeitos das ações da política monetária, tais como mudanças nas taxas dos fundos federais, acontecem nos mercados financeiros. Quando os preços dos ativos e dos retornos são afetados, quem faz as políticas tenta modificar o comportamento económico, de forma a os ajudar a atingir os seus principais objetivos. Sendo assim, para estes autores conceberem quais as ligações entre a política monetária e o preço dos ativos, é importante perceber o funcionamento da política dos mecanismos de transmissão.

Bernanke e Kuttner (2005) salientam que, estimar a resposta dos preços em relação a ações da política monetária é complicado, pelo facto de o mercado não responder a ações políticas que já eram esperadas, pois já é previsível o que poderá acontecer. Sendo assim, salientam que distinção entre ações políticas esperadas ou não esperadas é essencial para discernir os efeitos.

Bernanke e Kuttner (2005) referem que uma forma natural de se fazer essa distinção é usando a técnica proposta por Kuttner (2001), que usa dados do mercado de futuros de Fundos Federais para construir uma forma de medir a variação surpresa das taxas. Para se explicar as razões económicas que levam o mercado a responder a surpresas políticas esperadas, é necessário haver uma avaliação de como as surpresas políticas afetam as expectativas das futuras taxas de juros, dividendos e excessos de retorno.

Os autores, em relação a estudos feitos anteriormente, tentam melhorar o que já foi feito usando uma medida da política monetária baseada em dados futuros o que isola os elementos imprevistos das ações políticas. No estudo realizado, questionaram se a política monetária afeta o valor do grupo de ações através dos seus efeitos, sobre as taxas de juros, nos dividendos ou nos retornos dos futuros esperados no grupo de ações.

Numa primeira fase do estudo, os resultados que eles obtiveram foram que o mercado reage a mudanças surpresa da taxa dos fundos, mas o mercado não reage tanto se a componente da mudança das taxas dos fundos for antecipada pelos participantes dos mercados de futuros. Os resultados obtidos por eles são consistentes com outros estudos que já analisaram a relação entre política monetária e o mercado de ações.

Bernanke e Kuttner (2005) concluíram ainda que as reações às surpresas da política monetária tendem a diferir dentro das carteiras da indústria. Sendo as respostas da indústria às mudanças da política monetária, consistentes com as previsões da norma CAPM (modelo de preços dos ativos reais). Contudo há setores, como o da energia, que não parecem ser significativamente afetados.

Os resultados apresentados no estudo foram que a reação dos preços das ações para a política monetária é, na sua maior parte, não diretamente atribuída aos efeitos da política sobre a taxa de juro real.

Apesar de Bernanke e Kuttner (2005) terem encontrado um efeito da política monetária sobre o mercado de ações de tamanho razoável, estes realçaram que as surpresas da política monetária são responsáveis apenas por uma pequena parcela do total da variabilidade do preço das ações, isto é, não são as surpresas da política monetária que fazem variar única e exclusivamente o preço das ações pois existem outros fatores para essa variabilidade. Apesar de tudo o método por eles utilizado para o estudo não lhes permite determinar qual o papel desempenhado pela antecipação da política monetária na determinação do preço do grupo de ações.

No estudo por eles realizado pode-se também realçar o facto de as alterações na política monetária provocarem uma reação no preço das ações, com um aumento das taxas de juro a provocar uma redução nos preços das ações.

Os resultados obtidos por Bernanke e Kuttner (2005) são consistentes com outros estudos já realizados, que também analisaram a relação entre política monetária e o mercado de ações.

Kuttner (2001) estudou qual o impacto que as ações da política monetária poderiam ter na taxa de juro, usando como dados “The futures market for federal funds” para distinguir mudanças previstas de imprevistas sobre a taxa de fundos alvo. Numa primeira fase do estudo dedicou-se apenas a descrever a resposta das taxas de juro às ações políticas, e a mostrar que a distinção entre as ações previstas e imprevistas é essencial para estimar corretamente a resposta.

Kuttner afirma que, um aumento da taxa de fundos alvo da FED leva a um aumento imediato das taxas de juro do mercado e a uma queda nos preços dos títulos. Segundo o estudo feito por Kuttner já Cook e Hahn (1989) tinham documentado que poderia haver pouco impacto, a existir, das políticas FED sobre taxas de juros.

Kuttner também evidencia que Roley and Sellon (1995) concluíram, embora em observações casuais que a relação, entre as ações da FED e as taxas de juro a longo prazo, é muito mais flexível e variável. Estes estudos apesar de tudo não distinguem entre ações previstas de ações imprevistas, porém verifica-se uma incapacidade de fazer uma relação pela aparente falta de ligação entre estas.

Kuttner (2001) concluiu que a resposta das taxas de juro "para a componente imprevista da política FED é significativamente mais forte do que a resposta à mudança no próprio alvo; de facto, a taxa de resposta a componentes previstas de ações políticas é mínima".

Sendo assim, as principais conclusões de Kuttner (2001) foram: a de uma forte relação entre as ações políticas imprevistas e as taxas de juro de mercado; a resposta das taxas de juros às variações da taxa prevista alvo é pequena; e uma resposta das taxas de juro, tal como a subida das mesmas, responde às ações surpresa. De certa forma, as mudanças surpresas na taxa alvo não têm praticamente nenhum efeito sobre as expectativas das ações futuras da FED.

Um outro estudo realizado foi o de Krueger e Kuttner (1996) que aborda a taxa de futuros fundos da FED como um preditor da política da Reserva Federal.

Segundo Krueger e Kuttner (1996) os efeitos da política monetária sobre a economia são omnipresentes, e a taxa dos fundos federais desempenha um papel central na Reserva Federal sobre implementação da sua política. Também referem que mudanças na taxa dos fundos federais pode rapidamente afetar outras taxas de juro de mercado, e para além disso,

mudando as expectativas da política futura podem influenciar significativamente os preços de ações e títulos.

Segundo Krueger e Kuttner (1996), Bernanke e Blinder (1992) já tinham demonstrado que "alterações na taxa de fundos federais também têm efeitos significativos sobre a atividade econômica real".

Krueger e Kuttner (1996) salientam que, não é de surpreender, que o mercado de futuros fundos da FED receba uma atenção crescente como indicador das ações políticas esperadas da Reserva Federal. A questão que os autores colocam no seu trabalho é, até que ponto o mercado de futuros fundos da FED consegue antecipar as mudanças na taxa de fundos federais? Eles abordam essa questão, através da avaliação de um mercado de futuros de um a dois meses de antecedência das previsões da taxa de fundos. Especificamente avaliam a eficiência do mercado dos fundos de futuros da FED, testando as previsões do mercado.

Segundo os autores, ao longo do período 1989-1994, as previsões geralmente satisfazem este critério: a incorporação de dados adicionais disponíveis para os investidores, quando os contratos são cotados como rendimentos, apenas dá melhorias marginais sobre as previsões do "future-only". Os autores acabam por analisar a capacidade das futuras taxas dos fundos futuros Federais, para movimentos de curto prazo na política monetária.

Krueger e Kuttner (1996) analisaram três aspectos: em primeiro lugar, se os futuros são um preditor da taxa fundos federais; em segundo lugar, se os erros de previsão satisfazem a propriedade de racionalidade implícita pela hipótese de mercados eficientes; e em terceiro lugar, em que medida incorpora outras informações para que a taxa de futuros melhore o desempenho fora da amostra de previsão.

A principal conclusão do estudo realizado por Krueger e Kuttner (1996) é que, embora as futuras taxas dos fundos Federais, exibam um pequeno prêmio, o mercado eficiente incorpora virtualmente toda a informação quantitativa disponível que pode ajudar na previsão de futuras mudanças nas taxas de fundos. Para além disso, dos indicadores considerados, apenas a mudança (variação) na taxa de inflação e o spread entre três meses do papel comercial e as taxas de fundos da FED são estatisticamente significativos em testes de amostra, dentro da racionalidade ao nível de 0,05. Estes indicadores, no entanto, não melhoram fora da amostra de previsão.

Sendo assim, embora alguns dos indicadores analisados sejam estatisticamente significativos, em testes de amostra dentro da racionalidade, esses indicadores de rendimento apenas dão melhorias marginais na precisão das previsões fora da amostra.

Uma implicação importante é que, em grande medida, mês a mês as alterações na taxa de fundos federais são previsíveis, e os fundos da FED do mercado de futuros são muito bons para antecipar essas mudanças. A taxa de futuros também pode ser usada pelos membros do FOMC para medir as expectativas do mercado financeiro de suas ações.

Lansing (2003), no estudo que realizou, também conclui que os bancos centrais conseguem apenas controlar as taxas de juro de curto prazo, enquanto que a sua capacidade de influenciar as taxas de juro de longo prazo e dos preços dos ativos faz parte dos mecanismos de transmissão da política monetária. Refere ainda que movimentos nos preços dos ativos podem ter consequências importantes para o output real e para a inflação.

Rigobon e Sack (2003), no estudo que realizam, referem que um dos fatores importantes na determinação da política monetária é o impacto que os movimentos no mercado de ações podem ter na macroeconomia. Salientam que, embora os movimentos no mercado de ações, possam afetar decisões importantes na política monetária, identificar a resposta da política monetária no mercado de ações acaba por ser difícil pois um dos problemas é o mercado de ações responder de forma endógena às decisões da política monetária.

Segundo Rigobon e Sack (2003) as taxas de juro mais elevadas estão associadas a preços mais baixos do mercado de ações, tendo em conta a taxa de desconto ser superior para o fluxo esperado dos dividendos. Ao mesmo tempo, a Reserva Federal pode reagir ao aumento dos preços das ações, elevando as taxas de juro.

Devido a existir uma reação endógena no mercado das ações das taxas de juro, segundo Rigobon e Sack (2003), não se pode separar a resposta da política monetária. Os mercados de ações têm um impacto significativo sobre as taxas de juro de curto prazo, tendo também obtido a mesma conclusão relativamente a uma mudança nos preços das ações. Os decisores das políticas acabam por reagir aos movimentos dos preços das ações, numa medida justificada, pelas implicações para a economia.

Thorbecke (1997) referiu que muitos economistas financeiros têm debatido por muito tempo se a política monetária é neutra. Rozeff (1974) apresenta evidências de que aumentos na taxa de crescimento da moeda aumentam os retornos das ações. Black (1987), por outro

lado, argumenta que a política monetária não pode afetar as taxas de juros, os retornos das ações, o investimento, ou o emprego. Boudoukh, Richardson e Whitelaw (1994) afirmam que se a política monetária afeta a economia real e, se os seus efeitos são quantitativamente importantes, permanecem questões em aberto. Sendo assim, Thorbecke (1997) no estudo que realiza aborda a questão da resposta dos choques nos preços de ações, examinando como os dados dos retornos do grupo de ações respondem a choques de política monetária. A teoria, segundo ele, assume que os preços das ações igualam ao valor presente dos futuros fluxos de caixa líquidos esperados. O estudo realizado, utilizando várias medidas de política monetária e uma variedade de técnicas empíricas, apresenta indícios de que a política monetária exerce grandes efeitos sobre retornos a ex-ante e ex-post do grupo de ações.

As conclusões obtidas por Thorbecke (1997) são consistentes com a hipótese de que a política monetária, pelo menos em curto prazo, têm efeitos reais. Outro resultado obtido reflete-se no facto de que choques monetários têm maiores efeitos sobre as pequenas empresas do que nas grandes empresas. Essa evidência corrobora a hipótese de que as questões da política monetária, em parte, afetam as empresas terem ou não acesso ao crédito.

Gertler e Gilchrist (1994) argumentam que um aperto monetário pode restringir o acesso das pequenas empresas ao crédito. Afirmam, ainda que, essas restrições de crédito podem fazer com que um maior número de pequenas empresas entre em recessão o que implica que as mudanças na política monetária devem ter um efeito maior sobre as pequenas empresas em tempos difíceis do que nos bons tempos. Com base nesta visão, Thorbecke e Coppock (1995) acham que a política monetária apertada durante a recessão de 1981-1982 prejudicou tanto as empresas pequenas como as grandes, enquanto a política monetária durante a subsequente expansão beneficiou as empresas grandes, mas não as pequenas empresas.

Patelis (1997) examinou a relação entre ações de retornos esperados e a política monetária que, segundo alguns teóricos, representa a principal fonte de ciclos de negócios. Sendo assim, fez a ligação entre a literatura macroeconómica que interpreta spreads de taxa de juro como indicadores de política monetária com a literatura de finanças que usa spreads de taxa de juro para prever retornos de ações. Concluí que as variáveis de política monetária

são preditores significativos de rentabilidade futura, embora possam não ser totalmente responsáveis por observar a previsibilidade de ações de retorno.

Chen (1991) no trabalho que realizou examina o comportamento dos retornos esperados em diferentes fases do ciclo de negócios e argumenta que os retornos esperados em excesso estão negativamente relacionados com o recente crescimento do Produto Nacional Bruto (PNB) e positivamente relacionados com o seu crescimento futuro. Patelis (1993) conclui que as ações dos retornos esperados são positivamente correlacionadas com as condições macroeconómicas esperadas.

Bernanke e Blinder (1992) argumentam que a taxa de fundos federais é um indicador relativamente bom de choques de política monetária, porque ela é sensível a choques de oferta de reservas bancárias.

Cochrane e Piazzesi (2002) estudaram os choques da política monetária, usando os movimentos da taxa de fundos federais, relativamente aos dados da taxa de juro diária, considerando que os choques podem medir os movimentos inesperados na política monetária. O estudo realça que as expectativas do mercado podem resumir-se a uma vasta quantidade de informação utilizada pela FED na definição da política. De certa forma, as previsões das taxas de juro podem adaptar-se às mudanças das reações da FED para o resto da economia, mas existe sempre o problema no parâmetro do tempo. Pois, se num ano as preocupações da FED, se centram sobre a inflação, num outro ano podem centrar-se mais no desemprego, tendo as previsões que se adaptam às mudanças. No estudo que realizaram, concluíram uma “regra sensível” - a FED responde às taxas de juro de longo prazo, apenas incorporando as expectativas da inflação. Para além disso, salientam que as taxas de juros de curto prazo não ajudam a prever mudanças alvo, sugerindo que as previsões de taxa de juro às mudanças alvo ocorrem porque a FED reage às taxas de juros.

Cochrane e Piazzesi (2002) referem que, se a FED toma medidas de forma a compensar um aumento da produção prevista, o output pode também aumentar. Apesar de a FED poder ter uma vantagem de informação consistente em relação ao setor privado, ela não deve “enganar” os mercados, pois de certa forma a FED sempre explica as suas ações como resposta a eventos económicos.

Um outro estudo realizado foi o de Boyd, Jagannathan e Hu (2001) que consideraram uma ligação existente entre a política e os preços das ações, em que essa análise centrou-se na resposta dos mercados às notícias dos empregos e não diretamente à política monetária.

Boyd, Jagannathan e Hu (2001) obtiveram como resultados que, em média, um anúncio do aumento do desemprego é uma boa notícia para as unidades populacionais durante expansões económicas e uma má notícia durante as contrações económicas. Para além disso, no estudo os autores, consideraram como três grandes razões pelas quais um aumento inesperado na taxa dos fundos pode levar a um declínio nos preços das ações: a possibilidade de uma associação de uma diminuição dos dividendos futuros esperados; uma subida no futuro previsível das taxas de juro reais de desconto utilizada para os dividendos; ou um aumento do retorno esperado em excesso (ou seja, os prémios de capital) associada à exploração das existências.

3. Wavelets

Nos estudos realizados na Economia, é usual usar-se a análise de Fourier, que é usada para séries estacionárias. Com o tempo, esta análise deixou de ser a mais adequada, devido às series em estudo serem maioritariamente séries não-estacionários e fornecerem pouca informação sobre a localização simultânea no tempo e na frequência. Sendo assim, foi fulcral encontrar-se uma forma complementar, mais eficaz para o estudo das séries donde se pudesse analisar uma resolução não constante no plano tempo-frequência. Essa mesma alternativa chama-se Teoria das ondas, mais conhecida por wavelets, a qual apareceu pela primeira vez em 1909, com A.Haar, sendo depois em 1988, implementada com mais ênfase por Morlet. Devido às diversas propriedades que as wavelets possuem, são usadas com diversas aplicações importantes nas mais diversas áreas, sendo duas delas a economia e as finanças.

Neste trabalho vai-se utilizar a transformada de onda cruzada para estudar a relação entre taxas de juro e os índices dos mercados financeiros. Estudar-se-á a relação de causalidade entre estas variáveis e como esta relação evoluiu ao longo do tempo.

A chamada análise de Fourier, que permite transformar sinais que dependem do tempo em sinais que dependem da frequência, quando se trata de sinais não estacionários, demonstra dificuldades na sua execução, pois perde informação acerca do tempo, não podendo ser feita uma análise exaustiva de quanto tempo durou um determinado sinal. No caso de as séries serem estacionários, este problema já não existe. De certa forma, a análise de Fourier acaba por não ser eficaz pois consegue fazer uma análise na frequência, mas não temporal.

Como em muitas aplicações é fulcral saber o intervalo de tempo em que as frequências ocorrem, foi necessário fazer-se uma generalização da Transformada de Fourier, sendo esta criada por Dennis Gabor (1946), a chamada Transformada de Gabor, que é mais conhecida por Transformada de Fourier com Janela. Esta é uma aplicação analítica que fornece informação, em simultâneo, do sinal no tempo e na frequência.

A transformada de Fourier com Janela consiste em utilizar uma janela com largura constante de forma a estudar uma parte do sinal através da escolha dessa janela, que através de uma translação percorre toda a série temporal. Depois da transformada de Fourier analisar todas as pequenas séries obtidas, o resultado da expansão vem em função da frequência e do tempo. Mas devido à janela que se usa ser de largura constante, esta acaba

por em certas situações, trazer alguns problemas, pois a informação que é transmitida está associada apenas a essa largura da janela. Para além disso, esta mesma técnica apresenta algumas dificuldades no estudo das séries não estacionárias, o que é o caso de muitas das séries estudadas na economia e nas finanças.

A chamada Teoria das ôndulas, wavelets, é um tema matemático que estuda pequenas ondas de duração limitada, sendo estas de natureza real ou complexa, em que possuem um número determinado de oscilações.

As funções das wavelets, sendo localizadas no tempo e na escala, podem-se decompor, permitindo analisar os dados em diferentes frequências, acabando por transmitir uma informação mais rica. Enquanto na Análise Fourier uma pequena perturbação afeta as frequências ao longo da série, nas wavelets fazendo a decomposição da função, esta apenas afeta uma parte, pois apresenta esse comportamento para um determinado tempo finito, ou poderá apresentar outro comportamento distinto nos períodos diferentes, de forma a captar com mais facilidade as oscilações.

Como já foi referido, houve a necessidade de criar uma nova técnica idêntica à transformada de Fourier com janela, mas que desta vez a largura da janela não fosse constante, podendo assim, fazer-se uma aproximação mais flexível, determinando eventos com uma melhor aproximação no tempo e na frequência. Essa mesma é a transformada de Wavelets, que permite decompor o sinal num conjunto de funções, em diferentes níveis de resolução e tempos de localização. Para isso usa a técnica que consiste em usar janelas estreitas de frequência elevada e janelas largas de frequência baixa. Este é um método muito útil no estudo de séries temporais, revelando propriedades que podem variar tanto no tempo como na frequência. É de se notar que os coeficientes da transformada de wavelet são influenciados por eventos localizados, o que faz com que o espectro da wavelet seja uma melhor medida de variância, o que não acontece usando os coeficientes da transformada de Fourier, pois são influenciados no seu domínio total.

Neste capítulo são apresentadas algumas notações e noções básicas que serão utilizadas ao longo deste trabalho. Por se tratar de noções básicas apresentadas, apenas para que possam servir de rápida referência, não são incluídas quaisquer demonstrações; ver Daubechies (1992) e H. Dym e H. P. McKean (1972).

3.1. Definição e propriedades de wavelet

Sendo as wavelets ondas de curta duração com energia concentrada num intervalo de tempo curto, que cumprem certas propriedades matemáticas, são definidas num conjunto de funções de quadrados integráveis $L^2(\mathfrak{R})$, ou seja, é definida na reta real num espaço das

funções de energia finita, com produto interno definido por $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\bar{y}(t)dt$, de tal modo que

satisfaz o quadrado da norma:

$$\|x\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\bar{x}(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$$

onde \bar{x} representa o conjugado complexo.

Considere-se a *wavelet mãe* a função $\psi(t)$ que gera uma família de wavelets ao qual se denominam por *wavelets-filhas*, e são definidas por:

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right), \quad \forall s, \tau \in \mathfrak{R}, s \neq 0,$$

onde s é um fator dimensionamento que controla a largura da wavelet e τ é um parâmetro de localização que indica onde a wavelet está centrada. Sendo assim, se a wavelet sofrer um deslocamento na linha do tempo, este é dado como uma translação τ de unidades. No fator de dimensionamento da wavelet se $|s| > 1$ significa que a wavelet sofreu uma dilatação ou se $|s| < 1$ significa que sofreu uma compressão. Diz-se que a energia de $\psi(t)$ está concentrada numa vizinhança de τ com tamanho proporcional a s . De certa forma, à medida que s aumenta, a amplitude do suporte em termos de t aumenta. Por exemplo, quando $\tau = 0$ o suporte de $\psi(t)$ para $s = 1$ é $[-d; d]$; à medida que s aumenta, o suporte de $\psi_{s,0}(t)$ aumenta para $[-sd; sd]$. A dilatação é particularmente útil no domínio do tempo. É de salientar que, no entanto, um suporte de wavelet amplo fornece informação sobre variações do sinal em grande escala, enquanto um suporte de wavelet pequeno fornece informação sobre variações do sinal em pequena escala.

O mínimo requisito para que a função $\psi(t) \in L^2(\mathfrak{R})$ seja considerada uma wavelet é que ela satisfaça a chamada *condição de admissibilidade*:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(f)|^2}{|f|} df < \infty,$$

onde $\hat{\psi}(f)$ é a transformada de Fourier de $\psi(t)$, definida por

$$\hat{\psi}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot t} dt.$$

Na prática, a condição de admissibilidade é equivalente a exigir que $|\hat{\psi}(0)| = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$,

ou seja, a transformada de Fourier anula-se quando a frequência é zero.

A wavelet geralmente é normalizada de forma a ter energia unitária, ou seja, $\|\psi\|^2 = 1$.

3.2. Transformada de wavelet contínua

Dada uma série temporal $x(t)$, em que $x \in L^2(\mathfrak{R})$, a transformada de wavelet contínua com respeito à wavelet ψ é uma função $W_x(s, \tau)$ obtida por uma projeção de $x(t)$, em L^2 :

$$W_x(s, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \bar{\psi}_{s, \tau}(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{|s|}} \bar{\psi}\left(\frac{t - \tau}{s}\right) dt,$$

onde $\bar{\psi}$ é o conjugado complexo de ψ .

Os valores da transformada de wavelet contínua $W_x(s, \tau)$, para um par (s, τ) , são designados por coeficientes de wavelet e são calculados por uma convolução simples. Para o sinal em diferentes posições de tempo usa-se os valores de τ e os valores de s que representam uma contribuição das escalas. É de se notar que a transformada de wavelet pode ser pensada como a correlação do cruzamento de um sinal $x(t)$ com um conjunto de wavelets de diferentes escalas, s , em diferentes posições de tempo τ .

Para a wavelet mãe poder recuperar o seu sinal original, é importante que possua uma transformada de wavelet contínua invertível. Mesmo que a aplicação da transformada de wavelet contínua não necessite dessa transformada inversa, a invertibilidade da

transformada de wavelet contínua é necessária para garantir que nenhuma informação do sinal se perca e assim seja possível reconstruir o sinal original.

A decomposição wavelet é uma representação linear do sinal onde a variação é preservada (Daubechies, 1992), o que implica que o sinal original pode ser recuperado através da transformada de wavelet inversa.

Para que exista a transformada de wavelet inversa, mais uma vez, é necessário que a wavelet mãe satisfaça a condição de admissibilidade, o que implica que a transformada de Fourier da wavelet mãe seja zero na frequência zero, de forma a garantir que a energia do sinal é preservada no domínio tempo-escala, isto é,

$$\|x(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |W_x(s, \tau)|^2 d\tau \right) \frac{ds}{s^2}.$$

Uma vez satisfeita a condição de admissibilidade, podemos recuperar $x(t)$ a partir da sua transformada de wavelet por:

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(s, \tau) \psi_{s, \tau}(t) d\tau \right) \frac{ds}{s^2}.$$

3.3. Propriedades de localização

No estudo da Transformada de Fourier se pretendemos obter precisão na frequência, por vezes perdemos essa mesma em relação ao tempo. Com as wavelets, as informações sobre frequência e escala vão ser mantidas. A transformada de wavelet contínua fornece descrição tempo-escala de um sinal, com janelas cuja largura se ajusta à escala.

Considere-se a wavelet ψ normalizada tal que $\|\psi\| = 1$. Além disso, suponha que ψ e a sua transformada de Fourier $\hat{\psi}$ decaem de forma a garantir que as quantidades definidas sejam todas finitas. De certa forma, pretende-se uma função de wavelet ψ que seja ao mesmo tempo uma janela no tempo e na frequência, logo bem localizada no tempo (ou seja, decai rapidamente para zero quando $t \rightarrow \infty$) e na frequência (ou seja, a sua transformada de Fourier também decai rapidamente para zero quando $|f| \rightarrow \infty$).

Pode-se definir o centro μ_ψ da função de wavelet ψ por,

$$\mu_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} t |\psi(t)|^2 dt.$$

Em outras palavras, o centro da wavelet $\psi(\mu_\psi)$, é simplesmente a média da distribuição de probabilidade obtido a partir de $|\psi(t)|^2$.

Pode-se definir o raio σ_ψ da função de wavelet ψ por,

$$\sigma_\psi = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \mu_\psi)^2 |\psi(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Por outras palavras, será o raio em torno do centro, que se denomina por desvio padrão em relação a esse centro.

De forma análoga, pode definir-se o centro $\mu_{\hat{\psi}}$ e o raio $\sigma_{\hat{\psi}}$ da transformada de Fourier $\hat{\psi}$.

Os intervalos $[\mu_\psi - \sigma_\psi, \mu_\psi + \sigma_\psi]$ e $[\mu_{\hat{\psi}} - \sigma_{\hat{\psi}}, \mu_{\hat{\psi}} + \sigma_{\hat{\psi}}]$ localizam os valores não nulos "mais significativos" de ψ e $\hat{\psi}$, respetivamente, considerando os raios σ_ψ e $\sigma_{\hat{\psi}}$ medidas de concentração de ψ em torno dos seus respetivos centros.

A região retangular $[\mu_\psi - \sigma_\psi, \mu_\psi + \sigma_\psi] \times [\mu_{\hat{\psi}} - \sigma_{\hat{\psi}}, \mu_{\hat{\psi}} + \sigma_{\hat{\psi}}]$ é designada por *diagrama de Heisenberg de ψ* ou janela tempo-frequência de ψ , que transmite bastante informação significativa. (Figura 1)

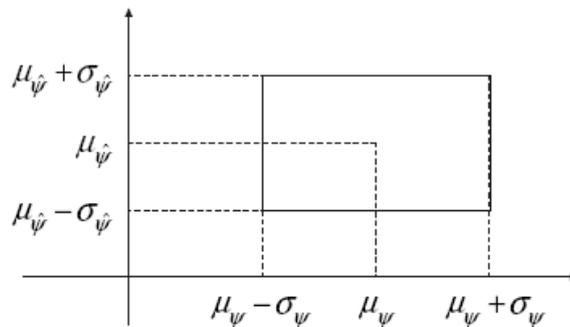


Figura 1. Diagrama de Heisenberg

Pode-se também realçar que a função de wavelet ψ encontra-se localizada em torno do ponto $(\mu_\psi, \mu_{\hat{\psi}})$ do plano tempo-frequência com uma quantidade de incerteza dada por $\sigma_\psi \sigma_{\hat{\psi}}$ limitada inferiormente por $\frac{1}{4\pi}$, isto é, o Princípio de Incerteza de Heisenberg estabelece que a incerteza é limitada inferiormente pela quantidade $\frac{1}{4\pi}$:

$$\sigma_\psi \cdot \sigma_{\hat{\psi}} \geq \frac{1}{4\pi}$$

Isto é, estabelece um limite à capacidade de determinação de frequências, de certa forma, tem que se escolher uma boa precisão no tempo ou na frequência.

Em relação à família de wavelets-filhas $\psi_{s,\tau}$, já definidas por

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right), \quad \forall s, \tau \in \mathfrak{R}, s \neq 0,$$

tem-se que o centro e o raio em tempo são dados por:

$$\mu_{\psi_{s,\tau}} = \tau + s \cdot \mu_\psi \quad \text{e} \quad \sigma_{\psi_{s,\tau}} = |s| \cdot \sigma_\psi.$$

Também se tem que o raio e o centro em frequência são dados por:

$$\mu_{\hat{\psi}_{s,\tau}} = \frac{1}{s} \cdot \mu_{\hat{\psi}} \quad \text{e} \quad \sigma_{\hat{\psi}_{s,\tau}} = \frac{1}{|s|} \cdot \sigma_{\hat{\psi}}.$$

Assim, obtém-se a janela tempo-escala associada a $\psi_{s,\tau}$:

$$[\tau + s \cdot \mu_\psi - |s| \cdot \sigma_\psi, \tau + s \cdot \mu_\psi + |s| \cdot \sigma_\psi] \times \left[\frac{1}{s} \cdot \mu_{\hat{\psi}} - \frac{1}{|s|} \cdot \sigma_{\hat{\psi}}, \frac{1}{s} \cdot \mu_{\hat{\psi}} + \frac{1}{|s|} \cdot \sigma_{\hat{\psi}} \right].$$

No caso particular de se escolher a ψ de modo que $\mu_\psi = 0$ e $\mu_{\hat{\psi}} = 1$ (quando se supõe que $\mu_{\hat{\psi}} = 1$, a frequência é representada como o inversa da escala, $f = \frac{1}{s}$), $\psi_{s,\tau}$ fornece informação local sobre o sinal de tempo contínuo x e \hat{x} na janela:

$$[\tau - |s| \cdot \sigma_\psi, \tau + |s| \cdot \sigma_\psi] \times \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{|s|} \cdot \sigma_{\hat{\psi}}, \frac{1}{s} + \frac{1}{|s|} \cdot \sigma_{\hat{\psi}} \right].$$

Analisando a janela $\psi_{s,\tau}$, observa-se que a informação de x próximo do instante τ , com precisão $|s| \cdot \sigma_\psi$, e a informação de \hat{x} próximo da frequência $\frac{1}{s}$, com precisão $\frac{1}{|s|} \cdot \sigma_{\hat{\psi}}$, à medida que os valores de $|s|$ aumentam, as frequências diminuem e as janelas alargam. O mesmo já não acontece para valores pequenos de $|s|$, pois as janelas neste caso estreitam. Note-se que a área das janelas é constante e é dada por $A = 2 |s| \sigma_\psi \times 2 \frac{1}{|s|} \cdot \sigma_{\hat{\psi}} = 4 \sigma_\psi \sigma_{\hat{\psi}}$, tendo as suas dimensões alterações de acordo com a escala.

3.4. Wavelet de Morlet

Considere-se uma função wavelet de base que depende apenas de um parâmetro "tempo" não-dimensional t . Para ser "admissível" a wavelet de base tem de ter média zero e ser localizada tanto no espaço frequência como no tempo. Existem diversas funções wavelet disponíveis que podem ser utilizadas, como por exemplo, a wavelet de Morlet, a Wavelet Mexican, as Daubechies, Haar, etc., e a sua escolha tem por base as características específicas do conjunto de dados que se encontra em análise. Todas as wavelets partilham de uma característica geral – oscilações pequenas têm boa frequência e fraca resolução no tempo, enquanto oscilações rápidas têm boa resolução no tempo mas uma resolução mais baixa na frequência.

A escolha da wavelet base a usar é algo a ter em consideração, uma vez que esta vai ter influência no resultado final, havendo diferença logo à partida para o caso da mesma ser ou não complexa.

Sabe-se que a desigualdade de Heisenberg atinge o limite inferior se a wavelet-mãe ψ for a função Gaussiana. Dos diferentes tipos de wavelets, a mais ajustada para a análise qualitativa de séries temporais é a wavelet-mãe de Morlet, consistindo de uma onda plana modulada por uma função Gaussiana e cuja forma é semelhante a uma função sinusoidal, adequada para investigar periodicidades.

A chamada wavelet de Morlet é uma wavelet base complexa e o seu uso é frequente na literatura quando considerada a transformada contínua de wavelet.

Neste trabalho, a abordagem apresentada será feita recorrendo à técnica da transformada contínua da wavelet-cruzada utilizando como função base a wavelet-mãe de Morlet, dado que permite sinais com variados fatores de dimensão para o tempo e escala, e a extração automática dos sinais periódicos mais significativos.

Será usada a Wavelet de Morlet, proposta por Goupillaud, Grossman and Morlet (1984):

$$\psi(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} \left(e^{i \cdot w_0 \cdot t} - e^{-\frac{1}{2} \cdot w_0^2} \right) e^{-\frac{1}{2} \cdot t^2}$$

O termo $e^{-\frac{1}{2} w_0^2}$ é introduzido para garantir o cumprimento da condição de admissibilidade.

A versão simplificada da wavelet-mãe de Morlet é definida por: $\psi(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{i \cdot w_0 \cdot t} e^{-\frac{t^2}{2}}$, sendo uma função de valores complexos que permite a obtenção de informação tanto da amplitude como da fase do processo a analisar. O fator Gaussiano $e^{-\frac{t^2}{2}}$ localiza a wavelet no tempo. A resolução tempo-escala é ajustada por w_0 . Para valores elevados de w_0 , a resolução de escala aumenta, enquanto a resolução do tempo diminui.

3.5. Potência espectral da wavelet

Com analogia à terminologia usada no caso da Fourier, define-se a potência espectral, que dá a medida da variância local de um série temporal, por:

$$WPS_x(s, \tau) = |W_x(s, \tau)|^2.$$

A transformada de wavelet contínua, tal como outro tipo de transformadas, aplicada a uma série temporal de comprimento finito inevitavelmente sofre distorções na fronteira que aumentam juntamente com s . De forma a evitar "falsos" eventos periódicos, é fundamental acrescentar zeros nas fronteiras dos dados, aumentando artificialmente o comprimentos das séries temporais, afetando os valores da transformada de wavelet. A região onde a transformada sofre destes efeitos de fronteira é denominada de *cone de influência* (Torrence

e Campo, 1998). Nesta zona, os resultados devem ser interpretados cuidadosamente, pois revelam uma falta de precisão.

3.6. Wavelet cruzada

Em muitas aplicações, o interesse verifica-se na detecção e quantificação de relações entre duas séries temporais não estacionárias. Os conceitos de potência espectral da wavelet cruzada, coerência da wavelet e diferença de fase da wavelet são generalizações naturais das ferramentas básicas de análise wavelet que nos permitam lidar adequadamente com as dependências de tempo-frequência entre duas séries temporais.

3.6.1. Potência espectral da Wavelet cruzada

Duas séries temporais $x(t)$ e $y(t)$, podem ser comparadas fazendo uso da potência espectral da wavelet. Dadas séries temporais $x(t)$ e $y(t)$, com transformadas de wavelets $W_x(s, \tau)$ e $W_y(s, \tau)$, pode-se definir a potência espectral da wavelet-cruzada por:

$$W_{xy}(s, \tau) = W_x(s, \tau)\overline{W_y(s, \tau)},$$

onde $\overline{W_y(s, \tau)}$ é o conjugado complexo de $W_y(s, \tau)$.

A covariância entre duas séries temporais em cada escala ou frequência é dada através da potência espectral da wavelet cruzada.

3.6.2. Coerência da wavelet

A coerência de wavelet, R_{xy} , é uma medida normalizada no tempo que relaciona duas séries temporais não estacionárias $x(t)$ e $y(t)$, que é definida como a amplitude do *espectro da wavelet cruzada* $S(W_{xy}(s, \tau))$ normalizado às duas *potências espectrais da wavelet*, individualmente. Sendo assim,

$$R_{xy} = \frac{|S(W_{xy}(s, \tau))|}{[S(W_x(s, \tau)) \cdot S(W_y(s, \tau))]^{\frac{1}{2}}}$$

onde S denota um operador de suavização, tanto no tempo como na escala.

A suavização deve ser feita, de forma, a que os valores da coerência satisfaçam a condição de ser um valor compreendido entre 0 e 1. É de realçar que o espectro da wavelet cruzada e a coerência de wavelet são quantidades que fornecem informação local sobre onde as duas séries temporais, não estacionárias, são linearmente correlacionadas numa dada frequência e localização temporal, no plano tempo-frequência. Caso não exista qualquer relação entre os sinais $x(t)$ e $y(t)$ o valor de 0 é obtido para a inexistência de correlação. Por outro lado, o valor 1 é um indicativo da existência de uma relação linear perfeita entre os sinais $x(t)$ e $y(t)$, numa determinada localização no tempo τ e na frequência s .

3.6.3. Amplitude da wavelet e diferença de fase

Uma wavelet mãe complexa é a mais adaptada para capturar comportamento oscilatório e para além disso retorna informação tanto na *amplitude* como na *fase*. Sendo assim, como o cross-wavelet power é um valor complexo, este pode ser decomposto em amplitude

$$|W_{xy}(s, \tau)| \text{ e diferença de fase } \phi_{xy}(s, \tau) \text{ tal que } W_{xy}(s, \tau) = |W_{xy}(s, \tau)| \cdot e^{i\phi_{xy}(s, \tau)}.$$

Se existir boa compatibilidade entre o sinal $x(t)$ e a wavelet ψ , o integral do produto do sinal com a wavelet de escala s produz um valor positivo grande para a parte real da transformada de wavelet, $\text{Re}\{W_x(s, \tau)\}$. Quando a correspondência é baixa, $\text{Re}\{W_x(s, \tau)\}$ assume valores baixos.

Ao mover a wavelet ao longo do sinal, segundo um aumento do parâmetro τ , estruturas relacionadas com uma escala específica s podem ser identificadas. Para identificar todas as estruturas coerentes existentes no sinal este processo é repetido sobre faixas contínuas de s e τ .

A diferença de fase, que descreve as posições relativas (o atraso) entre os dois sinais num momento τ e escala s , pode ser obtida da transformada de wavelet cruzada:

$$\phi_{xy}(s, \tau) = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\text{Im}\{W_{xy}(s, \tau)\}}{\text{Re}\{W_{xy}(s, \tau)\}} \right), \text{ com } \phi_{xy}(s, \tau) \in [-\pi; \pi].$$

A diferença de fases dá-nos informação relativamente ao "atraso" nas oscilações entre dois sinais como função da frequência. Sendo assim, quando o valor de $\phi_{xy}(s, \tau) \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ os dois sinais movem-se em fase, mas x conduz y . Por outro lado, se $\phi_{xy}(s, \tau) \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$, apesar de continuarem em fase é a vez de y conduzir x . Se $\phi_{xy}(s, \tau) \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ os sinais encontram-se em anti fase com y a conduzir x , sendo por último o caso de $\phi_{xy}(s, \tau) \in \left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ então continuam em anti fase mas x a conduzir y .

4. Análise

4.1. Dados

Para observar se existe relação entre taxas de juros e mercados financeiros propomos a análise de wavelets com incidência no comportamento do índice *Dow Jones Industrial Average* e a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*.

Os dados utilizados para este trabalho são séries de valores semanais, índice *Dow Jones Industrial Average* e a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*, com início em janeiro de 1955 e término em dezembro de 2011. Os históricos das cotações foram reunidos através do acesso aos sites "Federal Reserve Bank of St. Louis" e yahoo.finance.

Neste estudo é proposto uma análise da relação entre o índice e a taxa de juro fazendo uma observação das *potências espectrais da wavelet*, a *coerência da wavelet* e a *diferença de fase*.

4.2. Análise dos resultados

A análise de wavelets do conjunto de dados é computada em Matlab com recurso ao software de análise de wavelets fornecido por L. Aguiar-Conraria e M. J. Soares.

Para realizar a análise dos dados, primeiramente, realizou-se uma análise das séries recorrendo para tal, aos espectros das ôndulas e por último, à coerência e à diferença de fase entre as duas séries.

4.2.1. Espectros

Uma vez que se pretende focar a análise nas frequências do índice *Dow Jones Industrial Average* e da taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*, fez-se uma estimação da potência espectral da wavelet (WPS), que mede a variância local de uma série temporal num período de 0,5 a 11 anos.

As figuras 2 e 3 representam, respetivamente, a potência espectral do índice *Dow Jones Industrial Average* e da taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*.

Na representação gráfica, o eixo horizontal (eixo das abcissas) representa o tempo, de 1955 a 2011, o eixo vertical (eixo das ordenadas) representa a frequência (a frequência é inversamente proporcional ao tempo), que varia de 0,5 a 11 anos. A potência da wavelet é

dada pela cor – a cor azul significa *potência espectral baixa* e a cor vermelha representa *potência espectral elevada*.

A linha preta, com forma semelhante a uma parábola, representa o cone de influência, que indica a zona afetada pelos efeitos de fronteira. O contorno preto e a cor vermelha mostram que existe um ciclo forte e estatisticamente significativo. O contorno preto designa uma zona onde o nível de significância é de 5%, estimado usando 5000 simulações Monte Carlo. A linha branca localiza os máximos da onda da *potência espectral da wavelet*.

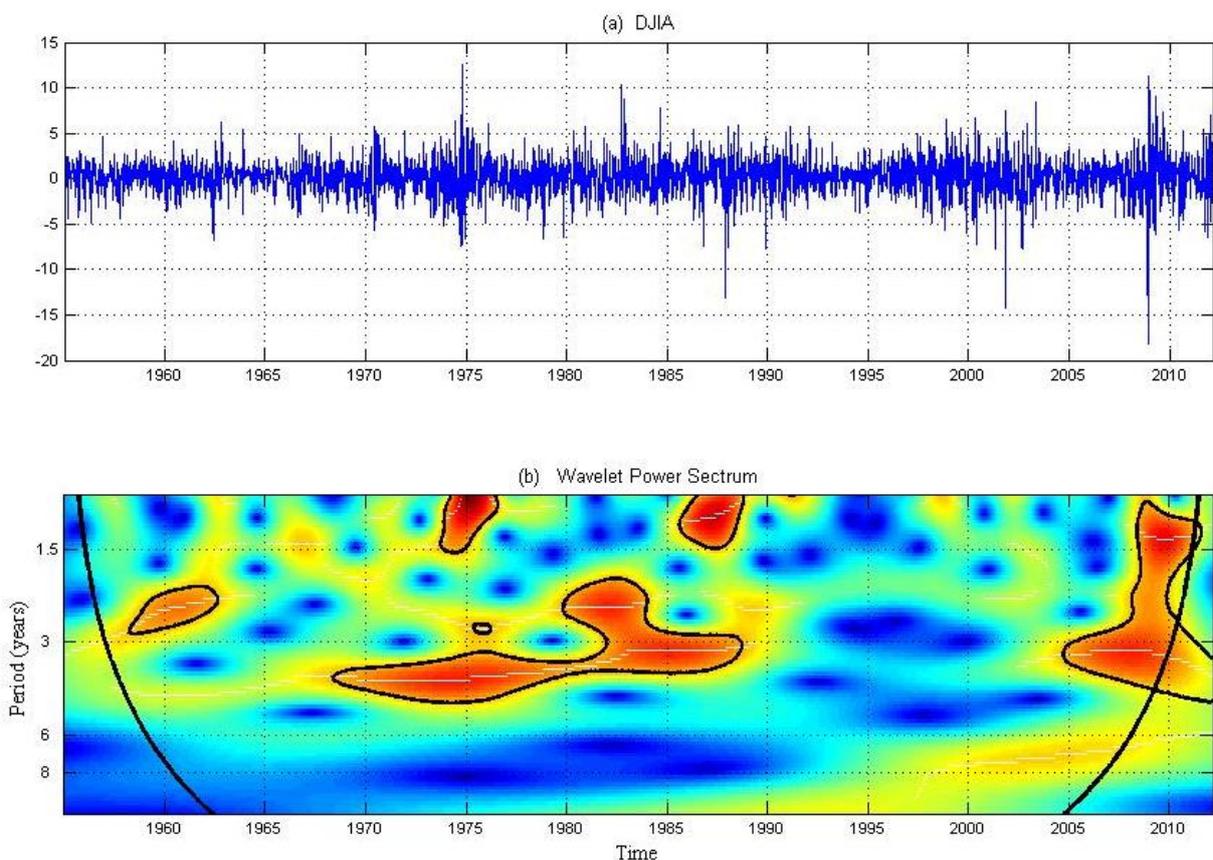


Figura 2. Índice *Dow Jones Industrial Average*. *Potência espectral da wavelet*.

Da análise pode-se salientar, por volta do ano 1963, houve uma descida do índice podendo essa ter relação com a Crise dos Mísseis de Cuba. O evento, embora alarmante, foi importante para lembrar ao mundo a capacidade de destruição que as armas nucleares possuem, o que levou no ano 1963, à assinatura de um acordo entre os Estados Unidos, União Soviética e Grã-Bretanha proibindo os testes nucleares na atmosfera, no alto-mar e no espaço.

Uma oscilação e um ciclo forte estatisticamente significativo por volta dos anos 1970 e 1985 podem ter sido provocados por uma desregulamentação do sistema monetário internacional e por dois choques petrolíferos (em 1973 e 1979) que estiveram na origem de uma crise económica que, no início dos anos 70, travou o ritmo de crescimento nos países industrializados. Neste período de tempo encontra-se uma região de poder elevado localizada numa frequência de 2 a 5 anos.

Entre os anos 1980 e 1990 verificou-se um rápido crescimento no índice, mas pelo meio sofreu algumas perturbações. A maior queda percentual em um único dia ocorreu em 19 de outubro de 1987, quando o índice caiu abruptamente, dia que ficou conhecido como *Black Monday*.

Pode-se também referir que o índice sofreu algumas quedas após o 11 de setembro de 2001.

No ano de 2008 o índice teve uma queda, podendo esta estar relacionado com julho de 2008 em que a alta no preço do petróleo iniciou uma queda substancial no preço das ações.

Para além disso, a partir de 2008, verifica-se um ciclo forte e estatisticamente significativo, devido à crise económica que se instalou no ano 2008 em diante, crise essa que se denomina por Grande Recessão. Esta é um desdobramento da crise financeira internacional precipitada pela falência do banco tradicional de investimento Lehman Brothers, fundado em 1850. Em efeito dominó, outras grandes instituições financeiras decaíram, no processo também conhecido como "*crise dos subprimes*".

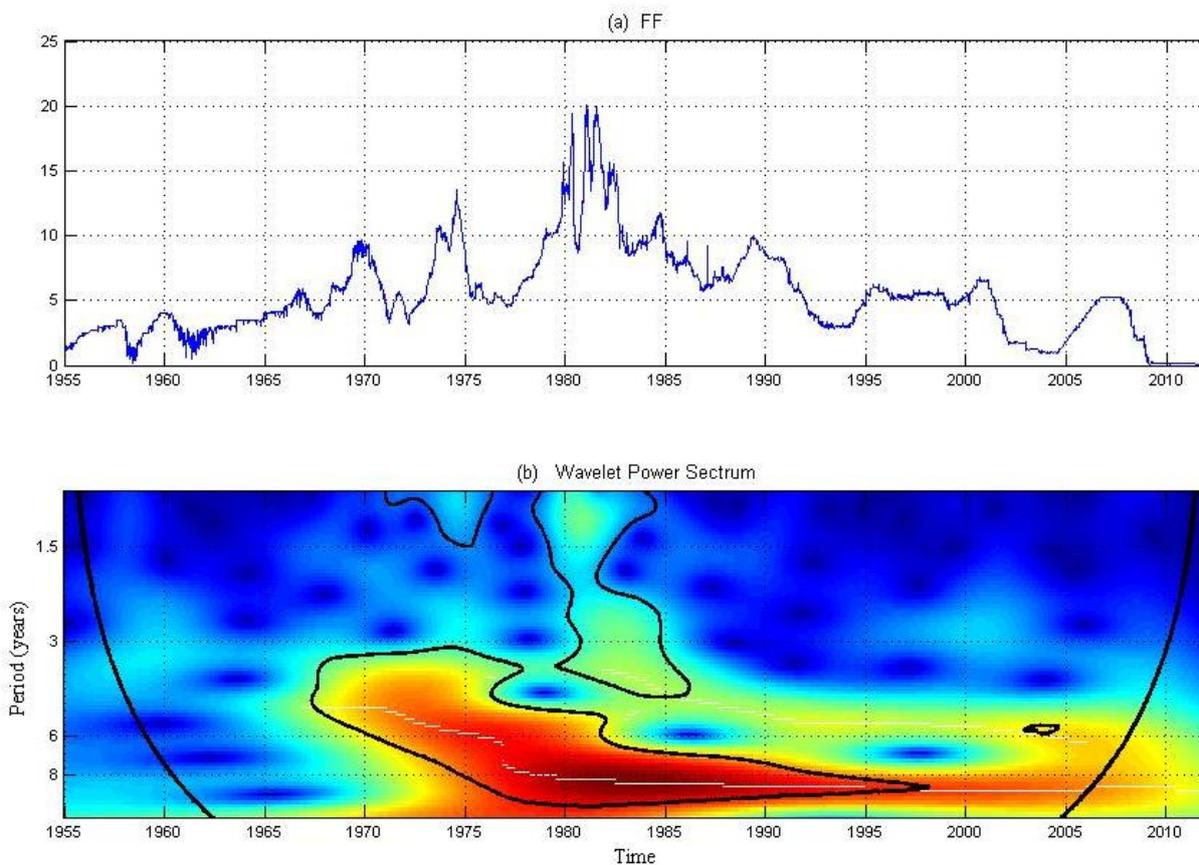


Figura 3. Taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*. Potência espectral da wavelet.

Fazendo uma análise ao gráfico, podemos verificar que ao longo dos anos a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*, tem vindo a sofrer algumas alterações, oscilando bastante. Até aproximadamente o ano de 1981, em que atingiu o seu valor máximo, sofreu altos e baixos. De seguida, foi decrescendo aos poucos com algumas oscilações até chegar a 2010 e encontrar-se perto de zero.

Analisando a potência espectral da wavelet, entre 1970 e aproximadamente 2005, com frequências de 7 a 10 anos, verifica-se um ciclo forte e estatisticamente significativo, com os anos de 1980 a 1985, em maior relevo. Por volta dos 5 anos a 9 anos, apresenta uma linha branca que indica um ciclo persistente com este período.

Todos os acontecimentos anteriormente relatados podem ter afetado a taxa de juro, tal como a bolha da Internet que, ao longo de 1999 e início de 2000, fez com que o U.S. Federal Reserve aumentasse as taxas de juros em seis vezes e a economia, a partir desse

momento, ter começado a perder velocidade, tendo chegado nos últimos anos a valores muito baixos próximos de zero.

4.2.2. Coerência, fase e diferença de fase

A análise que será abordada dará ênfase à *coerência de wavelet* que tem por vantagem ser normalizada pela potência espectral da wavelet das duas séries (secção 3.5) e definida como a amplitude do espectro da wavelet-cruzada, que é complexo, e representa a covariância entre duas séries temporais em cada escala ou frequência. A *diferença de fase* também será alvo de particular atenção, devido ao facto de transmitir informação sobre o desfasamento entre as oscilações das duas séries. É de salientar que os valores para a diferença de fases variam entre $-\pi$ e π . Uma diferença de fases igual a zero indica que as séries temporais se movimentam juntas numa frequência específica.

A reação do índice *Dow Jones Industrial Average* face a alterações da taxa de juro *Effective Federal Funds Rate* será medida pela *coerência da wavelet* e a *diferença de fase*.

A figura 4 representa a *coerência da wavelet cruzada* (em cima) e a *diferença de fase* (em baixo), do índice *Dow Jones Industrial Average* e da taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*.

Tendo em conta que as regiões mais coerentes estavam um pouco dispersas, decidiu-se dividir em 4 bandas de frequência: 0,5 a 1 ano, 1 a 2 anos, 2 a 4 anos e 4 a 10 anos. Para cada uma destas bandas foi determinada a fase e a diferença de fases.

Na representação gráfica, no gráfico correspondente à coerência da wavelet cruzada, verifica-se uma linha preta, com forma semelhante a uma parábola, que representa o cone de influência e que indica a zona afetada pelos efeitos de fronteira. Para além disso, o contorno preto e a cor vermelha mostram que existe um ciclo forte e estatisticamente significativo. O contorno preto designa uma zona onde o nível de significância é de 5%, estimado usando 5000 simulações Monte Carlo.

Neste caso o espectro de cores significa que cor azul representa *coerências baixas* (perto de zero) e a cor vermelha representa *coerências altas* (perto de um).

No gráfico correspondente à diferença de fases, se a linha azul estiver entre $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ e $\left]-\pi; -\frac{\pi}{2}\right[$ diz-se que o índice *Dow Jones Industrial Average* lidera. Se a linha azul se encontrar entre $\left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[$ e $\left]-\pi; -\frac{\pi}{2}\right[$ a relação entre as séries é negativa, o que significa que quando uma aumenta (ou diminui) a outra diminui (ou aumenta), logo se houver um aumento das cotações do índice leva a uma diminuição da taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*.

Se a linha azul se encontrar entre $\left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[$ e $\left]0; -\frac{\pi}{2}\right[$ diz-se que a série relativa à taxa de juro lidera. Além disto, se estiver entre $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ temos que a relação é positiva. O que significa que a taxa de juro vai acompanhar o índice, logo um aumento da taxa de juro gera um aumento do índice, ou vice-versa. Se a linha azul se encontrar entre $\left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[$ quem lidera é a taxa de juro, logo quando a taxa de juro aumenta (ou diminui) o índice diminui (ou aumenta), pois este é que responde às alterações da taxa de juro.

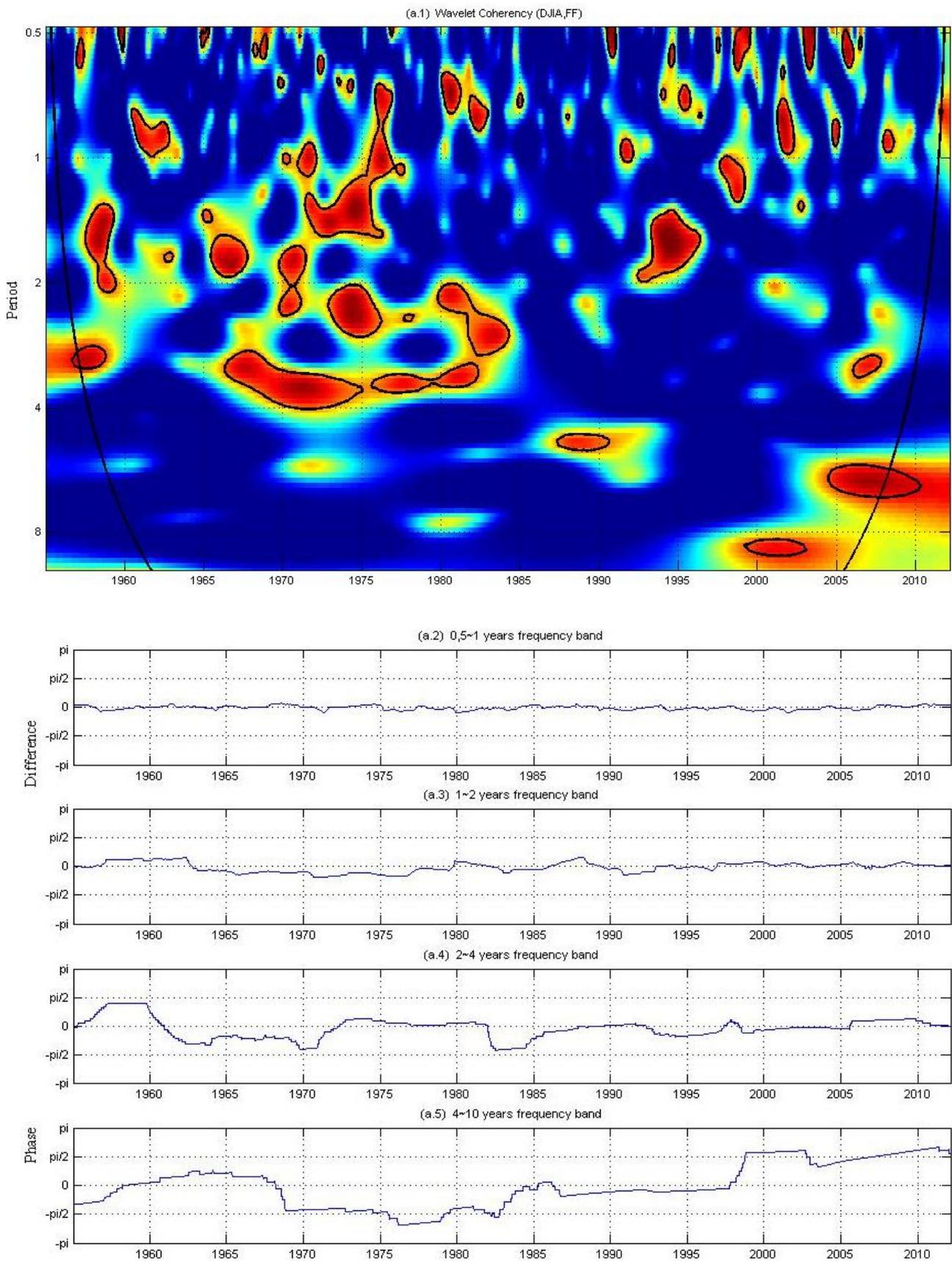


Figura 4. Coerência da wavelet cruzada (em cima) e a diferença de fase (em baixo), do índice *Dow Jones Industrial Average* e da taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*.

Analisando a *coerência da wavelet cruzada* entre o índice *Dow Jones Industrial Average* e a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate* verifica-se que existe um elevado número de regiões com coerências altas. Entre 1966 e 1985, as regiões de coerência elevadas figuram nas frequências de 0,5 a 4 anos. À volta do ano 1995 encontra-se uma outra região de coerência elevada com frequência baixa de 1 a 2 anos. Visualiza-se, ainda, uma outra região de coerência elevada, entre 2000 e 2010, com frequências altas de 4 a 8 anos.

As diferenças de fases foram calculadas para 4 bandas, sendo uma delas as frequências entre 0,5 e 1 ano, outra entre 1 ano a 2 anos, outra entre 2 anos e 4 anos e por último entre 4 a 10 anos.

Na primeira banda verifica-se, ao longo do tempo, uma grande oscilação, num momento encontra-se a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate* a liderar, mas no momento seguinte já se encontra a liderar o índice *Dow Jones Industrial Average*, ou vice-versa. É de se realçar que a relação entre elas é positiva porque os valores se encontram entre $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$,

logo as reações são simultâneas, um aumentando (ou diminuindo) o outro também aumenta (ou diminui).

Na frequência de um a dois anos verifica-se que, entre 1957 a 1963, 1980 a 1982 e 1986 a 1989, o índice *Dow Jones Industrial Average* lidera, enquanto que, nos anos 1963 a 1980 e 1982 a 1986, a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate* encontra-se a liderar. A partir de 1989 verifica-se uma grande oscilação, tendo-se sempre ao longo do tempo uma relação positiva.

Na frequência de dois a quatro anos, verifica-se que entre 1972 a 1982, 1990 a 1992 e 2006 a 2011, o índice *Dow Jones Industrial Average* lidera, enquanto nos anos de 1961 a 1972, 1982 a 1990 e 1992 a 1997, a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate* encontra-se a liderar. Mais uma vez, como os valores se encontram entre $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ temos que a relação é positiva entre as duas variáveis, em que um aumento (ou diminuição) da taxa de juro *Effective Federal Funds Rate* resulta num aumento (ou diminuição) do índice *Dow Jones Industrial Average*.

Na frequência de quatro a dez anos, verifica-se que entre 1955 a 1958, 1968 a 1975, 1998, 1999 e 2003 a 2007, o índice *Dow Jones Industrial Average* lidera, enquanto nos anos 1958

a 1968, 1979 a 1985 e 1987 a 1998, a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate* encontra-se a liderar. Mais uma vez, como os valores se encontram entre $\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$ temos que a relação é positiva entre as duas variáveis, em que um aumento (ou diminuição) da taxa de juro *Effective Federal Funds Rate* resulta num aumento (ou diminuição) do índice *Dow Jones Industrial Average*. Para além disso, verifica-se que, entre 1975 a 1979 o índice *Dow Jones Industrial Average* lidera, e entre 1999 a 2003 e 2007 a 2011, a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate* lidera. Mas como ambas se encontram entre $\left] \frac{\pi}{2}; \pi \right[$ e $\left] -\pi; -\frac{\pi}{2} \right[$ a relação entre as séries é negativa, o que significa que quando um aumenta (ou diminui) o outro diminui (ou aumenta).

Tal como referido na literatura, Rigobon e Sack (2003) realçaram que as taxas de juro mais elevadas estão associadas a preços mais baixos do mercado de ações, obtendo-se assim uma relação negativa, sendo esta a reação que deveria ser mais comum a verificar-se neste estudo. Mas segundo este estudo verifica-se exatamente o contrário. Na grande maioria existe uma relação positiva, significa que quando um aumenta (ou diminui) o outro também aumenta (ou diminui), sendo estes uns resultados que fogem um pouco ao que a literatura nos descreve e à normalidade dos acontecimentos da economia.

No estudo realizado verifica-se que quando a taxa de juro sobe por uma previsão através de uma ação prevista, antecipa também uma subida do índice, obtendo a taxa de resposta a componentes previstas de ações políticas mínima, tal como havia referido Kuttner (2001). Sendo assim, quando a taxa de juro aumenta e o índice também, existe um arrefecimento na economia, havendo assim alguma estagnação.

A relação positiva obtida nas 4 bandas poderá vir de acordo com o que Boyd, Jagannathan e Hu (2001) relataram no seu estudo. Segundo eles encontraram uma ligação entre a resposta dos mercados às notícias dos empregos e não diretamente da política monetária. Neste estudo verifica-se de certa forma que, com todos os acontecimentos que foram decorrendo ao longo dos anos, estes acabaram por ter alguma influência nos empregos das pessoas. Pois se as pessoas têm emprego, verifica-se que existe um grande poder de compra e estas têm acesso com mais facilidade ao mercado fazendo com que as taxas de juro aumentem. No caso de as notícias em relação ao emprego serem mais focadas para um número pequeno de emprego e um grande número de desemprego, a facilidade de poder de

compra diminui drasticamente deixando as pessoas de ter acesso ao mercado fazendo assim com que as taxas de juro diminuam, apelando assim as pessoas para o poder de compra.

Apesar de os resultados obtidos não serem muito normais, pois não vão ao encontro com o que muitas vezes a literatura descreve, ainda é possível verificar-se que existe alguma relação entre a taxa de juro e o índice. Sendo esta relação negativa em menor tempo e na sua maioria positiva.

5. Conclusão

O uso das wavelets têm vindo a ser utilizado pelos economistas nos últimos anos, para a análise de dados económicos e financeiros, fazendo uso da chamada transformada discreta da wavelet. Com a introdução de novos conceitos, na década de 1990 acabaram por surgir generalizações da teoria das wavelets. Esses mesmos conceitos tal como a transformada de wavelet contínua ou coerência da wavelet cruzada permitem a análise das dependências tempo-frequência de duas séries (Torrence e Campo, 1998).

No estudo realizado por Robert Frank e Ben Bernanke (2001), salientaram que as atenções da comunicação social centram-se, quase sempre, nas decisões tomadas pelo FED em relação às taxas de juro. Mas apesar disso, não relatam a existência de uma relação entre mercados financeiros e a taxa de juro, e na existência da mesma que relação poderá ter. Com este trabalho pretendia-se verificar se existe relação entre taxas de juros e mercados financeiros, e para isso fez-se uma abordagem baseada na análise de wavelets, nomeadamente com a transformada de wavelet cruzada, com incidência no comportamento do índice *Dow Jones Industrial Average* e a taxa de juro *Effective Federal Funds Rate*.

Bernanke e Kuttner (2005), salientaram que as surpresas da política monetária são responsáveis apenas por uma pequena parcela do total da variabilidade do preço das ações, isto é, não são as surpresas da política monetária que fazem variar única e exclusivamente o preço das ações, existem outros fatores para essa variabilidade. Tal como se verifica neste estudo, existe um grande leque de variações nos preços das ações não estando sempre ligados às surpresas da política monetária, mas sim a diversos fatores que foram ocorrendo ao longo do tempo.

Gertler e Gilchrist (1994) argumentam que um aperto monetário pode restringir o acesso das pequenas empresas ao crédito. Afirmaram ainda que essas restrições de crédito podem fazer com que um maior número de pequenas empresas entre em recessão, o que implica que as mudanças na política monetária devem ter um efeito maior sobre as pequenas empresas em tempos difíceis do que nos bons tempos. Com base nesta visão, Thorbecke e Coppock (1995) acham que a política monetária apertada durante a recessão de 1981-1982 prejudicou tanto as empresas pequenas como as grandes, enquanto a política monetária durante a subsequente expansão beneficiou as empresas grandes, mas não as pequenas empresas. Isto vem um pouco de encontro com o estudo realizado, pois no estudo em

relação à taxa de juro verificou-se que depois de 1981 houve uma descida da mesma, sofrendo sempre oscilações mas acabando nos últimos anos com valores próximos de zero.

Tal como se verificou no estudo realizado a existência de um aumento das taxas de juro e dos valores do índice, nem sempre são atribuídos às ações da política monetária, mas sim a ações imprevistas que ocorriam durante o tempo. Quando se realizou o estudo a longo prazo verificou-se também que as variações eram muito mais variáveis ao longo do tempo. É de se salientar que na maioria do tempo existia uma relação positiva entre os dois, mas a longo prazo, em pequenos espaços de tempo essa mesma relação já não se verificava. De certa forma, pode-se salientar que essa mesma relação entre mercados financeiros e taxas de juros existe, sendo maioritariamente a taxa de juro a liderar os preços dos índices, e sendo esta a resposta a ações imprevistas da política monetária.

Nesta análise conclui-se que, apesar de existir uma relação, nem sempre é a relação mais desejada para os efeitos da economia e descritos na literatura. Estes resultados podem ter sido obtidos devido a não se ter realizado um estudo em separado para a taxa de juro para ações previstas da política monetária e a taxa de juro para ações imprevistas. Sendo assim, uma futura investigação, que seria interessante de se realizar, seria fazer este mesmo estudo mas usando dados em separado da taxa de juro para ações previstas e para ações imprevistas da política monetária.

Referências Bibliográficas

Aguiar-Conraria, L., Azevedo, N., e Soares, M. J. (2008), **Using Wavelets to Decompose the Time-Frequency Effects of Monetary Policy**. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 387, pp. 2863 - 2878.

Aguiar-Conraria, L., Magalhães C. P., e Soares, M. J. (2011), **Cycles in Politics: Wavelet Analysis of Political Time-Series**. *The American Journal of Political Science*.

Aguiar-Conraria, L. e Soares, M. J. (2011), **The Continuous Wavelet Transform: A Primer**. *NIPE - WP 16 / 2011*.

Bernanke, B. S. e Blinder, A. S. (1992), **The Federal funds rate and the channels of monetary transmission**, *American Economic Review* 82, 901-921.

Bernanke, B S. e Kuttner, K. N. (2005), **What Explains the Stock Market's Reaction to Federal Reserve Policy?**, *Journal of Finance*, vol. 60(3), pages 1221-1257, 06.

Boudoukh, J., Richardson M., e Whitelaw R. F. (1994), **Industry returns and the Fisher effect**, *Journal of Finance* 49, 1595-1616.

Boyd, J. H., Jagannathan R., e Hu J. (2001), **The stock market's reaction to unemployment news: Why bad news is usually good for stocks**, *Working paper 8092*, NBER.

Chen, Nai-Fu (1991), **Financial investment opportunities and the macroeconomy**, *Journal of Finance* 46, 529-554.

Cochrane, J. H., e Piazzesi M. (2002), **The Fed and interest rates: A high-frequency identification**, *Working Paper* 8839, NBER.

Crowley, P. (2007), **A Guide to Wavelets for Economists**. *Journal of Economic Surveys*, vol. 21 (2), pp. 207–267.

Daubechies, I. (1992), **Ten Lectures on Wavelets**. *CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics*, vol. 61 SIAM, Philadelphia.

Dym, H e McKean, H. P. (1972) **Fourier series and integrals**, *New York, Academic Press*.

Gabor D. (1946), **Theory of communication**. *J. Inst. Electr. Eng.* 93, pp. 429 – 457.

Gertler, M., e Gilchrist S. (1994), **Monetary policy, business cycles, and the behavior of small manufacturing firms**, *Quarterly Journal of Economics* 109, 310-338.

Goupillaud, P., Grossman, A., e Morlet J. (1984). **Cycle-Octave and Related Transforms in Seismic Signal Analysis**. *Geoexploration*, 23 (1): 85-102.

Jensen, G. R., e Mercer, J. M. (2002), **Monetary policy and the cross-section of expected stock returns**, *Journal of Financial Research* 25, 125–139.

Jensen, G. R., Mercer, J. M., e Johnson, R. R. (1996), **Business conditions, monetary policy, and expected security returns**, *Journal of Financial Economics* 40, 213–237.

Lansing, K. J. (2003), **Should the Fed react to the stock market**, *FRBSF Economic Letter* 2003-34; November 14, 2003.

Krueger, J. T., e Kuttner, K. N. (1996), **The Fed funds futures rate as a predictor of Federal Reserve policy**, *Journal of Futures Markets* 16, 865 – 879.

Kuttner, K. N. (2001), **Monetary policy surprises and interest rates: Evidence from the Fed funds futures market**, *Journal of Monetary Economics* 47, 523–544.

Patelis, A. D. (1997), **Stock return predictability and the role of monetary policy**, *Journal of Finance* 52, 1951–1972.

Rigobon R., e Sack, B. (2003), **Measuring The Reaction Of Monetary Policy To The Stock Market**, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 118 (May), No. 2, Pages 639-669

Rozeff, M. (1974), **Money and stock prices, market efficiency, and the lag in the effect of monetary policy**, *Journal of Financial Economics* 1, 245-302.

Soares, M. J. (2003), **Teoria de Ondulas**. *Departamento de Matemática da Universidade do Minho*, Portugal, ISBN 972-8810-00-8.

Thorbecke, W. (1997), **On stock market returns and monetary policy**, *Journal of Finance* 52, 635–654.

Thorbecke, W., e Coppock, L. (1995), **Monetary policy, stock returns, and the role of credit in the transmission of monetary policy**, *Levy Economics Institute Working paper* No. 133.

Torrence, C. e Compo, G.P. (1998), **A practical guide to wavelet analysis**. *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol. 79, pp. 605–618.