

AVALIAÇÃO DA ASSOCIAÇÃO ESTATÍSTICA NUM DIAGRAMA DE DISPERSÃO POR ESTUDANTES UNIVERSITÁRIOS

Delson Alexandre Mugabe

Universidade Pedagógica de Moçambique

delsonmugabe@yahoo.com.br

José António Fernandes

Universidade do Minho

jfernandes@ie.uminho.pt

Paulo Ferreira Correia

Escola Secundária/3 de Barcelos

ferreiracorreiapaulo@gmail.com

Resumo

Neste texto relata-se um estudo sobre a avaliação da associação e predição estatística por estudantes universitários, antes e depois de abordarem essa temática no ensino formal. No estudo participaram 57 estudantes moçambicanos, que frequentavam no ano letivo de 2011/2012 o 2.º ano de um curso de formação de professores de matemática do ensino secundário. Os estudantes foram inquiridos através de um questionário, sendo aqui explorada apenas uma das seis questões nele incluídas e em que é representada uma distribuição bidimensional através de um diagrama de dispersão. Globalmente, os estudantes revelaram dificuldades em obter as respostas corretas, exibiram conceções limitadas e não adequadas de avaliação da associação estatística e o ensino teve um impacto limitado na melhoria das respostas dos estudantes.

Palavras-chave: diagrama de dispersão; associação estatística; estratégias de avaliação; estudantes universitários.

Introdução

O estudo da correlação e de relações estatísticas entre variáveis constituem ferramentas com ampla aplicação em outros métodos estatísticos e na resolução de problemas dos mais variados domínios científicos. No caso das relações estatísticas, elas permitem estabelecer outro tipo de relações, distintas das relações funcionais, ampliando-se, assim, o leque de relações passíveis de serem estudadas.

As relações estatísticas são adequadas para o estudo de situações que envolvem incerteza, enquanto as relações funcionais são de natureza determinista. No caso de conhecermos a área de um quadrado, podemos determinar rigorosamente o seu lado recorrendo à respetiva

fórmula, que constitui uma relação funcional. Já no caso das idades dos cônjuges à data do seu casamento não podemos predizer rigorosamente a idade da mulher a partir do conhecimento da idade do homem. Nesta situação apenas podemos dizer que, em geral, à medida que a idade do homem aumenta, a idade da mulher também aumenta.

Ora, esta temática, para além do ensino superior, onde vem sendo estudada há muito tempo nos mais variados cursos, também mais recentemente tem sido incluída nos programas escolares de matemática do ensino secundário (Ministério da Educação, 2001a, 2001b, 2001c), atribuindo-lhe um lugar mais compatível com a importância que lhe é conferida atualmente.

Nesta comunicação apresentam-se as estratégias usadas por estudantes universitários para avaliar a associação e predição estatística entre duas variáveis representadas num diagrama de dispersão, antes e depois do ensino da correlação e regressão lineares.

Estratégias intuitivas de avaliação da associação estatística

Estepa e Batanero (1996) classificaram os argumentos avançados por estudantes do final do ensino secundário, quando efetuavam julgamentos de associação estatística em situações representadas por diagramas de dispersão, em estratégias intuitivas corretas, parcialmente corretas e incorretas, enquanto indicadores de concepções corretas, parcialmente corretas e incorretas de associação estatística. No caso das estratégias intuitivas corretas e parcialmente corretas, salientam-se: 1) o uso do crescimento, decrescimento ou da forma constante do diagrama de dispersão para justificar o tipo de dependência; e 2) a comparação do diagrama de dispersão com o gráfico de uma função conhecida — por exemplo, uma linha reta — para justificar a associação entre as variáveis.

No caso das estratégias intuitivas incorretas, referem-se: 1) a concepção determinista, quando o estudante não admite exceções à relação entre as variáveis. Nesta concepção é esperado que a correspondência atribua apenas um valor à variável dependente para cada valor da variável independente; caso tal não se verifique, os estudantes consideram que não existe dependência entre as variáveis; 2) a concepção local, quando os estudantes baseiam os seus julgamentos em apenas parte dos dados fornecidos. Se esta parte dos dados serve para confirmar um dado tipo de correlação, então os estudantes afirmam-na na sua resposta; e 3) a concepção causal, quando os estudantes identificam correlação com causalidade. Ainda nesta categoria de estratégias, Estepa e Batanero (1995) acrescenta a

conceção unidirecional, quando os estudantes admitem apenas a associação direta, considerando a associação inversa como independência.

O raciocínio causal é distinto do pensamento estocástico pois o primeiro é univocamente determinado, enquanto o segundo envolve incerteza. Segundo Tversky e Kahneman (1982), a influência da “causalidade” na avaliação de probabilidades manifesta-se por intermédio de “assimetrias inferenciais”, em que as pessoas inferem com maior confiança efeitos das causas do que causas dos efeitos, e da “significação causal e diagnóstica da evidência”, em que as pessoas tendem a realçar o impacto causal dos dados para o futuro e a negligenciar as suas implicações diagnósticas acerca do passado. É um exemplo paradigmático desta última situação o chamado “fenómeno Falk” (Falk, 1986), em que as pessoas rejeitam a possibilidade da probabilidade de um acontecimento realizado antes poder ser afetado por um acontecimento realizado depois ou consideram tal sequenciação destituída de sentido.

Chapman e Chapman (1982) mostraram que as pessoas recorrem às suas expectativas e crenças sobre possíveis relações entre variáveis. Nesse processo, a covariação entre as variáveis baseia-se mais em teorias ou preconcepções semanticamente estabelecidas do que em dados empíricos. Este fenómeno, conhecido por “correlação ilusória”, refere-se à “tendência para ver duas coisas como ocorrendo conjuntamente mais frequentemente do que de facto ocorrem” (Chapman & Chapman, 1982, p. 241). Estas teorias informais têm origem na experiência e no contexto do sujeito e são usadas na interpretação de dados e factos que o rodeiam.

Método

O estudo realizou-se no ano letivo de 2011/2012 e envolveu uma amostra de 57 estudantes ($E_i, i = 1, 2, \dots, 57$) que frequentavam o 2º ano do curso universitário de formação de professores de matemática. Estes estudantes pertenciam a duas delegações da Universidade Pedagógica de Moçambique, especificamente a delegação de Nampula (30 estudantes) e a delegação de Maputo (27 estudantes). Com a inclusão dos estudantes das duas delegações no estudo pretendeu-se obter um maior número de participantes e, conseqüentemente, obter-se uma maior diversificação de estratégias na resolução das tarefas.

Dos estudantes que participaram no estudo, 5 (8,8%) eram do sexo feminino e 52 (91,2%) do sexo masculino, sendo a média das suas classificações na disciplina de matemática à entrada na universidade de 10,4 valores, numa escala de 0 a 20 valores.

Quanto à aprendizagem de Estatística em anos anteriores, a maior parte dos participantes 44 (77,2%) afirmou ter tido aulas de Estatística e 13 (22,8%) declararam não ter aprendido quaisquer noções de estatística na escola. Dos estudantes que aprenderam noções de estatística, não incluindo quaisquer conteúdos de correlação e regressão lineares, 15 (26,3%) referiram que tal aconteceu no ensino básico e 29 (50,9%) no ensino secundário.

Relativamente ao interesse pela Estatística, quase todos os estudantes, 53 (93,0%), afirmaram ter muito interesse, 3 (5,3%) referiram ter algum interesse e apenas 1 (1,8%) afirmou não ter nenhum interesse.

A recolha de dados no estudo foi efetuada através da aplicação de um questionário, aplicado imediatamente antes e depois do ensino da correlação e regressão lineares. Deste modo, com a primeira aplicação do questionário pretendeu-se determinar as estratégias intuitivas dos estudantes na resolução de tarefas sobre associação estatística, enquanto com a segunda aplicação do questionário se pretendeu avaliar o impacto do ensino na evolução dessas estratégias.

O questionário era constituído por seis questões, sendo em todas elas inquiridos os estudantes sobre a associação estatística entre duas variáveis e pedida uma justificação para a sua resposta. Dessas questões, no presente texto aborda-se apenas uma, que se refere à avaliação da associação e predição estatística num diagrama de dispersão, que é apresentada na secção seguinte e foi adaptada de Landwehr e Watkins (1986).

O ensino realizou-se na disciplina de Estatística Descritiva, que é lecionada em todos os cursos de matemática das 11 delegações da Universidade Pedagógica, incluindo a de Nampula e Maputo. A esta disciplina são atribuídas 4 horas semanais, num total de 48 horas semestrais, e o processo de ensino em todas as delegações tem por base um único programa de ensino, incluindo os conteúdos: conceitos básicos; distribuições de frequências; medidas de localização, dispersão, assimetria e achatamento; correlação e regressão linear simples; e números índices.

No estudo da correlação e regressão linear simples foram dedicadas 8 horas e abordaram-se os seguintes conteúdos: conceito de correlação; tipos de correlação; diagrama de dispersão; medidas de correlação; coeficiente de determinação; propriedades do coeficiente de correlação; ajustamento linear; reta de regressão linear; e coeficiente de regressão. As aulas organizaram-se em teóricas e práticas, sendo as teóricas mais centradas no professor e no tratamento dos principais conceitos do tema, enquanto as práticas foram orientadas

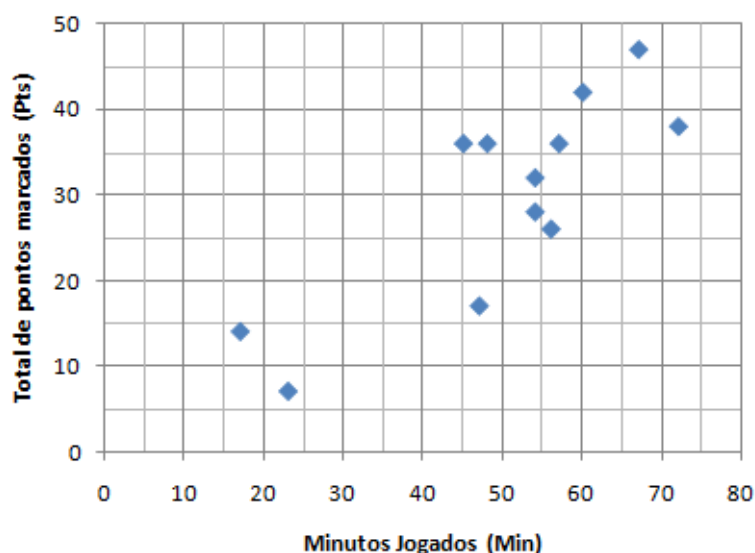
basicamente para a resolução e discussão de exercícios. Na lecionação deste tema, os dois professores não fizeram uso de meios tecnológicos.

Em termos de tratamento e análise de dados classificaram-se as respostas dos estudantes em corretas, parcialmente corretas e incorretas e, em cada um destes tipos de resposta, agruparam-se as suas justificações em diferentes categorias, sendo determinadas frequências absolutas e percentagens dos vários tipos de respostas e categorias.

Avaliação da associação estatística num diagrama de dispersão

Foi proposta aos estudantes a questão seguinte, representando graficamente a variação conjunta de duas variáveis.

No gráfico seguinte estão representados os pontos obtidos por cada jogador da seleção de basquetebol dos Estados Unidos da América nos Jogos Olímpicos de Inverno de 1992 e o seu tempo de jogo em minutos, no conjunto dos três jogos finais.



- Assinala no gráfico o ponto que representa o jogador que marcou mais pontos. Achas que esse jogador também jogou durante mais tempo?
- Achas que existe uma relação entre o tempo de jogo (em minutos) do jogador e o total de pontos marcados? Explica a tua resposta.
- Se um jogador joga durante 50 minutos, quantos pontos é de esperar que ele marque?

Figura 1. Tarefa proposta aos estudantes

Nesta questão averigua-se a capacidade dos estudantes em fazerem a leitura do gráfico de dispersão (alínea a), avaliarem a associação entre duas variáveis quantitativas apresentadas no gráfico de dispersão (alínea b) e estimarem o valor de uma das variáveis a partir do

conhecimento do valor da outra variável. Seguidamente apresenta-se a análise efetuada às respostas dos estudantes em cada uma das alíneas da questão.

a) Assinala no gráfico o ponto que representa o jogador que marcou mais pontos.

Achas que esse jogador também jogou durante mais tempo?

Os resultados obtidos tanto no pré como no pós-ensino foram satisfatórios, na medida em que mais de 90 por cento dos estudantes (96% no pré-ensino e 98,2% no pós-ensino) conseguiram identificar o jogador que marcou mais pontos. Também na sua grande maioria (93% no pré-ensino e 98,2% no pós-ensino), os estudantes reconheceram também que este jogador, apesar de ter marcado mais pontos, não foi o jogador com mais tempo em campo.

Curcio (1989) definiu três níveis, de complexidade crescente, na leitura e interpretação de gráficos: *ler os dados*, que requer a leitura literal do gráfico e realiza-se através da leitura dos factos que nele estão representados; *ler entre os dados*, que requer combinar e integrar a informação e identificar relações matemáticas através de algum conhecimento prévio sobre o assunto tratado no gráfico; e *ler além dos dados*, pressupõe a capacidade de efetuar previsões a partir da informação do gráfico e um conhecimento prévio aprofundado sobre o assunto referente aos dados do gráfico. Ora, o facto de as perguntas colocadas aos estudantes se situarem no nível *ler os dados*, uma vez que a resposta pode ser obtida diretamente a partir da informação explícita no gráfico de dispersão, poderá explicar as elevadas percentagens de respostas corretas obtidas. Também Estepa (2008) verificou que estudantes do último ano do ensino secundário, que tinham abordado a correlação e regressão lineares de forma intuitiva, não tiveram dificuldades em ler pontos do diagrama de dispersão.

b) Achas que existe uma relação entre o tempo de jogo (em minutos) do jogador e o total de pontos marcados? Explica a tua resposta.

Os resultados obtidos nesta questão demonstram uma variedade de respostas dos estudantes na identificação e justificação da associação entre as duas variáveis: o tempo de jogo (em minutos) e o número de pontos marcados. Na Tabela 1 apresentam-se as frequências (percentagens) obtidas nas diferentes estratégias segundo o tipo de resposta (correta, parcialmente correta e incorreta), antes e depois do ensino.

Tabela 1. Frequência absoluta (%) de estudantes nas diferentes estratégias

Estratégias	Frequências (%)	
	Pré-ensino	Pós-ensino
<i>Corretas</i>		
1: padrão global de variação da nuvem de pontos	18 (31,6)	11 (19,3)
2: ajustamento de uma reta à nuvem de pontos	0 (0,0)	10 (17,5)
<i>Parcialmente corretas</i>		
3: avaliação global da dispersão da nuvem de pontos	0 (0,0)	23 (40,4)
<i>Incorretas</i>		
4: utilização de pontos isolados	26 (45,6)	6 (10,5)
5: teorias prévias	13 (22,8)	7 (12,3)

No conjunto das distintas estratégias apresentadas, constatamos que as duas seguintes conduziram à resposta correta: 1: padrão global de variação da nuvem de pontos (variação no mesmo sentido, variação em sentido contrário e ausência de variação); e 2: ajustamento de uma reta à nuvem de pontos.

Em relação à estratégia 1, alguns estudantes julgaram existir associação entre as duas variáveis através do reconhecimento da tendência de variação no mesmo sentido dessas variáveis, tal como mostra a resposta do estudante E₂ no pré-ensino: “Sim, depende porque, de uma forma geral, o jogador com mais pontos marcados tende a ser aquele que jogou durante mais tempo”. Esta resposta baseia-se numa conceção correta de associação, e verificou-se um abandono desta estratégia por parte de 7 estudantes, do pré-ensino para o pós-ensino.

Na estratégia 2, para justificar a associação entre as variáveis, os estudantes avaliaram o ajustamento de uma reta à nuvem de pontos. Por exemplo, o estudante E₂₉, no pós-ensino, respondeu o seguinte: “Sim porque a maneira como os dados se apresentam no gráfico mostram no fundo a ideia de existência de uma linha reta crescente”. Esta estratégia foi adotada por 10 (17,5%) estudantes, apenas no pós-ensino.

Quanto à estratégia 3, os estudantes partiram do pressuposto de que a maior ou a menor dispersão dos pontos implica uma fraca ou forte associação entre as variáveis, respetivamente. A resposta do estudante E₈, no pós-ensino, exemplifica o que acabamos de referir: “Existe uma relação porque os pontos apresentam uma menor dispersão”. Esta justificação, adotada por 23 (40,4%) estudantes, apenas no pós-ensino, corresponde a uma resposta parcialmente correta uma vez que aludiram apenas a dispersão, sem um referente (uma curva) dessa dispersão.

Por fim, as estratégias 4 e 5 produziram respostas incorretas na medida em que os estudantes se basearam em parte dos dados para justificar a associação ou nas suas crenças subjetivas acerca da relação entre as variáveis em detrimento dos dados do problema. A estratégia 4 consistiu em deduzir a associação a partir de pontos isolados. Por exemplo, o estudante E_3 , no pré-ensino, considerou não existir associação entre o número de pontos marcados e o tempo de jogo pelo facto de se observar em alguns jogadores discrepâncias entre essas duas variáveis, ou seja, marcaram muitos pontos tendo jogado poucos minutos e vice-versa.

Não porque existem jogadores que jogaram muito mais tempo e marcaram poucos pontos e outros que jogaram poucos minutos e marcaram muitos pontos. Por exemplo, o jogador que jogou apenas 60 minutos marcou 43 pontos e o jogador que fez 70 minutos marcou aproximadamente 38 pontos.

Nesta resposta, o estudante mostra possuir também uma concepção determinista de associação, que provavelmente o terá conduzido a uma resposta incorreta de associação, neste caso de independência. Esta estratégia foi a mais utilizada no pré-ensino, com 26 (45,6%) estudantes a adotá-la para responderem à questão b). Do pré-ensino para o pós-ensino registou-se uma diminuição assinalável do número de estudantes que adotaram esta estratégia, exatamente 20 estudantes, o que corresponde a uma diminuição de 35,1%.

Na estratégia 5: teorias prévias, os estudantes basearam as suas respostas nas suas crenças prévias acerca da relação entre o número de pontos marcados e o tempo de jogo, ao invés de analisar as evidências dos dados disponíveis no problema. A resposta do estudante E_9 , no pós-ensino, é reveladora disso mesmo: “É claro que sim, porque se um jogador permanecer muito tempo no campo irá marcar muitos pontos em relação ao jogador que permanece pouco tempo no campo”.

Ainda nesta estratégia, verificou-se que a atribuição da associação a outras variáveis distintas das explicitadas no problema teve como base pressupostos causais, na medida em que os estudantes afirmaram não existir associação entre as variáveis porque a variável independente não influencia diretamente a variável dependente, ou seja, admitiram a existência de outras variáveis que podiam influenciar a variável dependente, tal como mostra a resposta do estudante E_{22} , no pré-ensino: “Não há relação entre o tempo de jogo e o total de pontos marcados, isto porque a marcação de pontos depende da flexibilidade do jogador e da sua estratégia dentro do campo”.

O recurso a ideias prévias para justificar a associação observou-se em apenas 4 (7,0%) estudantes no pré-ensino e 3 (5,3%) no pós-ensino. Chapman e Chapman (1982) designam

este tipo de raciocínio de “correlação ilusória” porque as pessoas afirmam as suas crenças ao invés de ter em consideração a evidência dos dados.

c) Se um jogador joga durante 50 minutos, quantos pontos é de esperar que ele marque?

Na alínea c) pretende-se prever o valor de uma variável a partir do conhecimento do valor da outra variável. No caso concreto, pretende-se estimar o número de pontos marcados a partir do conhecimento do tempo de jogo. Para o efeito, o estudante podia recorrer à reta de regressão e utilizar retas paralelas aos eixos coordenados para estimar os pontos correspondentes a 50 minutos.

Constatámos que as respostas à alínea c), particularmente no pré-ensino, foram maioritariamente dadas na forma pontual (36 no pré-ensino e 21 no pós-ensino) ou intervalar (4 no pré-ensino e 6 no pós-ensino), ou seja, estimaram para o número de pontos marcados pelo jogador que tinha jogado à volta de 50 minutos um único valor ou um conjunto de valores.

Seguidamente, as respostas dos estudantes foram agrupadas em três intervalos: i) 10–19 pontos; ii) 20–29 pontos e iii) 30–40 pontos, como se apresenta na Tabela 2.

Tabela 2. Frequência absoluta (%) de estudantes nos diferentes intervalos

Intervalos	Frequências (%)	
	Pré-ensino	Pós-ensino
10–19 pontos	12 (21,1%)	1 (1,8%)
20–29 pontos	22 (38,6)	17 (29,8%)
30–40 pontos	6 (10,5%)	9 (15,8%)

Tanto no pré-ensino como no pós-ensino, constata-se que o intervalo 20–29 pontos inclui a maior percentagem de respostas dos estudantes. O facto de nesta região passar a reta de ajustamento à nuvem de pontos pode indiciar que os estudantes, apesar de não terem dado uma resposta precisa, tiveram a capacidade de estimar uma região onde se encontrava o valor da previsão pedida. O recurso intuitivo ao conceito de monotonia de uma função afim revela também que os estudantes ao estimarem a região tiveram em conta a tendência de variação das variáveis, ou seja, se elas variavam no mesmo sentido, em sentidos contrários ou a ausência de um padrão de variação.

Em relação ao pós-ensino, contrariamente às nossas expectativas, constatou-se que apenas 14 (24,6%) estudantes responderam corretamente à questão. Estes estudantes, por

observação do diagrama de dispersão, estimaram os valores das variáveis e obtiveram, de seguida, a equação da reta de regressão para estimar o número de pontos marcados pelo jogador, sendo conhecido o seu tempo de jogo. O exemplo a seguir elucida o que acabamos de referir.

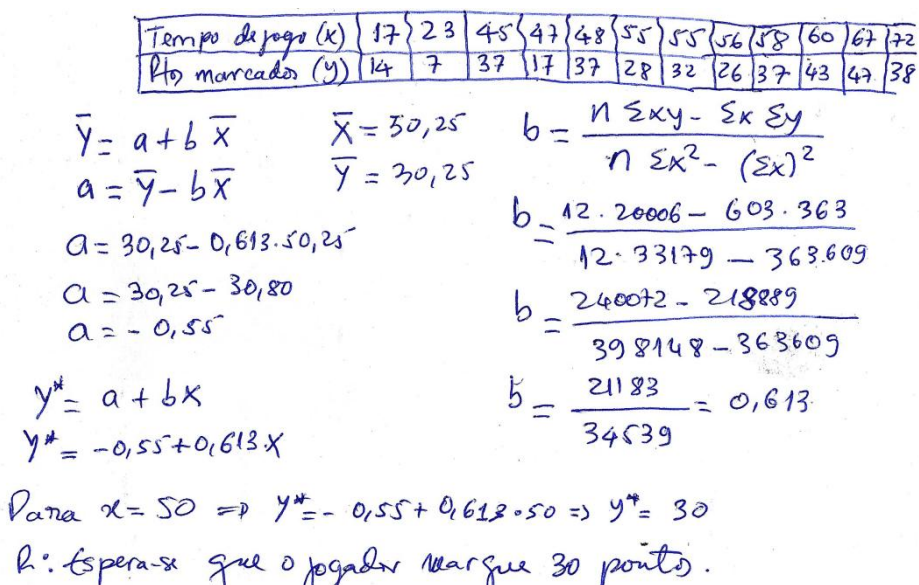


Figura 2. Resolução da questão c) pelo estudante E16 no pós-ensino.

Os restantes estudantes, 17 (29,8%) no pré-ensino e 16 (28,1%) no pós-ensino, não apresentaram qualquer valor, argumentando que era difícil determinar o valor pretendido porque as variáveis não estavam relacionadas linearmente, tal como mostra a resposta do estudante E₅₅ no pós-ensino: “Não havendo relação linear entre o tempo de jogo e o número de pontos marcados, não se pode estimar o número de pontos que um jogador que teve 50 minutos em campo pode marcar”. Para além da adesão à conceção determinista, presume-se que as respostas dadas por estes estudantes foram muito condicionadas pela resposta dada pelos mesmos na alínea b), pois a maior parte dos estudantes que deram esta resposta afirmaram na alínea b) que não existia relação entre as variáveis pelo facto de existirem outros fatores diferentes do tempo que podem influenciar a variável dependente (número de pontos marcados).

Do pré-ensino para o pós-ensino, as alterações das respostas dos estudantes residiram apenas na resposta correta, que foi obtida apenas no pós-ensino.

Conclusão

Esta questão aqui apresentada diz respeito à associação estatística e correlação linear de variáveis quantitativas representadas num diagrama de dispersão. Nesta situação, o estudo

das estratégias dos estudantes permitiu-nos relacioná-las com o tipo de respostas (respostas corretas, parcialmente corretas e incorretas) e constituíram-se como indicadores das concepções subjacentes às avaliações de associação estatística. De entre essas estratégias, porque conduziram a respostas corretas e parcialmente corretas, há que destacar a tendência de variação dos pontos do gráfico de dispersão, a avaliação global da dispersão da nuvem de pontos e o ajustamento de uma reta à nuvem de pontos.

Já no caso das estratégias e argumentos incorretos, tais como a utilização de pontos isolados do gráfico de dispersão, a atribuição da associação a outras variáveis distintas das explicitadas no problema e o recurso a teorias prévias, elas foram usadas para justificar a independência. Essas estratégias permitiram identificar concepções erradas de associação estatística dos estudantes, designadamente: concepção determinística; concepção local; concepção causal e correlação ilusória (Chapman & Chapman, 1982; Estepa & Batanero, 1996).

Os resultados apresentados, à semelhança do que se verificou nas outras questões do estudo, permitem concluir que, apesar de os estudantes terem passado pelo ensino formal de conteúdos sobre associação estatística e regressão linear, a maior parte deles manteve as suas estratégias e concepções, baseadas fundamentalmente na leitura dos pontos do diagrama de dispersão e na identificação da relação de linearidade entre as variáveis ou da sua não existência. Do pré-ensino para o pós-ensino, a maior alteração nas respostas dos estudantes verificou-se no recurso à reta de regressão para estimar um valor pretendido, com a consequente diminuição do recurso à estimação do valor através de intervalos.

O reduzido impacto do ensino nas concepções de associação estatística confirma a resistência dessas concepções à mudança, as quais pela sua natureza tácita se tornam muito difíceis de alterar numa curta intervenção e na ausência de uma clara intencionalidade (Thompson, 1992). Resultados semelhantes foram também obtidos por Fernandes (1990), agora no âmbito de concepções erradas em probabilidades.

Referências bibliográficas

- Chapman, L. J. & Chapman, J. P. (1982). Test results are what you think they are. In D. Kahneman, P. Slovic & A. Tversky (Eds.), *Judgment under uncertainty: heuristics and biases* (pp. 239-248). Cambridge: Cambridge University Press.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension: elementary and middle school activities*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Estepa, A. & Batanero, C. (1996). Judgments of correlation in scatter plots: Students' intuitive strategies and preconceptions. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 4, 25-41.

- Estepa, A. & Batanero, C. (1995). Concepciones iniciales sobre la asociación estadística. *Enseñanza de las Ciencias*, 26(2), 257–270.
- Estepa, A. (2008). Interpretación de los diagramas de dispersión por estudiantes de bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 13(2), 155-170.
- Falk, R. (1986). Conditional probabilities: insights and difficulties. In R. Davidson y J. Swift (Eds.), *Proceedings of Second International Conference on Teaching Statistic* (pp. 292-297). Victoria, BC: University of Victoria.
- Fernandes, J. A. (1990). *Concepções erradas na aprendizagem de conceitos probabilísticos*. Dissertação de mestrado, Universidade do Minho, Braga, Portugal.
- Landwehr, J. & Watkins, A. E. (1986). *Exploring data*. Palo Alto, CA: Dale Seymour.
- Ministério da Educação (2001a). *Programa de Matemática A (10º ano)*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2001b). *Programa de Matemática B (10º ou 11º anos)*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2001c). *Programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais*. Lisboa: Autor.
- Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In: Grouw, D. A. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York: Macmillan.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1982). Causal schemas in judgment under uncertainty. In D. Kahneman, P. Slovic & A.Tversky (Eds.), *Judgment under uncertainty: heuristics and biases* (pp. 117-128). Cambridge: Cambridge University Press.