

Modelos de Aprendizagem na Construção

J. Pedro Couto^{1,†}, J. Cardoso Teixeira²

*Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil
Azurém, 4800-058 Guimarães, Portugal*

RESUMO

A importância da consideração do efeito de aprendizagem no planeamento das actividades produtivas industriais tem sido objecto de investigação abundante. Recentemente, com o reconhecimento das vantagens da consideração do fenómeno, a investigação estendeu-se também ao sector da construção. No entanto, são conhecidas dificuldades de aplicação do produto dessa análise em especial no tocante ao modelo matemático a adoptar para a curva de aprendizagem. Neste trabalho, faz-se uma descrição dos modelos matemáticos mais utilizados para a modelação da aprendizagem e é apresentado um estudo que aponta para uma melhor correlação do modelo cúbico ($\log x, y$) com a informação conhecida e para uma melhor previsão do modelo linear ($\log x, \log y$) de desempenhos futuros.

1. INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE APRENDIZAGEM NA INDÚSTRIA DA CONSTRUÇÃO

Hoje em dia, é habitual referir-se ambiente de competitividade, decréscimo por ciclo e rapidez de colocação do produto no mercado, como chave do sucesso e de sobrevivência de muitas empresas industriais. A par de outros factores, o processo produtivo assume, neste âmbito, especial importância, desempenhando a aprendizagem dos intervenientes um papel decisivo (Couto, 1998), (Couto e Teixeira, 2003). De facto, nos últimos anos, grandes empresas industriais criaram e desenvolveram processos produtivos que facilitam o efeito de aprendizagem. Verifica-se que este é tanto mais sensível quanto maior for o empenhamento dos gestores de produção e das equipas de trabalho, a eficiência do processo global de produção e o suporte assegurado pelo resto da empresa, a adequação dos sistemas de organização, entre outros factores (Duarte, 1997). O sector da construção insere-se, naturalmente, cada vez mais, nesta lógica, e é por isso importante que as empresas de construção tirem partido do efeito de aprendizagem com vista à melhoria da produtividade, factor essencial no actual ambiente de competitividade.

¹ Assistente do Dep.to de Engenharia Civil da Universidade do Minho

² Professor Associado do Dep.to de Engenharia Civil da Universidade do Minho

[†] Autor para quem a correspondência deverá ser enviada (jpc@civil.uminho.pt)

2. REVISÃO DOS MODELOS DE APRENDIZAGEM

2.1 Introdução

A importância do efeito da aprendizagem no planeamento é um tema aliciante, e que tem sido objecto de investigação abundante. Em especial, a investigação realizada tem estado virada para a indústria, mas, nos anos mais recentes, estendeu-se também à construção. A dificuldade de utilização do produto dessa investigação prende-se, em especial, com o modelo matemático adequado da chamada *curva de aprendizagem*, dado que o estado de conhecimentos actual não permite ainda optar com segurança, por um em desfavor de outros, nem, tão pouco, justificar cientificamente a opção realizada. Interessa, no entanto, rever os modelos disponíveis e as suas potencialidades na correlação com os dados existentes e na previsão de desempenhos futuros (Everett e Farghal, 1994), de acordo com o levantamento bibliográfico efectuado.

2.2 Descrição dos modelos matemáticos das curvas de aprendizagem

Actualmente, as curvas de aprendizagem mais utilizadas seguem, em geral, o modelo Stanford "B" ou o modelo Linear de coordenadas logarítmicas (Tanner, 1985). Graficamente, ambas as curvas são aproximadamente representadas por uma linha recta, quando usadas coordenadas logarítmicas (Lutz, et al. 1994). A revisão da literatura permitiu, porém, encontrar diversos outros modelos matemáticos utilizáveis para modelar a aprendizagem, cujos princípios básicos se descrevem a seguir.

2.2.1 Modelo da Linha Recta ou Modelo Linear de Coordenadas Logarítmicas

No modelo de Wright (Wright, 1936), a duração das repetições de um conjunto de actividades decresce numa percentagem constante. É chamado modelo da Linha Recta, porque se traduz numa curva de aprendizagem em linha recta, quando representada em coordenadas logarítmicas (Thomas et al., 1986), como mostra a figura 2. A equação matemática do modelo é:

$$Y=AX^{-n}; \quad (1)$$

onde **Y** é o custo, nº de horas-Homem ou o tempo necessário à execução da unidade repetida genérica **X**, **A** é o custo, nº de horas-Homem ou o tempo necessário à execução da primeira unidade e **n** o declive da recta logarítmica (valor absoluto). A equação (1) pode ser representada sob a forma logarítmica como:

$$\log Y = \log A - n \log X. \quad (2)$$

A taxa de aprendizagem **L** é expressa em percentagem e considerada em numeração decimal, isto é, a uma taxa de 90% corresponde um $L=0.9$, e é obtida a partir da inclinação da recta logarítmica de aprendizagem, **n**:

$$L = 2^{-n}. \quad (3)$$

Para a definição da equação da curva de aprendizagem, é necessário conhecer o valor de **A** e assumir um valor para a taxa de aprendizagem. Alternativamente, conhecendo **A** e o valor de

Y para a repetição de ordem k (por exemplo para $k = 1$), fica definida a recta em coordenadas logarítmicas.

2.2.2 Modelo Stanford “B”

Nas primeiras repetições de uma actividade, a aprendizagem pouco se faz sentir, com é patente na figura 2. Porém, é provável que a experiência anterior das equipas de trabalho em actividades semelhantes contribua para uma ligeira melhoria da produtividade nessas repetições iniciais, como também documenta a figura 2. Com o intuito de a considerar, surgiu, no final dos anos 40, o modelo Stanford “B”, mantendo-se, para as unidades de produção subsequentes a curva logarítmica com taxa de aprendizagem constante. Assim, o modelo contempla a experiência anterior das equipas de trabalho que leva a um ligeiro aumento inicial de produtividade, inferior, no entanto, ao que se atinge a partir de um certo número de repetições. O modelo modifica o modelo linear apenas nas primeiras repetições e traduz-se pela seguinte equação matemática:

$$Y = A(X+B)^{-n}; \quad (4)$$

onde **B** é um factor que representa a experiência das equipas de trabalho, e as restantes variáveis o mesmo significado anterior. Para uma equipa inexperiente, **B** deve ser tomado igual a 0, enquanto que para uma equipa experiente deve ser considerado igual ou superior a 4. A equação que traduz o modelo em coordenadas logarítmicas é:

$$\log Y = \log A - n \log(X+B). \quad (5)$$

Para a definição da equação da curva de aprendizagem, é necessário conhecer os valores de **A** e de **Y** para a repetição de ordem k (por exemplo para $k = 1$), ou assumir um valor para a taxa de aprendizagem.

2.2.3 Modelo Cúbico

Este modelo foi desenvolvido por Carlson (Carlson, 1973) e é uma extensão do anterior, mas entra também em linha de conta com uma certa desaceleração da produtividade nas últimas repetições. A taxa de aprendizagem neste modelo é pois variável, e a sua equação matemática é:

$$\log Y = \log A - n_1 \log X + C(\log X)^2 + D(\log X)^3; \quad (6)$$

onde **Y**, **X** e **A** têm o mesmo significado anterior, n_1 é a tangente da curva logarítmica na primeira unidade, **C** é o factor quadrático e **D** o factor cúbico da equação. Nesta equação, admitem-se conhecidos a ordenada na origem, isto é, **Y** para **X** = 1 (ou seja, **A**) e os valores de **Y** das primeiras repetições, o que permite definir n_1 , mas não os valores de **C** e **D**, o que não permite a utilização directa da equação. Para ultrapassar o problema, deve ser conhecido mais um ponto da equação que Carlson (Carlson, 1973) definiu como a quantidade padrão de unidades produzidas X_{sp} . A inclinação da curva logarítmica correspondente a esse ponto, n_{sp} , deve também ser conhecida. A equação (6) para a quantidade padrão escreve-se:

$$\log Y_{sp} = \log A - n_1(\log X_{sp}) + C(\log X_{sp})^2 + D(\log X_{sp})^3; \quad (7)$$

Nesta equação, Y_{sp} é o custo, nº de horas-Homem ou tempo necessário à execução da unidade X_{sp} e que deve ser conhecida juntamente com n_{sp} que é a tangente da curva logarítmica nesse ponto. O valor de n_{sp} , é expresso pela derivada da equação (6) calculada para $X = X_{sp}$ isto é:

$$d(\log Y)/d(\log X_{sp}) = n_{sp} = n_1 + 2C(\log X_{sp}) + 3D(\log X_{sp})^2. \quad (8)$$

Resolvendo o sistema de equações (7) e (8) obtêm-se os valores C e D o que permite a utilização da equação (6).

2.2.4 Modelo Piecewise

O modelo Piecewise é uma aproximação linear ao modelo cúbico. A curva de aprendizagem representada em coordenadas logarítmicas na figura 1 é realizada por três segmentos de recta com declives distintos. A primeira parte é idêntica à do modelo Stanford "B" e correspondente ao ligeiro aumento da produtividade nas primeiras repetições, em resultado da experiência anterior dos intervenientes. A segunda parte traduz o efeito da aprendizagem a taxa constante, cuja representação gráfica é semelhante à do modelo linear. A terceira parte é caracterizada pela desaceleração, ou, até mesmo pela cessação da aprendizagem (Thomas, et al. 1986), conforme a representação na figura 1. A figura 2 apresenta o 3º ramo ligeiramente inclinado, correspondente ao caso mais geral de desaceleração da aprendizagem. A equação matemática do modelo Piecewise é como se segue:

$$\log Y = \log A - n_1 \log X - n_2 J_1 (\log X - \log X_{p1}) - n_3 J_2 (\log X - \log X_{p2}); \quad (9)$$

Nesta equação, e de acordo com a representação na figura 1, X_{p1} é o número de unidades produzidas que marca o fim da fase inicial de aprendizagem em resultado da experiência anterior dos intervenientes, e corresponde, por isso, ao ponto de transição da primeira para a segunda parte da curva; X_{p2} é o número de unidades produzidas que corresponde ao fim da fase de aprendizagem mais acelerada e é representado pelo ponto de transição da segunda para a terceira parte da curva; n_1 , n_2 e n_3 são os declives das três partes da curva por esta ordem; n_2 e n_3 são parâmetros que representam as variações dos declives n_2 e n_3 (respectivamente do 2º e 3º ramos da curva) em relação aos declives precedentes, isto é, $n_2 = n_2 - n_1$ e $n_3 = n_3 - n_2$; J_1 e J_2 são parâmetros que assumem os seguintes valores:

$$\begin{aligned} J_1 &= 1 \text{ para } X > X_{p1} \text{ e } J_1 = 0 \text{ nos outros casos;} \\ J_2 &= 1 \text{ para } X > X_{p2} \text{ e } J_2 = 0 \text{ nos outros casos.} \end{aligned}$$

As restantes variáveis têm o significado anterior. Para a definição da equação da curva de aprendizagem, é necessário conhecer os valores de A e de n_1, n_2 e n_3 , como referido acima, e de X_{p1} e X_{p2} .

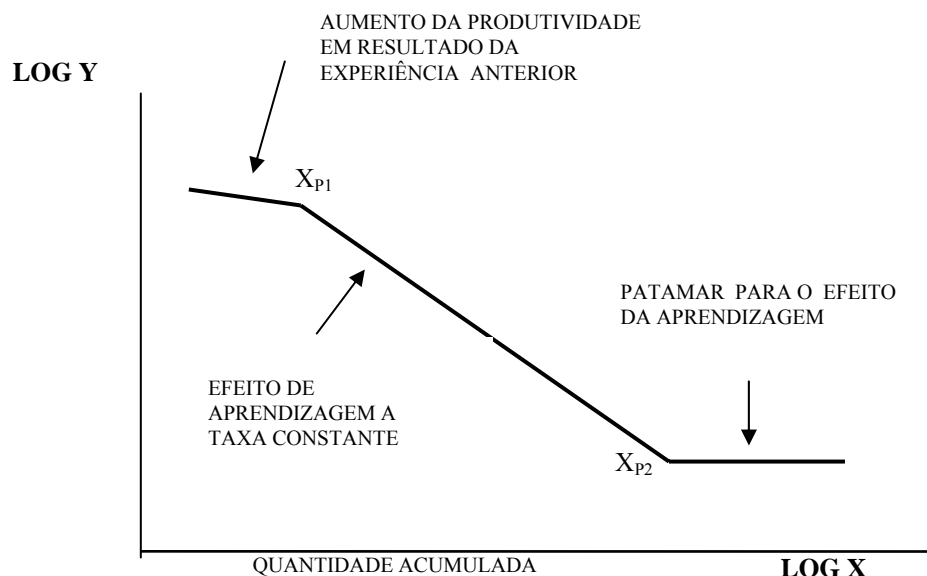


Figura 1 – Representação gráfica do modelo Piecewise

2.2.5 Modelo Exponencial

O modelo Exponencial foi desenvolvido em 1960 pelo instituto Norueguês de Investigação da Construção. Este modelo considera que o tempo necessário à execução da unidade repetida é composto de duas partes: uma fixa, e outra passível de redução gradual, devida ao aumento de produtividade, em resultado da aprendizagem conseguida durante a execução das unidades anteriores. A parte variável será reduzida para metade após um determinado número constante de unidades produzidas ou de (repetições da tarefa). O tempo necessário à execução de cada unidade é gradualmente reduzido até um valor considerado mínimo. A equação matemática do modelo é:

$$Y_u = Y_{ult} + [A - Y_{ult}] / 2^{X/H}, \quad (10)$$

onde Y_u é o custo, nº de horas-Homem ou o tempo necessário à execução da unidade repetida genérica X , A é o custo, nº de horas-Homem ou o tempo necessário à execução da primeira unidade, Y_{ult} é o custo, nº de horas-Homem ou o tempo necessário à execução da última unidade (última repetição da tarefa) e H é um factor constante de valor igual ao número de unidades produzidas para o qual a parte variável dos custo, horas-Homem ou tempo é reduzida para metade.

2.2.6 Modelo das curvas Boeing

Este modelo permite representar o decréscimo do tempo ou do custo de execução ou o aumento do rendimento das actividades a uma percentagem constante, através de uma recta, utilizando coordenadas logarítmicas. Spencer, em 1986, descobriu que a curva Boeing é preferida pelos utilizadores nos casos em que o principal critério é a obtenção do custo mínimo. O modelo foi seleccionado por Hijazi, em 1989, para incorporar o programa de simulação da aprendizagem MicroCYCLONE (Hijazi, 1989) (Lutz, et al. 1994). Com este

programa, o utilizador pode simular o incremento da produção devido ao fenómeno da aprendizagem, utilizando a taxa de produção como parâmetro. A equação matemática do modelo considerada por Hijazi é semelhante à do modelo Linear de coordenadas logarítmicas:

$$Y_x = aX^n; \quad (11)$$

onde **Y** é o custo, nº de horas-Homem ou o tempo necessário à execução da unidade repetida genérica **X**, **a** é o custo, nº de horas-Homem ou o tempo necessário à execução da primeira unidade e **n** é a inclinação da recta logarítmica obtida a partir da taxa de aprendizagem, **L**, expressa em percentagem, mas considerada de 0 a 1, p. e. para uma taxa de 90%, temos um $L=0.9$:

$$n = \log_2 L = \log_{10} L / \log_{10} 2. \quad (12)$$

Ou seja, **n** toma valores negativos ou é igual a 0 para uma taxa de aprendizagem de 100% ($L=1$).

Para a definição da equação da curva de aprendizagem, é necessário conhecer o valor de **a** e assumir um valor para a taxa de aprendizagem.

3. CORRELAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DOS MODELOS E A REALIDADE

3.1. Estudos desenvolvidos

Na figura seguinte representam-se esquematicamente as curvas de aprendizagem de alguns dos modelos descritos num sistema de eixos de coordenadas logarítmicas (Thomas, et al. 1986). Como é visível, os diversos modelos apresentam resultados divergentes, levantando-se naturalmente o problema de saber qual é mais preciso para cada actividade de construção. Alguns investigadores têm desenvolvido estudos nesse sentido, comparando os resultados obtidos por diversos modelos matemáticos com a observação da realidade. Dentre esses estudos, destacam-se o realizado por Thomas, et al. (1986) e principalmente o de John G. Everett e Farghal (1994).

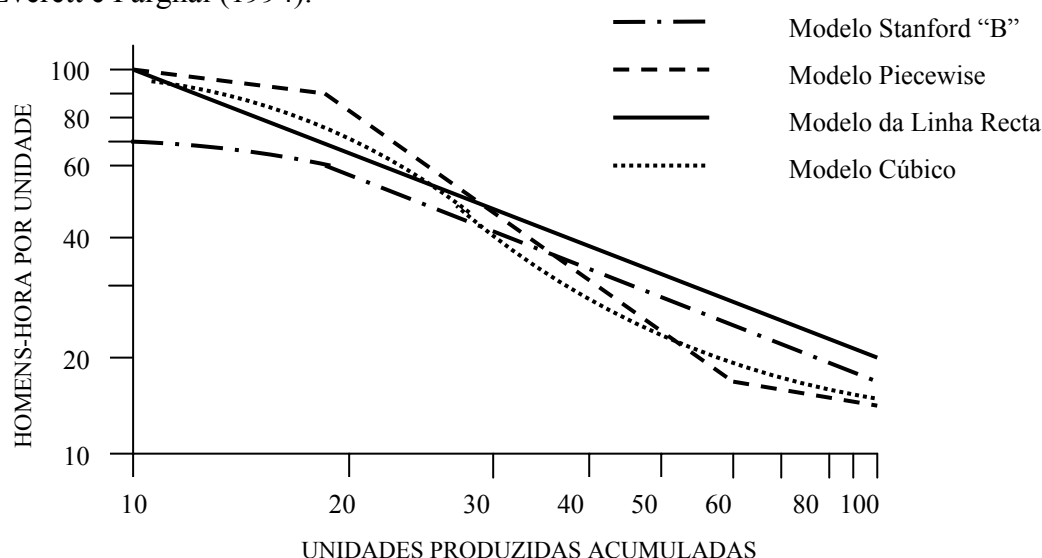


Figura 2 – Representação gráfica dos modelos Linear, Stanford “B”, Cúbico e Piecewise em coordenadas logarítmicas

O objectivo do estudo de Everett foi calcular e avaliar as correlações entre os dados obtidos a partir de um conjunto seleccionado de modelos matemáticos e a informação conhecida sobre um total de 60 tipos de trabalhos repetitivos frequentes na indústria da construção. Para cada um dos modelos analisados, foi inicialmente obtida a equação da curva de aprendizagem, ajustando-se os parâmetros da respectiva formulação matemática com base na informação conhecida. Foi usado o coeficiente de Pearson (R^2) como parâmetro de avaliação da correlação entre a curva de aproximação de cada modelo e os dados reais, para cada um dos tipos de trabalho considerados. Os modelos analisados neste estudo foram o linear (logx, logy), descrito por Wright em 1936, o cúbico (logx, logy), descrito por Carlson em 1973, e ainda 10 modelos previsivelmente não satisfatórios, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1 - Modelos matemáticos analisados e a sua correlação. Valores médios de R^2

Modelos da curva de aprendizagem (1)	Equação Matemática do modelo (2)	R^2 Médio (3)
Linear (x, y)	$y = a + bx;$	0.47
Linear (x, logy)	$\text{logy} = a + bx;$	0.49
Linear (logx, y)	$y = a + b\text{logx};$	0.63
Linear (logx, logy)	$\text{logy} = a + b\text{logx};$	0.61
Quadrático (x, y)	$y = a + bx + cx^2;$	0.67
Quadrático (x, logy)	$\text{logy} = a + bx + cx^2;$	0.67
Quadrático (logx, y)	$y = a + b(\text{logx}) + c(\text{logx})^2;$	0.72
Quadrático (logx, logy)	$\text{logy} = a + b(\text{logx}) + c(\text{logx})^2;$	0.68
Cúbico (x, y)	$y = a + bx + cx^2 + dx^3;$	0.72
Cúbico (x, logy)	$\text{logy} = a + bx + cx^2 + dx^3;$	0.71
Cúbico (logx, y)	$y = a + b(\text{logx}) + c(\text{logx})^2 + d(\text{logx})^3;$	0.75
Cúbico (logx, logy)	$\text{logy} = a + b(\text{logx}) + c(\text{logx})^2 + d(\text{logx})^3.$	0.72

Nas equações anteriores, y é o custo, nº de horas-Homem ou o tempo necessário à execução da unidade repetitiva genérica x , a é o custo, nº de horas-Homem ou tempo necessário à execução da primeira unidade, b , c e d são parâmetros caracterizadores das curvas de aproximação de cada modelo aos dados reais para cada tipo de trabalho.

Considerando que, para cada tipo de trabalho, foram executadas n unidades semelhantes, o tempo necessário à execução de cada unidade foi designado por y_1, y_2, \dots, y_n e os tempos obtidos pela equação de cada modelo foram designados por y_1', y_2', \dots, y_n' . O parâmetro estatístico T é dado pela seguinte expressão:

$$T = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2; \quad (13)$$

em que

$$\hat{y} = (\sum_{i=1}^n y_i)/n; \quad (14)$$

é o tempo médio efectivamente necessário para a execução de uma unidade, calculado a partir dos dados conhecidos e

$$(y_i - \hat{y}) \quad (15)$$

é a diferença entre o tempo necessário para a execução de cada unidade repetida e a média.

Por outro lado, o parâmetro estatístico E é dado pela seguinte expressão:

$$E = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i')^2 ; \quad (16)$$

onde $(y_i - y_i')$ é o desvio entre o tempo efectivamente necessário para a execução de cada unidade e o obtido a partir da curva de cada modelo.

O coeficiente de correlação R^2 pode finalmente ser obtido da seguinte forma:

$$R^2 = (T - E)/T. \quad (17)$$

Se o modelo em análise aproxima bem a realidade, E é reduzido e R^2 aproxima-se de 1. Pelo contrário, se os resultados obtidos pelo modelo se afastam dos dados conhecidos, E aumenta e R^2 aproxima-se de zero, indiciando baixa correlação.

Com este estudo, Everett concluiu que, geralmente, os modelos cúbicos estabelecem melhores correlações com a informação conhecida do que os modelos quadráticos, os quais por sua vez são melhores do que os lineares. Aparentemente, quanto maior for a ordem polinomial da curva, maiores serão os valores de R^2 . Carlson (1973) e Thomas, et al. (1986) tinham concluído que o modelo cúbico $\log y = a + b(\log x) + c(\log x)^2 + d(\log x)^3$ (designado por $(\log x, \log y)$ neste estudo), conduzia às melhores aproximações. Everett concluiu que para os 60 tipos de trabalhos analisados, o modelo cúbico $(\log x, y)$ conduz a um valor de R^2 médio ligeiramente superior ao modelo cúbico $(\log x, \log y)$ - 0.75 e 0.72, respectivamente. A coluna 3 da Tabela 1 mostra o valor de R^2 médio para a curva dos 12 modelos considerados no estudo de Everett.

Embora o estudo dos modelos que melhor aproximam a realidade seja importante sob o ponto de vista histórico, a previsão do tempo necessário para executar futuras repetições da mesma actividade é muito mais valiosa. A segunda parte do estudo de Everett teve por objectivo determinar a exactidão da previsão dos modelos da curva de aprendizagem. Foi determinada a equação da curva de cada modelo com base nas primeiras $m = n/2$ unidades e depois prolongada para além da unidade de ordem m , até à última unidade a produzir, n . Foi então calculada a correlação entre o prolongamento da curva de cada modelo e a informação conhecida para determinar qual dos modelos fornece a previsão mais fiável.

Para cada modelo analisado neste estudo, utilizou-se o parâmetro estatístico E_f que representa a percentagem média da diferença entre os valores $y'_{m+1}, y'_{m+2}, \dots, y'_{m+k} = n$, obtidos a partir do prolongamento da respectiva curva, para além da unidade de ordem m e os correspondentes valores conhecidos $y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{m+k} = n$.

$$E_f = \left[\left[\sum_{i=1}^k |y'_{m+i} - y_{m+i}| / y_{m+i} \right] / k \right] \times 100. \quad (18)$$

Na equação acima, $y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{m+k} = n$ representa os tempos de facto necessários à execução de cada unidade de ordem m ou superior, $y'_{m+1}, y'_{m+2}, \dots, y'_{m+k} = n$, os correspondentes tempos obtidos a partir do modelo em análise, m o número de unidades repetidas iniciais que servem para parametrizar cada curva, k o número de unidades repetidas

para além de m , e $n = m + k$ o número total de unidades repetidas a executar. E_f pode variar entre 0%, valor que indica uma correlação perfeita, e valores positivos altos que indicam que não existe correlação. Na figura 3 apresentam-se os resultados obtidos por aplicação dos modelos cúbicos (x, y) e linear ($\log x, \log y$) a um exemplo de construção de uma série de pares de casas unifamiliares.

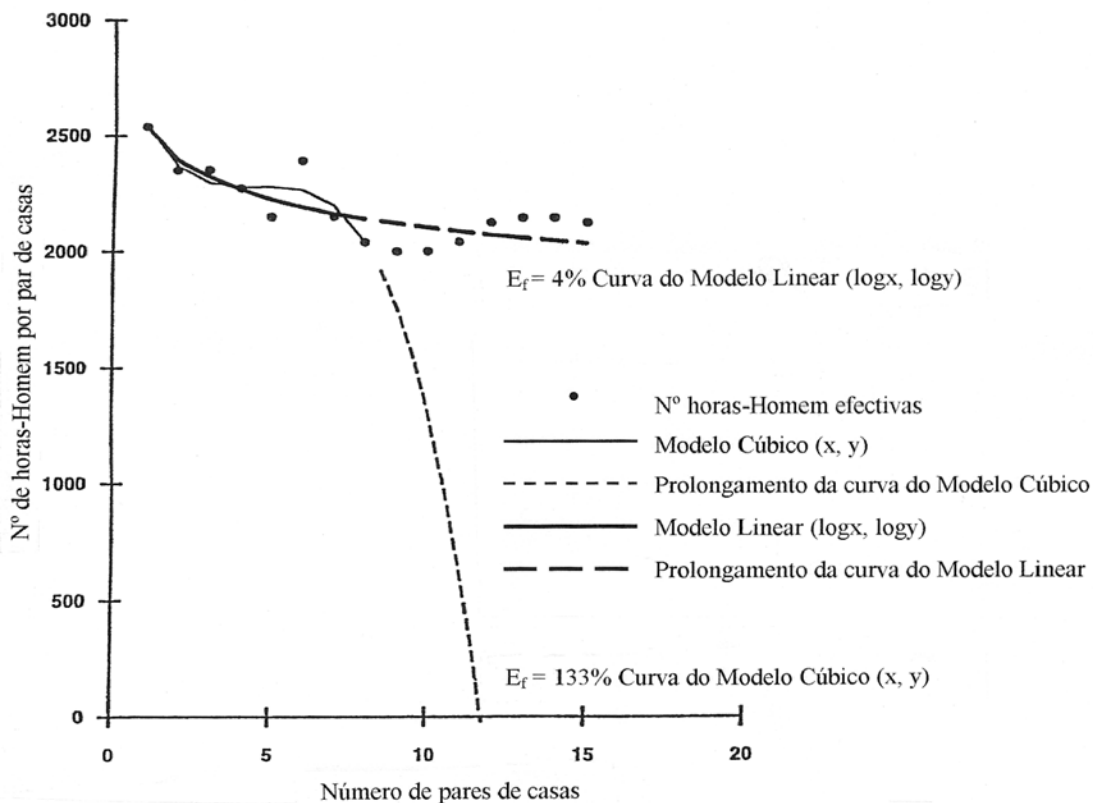


Figura 3 – Curvas dos modelos cúbico (x, y) e linear ($\log x, \log y$) de melhor aproximação (—) e os seus respectivos prolongamentos (----)

A figura mostra o nº de horas-Homem efectivamente despendidas por cada par de casas construído num total de 15. As curvas de melhor aproximação de cada um dos modelos matemáticos analisados foram determinadas para as primeiras $m = 8$ ($\approx n/2$) unidades. Os coeficientes de correlação de cada modelo para as primeiras oito unidades $R^2_{(1-8)}$, podem ser observados na coluna 2 da Tabela 2. Neste exemplo, os modelos cúbico (x, y) e ($x, \log y$) oferecem os valores mais altos de $R^2_{(1-8)}$ (0.79).

As curvas foram então prolongadas desde a 9ª à 15ª unidade. Os valores de $E_{f(9-15)}$ são apresentados na coluna 3 da Tabela 2. O menor valor de $E_{f(9-15)}$ (4%) foi obtido para o modelo linear ($\log x, \log y$). Os modelos cúbicos (x, y) e ($x, \log y$) que fornecem os valores mais altos de $R^2_{(1-8)}$, revelam-se pobres na previsão, com $E_{f(9-15)}$ a atingir 133.65% e a 58.2%, respectivamente. Esta falta de rigor dos modelos cúbicos pode ser vista qualitativamente na figura 3, onde se verifica também que a curva relativa ao modelo linear ($\log x, \log y$) relaciona bem os valores conhecidos com os resultados do modelo.

Esta análise foi estendida às 12 curvas de aprendizagem e para os 60 tipos de trabalhos de construção com características repetitivas, com os resultados apresentados na Tabela 3. Na

segunda coluna está o valor médio de R^2 , na terceira coluna o valor médio de R^2_{1-m} , correspondente à primeira metade das unidades conhecidas (1 a m), e, na quarta coluna, a média de E_f para as restantes repetições ((m+1) a n). Conclui-se que os modelos lineares são os que apresentam melhores desempenhos e os modelos cúbicos os piores. O melhor modelo de previsão é o linear (logx, logy) com um E_f médio = 20%; o modelo cúbico (logx, y), que apresenta valores de R^2 mais altos, tem um E_f médio = 125.9%; e o modelo cúbico descrito por Carlson (1973) e Thomas (1986), (log x, logy), tem um E_f médio = 506.6%.

Tabela 2 - Valores de $R^2_{(1-8)}$ e $E_{f(9-15)}$ para um exemplo de construção de pares de casas unifamiliares.

Modelo da curva de aprendizagem (1)	R^2_{1-8} (un. 1-8) (2)	E_{f9-15} (un. 9-15) (3)
Linear (x, y)	0.67	10.1
Linear (x, log y)	0.67	8.7
Linear (log x, y)	0.68	4.2
Linear (log x, log y)	0.67	4.0
Quadrático (x, y)	0.67	6.9
Quadrático (x, log y)	0.67	8.0
Quadrático (log x, y)	0.68	4.7
Quadrático (log x, log y)	0.67	4.7
Cúbico (x, y)	0.79	133.6
Cúbico (x, log y)	0.79	58.2
Cúbico (log x, y)	0.74	17.0
Cúbico (log x, log y)	0.73	14.7

Tabela 3 – Valores médios de R^2 e de E_f para 60 tipos de trabalhos repetitivos frequentes na construção

Modelo da curva de aprendizagem (1)	R^2 Média (2)	R^2_{1-m} Média (3)	$E_{f(m+1-n)}$ Média (%) (4)
Linear (x, y)	0.47	0.60	81.6
Linear (x, log y)	0.49	0.61	32.2
Linear (log x, y)	0.63	0.67	38.4
Linear (log x, log y)	0.61	0.65	20.0
Quadrático (x, y)	0.67	0.70	192.7
Quadrático (x, log y)	0.67	0.70	9758.9
Quadrático (log x, y)	0.72	0.73	52.0
Quadrático (log x, log y)	0.68	0.71	26.9
Cúbico (x, y)	0.72	0.77	1591.2
Cúbico (x, log y)	0.71	0.77	5664.1
Cúbico (log x, y)	0.75	0.80	125.9
Cúbico (log x, log y)	0.72	0.77	506.6

4. CONCLUSÕES

A necessidade de responder ao actual ambiente de competitividade através de uma melhoria da produtividade justifica a crescente importância que o fenómeno da aprendizagem assume na construção repetitiva. A investigação recente a nível internacional, trouxe importantes contributos nesta área, através do desenvolvimento, estudo e avaliação dos modelos matemáticos de aproximação para as curvas de aprendizagem. Da análise efectuada a esses estudos, pode-se concluir que os modelos cúbicos estabelecem melhores correlações com a informação conhecida e que o modelo linear (logx, logy) oferece previsões mais fiáveis para os desempenhos futuros. Estes dados poderão servir de base ao desenvolvimento de novas metodologias de planeamento para a construção repetitiva. A utilização do modelo linear permitiu a um dos autores o desenvolvimento de um método específico de planeamento para a construção em altura, a que se chamou Método das Curvas de Equilíbrio (Couto, 1998), (Couto e Teixeira, 2002).

5. REFERÊNCIAS

- Carlson, J., (1973), "Cubic Learning Curves: Precision Tool for Labor Estimating", *Manufacturing Engineering and Management*, Vol. 67, N° 11, Novembro, pp. 22-25.
- Couto, João Pedro P. M.; Teixeira, José M. C., (2002), "Método das Curvas de Equilíbrio no Planeamento da Construção Repetitiva em Altura", *Revista Engenharia Civil/Civil Engineering, Dep.to Eng^a Civil, UM*, N.º 13, Janeiro, pp. 35-46.
- Couto, João Pedro; Teixeira, José Cardoso, (2003), "O efeito da aprendizagem no planeamento da construção", *Revista Internacional CONSTRULINK – Estruturas e Construção*, Vol. 1, N° 4, Outubro, pp. 38-44
- Couto, João Pedro P. M., (1998), "Métodos de planeamento para a construção repetitiva em altura em Portugal - Método das Curvas de equilíbrio", *Tese de Mestrado*, Universidade do Minho, Julho.
- Duarte, Deborah; Snyder, Nancy, (1997), "From Experience, Facilitating Global Organizational Learning in Product Development at Whirlpool Corporation", *The Journal of Product Innovation Management*, Vol. 14, N° 1, Janeiro, pp. 48-55.
- Everett, John G.; Farghal, Sherif, (1994) "Learning Curve Predictors for Construction Field Operations", *Journal of Construction Engineering and Management*, ASCE, Vol. 120, Setembro, pp. 603-616.
- Hijazi, A., (1989), "Simulation Analysis of Linear Constructions Processes", PhD thesis, *Purdue University*, West Lafayette, Ind.
- Lutz, James David; Halpin, Daniel W.; Wilson, James R., (1994), "Simulation of Learning Development in Repetitive Construction", *Journal of Construction Engineering and Management*, ASCE, Vol. 120, N° 4, Dezembro, pp. 753-773.
- Spencer, W., (1986), "Comparing Learning Curves", *Production Engineering*, Maio, pp. 56-58.
- Tanner, J. (1985), "The Learning Curve", *Production Engineering*, Maio, pp. 72-78.
- Thomas, H. Randolph; Mathews, Cody T.; Ward, James G., (1986), "Learning Curve Models of Construction Productivity", *Journal of Construction Engineering and Management*, ASCE, Vol. 112, N° 2, Junho, pp. 245-257.
- Wright, T. P., (1936), "Factors Affecting the Cost of Airplanes", *Journal of Aeronautical Science*, Fevereiro, pp. 124-125.