

## **A NATUREZA DAS TAREFAS E O ENVOLVIMENTO DOS ALUNOS NAS ATIVIDADES DA AULA DE MATEMÁTICA**

Eduardo Dias  
Floriano Viseu  
Maria do Carmo Cunha  
Paula Mendes Martins

Universidade do Minho  
Escola Secundária Alberto Sampaio

fviseu@ie.uminho.pt  
Eduardo\_lem@hotmail.com  
carmo.fernandes@gmail.com  
pmendes@math.uminho.pt

**RESUMO:** As tarefas, enquanto elemento preponderante da dinâmica da aula de matemática, caracterizam-se pelo seu grau de estrutura, abertas ou fechadas, e de desafio, elevado ou reduzido. A prevalência das tarefas de estrutura fechada na aula de matemática tende a não proporcionar momentos de discussão e de divergência de processos e de respostas. A apatia que muitos alunos revelam na aula de matemática despertou a nossa atenção de averiguar a influência da natureza das tarefas no envolvimento de alunos de uma turma do 11.º ano nas atividades de estudo da derivada de uma função. Adotando uma metodologia qualitativa e interpretativa, analisamos os dados que foram recolhidos através de grelhas de observação das atividades dos alunos, da gravação em vídeo das aulas e das produções realizadas pelos alunos. Na realização de tarefas de natureza fechada, os alunos reproduziram hábitos de trabalho enraizados ao longo da sua escolarização. Com este tipo de tarefas os alunos que mais se envolveram nas atividades das aulas foram os mais motivados e com melhor desempenho a matemática. Já as tarefas de natureza aberta também envolveram os alunos que revelavam dificuldades de aprendizagem e que manifestavam um maior índice de distração nas atividades das aulas.

### **Introdução**

Nas aulas de matemática nem todos os alunos participam, por várias razões, nas atividades propostas. A gestão do currículo e a forma diferenciada como os alunos trabalham fazem com que a apatia de alguns deles seja admitida como um comportamento normal sem que, muitas das vezes, se procure problematizar as razões que levam ao seu alheamento do que acontece na sala de aula. Parte-se do princípio que cada aluno é responsável pela forma como organiza a sua atividade na aula de Matemática. Santos (2002) assim o entende ao afirmar que o aluno terá necessariamente de desempenhar um papel crucial na regulação da sua aprendizagem. Fatores como o

avolumar dos conteúdos e o aumento da sua complexidade, a ausência de conhecimentos prévios e a falta de atenção de alguns alunos, que tende a aumentar durante o decorrer da aula, conduzem a diferentes níveis de envolvimento nas atividades da aula. Tais fatores levaram-nos a questionar o que o professor de Matemática pode fazer de modo a envolver o maior número de alunos nas atividades de aprendizagem. De modo a concretizar esta intenção, desenvolvemos uma experiência de ensino com o objetivo de analisar o contributo dos diferentes tipos de tarefas no envolvimento dos alunos de uma turma de 11.º ano nas atividades de estudo da derivada de uma função.

Pelas características de cada um, os alunos apresentam diferentes motivações, interesses ou capacidades, que conduzem a diferentes ritmos de aprendizagem, o que também se pode dever a fatores extrínsecos ao aluno, como por exemplo os métodos de ensino utilizados pelo professor e o elevado número de alunos por turma. Estes aspetos podem ter implicações na forma como o aluno se envolve nas atividades da aula. Por atividade entende-se o que, fisicamente ou cognitivamente, o aluno faz para concretizar uma dada tarefa (Christiansen & Walther, 1986).

#### *Derivada de uma função*

No currículo escolar de Portugal, as derivadas são um dos tópicos do tema das Funções que surgem contemplados nas sucessivas reformulações dos programas do ensino secundário da disciplina de Matemática. O seu estudo inicia-se no 11.º ano a partir da noção de taxa média de variação e da sua interpretação geométrica num dado intervalo, passando de seguida para o ensino da taxa de variação instantânea (Ministério da Educação, 2002). Posteriormente, trata-se da noção de função derivada e das regras de derivação de algumas funções simples. Para finalizar o tópico, estabelece-se a relação entre o sinal da função derivada e o sentido de variação da função correspondente, como também entre os zeros da função derivada e os extremos relativos da função. Com os conhecimentos adquiridos, os alunos ficam habilitados para a resolução de problemas de otimização. O tópico de derivada de uma função tem uma diversidade de aplicações na Matemática, noutras áreas de conhecimento e em fenómenos que envolvem variação. Por exemplo, em Biologia é aplicável à taxa de crescimento de culturas ou bactérias; na Economia é utilizado na descrição da variação das receitas ou dos lucros de atividades financeiras, tais como as funções, custos e

receitas marginais; na Física aplica-se nas fórmulas de cálculo de velocidades de partículas.

O grau de ‘mestria’ que cada aluno adquire no estudo das derivadas pode desempenhar um papel preponderante na escolha do curso superior a que pretenda aceder. Porém, nem todos os alunos manifestam o mesmo nível de aprendizagem dos tópicos que estruturam a derivada de uma função. Segundo Saraiva, Teixeira e Andrade (2010), algumas das dificuldades reveladas pelos alunos no estudo das derivadas de uma função no ensino secundário devem-se à diversidade de interpretações e representações gráficas e à falta de destreza na manipulação de letras. Tais dificuldades podem-se repercutir nos estudos universitários de cursos de ciências. Reis (2001) considera que os índices de insucesso na disciplina de Cálculo no Ensino Superior advêm da falta de preparação sobre derivadas. Ardenghi (2008) reforça esta perspetiva ao constatar que nas licenciaturas os alunos apresentam dificuldades semelhantes às aquelas que têm no ensino secundário, destacando uma acentuada falta de bases no cálculo de limites e de derivadas.

#### *A tipologia de tarefas*

O grau de abstração e de complexidade inerentes à aprendizagem das derivadas são fatores que tendem a dificultar a aprendizagem de alunos do ensino secundário, pois é a primeira vez que contactam com conceitos como limite, infinito e infinitésimo. Por várias razões, como por exemplo a natureza abstrata destes conceitos, os alunos tendem a manifestar diferentes níveis de envolvimento nas atividades da aula. Como nas aulas de matemática tende a prevalecer a resolução de exercícios (APM, 1998), sobretudo para sistematizar os conhecimentos que os alunos adquirem em atividades rotineiras, ponderamos o grau de estrutura e de desafio das tarefas que são propostas como elementos passíveis de os envolver mais nas atividades de aprendizagem.

O NCTM (2008) indica que na elaboração de uma determinada tarefa se deve ter em conta o nível de dificuldade, se tem ou não procedimentos rotineiros, a complexidade do desafio e o grau de abertura. Mediante estas características, Ponte (2005) distingue as tarefas quanto ao seu grau de desafio, elevado e reduzido, e ao seu grau de estrutura, aberta ou fechada:



Figura 1: Tipologia de tarefas quanto ao grau de desafio e de estrutura (Ponte, 2005).

As tarefas de estrutura fechada são os exercícios e os problemas. Os exercícios são tarefas em que o que se pretende é proposto de uma forma clara. Na sua resolução o aluno aplica diretamente os conhecimentos e técnicas que adquire sem grande esforço cognitivo. Já os problemas possuem um grau de desafio mais elevado, o que faz com que o aluno, à partida, não tenha perceção da solução ou do procedimento de resolução. Num problema, como o processo de resolução nem sempre é claro, o aluno tem que interpretar o enunciado e elaborar uma estratégia de resolução, o que exige reflexão e persistência. Krulik e Rudnik (1993) consideram que a resolução de um problema exige capacidade de raciocínio e de síntese sobre o que já foi aprendido.

Nas tarefas abertas Ponte (2005) integra as tarefas de investigação e as de exploração. A diferença principal entre estes dois tipos de tarefas é o grau de desafio exigido na sua resolução. É dada aos alunos a hipótese de formular as suas questões e os objetivos para a sua resolução. Após considerarem as indicações iniciais da tarefa, espera-se que formulem partes do próprio problema, conjeturem e explorem as hipóteses e testem os resultados obtidos.

A imprevisibilidade e a complexidade das tarefas de estrutura aberta tendem a fazer com que estas não façam parte da prática habitual de alguns professores (APM, 1998). A extensão dos conteúdos programáticos e o dilema do tempo na gestão do currículo são razões que levam muitos professores a não recorrerem a tarefas desta natureza. Bispo, Ramalho e Henriques (2008), ao retratarem a tipologia de tarefas usuais na sala de aula, constataram que a maioria das tarefas propostas aos alunos tem como objetivo a reprodução de técnicas e de algoritmos básicos, aspetos que representam os exercícios. Devido às suas características, este tipo de tarefas “causam uma sobrevalorização dos produtos em detrimento dos processos na aprendizagem da

Matemática” (Christiansen & Walther, p. 4, 1986), pelo que não se tornam ideais para desenvolver no aluno capacidades matemáticas de nível superior.

A resolução contínua de tarefas matematicamente ricas desenvolve nos alunos as capacidades de raciocínio, comunicação e de conexão entre os diferentes temas matemáticos, o que favorece a aquisição de conceitos matemáticos pelos próprios alunos (Ponte, 2005). A aplicação de diferentes tarefas é ainda apontada como uma das estratégias que pode incrementar o envolvimento dos alunos nas atividades da aula. Doyle (1988) e Ponte (2005) consideram que a resolução de tarefas constitui a base da aprendizagem dos alunos ao envolvê-los no desenvolvimento do pensamento matemático. Já para Kilpatrick, Swafford e Findell (2001) a aprendizagem de conceitos matemáticos resulta das conexões conceptuais, do entendimento das estratégias delineadas, da adaptação de raciocínios, da produção e da comunicação matemática. Estas capacidades são adquiridas pela atividade que o aluno desenvolve na resolução das tarefas (Ponte, 2005), o que faz emergir a relevância de se conhecer o tipo de envolvimento dos alunos em cada uma delas.

## **Metodologia**

Com o objetivo de averiguar a influência da natureza das tarefas no envolvimento de alunos de uma turma do 11.º ano nas atividades de estudo da derivada de uma função, analisamos as atividades realizadas pelos alunos na resolução de três tarefas em contexto de sala de aula. Os alunos que integram este estudo frequentavam a área Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias, sendo 17 raparigas e 12 rapazes com uma idade média aproximadamente de 16 anos. Entre estes alunos, quatro (18,8%) consideram a disciplina de Matemática como sendo a da sua preferência e vinte e dois (75,9%) indicam que a Matemática é uma disciplina complicada devido à complexidade dos seus conteúdos, à exigência de raciocínio, à necessidade de estudo diário e à falta de bases.

Atendendo à natureza do objetivo delineado, adotamos uma abordagem qualitativa e interpretativa na procura de compreender a atividade dos alunos nas tarefas propostas (Bogdan & Biklen, 1994). Com esta finalidade, os dados foram recolhidos através das resoluções dos alunos das tarefas propostas, da gravação em vídeo das aulas, método que nos permitiu transcrever os diálogos mais relevantes entre os alunos e o

professor, e de grelhas de registo das atividades dos alunos. O estudo das funções do 11.º ano decorreu no 2.º período do ano letivo de 2011-2012 e foi orientado pela valorização do envolvimento dos alunos na resolução das tarefas propostas.

### Apresentação de resultados

A experiência que desenvolvemos iniciou-se com o estudo dos tópicos ‘taxa de variação, taxa média de variação e a sua interpretação geométrica num intervalo de  $\mathbb{R}$ ’. Uma das tarefas introdutória destes tópicos possuía um grau de dificuldade reduzido e estrutura fechada. Na resolução dessa tarefa, os alunos foram solicitados a partilhar e discutir as suas ideias com o colega de carteira.

Um paraquedista salta de um avião, a uma grande altura, e deixa-se cair em queda livre, retardando a abertura do paraquedas. Efetuou-se o seguinte registo:

t - duração da queda (em segundos)	0	2	4	6	8	10
s(t) - altura da queda (em minutos)	0	18	72	162	288	450

1. Calcula a velocidade média da queda para cada  $2s$ .
2. Sabendo que  $s(t)$  é uma função quadrática encontra a sua expressão.
3. Servindo-se da expressão encontrada para  $s(t)$ , calcula a taxa média de variação nos intervalos  $[3,4]$ .

As questões 1 e 3 tratavam da aplicação direta da fórmula que determina a velocidade de um corpo em movimento e a que determina a taxa média de variação de uma função num dado intervalo do seu domínio. Alguns alunos trocaram impressões com os colegas mas a maioria resolveu-as individualmente. Este procedimento revela hábitos individualistas de trabalho dos alunos na resolução de exercícios.

A questão 2 apresentou um maior índice de dificuldade do que as outras duas por estar desconectada com o conteúdo lecionado na aula e por envolver conhecimentos adquiridos anteriormente já esquecidos pela maioria dos alunos, tais como a definição da expressão de um polinómio do 2.º grau a partir de valores que exprimem a função. Apenas quatro dos 14 pares da turma conseguiram resolver esta questão.

Tendo por base o comportamento da turma nas aulas anteriores, considerou-se o comportamento dos alunos nesta tarefa como “normal” segundo a sua distribuição na

sala de aula e a tipologia da tarefa – exercício, bem conhecido pelos alunos –, o que resultou na avaliação das seguintes dimensões por cada par de alunos (Quadro 1):

Quadro 1. Atividade realizada em pares.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
a) Nível de resolução	5	1	4	2	3	5	5	5	4	2	4	4	4	3
b) Frequência de alunos com dificuldades	1	2	0	2	1	0	0	0	1	1	2	0	0	1
c) Desinteresse	1	2	0	0	1	0	0	0	0	2	0	0	0	0
d) Discussão de atividades	2	2	4	2	3	1	2	1	3	2	3	3	3	3
e) Individualismo	x	--	--	--	--	x	x	x	--	--	--	--	--	--

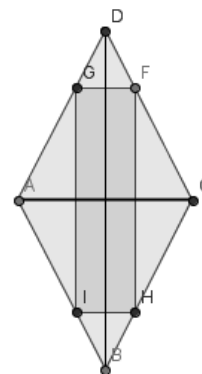
Nota: a) e d) na escala crescente de 1 a 5; b) e c) nas possibilidades de {0, 1, 2}; e) x= ocorrência, -- = não ocorrência.

A leitura deste quadro revela uma relação direta entre o trabalho desenvolvido e a capacidade matemática, as dificuldades e a motivação dos alunos. Os pares P1, P6, P7 e P8, constituídos por alguns dos elementos da turma com mais facilidade de aprendizagem, manifestaram tendência para serem individualistas no desenvolvimento das atividades da aula. Na resolução desta tarefa não tiveram dificuldades e foram mais ‘rápidos’ e menos conversadores. Por outro lado, os pares P2 e P10 eram formados por elementos com dificuldades em Matemática e com piores ‘índices’ de motivação para a disciplina o que se traduziu num baixo nível de resolução. A verdade é que os alunos destes grupos não se esforçaram minimamente e apenas tendiam a olhar para o caderno quando o professor lhes perguntava por dificuldades. Analisando o par P11 verificou-se que apesar de ser constituído por dois elementos com dificuldades a matemática atingiu um nível 4 de resolução o que indicia que estiveram motivados para aprender. Este aspeto revela também que o grau de desafio da tarefa era pouco elevado. Apesar de alguns grupos trocarem impressões durante a atividade só o fizeram para confirmar as suas soluções. Não se observou em nenhum par a distribuição de tarefas ou um aumento do ruído na sala de aula que adviesse da realização da tarefa. A maior parte dos pares finalizou e apresentou as suas atividades, o que revelou uma envolvimento tipificada perante a resolução de exercícios.

Numa outra aula, foi proposta uma tarefa fechada, um problema, que teve como objetivo trabalhar as regras de derivação para funções polinomiais:

Na figura seguinte, o quadrilátero  $[ABCD]$  é um losango e o quadrilátero  $[GFHI]$  é um retângulo. Sabe-se que:

- $\overline{AC} = 18$
- O ponto I move-se ao longo de  $[AB]$
- a distância entre  $G$  e  $I$  é  $2x$



1.1. Entre que valores pode variar o  $x$ ?

1.2. Exprime a área do retângulo  $[GFHI]$  em função de  $x$ .

1.3. Mostra que a área do losango exterior ao retângulo é dada pela expressão:  $3x^2 - 32x + 216$ .

1.4. Utilizando as capacidades da tua calculadora, determina o valor de  $x$  para o qual se obtém uma área do losango exterior ao retângulo mínima.

Esta tarefa apresenta um grau de dificuldade elevado devido à capacidade de visualização da infinidade de retângulos que se podem construir atendendo às condições dadas. Para ajudar os alunos a perceber a existência desses retângulos, recorreu-se a um programa de geometria dinâmica que permitiu visualizar a variação do valor da área do retângulo  $[GFHI]$  em função do deslocamento do ponto I ao longo do segmento  $[AB]$ . Foram formados grupos de quatro elementos. Atendendo às ilações retiradas noutros momentos, estabeleceram-se as seguintes regras de trabalho: (1) Como a tarefa é um desafio, todas as ideias de resolução deverão ser anotadas e exploradas; (2) As resoluções serão corrigidas no quadro por um dos elementos do grupo designado pelo professor.

Devido à dificuldade do problema, foram referidas algumas dicas com a finalidade de ajudar os alunos a resolvê-lo, entre as quais se destacam: (i) considerar o teorema de Pitágoras; (ii) usar a fórmula da área do losango; (iii) considerar triângulos semelhantes; e (iv) considerar o ponto K que resulta da interseção entre AC e GI e idealizar a resolução da tarefa através do triângulo GKA. A dificuldade inerente à tarefa indicia explicar a tendência que os alunos revelaram em interagir com os elementos de cada grupo (Quadro 2).

Quadro 2. Atividade realizada em grupo.

	P1+P2	P3+P4	P5+P8	P6+P7	P9+P10	P11+P12	P13+P14
(a) Discussão da tarefa (C1)	2	3	5	3 (C4)	4	3 (C5)	4
(b) Número de alunos interessados na atividade	1 (C2)	3	4 (C3)	2	4	3	3
(c) Interação com outros grupos	1	2	1	2	1	2	1
(d) Questionamento ao professor	1	3	3	5	4	3	3



Nota: As atividades (a), (c) e (d) foram avaliadas de ordem crescente na escala de [1, 5]. Os casos de interesse foram assinalados por C1, C2, C3, C4 e C5.

- (C1) Notou-se uma maior interação nalguns alunos em relação à tarefa anterior (em (P9+P10), (P11+P12), (P13+P14)), o que pode dever-se a diversos fatores, tais como dificuldade, motivação/disposição geral, trabalho de grupo;
- (C2) Foi o grupo com pior comportamento/envolvência, formado com 3 alunos com dificuldades a vários níveis e desmotivados que nem sequer leram a tarefa assumindo que o outro colega resolvia a questão;
- (C3) Foi o grupo de rapazes que tendencialmente resolve rapidamente as tarefas para depois conversar. Neste caso a tarefa era mais complicada o que levou a um maior empenho e discussão.
- (C4) Foi o grupo a que pertencem os dois melhores alunos da turma. Sempre com muitas questões e falando à vez. Não discutiram abertamente, só apresentaram duas resoluções um pouco diferentes. Estes alunos, do género feminino, têm hábitos de trabalho enraizados pois são estudiosos. A partir do momento em que entraram em desacordo quanto ao caminho a seguir preferiram trabalhar sozinhas, excluindo-se do grupo pois sentem-se mais confortáveis com o método de trabalho habitual;
- (C5) É outro grupo de rapazes. São alunos que não apresentam dificuldades de aprendizagem mas que trabalham sempre o mínimo. Mal ouviram falar em desafio propuseram-se a vencer criando desse modo motivação e envolvimento na resolução da tarefa.

Constatou-se que a estrutura da tarefa tendeu a aumentar os índices de envolvimento, como exemplificam os diálogos sobre o que se discutiu na sala de aula:

- Aluno P5+P6: Então, sabemos que esta medida era 18 portanto metade vai ser nove. E aqui esta medida era 2x e portanto metade vai ser x. Usando a área do retângulo. Comparando este triângulo com este: 12 está para 9 e 12-x está para y...
- Professor: Estão a ver uma resolução diferente da minha e da de alguns grupos! (...) E vocês resolveram da mesma maneira?
- Aluno P9+P10: Não, eu nem sequer usei esses triângulos e nem fiz por proporção, eu usei a regra três simples.
- Professor: Resolveram chamar antes a esta medida y e a esta nove menos y.
- Aluno P3+P4: Não pode ser assim nessa altura. Se a minha está certa o doze está no sítio errado.
- Aluno P11+P12: Porque ela usou triângulos diferentes dos vossos, mas o resultado final é igual.

Quase todos os grupos participaram nesta discussão, o que indicia que o grau de estrutura desta tarefa incentivou alguns dos alunos da turma a envolver-se mais. Apesar disso, os elementos que mais participaram foram os que normalmente mais se destacam nas atividades da aula. Por outro lado, nem todos os alunos se esforçaram para fazerem parte da dinâmica de trabalho da turma, como foi o caso dos alunos de P1+P2.

Na procura de se perceber se os alunos atingiram os conhecimentos esperados para o tópico das derivadas, bem como o seu envolvimento em tarefas de natureza aberta, elaborou-se a seguinte tarefa com recurso a materiais manipuláveis e à calculadora gráfica:

#### **Tarefa de grupo**

Numa folha de papel quadriculado elabora um referencial cartesiano. Em seguida recorta um quadrilátero de uma folha de papel com tamanho aceitável de modo a que seja possível inferir valores aproximados para os seus vértices (4) quando colocado em cima do referencial gráfico cartesiano construído anteriormente. Através da calculadora gráfica obtém uma expressão de grau 3 usando os pontos determinados pelos vértices do quadrilátero. Elabora 5 questões que consideres possíveis de resolver para a expressão encontrada.

A atividade de resolução desta tarefa foi realizada novamente em grupos de quatro elementos e foi solicitada a envolvimento por parte de todos. De modo a não criar muitas perguntas iniciais, que poderiam comprometer o desenvolvimento da atividade, explicou-se à turma as regras sobre as quais o trabalho deveria ser regido:

- (1) As questões têm que contemplar os tópicos abordados nas últimas aulas. O manual e o caderno poderão ser uma grande ajuda;
- (2) Todos os elementos do grupo têm que saber resolver as questões formuladas e participar na sua construção;
- (3) Elaborar questões com algum grau de dificuldade pois o desafio seguinte será propor aos restantes grupos a resolução das vossas questões;
- (4) O grupo ou grupos com as questões mais interessantes terão a oportunidade de explicar à turma como elaborou e pensou nas questões.

Numa tentativa de aproveitar alguns dos hábitos de trabalho criados nas aulas anteriores, os alunos agruparam-se com os colegas mais próximos das suas carteiras. Após o recorte do quadrilátero, alguns dos grupos, sem interação do professor,

resolveram adaptar a figura criada de forma a poderem estabelecer as questões com números inteiros:

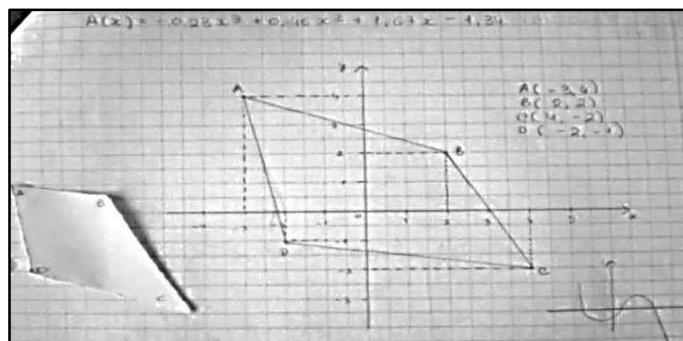


Figura 2. Resolução desenvolvida pelos alunos do grupo P1+P2.

Entre as questões criadas pelos alunos distinguem-se dois tipos de tarefas: exercícios e problemas. As questões envolviam os mais variados tópicos das derivadas (t.m.v, função derivada, derivada de uma função num ponto, estudo da monotonia, máximos e mínimos e problemas de otimização). Por se tratar de uma tarefa aberta, o empenho da turma, em geral, foi consideravelmente superior ao revelado nas tarefas antecedentes. Alguns grupos elaboraram tarefas desafiantes, problemas, resultado da pesquisa que efetuaram no manual e no caderno sobre qual a melhor maneira de elevar o grau de desafio das questões através da figura inicial. Houve grupos que integraram nas suas questões contextos de realidade, como exemplifica a questão 1 do grupo P13+P14 (Figura 3).

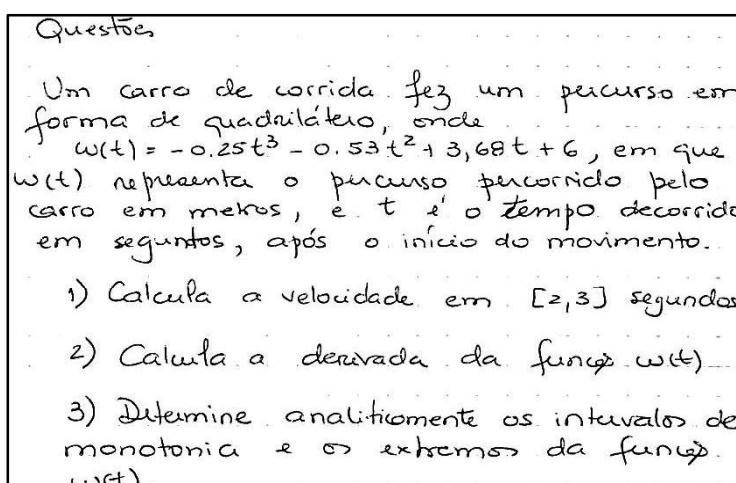


Figura 3. Elaboração de questões pelo grupo P13+P14.

Verificou-se ainda que alguns grupos adaptaram os esquemas iniciais de modo a alcançar valores do vértice suscetíveis de criar equações de terceiro grau. Quase todos os grupos acharam importante criar uma questão que envolvesse apenas o cálculo da taxa média de variação num intervalo dado. A Figura 4 ilustra dois rascunhos eliminados pelos alunos de P11+P12 que dá conta da adaptação realizada aquando da colocação do quadrilátero.

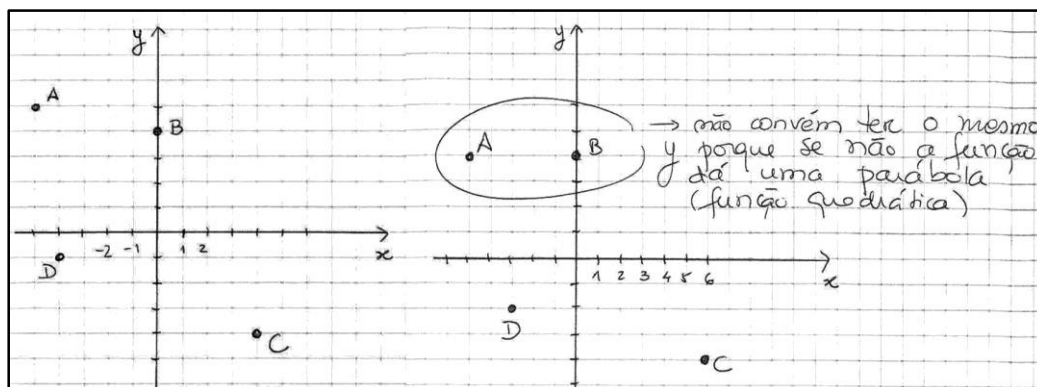


Figura 4. Atividade dos alunos P11+P12.

O nível de esforço conjunto e de partilha elevou-se em relação a algumas das atividades anteriores, como comprova o diálogo entre os alunos do grupo P9+P10 sobre a sua atividade (Figura 5):

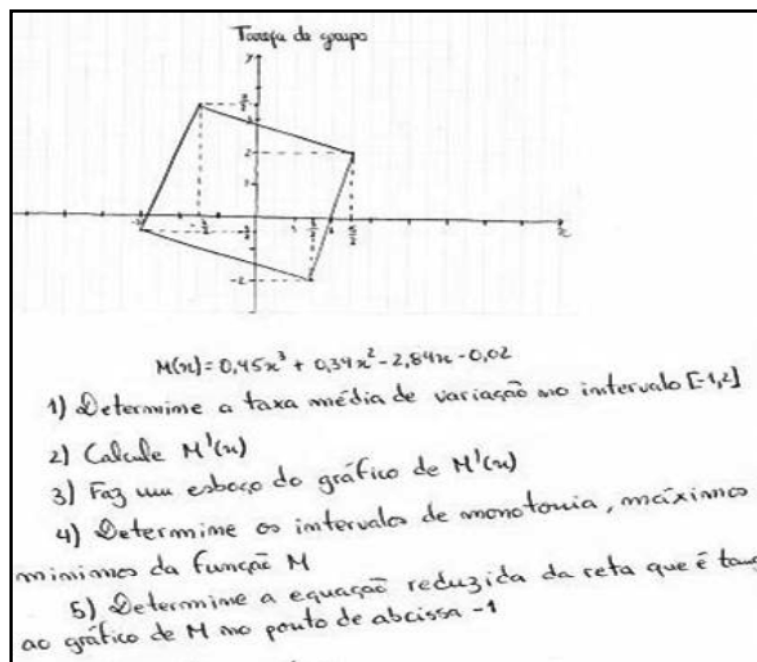


Figura 5. Elaboração de questões pelos alunos do grupo P9+P10.

A1: Temos aqui umas porreiras... eu punha antes esta.

A2: Do domínio? (...) entre menos 4 e quatro (...) podíamos usar outros valores.

A3: Mas olha que já fizemos essas da derivada.

A1: Então fazemos antes esta do... (interrompido pelo colega A2).

A2: Mas assim fica igual ao que eles já têm... (interrompido por A3).

A3: E depois para resolver fica um bocado 'chato'.

A4: Fazemos antes daquelas e depois se não der podíamos fazer aquelas dos gráficos.

(...)

A1: Não era suposto estarmos a fazer cada um a sua para depois comparar?

A2: E depois tirar as dúvidas não dá... ou alterar o gráfico, tem que ser assim.

A4: Vamos mas é fazer a derivada de dois pontos... é mais fácil.

A2: Ou então podemos dar os valores disto e pedir a reta.

Do grupo P9+P10, o designado aluno (A1) é um 'líder social' que não costuma deixar que seja imposta qualquer outra vontade que não seja a sua. Nesta atividade esteve mais calmo com os colegas, incentivando-os, o que propiciou um maior envolvimento de todos. Da análise dos acontecimentos da aula surgiram os seguintes resultados (Quadro 3).

Quadro 3. Atividades realizadas em grupo.

	P1+P2	P3+P4	P5+P8	P6+P7	P9+P10	P11+P12	P13+P14
(a) Discussão da tarefa	5	4	5	5	5	5	5
(b) Número de alunos interessados na atividade	4	4	4	4	4	4	4
(c) Interação com outros grupos	4	4	4	4	5	4	5
(d) Questionamento ao professor	3	4	3	4	3	4	4

Nota: As atividades (a), (c) e (d) são avaliadas de ordem crescente na escala de [1, 5]; (b) é avaliado de {1,...,4}.

Da análise do observado nesta tarefa ressalta um envolvimento generalizado dos elementos dos grupos, como se pode ver pelos registos de (b). Alguns dos alunos que mais se empenharam na construção da tarefa eram os que normalmente estavam mais alheados dos acontecimentos da aula.

### Conclusões

Este estudo pretendeu averiguar o grau de envolvimento dos alunos de uma turma do 11.º ano nas atividades de estudo da derivada de uma função segundo a natureza das tarefas propostas. Para além das características das tarefas, ressaltou como fator determinante desse envolvimento os índices de motivação de cada aluno para aprender (Bilhim, 2001) e os hábitos de trabalho dos elementos da turma. Envolver alunos desmotivados ou com dificuldades de aprendizagem em diferentes tarefas é um processo que requer tempo e nem todas as tarefas se adaptam de igual modo aos alunos da turma. As três tarefas destacadas neste estudo foram elaboradas de modo a terem as características de um exercício e de um problema (tarefas de estrutura fechada) e de uma tarefa de investigação (tarefa de estrutura aberta), de acordo com a caracterização de Ponte (2005). Da avaliação do envolvimento dos alunos nas atividades de cada uma das tarefas propostas, nas tarefas de estrutura fechada foram os alunos com mais capacidades que se destacaram mais, provavelmente por essa atividade requerer mais trabalho individual, tornando-se esta atividades mais notória na resolução de exercícios. Os exercícios adquirem a especificidade de exigirem menor esforço cognitivo dos alunos e de permitirem a aplicação do que se aprende. Estas características ajudam a explicar, tal como refere o estudo realizado pela APM (1998), a prevalência deste tipo de tarefas na sala de aula de matemática.

Já as tarefas de estrutura aberta promoveram também a envolvência de alunos mais desmotivados ou com problemas de aprendizagem, tal como se verificou na última tarefa apresentada. Estes resultados confirmam os obtidos por Oliveira, Segurado, Ponte e Cunha (1999) numa experiência que realizaram com atividades investigativas em trabalho de grupo. Para estes autores, as tarefas de estrutura aberta são apropriadas para todos os alunos e não apenas para os melhores. Justificam esse envolvimento com a junção entre as tarefas de estrutura aberta e o trabalho de grupo, o que proporciona o recurso a diferentes estratégias de aprendizagem, a formulação e a discussão de ideias em conjunto. Na experiência que desenvolvemos, constatamos que a resolução de problemas e investigações, tarefas consideradas por Yeo (2007) como matematicamente ricas, proporciona maior cooperação entre os pares do que na resolução de exercícios no entendimento das estratégias de resolução e na discussão dos resultados. Aprender em cooperação implica um maior desenvolvimento de competências de argumentação matemática, o que tem repercussões no grau de envolvência dos alunos nas atividades da sala de aula.

### **Referências bibliográficas**

- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM.
- Ardenghi, M. (2008). *Enino aprendizagem do conceito de função: Pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil*. Tese de Mestrado, Universidade Católica de São Paulo, Brasil.
- Bilhim, J. (2001). *Teoria Organizacional – Estruturas e Pessoas*. Lisboa: Instituto Superior de Ciências Sociais e Políticas.
- Bispo, R., Ramalho, G., & Henriques, N. (2008). Tarefas matemáticas e desenvolvimento do conhecimento matemático no 5.º ano de escolaridade. *Análise Psicológica*, 26 (1), 3-14.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: D. Reidel.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23, 167–80.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.) (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Krulik, S., & Rudnik, J. (1993). *Reasoning and Problem Solving – A Handbook for Elementary School Teachers*. Massachussets: Allyn and Bacon.
- Ministério da Educação (2002). *Programa de Matemática A (10.º, 11.º e 12.º anos)*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

- NCTM (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM .
- Oliveira, H., Segurado, I., Ponte, J., & Cunha, M. (1999). Investigações na sala de aula: Um projeto colaborativo. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 121-132). Lisboa: Projecto MPT e APM.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Reis, F. (2001). *Tensão entre o Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A Visão de Professores-Pesquisadores e Autores de Livros Didáticos*. Tese de Doutorado em Educação. Campinas: UNICAMP, Brasil.
- Santos, L. (2002). Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como? In P. Abrantes, & F. Araújo (Orgs.), *Reorganização Curricular do Ensino Básico. Avaliação das aprendizagens das concepções às práticas* (pp.75-84). Lisboa: Departamento da Educação Básica, Ministério da Educação.
- Saraiva, M., Teixeira, A., & Andrade, J. (2010). *Estudo das funções no programa de Matemática com problemas e tarefas de exploração*. Acedido em 15 de outubro, 2012, de [www.apm.pt/files/178672\\_Segment\\_001\\_4d3de4ed6e285.pdf](http://www.apm.pt/files/178672_Segment_001_4d3de4ed6e285.pdf).
- Yeo, J. (2007). *Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment*. Singapore: National Institute of Education, Nanyang Technological University.