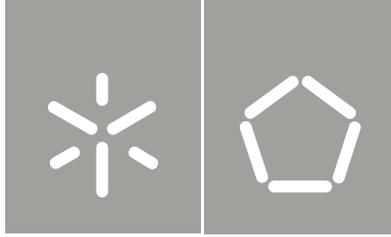




Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Luis Carlos Marques Afonso

Modelação estocástica
aplicada a obras subterrâneas



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Luís Carlos Marques Afonso

Modelação estocástica
aplicada a obras subterrâneas

Tese de Mestrado
Ciclo de Estudos Integrados Conducentes ao
Grau de Mestre em Engenharia Civil

Trabalho efetuado sob a orientação do
Professor Doutor Tiago Filipe Miranda

e coorientação do
Professor Doutor Francisco Ferreira Martins

Dezembro de 2012

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de expressar um agradecimento ao Professor Doutor Tiago Miranda por todo o envolvimento no trabalho realizado, sempre com uma orientação atenta e cuidada, mostrando uma total disponibilidade na partilha de conhecimentos e sugerindo concelhos fundamentais.

Agradeço ao Professor Francisco Martins, coorientador desta tese, pela confiança, apoio e transmissão de conhecimentos, para além da revisão crítica da tese.

Expresso a minha gratidão ao Professor Doutor David Masín pela disponibilidade para discutir alguns aspectos relacionados com a aplicação do *software* Tochnog, o que certamente contribuiu para o enriquecimento desta tese.

À minha família, por todo o apoio mostrado ao longo da realização desta dissertação.

Aos meus amigos pela amizade, apoio e paciência prestados ao longo destes meses de trabalho.

Finalmente, queria agradecer à Susana, por todo o apoio e carinho mostrado.

Resumo

Com a elaboração desta dissertação pretende-se contribuir para o conhecimento sobre a modelação de maciços de cariz marcadamente heterogéneo através da modelação estocástica, bem como a sua aplicação a casos de obras subterrâneas.

O trabalho inicia-se com a apresentação de uma visão geral sobre a temática da incerteza na geotecnia, definindo-se a sua origem, bem como as suas consequências no comportamento de estruturas geotécnicas. Seguidamente faz-se uma análise de várias metodologias de modelação de maciços heterogéneos, tendo em linha de conta as incertezas e a variabilidade geotécnica. Incluem-se neste ponto as abordagens probabilísticas e estocástica, dando uma maior destaque ao método estocástico da teoria dos campos aleatórios.

Para verificar a aplicabilidade, quer dos métodos probabilísticos, quer da abordagem estocástica é feita a aplicação destas duas metodologias a um caso teórico e a um caso real da escavação de um túnel pertencente à rede do Metro de Lisboa. São desenvolvidos modelos numéricos bi-dimensionais para ambos os casos e realizadas diversas análises paramétricas. No caso de estudo incluem-se algumas medições realizadas em obra. Conclui-se acerca do significativo potencial da técnica da modelação estocástica para a consideração das heterogeneidades e variabilidade e do impacto de diferentes parâmetros nos resultados.

Palavra chave: túneis, heterogeneidade geotécnica, incerteza, métodos probabilísticos, campos aleatórios, variabilidade.

Abstract

This MSc thesis aims to contribute to the improvement of knowledge on the modeling of natural soil markedly heterogeneous as well as its application to cases of underground works.

The work begins by presenting an overview of the topic of uncertainty in geotechnics, defining its origins and its consequences on the behavior of geotechnical structures. Then an analysis of several methods of heterogeneous modeling taking into account the geotechnical uncertainty and variability is carried out. This point the probability and stochastic approaches, giving greater prominence to the stochastic method of the random fields theory are included.

To verify the applicability of either the probabilistic methods, whether the stochastic approach these two methods are applied to a theoretical case and a real case of an underground structure. Bi-dimensional numeric methods were devolved for both cases in order to perform various parametric analyses. In the case study some measurements performed on site were used. Finally, was concluded that the stochastic technique has a great potential to lead with heterogeneities and variability.

Keyword: tunnels, uncertainty, probabilistic methods, random fields, variability, geotechnical heterogeneities.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Incerteza na geotecnia	1
1.1.1	Origem da incerteza	2
1.1.2	Consequências da incerteza	5
1.2	Objetivos da dissertação	6
1.3	Organização da dissertação	7
2	Métodos Probabilísticos	9
2.1	Introdução	9
2.2	Propriedades probabilísticas	10
2.3	Método de Monte Carlo	14
2.3.1	Vantagens e desvantagens	15
2.4	Método Primeira Ordem Segundo Momento (MPOSM)	16
2.4.1	Vantagem e Limitações	17
2.5	Método das Estimativas Pontuais (MEP)	18
2.5.1	Vantagens e limitações	20
2.6	Aplicação de métodos probabilísticos	21
2.7	Considerações finais	22
3	Teoria dos campos aleatórios (Random Field Theory)	23
3.1	Introdução	23
3.2	Caraterização da variabilidade	25
3.2.1	Tendência	27
3.2.2	Função de autocorrelação	29
3.2.3	Função de variabilidade	31
3.2.4	Comprimento de Correlação	34
3.3	Metodologias de modelação numérica da variabilidade espacial	38
3.4	Aplicação da análise estocástica	41
3.5	Considerações finais	42

4	Análise paramétrica estocástica e probabilística de um caso teórico	43
4.1	Introdução	43
4.2	Análise numérica	46
4.2.1	Método das estimativas pontuais (MEP)	46
4.2.2	Campos Estocásticos	50
4.2.3	Comparação do método MEP com o método dos campos estocásticos	58
4.3	Estudo Paramétrico	59
4.3.1	Influência do Comprimento de Correlação	59
4.3.2	Influência do desvio padrão	63
4.4	Conclusão	66
5	Análise probabilística e estocástica ao túnel do Término da Estação Alameda II do metro de Lisboa	69
5.1	Introdução	69
5.2	Descrição do caso de obra	70
5.3	Resultados obtidos	74
5.3.1	Método probabilístico das estimativas pontuais (MEP)	74
5.3.2	Campos Estocásticos	79
5.3.3	Comparação MEP/ Campos Estocásticos	86
5.4	Estudo Paramétrico	87
5.4.1	Análise da influência do comprimento de correlação	87
5.4.2	Análise da influência do desvio padrão	91
5.4.3	Conclusão	94
6	Conclusões e trabalhos futuros	97
	Bibliografia	99

Lista de Figuras

1.1	Exemplo da grande variabilidade presentes nos maciços.	3
1.2	Esquema representativo da origem da incerteza.	4
1.3	Incerteza nas várias etapas de modelação de uma obra geotécnica, (adaptado de Honjo, 2011).	5
1.4	Alternativa entre sobredimensionamento e subdimensionando (adaptado de Hoek, 2007).	6
2.1	Exemplo de um histograma	11
2.2	Exemplo de uma distribuição normal e uma lognormal (adaptado Christian e Bacher, 2003).	13
2.3	Forma de aplicação do MEP (Phase2, 2011)	19
3.1	Variação do limite de rotura ao longo da secção de um túnel (Phase2, (2011)	23
3.2	Medições em dois maciços que apresentam a mesma média e desvio padrão, mas apresentam padrões de variação espacial distintos.(adaptado Christian e Bacher, 2003)	24
3.3	Representação da tendência,(adaptado de Vanmarcke, 1983)	29
3.4	Variação residual em torno da tendência (adaptado de Costa, 2005.	29
3.5	Dois exemplos de campos aleatórios (adaptado de Fenton e Griffiths, 2008).	31
3.6	Efeito da redução da variância (adaptado de Fenton e Griffiths, 2008)	32
3.7	Exemplo da redução da variância (adaptado de Fenton, 1997).	33
3.8	Exemplo de dois campos com dois comprimentos de correlação distintos (adaptado de Fenton, 1997)	35
3.9	Exemplificação da forma de estimar o comprimento de correlação(adaptado de Phoon e Kulwahy, 1999)	36
3.10	Exemplo de um campo estocástico (adaptado de Mašín e Suchomel, 2011)	40
4.1	Deslocamentos medidos.	44
4.2	Malha de elementos finitos usada.	45
4.3	Comparação dos deslocamentos usando o método MEP e o método determinístico.	48
4.4	Conjunto dos 8 cálculos usados no método MEP.	48

4.5	Histograma dos deslocamentos no ponto A	49
4.6	Norma dos deslocamentos totais finais.	49
4.7	Histograma dos deslocamentos na zona do túnel.	50
4.8	Exemplo de um campo aleatório gerado.	51
4.9	Evolução das médias do deslocamento radial com o número de cálculos	52
4.10	Deslocamento total do suporte	53
4.11	Histogramas dos deslocamentos em pontos situados na fronteira do túnel.	54
4.12	Exemplo de um campo estocástico gerado para o Módulo de deformabilidade, coesão não drenada, e o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 7.	55
4.13	Exemplo de um campo estocástico gerado para o Módulo de deformabilidade, coesão não drenada, e o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 19.	55
4.14	Exemplo de um campo estocástico gerado para o Módulo de deformabilidade, coesão não drenada, bem como o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 35	56
4.15	Comparação do método dos campos estocásticos e determinístico	57
4.16	Deslocamento para o conjunto dos 100 cálculos do método dos campos estocásticos.	57
4.17	Histograma do deslocamentos do ponto A	57
4.18	Comparação do método PEM e dos Campos Estocásticos.	58
4.19	Deslocamento no ponto A.	59
4.20	Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um comprimento de correlação $h=6m$ $v=3m$	60
4.21	Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um comprimento de correlação $h= 25m$ $v=5m$	61
4.22	Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um comprimento de correlação $h= 50m$ $v=10m$	61
4.23	Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um comprimento de correlação $h= 100m$ $v=50m$	61
4.24	Comparação dos vários comprimentos de correlação.	62
4.25	Histogramas dos deslocamentos verticais no teto do túnel.	62
4.26	Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um coeficiente de variação baixo.	64
4.27	Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um coeficiente de variação médio	64
4.28	Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um coeficiente de variação alto.	65
4.29	Comparação dos vários comprimentos de correlação.	65

4.30	Histogramas dos deslocamentos verticais máximos para os vários COV usados.	66
5.1	Deslocamentos medidos.	70
5.2	Corte longitudinal da secção do túnel (Marques (1998))	70
5.3	Malha de elementos finitos utilizado.	71
5.4	Resultados dos ensaios do pressiómetro de Menard (adaptado de Marques, 1998).	73
5.5	Pontos Controlados	74
5.6	Comparação dos deslocamentos obtidos com o MEP e o método determinístico.	75
5.7	Deslocamento obtido através de 8 cálculos usando o MEP.	76
5.8	Histograma dos deslocamentos no ponto A.	77
5.9	Deslocamento total para diferentes cálculos.	77
5.10	Histograma dos deslocamentos na zona do túnel.	78
5.11	Exemplo de campos aleatórios gerado para E e c_u	79
5.12	Evolução dos deslocamentos radiais com o número de cálculos.	80
5.13	Deslocamento total do suporte e da região circundante.	81
5.14	Histogramas dos deslocamentos em pontos situados na fronteira do túnel.	81
5.15	Exemplo de um campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade, coesão não drenada, bem como o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 19.	82
5.16	Exemplo de um campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade, coesão não drenada, bem como o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 55.	83
5.17	Exemplo de um campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade, coesão não drenada, bem como o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 67.	83
5.18	Resultados dos ensaios usados para calcular o valor do comprimento de correlação vertical.	84
5.19	Comparação da bacia de subsidência com os dois comprimentos de correlação.	85
5.20	Comparação da variação dos deslocamentos em profundidade com os dois comprimentos de correlação.	85
5.21	Histograma dos deslocamentos do ponto A.	86
5.22	Comparação do método MEP e dos Campos estocásticos.	87
5.23	Comparação dos histogramas de deslocamento no ponto A.	87
5.24	Exemplo de um campo estocástico e o respetivo deslocamento da bacia usando um comprimento de correlação $h=6m$ $v=3m$	89

5.25	Exemplo de um campo estocástico e o respetivo deslocamento da bacia usando um comprimento de correlação $h= 25m$ $v=5m$	89
5.26	Exemplo de um campo estocástico e o respetivo deslocamento da bacia usando um comprimento de correlação $h= 50m$ $v=10m$	89
5.27	Comparação dos vários comprimentos de correlação.	90
5.28	Histogramas dos deslocamentos no ponto A.	90
5.29	Exemplo de um campo estocástico e respetiva bacia de subsidência usando coeficiente de variação baixo.	92
5.30	Exemplo de um campo estocástico e respetiva bacia de subsidência usando coeficiente de variação médio.	92
5.31	Exemplo de um campo estocástico e respetiva bacia de subsidência usando coeficiente de variação alto.	92
5.32	Comparação dos vários comprimentos coefecientes de variação.	93
5.33	Histogramas para os vários COV usados.	93

Lista de Tabelas

2.1	Combinações de probabilidades a usar na implementação do MEP.	19
3.1	Análise das características de um campo pouco e muito correlacionado. . . .	36
4.1	Parâmetros geomecânicos adotados: média e covariância (adotado de Miranda, 2011).	46
4.2	Valores dos parâmetros usados em cada cálculo.	46
4.3	Deslocamentos no ponto A, nos 8 cálculos efetuados	48
4.4	Média e desvio padrão usando os métodos probabilísticos e estocásticos no teto do túnel.	58
4.5	Valor dos comprimentos de correlação usados	59
4.6	Parâmetros geomecânicos adotados: média e desvio padrão (adotado de Miranda,2011).	63
5.1	Valores adotados do peso volúmico e coeficiente de impulso (adaptado de Marques, 1998).	72
5.2	Valores adotados para os parâmetros geomecânicos (adaptado de Marques, 1998).	72
5.3	Valores estatísticos adotados para os parâmetros geomecânicos da Argila dos Prazeres.	73
5.4	Valores dos parâmetros usados em cada cálculo.	74
5.5	Deslocamento vertical no ponto A ao longo dos vários cálculos	76
5.6	Probabilidade do valor de alerta ser ultrapassado no ponto A	86
5.7	Valor dos comprimentos de correlação usados.	88
5.8	Probabilidade do valor de alerta ser ultrapassado no ponto A nos vários comprimentos de correlação.	91
5.9	Parâmetros geomecânicos adotados: média e desvio nos vários cálculos. .	91
5.10	Porcentagem de risco de o valor de alerta ser ultrapassado no ponto A. . .	94

Simbologia

Abreviações

c_u	Coesão não drenada
COV	Coefficiente de variação
E	Módulo de deformabilidade
K_o	Coefficiente de impulso em repouso
MC	Monte Carlo
MEF	Método elementos finitos
MEP	Método das estimativas pontuais
MPOSM	Método primeira ordem segundo momento
NATM	New Austrian Tunnelling Method

Letras Gregos

α	Fator de alívio
θ_h	Comprimento de correlação horizontal
θ_v	Comprimento de correlação vertical
μ	Média
ν	Coefficiente de poisson
σ	Desvio padrão
σ^2	Variância
γ	Peso volúmico
ϕ	Ângulo de atrito

Capítulo 1

Introdução

1.1 Incerteza na geotecnia

Nos maciços marcadamente heterogêneos existem transições bastante acentuadas de zonas de elevada resistência e rigidez para outras de muito piores características geomecânicas, e vice-versa. O comportamento deste tipo de maciços na construção de obras geotécnicas é muito difícil de prever, mas sabe-se que o impacto que têm nas obras durante a fase de construção é muito elevado. Com efeito, a variabilidade geotécnica desempenha um papel muito importante nos custos e no prazo das obras subterrâneas. Além disso, a grande parte dos acidentes durante a fase de construção são devidos às condições adversas não detetadas do terreno.

A engenharia geotécnica, ao contrário de outros ramos da engenharia civil, usa, como principal material de construção, um material cujas características são totalmente definidas pela natureza, o solo ou a rocha. As suas características geomecânicas dependem exclusivamente dos processos naturais que lhe dão origem e das ações que os moldam ao longo do tempo, fazendo com que as suas propriedades variem no tempo e no espaço. Estes fenómenos geológicos podem originar substratos extremamente heterogêneos, com propriedades altamente variáveis, sendo o solo natural caracterizado por camadas irregulares de vários materiais que podem afetar as características dos depósitos (Ang e Tang, 2007). A caracterização pormenorizada de extensas áreas de maciços, quer horizontalmente, quer em profundidade, é uma tarefa muito dispendiosa, pelo que, na prática se torna proibitiva. Para além disso, em muitas situações, nomeadamente em meios urbanos, a caracterização de maciços é dificultada pela existência de estruturas e infraestruturas que dificultam fortemente a caracterização dos maciços. Sendo assim, existe um grau de incerteza associado à caracterização geotécnica que, em geral, é bastante superior ao grau de incerteza associado à engenharia estrutural (Christian e Bacher, 2003). Neste caso, as incertezas são em grande parte dedutivas, ou seja, a caracterização dos materiais tem por base condições razoavelmente bem conhecidas e utiliza modelos para deduzir o compor-

tamento de um universo razoavelmente bem especificado. Já as incertezas na engenharia geotécnica são, em grande parte, indutivas, pois os maciços são caracterizados a partir de observações limitadas, conhecimento da geologia e dos raciocínio estatístico.

Na construção de obras subterrâneas, segundo Miranda *et al.* (2008), diversas decisões são tomadas sob um elevado grau de incerteza e que estão relacionadas com dois problemas fundamentais, nomeadamente, as condições geológicas e geotécnicas e as questões relacionadas com a construção propriamente dita (velocidades de avanço, custos, etc.). A avaliação de parâmetros geomecânicos dos maciços interessados é um exercício de natureza consideravelmente subjetiva. A incerteza relacionada com os valores que estes parâmetros podem tomar torna difícil a definição de um conjunto de valores determinísticos para os parâmetros. Na prática, para cada zona geotécnica, uma gama de valores é atribuída a cada parâmetro baseada nos resultados da prospeção geotécnica e, no caso dos maciços rochosos, pela aplicação dos sistemas empíricos de classificação geomecânica.

1.1.1 Origem da incerteza

Para entender as implicações de como concebemos o mundo, seja por necessidade ou por simples acaso, é útil considerar os tipos de incertezas que surgem na prática da engenharia. Partindo desta ideia, podemos entender a existência de um elevado número de incertezas inerentes ao processo da engenharia geotécnica. Podemos classificar essas incertezas em três tipos (Christian e Bacher (2003), (Ang e Tang (1984)):

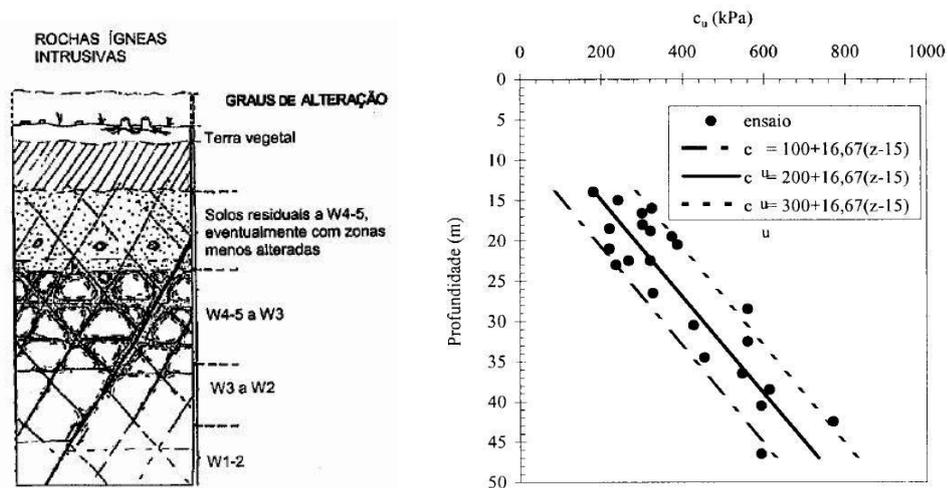
- Variações naturais;
- Erros de medição;
- Incerteza relativa ao modelo.

O primeiro tipo de incerteza está associado à aleatoriedade dos processos naturais, manifestando-se como uma variação ao longo do tempo de fenómenos que ocorrem num único local (variabilidade temporal) e de carregamentos experimentados ao longo do tempo. A outra variação está relacionada com a variabilidade espacial, isto é, fenómenos que se processam em locais diferentes.

Como exemplo dessa grande variabilidade são os maciços graníticos da zona norte de Portugal. Segundo Miranda (2003), em termos de caracterização, a maior dificuldade que os maciços graníticos levantam está relacionada com a sua elevada heterogeneidade. Com efeito, regista-se com grande frequência o aparecimento, a pequenas distâncias, de materiais com níveis de alteração muito distintos. É frequente o aparecimento, inseridas no meio de uma matriz com um determinado nível de alteração, de bolsas com outros

graus de alteração que podem ir de bolas de granito são até o granito completamente decomposto. Não existe nenhum padrão no aparecimento destas bolsas encontrando-se distribuídas de forma completamente aleatória. Na Figura 1.1a, esquematizam-se aspectos relacionados com a meteorização e a profundidade de rochas graníticas.

Outro exemplo dessa grande variação nos valores dos parâmetros do solo pode ser observado em maciços argilosos, mais concretamente na “argilas dos prazeres”, material muito comum na zona de Lisboa. Observando a Figura 1.1b, onde foram executados vários ensaios com o propósito de conhecer a resistência ao corte não drenado, tendo sido usado o pressiómetro de Menard. Observando a figura, podemos verificar uma grande variabilidade das características de resistência do material, o que torna muito difícil uma caracterização precisa do mesmo. Esta variabilidade das propriedades geomecânicas do solo confere ao maciço uma grande heterogeneidade que é difícil de caracterizar e mesmo de considerar em modelos numéricos.



(a) Perfil tipo de meteorização de rochas ígneas intrusivas (Miranda, 2003).

(b) Resultados dos ensaios com o pressiómetro de Ménard - valores da resistência ao corte não drenado obtidos nos ensaios efetuados nas “Argilas dos Prazeres” (adaptado de Marques, 2008)

Figura 1.1: Exemplo da grande variabilidade presentes nos maciços.

A segunda fonte de incerteza está relacionado com a falta de dados, falta de informação dos processos e a deficiente compreensão das leis físicas que descrevem os fenómenos em estudo, que limitam a capacidade de modelar as situações reais. Por outras palavras, a incerteza nas medições podem ser classificadas em termos de precisão e são afetadas por erros sistemáticos e erros de precisão. Esta incerteza surge, principalmente, a partir de três fontes. A primeira está relacionada com imprecisões nos equipamentos usados, que podem fornecer uma informação distorcida das propriedades do solo. Contudo, estas imprecisões podem ser avaliadas a partir de dados fornecidos pelo fabricante. A segunda

fonte é o erro humano que está relacionada com os erros causados pelo próprio operador do ensaio, quer no uso dos dispositivos de medição quer nos procedimentos nos ensaios. Como é fácil de perceber, ocorrem sempre erros humanos que são totalmente aleatórios e imprevisíveis. Eles resultam da falta de atenção, ignorância de normas ou a sua má aplicação e informações enganosas. O terceiro e último fator, que contribui para a incerteza da medição, é a dispersão residual nos resultados dos ensaios, que não pode ser atribuído a um parâmetro específico de teste e não é causado pela variabilidade inerente do solo.

Finalmente, existe ainda a incerteza relacionada com os modelos usados para caracterizar o fenómeno em estudo. Esses modelos são traduzidos por equações matemáticas que, por mais complexos que sejam, jamais expressão o comportamento real do fenómeno analisado. Para além disso, quanto mais complexo for o modelo maior será o número de parâmetros necessários para inserir no modelo. E aí surgem os erros associados à determinação desses parâmetros e à sua adequação ao software usado nos cálculos. Para além disso, existem erros associados ao uso de modelos bidimensionais em geotecnia que, em muitas situações não conseguem traduzir os comportamentos tridimensionais existentes. Assim, por muito bom que o modelo gerado possa ser, este nunca pode reproduzir com uma precisão absoluta as condições do terreno. As simplificações da realidade, que normalmente são feitas, levam ao aparecimento de incertezas no modelo gerado.

A Figura 1.2, representa, de uma forma esquemática, as várias origens da incerteza.

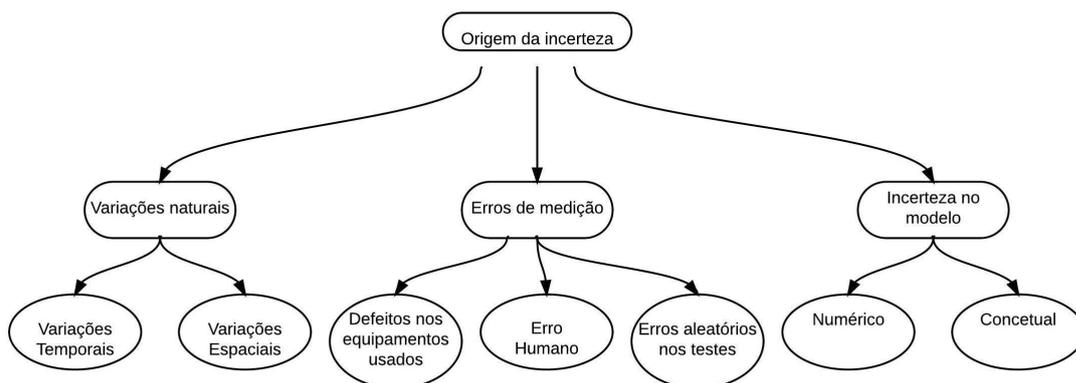


Figura 1.2: Esquema representativo da origem da incerteza.

Na Figura 1.3 estão representados várias etapas do processo de execução de uma obra geotécnica e os tipos de incertezas associados a cada uma delas.



Figura 1.3: Incerteza nas várias etapas de modelação de uma obra geotécnica, (adaptado de Honjo, 2011).

1.1.2 Consequências da incerteza

Tendo em conta que a incerteza está presente na concepção de uma obra subterrânea, é necessário decidir como é possível lidar com essa incerteza. Seguindo o pensamento de Einstein e Baecher (1982), a verdadeira questão não é se devemos lidar com a incerteza, mas como fazê-lo?

Tradicionalmente, a verificação da estabilidade de inúmeras estruturas é feita recorrendo a métodos determinísticos. Estas abordagens são baseadas na introdução de fatores de segurança, dependendo das características da obra. Contudo, estes métodos apresentam um grau elevado de incerteza sobre os resultados obtidos, já que as características geomecânicas dos solos são normalmente distintas das que são utilizadas nos modelos. A simplificação que é feita nestes modelos não consegue prever a variação das características ao longo do maciço, resultantes da heterogeneidade e da variabilidade do maciço. A grande desvantagem destes métodos prende-se com o facto de normalmente dadas as elevadas incertezas e reduzidas formas de lidar com estas, os projetistas sobredimensionarem as estruturas, aumentando assim os seus custos económicos. Mesmo assim, quando a incerteza é muito elevada esse procedimento poderá por em risco a própria estabilidade da estrutura.

A Figura 1.4, evidencia os dois opostos possíveis, se não for considerada um modelo credível e adequado que traduza o mais fielmente possível as reais características dos maciços. No primeiro caso a estrutura foi sobredimensionada aumentando os custos económicos da mesma, enquanto no segundo caso a estrutura foi subdimensionada, pondo em risco a própria estabilidade estrutural e a segurança dos seres humanos.

Em jeito de conclusão, pode afirmar-se que com a atual conjuntura económica, torna-se fundamental conseguir lidar com esta incerteza para que exista uma relação mais ajustada

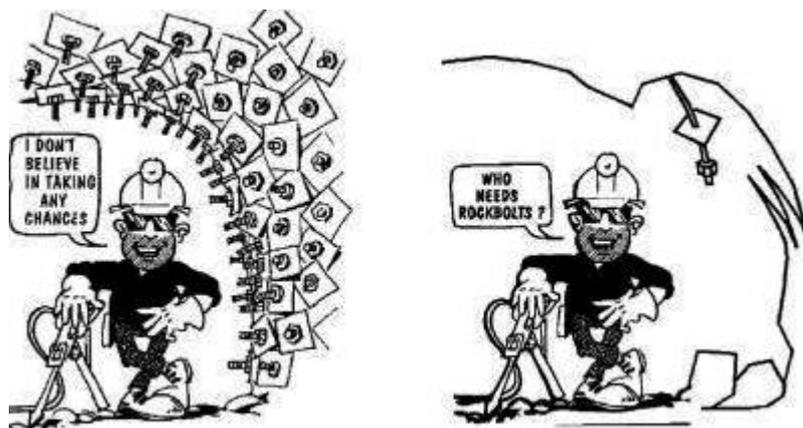


Figura 1.4: Alternativa entre sobredimensionamento e subdimensionando (adaptado de Hoek, 2007).

entra economia e segurança.

Com efeito, tem-se dado nos últimos anos alguns passos no desenvolvimento e na integração de metodologias probabilísticas. Os métodos probabilísticos utilizam, normalmente, distribuições de probabilidades para os parâmetros das quais se fazem amostragens através de métodos como os de Monte Carlo, estimativas pontuais e primeira ordem segundo momento o que permite obter uma resposta probabilística da estrutura. Estes métodos, apesar de não terem em conta as heterogeneidades, são úteis na mitigação das incertezas e na consideração da variabilidade. Considera-se que estes, quando aplicados a obras geotécnicas, podem permitir a definição de valores de alarme e alerta dos deslocamentos nas obras subterrâneas também de forma probabilística, determinando logo na fase de projeto a probabilidade desses valores serem ultrapassados, o que permitirá definir logo nessa fase se essas probabilidades são aceitáveis. Contudo, a sua aplicação no caso das obras subterrâneas é ainda muito escassa. Para além disso, estas metodologias só permitem considerar de certa forma as incertezas e a variabilidade, mas não a integração das heterogeneidades, nem o seu impacto no comportamento das obras.

Assim, existe uma lacuna relacionada à inexistência de uma metodologia integrada que considere as incertezas, a variabilidade e as heterogeneidades de forma sistemática que permita, em fase de projeto e construção, reduzir os riscos de acidentes e sobrecustos.

1.2 Objetivos da dissertação

A presente dissertação tem como principal objetivo realizar um levantamento de métodos probabilísticos e estocásticos e a sua aplicáveis a obras subterrâneas para gestão da incerteza, variabilidade e heterogeneidades geotécnicas.

O maior ênfase será dado à aplicação do princípio da teoria dos campos aleatórios a obras subterrâneas, muito pouco explorado, no sentido de estabelecer e implementar uma metodologia capaz de dar um passo em frente de uma abordagem determinística clássica para uma abordagem probabilística e estocástica de obras subterrâneas.

Será realizada uma avaliação à forma como os métodos probabilísticos e estocásticos conseguem gerir as incertezas geotécnicas, tentando identificar as principais vantagens e desvantagens destes métodos. Essa avaliação será realizada aplicando os métodos a um caso teórico e a um caso de estudo de um túnel do Metro de Lisboa.

1.3 Organização da dissertação

Para poder analisar e tratar as incerteza, ao longo do capítulo 2 é analisado a introdução de métodos probabilísticos aplicados à geotecnia. Apresentam-se as principais características dos métodos: Simulação de Monte Carlo e métodos simplificados de amostragem como o método Primeira Ordem Segundo Momento e das Estimativa Pontuais. Ao longo deste capítulo, também será definido o modo de implementação de cada método, bem como as vantagens e desvantagens que cada um apresenta.

Para poder analisar a influência da variabilidade e heterogeneidade das propriedades do terreno no comportamento do maciço pela escavação de túneis, pode recorrer-se à Teoria dos Campos Aleatórios e à caracterização estatística dos parâmetros geotécnicos. Apresentam-se no capítulo 3 noções fundamentais para a utilização deste método estocástico.

No capítulo 4 utilizam-se duas abordagens, probabilística e estocástica, para analisar os efeitos causados pela escavação de túneis e o impacto da variabilidade e heterogeneidades no maciço. A primeira baseia-se no método das estimativas pontuais e é aplicada à análise estatística e caracterização dos deslocamentos à superfície e na zona envolvente do túnel. A segunda baseia-se na geração de campos aleatórios correlacionados espacialmente e permite avaliar a influência da variabilidade espacial dos parâmetros do terreno na dispersão dos deslocamentos.

Finalmente, no capítulo 5 é aplicada a mesma metodologia do capítulo 4, porém aqui os resultados numéricos serão comparados com resultados observacionais dum caso de obra. Através dessa comparação será mostrado em que medida a possibilidade de quantificar o efeito da variabilidade sobre os deslocamentos permite melhorar a previsão dos deslocamentos na fase de dimensionamento e assim melhorar o estabelecimento de limites de alerta e alarme no método observacional.

Capítulo 2

Métodos Probabilísticos

2.1 Introdução

Os dados relativos às propriedades do solo tendem a apresentar uma grande dispersão, provocando uma grande incerteza. Os métodos probabilísticos constituem uma grande ferramenta que pode ser usada para lidar com a incerteza. Segundo Christian e Bacher (2003), hoje em dia as incertezas e os riscos devem ser expressos segundo a linguagem probabilística e que o cálculo do risco deve ser baseado em deduções suportadas por métodos estatísticos.

Os métodos probabilísticos podem ser usados para comparar, analisar e combinar incertezas de várias origens. Assim, para um dado problema específico de engenharia, com um certo grau de incerteza, pode-se assumir um nível de segurança, associado a uma probabilidade de rotura. Isto permite uma comparação mais adequada de várias soluções, podendo-se tomar a melhor decisão, quando a incerteza é considerável. Apesar desta grande vantagem, este métodos ainda não apresentam o uso desejável por parte dos engenheiros (Hoek, 2007).

As diferenças entre a abordagem determinística e a probabilística são relativamente significativas. Na primeira, os dados são estimados, normalmente por ponderação, para encontrar o melhor valor para cada parâmetro de entrada. Esses valores, depois de serem processados por modelos analíticos ou numéricos, fornecem apenas um resultado, que é considerado uma representação satisfatória da realidade. Segundo El-Ramly (2001), a principal suposição por detrás das abordagens determinísticas baseia-se no facto de que o erro estimado, diferença entre o valor real dos parâmetros e as respetivas estimativas, sejam igual a zero. Contudo, tal suposição torna-se bastante irrealista tendo em conta a grande variabilidade que os parâmetros geomecânicos apresentam. Em sentido inverso, a abordagem probabilística reconhece claramente as incertezas nos parâmetros e também nos modelos. As características de entrada são definidas como variáveis aleatórias, isto

é, alguns parâmetros deixam de ser caracterizados como sendo um valor único e determinístico, para passar a assumir um qualquer valor dentro de um intervalo admitido. Desde que os parâmetros de entrada apresentem variabilidade, os resultados dos modelos de análise também apresentaram variações, pelo que será obtido um intervalo de resultados possíveis, bem como as suas respectivas probabilidades.

Os métodos probabilísticos baseiam a sua análise em pressupostos determinísticos, isto é, análise de modos de rotura, determinação dos deslocamentos e tensões. Porém, segundo El Ramly (2001), estes métodos não permitem quantificar as diferentes origens da incerteza.

Ao longo deste capítulo, serão abordados alguns métodos probabilísticos que podem ser aplicados à engenharia geotécnica. Estes métodos, aqui explicados, podem ser divididos em dois grupos: i) métodos de amostragem ii) simulação de Monte Carlo. O primeiro conjunto de métodos são considerados métodos indiretos, e incluem o Método das Estimativas Pontuais (MEP) e o Método Primeira Ordem Segundo Momento (MPOSM). Para este conjunto de métodos só é necessário conhecer a média e o desvio padrão das variáveis de entrada. Estes métodos pretendem tirar amostras dos parâmetros a partir da sua distribuição de probabilidades e utilizá-los num conjunto de cálculos determinísticos para a obtenção de uma resposta probabilística da estrutura e do meio circundante.

A simulação de Monte Carlo é um método que se pode definir como direto. Este utiliza de uma forma completa um grande número de dados existentes em relação a uma variável aleatória, permitindo uma análise mais completa dos resultados mas com o incremento substancial no custo computacional do cálculo.

2.2 Propriedades probabilísticas

Antes de se avançar para a definição de qualquer método probabilístico aplicado à geotecnia, torna-se primeiro necessário compreender algumas definições probabilísticas básicas.

A maneira mais comum para representar dados dispersos graficamente é o uso de histogramas. Um histograma quantifica o número de medições que se encaixam dentro de um determinado intervalo e representa esse número através de uma barra. A altura de uma determinada barra representa o número de valores medidos dentro de um dado intervalo. O histograma divide os dados em intervalos fixos, cuja a escolha é arbitrária. Contudo estes intervalos devem ter larguras uniformes. Se forem escolhidos demasiados intervalos, o quadro geral de frequências relativas será irregular, e, inversamente, se os

intervalos escolhidos forem muito poucos o quadro geral ficará distorcido. A distribuição de frequência é construído a partir de um histograma pela divisão de cada barra vertical pelo número total de medições. Isso dá a frequência relativa dos valores observados em cada intervalo, esta é definida como uma fração decimal. A distribuição de frequência cumulativa, definida como uma linha contínua, representa o número de dados com um valor menor ou igual a um valor em análise. Na Figura 2.1 é apresentado um exemplo de um histograma.

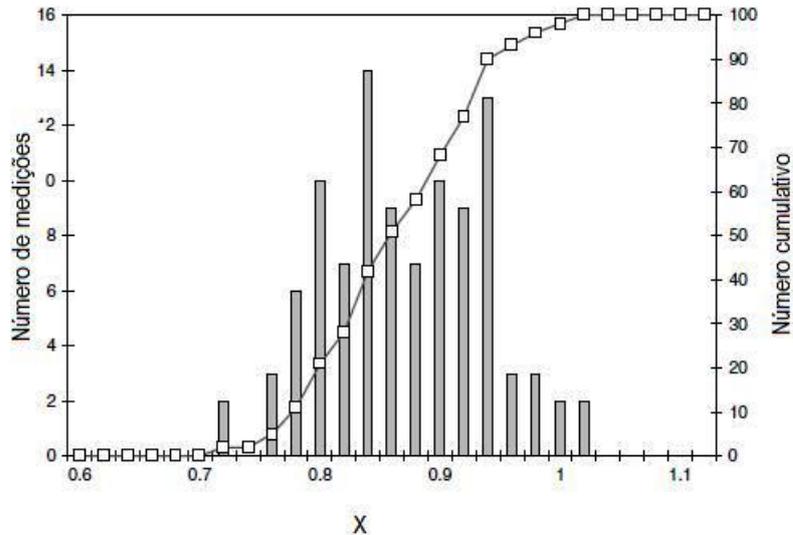


Figura 2.1: Exemplo de um histograma

Um histograma dá uma visão resumida de variação dos valores. A sua forma sugere se os dados têm uma tendência central e, em caso afirmativo, em que zona no eixo das abcissas apresenta uma maior concentração de valores. A largura sugere a dispersão ou a escala de variação que os valores têm. Alguns histogramas têm um ponto de concentração e assumem a designação de unimodais. Outros têm mais de um ponto de concentração e são chamados multimodais. Geralmente, os dados geotécnicos têm distribuições unimodais. A análise do histograma permite verificar se os dados se distribuem simetricamente ou assimetricamente em relação a um ponto médio situado a meio da gama de variação dos dados.

As distribuições de frequência são convenientes para a representação de dados visualmente. Porém, as definições estatísticas das características em análise são normalmente definidas por cálculos. Essas propriedades estatísticas têm como objetivo principal definir uma tendência geral dos dados e uma dispersão para esses dados.

Para medir a tendência de um determinado conjunto de dados são normalmente usados a média e mediana. A média é o valor aritmético mais habitual num conjunto de dados.

Esta propriedade estatística é obtida através da expressão 2.1:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.1)$$

A mediana de um conjunto de dados é o valor de x que divide a amostra de dados em duas partes iguais quando os dados são agrupados de forma crescente ou decrescente do seu valor. A mediana só faz parte do conjunto de dados da amostra no caso do número de dados ser ímpar. No caso desse número ser par a mediana é a média dos dois valores que ficam no centro da amostra ordenada.

A dispersão dos valores em relação a uma tendência é normalmente medida usando o desvio padrão. O desvio padrão é definido em função do quadrado da diferença entre um valor de x_i e o valor médio (\bar{x}). O desvio padrão de uma amostra é calculada através da seguinte expressão:

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.2)$$

Estatisticamente, cerca de 68% dos valores vão cair dentro de um intervalo definido pela média +/- um desvio padrão, enquanto cerca de 95% de todos os resultados vão cair dentro de um intervalo definido pela média +/- dois desvios padrão. Um pequeno desvio padrão indica um conjunto bem agrupado de dados, enquanto um grande desvio padrão será encontrado num conjunto disperso de dados. O coeficiente de variação de um conjunto de dados é definido como a divisão entre o desvio padrão e a média:

$$COV = \frac{\sigma_x}{\hat{x}} \quad (2.3)$$

O COV representa a dispersão relativa dos dados. Finalmente a variância de um conjunto de dados ($Var(x)$) é, em alguns casos, usada para medir a dispersão e é dada por:

$$Var(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2 \quad (2.4)$$

Ao contrário do que acontecia nos métodos determinísticos tradicionais, quando se utilizam métodos probabilísticos, os parâmetros geomecânicos, como por exemplo o ângulo de atrito, o coeficiente de poisson, o módulo de deformabilidade e a resistência à compressão, são considerados como não possuindo um único valor fixo e determinístico. Assim é considerado que essas variáveis apresentam um intervalo de valores, caracterizado por uma determinada distribuição probabilística para o parâmetro. Nessas condições, essas variáveis tomam a designação de variáveis aleatórias.

A melhor forma de caracterizar estatisticamente as propriedades das variáveis aleatórias é recorrer a distribuições probabilísticas. Segundo Fenton (1997), existem diferentes tipos de distribuições como é o caso da normal, lognormal, uniforme triangular e exponencial. Contudo, as mais correntes são a normal e a lognormal.

A distribuição normal é, provavelmente, a distribuição mais usada devido ao facto de haver um grande número de variáveis que seguem essa distribuição. Uma variável aleatória segue uma distribuição normal se a função probabilística tiver a seguinte forma:

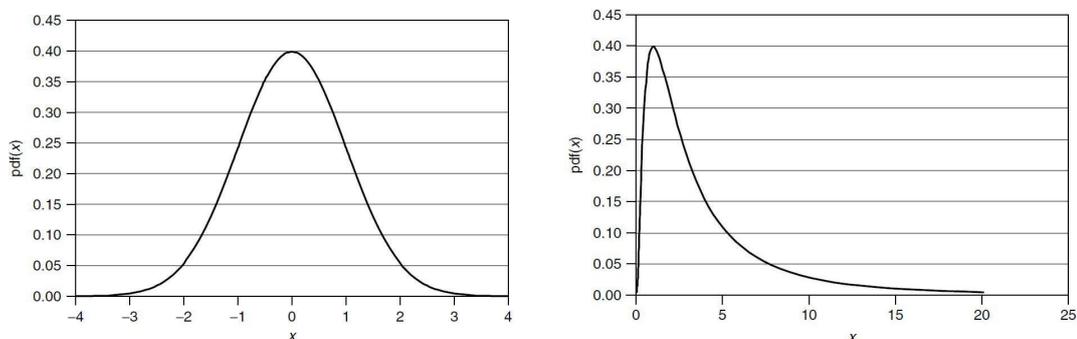
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) \quad (2.5)$$

Graficamente, uma distribuição normal apresenta o formato de um sino (Figura 2.2a). Como principais características esta distribuição apresenta uma simetria em torno da média μ , o que significa que a média é igual à mediana. O ponto máximo da distribuição ocorre na média.

Do ponto de vista da modelação das propriedades dos materiais, cujos valores são iguais ou superiores a zero, a distribuição normal apresenta a grande desvantagem de permitir o aparecimento de valores negativos (Fenton, 1997). Para contrariar esta adversidade, a solução pode residir no uso da distribuição probabilística lognormal, que assume valores maiores ou iguais a zero. A distribuição lognormal descreve a distribuição de uma variável cujo logaritmo é normalmente distribuído. Uma variável apresenta uma distribuição lognormal se $\ln(x)$ for normalmente distribuído. Se esta condição se verificar x segue a seguinte função:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_{\ln x}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_{\ln x}}{\sigma_{\ln x}}\right)^2\right) \quad 0 \leq x < \infty \quad (2.6)$$

Na Figura 2.2b é apresentada uma distribuição lognormal.



(a) Exemplo de uma distribuição normal. (b) Exemplo de uma distribuição lognormal.

Figura 2.2: Exemplo de uma distribuição normal e uma lognormal (adaptado Christian e Bacher, 2003).

2.3 Método de Monte Carlo

Uma vasta gama de disciplinas de engenharia usa métodos de simulação aleatória, baseados, muitas vezes, no chamado método de Monte Carlo. Eles têm sido utilizados quer para estudar os sistemas estocásticos quer os determinísticos. O método de Monte Carlo pode ser dividido em duas áreas de ação (Christian e Bacher (2003)). A primeira, baseia-se na simulação de processos com cariz estocástico. Por exemplo, para estudar os padrões que se desenvolvem quando os veículos chegam a um conjunto de portagens, efetuam o seu pagamento e passam através da barreira. Os intervalos entre as chegadas, as escolhas das vias e os tempos de espera de cada veículo são variáveis aleatórias, cujos parâmetros estatísticos podem ser definidos. Engenheiros de tráfego há muito que têm usado os métodos de simulação de Monte Carlo para estudar esses problemas. Relativamente à geotecnia, a componente estocástica do método de Monte Carlo, não será já abordada, sendo deixado o seu estudo para um capítulo posterior.

A segunda área de aplicação envolve problemas que não são intrinsecamente estocásticos mas que podem ser resolvido por meio de simulações, usando variáveis aleatórias. Assim, o Método de Monte Carlo (MC) pode ser caracterizado como um método estatístico, onde se utiliza uma sequência de números aleatórios para a realização de uma simulação. Em muitas aplicações práticas do método de MC, o processo físico é simulado diretamente sem a necessidade de descrever as equações matemáticas que representam o comportamento do sistema, sendo que, o único requisito necessário é que o processo físico possa ser descrito por funções de densidade de probabilidade. O resultado desejado é obtido através da estimativa do valor médio das grandezas observadas durante um determinado número de simulações. Em casos práticos, pode-se prever o erro estatístico (variância) do valor médio e assim estimar o número de simulações necessárias para se atingir um determinado erro. Desta forma, o resultado das amostras aleatórias, ou tentativas, deve ser acumulado de uma forma apropriada para produzir o resultado desejado.

Aplicando este método à geotecnia, e considerando que as principais características geomecânicas do solo são totalmente independentes entre si, podemos variar qualquer uma delas e manter as restantes constantes. Partindo deste princípio, podemos fazer a simulação numérica de um dado modelo um número considerável de vezes variando sucessivamente as diferentes propriedades consideradas aleatórias e calculando variáveis de saída tais como deslocamentos, distribuição de tensões e fatores de segurança.

O uso deste método apresenta uma grande simplicidade e versatilidade. Porém, a sua aplicação requer uma capacidade computacional considerável. O seu método de implementação pode ser definido nas seguintes etapas:

- Construir o modelo numérico da estrutura a analisar;
- Definir quais as variáveis aleatórias (com nível de incerteza relevante) e os parâmetros das suas distribuições probabilísticas;
- Através do método de Monte Carlo realização de amostragens para obtenção de valores para os parâmetros;
- Cálculo do modelo para as diferentes combinações de parâmetros obtidas na amostragem, em número suficiente para ocorrer a convergência de resultados;
- Análise estatística dos resultados da resposta numérica da estrutura com base no conjunto de cálculos efetuados.

O definição do número de iterações a executar, no método de Monte Carlo, torna-se bastante importante para a análise. Assim, quanto maior for o número de iterações, mais precisa será a solução. Com o aumento do número de iterações, aumenta a quantidade de valores usados para cada variável de entrada, produzindo-se uma distribuição dos resultados mais abrangente e mais realista. O número de iterações necessárias para obter a convergência dos resultados aumenta com o aumento do número de variáveis aleatórias usadas, bem como, com o aumento da variabilidade dessas variáveis.

Um método prático para determinar se o número de iterações é suficiente baseia-se na análise da convergência dos resultados. Quando os resultados apresentam flutuações mínimas à medida que o número de cálculos aumenta, pode-se concluir que se atingiu um resultado satisfatório. Assim, o número ideal de iterações será o menor número de iterações correspondente à estabilização dos resultados para limitar o esforço computacional.

2.3.1 Vantagens e desvantagens

De acordo com El Ramly (2001), a grande vantagem deste método reside na sua grande simplicidade e compatibilidade com a análise de estruturas geotécnicas. Conhecendo apenas a teoria fundamental probabilística e estatística, utilizando uma base determinística, pode-se usar qualquer programa comercial para executar esta análise.

Para uma melhor percepção do problema em análise e ajudar de uma maneira mais efetiva na tomada de decisões, pode-se aplicar a abordagem probabilística com uma análise paramétrica. Assim, pode-se variar as propriedades das variáveis aleatórias e compreender o impacto que cada uma tem no comportamento do solo, bem como comprovar a existência de correlações entre propriedades.

A principal limitação deste método está na incapacidade de incorporar o efeito de incertezas mais complexas como as heterogeneidades típicas de muitos maciços. Modelos mais básicos que incorporam o método de Monte Carlo só conseguem caracterizar as incertezas nos valores das propriedades.

Outra limitação está relacionada com o grande número de iterações que é necessário fazer quando o número de variáveis é elevado e estas apresentam uma grande variabilidade de valores.

2.4 Método Primeira Ordem Segundo Momento (MPOSM)

O MPOSM é relativamente simples de usar quando se pretende incluir os efeitos da variabilidade das variáveis aleatórias nas variáveis dependentes resultantes.

Este método usa a expansão de Taylor da função que se pretende avaliar. Seguidamente esta expansão é truncada depois do termo linear (primeira ordem). A expansão modificada é posteriormente usada, juntamente com os primeiros dois momentos da variável aleatória (segundo momento).

Considerando uma função $f(x, y)$ de duas variáveis aleatórias x e y a expansão da série de Taylor da função em relação aos valores médios (μ_x, μ_y) é dada por:

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= f(\mu_x, \mu_y) + (x - \mu_x) \frac{d_f}{d_x} + (y - \mu_y) \frac{d_f}{d_y} \\
 &+ \frac{1}{2}(x - \mu_x)^2 \frac{d^2 f}{d_x^2} + \frac{1}{2}(y - \mu_y)^2 \frac{d^2 f}{d_y^2} \\
 &+ \frac{1}{2}(x - \mu_x)(y - \mu_y) \frac{d^2 f}{d_x d_y} \\
 &+ \frac{1}{2}(y - \mu_y)(x - \mu_x) \frac{d^2 f}{d_y d_x} + \dots
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

truncando a função anterior apenas aos termos de primeira ordem fica:

$$f(x, y) = f(\mu_x, \mu_y) + (x - \mu_x) \frac{d_f}{d_x} + (y - \mu_y) \frac{d_f}{d_y} \tag{2.8}$$

onde as derivadas são avaliadas em (μ_x, μ_y) .

Para primeira ordem de precisão, o valor esperado da função é dado por:

$$f(x, y) = f(\mu_x, \mu_y) \tag{2.9}$$

Por sua vez, a variância da função para n variáveis aleatórias não correlacionadas é dada por:

$$V[f(x_1, x_2, \dots, x_n)] = \sum_i \left(\frac{df}{dx_i} \right)^2 V[x_i] \quad (2.10)$$

As derivadas (df/dx_i) podem ser calculadas a partir da variação da variável de saída (df) causada devido às variações das variáveis independentes (dx_i). É necessário realizar $(n + 1)$ análises, quando se utiliza o MPOSM, para verificar o impacto que a variação em cada variável apresenta no resultado final. Finalmente, uma análise é realizada com os valores médios das variáveis de entrada (Christian, 1996).

Assim, no MPOSM, o deslocamento médio, $E[x]$, é calculado usando-se os valores de parâmetros médios ($E[x_i]$).

As funções da média e da variância foram truncadas a partir dos seus termos de segunda ordem, para simplificar o processo. Assim, segundo Griffiths *et al.* (2002) este método é denominado por Segundo Momento porque usa a variância (segundo momento da função probabilística). É também chamado como sendo de primeira ordem, porque usa só a primeira derivada da serie de Taylor.

Para a aplicação deste método, Christian (1996), sugerem os seguintes passos:

- Identificar as variáveis que contribuem para a incerteza ;
- Determinar os valores médios, desvios padrão, coeficientes de correlação das variáveis;
- Estimar as incertezas em cada variável e exprimir essa incerteza como a variância $V[f(x_1, x_2, \dots, x_n)]$;
- Realizar um análise de sensibilidade, computando as alterações na variável dependente, devido às variações em cada variável dependente;
- Usar a equação 2.10 para estimar a variância e consequente o desvio padrão.

2.4.1 Vantagem e Limitações

Uma das grandes vantagens deste método, segundo Baecher e Christian (2003), é que revela a contribuição relativa de cada variável para a incerteza de uma forma clara e facilmente tabelada. Este método apresenta uma grande simplicidade, especialmente quando se consideram várias fontes de incerteza. Não é preciso o conhecimento da função de probabilística das variáveis aleatórias, que geralmente é assumida como distribuição normal. Apesar da forma simples como pode ser implementado, apresenta uma grande precisão de resultados para funções lineares.

Segundo Griffiths *et al.*(2002), uma grande limitação deste método prende-se no facto de não ter em conta qualquer tipo de correlação espacial entre as propriedades das variáveis aleatórias. Por outras palavras, não consegue caracterizar, nem a variabilidade espacial, nem a heterogeneidade presente nos maciços. Segundo Christian *et al.* (1994), quando a contribuição de vários fatores é correlacionada, é necessário usar relações mais complexas.

Outra grande limitação do MPOSM está relacionada com o aumento dos níveis de incerteza nos valores das variáveis. Esta situação propicia a diminuição da precisão do método.

2.5 Método das Estimativas Pontuais (MEP)

Método inicialmente proposto por Rosenblueth (1975) e discutido de uma forma detalhada por Harr (1987), caracteriza-se como sendo um método que aproxima numericamente os momentos das funções de variáveis aleatórias. Segundo Baecher e Christian (2003), a partir dos momentos de baixa ordem de uma variável independente X , o método fornece aproximações para os momentos de baixa ordem para a variável dependente Y .

Segundo Valley *et al.* (2010), o princípio básico do MEP é calcular soluções de vários pontos estimados e combiná-los com uma ponderação adequada com o objetivo de ter uma aproximação das distribuições da solução. Apesar destas ponderações poderem ser diferenciadas de ponto para ponto, este método caracteriza-se como sendo bastante simples e preciso.

Para executar o cálculo probabilístico, o método das estimativas pontuais requer o conhecimento da média e da variância das variáveis de entrada. Assim, este método pode ser facilmente aplicado usando valores obtidos por programas determinísticos.

O MEP utiliza dois valores de ponderação, tipicamente um desvio padrão para cada lado da média, para cada variável de entrada aleatória. Assim, o método transforma uma variável contínua x numa variável discreta, considerando apenas dois pontos x_+ e x_- com concentrações de probabilidade P_+ e P_- correspondentes, formando uma distribuição probabilística da variável dependente (Figura 2.3).

Atendendo ao facto de ser necessário obter resultados para todas as combinações possíveis, o número mínimo de cálculos a executar é definido por 2^n em que n representa o número de variáveis aleatórias. Na Tabela 2.1, é apresentado um exemplo de como as combinações devem ser executadas, considerando a existência de 2 variáveis aleatórias. Por exemplo x_{1+} o valor da variável aleatória correspondente à sua média mais um desvio padrão.

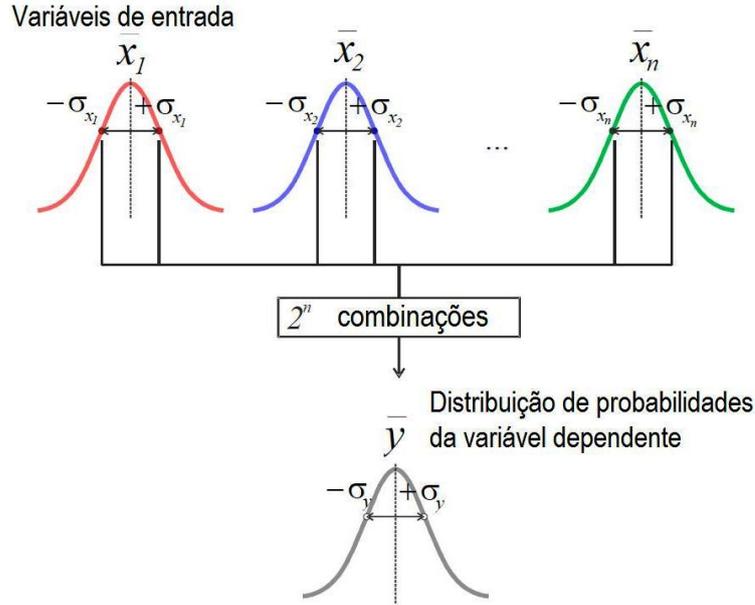


Figura 2.3: Forma de aplicação do MEP (Phase2, 2011)

Tabela 2.1: Combinações de probabilidades a usar na implementação do MEP.

Número de iterações	Valores a usar
1	$X_{1+} X_{2+}$
2	$X_{1-} X_{2-}$
3	$X_{1+} X_{2-}$
4	$X_{1-} X_{2+}$

Feitas as n combinações necessárias, a distribuição probabilística da variável dependente, do tipo $y = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ é dado por:

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^{2^n} P f_i \quad (2.11)$$

onde os valores de ponderação P são dados por $\frac{1}{2^n}$, f_i representam avaliações sucessivas de uma dada função f em todas as combinações possíveis das variáveis aleatórias, nos locais dos pontos estimados, ou seja, $\bar{x}_n - \sigma_{x_n}$ e $\bar{x}_n + \sigma_{x_n}$.

A variância dos valores da variável y é dado por:

$$Var(y) = \sum_{i=1}^{2^n} P f_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{2^n} P f_i \right)^2 \quad (2.12)$$

Um pressuposto fundamental para aplicação deste método é que todas as variáveis aleatórias devem apresentar uma distribuição normal. O uso de outra distribuição pode levar à diminuição da exatidão dos resultados.

Pelo facto de ser um método de amostragem, o MEP torna-se bastante simples de utilizar. Assim para a sua implementação seguem-se os seguintes passos:

- Identificar as variáveis que contribuem para a incerteza;
- Estimar a média das variáveis, bem como o desvio padrão associado;
- Executar 2^n iterações, combinando os valores máximos e mínimos de cada variável;
- Através do uso de métodos determinísticos calcular a variável dependente para as 2^n combinações;
- Calcular a média e a variância dos valores obtidos.

2.5.1 Vantagens e limitações

A maior vantagem deste método está relacionado com a sua relativa simplicidade. Contudo, apesar dessa simplicidade, o MEP apresenta resultados com uma precisão elevada. A aproximação de pontos estimados torna-o bastante eficiente em termos de poder de computação e permite uma análise estatística de problemas que para outros métodos, como a simulação de Monte-Carlo, não são práticos.

Apesar da simplicidade e precisão dos resultados, o MEP só consegue analisar dados de entrada que apresentem uma distribuição probabilística normal. Qualquer variável que apresente uma distribuição diferente, terá de ser aproximada a uma normal, conduzindo a imprecisões. O número de cálculos cresce exponencialmente com o aumento de variáveis, sofrendo assim, segundo Hammah *et al.* (2009), do "problema da dimensionalidade". Este aumento de cálculos acresce uma maior necessidade no poder computacional. Modificações ao método, que reduzem o número de pontos estimados, já foram realizadas (Harr,(1989),Hong(1998)). Contudo, estas modificações levam os pontos de ponderação para zonas longe da média, com o aumento das variáveis. Tal situação leva a que os valores de entrada possam estender-se para lá dos domínios válidos.

Finalmente, este método apresenta como grande limitação o facto de não conseguir lidar com as heterogeneidades presentes nos maciços, tendo estas de ser tratadas à parte. Este facto é muito importante, já que, por exemplo o aparecimento de tensões localmente concentradas, causado por maciços muito heterogéneos, pode alterar os modos de rotura de uma estrutura geotécnica.

2.6 Aplicação de métodos probabilísticos

Nos últimos anos tem aumentado o recurso a métodos probabilísticos para analisar a estabilidade de obras geotécnicas. Isso é devido, em parte, ao aumento do conhecimento nesta área que tem permitido o aparecimento de métodos relativamente mais simples de usar.

Sucintamente, podemos definir que uma análise probabilística está compreendida em duas fases distintas, sendo elas a caracterização estatística das incertezas e a análise probabilística da estabilidade. Esta última surge inserida na obtenção dos parâmetros e das suas respetivas variações (média e desvio padrão).

A aplicação destes métodos tem sido mais usada para avaliar a estabilidade de taludes. Um número abrangente de autores já realizaram várias análises recorrendo a vários métodos probabilísticos (Juang *et al.* (2000), Cherubini *et al.* (2000), Lawton e Forrest (1996). De acordo com Hammah *et al.* (2009), que aplicaram o método das estimativas pontuais e o método de Monte Carlo, a introdução destes métodos consegue prever de uma forma correta a probabilidade de ruptura dum talude. Estes autores analisaram também os deslocamentos e as tensões associados a esta análise. Christian *et al.* (1994), usando o MSOPM, realizou uma avaliação dos diques no projeto da *James Bay*. O resultado mais significativo deste trabalho foi que o uso deste método providencia uma base racional para estabelecer uma fator de segurança para ser usado na fase de concepção.

Segundo o trabalho de Chandler (1996), em que foi feita a avaliação da estabilidade de um talude usando o método probabilístico de Monte Carlo. Foi concluído que este método fornece uma metodologia prática e lógica para analisar grandes quantidades de dados que são necessários considerar numa análise probabilística.

A aplicação de métodos probabilísticos a obras subterrâneas tem ainda uma expressão relativamente pequena. Contudo, começaram a surgir nesta área trabalhos interessantes (Chuang *et al.* (2007), Thacker *et al.* (1996). Como exemplo disso há o caso da abordagem proposta por Valley, *et al.* (2010), em que foi analisado o comportamento de um túnel recorrendo ao MEP. Neste estudo é apresentada uma análise que permite determinar a percentagem da secção do túnel que poderá ser afetada por mecanismos de ruptura de nível elevado. Ainda nesta análise, foi concluído que recorrendo a estes métodos, é possível otimizar o sistema de suporte e assim obter uma diminuição dos custos. Deste estudo ainda se pode retirar que o uso destes métodos apresentam uma boa solução para lidar com as incertezas e a variação pontual das características geomecânicas.

2.7 Considerações finais

Analisando com mais atenção cada método, a simulação de Monte Carlo, apesar de ser muito simples de usar, a variabilidade deste método exige a realização de muitas iterações o que obriga a um grande esforço a nível computacional. Por outro lado, este número de iterações poderá não ser suficiente para se obter um elevado nível de confiança, para a um número elevado de variáveis.

Segundo Valley *et al.*(2010), o MEP, quando usado com consciência das premissas e potenciais limitações, oferece um modo muito eficiente para considerar as incertezas nos cálculos através do método dos elementos finitos.

Segundo Suchomel e Masín (2009), o método MPOSM é muito aplicado a problemas geotécnicos, uma vez que pode ser utilizado em combinação com ferramentas numéricos determinísticos existentes sem a necessidade de quaisquer modificações e em situações normais que proporciona resultados com uma precisão razoável.

Como considerações finais pode concluir se que qualquer destes métodos apresentados consegue lidar com a incerteza estatísticas presente nas características geomecânicas. Contudo, segundo Griffiths *et al.*(2002), nenhum destes métodos se apresenta capaz de lidar com as heterogeneidades presentes no maciço.

Capítulo 3

Teoria dos campos aleatórios (Random Field Theory)

3.1 Introdução

Os solos são materiais geológicos formados por processos naturais, ao longo do tempo, podendo ser transportados por meios físicos para as suas localizações atuais ou ser gerados a partir da rocha mãe sem ter sofrido transporte. Ao longo destes processos, os maciços são submetidos a alterações ao nível das tensões e mudanças físico-químicas. Assim, não é surpreendente que as propriedades físicas dos solos variem de ponto para ponto, originando uma grande variabilidade e heterogeneidade nas características geomecânicas do maciço. Isto pode ser constatado na Figura 3.1, onde está representado um corte longitudinal da secção de um túnel. Ao longo da secção do túnel, a variabilidade e a heterogeneidade do solo originam o aparecimento de zonas com uma rigidez inferior, o que leva ao aparecimento de regiões, que se encontram dentro do limite de rotura.

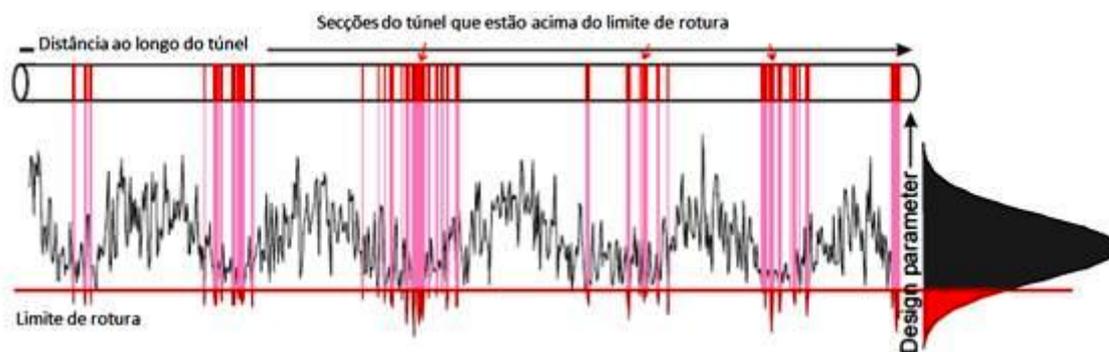


Figura 3.1: Variação do limite de rotura ao longo da secção de um túnel (Phase2, (2011))

Os modelos probabilísticos anteriormente referidos lidavam com o problema da variabilidade, usando apenas as propriedades estatísticas da média e do desvio padrão. Estas

propriedades estatísticas são úteis. Contudo, segundo Christian e Bacher (2003), elas combinam os dados de tal forma que escondem a informação espacial do terreno. Isso pode ser observado na Figura 3.2, em que foram considerados duas sequências de ensaios. Com medições executadas ao mesmo nível em nove orifícios consecutivos situados ao longo de uma linha. Estes dois conjuntos de dados tem a mesma média e desvio padrão, contudo estes dois grupos de ensaios refletem diferentes condições de solo. Estas diferenças não podem ser medidas e modeladas explicitamente usando apenas a média e o desvio padrão. Por isso, são necessárias outras ferramentas para avaliar a heterogeneidade do solo e traduzir essas heterogeneidades nos modelos de cálculo para a obtenção de uma resposta mais realista.

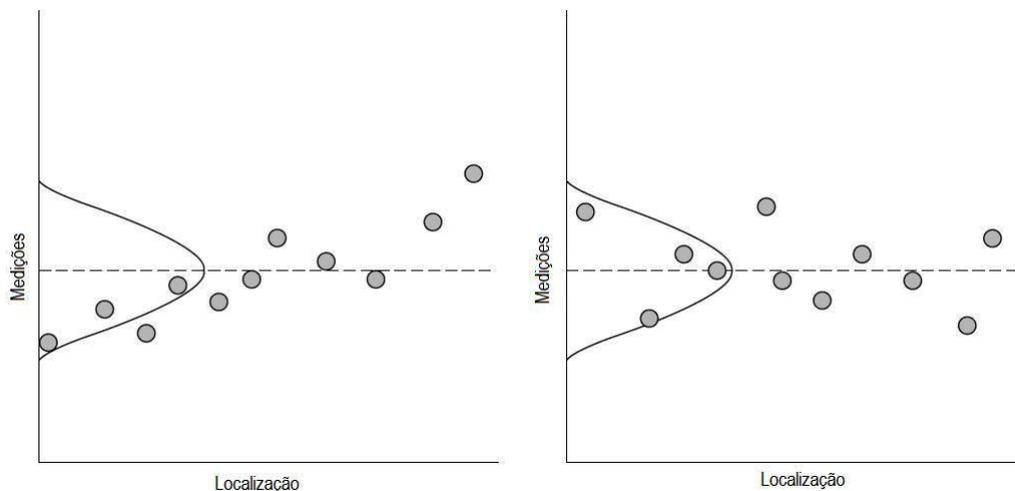


Figura 3.2: Medições em dois maciços que apresentam a mesma média e desvio padrão, mas apresentam padrões de variação espacial distintos.(adaptado Christian e Bacher, 2003)

Para uma melhor e mais realista modelação das características dos maciços, considera-se que uma abordagem estocástica poderá ser mais adequada. Os métodos de simulação estocástica, genericamente, são procedimentos que envolvem a geração de números aleatórios com o objetivo de explorar o espaço de incerteza ou campo de possibilidades de um dado fenómeno físico ou qualquer outro tipo de variável de estudo, cujo comportamento possa ser quantificado matematicamente. Aplicando esta técnica à geotecnia, surge esta nova ferramenta de cálculo em que as propriedades do maciço deixam de ser consideradas homogêneas e uniformes, passando a apresentar heterogeneidades. Segundo Jaksa (1995), para aplicar um modelo estocástico existem várias técnicas matemáticas que podem ser utilizadas:

- análise de regressão;
- teoria dos campos aleatórios;

- geoestatística;
- teoria dos fractais.

Apesar de existirem estas quatro técnicas distintas, a teoria dos campos aleatórios, proposto inicialmente por Vanmarcke (1983), apresenta-se como uma das vias mais usadas para simular a variabilidade espacial. Segundo Christian e Bacher (2003), este modelo apresenta duas grandes vantagens: (i) fornece poderosos resultados estatísticos que podem ser usados para retirar conclusões a partir de observações do campo e planejar estratégias para simplificar a amostragem espacial; (ii) fornece um veículo para a incorporação da variação espacial nos modelos geotécnicos com um grande nível de confiança. Este método, apresenta boas características para analisar a variabilidade das características dos maciços, porque para além de utilizar as propriedades estatísticas já usadas por métodos probabilísticos anteriores, média e desvio padrão, incorpora uma nova propriedade, a correlação espacial entre os valores de qualquer grandeza geotécnica.

De acordo com Fenton (1997), esta correlação pode ser explicada admitindo que os parâmetros do solo são intrinsecamente relacionados com a sua localização espacial. Pontos que estão muito próximos tendem a ter propriedades similares (os parâmetros são altamente correlacionados). Por outro lado, pontos afastados entre si, tendem a ter propriedades diferentes (parâmetros pouco correlacionados). Por outras palavras, o valor assumido pela variável num determinado ponto, tem de conter propriedades similares a pontos próximo no espaço ou no tempo. Assim, segundo Vanmarcke (1984), estas correlações espaciais não devem ser ignoradas na modelação das propriedades do solo.

3.2 Caraterização da variabilidade

A teoria dos campos aleatórios está concebida para modelar de uma forma correta as flutuações espaciais das características do maciço. Contudo, torna-se bastante complicado definir com um nível alto de certeza as características das propriedades geotécnicas ao longo de todo o maciço. A realização de ensaios, por muito detalhados que sejam, por questões técnicas e económicas só conseguem definir com detalhe certas zonas do maciço. E mesmo essas observações só conseguem caraterizar o solo nas zonas mais próximas dos locais onde foram realizados os ensaios. Com isto, surge a questão. Como definir as condições geotécnicas a distâncias consideráveis desses ensaios? Segundo Fenton e Griffiths (2008), o conhecimento de uma determinada zona pode servir para caraterizar a variabilidade de outras zonas, para as quais não existe informação. Para esta extrapolação de conhecimento ser feita, é preciso fazer as seguintes considerações na caraterização da variabilidade espacial: i) como as características do solo podem mudar rapidamente de

ponto para ponto, a função probabilística dessas características só pode ser usada para determinar uma simples tendência na média e na variância ii) as características das propriedades do solo mostram uma dependência espacial entre si. Isto é, zonas relativamente próximas tendem a apresentar características similares, apresentando assim uma correlação espacial.

Para ter em conta as considerações anteriormente definidas, algumas suposições podem ser feitas para simplificar o processo estocástico. Assim, para Fenton e Griffiths (2008), um campo estocástico deve ser gerado por um processo Gaussiano e deve ser considerado como homogêneo/estacionário, isotrópico e ergódico.

- **Processo Gaussiano:** Definir o processo estocástico como Gaussiano significa, segundo Christian e Bacher (2003), que a modelação pode ser feita considerando que a variabilidade pode ser dividida em duas componentes: i) uma tendência determinística ii) e uma variabilidade residual em torno dessa tendência, segundo a fórmula:

$$z(x) = t(x) + u(x) \quad (3.1)$$

em que $z(x)$ representa as propriedades do solo no local x , $t(x)$ é o valor da tendência em x e $u(x)$ simboliza a variação residual. A tendência é caracterizada de uma forma determinística por uma equação que representa um linha que se ajusta aos dados observados. O valor residual quantifica a dispersão entre a tendência e os valores observados e é caracterizado, estatisticamente, como uma variável aleatória, normalmente com média zero e variância não nula, calculada através da seguinte equação:

$$Var[u] = [\{z(x) - t(x)\}^2] \quad (3.2)$$

Assim, segundo Christian e Bacher (2003), em vez de caracterizar as propriedades do solo ponto a ponto, podem ser usadas observações limitadas para estimar uma tendência e analisar a restante variação como um valor estatístico. A situação ideal seria traçar uma linha de tendência que se ajustasse de uma forma quase perfeita aos valores observados, já que eliminaria os valores residuais. Contudo, o aumento da flexibilidade da tendência iria provocar um aumento na incerteza na estimativa dos parâmetros necessários para traçar essa linha. Num caso extremo, o número desses parâmetros iria ultrapassar o valor do número de dados observados. Assim, estes valores residuais não podem ser retirados, surgindo assim, a necessidade de saber como lidar com eles. Dado a incapacidade técnica e económica de caracterizar as propriedades do solo em todos os pontos do maciço os dados disponíveis são limitados e a capacidade analítica é finita.

- **Homogeneidade/ Estacionaridade:** considera-se que a função de densidade pro-

probabilística é independente da posição espacial dos mesmos, e depende apenas da posição relativa dos pontos. Esta suposição implica que a média, a covariância e o valor residual é igualmente constante no espaço. Assim, a homogeneidade estatística (ou estacionaridade) de um conjunto de dados é um pré-requisito importante para o tratamento estatístico dos dados geotécnicos. No sentido físico, a estacionaridade surge em solos, que são formadas com o mesmo tipo de material e que se formam sob processos geológicos semelhantes. O perfil de todo o solo dentro da zona de influência é dividido em várias secções estatisticamente homogêneas ou estacionárias, e os dados dentro de cada camada têm de ser analisados separadamente, para posterior análise estatística. Assim, a divisão do perfil do solo em secções fixas desempenha um papel crucial na avaliação de parâmetros estatísticos do solo, tais como a variância.

- **Isotropia:** O campo estocástico é definido como sendo isotrópico quando as leis da probabilidade forem as mesmas independentemente da direção analisada. As correlações entre dois pontos dependem somente das distância entre eles, e não da orientação relativa de cada um.
- **Ergodicidade:** Um campo estocástico será ergódico se a função probabilística poder ser obtida a partir de uma única avaliação do campo estocástico, isto é, se uma parcela de dados poder representar o todo.

Tendo em contas as simplificações acima referidas para caracterizar a variabilidade, o método dos campos aleatórios usa os seguintes conceitos: tendência, função de autocorrelação, função de variância e comprimento de correlação. Estes conceitos serão a seguir apresentados.

3.2.1 Tendência

Como já foi definido anteriormente, um campo estocástico é definido como sendo estacionário, isto é, a média e a variância são espacialmente constantes. Porém, essa definição pode não corresponder à realidade. Ao longo do domínio estudado, podem frequentemente ser observadas tendências distintas na média, e por vezes na variância.

Após proceder à recolha de informações sobre as características do solo, é necessário estimar o valor da média e da variância, funções que variam ao longo do espaço. Para estimar corretamente as tendências, é normalmente necessário um grande número de observações. Assim, com o objetivo de simplificar, o espaço em estudo é dividido em pequenas regiões onde se assume que a variância é espacialmente constante, permitindo, assim, estimar a variância e seguidamente a tendência. Contudo, como, em geral, não existem observações suficientes a variância é assumida como sendo globalmente estacionária.

A tendência é estimada tentando ajustar os valores observados a funções matemáticas. No caso da variância ser estacionária a tendência da média pode ser obtida, usando o método da regressão por mínimos quadrados.

$$\hat{\mu}_x^2 = \sum_{k=1}^M a_k g_k(x) \quad (3.3)$$

em que a_k representa os coeficientes desconhecidos e g_k são as funções pré-formuladas referentes às posições espaciais. Caso se pretenda definir a tendência média como linear a expressão 3.3 sofre simplificações. Assim sendo, para cada dimensão vem $g_1(x) = 1$, $g_2(x) = x$ e $M=2$. Para duas dimensões fica $g_1(x) = 1$, $g_2(x) = x_1$, $g_3(x) = x_2$ $g_4(x) = x_1x_2$. Os coeficientes a_k podem ser obtido resolvendo a equação:

$$\bar{G}^T \bar{G}a = \bar{G}^T \hat{y} \quad (3.4)$$

sendo \hat{y} o vector que representa as observações das características do solo, a o vector dos coeficientes desconhecidos e \bar{G} a matriz constituída pelas funções g_k avaliadas em cada local de observação x .

$$G = \begin{pmatrix} g_1(x_1) & g_2(x_1) & \dots & g_M(x_1) \\ g_1(x_2) & g_2(x_2) & \dots & g_M(x_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_1(x_n) & g_2(x_n) & \dots & g_M(x_n) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Com o valor da média estimado, os valores de $X(x)$ podem ser convertidos em valores estacionários: $X(X) = X(x) - \hat{\mu}(x)$. O desvio de valores é aproximadamente 0.

Na Figura 3.3, está representado um exemplo de uma linha de tendência que se tenta ajustar da melhor maneira possível aos valores obtidos através de ensaios.

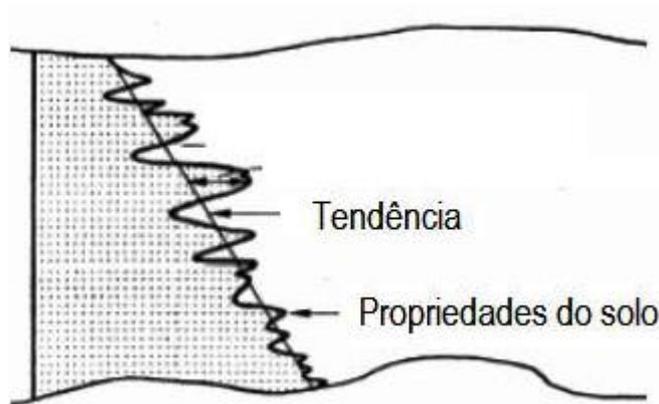


Figura 3.3: Representação da tendência,(adaptado de Vanmarcke, 1983)

3.2.2 Função de autocorrelação

A Figura 3.4 apresenta a representação de um campo aleatório ergódico, estacionário unidimensional $X(t)$, bem como a variação de um determinado parâmetro X ao longo de um espaço t . Na figura está também representado a respetiva linha de tendência (μ), bem como a variância entre a tendência e os valores observados.

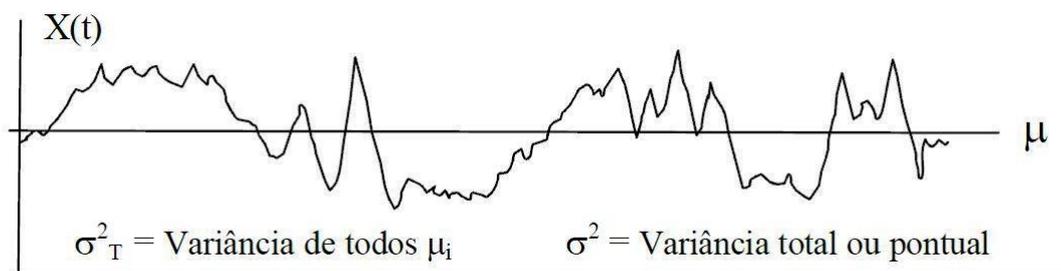


Figura 3.4: Variação residual em torno da tendência (adaptado de Costa, 2005).

Como se pode observar, a variação dos valores observados em relação à linha de tendência apresenta um valor significativo. A melhor forma de analisar estes valores residuais é assumir que existe uma correlação entre eles, isto é, apresentam uma relação estatística. Os valores positivos dos valores residuais tendem a agrupar-se, como também acontece com os valores negativos. Por outras palavras, esse agrupamento torna-se mais provável entre zonas contínuas em que o solo apresenta características similares. A existência desta correlação implica saber as características de uma determinada zona, através da informação disponível de outra. O grau de correlação desta associação é medido através do coeficiente de correlação ρ . Segundo Fenton (1997), este varia entre -1 e 1, em que valores próximos dos extremos significa que dois valores residuais são fortemente correlacionados. Finalmente, $\rho = 0$, os valores residuais não apresentam qualquer correlação entre si.

Para duas variáveis escalares (z_1, z_2) o coeficiente de correlação é dado por:

$$\rho = \frac{Cov(z_1, z_2)}{\sqrt{Var(z_1)Var(z_2)}} = \frac{1}{\sigma_{z1}\sigma_{z2}}[(z_1 - \mu_{z1})(z_2 - \mu_{z1})] \quad (3.6)$$

em que $Cov(z_1, z_2)$ representa a covariância, $Var(z_i)$ a variância, σ o desvio padrão e μ a média. As duas variáveis podem representar diferentes propriedades, que podem ser correlacionadas, ou a mesma propriedade em localizações distintas.

Considerando que a função de correlação pode ser caracterizada por uma função com dimensão comprimento designada por distância de separação (δ), esta poderá se definir como função de autocorrelação. Com o aumento da distância de separação, o valor de correlação tende a diminuir. Contudo, em distâncias de separação muito elevadas, a flutuação dos valores residuais aumenta (Christian e Bacher, 2003).

A variação da variabilidade espacial em relação a uma tendência é caracterizada pela variância e pela autocorrelação. Uma grande variabilidade impõe que a magnitude absoluta dos resíduos é grande e um grande valor de autocorrelação impõe que o comprimento de correlação da variação é longo.

A consideração da deposição das camadas do solo segue uma tendência homogênea. Por isso, a análise da tendência e dos valores residuais pode ser simplificada segundo a fórmula:

$$z(x_i) = t(x_i) + \mu(x_i) \quad (3.7)$$

em que $z(x_i)$ representa uma variável contínua, em que nos pontos i e j , relativamente próximos, os valores residuais, μ_i e μ_j , devem ser similares, sendo possível associá-los. Assim quando a distância entre as duas localizações diminui a sua associação cresce, até que a distância entre elas desaparece e elas tomam o mesmo valor, sendo a sua associação perfeita. Por outro lado, quando a distância entre os dois locais aumenta, os valores residuais tendem a ficar totalmente independentes entre si, ou seja, a associação toma um valor nulo.

A associação espacial, entre os valores residuais, pode ser definida por uma função que descreve a correlação de μ_i e μ_j , quando a distância de separação δ aumenta. Esta função é designada por função de autocorrelação, e é dada pela equação.

$$R_z(\delta) = \frac{1}{Var[\mu(x)]}[\mu(x_i)\mu(x_{i+\delta})] \quad (3.8)$$

onde $R_z(\delta)$ é a função de autocorrelação, $Var[\mu(x)]$ a variância dos valores residuais e $[\mu(x_i)\mu(x_{i+\delta})] = Cov[\mu(x_i), \mu(x_{i+\delta})]$ representa a covariância dos valores residuais separa-

dos pelo distância δ . Assim, quando a distância entre valores residuais é zero, $R_z(0) = 1$, os valores residuais são perfeitamente correlacionados. Por outro lado, o valor de $R_z(\delta)$ vai diminuindo com o aumento da distância.

Na Figura 3.5, estão representados dois exemplos de um processo em que os valores residuais se apresentam pouco correlacionados e de um processo onde os valores residuais se apresentam bastante correlacionados. Assim, quando o processo tende a ser muito correlacionado, a tendência média das propriedades tende a seguir $X(t)$ de perto com uma variação pouco significativa. Por outro lado, quando o processo é fracamente correlacionado, a variabilidade das médias tende a ser menor que a variabilidade de $X(t)$.

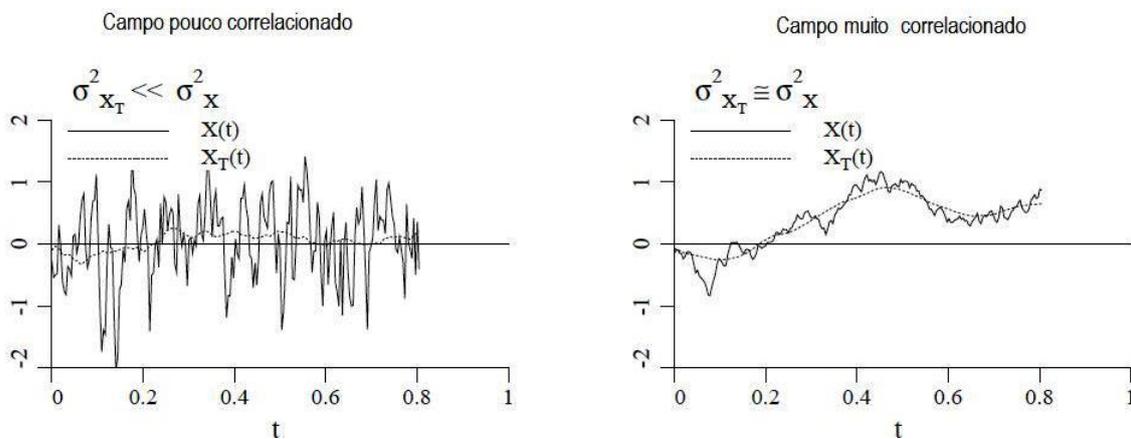


Figura 3.5: Dois exemplos de campos aleatórios (adaptado de Fenton e Griffiths, 2008).

3.2.3 Função de variabilidade

O efeito combinado da correlação espacial e da média espacial das propriedades do solo ao longo de um determinado domínio podem ser utilizados para diminuir a variância dos dados medidos no interior da zona de análise.

Considere-se a seguinte média local definida por:

$$X_T(X(t)) = \frac{1}{T} \int_{x-T/2}^{x+T/2} X(x) dx \quad (3.9)$$

que representa uma média local móvel. Assim, $X_T(X(t))$ é a média local de $X(t)$ num determinado subdomínio homogêneo T . Esta divisão apresenta um grau de realidade elevado, já que a maioria da informação que se considera é definida num domínio finito e representa uma média local do parâmetro e não o seu valor pontual. À medida que este espaço T de análise é movido ao longo do espaço, o processo média introduz um alisamento nas propriedades estudadas, que se manifesta pela diminuição da dispersão espacial

quando se considera aquele processo em vez do processo original $z(x)$.(Figura 3.6).

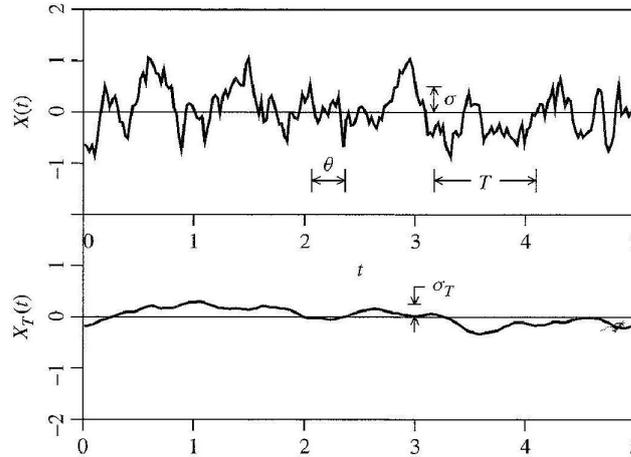


Figura 3.6: Efeito da redução da variância (adaptado de Fenton e Griffiths, 2008)

Para Fenton(1997), os dois grandes efeitos da média local são reduzir a variância e diminuir a contribuição das variações mais altas em torno da tendência.

Analisando com maior detalhe os momentos de $X_T(x)$, a média é dada por:

$$E[X_T(x)] = E\left[\frac{1}{T} \int_{x-T/2}^{x+T/2} X(x)dx\right] = \int_{x-T/2}^{x+T/2} E[X(x)]dx = E[x] \quad (3.10)$$

para um valor estacionário $X(x)$. Podemos dizer que média aritmética preserva a média do campo aleatório. Considerando agora a variância:

$$Var[X_T(x)] = E[(X_T(x) - \mu_{X_T})^2] \quad (3.11)$$

considerando que $\mu_{X_T} = \mu_x$,

$$Var[X_T(x)] = \frac{1}{T} \int_{x-T/2}^{x+T/2} [(X_t(x) - \mu_x)dx]^2 \quad (3.12)$$

devido à estacionariedade, o intervalo de estudo pode ser alterado para o domínio do comprimento T , usando um intervalo $[0, T]$. Assim o valor da variância fica:

$$Var[X_T(x)] = \sigma_x^2 \gamma(T) \quad (3.13)$$

Na expressão anterior, $\gamma(T)$ é designada como função de variabilidade, que representa a quantidade de redução de variação quando $X(x)$ é média ao longo de um espaço T . A variabilidade das propriedades do solo é medida pelo desvio padrão e a média, ao longo de subdomínios homogêneos. Quanto maior for o comprimento que se define para aligeirar a variância, maior será a flutuação em torno de μ_i que se pode anular no processo de cálculo

da média espacial. Isto faz com que a redução da variância aumente com o aumento do tamanho de T, que é dado pela expressão:

$$\gamma(T) = \frac{Var[X_T(z(x))]}{Var(z(x))} \quad (3.14)$$

Vanmarck (1977), concluiu que a função de redução estava relacionada com a função de autocorrelação, sendo que a função $\gamma(T)$ seria dada por:

$$\gamma(T) = \frac{2}{T^2} \int_T^0 (T-\delta)R_z(\delta)d\delta \quad (3.15)$$

Olhando para a equação, podemos concluir que a função de variância está relacionada com a distância de separação(δ), e com a função de autocorrelação $R_z(\delta)$. Fenton e Griffiths (2008) concluíram que o aumento da correlação dos valores residuais, faz com que a variância das média do intervalo T tenda a ser igual à variância pontual ou total. Também se pode concluir que, se a correlação entre valores fosse baixa, o valor de γ iria diminuir, causando uma diminuição na variância. Isto acontecia porque se parte do principio que os valores extremos positivos iriam compensar os valores extremos negativos. Por outro lado, se todos os pontos no intervalo $[0,T]$ fossem perfeitamente correlacionados, $R_z(\delta = 1)$, o valor de γ ficaria igual a 1, não causando nenhuma redução na variância. Analisando a Figura 3.7, onde é apresentado um exemplo com uma variação pouco significativo das propriedades do solo num intervalo com distância relativamente curta (T). Constata-se que a variância estimada no intervalo T ($\hat{\sigma}_X$) é muito menor que a variância real total (σ_X), e que a média estimada ($\hat{\mu}_X$) é consideravelmente diferente da média real do espaço total (μ_X). Porém, se a variância das médias de todo o espaço amostral fosse analisada, esta tenderia para um valor próximo da variância total.

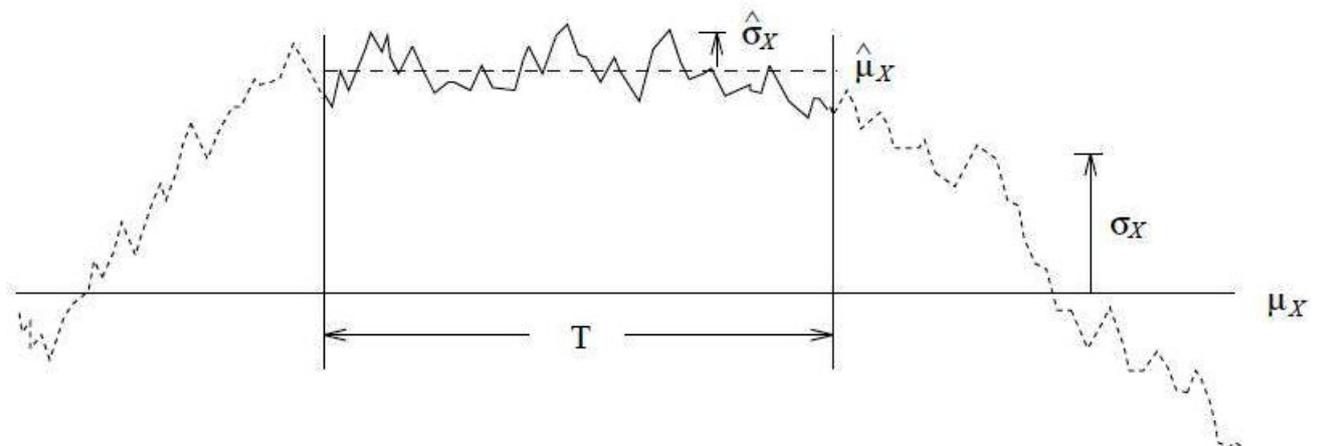


Figura 3.7: Exemplo da redução da variância (adaptado de Fenton, 1997).

3.2.4 Comprimento de Correlação

Uma medida conveniente para definir a variabilidade de um campo aleatório, é o comprimento de correlação θ , que também se pode definir como escala de flutuação. Esta propriedade pode ser definida como a distância em que duas variáveis são significativamente correlacionadas. Dois pontos separados por uma distância maior do que θ serão fracamente correlacionados.

De acordo com Vanmarcke (1984), define-se θ como a área definida pelo integral da função de autocorrelação:

$$\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} R_Z(\delta) d\delta \quad (3.16)$$

Apesar do valor de autocorrelação $R_Z(\delta)$ variar entre -1 e 1, o comprimento de correlação só apresenta significado para valores positivos da função de autocorrelação. Isto significa que um campo pode apresentar uma considerável função de autocorrelação oscilatória, cuja área de integração é nula, mas que apresenta uma correlação, positiva ou negativa, ao longo de grandes distâncias.

O comprimento de correlação também pode ser definido em termos da função de variância, segundo a equação:

$$\theta = \lim_{T \rightarrow \infty} T\gamma(T) \quad (3.17)$$

Como acontece no caso da função de autocorrelação, o facto do valor do comprimento de correlação ser finito, faz com que a função de variância tenha o seguinte limite, quando a região de redução de variância toma valores muito altos:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \gamma(T) = \frac{\delta}{T} \quad (3.18)$$

o que significa que $\frac{\delta}{T}$ pode ser usado como uma aproximação para (γ/T) , quando $T \rightarrow \delta$. É necessário uma maior aproximação para o valor de (γ/T) , quando não é conhecida com exatidão a estrutura de correlação do campo aleatório, mas para casos onde o valor de θ é conhecido, ou pode ser estimado, o valor de (γ/T) é dada por:

$$\gamma(T) = \frac{\theta}{\theta + |T|} \quad (3.19)$$

Esta equação já tem em conta com a correta limitação de $T \rightarrow \delta$, e que apresenta um valor de 1,0, quando $T = 0$.

O impacto que o comprimento de correlação apresenta na geração dos campos aleatórios é bastante significativa. Quando o comprimento de correlação é baixo, o campo gerado tende a ter variações nas propriedades bastante bruscas. Num caso extremo, quando

$\theta \rightarrow 0$, todos os pontos no campo tornam-se não correlacionados e as variações tornam-se infinitamente bruscas, tornando-se o campo bastante heterogêneo. Contudo tal cenário é totalmente irrealizável. Quando o comprimento de correlação apresenta um valor elevado a variação dos valores torna-se mais suave. Quando o valor de $\theta \rightarrow \infty$, o campo torna-se totalmente correlacionado, isto é, totalmente uniforme. Tradicionalmente, modelos probabilísticos tendem a representar a variabilidade do solo assumindo que $\theta = \infty$.

Na Figura 3.8, estão apresentados dois campos aleatórios. O primeiro apresenta um comprimento de correlação pequeno ($\theta = 0,04$), pelo que o campo gerado apresenta grandes flutuações dos valores observados em relação à linha tendência, apresentando uma grande heterogeneidade. O segundo exemplo é um campo gerado com um comprimento de correlação elevado ($\theta = 2,0$). Este campo apresenta flutuações bastante menores nos valores, sendo por isso um campo bastante homogêneo.

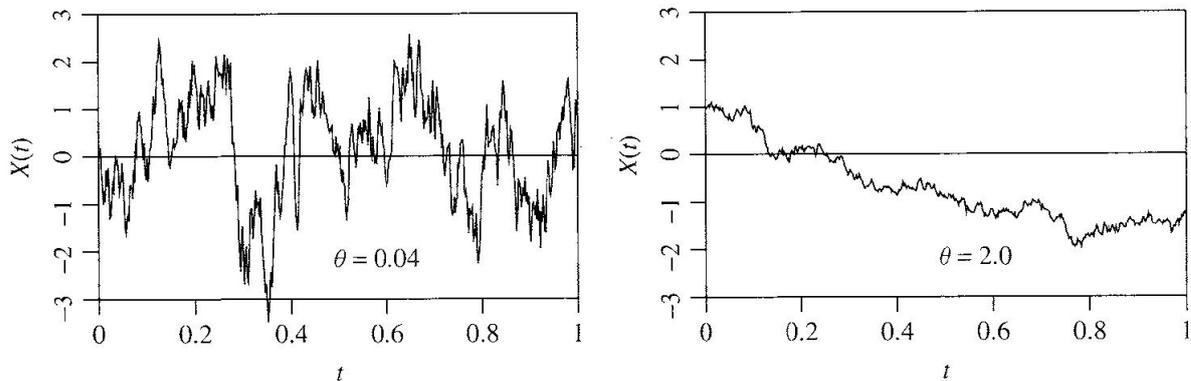


Figura 3.8: Exemplo de dois campos com dois comprimentos de correlação distintos (adaptado de Fenton, 1997)

Como verificado anteriormente, a função de autocorrelação relaciona-se com a função de variância e estas por sua vez, relaciona-se com o comprimento de correlação. Por isso, na Tabela 3.1 é apresentada uma relação entre o comprimento de correlação e as duas funções discutidas anteriormente (função de autocorrelação e função de variância). Através da análise da tabela, é possível concluir que o aumento do comprimento de correlação provoca um aumento na incerteza.

Apesar do comprimento de correlação apresentar um grande impacto na geração de campos aleatórios, o mesmo é bastante difícil de estimar. Contudo, o trabalho de Phoon e Kulwahy (1999)[Phoon e Kulhawy, 1999] sugere que o comprimento de correlação vertical

Tabela 3.1: Análise das características de um campo pouco e muito correlacionado.

Campo aleatório pouco correlacionado	Campo aleatório muito correlacionado
$T > \theta$	$T < \theta$
$R_T(z(x)) \rightarrow 0$ e $Var[X_T(z(x))] \rightarrow 0$	$0 < R_T(z(x)) < 1$ e $Var[X_T(z(x))] \rightarrow Var(z(x))$
$\gamma(T) = \frac{Var[X_T(z(x))]}{Var(z(x))} \rightarrow 0$ e $\gamma(T) < 1$	$\gamma(T) = \frac{Var[X_T(z(x))]}{Var(z(x))} \rightarrow 1$
Incerteza menor	Incerteza maior
Variabilidade mais brusca	Variabilidade mais contínua
$\downarrow \theta$ (comprimento de correlação)	$\uparrow \theta$ (comprimento de correlação)

pode ser facilmente estimados pela formula:

$$\theta_v = 0,8\bar{d} \tag{3.20}$$

em que \bar{d} representa a média das distâncias entre as interseções da linha das flutuações e a linha da função da tendência, como é exemplificado na Figura 3.9. De referir que este processo de determinação do comprimento de correlação só permite conhecer o valor vertical da correlação. Porém, segundo Fenton (1997), o comprimento de correlação deve ser mais dependente do processo geotécnico da deposição ou formação das camadas do que das propriedades específicas do solo em estudo. Assim, o valor do comprimento de correlação vertical toma uma importância superior em relação ao comprimento horizontal.

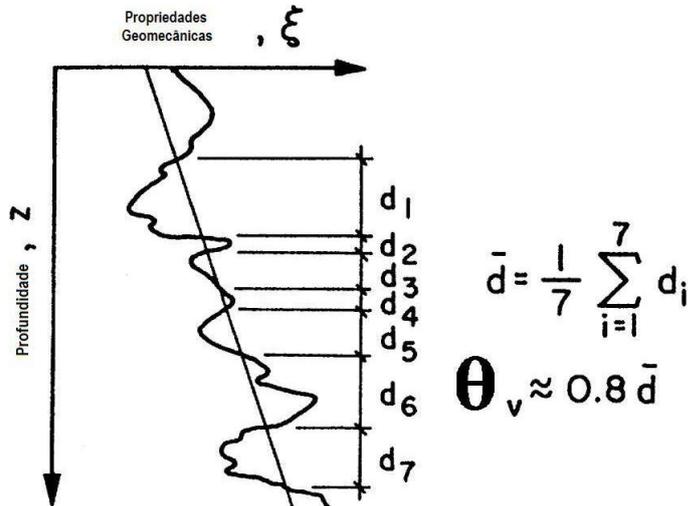


Figura 3.9: Exemplificação da forma de estimar o comprimento de correlação(adaptado de Phoon e Kulwaly, 1999)

Uma outra abordagem para a definição do comprimento de correlação é apresentada por Maşín e Suchomel (2011). Aqui θ é determinado,através do ajuste da expressão de

Markov aos dados observados:

$$\rho = \exp\left[-2\sqrt{\frac{\tau_h \tau_v}{\theta_h \theta_v}}\right] \quad (3.21)$$

em que ρ é o coeficiente de correlação, τ_h representa a distância horizontal entre dois dados observados, τ_v a distância vertical e θ_v e θ_h são os comprimentos de correlação na vertical e horizontal, respetivamente.

Fazendo uma pesquisa bibliográfica sobre o valor do comprimento de correlação, é possível constatar que a informação sobre esta propriedade estatística é significativamente menor do que a informação de outras propriedades como a média e o desvio padrão. Contudo, é possível encontrar valores de referência que podem ser utilizados em análises geotécnicas quando não é possível estimar, de uma forma correta, o comprimento de correlação.

Para maciços resultantes da deposição por camadas, nomeadamente maciços sedimentares, o valor do comprimento de correlação na horizontal é sempre superior ao valor na vertical. Phoon e Kulhawy (1999) concluem que a escala de flutuação na direção horizontal é cerca de uma ordem de grandeza superior à da direção vertical, confirmando que a variabilidade na vertical apresenta uma importância maior do que na horizontal. No entanto, para maciços de natureza granítica, devido à sua grande heterogeneidade, quer na vertical, quer na horizontal a razão entre os comprimentos de correlação é menor do que a existente para maciços sedimentares.

Restringindo a procura de valores de comprimento de correlação a propriedades com relevância corrente na análise de obras subterrâneas (por exemplo módulo de deformabilidade, coesão não drenada e ângulo de atrito) foram encontrados os seguintes valores:

- **Módulo de Deformabilidade (E):** Segundo os ensaios realizados por Huber *et al.* (2009), o valor do comprimento de correlação horizontal nas argilas localiza-se entre $\theta = 10m$ e $\theta = 20m$. Para areias, Jacksa *et al.* (2004), com base em resultados de ensaios do dilatómetro, obtiveram um valor para o comprimento de correlação vertical entre 0,5m e 2,5 m;
- **Coesão não drenada (c_u):** No caso das argilas, Phoon e Kulhawy (1999), usando o ensaio de molinete, obtiveram um valor para o comprimento de correlação vertical entre os 2,0 m e os 6,2 m, enquanto que para a direção vertical obtiveram valores entre os 46 m e os 60 m. Segundo Asaoka e Grivas (1982), o valor do comprimento de correlação vertical nas argilas varia entre 2,5 e 6 m. Para as areias, Soulié *et al.* (1990) concluiu que o valor do comprimento de correlação vertical se localiza entre os 2,5m e 6 m e na horizontal toma o valor de 20 m;

- **Ângulo de atrito (ϕ):** Para as areias, Soulié *et al.*(1990) concluíram que o valor do comprimento de correlação vertical se localiza entre os 2,5m e 6 m e na horizontal toma o valor de 20 m. Por outro lado, Suchomel e Masín (2011) através de ensaios definiu um comprimento de correlação horizontal de 242 m e 0,31 m na vertical.

3.3 Metodologias de modelação numérica da variabilidade espacial

De acordo com Pedro *et al.*(2012), o uso de campos aleatórios consiste, simplificada-mente, na substituição do usual campo uniforme de propriedades por um campo estocástico aleatório gerado tendo por base as distribuições estatísticas dos parâmetros que se pretendam variar. No entanto, a utilização deste método não dispensa a realização de diversas simulações de Monte Carlo, visto que cada cálculo tem um campo aleatório único, originando resultados distintos que só são possíveis de padronizar através de um conjunto significativo de análises. A geração do campo aleatório pode ser efetuada recorrendo a diversos algoritmos (Fenton, 1994), sendo eles :

- Método da simulação de campos aleatórios através de subdivisão de média local;
- Método da transformada discreta de Fourier;
- Método da decomposição da matriz de correlação;
- Método da transformada de Fourier rápida (FFT);
- Método das *turning bands*;

Apesar da existência dos 5 métodos nesta dissertação é apenas aplicado o método da decomposição da matriz de correlação, já que é o método usado pelo software adotado neste trabalho, o Tochnog (Roddeman, 2011).

Considere-se um vetor X composto por números aleatórios estatisticamente independentes $x_1, x_2..x_n$, (em que n representa o numero de elementos usados na malha de elementos finitos), com uma distribuição probabilística normal e com uma média 0 e um desvio padrão 1. Com estas condições o vetor é gerado.

A matriz de correlação K , que representa o coeficiente de correlação entre cada elemento usado na malha de elementos finitos, é preenchida. A função de correlação apresenta a

seguinte forma:

$$K = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Em que, ρ_{ij} representa o coeficiente de correlação entre os elementos i e j , e é obtido usando a função de Markov:

$$\rho_{ij} = \exp\left(-\frac{2x_{ij}}{\theta_c}\right) \quad (3.23)$$

Em que x_{ij} é a distancia absoluta entre elementos i e j (distância entre o centro de gravidade dos elemento i e j). Para casos anisotrópicos a função aparece:

$$\rho_{ij} = \exp\left(-2\sqrt{\frac{\tau_h \tau_v}{\theta_h \theta_v}}\right) \quad (3.24)$$

Nesta expressão θ_h corresponde ao comprimento de correlação na direção x e τ_h representa a distância entre dois elementos i e j na direção x . A mesma notação é aplicada para a direção y .

A matriz K é positiva definida, e por isso pode ser usada a decomposição de Cholesky para fatorizar a matriz em formas triangulares superiores e inferiores, S e S^T , respetivamente:

$$S^T S = K \quad (3.25)$$

O vector de correlação de variáveis aleatórias G (G_1, G_2, \dots, G_n), onde G_i representa a componente variável aleatória C do elemento i é calculada por:

$$G = S^T X \quad (3.26)$$

Finalmente, o valor da variável C é atribuída a cada elemento (C_i) a partir da seguinte transformação:

$$C_i = \mu_c + \sigma_{CA} G_i \quad (3.27)$$

em que σ_{CA} é calculado a partir do desvio padrão σ_C , segundo a equação 3.28 e μ_c representa a média.

A entrada dos parâmetros C , que se relacionam com a média, o desvio padrão e o comprimento de correlação espacial, é assumida ao nível pontual. Assim, devido ao tamanho finito de cada elemento, a distribuição estatística de cada ponto deve ser calculada sobre o elemento. Desta operação resulta uma redução da dispersão de σ_c (desvio padrão) no

caso de distribuições normais, segunda a equação.

$$\sigma_{CA}^2 = \gamma \sigma_C^2 \quad (3.28)$$

em que γ é a função de redução da variância, que é calculada pela função de integração de Markov, ao longo de espaço de amostragem l :

$$\gamma = \frac{4}{l^4} \int_l^o \int_l^o \exp \left(-2 \sqrt{\left(\frac{x}{\theta_{Cx}} \right)^2 + \left(\frac{y}{\theta_{Cy}} \right)^2} \right) \quad (3.29)$$

Na Figura 3.10, é apresentado um exemplo de um campo aleatório, usando o programa de cálculo Tochnog. Aqui pode-se ver claramente que a geração das propriedades deixam de ser homogêneas, apresentando variabilidades pontuais ao longo do maciço, simulando desta forma um meio estratificado

Para implementar a metodologia de um abordagem estocástica, seguindo a Teoria dos Campos Aleatórios devem ser seguidos os seguintes passos:

- Definir quais as variáveis aleatórias (com nível de incerteza relevante) e os parâmetros das suas distribuições probabilísticas;
- Identificar e calcular a tendência nos valores observados;
- Calcular a correlação espacial entre pontos;
- Criar o modelo numérico de análise;
- Gerar um campo estocástico utilizando as correlações espaciais;
- Recorrendo a métodos aproximados, ou método de Monte Carlo, executar a análise probabilística.

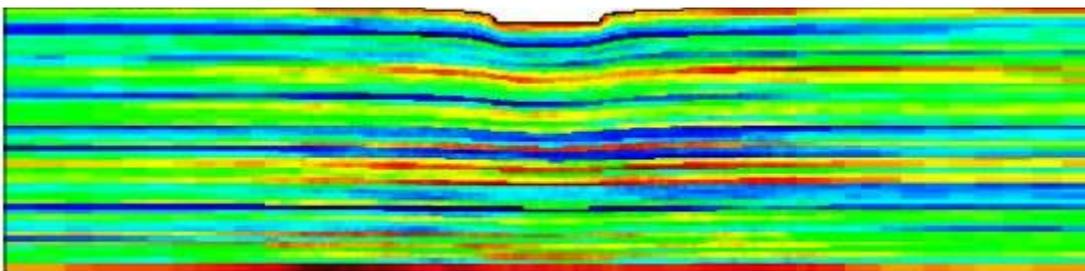


Figura 3.10: Exemplo de um campo estocástico (adaptado de Mašín e Suchomel, 2011)

3.4 Aplicação da análise estocástica

Recentemente têm aumentado o recurso a métodos estocásticos para analisar a estabilidade de obras geotécnicas. Isso é devido, em parte, ao aumento do conhecimento nesta área que tem permitido o aparecimento de métodos mais eficazes para aplicação da metodologia.

Shen e Fu (2011), consideraram a variabilidade espacial na análise da estabilidade de um talude, usando para isso o método de Monte Carlo, e a teoria dos campos estocásticos. A principal conclusão deste trabalho foi que a correlação das características tem uma grande influência no que diz respeito à análise da probabilidade de ruptura do talude. Ainda no âmbito da análise de estabilidade de taludes, Hicks e Samy (2004) concluíram que a consideração da variabilidade espacial na análise é um fator muito importante para conseguir acomodar a heterogeneidade do solo, permitindo assim prever o comportamento correto do taludes.

Masín e Sucomel (2011), consideram na análise a variabilidade espacial dos parâmetros do solo, bem como a correlação entre pontos, chegando a conclusões muito idênticas aos estudos referidos anteriormente. Simões *et al.* (2012) realizaram a análise de uma fundação superficial recorrendo à teoria dos campos estocásticos. Acerca deste trabalho, concluíram que a capacidade resistente média de um solo respondendo em condições não drenadas, considerando a variabilidade inerente ao mesmo, é sempre menor que o valor da capacidade resistente determinística, calculado com base no valor médio.

A aplicação de métodos estocásticos a obras subterrâneas tem ainda uma expressão relativamente pequena. Contudo começaram a surgir recentemente trabalhos relevantes. Como é o caso do trabalho de Hu e Huang (2007), em que o propósito do estudo passava exatamente por analisar o comportamento de um túnel tendo em conta a variabilidade espacial. Nesse trabalho, aplicando a teoria dos campos aleatórios, foi sendo introduzido o conceito da correlação espacial, tentando perceber de que forma esta alterava os resultados relativos aos deslocamentos do túnel. Como principais conclusões, esse trabalho remete para a necessidade de serem executados mais estudos nesta área, com o objetivo de ser possível descrever de uma forma mais exata o comportamento do solo.

Num trabalho mais recente, Miranda (2011), aplicando a teoria dos campos aleatórios, analisa os efeitos que a escavação de um túnel tem na bacia de subsidência. Conclui que a metodologia apontada permite estabelecer valores característicos – quantilhos superiores – de assentamento e de volume de subsidência, úteis na definição de critérios de gestão de segurança de escavação em situações de inexistência de rotura da escavação. O caso de

obra analisado permite mostrar que esta metodologia é adequada na previsão dos assentamentos, uma vez que consegue explicar a dispersão nos resultados observados. Pedro *et al.*(2012), também executaram a análise do comportamento de um túnel segundo uma abordagem estocástica. Nesse trabalho ficou bem patente que a variabilidade introduzida condiciona o comportamento do maciço face à escavação, amplificando significativamente e tornando assimétricas quer as deformações quer os esforços mobilizados no suporte.

3.5 Considerações finais

Os solos e as rochas são um material que possui uma grande variabilidade e heterogeneidade. Estas características introduzem uma grande incerteza que, por sua vez, conduz a um aumento dos riscos nas obras geotécnicas. Por isso, torna-se muito importante entrar em consideração com a variação espacial. Os métodos probabilísticos mais simples são apenas baseados nas características pontuais do material, não tendo em conta qualquer correlação espacial entre pontos.

A utilização de métodos baseados na teoria dos campos estocásticos permite que os engenheiros entrem em conta com a variação espacial das características dos maciços. Esta abordagem permite que seja possível compreender melhor os mecanismos associados, aumentando assim a fiabilidade das análises e consequentemente a economia e a segurança.

Como limitações existentes neste método, podemos enumerar principalmente duas. A primeira prende-se com o facto das técnicas usadas para a determinação do comprimento de correlação necessitarem de uma grande quantidade de informação. A segunda está relacionada com a necessidade de caracterizar um campo aleatório a partir de uma realização, isto é, caracterizar outros locais a partir da análise de um determinado local.

Capítulo 4

Análise paramétrica estocástica e probabilística de um caso teórico

4.1 Introdução

A incerteza associada às obras subterrâneas, como já foi observado anteriormente, é um importante fator a ter em conta aquando do projeto e construção de obras geotécnicas. Assim, neste capítulo são aplicados conceitos descritos nos capítulos 2 e 3, com o objetivo de estudar a influência que a variabilidade e a heterogeneidade dos maciços têm no comportamento de obras subterrâneas, de forma a permitir uma melhor gestão da incerteza associada.

Para analisar a influência da variabilidade e da heterogeneidade no comportamento de obras subterrâneas, decidiu utilizar-se a técnica dos campos estocásticos para a sua modelação numérica. Assim, foi utilizado um programa capaz de gerar estes campos. Esse programa de cálculo designado por Tochnog (Roddeman, 2011), usa um método baseado na decomposição da matriz de correlação de Cholesky, para gerar campos estocásticos.

Assim, efetuou-se o estudo de um caso teórico recorrente no meio geotécnico, relativo à escavação de um túnel circular. A influência da variabilidade e da heterogeneidade foi analisada através da análise dos deslocamentos em torno do túnel. Nesse sentido, foram registados os deslocamentos verticais no teto e na soleira, pontos 1 e 2, respetivamente e os deslocamentos horizontais nos hasteais, pontos 3 e 4 (Figura 4.1 a). Também foram avaliados os deslocamentos verticais à superfície, ponto A, e os deslocamentos em profundidade, desde o ponto A até ao teto do túnel (Figura 4.1 b). Estes deslocamentos têm uma importância muito significativa durante a construção do túnel, já que os limites de alarme e alerta são normalmente definidos pelos valores dos assentamentos e das convergências. Na análise efetuada, foi utilizado o método dos campos estocásticos e o método probabilístico simplificado das estimativas pontuais (MEP) desenvolvido por Rosenblueth. Os

resultados obtidos foram comparados com a abordagem tradicional determinística.

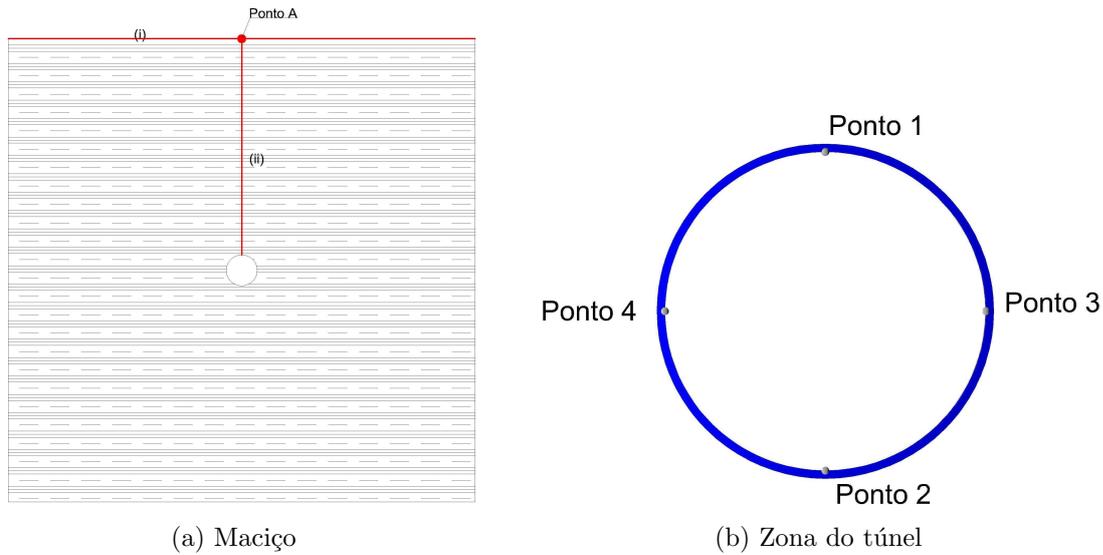


Figura 4.1: Deslocamentos medidos.

O caso teórico em estudo consiste num túnel com 8 m de diâmetro escavado numa argila em que se considerou o seu comportamento como não drenado. Para que as condições de fronteira não influenciassem os resultados, o modelo possui uma largura de 120 m e a distância do centro do túnel à fronteira inferior é três vezes o seu diâmetro .

Foi criada uma malha de elementos finitos com 2014 pontos e 3802 elementos triangulares com uma dimensão máxima de 3 m. O tamanho dos elementos foi condicionante, já que este foi definido tendo em conta o comprimento de correlação mínimo usado, e de modo a não interferir nos resultados. A utilização de elementos quadrados conduz, em geral, a melhores resultados de que o recurso a elementos triangulares. No entanto, esta opção não permite reproduzir com precisão a geometria do túnel pelo que se optou por usar elementos triangulares. Os deslocamentos horizontais são impedidos nas fronteiras laterais e na fronteira inferior restringiu-se os deslocamentos nas direções horizontal e vertical. O modelo encontra-se representado na Figura 4.2.

O solo escavado corresponde a uma argila com um peso volúmico de 21 kN/m^3 . Foi adotado um estado de tensão gravítico com um coeficiente de impulso em repouso, K_o , de 0,5.

Segundo Pedro et al. (2011), a simulação numérica da escavação de túneis através de análises bidimensionais requer o uso de simplificações essencialmente por dois motivos: (i) para atender aos efeitos tridimensionais gerados pela escavação e que, por norma, se traduzem numa redistribuição, por efeito de arco, das tensões libertadas para o maciço circundante e/ou para o suporte já instalado; (ii) e para levar em conta o atraso temporal com que o suporte é normalmente instalado face à frente da escavação.

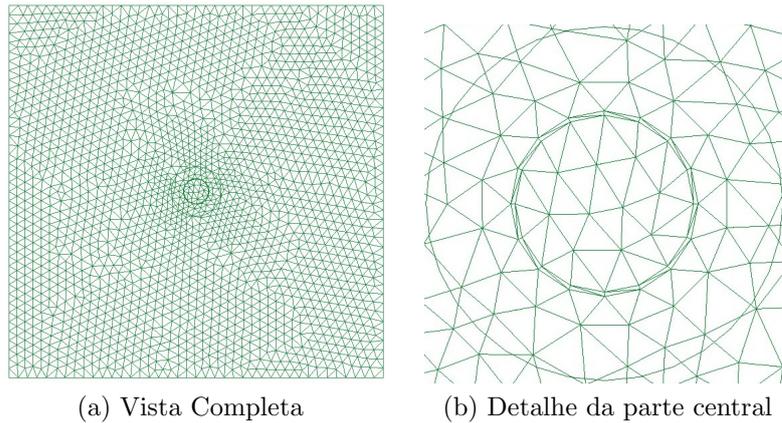


Figura 4.2: Malha de elementos finitos usada.

No presente estudo, para fazer face a essas limitações, foi definido que na análise numérica a escavação iria ocorrer em duas fases distintas. Numa primeira fase, o túnel é escavado de uma forma não suportada permitindo-se, no entanto, que apenas uma percentagem das tensões resultantes da escavação seja libertada (traduzida pelo coeficiente de alívio α), introduzindo-se desta forma o atraso decorrente entre o avanço da escavação e a colocação do suporte. Numa segunda fase, o suporte é instalado e o remanescente das tensões no interior da escavação é libertado ($1-\alpha$) atingindo-se desta forma o equilíbrio final. Para definição deste parâmetro α foi usado o método convergência-confinamento, sendo calculado um valor de 70%. O suporte foi simulado através de elementos triangulares e um comportamento linear elástico com um módulo de deformabilidade igual a 10 GPa.

Os parâmetros geomecânicos em que se considerou a variabilidade neste estudo foram o módulo de deformabilidade (E), a coesão não drenada (c_u) e o ângulo de atrito (ϕ). De referir que a escolha destes três parâmetros como variáveis aleatórias deveu-se ao facto de estes serem parâmetros com elevada influência nos deslocamentos à superfície e nas deformações em torno do túnel, e por a estes estar normalmente associada uma incerteza considerável.

Com o intuito de tornar a modelação o mais realista possível, optou-se por utilizar para a média e para o coeficiente de variação, os parâmetros sugeridos por Miranda (2011) representados na tabela 4.1. Foi considerado para estas variáveis aleatórias uma distribuição probabilística normal. Contudo, as mesmas foram truncadas para evitar valores irrealistas em particular valores negativos dos parâmetros. Apesar de na realidade existir uma certa correlação entre os parâmetros considerados, para simplificar os cálculos, neste trabalho foi admitido que não existiria correlação entre eles. Segundo Mašin e Suchomel (2009) a consideração desta correlação entre os parâmetros tem pouca influencia nos resultados finais.

Tabela 4.1: Parâmetros geomecânicos adotados: média e covariância (adotado de Miranda, 2011).

Parâmetros	Média	Coeficiente de Variação Intervalo de Variação %	Coeficiente de Variação Valor médio %
Ângulo de Atrito (ϕ)	15,3 °	[10,50]	21
Coesão não drenada (c_u)	276 kPa	[11,49]	22
Módulo de Deformabilidade (E)	40 MPa	[2,42]	30

4.2 Análise numérica

4.2.1 Método das estimativas pontuais (MEP)

Os valores usados nesta modelação determinística e probabilística foram os valores médios das variáveis aleatórias, representadas na Tabela 4.1

Como primeiro método probabilístico, foi usado o método das estimativas pontuais. Este método, como já foi referido anteriormente, é muito usado em problemas geotécnicos como é o caso de estabilidade de taludes e fundações. Apesar de dar adequada resposta à incerteza e à variabilidade presente nos maciços, este método não consegue simular os efeitos da heterogeneidade Valley *et al* (2010). Assim, os modelos gerados por este método apresentam sempre campos uniformes, no que diz respeito aos valores dos parâmetros das variáveis aleatórias.

Para a aplicação do MEP, é necessário criar 2^n modelos, em que n significa o número de variáveis aleatórias, que neste caso serão 3, logo foi necessário realizar 8 modelos. Os valores dos parâmetros a usar em cada modelação estão apresentados na tabela 4.2. Estas combinações são obtidas através de todas as combinações possíveis da média somando ou subtraindo o desvio padrão a cada uma das variáveis aleatórias.

Tabela 4.2: Valores dos parâmetros usados em cada cálculo.

Cálculo	E(MPa)		c_u (kPa)		(ϕ) °	
	28	52	215,28	336,72	12,087 °	18,513 °
1	X		X		X	
2		X		X		X
3		X	X		X	
4	X			X	X	
5	X		X			X
6		X	X			X
7	X			X		X
8		X		X	X	

Os resultados obtidos com o MEP são apresentados na Figura 4.3, onde são também apresentadas as curvas obtidas com o método determinístico.

Comparando os resultados do MEP com os resultados do método determinístico tradicional, pode-se concluir que o valor determinístico se encontra dentro do intervalo de um desvio padrão e muito próximo da média do MEP. Também se pode verificar que a média dos deslocamentos à superfície (assentamento máximo da bacia de subsidência), usando o método MEP, apresenta um valor superior ao valor determinístico, concluindo-se que a abordagem determinística não apresenta o resultado mais conservativo.

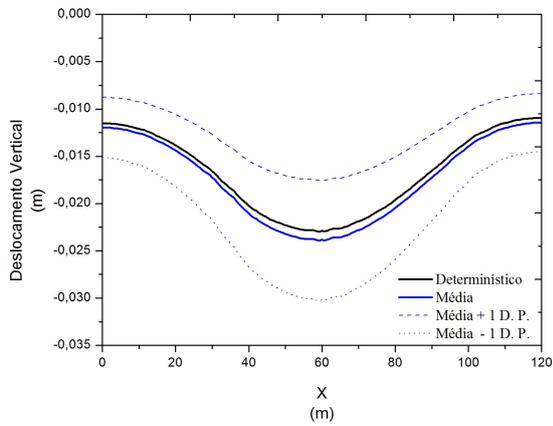
Na Figura 5.7 são apresentados os resultados das 8 modelações executadas, quer para os deslocamentos à superfície quer para os deslocamentos verticais em profundidade. Como é possível observar, nos resultados das 8 modelações os deslocamentos caracterizam-se como sendo simétricos, tendo todos a forma semelhante a uma curva de Gauss invertida. A única alteração surge nos valores desses deslocamentos, mostrando que, como seria expectável, o método MEP não tem em conta as heterogeneidades do maciço que iriam provocar assimetrias no padrão da curva da bacia de subsidência.

Tendo em conta o facto de terem sido calculados deslocamentos usando 8 cálculos em que se variava as propriedades do material, foi feito um estudo para verificar a forma como a variação de cada variável influenciava os deslocamentos verticais no ponto A. Como se pode verificar na Tabela 4.3, o maior valor de deslocamento acontece quando o valor das variáveis é mínimo, e apresenta o menor valor quando as referidas variáveis são máximas. Analisando apenas cada uma das variáveis individualmente, facilmente se conclui que aquela que mais influencia o valor dos deslocamentos é o módulo de deformabilidade (E), já que a sua variação entre valor máximo e mínimo provoca grandes alterações no valor do deslocamento. Tomando como exemplo os valores mínimos dos parâmetros de resistência, a passagem de E de 28 MPa para 52 MPa conduz a uma diminuição de 40 % no valor do assentamento máximo à superfície. Quando se usam valores máximos dos parâmetros de resistência, a diminuição de E de 28 MPa para 52 MPa conduz também a uma diminuição de 40 % no valor máximo do assentamento à superfície. Isto confirma que o módulo de deformabilidade é a propriedade com maior influência no valor dos deslocamentos à superfície. Como a variação é a mesma independentemente dos valores dos parâmetros de resistência, conclui-se que o comportamento do maciço à superfície é aproximadamente elástico existindo poucas zonas plastificadas.

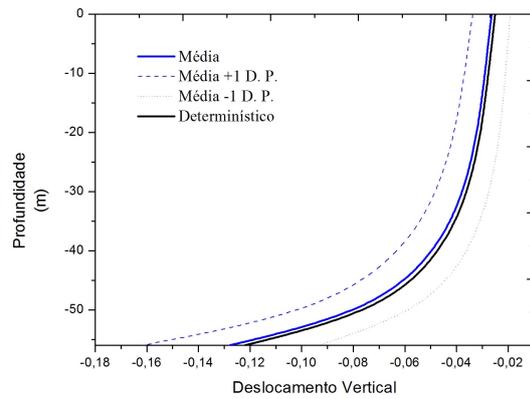
Na Figura 4.5 representa-se um histograma dos deslocamentos no ponto A, bem como o valor do deslocamento máximo obtido pelo método determinístico. Aqui é facilmente verificado que o valor do deslocamento determinístico se situa muito próximo da média

Tabela 4.3: Deslocamentos no ponto A, nos 8 cálculos efetuados

Cálculo	Deslocamento (m)
1	-0,0763
2	-0,0251
3	-0,0458
4	-0,0547
5	-0,0485
6	-0,0291
7	-0,0419
8	-0,0328

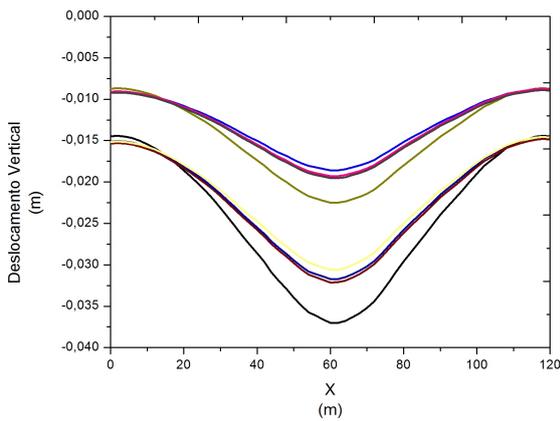


(a) Bacía de subsidência

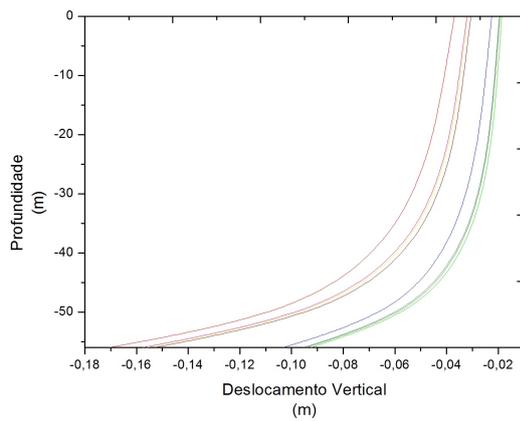


(b) Profundidade

Figura 4.3: Comparação dos deslocamentos usando o método MEP e o método determinístico.



(a) Bacía de subsidência



(b) Profundidade

Figura 4.4: Conjunto dos 8 cálculos usados no método MEP.

do modelo probabilístico e é um pouco superior a esse método.

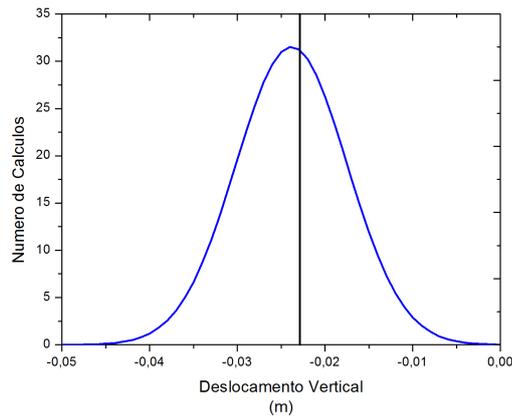


Figura 4.5: Histograma dos deslocamentos no ponto A

Fazendo uma análise mais centrada no comportamento do túnel, na Figura 4.6 é apresentado o resultado do deslocamento total na zona envolvente do túnel, segundo uma abordagem determinística e duas modelações usadas na abordagem probabilística. Pode-se constatar que, quer na abordagem probabilística quer na abordagem determinística, os deslocamentos apresentam uma simetria quase perfeita, quer em relação a um eixo vertical quer a um eixo horizontal, passando pelo centro do túnel. A grande diferença continua a estar apenas nos valores do deslocamento. Como exemplo, no caso determinístico o valor mais elevado do deslocamento total é 0,122 m, enquanto no caso do MEP o valor mais elevado é 0.175 m.

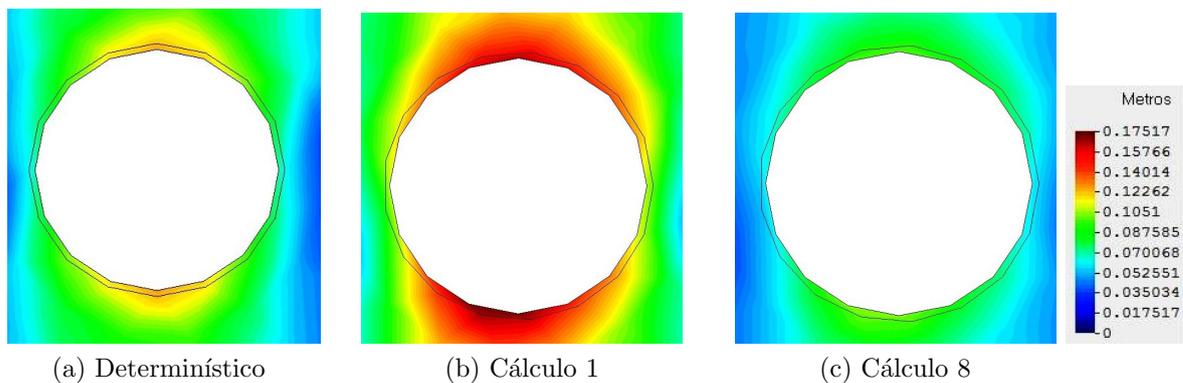


Figura 4.6: Norma dos deslocamentos totais finais.

Na Figura 4.7 estão representados os histogramas dos deslocamentos nos quatro pontos do túnel representados na Figura 4.1. Como acontece à superfície, aqui os valores determinísticos situam-se muito próximos da média dos valores do modelo probabilístico. De salientar que o nível de incerteza relacionado com os deslocamentos expectáveis nos pontos 1 e 2 é maior do que nos pontos 3 e 4, isto é traduzido por um maior desvio padrão nos dois primeiros pontos.

Este tipo de análises é muito útil porque permite perceber se existe a possibilidade da ocorrência de deformações relativamente elevadas. Esta informação pode posteriormente ser usada para controlar melhor o risco ao longo da concepção da obra geotécnica.

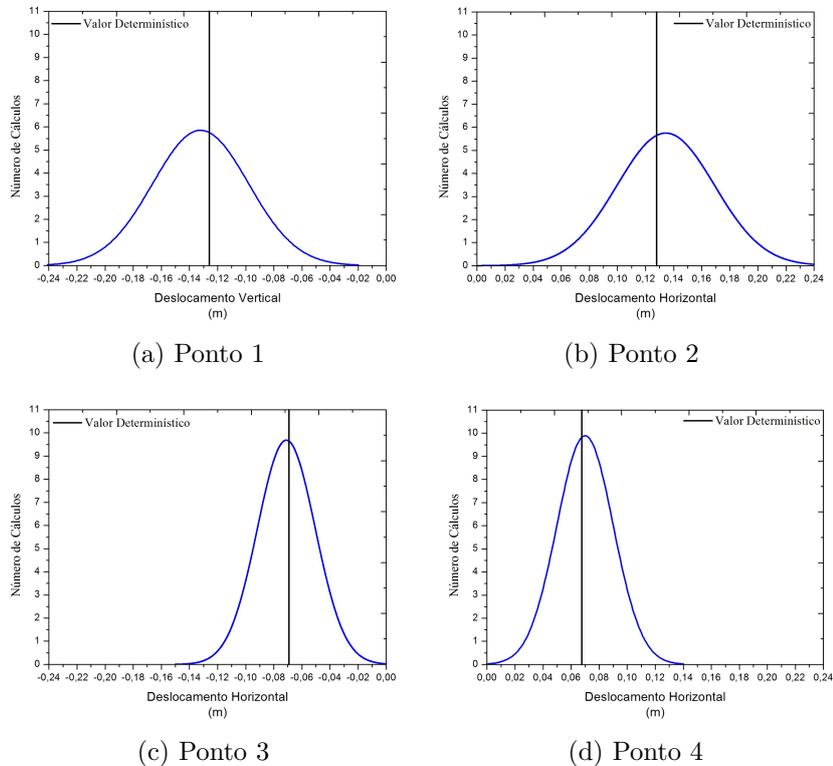


Figura 4.7: Histograma dos deslocamentos na zona do túnel.

4.2.2 Campos Estocásticos

Na aplicação do método estocástico são utilizados as duas propriedades estatísticas do método anterior, nomeadamente a média e o desvio padrão. No entanto, para a aplicação deste método é necessário definir uma terceira propriedade estatística, o comprimento de correlação .

Para os valores da média e do desvio padrão, foram usados os mesmos valores que no cálculo probabilístico. Contudo, para o valor referente ao comprimento de correlação, conforme discutido no capítulo 3.2.4, para simplificar o cálculo foi admitido um comprimento de correlação idêntico para todas as variáveis. Assim, fixou-se para o comprimento de correlação horizontal a média dos valores propostos por Huber et al. (2009). Para o comprimento de correlação na direção vertical considerou-se que este apresenta um valor dez vezes menor que o da correlação horizontal, para simular uma maior heterogeneidade na direção vertical e traduzir a estratificação do solo. Assim, optou-se por definir um comprimento de correlação idêntico para as três variáveis aleatórias, com um valor de 42,5 metros na horizontal e 4,25 m na vertical.

A abordagem dos campos aleatórios como já foi referido anteriormente, permite considerar a variabilidade, incerteza e heterogeneidade em problemas geotécnicos. Na Figura 4.8, é mostrado um exemplo de 3 campos aleatórios criados para cada uma das variáveis consideradas aleatórias. Nessa Figura pode-se verificar que os três parâmetros variam no espaço aleatoriamente dentro do intervalo definido pelas suas médias e covariâncias, criando um meio geotécnico muito mais realista do que aqueles definidos por abordagens determinístico.

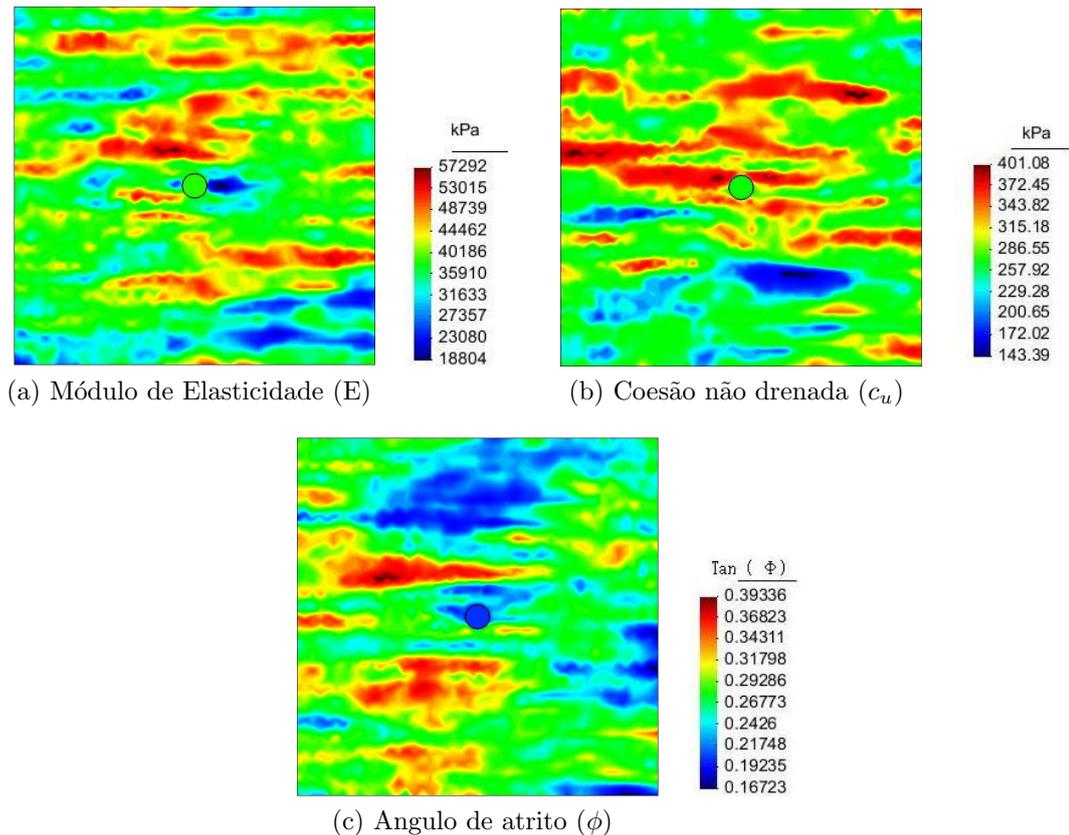
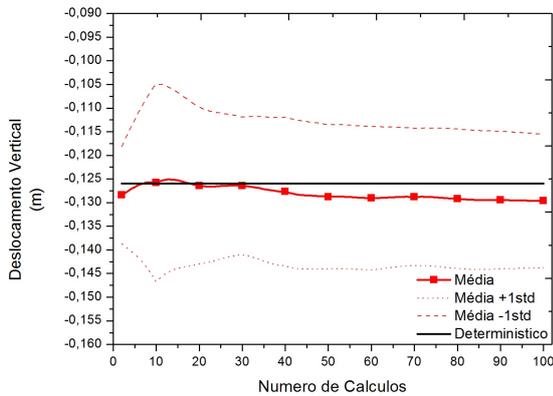


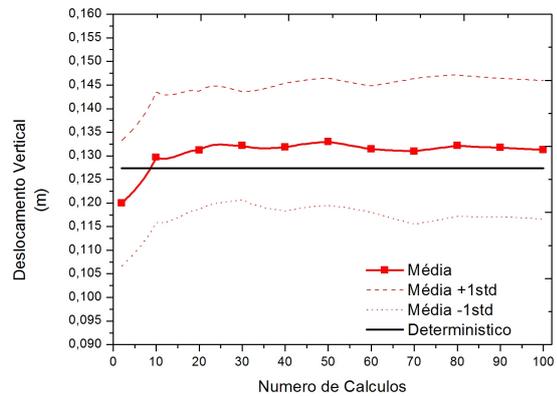
Figura 4.8: Exemplo de um campo aleatório gerado.

A introdução de princípios estocásticos na modelação numérica acarreta igualmente consequências ao nível do número de análises a efetuar. Quando se considera um campo uniforme de propriedades apenas é necessário realizar um cálculo dado o carácter determinístico de todos os parâmetros envolvidos. Por sua vez, a aleatoriedade inerente à geração do campo faz com que uma análise não seja suficiente para estabelecer um padrão, sendo necessário efetuar diversas simulações até se satisfazer um dado critério, que é por natureza subjetivo e variável de problema para problema. No caso em análise, optou-se por efetuar 100 análises com campos aleatórios distintos e monitorizar os deslocamentos em 4 pontos situados no contorno da escavação (Figura 4.1). A evolução da média dos deslocamentos radiais dos 4 pontos com o número de cálculos realizados pode ser observada na Figura 4.9. Nesta figura apresentam-se também as curvas médias mais e menos um desvio padrão para uma análise mais completa quanto à convergência dos resultados.

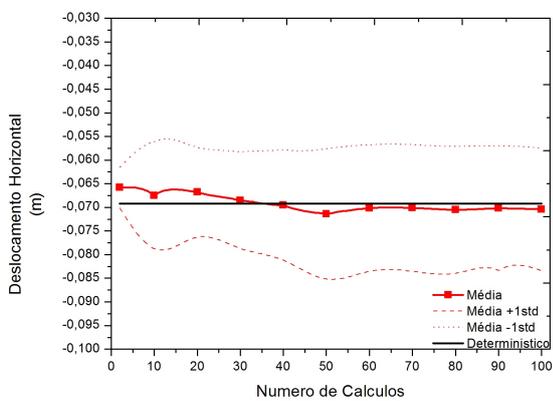
Pode-se constatar que os 100 cálculos parecem ser suficientes para estabilizar os valores calculados



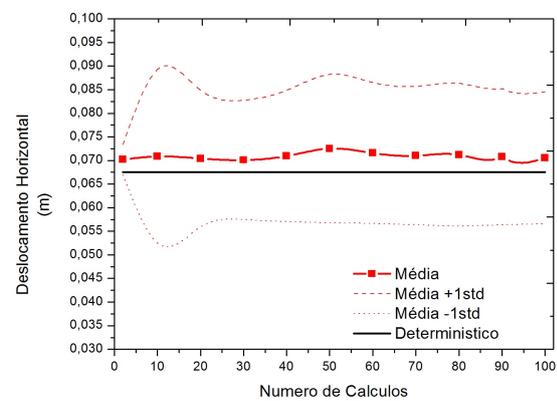
(a) Ponto 1



(b) Ponto 2



(c) Ponto 3



(d) Ponto 4

Figura 4.9: Evolução das médias do deslocamento radial com o número de cálculos .

Analisando ainda a Figura 4.9, é possível constatar que a abordagem estocástica é mais conservativa que a determinística, já que a média dos valores de deslocamento apresentam sempre um valor superior ao valor uniforme determinístico.

Na Figura 4.10 podem ser observados os deslocamentos finais totais obtidos para o caso uniforme e para duas das 100 análises efetuadas usando o método dos campos estocásticos. Comparando os resultados obtidos com os da aplicação do MEP contata-se que as diferenças são significativas quer qualitativamente quer quantitativamente, sendo o impacto da variabilidade bem perceptível. A distribuição espacial dos deslocamentos deixa de ser radial e uniforme e passa a ser influenciada decisivamente pela presença de zonas mais deformáveis e menos resistentes introduzidas no maciço. Por exemplo, no caso do cálculo 32 os deslocamentos são mais significativos numa zona à direita do teto do túnel, enquanto na análise 78 estes deslocamentos têm mais expressão na zona central do teto do túnel. Os efeitos destas discrepâncias fazem-se sentir igualmente ao nível da magnitude

dos deslocamentos. Para os dois cálculos ilustrados o valor máximo dos deslocamentos é de 0,165 m enquanto no caso determinístico é de 0,124 m. Existem igualmente análises onde a escavação decorreu em zonas mais rígidas, tendo-se nestes casos registado menores deformações do que as obtidas no caso determinístico.

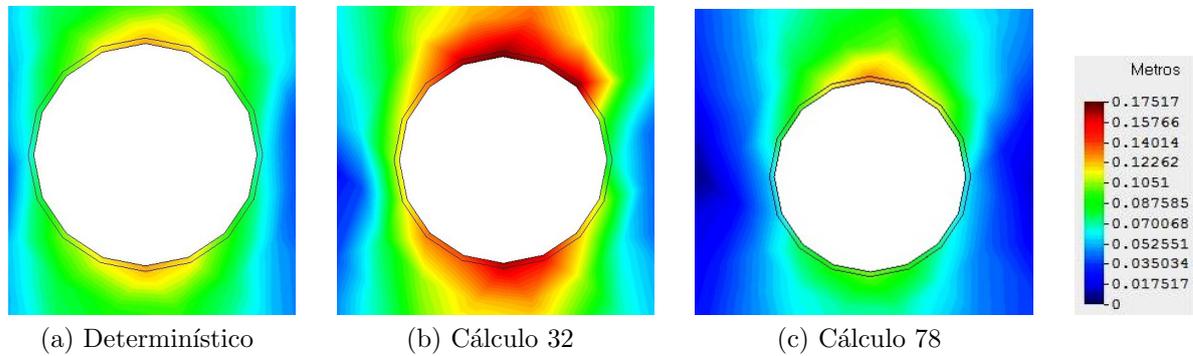
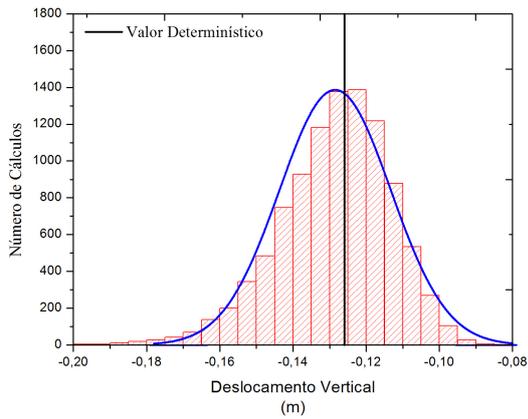
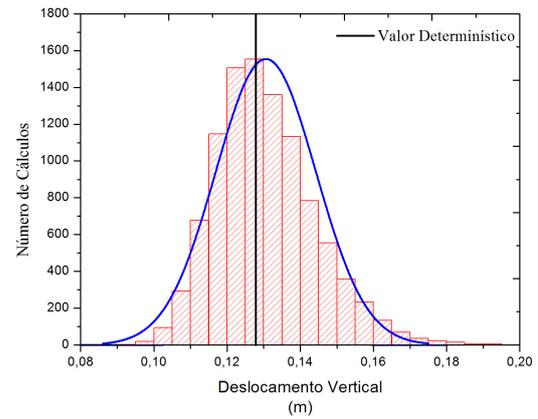


Figura 4.10: Deslocamento total do suporte .

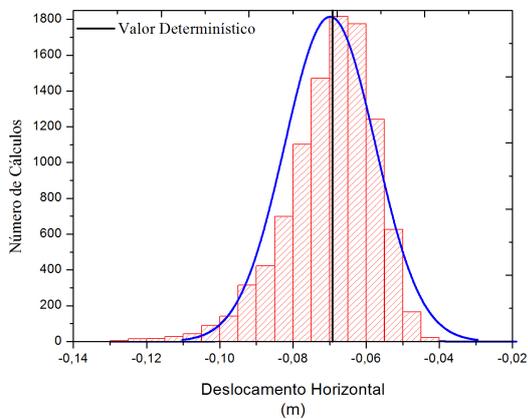
A Figura 4.11 apresenta os histogramas dos deslocamentos nos quatro pontos controlados na periferia do túnel, bem como a curva da distribuição normal obtida através dos resultados do método dos campos estocásticos e o valor do deslocamento obtido pelo método determinístico. Para a obtenção bem definida dos histogramas, foram realizados 10000 cálculos. É possível observar que o valor determinístico está próximo do valor mais frequente obtido com os cálculos baseados no método estocástico. De referir a existência nos histogramas da Figura 4.11 de valores extremos, o que significa que a abordagem estocástica pode considerar alguns cenários geotécnicos mais desfavoráveis, que podem ocorrer para dada combinação de parâmetros geomecânicos na zona de interesse para a escavação. A incerteza associada aos métodos estocástico é semelhante. Com base nestes resultados, é possível determinar a probabilidade de ocorrência de um determinado valor de deslocamento num determinado ponto. Nesse ponto, pode ser estabelecido um valores de alerta e de alarme para o deslocamento e com esta técnica é possível determinar a probabilidade desses valores serem ultrapassados permitindo obter uma informação adicional para o projeto.



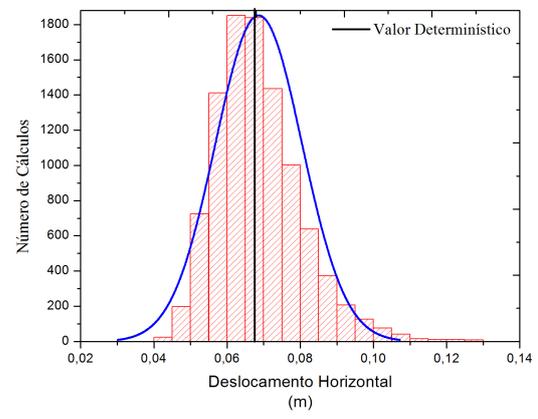
(a) Ponto 1



(b) Ponto 2



(c) Ponto 3



(d) Ponto 4

Figura 4.11: Histogramas dos deslocamentos em pontos situados na fronteira do túnel.

Finalmente e para perceber de uma forma mais clara, a forma como a variabilidade e a heterogeneidade dos parâmetros influencia os deslocamento no maciço envolvente do túnel, nas Figuras 4.12, 4.13, 4.14 são apresentadas as deformações do túnel para três diferentes cálculos estocásticos. Nestas figuras, é possível observar como a deformação do túnel é influenciada pela variabilidade dos parâmetros. A deformação do túnel revela que, com a introdução da variabilidade, a secção do túnel pode sofrer deslocamentos assimétricos assinaláveis, em vez da tradicional deformação uniforme e centrada, característica das modelações quando são usados campos uniformes. Normalmente, os deslocamentos obtidos com a abordagem estocástica são mais elevados do que os obtidos com a abordagem determinística. Apresentando um cenário mais realista, as deformações mais elevadas ocorrem na vizinhança das zonas do túnel com menor módulo de deformabilidade, assim como zonas mais rígidas apresentam menores deformações.

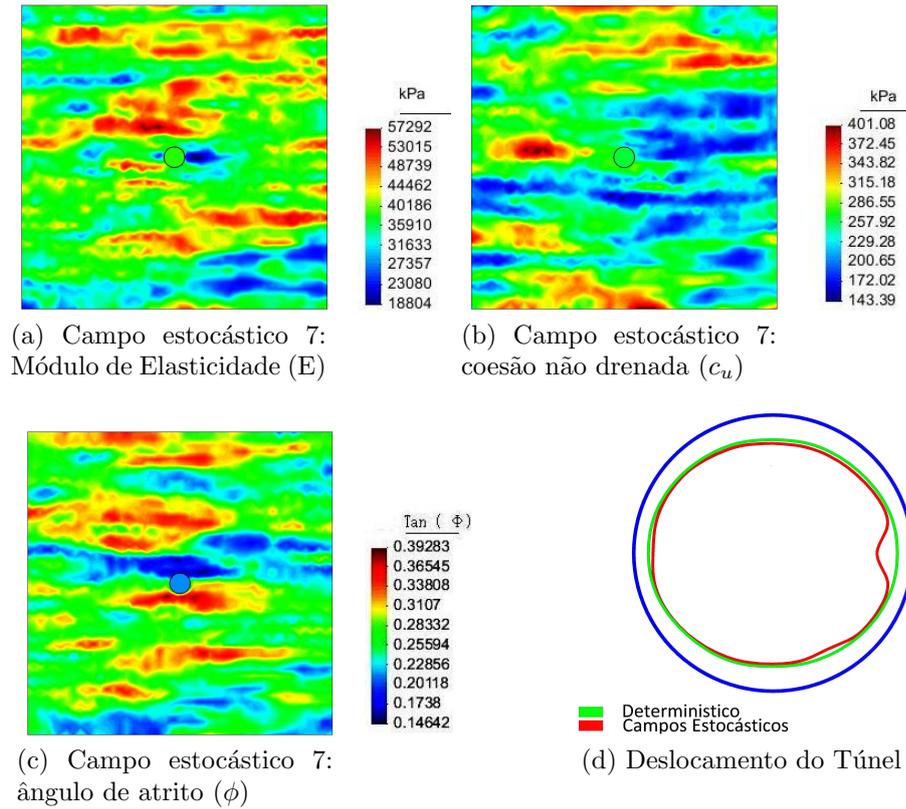


Figura 4.12: Exemplo de um campo estocástico gerado para o Módulo de deformabilidade, coesão não drenada, e o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 7.

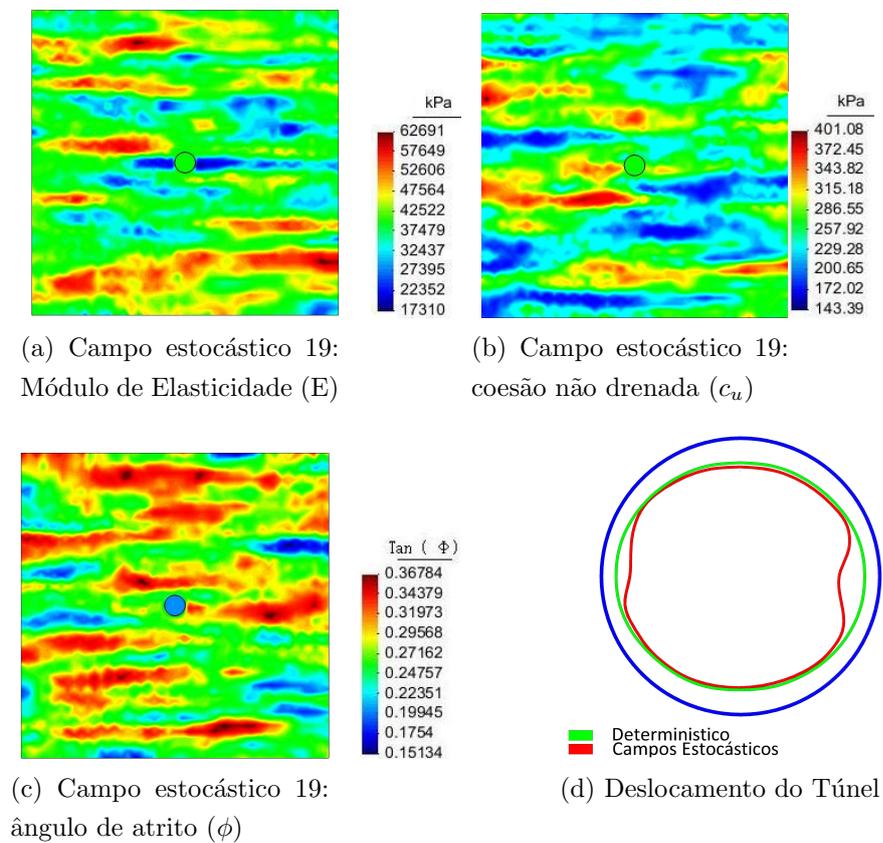


Figura 4.13: Exemplo de um campo estocástico gerado para o Módulo de deformabilidade, coesão não drenada, e o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 19.

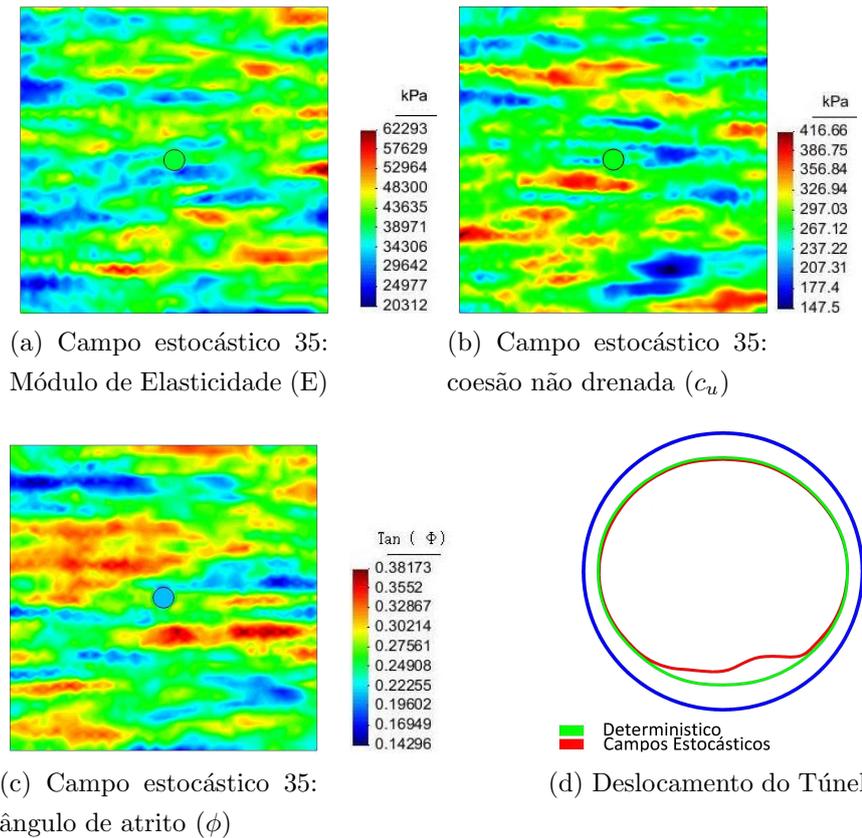
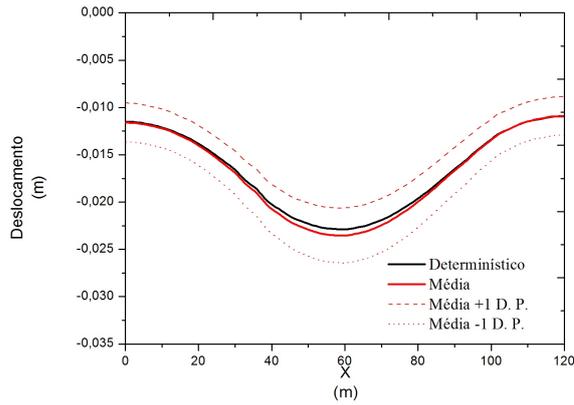


Figura 4.14: Exemplo de um campo estocástico gerado para o Módulo de deformabilidade, coesão não drenada, bem como o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 35

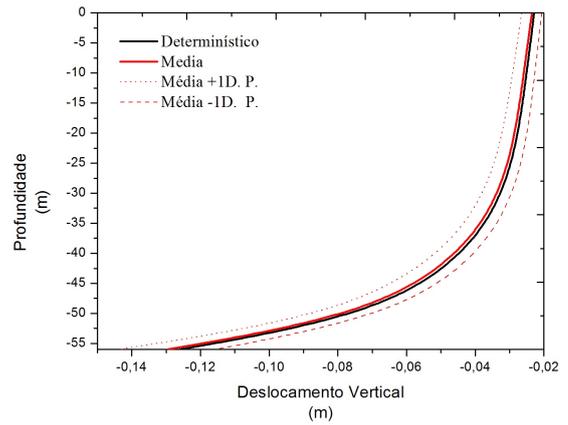
Analisando os deslocamentos ao nível da superfície e em profundidade (Figura 4.15), pode-se concluir, tal como anteriormente, que o valor médio dos deslocamentos obtidos com os métodos estocásticos é maior do que o obtido com o método determinístico. De ressaltar ainda que a curva dos deslocamentos determinísticos volta a estar dentro dos limites definidos pela média e um desvio padrão para as duas situações de análise.

Na Figura 4.16, são apresentados a serie dos 100 cálculos referentes à bacia de subsidência e os deslocamentos em profundidade. Aqui é possível concluir que as formas destas bacias deixam de ser simétricas, em relação a um eixo vertical que passa pelo centro do túnel como no caso determinístico e passam a apresentar pequenas variações devido à heterogeneidade e variabilidade do solo.

Analisando na Figura 4.17, o histograma dos deslocamentos no ponto A (Figura 4.1), bem como a respetiva curva de Gauss, é possível ter uma ideia da dispersão de resultados possíveis de obter. As conclusões neste caso são semelhantes às obtidas para os pontos controlados na periferia do túnel.

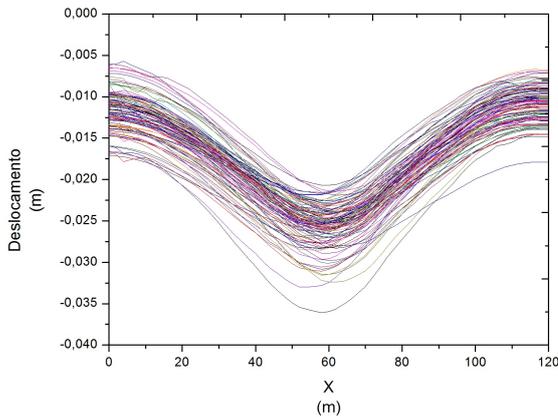


(a) Bacia de subsidência

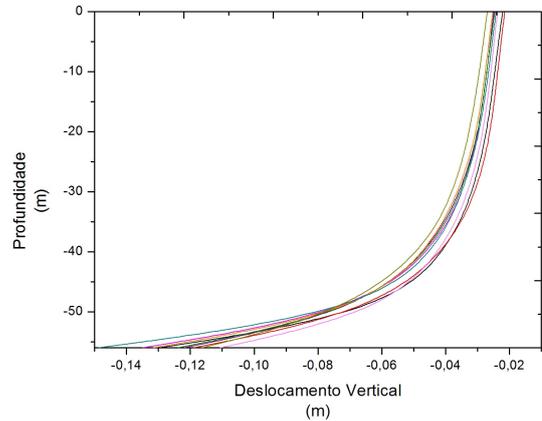


(b) Deslocamentos verticais em profundidade

Figura 4.15: Comparação do método dos campos estocásticos e determinístico .



(a) Bacia de subsidência



(b) Profundidade

Figura 4.16: Deslocamento para o conjunto dos 100 cálculos do método dos campos estocásticos.

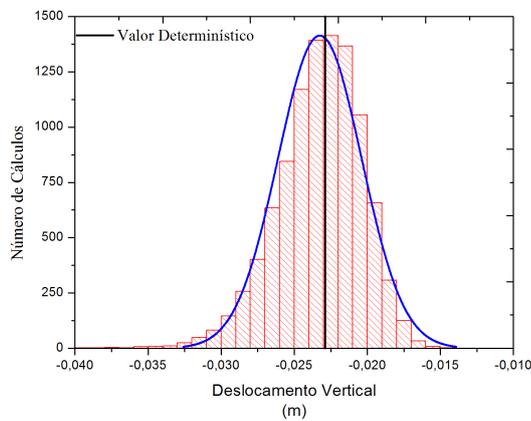


Figura 4.17: Histograma do deslocamentos do ponto A

4.2.3 Comparação do método MEP com o método dos campos estocásticos

Nesta secção é feita uma comparação dos resultados obtidos pelos três métodos usados. Na Figura 4.18 apresenta-se uma comparação das bacias de subsidência usando os dois métodos. A primeira conclusão que se pode retirar é que a curva média obtida através do método estocástico apresenta um valor mais próximo da curva obtida através da abordagem determinística do que a curva obtida com o MEP. Outra conclusão assenta na constatação de que o MEP apresenta uma maior dispersão de valores em comparação com a abordagem estocástica devido ao facto de apresentar um maior desvio padrão.

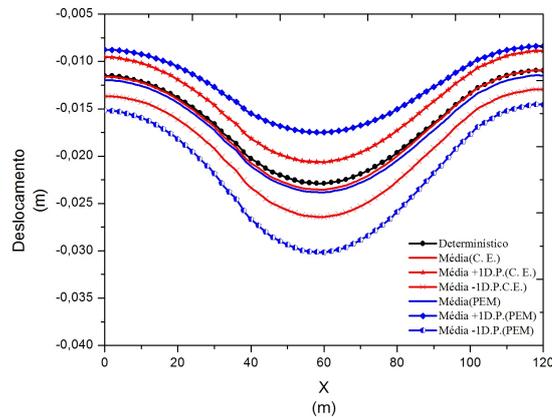


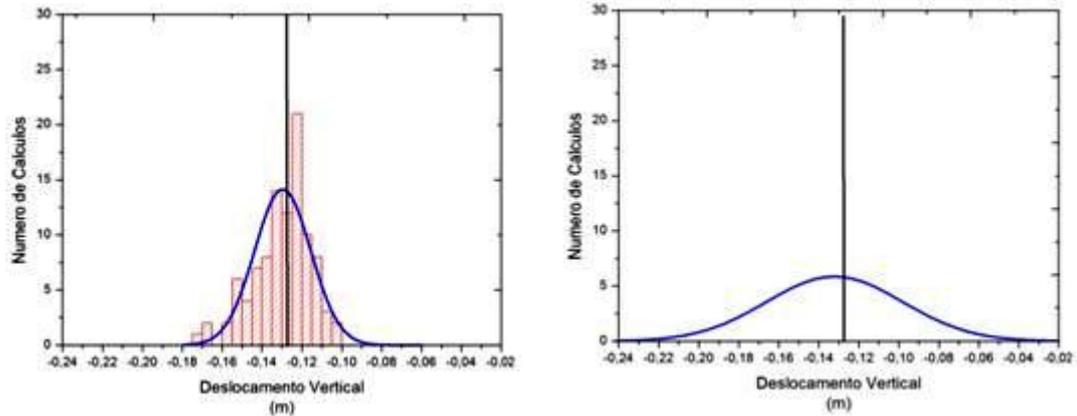
Figura 4.18: Comparação do método PEM e dos Campos Estocásticos.

Efetuando o mesmo tipo de análise aos deslocamentos na zona do teto do túnel (Tabela 4.4) chega-se à mesma conclusão, com o valor da média estocástica a estar mais próxima do valor determinístico (0,125 metros).

Tabela 4.4: Média e desvio padrão usando os métodos probabilísticos e estocásticos no teto do túnel.

Método	Média (m)	Desvio Padrão(m)
Campos Estocásticos	0,126	0,010
MEP	0,128	0,034

Na Figura 4.19, está representado o histograma para os dois métodos, bem como a curva de Gauss que melhor se adequa aos dados, no ponto A. Assim, o métodos dos campos estocásticos apresenta uma curva de Gauss menos extensa do que o método PEM, significando uma menor dispersão de resultados e logo uma menor incerteza.



(a) Campos estocásticos com 100 cálculos

(b) Método das estimativas pontuais

Figura 4.19: Deslocamento no ponto A.

4.3 Estudo Paramétrico

De forma a poder verificar a influência de alguns parâmetros centrais na geração dos campos estocásticos, foram efetuados dois estudos paramétricos: (i) combinação de um valor constante do desvio padrão das propriedades geotécnicas com diferentes valores do comprimento de correlação; (ii) combinação de um valor constante do comprimento de correlação com diferentes valores do desvio padrão das variáveis aleatórias.

4.3.1 Influência do Comprimento de Correlação

A fim de verificar a influência do comprimento de correlação, foi realizada uma série de 100 cálculos adicionais usando o método estocástico com diferentes valores para este parâmetro na direção horizontal e vertical. Para simplificar o estudo, foi admitido que todas as variáveis possuíam os mesmos comprimentos de correlação. Fez-se variar este parâmetro desde um valor reduzido, para simular um solo extremamente variável e heterogêneo ao longo de pequenas distâncias até a um valor elevado, para simular um solo em que a variabilidade e heterogeneidade existem em maiores distâncias. Para o estudo paramétrico foram considerados os valores apresentados na Tabela 4.5, tendo sido admitido um maior valor horizontal do que vertical, para simular uma maior variabilidade em profundidade.

Tabela 4.5: Valor dos comprimentos de correlação usados .

Campo Estocástico	Comprimento de Correlação Horizontal (m)	Comprimento de Correlação Vertical (m)
1	6	3
2	25	5
3	50	10
4	100	50

Nas Figuras 4.20, 4.21, 4.22 e 4.23 são apresentados exemplos da distribuição do módulo de deformabilidade para os diferentes comprimentos de correlação, sendo possível observar o impacto que estes têm nos campos aleatórios criados. Assim, comprimentos de correlação muito baixos levam a mudanças dos parâmetros num curto espaço e essas flutuações tendem a diminuir com o aumento do comprimento de correlação. Pode-se concluir que quanto maior o valor do comprimento de correlação menor é a heterogeneidade do maciço.

Como a Figura 4.20 mostra, um valor mais baixo do comprimento de correlação corresponde a um resultado muito perto do cálculo determinístico. Além disso, a variabilidade dos resultados é bastante pequena. À medida que o comprimento de correlação cresce os deslocamentos médios têm tendência a aumentar progressivamente (com exceção para os comprimentos de correlação $H=25$ $V=5$), afastando-se do valor determinístico como pode ser visto na Figura 4.24. Esta maior variabilidade nos resultados deve-se ao facto que com o aumento do comprimento de correlação são geradas zonas mais extensas com melhores e piores características geomecânicas, logo com maior impacto nas deformações calculadas.

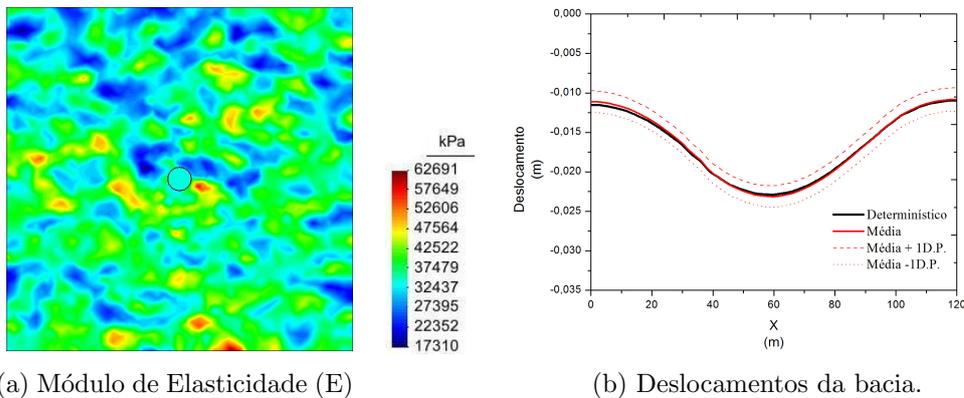
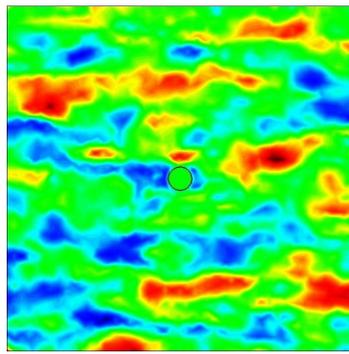
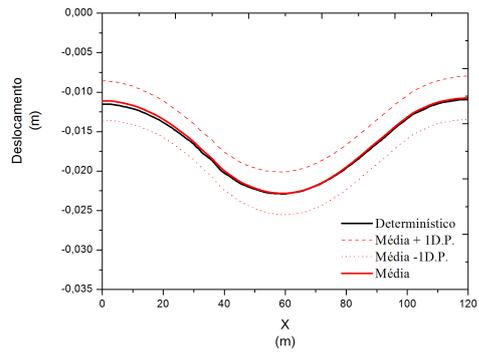


Figura 4.20: Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um comprimento de correlação $h=6m$ $v=3m$

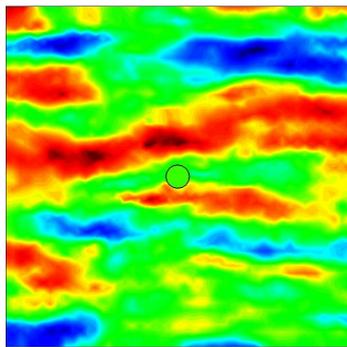


(a) Módulo de Elasticidade (E)

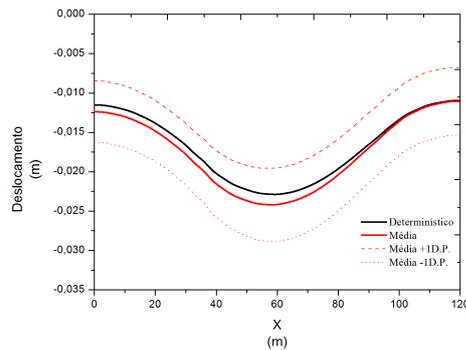


(b) Deslocamentos da bacia.

Figura 4.21: Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um comprimento de correlação $h=25m$ $v=5m$.

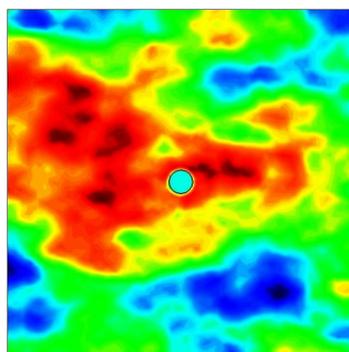


(a) Módulo de Elasticidade (E)

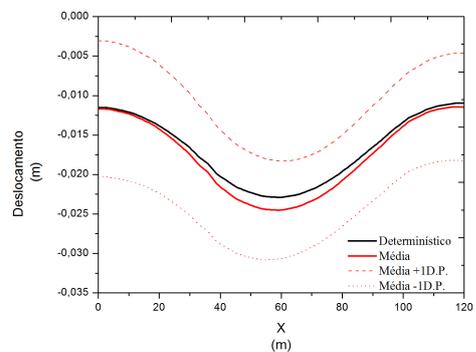


(b) Deslocamentos da bacia.

Figura 4.22: Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um comprimento de correlação $h=50m$ $v=10m$.

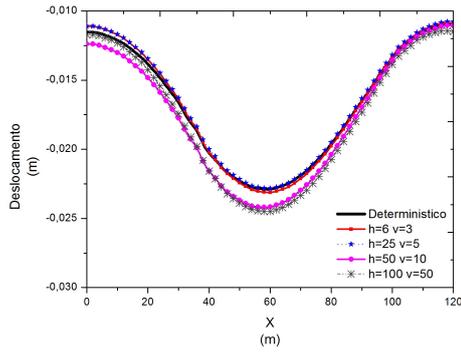


(a) Módulo de Elasticidade (E)

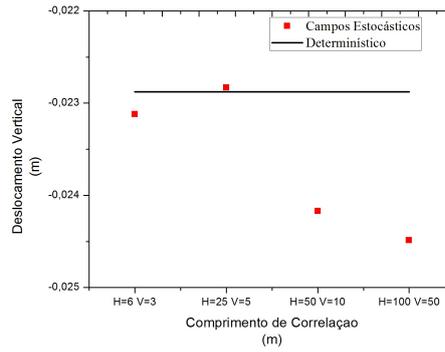


(b) Deslocamentos da bacia.

Figura 4.23: Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um comprimento de correlação $h=100m$ $v=50m$.



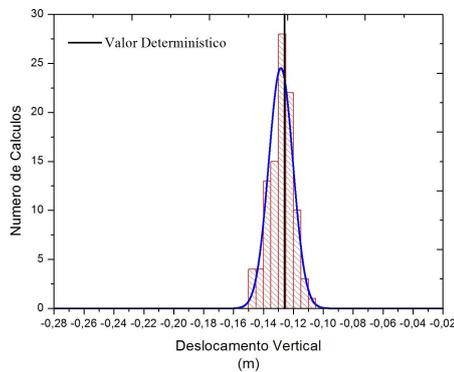
(a) Bacia de subsidência para dos vários comprimentos de correlação



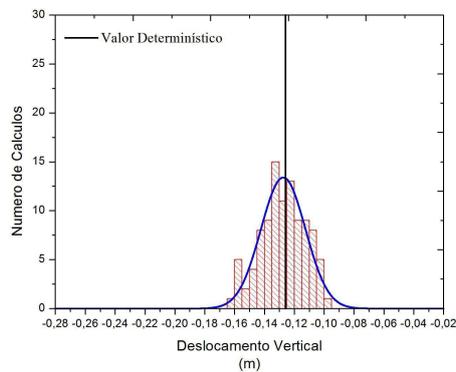
(b) Evolução dos deslocamentos no ponto A com o aumento do comprimento de correlação

Figura 4.24: Comparação dos vários comprimentos de correlação.

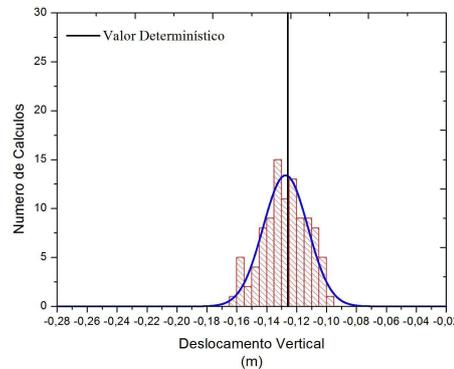
Em termos da dispersão de resultados, pode-se facilmente concluir pela análise da Figura 4.25, que apresenta os deslocamentos verticais no teto do túnel, que quanto maior for o comprimento de correlação maior será a incerteza nos resultados, facto que já tinha sido observado da análise das bacias de subsidência.



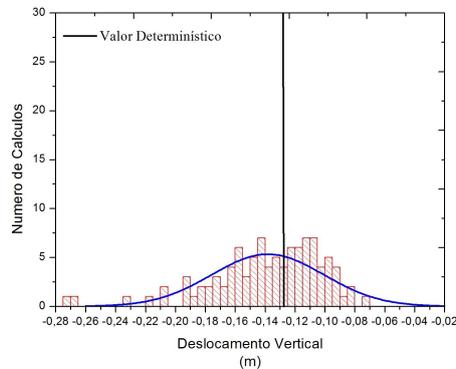
(a) $h=6m$ $v=3m$



(b) $h=25m$ $v=5m$



(c) $h=50m$ $v=10m$



(d) $h=100m$ $v=50m$

Figura 4.25: Histogramas dos deslocamentos verticais no teto do túnel.

4.3.2 Influência do desvio padrão

Com o intuito de estudar a influência que o desvio padrão tem na geração dos campos estocásticos, foram executados três séries de 100 cálculos, em que se fixou o comprimento de correlação com o valor de $h = 42,5$ m e $v = 4,25$ m, fazendo variar apenas o valor do desvio padrão. Os valores do desvio padrão usados foram variados, para cada parâmetro, desde um valor mais baixo do coeficiente de variação, passando por um médio até ao mais alto, usando os valores da Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Parâmetros geomecânicos adotados: média e desvio padrão (adotado de Miranda, 2011).

Cálculo	Parâmetros	Média	Desvio Padrão
1	Ângulo de Atrito (ϕ)	15,3 °	1,53 °
	Coesão não drenada (c_u)	276 kPa	30,36 kPa
	Módulo de Deformabilidade (E)	40 MPa	0,8 MPa
2	Ângulo de Atrito (ϕ)	15,3 °	3,21 °
	Coesão não drenada (c_u)	276 kPa	60,72 kPa
	Módulo de Deformabilidade (E)	40 MPa	10 MPa
3	Ângulo de Atrito (ϕ)	15,3 °	7,65 °
	Coesão não drenada (c_u)	276 kPa	135,24 kPa
	Módulo de Deformabilidade (E)	40 MPa	16,8 MPa

Nas Figuras 4.26, 4.27 e 4.28 são apresentados os resultados de um exemplo de campos estocásticos para cada valor do coeficiente de variação e as curvas da bacia subsidência obtidas para o cálculo determinístico. Pode-se observar a forma como a variação deste parâmetro influencia os resultados da geração dos campos estocásticos. Conclui-se que quanto maior é o desvio padrão utilizado, maior é a variabilidade simulada e, conseqüentemente, mais diversificados e dispares serão os valores dos parâmetros e dos deslocamentos obtidos como seria de esperar.

A análise dos resultados das três bacias subsidência (Figura 4.29) revela que, para o valor mais baixo do coeficiente de variação a curva média localiza-se muito próxima da curva determinística. Com o aumento do coeficiente de variação os deslocamentos médios à superfície também aumentam, progressivamente distanciando-se dos valores obtidos no cálculo determinístico. Essa conclusão fica ainda reforçada analisando a Figura 4.29b, onde se apresenta a evolução do deslocamento do ponto onde esses deslocamentos são máximos.

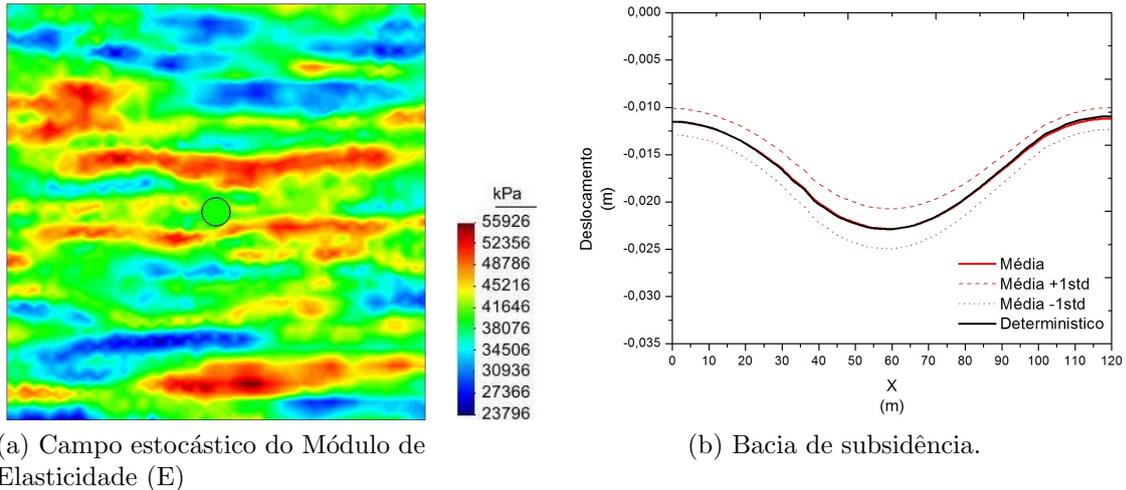


Figura 4.26: Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um coeficiente de variação baixo.

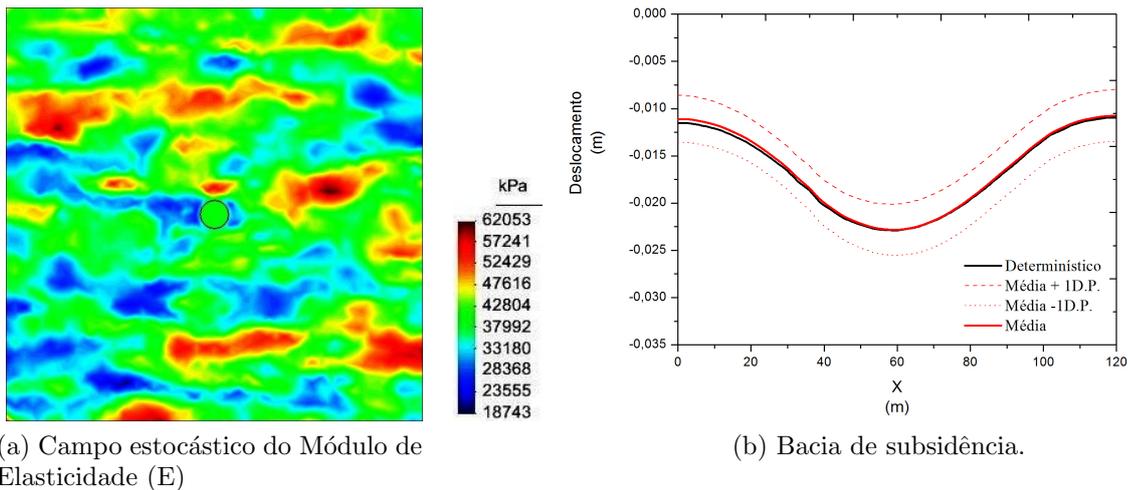
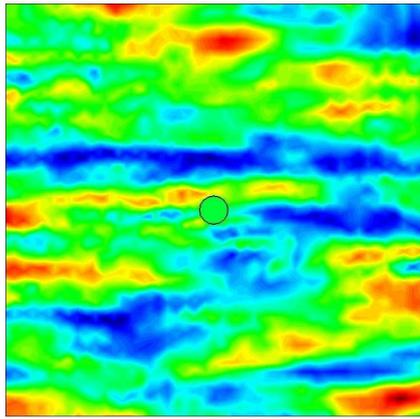
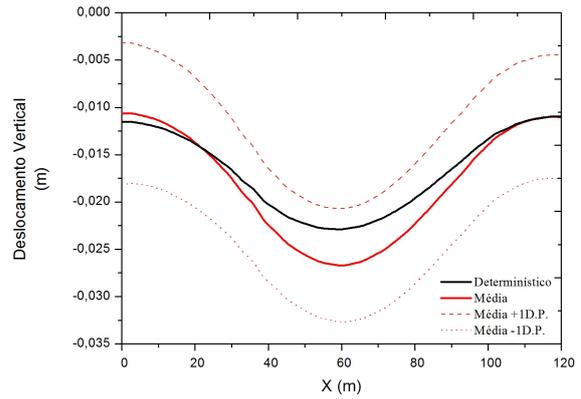


Figura 4.27: Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um coeficiente de variação médio .

Finalmente, analisando os histogramas dos deslocamentos no ponto à superfície com maior deslocamento (Figura 4.30), para cada valor do coeficiente de variação, facilmente se constata que quanto maior o valor deste coeficiente, maior a dispersão nos resultados. O nível de incerteza cresce com o aumento deste parâmetro, aumentando também o intervalo dos possíveis resultados.



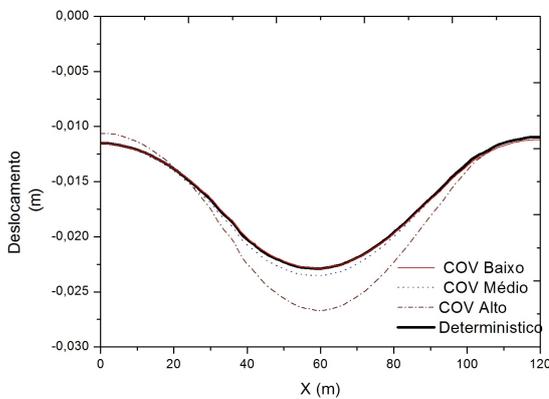
(a) Campo estocástico do Módulo de Elasticidade (E)



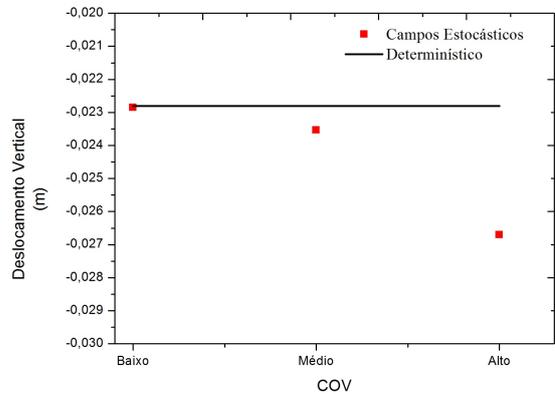
(b) Bacia de subsidência.

Figura 4.28: Exemplo de campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade e curva de subsidência para um coeficiente de variação alto.

Analisando os resultados obtidos mostra-se claramente que a variabilidade e a heterogeneidade dos parâmetros geomecânicos influenciam o comportamento do solo e das estruturas geotécnicas nele construídas. Esta variabilidade e heterogeneidade causa uma grande transformação no valor e forma dos deslocamentos, causando assim o aparecimento de assimetrias no comportamento, que não eram contempladas no cálculo determinístico.



(a) Bacia de subsidência para vários comprimentos de correlação



(b) Evolução dos deslocamentos no ponto A com o aumento do comprimento de correlação

Figura 4.29: Comparação dos vários comprimentos de correlação.

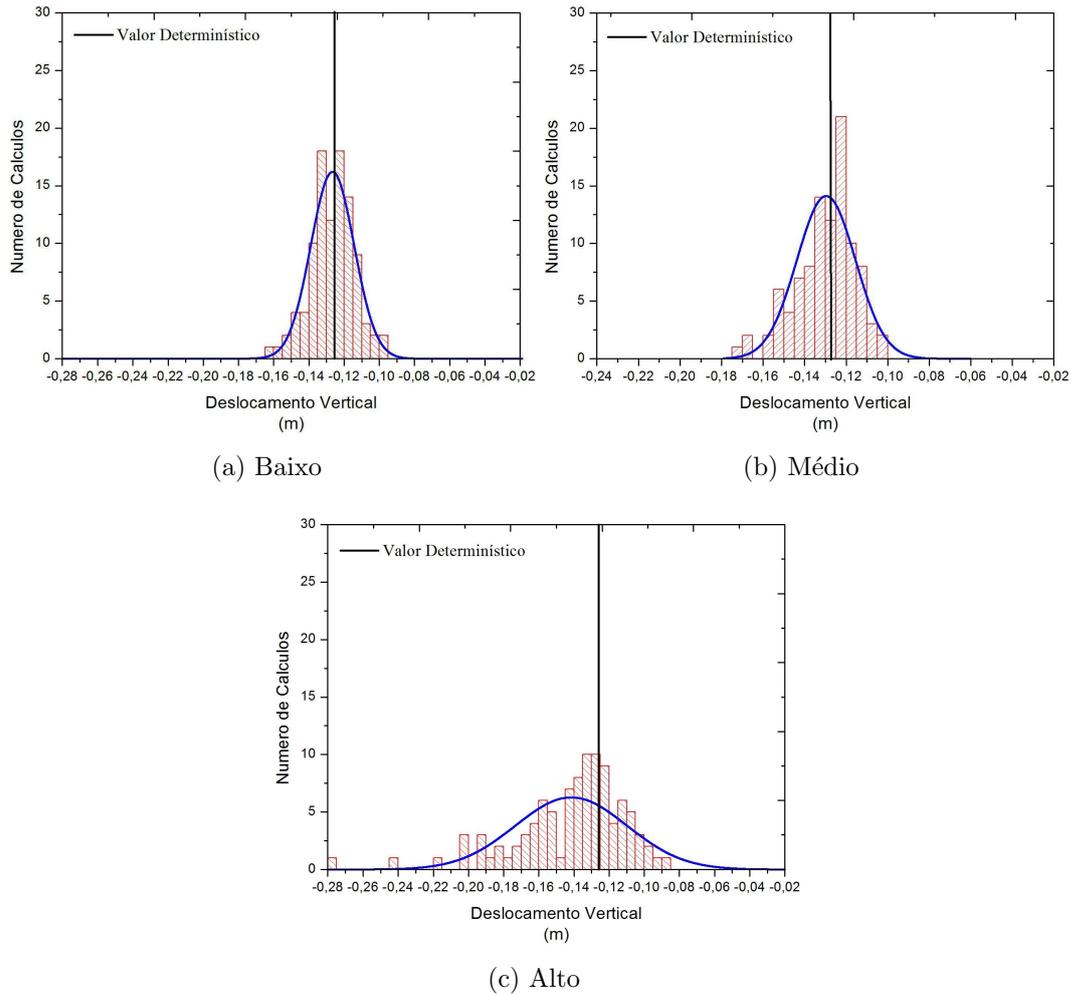


Figura 4.30: Histogramas dos deslocamentos verticais máximos para os vários COV usados.

4.4 Conclusão

Com o estudo feito ao longo deste capítulo, podem retirar-se as seguintes conclusões:

- É claramente demonstrado que a variabilidade geomecânica e a heterogeneidade influencia claramente o comportamento do solo. Esta variabilidade e heterogeneidades criam uma grande transformação nos valores e nos padrões dos deslocamentos, causando o aparecimento de um comportamento assimétrico, que não é contemplado no cálculo determinístico;
- A abordagem estocástica permite determinar a probabilidade de determinado valor de deslocamento ser ultrapassado num ponto o que permite uma melhor avaliação da segurança em fase de projeto;

- O uso de 100 cálculos estocásticos aleatórios parece ser o suficiente para obter convergência nos deslocamentos calculado considerando três variáveis aleatórias;
- O estudo paramétrico, do impacto do comprimento de correlação e do desvio padrão dos parâmetros nos deslocamentos calculados pelo programa de abordagem estocástica, mostra que os deslocamentos e sua incerteza tendem a crescer com o aumento do valor desses parâmetros. Para além disso, estes deslocamentos tendem a diferenciar-se cada vez mais para além do valor determinístico com o aumento desse parâmetros.
- A abordagem estocástica tem a vantagem sobre a probabilística de considerar a variabilidade e a heterogeneidade nos modelos de forma mais realista e completa, permitindo considerar diferentes tipos de possibilidades, variando os valores dos comprimentos de correlação.

Capítulo 5

Análise probabilística e estocástica ao túnel do Término da Estação Alameda II do metro de Lisboa

5.1 Introdução

Nos capítulos anteriores, foi dada ênfase à importância que a variabilidade espacial poderá ter na previsão dos assentamentos devido à escavação de túneis e na definição de limites de alerta e alarme, quer no método observacional quer numa abordagem clássica de dimensionamento. Essa variabilidade foi tida em consideração através do método probabilístico do MEP e da teoria dos Campos Estocásticos, que foram aplicados a um problema académico simples. No presente capítulo, estes métodos são aplicados a um caso real permitindo comparar os resultados dos mesmos com valores observados em obra. A influência da variabilidade e da heterogeneidade foi avaliada através dos deslocamentos calculados em pontos situados na periferia do túnel (pontos 1 a 4) (Figura 5.1b), e à superfície do terreno, onde existiam também dados da monitorização em profundidade (Figura 5.1a).

O túnel em análise foi anteriormente estudado por Marques (1998) que apresentou as características do maciço escavado, o processo construtivo usado, o comportamento observado e efetuou a simulação do processo construtivo através de análises determinísticas bidimensionais e tridimensionais. Assim, neste trabalho apenas serão apresentadas de forma sucinta as características gerais da obra e os dados relevantes para a análise probabilística e estocástica que se pretende efetuar.

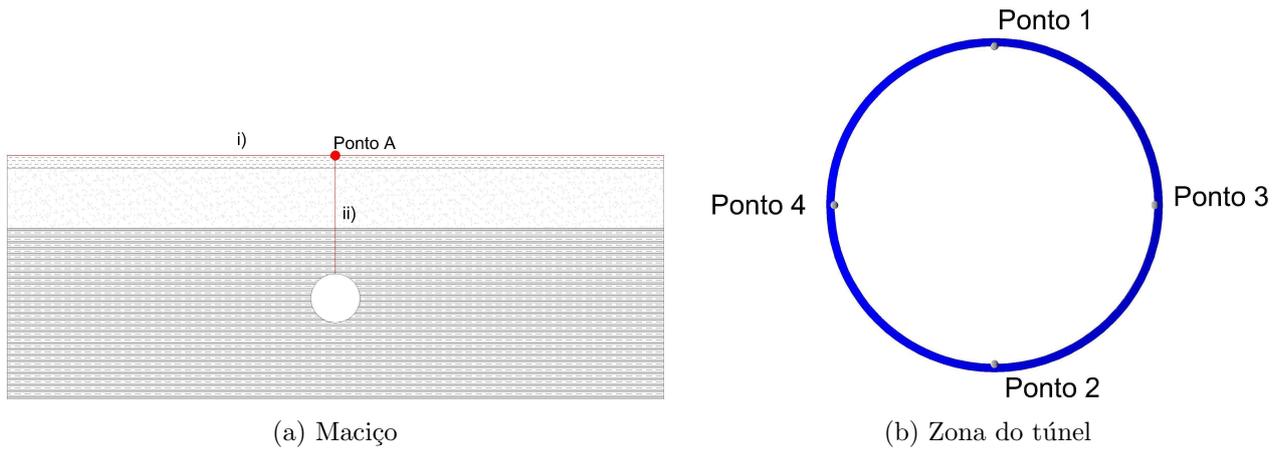


Figura 5.1: Deslocamentos medidos.

5.2 Descrição do caso de obra

A obra em análise corresponde ao túnel do Término da Estação da Alameda II, com 165 m de extensão, que se insere no troço da linha vermelha do Metropolitano de Lisboa entre as estações da Alameda II e Oriente. Construído segundo os princípios do NATM (New Austrian Tunnelling Method) num maciço terroso fortemente sobreconsolidado constituído pelas denominadas formações miocénicas de Lisboa. Na Figura 5.2 é apresentado um corte longitudinal do túnel e do maciço envolvente.

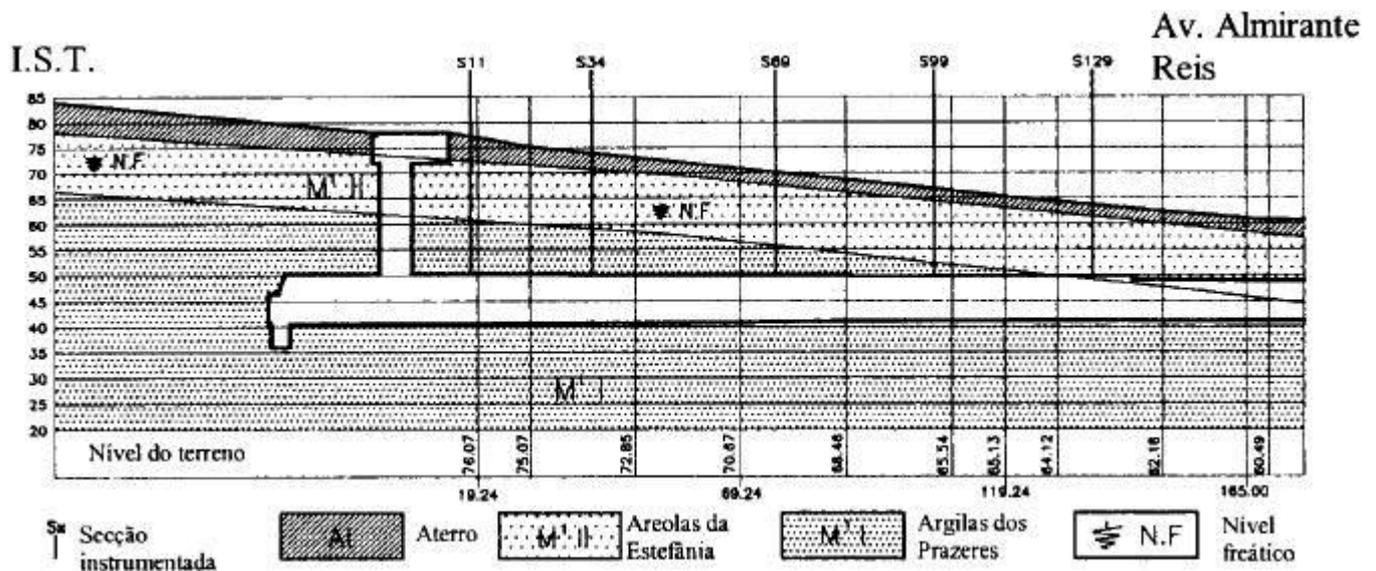


Figura 5.2: Corte longitudinal da secção do túnel (Marques (1998))

O modelo numérico do túnel foi desenvolvido com recurso ao programa Tochnog. Com um diâmetro de 4,581 m, e com uma profundidade aproximadamente de 21 m ao eixo do túnel, a largura total adotada para o modelo foi de 130 m para minimizar o efeito das

condições de fronteira na resposta do túnel. Além disso, a distância do centro do túnel à fronteira inferior é de três vezes o seu diâmetro. Os deslocamentos horizontais são impedidos nas fronteiras laterais, enquanto na fronteira inferior são restringidos ambos os deslocamentos. A discretização da malha está esquematizada na Figura 5.3 onde também se representa o perfil geológico simplificado do solo considerado.

Em relação à malha gerada, seguiu-se o mesmo princípio adotado no capítulo 4, sendo desta forma formada por 3859 nós e 7584 elementos de três nós triangulares com um tamanho máximo de 2,5 m.

Assim, no perfil geológico, é possível definir uma camada de aterros superfícies que recobre uma sequência de típicas formações do Miocénico marinho de Lisboa, conhecidas como “Areolas da Estefânia” e “Argila dos Prazeres”.

Os materiais de aterro são essencialmente constituídos por material areno-argiloso, por vezes com presença significativa de pedras. A sua espessura nesta secção do túnel é de 2,5 m.

Imediatamente abaixo deste aterro, aparece a formação das “Areolas da Estefânia” com uma espessura de 12 m. Esta formação é constituída por areias de granulometria predominantemente fina, geralmente micáceas, silto-argilosas, com algumas intercalações de cascalho.

Por último, ocorre a formação das “Argilas dos Prazeres”. Nesta unidade litoestratigráfica, onde a escavação do túnel foi executada, encontram-se fundamentalmente sedimentos finos argilo-siltosos, com comportamento muito rijo.

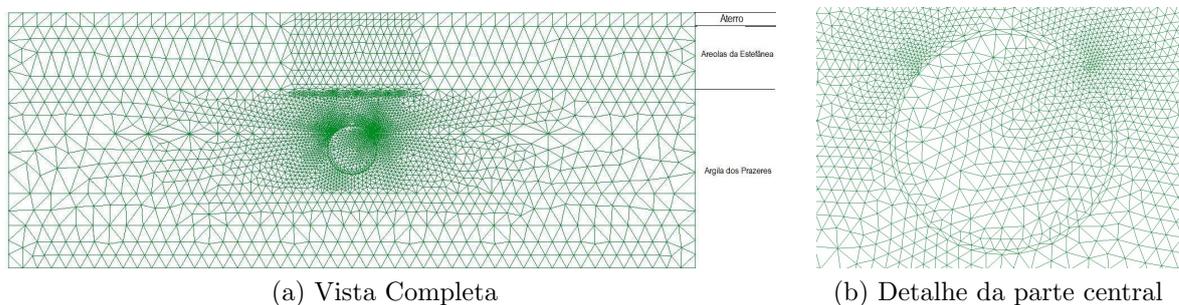


Figura 5.3: Malha de elementos finitos utilizado.

Em relação ao estado de tensão inicial foi admitido como geostático. Para a sua determinação, considerou-se para as diferentes formações os valores do peso volúmico e dos

coeficiente de impulso em repouso (K_o) indicados na Tabela 5.1 determinados com base nos resultados dos ensaios efetuados com o pressiómetro autoperfurador.

Tabela 5.1: Valores adotados do peso volúmico e coeficiente de impulso (adaptado de Marques, 1998).

	γ (kN/m ³)	(K_o)
Aterro	18	0,5
Areolas das Estefânia	20,5	0,8
Argilas dos Prazeres	21	0,87

Os valores dos parâmetros geomecânicos do solo foram definidos com base em ensaios com o pressiómetro de Ménard. Estes valores estão representados na Tabela 5.2. É importante mencionar que os ensaios revelaram um aumento linear no valor do módulo de deformabilidade quer nas “Areolas da Estefânea” quer nas “Argilas dos Prazeres”, bem como o valor da coesão não drenada nas “Argilas dos Prazeres”.

Tabela 5.2: Valores adotados para os parâmetros geomecânicos (adaptado de Marques, 1998).

	E (MPa)	c' (kPa)	ν	ϕ	c_u (kPa)
Aterro	20	0	0,25	30	-
Areolas da Estefânia	$80 + 8,6(z - 6)$	20	0,25	40	-
Argilas dos Prazeres	$60 + 5,67(z - 15)$	-	0,49	-	$200 + 16,67(z - 15)$

z =profundidade em metros

No que diz respeito ao suporte, composto essencialmente por betão projetado e uma malha eletrosoldada, foi admitido um comportamento elástico e linear caracterizado por um valor de módulo de deformabilidade de $E=10$ GPa e um coeficiente de Poisson $\nu=0,2$. Este, com uma espessura de 0,2m, foi simulado através de elementos triangulares de 3 nós.

Como referido anteriormente, foi usado o método NATM no processo construtivo. Definem-se, assim, quatro fases no modelo numérico: (i) equilíbrio inicial; (ii) escavação parcial da secção do túnel e libertação parcial das tensões; (iii) instalação do suporte e libertação das tensões remanescentes até se atingir o equilíbrio; (iv) escavação total da secção do túnel. Na fase (ii), através do método da convergência confinamento, foi definido um fator de alívio de 65%.

Com objetivo de executar uma análise probabilística e estocástica, foram primeiramente, consideradas apenas duas variáveis aleatórias: a coesão não drenada e o módulo

de deformabilidade das argilas dos prazeres. A escolha destas duas propriedades deveu-se ao facto de ser possível aceder aos ensaios realizados para a caracterização das mesmas. Para determinar os valores da média e do desvio padrão recorreu-se aos resultados dos ensaios *in situ* realizados usando o pressiómetro de Ménard.

A realização destes ensaios tem como objetivo a determinação das características dos materiais interessados pela abertura do túnel em termos de resistência e deformabilidade. Os valores da média e do coeficiente de variação das duas variáveis aleatórias foram calculados considerando os valores de 23 pontos medidos nos dois ensaios (Figura 5.4). Na Tabela 5.3 estão representados os valores adotados para a média e coeficiente de variação.

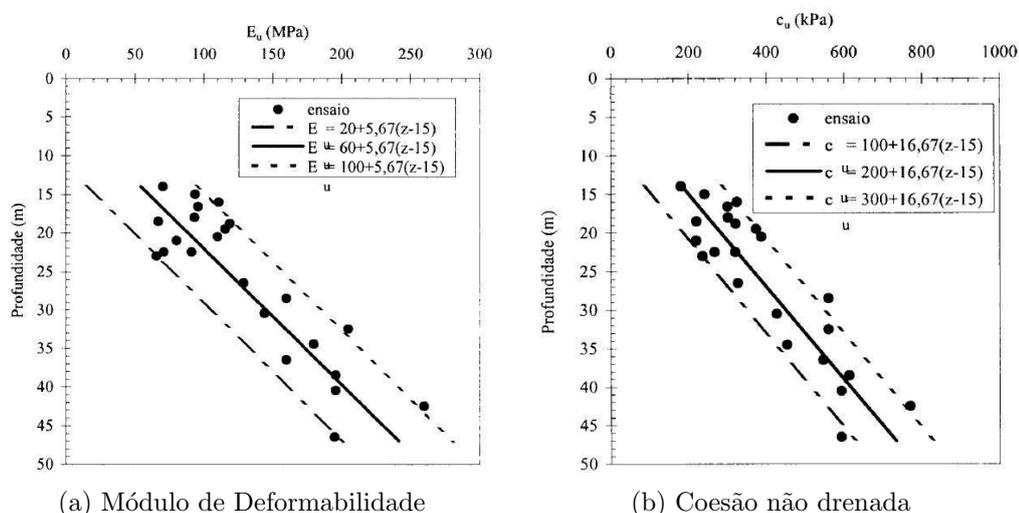


Figura 5.4: Resultados dos ensaios do pressiómetro de Menard (adaptado de Marques, 1998).

Tabela 5.3: Valores estatísticos adotados para os parâmetros geomecânicos da Argila dos Prazeres.

	Média	Coeficiente de Variação
Módulo de Deformabilidade (E)	131,72 MPa	40,34 %
Coesão não drenada (c_u)	395,39 kPa	39,5 %

Com base num programa de observação materializado em obra com a instalação de 4 marcas de superfície, Marques (1998) obteve valores para os assentamentos. Além disso, foi também controlada uma marca profunda com um nível de instalação cerca de 3 a 3,5 m acima da geratriz da abóbada do túnel. Na Figura 5.5 é apresentado um corte segundo uma das secções, mostrando a localização dos dispositivos de observação.

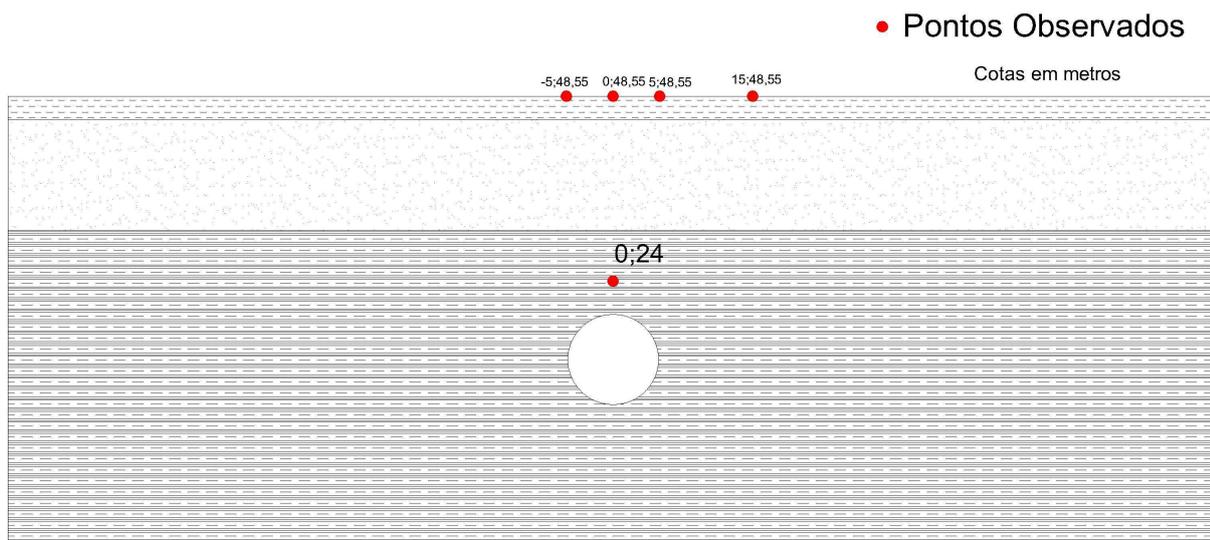


Figura 5.5: Pontos Controlados

Para o presente estudo, foi definido um limite de deslocamento de alerta à superfície, no ponto A, com um valor máximo de 0,0125 m. Neste capítulo será determinado ao longo das análises efetuadas a probabilidade deste valor ser ultrapassado.

5.3 Resultados obtidos

5.3.1 Método probabilístico das estimativas pontuais (MEP)

Tal como anteriormente foi usado o método probabilístico das estimativas pontuais (MEP). No caso em análise foi necessário criar 2^n modelos, em que n significa o número de variáveis aleatórias, que neste caso serão duas, por isso foi necessário calcular 4 modelos. Os valores dos parâmetros a usar em cada modelação apresentam-se na Tabela 5.4. Estes valores foram obtidos através de todas as combinações possíveis da média somando ou subtraindo o desvio padrão a cada uma das variáveis aleatórias.

Tabela 5.4: Valores dos parâmetros usados em cada cálculo.

Cálculos	E (MPa)		c_u (kPa)	
		77,695	185,756	236,29
1	X		X	
2		X		X
3	X			X
4		X	X	

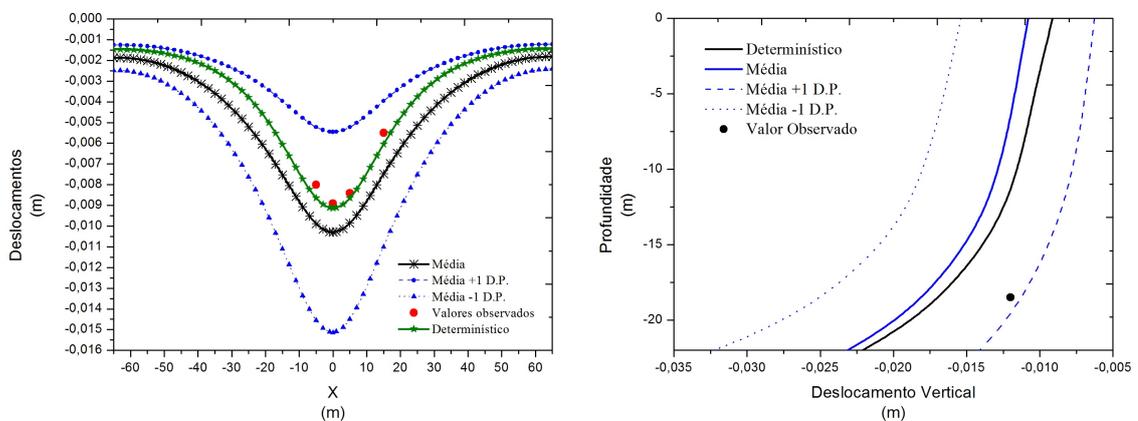
Os resultados obtidos com o MEP são apresentados na Figura 5.6. Na mesma figura é apresentada a curva obtida com o método determinístico, em que foi modelado de forma

explícita o incremento linear em profundidade dos parâmetros em análise, bem como os valores observados. De salientar que no cálculo probabilístico não foi modelado esta variação em profundidade tendo-se utilizados os valores fixos presentes na Tabela 5.4

A primeira conclusão que se pode retirar da análise da Figura 5.6, é que os deslocamentos à superfície, calculados através do método determinístico, são muito próximos dos deslocamentos observados. No entanto, o deslocamento medido na marca profunda ficou um pouco afastado do valor obtido no cálculo numérico.

Comparando os resultados obtidos pelo MEP com o método determinístico tradicional, podemos concluir que o valor determinístico se encontra dentro do intervalo de um desvio padrão. Também se pode verificar que a média dos deslocamentos à superfície (bacia de subsidência), usando o MEP, apresenta um valor superior ao valor determinístico. Como verificado no capítulo 4, também neste caso a abordagem determinística não apresenta o resultado mais conservativo. Adicionalmente, os valores dos deslocamentos nos pontos controlados localizaram-se dentro do intervalo de um desvio padrão, quer para os valores à superfície quer no ponto mais profundo. A média dos deslocamentos em profundidade pelo MEP aproxima-se mais do valor medido do que o cálculo determinístico.

Na Figura 5.7 apresentam-se os resultados das 4 modelações executadas, quer para os deslocamentos à superfície quer para os deslocamentos verticais em profundidade. Como é possível observar, os deslocamentos caracterizam-se como sendo simétricos, tendo a forma aproximada de uma curva de Gauss invertida. Uma vez que o MEP não tem em conta as heterogeneidades do maciço não existem assimetrias no padrão da curva da bacia de subsidência.



(a) Bacia de subsidência

(b) Variação dos deslocamentos em profundidade

Figura 5.6: Comparação dos deslocamentos obtidos com o MEP e o método determinístico.

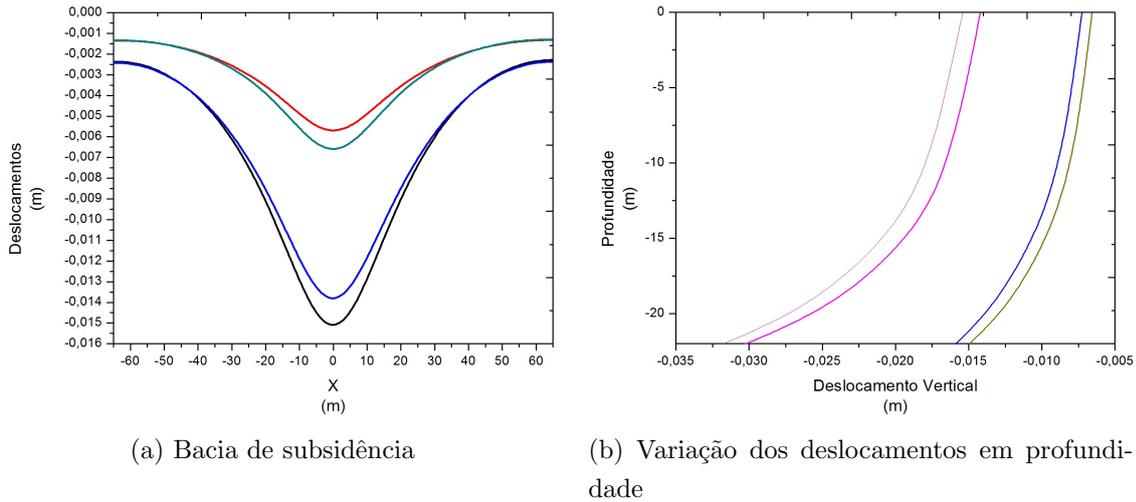


Figura 5.7: Deslocamento obtido através de 8 cálculos usando o MEP.

À imagem do que foi feito no capítulo anterior, realizou-se uma análise, para verificar qual dos dois parâmetros apresenta um maior impacto nos deslocamentos no ponto A, utilizando os 4 cálculos realizados para a aplicação do MEP. Assim, observando os resultados presentes na Tabela 5.5, constata-se a elevada influência de E nos deslocamentos calculados. Considerando os valores mínimos dos parâmetros de resistência, a passagem de E de 77,7 MPa para 185,76 MPa conduz a uma diminuição de 56,3 % no valor do assentamento máximo à superfície. Quando se usam os valores máximos dos parâmetros de resistência, a diminuição de E de 185,76 MPa para 77,7 MPa conduz a uma diminuição de 58,7 % no valor máximo do assentamento à superfície. Isto confirma que o módulo de deformabilidade é a propriedade com maior influência no valor dos deslocamentos à superfície.

Tabela 5.5: Deslocamento vertical no ponto A ao longo dos vários cálculos

Cálculo	Deslocamento (m)
1	-1,51E-02
2	-5,69E-03
3	-1,38E-02
4	-6,59E-03

Na Figura 5.8 representa-se um histograma dos deslocamentos no ponto A situado à superfície, bem como o resultado determinístico. Este histograma foi obtido utilizando a os valores da média e do desvio padrão das 4 modelações usando o MEP. Verifica-se que o valor do deslocamento determinístico se situa muito próximo da média do modelo probabilístico.

Facto interessante é que quer a média dos valores obtidos com o cálculo probabilístico quer o valor determinístico são apenas ligeiramente inferiores ao valor do deslocamento de alerta de 1,25 cm, definido como indicativo neste trabalho. Neste caso, a probabilidade deste valor ser igualado ou ultrapassado através do MEP é de 32,6 % o que é um valor considerável.

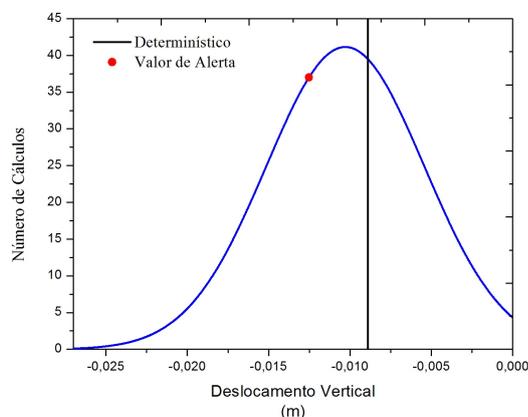


Figura 5.8: Histograma dos deslocamentos no ponto A.

Os deslocamentos totais na zona envolvente do túnel estão representados na Figura 5.9. Pode-se constatar que, como seria expectável, quer na abordagem probabilística quer na abordagem determinística, os deslocamentos apresentam simetria em relação a um eixo vertical, que passa pelo centro do túnel. A principal diferença continua a estar apenas nos valores do deslocamento. Como exemplo, no caso determinístico o valor mais elevado do deslocamento total é 0,0252 m, enquanto no caso do MEP o valor mais elevado é 0,03245 m. Contudo, existem modelações onde o valor de deslocamento apresenta um valor inferior.

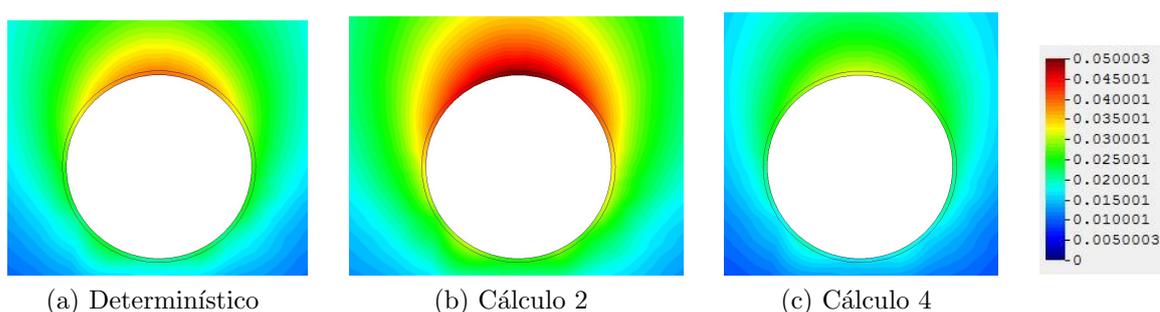


Figura 5.9: Deslocamento total para diferentes cálculos.

No Figura 5.10 estão representados os histogramas dos deslocamentos nos quatro pontos da periferia do túnel apresentados na Figura 1. Como acontece à superfície, aqui os valores determinísticos situam-se relativamente próximos da média dos valores do modelo probabilístico. Contudo, o deslocamento no ponto 2 (soleira), apresenta a única exceção, isto é, o valor da média do deslocamento apresenta uma diferença significativa para o valor determinístico. Este afastamento pode ser explicado pelo facto de na modelação

probabilística, ao contrario da modelação determinística, não ser possível ter em conta o aumento do valor dos parâmetros geomecânicos do solo em profundidade. Este facto induz em cada modelação uma menor rigidez do solo na zona da soleira do modelo probabilístico.

Este tipo de análises é muito útil porque permite perceber se existe a possibilidade da ocorrência de deformações relativamente elevadas. Neste caso não há uma tendência clara de qual o método que apresenta resultados mais conservativos.

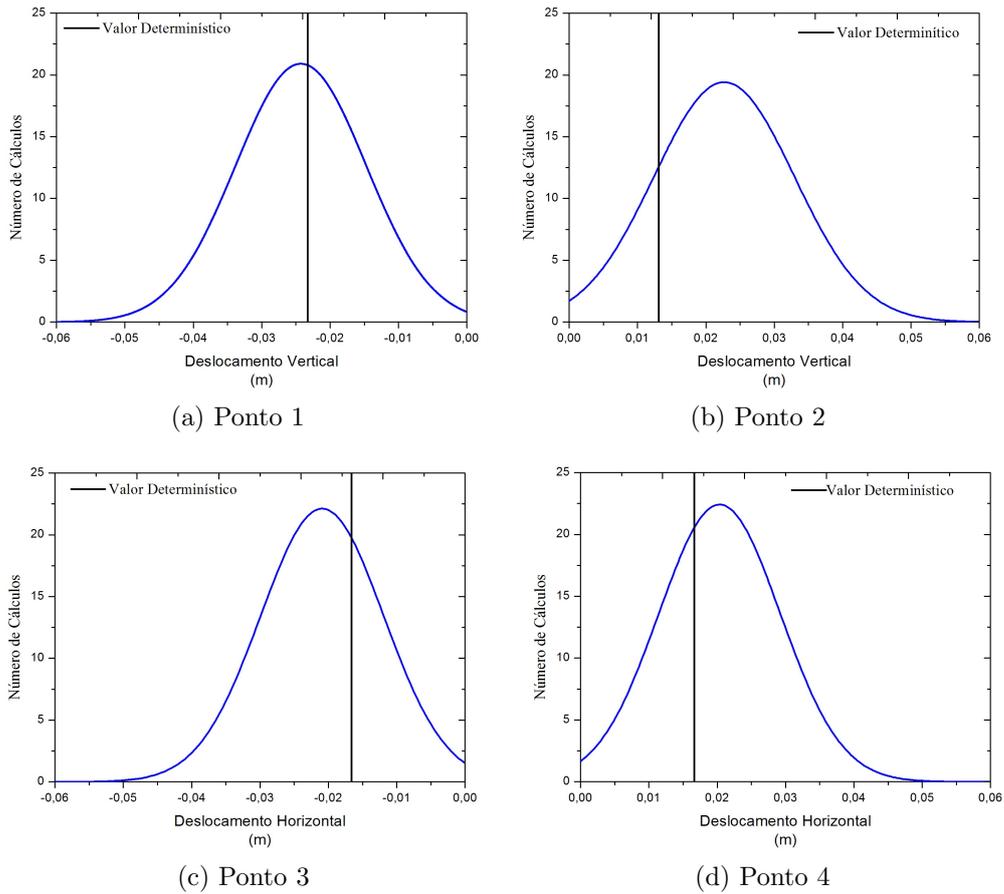


Figura 5.10: Histograma dos deslocamentos na zona do túnel.

5.3.2 Campos Estocásticos

Para a aplicação do método dos campos estocásticos, para além da média e do desvio padrão das variáveis aleatórias, é necessário definir o comprimento de correlação. Para esta modelação, numa primeira fase, foi utilizado o mesmo comprimento de correlação admitido no capítulo 4.3.1, ou seja: 42,5 m na direção horizontal e 4,25 m na direção vertical para ambas as variáveis aleatórias. Numa segunda fase, foi feito um estudo com o objetivo de obter o valor do comprimento de correlação através dos resultados dos ensaios realizados por aplicação do método proposto por Phoon e Kulhawy (1999).

Na Figura 5.11 é apresentado um exemplo de campos aleatórios criados para cada uma das variáveis aleatórias. Nessa figura pode verificar-se que os dois parâmetros variam dentro do intervalo definido pelas suas médias e desvios padrões, criando um meio geotécnico muito mais realista do que os definidos por abordagens determinísticas.

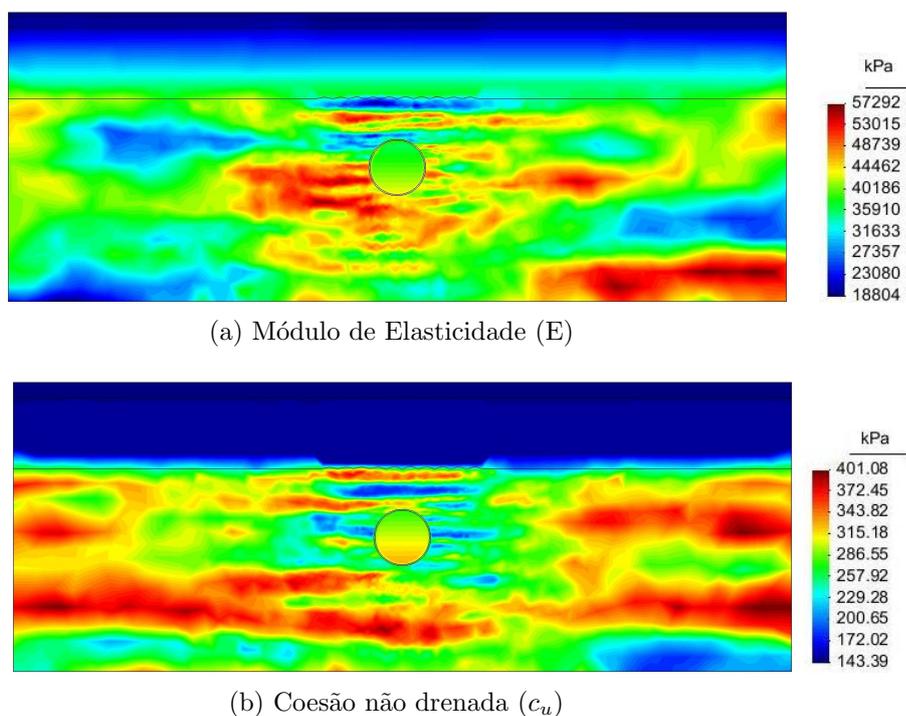


Figura 5.11: Exemplo de campos aleatórios gerado para E e c_u .

Como referido anteriormente, a introdução da variabilidade na modelação numérica acarreta consequências ao nível do número de análises a efetuar. Assim, procedeu-se a uma série de 100 análises com campos aleatórios distintos e foi monitorizada a evolução dos deslocamentos em 4 pontos situados no contorno da escavação (Figura 5.1), para obter a convergência nos deslocamentos. A evolução dos deslocamentos radiais (média e desvio padrão) nos 4 pontos com o número de cálculos realizados pode ser observada na Figura 5.12. Pode-se constatar que os 100 cálculos são suficientes para estabilizar os resultados.

Analisando ainda a Figura 5.12 é possível constatar que no teto (ponto 1) as duas abordagens apresentam deslocamentos radiais semelhantes. Na soleira, a análise determinística apresenta um levantamento que se situa fora dos limites obtidos na análise estocástica. Nos hasteais, o valor determinístico situa-se muito próximo do limite correspondente ao menor dos deslocamentos, mas dentro dos limites da abordagem estocástica.

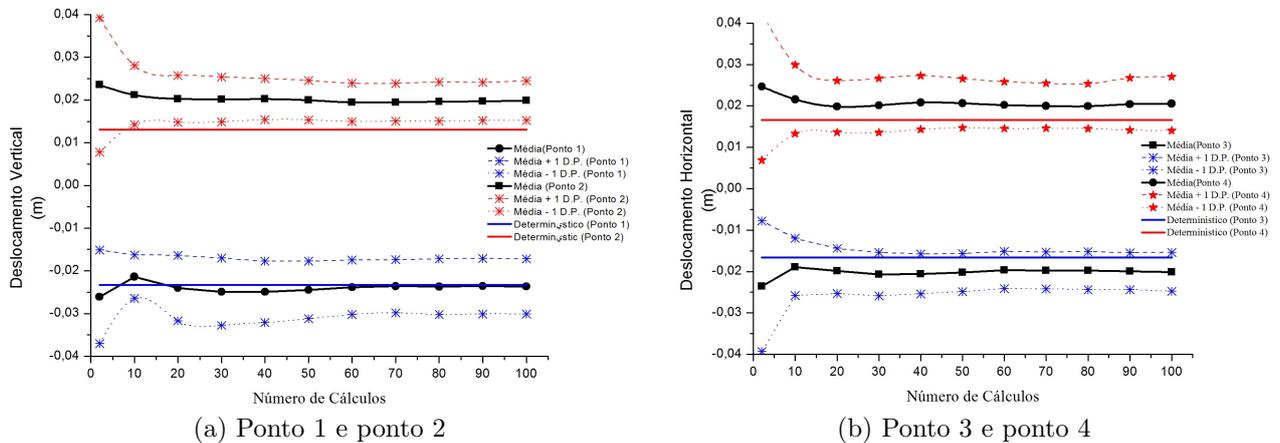


Figura 5.12: Evolução dos deslocamentos radiais com o número de cálculos.

Na Figura 5.13 podem ser observados os deslocamentos finais totais obtidos para o caso determinístico e para duas das 100 análises efetuadas usando o método dos Campos Estocásticos. Como já foi observado no caso de estudo anterior, comparando os resultados obtidos com os da aplicação do MEP, constata-se que as diferenças voltam ser bastante significativas, quer ao nível da forma, quer ao nível da magnitude dos deslocamentos, comprovando a influencia que a variabilidade impõe no comportamento do túnel. A distribuição espacial dos deslocamentos deixa de ter simetria em relação a um eixo vertical que passa pelo centro do túnel e passa a ser orientada preferencialmente de acordo com as zonas de menor rigidez e resistência introduzidas no maciço. Por exemplo, no caso do cálculo 55 os deslocamentos menores situam-se na zona esquerda do túnel, enquanto na análise 66 estes deslocamentos têm mais expressão na zona direita do túnel. Os efeitos destas discrepâncias fazem-se sentir igualmente ao nível da magnitude dos deslocamentos, tendo-se para os dois cálculos ilustrados valores substancialmente maiores, até 0,050 m, que no caso determinístico, cujo valor atinge 0,0223 m. Existem, igualmente, análises onde a escavação decorreu em zonas mais rígidas, tendo-se nestes casos registado menores deformações do que as obtidas no caso determinístico.

A Figura 5.14 apresenta os histogramas dos deslocamentos nos quatro pontos controlados em torno do túnel, bem como a curva da distribuição normal, obtido com a média e o desvio padrão, e o valor do deslocamento obtido pelo método determinístico. É possível observar que apenas no caso do ponto 1, este valor está próximo do valor mais frequente obtido com os cálculos baseados nos métodos estocásticos. Nos restantes pontos existe

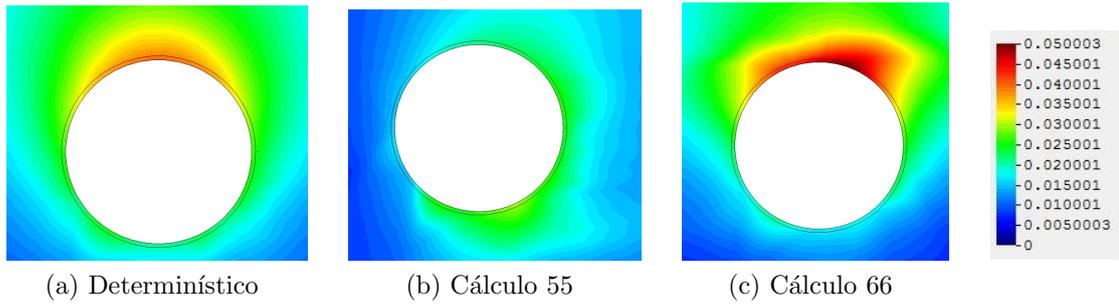


Figura 5.13: Deslocamento total do suporte e da região circundante.

uma disparidade entre os valores determinísticos e os valores mais frequentes resultantes da abordagem estocástica. De referir a existência nos histogramas da Figura 5.14 de valores extremos, o que significa que a abordagem estocástica pode considerar alguns cenários geotécnicos mais desfavoráveis, que podem ocorrer pela combinação de parâmetros geomecânicos de menor valor suscetíveis de aparecer na zona de interesse para a escavação. Deste modo, é possível definir uma probabilidade real de um certo valor limite do deslocamento ser ultrapassado.

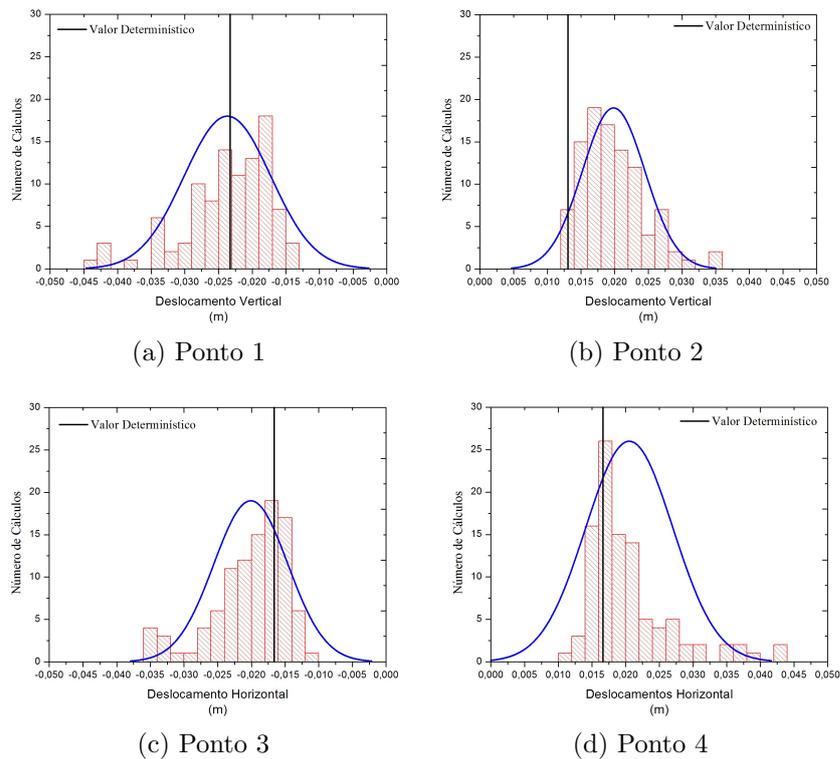


Figura 5.14: Histogramas dos deslocamentos em pontos situados na fronteira do túnel.

Finalmente, e para perceber de uma forma mais clara a forma como a variabilidade e a heterogeneidade dos parâmetros influencia os deslocamento no maciço envolvente do túnel, nas Figuras 5.15, 5.16 e 5.17 são apresentados os deslocamentos do túnel para três diferentes cálculos estocásticos. Nestas figuras, é possível observar como a deformação

do túnel é influenciada pela variabilidade dos parâmetros. A deformação do túnel revela que, com a introdução da variabilidade e heterogeneidade, a secção do túnel pode sofrer deslocamentos assimétricos assinaláveis, em vez da tradicional deformação simétrica em relação a um eixo vertical que passa no centro do túnel, característica das modelações quando são usados campos uniformes. De uma forma geral, os deslocamentos obtidos com a abordagem estocástica são mais elevados do que os obtidos com a abordagem determinística. Apresentando um cenário mais realista, as deformações mais elevadas ocorrem na vizinhança das zonas do túnel com menor módulo de deformabilidade, assim como zonas mais rígidas apresentam menores deformações.

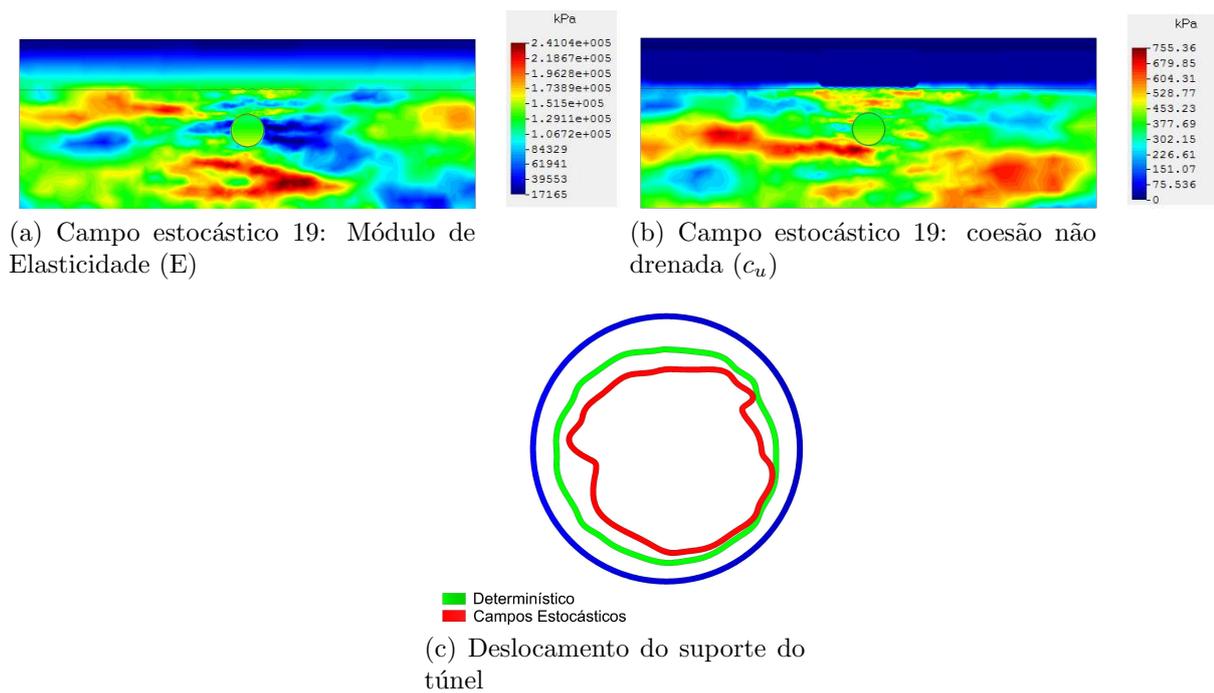


Figura 5.15: Exemplo de um campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade, coesão não drenada, bem como o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 19.

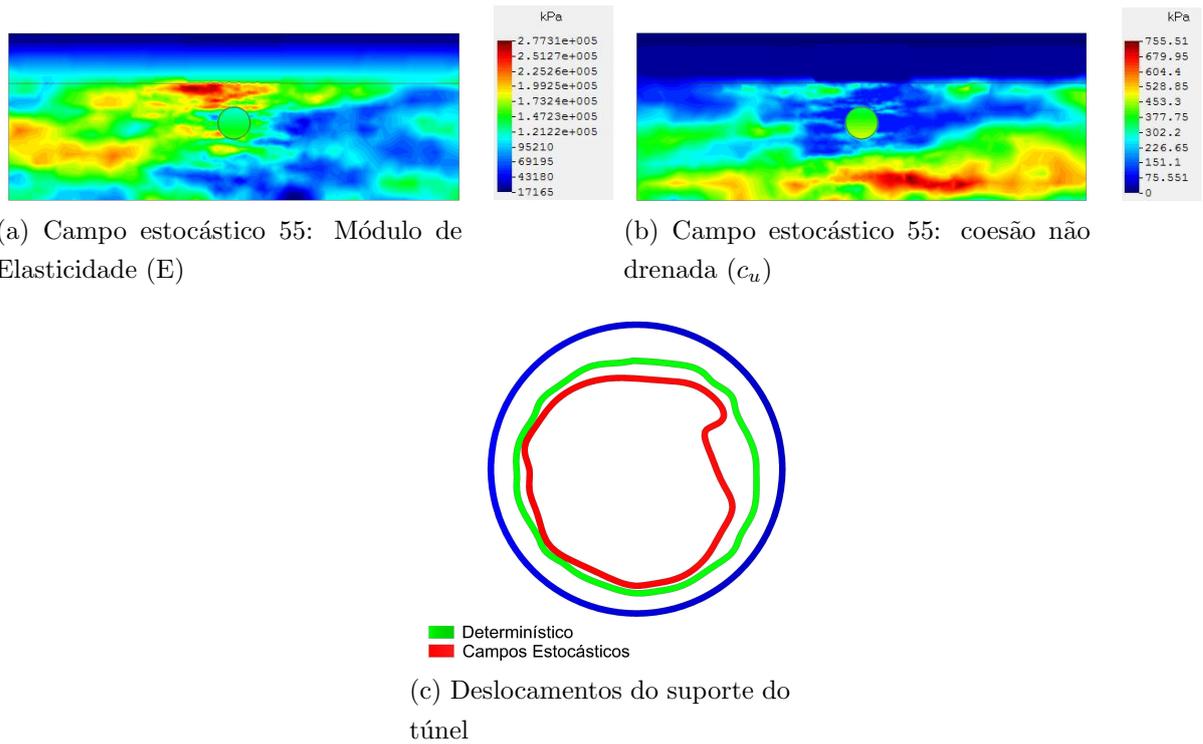


Figura 5.16: Exemplo de um campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade, coesão não drenada, bem como o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 55.

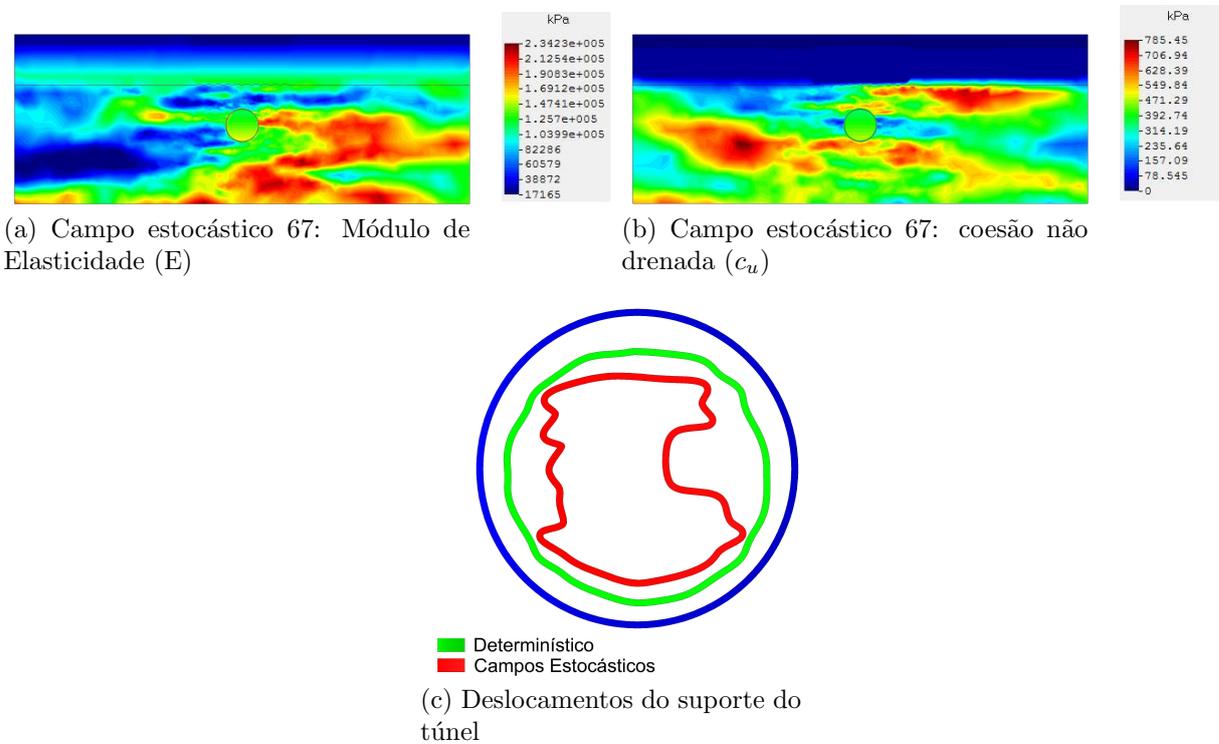


Figura 5.17: Exemplo de um campo estocástico gerado para o módulo de deformabilidade, coesão não drenada, bem como o deslocamento do suporte do túnel para o cálculo 67.

Realizou-se outra série de 100 cálculos estocásticos considerando um comprimento de correlação calculado segundo o método abordado no capítulo 3 apresentado por Phoon e Kulhawy (1999). Neste método o comprimento é calculado usando a fórmula do comprimento de correlação vertical $\theta_v = 0.8d$, em que d é a distância média entre a linha das flutuações das propriedade do solo e a linha da tendencia (Figura 5.18). Calculando o parâmetro θ_v para as duas variáveis aleatórias obtém-se um valor de 2,53 m para a coesão não drenada e um valor de 2,61 m para o módulo de deformabilidade. De referir que estes valores situam-se dentro do intervalo proposto por Phoon e Kulhawy (1999). Tendo em conta o facto destes valores estarem muito próximos, foi definido um comprimento de correlação vertical idêntico para as duas variáveis aleatórias de 2,55 m. Para o valor do comprimento de correlação horizontal, foi definido um valor 10 vezes superior ao comprimento de correlação vertical, para simular uma maior heterogeneidade em profundidade e a estratificação das formações. Assim, foi definido um valor de 25,5 m para o comprimento de correlação horizontal.

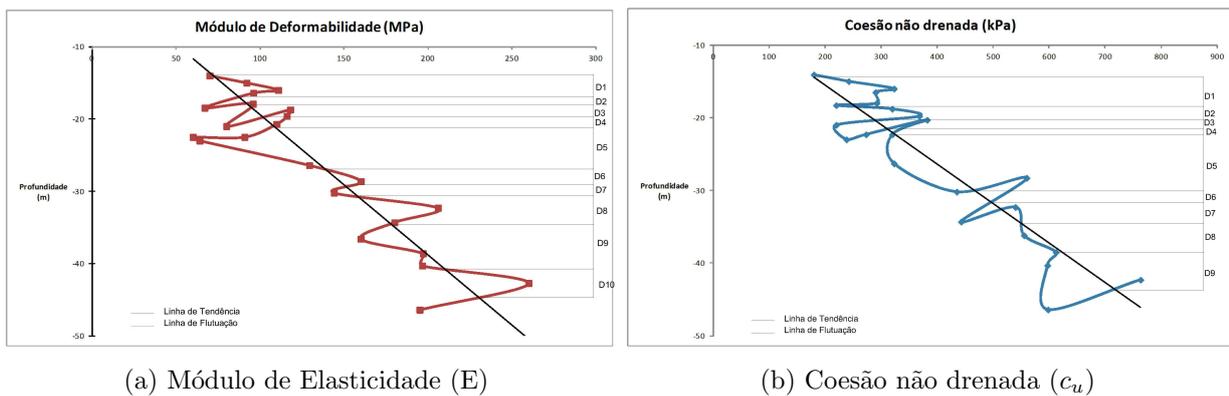
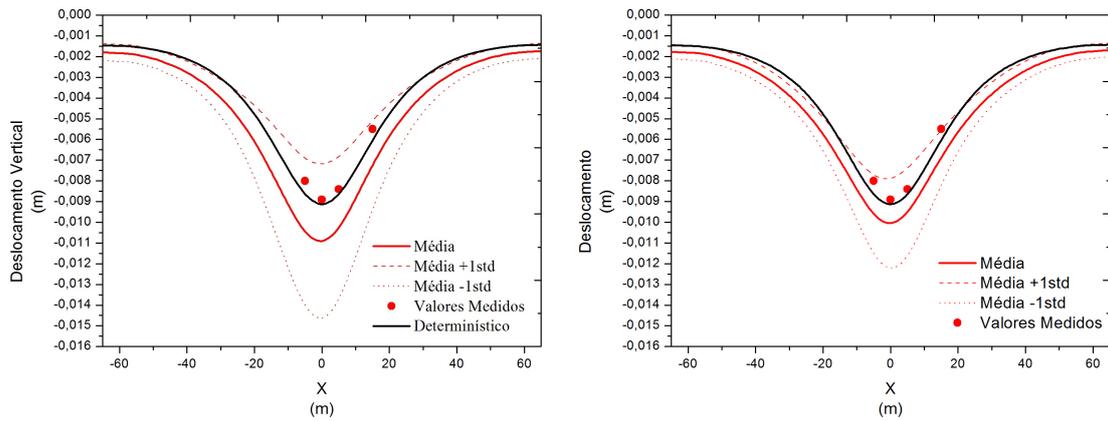


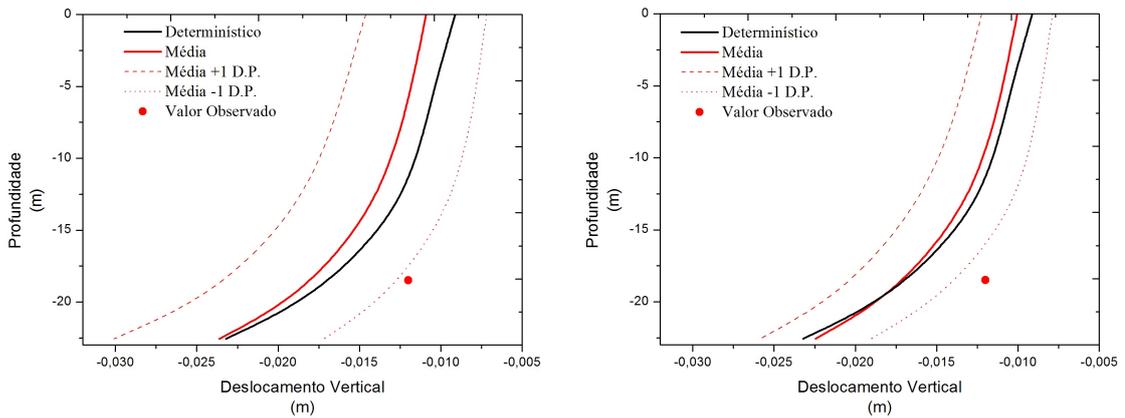
Figura 5.18: Resultados dos ensaios usados para calcular o valor do comprimento de correlação vertical.

Os resultados dos deslocamentos à superfície (Figura 5.19), para os dois comprimentos de correlação usados, mostram que ambos conseguem prever intervalos de variação que contêm os deslocamentos observados. Contudo, os valores do deslocamento para o comprimento de correlação calculado anteriormente aparece mais próximo do valor determinístico. Em relação aos deslocamentos em profundidade (Figura 5.20), nenhum dos dois comprimentos de correlação usados conseguiu englobar, no intervalo de um desvio padrão, os valores observados, embora o valor do deslocamento médio obtido com o comprimento de correlação usado anteriormente esteja mais próximo do valor observado.



(a) Comprimento de correlação $H=42,5$; $V=4,25$ (b) Comprimento de correlação $H=25,5$; $V=2,55$

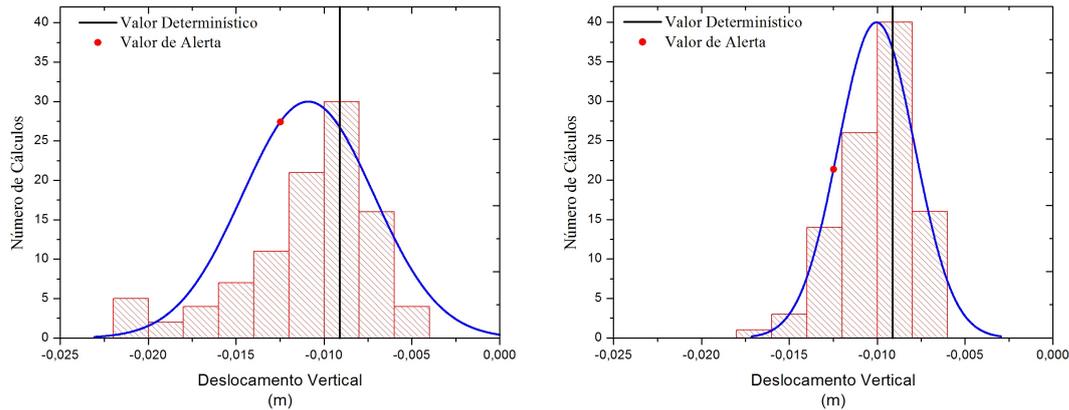
Figura 5.19: Comparação da bacia de subsidência com os dois comprimentos de correlação.



(a) Comprimento de correlação $H=42,5$ $V=4,25$ (b) Comprimento de correlação $H=25,5$ $V=2,55$

Figura 5.20: Comparação da variação dos deslocamentos em profundidade com os dois comprimentos de correlação.

Analisando o histograma dos deslocamentos verticais no ponto A (Figura 5.21), verifica-se uma maior dispersão de resultados quando utilizado o maior comprimento de correlação. A média dos deslocamentos considerando o comprimento de correlação menor está mais próximo do valor determinístico.



(a) Comprimento de correlação $H= 42,5$ $V= 4,25$ (b) Comprimento de correlação $H= 25,5$ $V= 2,55$

Figura 5.21: Histograma dos deslocamentos do ponto A.

Finalmente, a Tabela 5.6 representa a probabilidade do valor de alerta ser ultrapassado no ponto A, considerando os resultados dos histogramas da aplicação dos campos estocásticos. Verifica-se que o uso do comprimento de correlação mais baixo traduz uma menor probabilidade do valor de alerta ser ultrapassado já que também a dispersão dos resultados é menor.

Tabela 5.6: Probabilidade do valor de alerta ser ultrapassado no ponto A

Comprimento de Correlação (m)	Probabilidade %
$H=25,5$ $V=2,55$	13,1 %
$H=42,5$ $V=4,25$	33,7 %

5.3.3 Comparação MEP/ Campos Estocásticos

Nesta secção é feita uma comparação dos resultados obtidos pelos dois métodos usados. Nesta fase, apesar de terem sido efetuados dois cálculos estocásticos com dois comprimentos de correlação distintos, foi decido usar apenas um, com o objetivo de seguir a mesma abordagem do capítulo anterior assim foi usado o comprimento de correlação horizontal de 42,5 m e o vertical de 4,25 m. Na Figura 5.22 apresenta-se uma comparação das bacias de subsidência usando os dois métodos. A primeira conclusão que se pode retirar é o facto da curva média obtida através do MEP apresenta um valor mais próximo da curva obtida através da abordagem determinística do que a curva obtida com os campos estocásticos. Outra conclusão possível assenta na constatação de que o método MEP apresenta uma maior dispersão de valores em comparação com a abordagem estocástica devido ao facto de apresentar um maior desvio padrão.

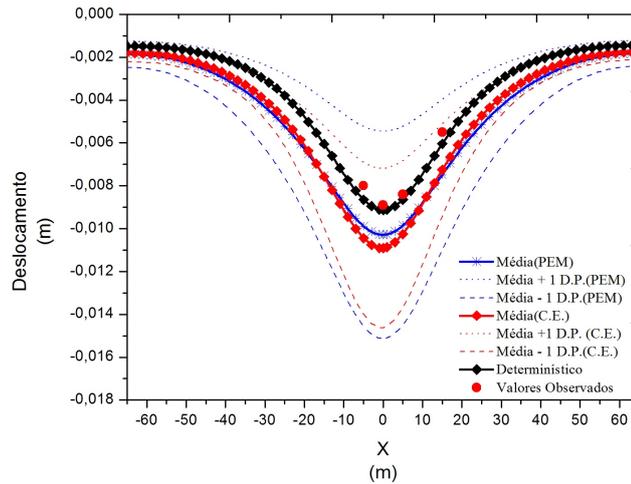


Figura 5.22: Comparação do método MEP e dos Campos estocásticos.

Analisando os histogramas, bem como as curvas de Gauss dos deslocamentos no ponto A, segundo as duas abordagens (Figura 5.23), verifica-se que a abordagem baseada no MEP apresenta uma maior dispersão de resultados. Contudo, em relação à probabilidade do valor de alerta ser ultrapassado, os dois métodos apresentam um valor muito idêntico: 32,6 % para o método MEP e 33,7% para o método dos campos estocásticos.

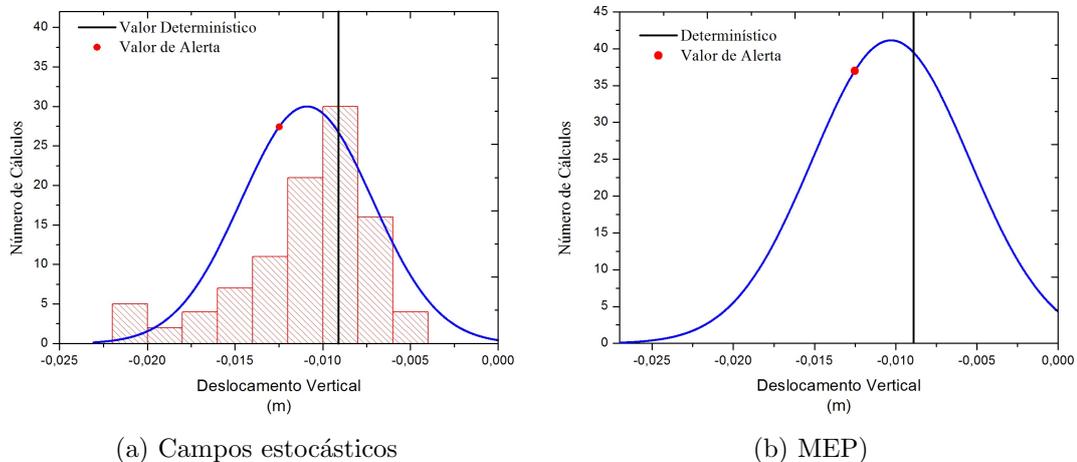


Figura 5.23: Comparação dos histogramas de deslocamento no ponto A.

5.4 Estudo Paramétrico

5.4.1 Análise da influência do comprimento de correlação

Com o intuito de avaliar a influência do comprimento de correlação, foram realizadas séries de 100 cálculos usando o método estocástico com diferentes valores para este parâmetro na direção horizontal e vertical. Para simplificar o estudo, foi admitido que todas as variáveis possuíam o mesmo comprimento de correlação. Fez-se variar este

parâmetro desde um valor reduzido, para simular um solo extremamente variável e heterogêneo ao longo de pequenas distâncias até a um valor elevado, para simular um solo em que esta variabilidade e heterogeneidade existem em maiores distâncias. Para o estudo paramétrico foram considerados os valores apresentados na Tabela 5.7, tendo sido admitido um maior valor horizontal do que vertical, para simular uma maior heterogeneidade em profundidade.

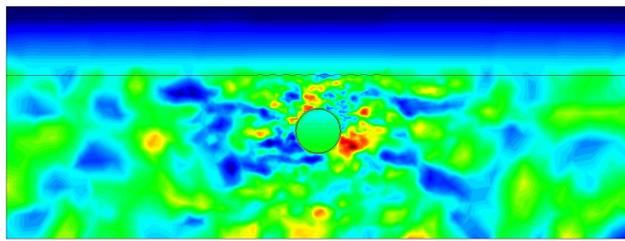
Neste estudo será avaliada a forma como este comprimento de correlação influencia a probabilidade do valor de deslocamento de alerta ser ultrapassado no ponto A.

Tabela 5.7: Valor dos comprimentos de correlação usados.

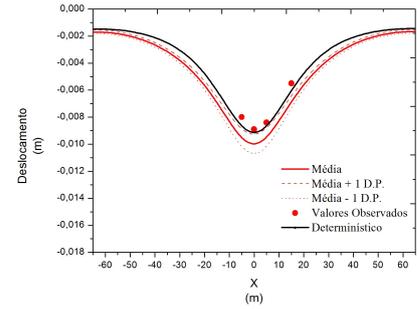
Campo Estocástico	Comprimento de Correlação Horizontal (m)	Comprimento de Correlação Vertical (m)
1	6	3
2	25	5
3	50	10

Nas Figuras 5.24, 5.25, 5.26, é apresentado um exemplo da distribuição da resistência não drenada para os diferentes comprimentos de correlação, sendo possível observar o impacto que estes têm nos campos aleatórios criados. Assim, comprimentos de correlação muito baixos conduzem a mudanças dos parâmetros num curto espaço e essas flutuações tendem a diminuir com o aumento do comprimento de correlação. Pode-se concluir que quanto maior o valor do comprimento de correlação menor é a heterogeneidade do maciço.

Como verificado no capítulo 4.3.1, neste caso de estudo o valor mais baixo do comprimento de correlação corresponde a uma bacia de subsidência média mais próxima da obtida com o cálculo determinístico (Figura 5.24). Contudo, o uso do menor comprimento de correlação não consegue traduzir de forma satisfatória o efeito do aumento no valor dos parâmetros em profundidade, já que a curva da modelação estocástica e os valores medidos não ficam dentro do intervalo de um desvio padrão que se considera ser aceitável. Além disso, a variabilidade dos resultados é bastante pequena. À medida que o comprimento de correlação cresce, os deslocamentos médios aumentam progressivamente, afastando-se do valor determinístico como pode ser observado nas Figura 5.27. Pode-se ainda concluir que estes dois conjuntos de valores do comprimento de correlação já conseguem neste caso traduzir de forma aceitável o efeito do aumento dos valores das propriedades em profundidade. Nestes dois últimos casos, os valores medidos e a curva do cálculo determinístico ficam dentro do intervalo de um desvio padrão. Com o aumento do comprimento de correlação, a curva média afasta-se dos valores medidos mas por outro lado, o intervalo de ± 1 desvio padrão passa a englobar aqueles valores.

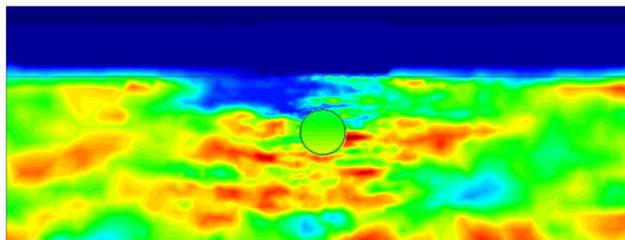


(a) Coesão não drenada (c_u)

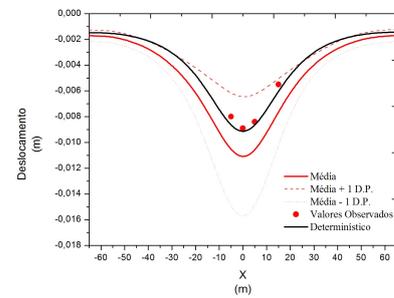


(b) Deslocamentos da bacia.

Figura 5.24: Exemplo de um campo estocástico e o respectivo deslocamento da bacia usando um comprimento de correlação $h=6m$ $v=3m$.

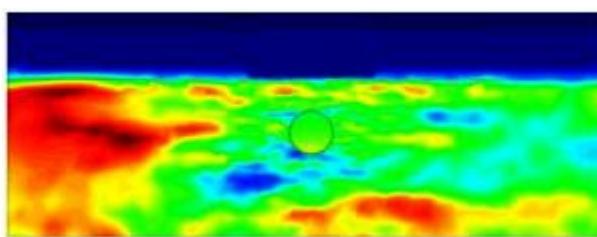


(a) Coesão não drenada (c_u)

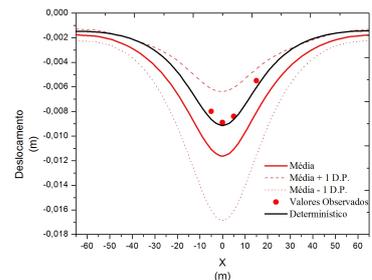


(b) Deslocamentos da bacia.

Figura 5.25: Exemplo de um campo estocástico e o respectivo deslocamento da bacia usando um comprimento de correlação $h=25m$ $v=5m$.

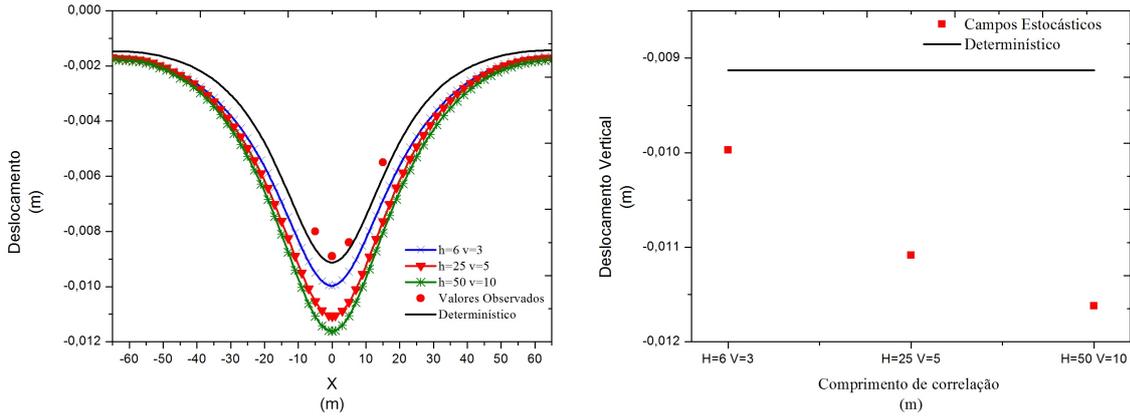


(a) Coesão não drenada (c_u)



(b) Deslocamentos da bacia.

Figura 5.26: Exemplo de um campo estocástico e o respectivo deslocamento da bacia usando um comprimento de correlação $h=50m$ $v=10m$.

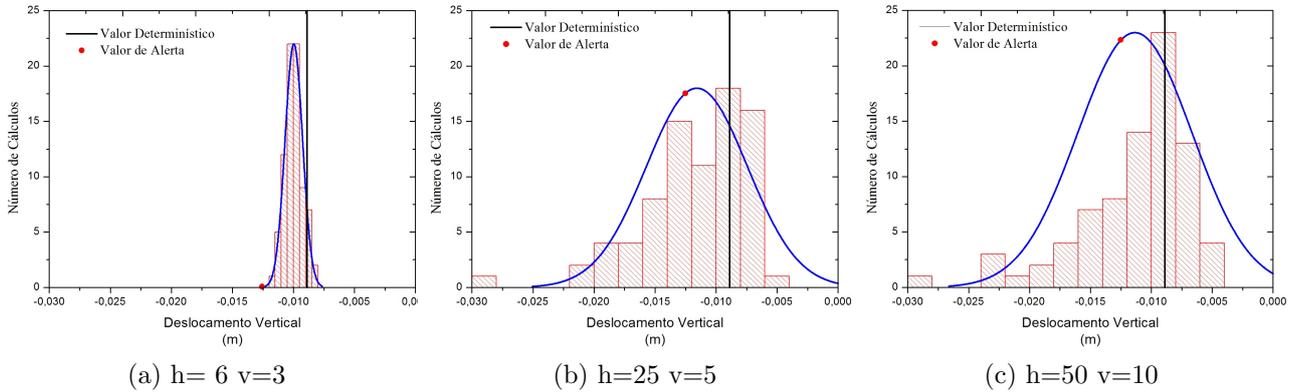


(a) Comparação dos vários comprimentos de correlação

(b) Evolução dos deslocamentos no ponto A com o aumento do comprimento de correlação

Figura 5.27: Comparação dos vários comprimentos de correlação.

Analisando agora os deslocamentos no ponto A (Figura 5.28), constata-se que, como acontecia no caso teórico, um aumento do comprimento de correlação faz com que a dispersão dos resultados seja maior.



(a) $h=6$ $v=3$

(b) $h=25$ $v=5$

(c) $h=50$ $v=10$

Figura 5.28: Histogramas dos deslocamentos no ponto A.

Como se pode observar na Tabela 5.8, a probabilidade do valor do deslocamento de alerta ser ultrapassado é fortemente influenciado pelo valor do comprimento de correlação. Isto é, com o aumento do comprimento de correlação maior será a probabilidade do valor de referência ser ultrapassado, já que a variabilidade também aumenta com este parâmetro. No entanto, os resultados parecem indicar que, para grandes comprimentos de correlação, a probabilidade de risco é da mesma ordem de grandeza. Uma outra conclusão é que os comprimentos de correlação mais elevados conduzem a maiores deslocamentos, traduzindo-se em abordagens mais conservativas.

Tabela 5.8: Probabilidade do valor de alerta ser ultrapassado no ponto A nos vários comprimentos de correlação.

Comprimento de Correlação (m)	Probabilidade do valor de referência ser ultrapassado (%)
H=6 V=3	1,1
H=25 V=5	41,3
H=50 V=10	43,6

5.4.2 Análise da influência do desvio padrão

Com o intuito de estudar a influência que o desvio padrão tem no comportamento do maciço em estudo, bem como a sua influencia na probabilidade do valor de deslocamento de alerta ser ultrapassado, foram executadas três serie de 100 cálculos, em que se fixou o comprimento de correlação com o valor de $h= 50$ m e $v= 10$ m, fazendo variar apenas o valor do desvio padrão. Os valores do desvio padrão usados foram variados, para cada parâmetro, desde um valor mais baixo do coeficiente de variação, passando por um valor médio até ao mais elevado (Tabela 5.9).

Tabela 5.9: Parâmetros geomecânicos adotados: média e desvio nos vários cálculos.

Cálculo	Parâmetros	Média	Desvio Padrão
1	Coesão não drenada (c_u)	395,39 kPa	39,5 kPa
	Módulo de Deformabilidade (E)	131,72 MPa	13.172 MPa
2	Coesão não drenada (c_u)	395,39 kPa	86,9 kPa
	Módulo de Deformabilidade (E)	131,72 MPa	28,9784 MPa
3	Coesão não drenada (c_u)	395,39 kPa	156,18 kPa
	Módulo de Deformabilidade (E)	131,72 MPa	53,14 MPa

Nas Figuras 5.29, 5.30 e 5.31 são apresentados os resultados de um exemplo de campos estocásticos para cada valor do coeficiente de variação e as curvas da bacia subsidência obtidas para o cálculo determinístico. Pode-se observar a forma como a variação deste parâmetro influencia os resultados da geração dos campos estocásticos. Conclui-se que, como seria de esperar, quanto maior é o desvio padrão utilizado, maior é a variabilidade simulada e, conseqüentemente, mais diversificados e dispares serão os valores dos deslocamentos.

A análise dos resultados das três bacias subsidência (Figura 5.32a) revela que, para o valor mais baixo do coeficiente de variação, a curva média localiza-se muito próxima da curva determinística. Com o aumento do coeficiente de variação, os deslocamentos médios à superfície também aumentam progressivamente, distanciando-se dos valores obtidos no

cálculo determinístico. Essa conclusão, fica ainda reforçada por análise da Figura 5.32b, onde se representa a evolução do deslocamento no ponto onde esses deslocamentos são máximos e a variação do coeficiente de variação.

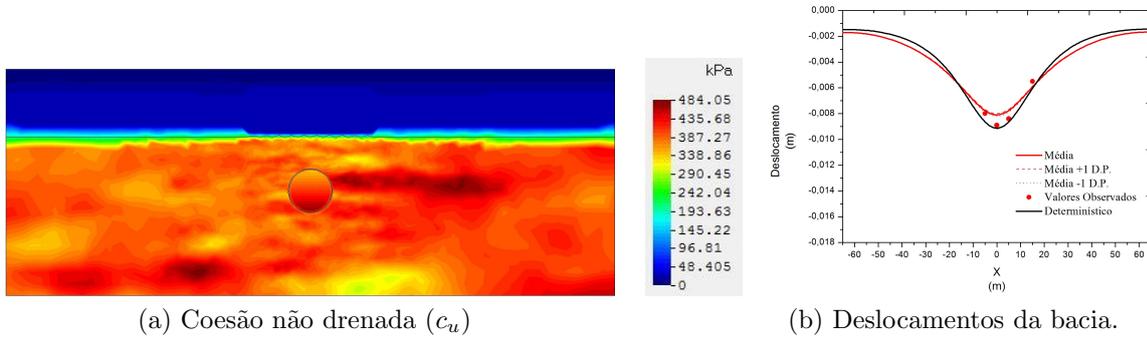


Figura 5.29: Exemplo de um campo estocástico e respectiva bacia de subsidência usando coeficiente de variação baixo.

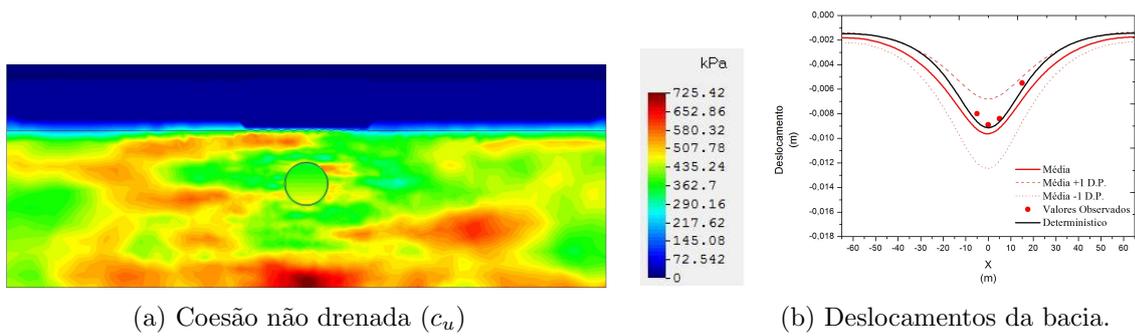


Figura 5.30: Exemplo de um campo estocástico e respectiva bacia de subsidência usando coeficiente de variação médio.

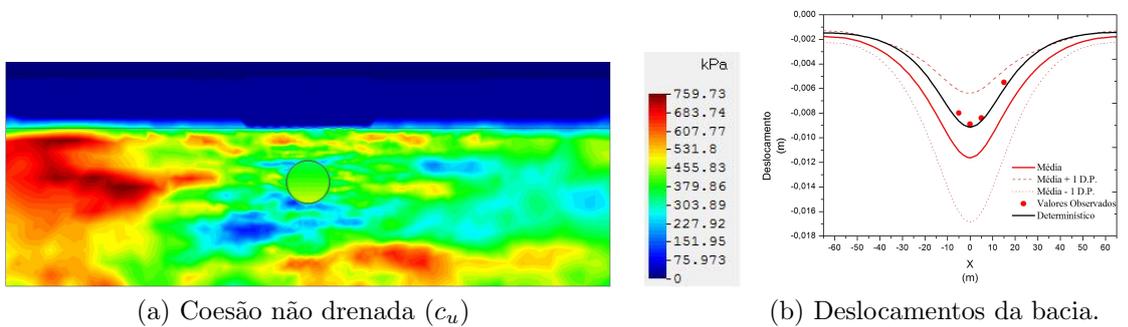
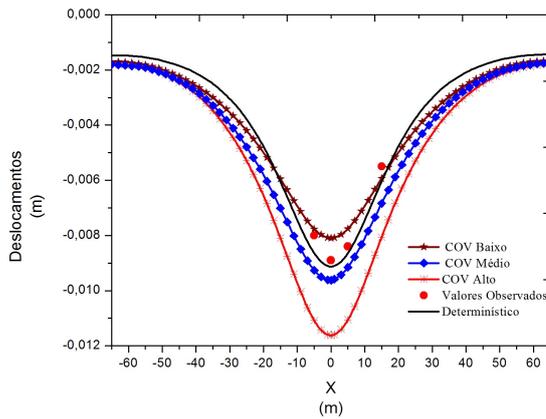
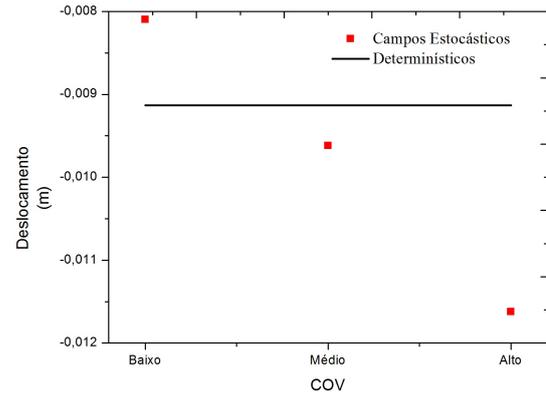


Figura 5.31: Exemplo de um campo estocástico e respectiva bacia de subsidência usando coeficiente de variação alto.



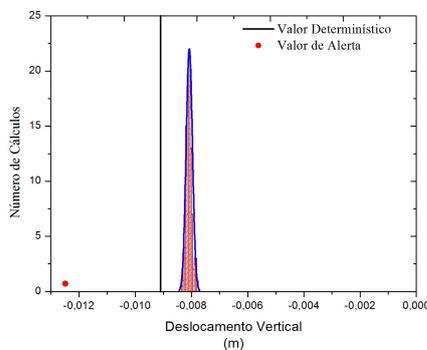
(a) Bacias de subsidência



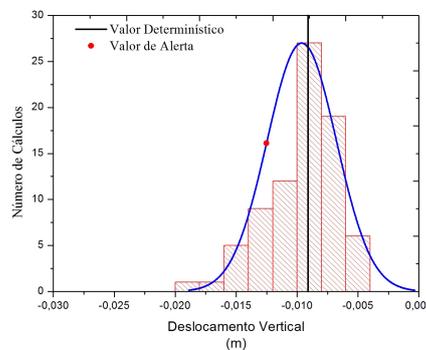
(b) Evolução dos deslocamentos no ponto a com o aumento do comprimento do comprimento de correlação

Figura 5.32: Comparação dos vários comprimentos coeficientes de variação.

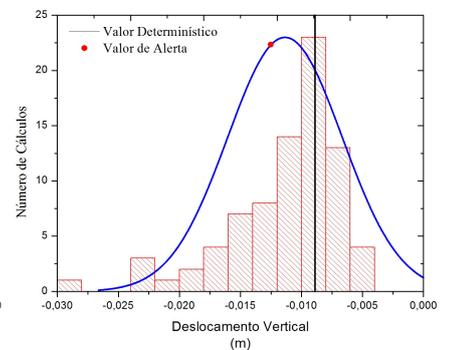
Finalmente, analisando os histogramas dos deslocamentos no ponto à superfície com maior deslocamento (Figura 5.33), constata-se que, quanto maior o valor do coeficiente de variação, maior é a dispersão nos resultados traduzindo um aumento do nível de incerteza e aumentando também o intervalo dos possíveis resultados.



(a) COV baixo



(b) COV médio



(c) COV alto

Figura 5.33: Histogramas para os vários COV usados.

Na Tabela 5.10 é apresentado a probabilidade do deslocamento de alerta ser ultrapassado no ponto A. Como se pode verificar esta probabilidade é fortemente influenciada pelo valor do coeficiente de variação. Variando de um valor nulo, para um coeficiente de variação pequeno, até um valor de 43% para um coeficiente de variação alto

Tabela 5.10: Percentagem de risco de o valor de alerta ser ultrapassado no ponto A.

COV	Probabilidade do valor de referência ser ultrapassado (%)
Baixo	0
Médio	15.9
Alto	43.6

5.4.3 Conclusão

Com o estudo feito ao longo deste capítulo, podemos retirar as seguintes conclusões:

- Com os resultados obtidos, é claramente demonstrado que a variabilidade e a heterogeneidade geomecânica influenciam claramente o comportamento do solo. Esta variabilidade e heterogeneidade originam uma grande transformação nos valores e nos padrões dos deslocamentos, causando o aparecimento de um comportamento assimétrico em relação a um eixo vertical que passa pelo centro do túnel que não é contemplado no cálculo determinístico.
- Tudo indica que a consideração de 100 cálculos dos campos aleatórios é suficiente para obter a convergência nos deslocamentos calculado considerando duas variáveis aleatórias;
- Os valores dos deslocamentos calculados pelas abordagens probabilísticas e estocásticas tendem a ser superiores aos obtidos pelo método determinístico. No entanto, os métodos probabilísticos não consideram a variabilidade do meio, pelo que não fornecem os valores mais realistas para os parâmetros geomecânicos;
- O estudo paramétrico do impacto do comprimento de correlação e do desvio padrão, mostra que o aumento desses dois parâmetros, origina um aumento dos deslocamentos calculados pelo abordagem estocástica e uma maior dispersão dos valores obtidos que traduz uma maior incerteza ;
- Alguns comprimentos de correlação não têm a capacidade de simular o crescimento dos parâmetros em profundidade existente no presente caso de estudo;
- A definição do comprimento de correlação tem um grande impacto nos resultados obtidos, existindo a necessidade de uma avaliação credível para este parâmetro para cada caso estudado.
- Este tipo de metodologia probabilística e estocástica permitem determinar um parâmetro adicional para a gestão do risco que é a probabilidade de determina-

dos valores de deslocamentos considerados críticos serem ultrapassados, o que não é possível através das abordagens determinísticas tradicionais.

Capítulo 6

Conclusões e trabalhos futuros

A presente dissertação tem como objetivo primordial contribuir para o conhecimento sobre a modelação de maciços de cariz marcadamente heterogéneo através da modelação estocástica, bem como a sua aplicação a casos de obras subterrâneas.

Uma série de atividades foram conduzidas, nomeadamente sobre: a forma como a incerteza, a variabilidade e as heterogeneidades dos valores dos parâmetros geomecânicos do solo afetam o comportamento de estruturas geotécnicas; o estudo de métodos capazes de lidar com essas incertezas, considerando uma abordagem probabilística e uma abordagem estocástica; a aplicação das abordagens estudadas quer a um caso teórico, quer a um caso real. O caso teórico usado foi uma escavação de um túnel numa argila sobreconsolidada. Neste caso, através do uso do método probabilístico MEP e do método estocástico da teoria dos campos aleatórios, foi calculado os deslocamentos na envolvente do túnel, bem como os deslocamentos à superfície. Em relação ao caso real, foi feita a análise de uma secção de um túnel pertencente à rede do Metropolitano de Lisboa, mais concretamente o Término da Estação da Alameda II. Utilizando a mesma abordagem de análise do caso teórico, os resultados obtidos foram comparados com valores observados em obra.

As principais conclusões desta dissertação foram as seguintes:

- A variabilidade e a heterogeneidade geomecânica influenciam de forma acentuada o comportamento do maciço. Os resultados demonstraram claramente que a variabilidade introduzida condiciona o comportamento do maciço face à escavação, tornando assimétricos os deslocamentos, quer nas imediações da escavação, quer ao nível da bacia de subsidência;
- A abordagem estocástica tem a vantagem sobre a probabilística de considerar a variabilidade e a heterogeneidade nos modelos de forma mais realista e completa, permitindo considerar diferentes tipos de possibilidade, variando os valores dos comprimentos de correlação.

- Em ambas as análises (caso teórico e caso real), quer o método probabilístico, quer o método estocástico tendem a apresentar valores de deslocamento mais conservativos em relação à abordagem tradicional determinística;
- Do estudo paramétrico, para a avaliação do impacto do comprimento de correlação e do desvio padrão, verificou-se que, com o aumento destes dois parâmetros origina-se um aumento nos deslocamentos calculados utilizando uma abordagem estocástica. Este aumento, nestas propriedades, origina uma maior dispersão nos valores obtidos, o que significa um aumento no nível de incerteza;
- A definição do comprimento de correlação reveste-se de uma importância muito elevada, quando se usa a teoria dos campos aleatórios. Isto, porque a sua variação altera, significativamente, os valores obtidos para os deslocamentos;
- Ao utilizar métodos probabilísticos e estocásticos, é possível determinar um parâmetro adicional para gerir o risco geotécnico que é a probabilidade de determinado valor de deslocamento considerado crítico ser ultrapassado. Tal parâmetro torna-se impossível de determinar através do uso de métodos determinísticos.

Como perspectivas de futuras linhas de investigação, propõe-se que sejam implementadas as seguintes atividades:

- Aplicar o conceito da modelação estocástica a modelos tridimensionais, tentando perceber a influência que a variação de conceitos como, o comprimento de correlação, tem nas três direções, bem como a comparação sistemática dos resultados da modelação para a sua validação com a monitorização de obras;
- Estender a aplicação de modelos estocásticos a outros casos reais, tentando validar o seu uso com os valores observados em obra. Seria também interessante alargar este estudo a obras subterrâneas realizadas em vários tipos de maciços;
- Outra situação a estudar será a consideração de uma tendência variável em profundidade em vez de considerar um valor constante para a tendência em todo o modelo. Isto é, por exemplo, definir o aumento das propriedades geomecânicas em profundidade;
- Tendo em conta a grande influência que o comprimento de correlação tem nos resultados obtidos, será de grande interesse desenvolver uma metodologia mais abrangente para definir este parâmetro. Através de ensaios limitados, ser possível determinar, com um nível de certeza aceitável, este parâmetro, para vários tipos de maciços.

Bibliografia

- [Ang e Tang, 1984] Ang, A. ; Tang, W. (1984). *Probability concepts in engineering planning and design. Volume II decision, risk and reliability*. John Wiley and Sons.
- [Ang e Tang, 2007] Ang, A. H.-S. ; Tang, W. H. (2007). *Probability concepts in engineering : emphasis on applications in civil and environmental engineering*. John Wiley and Sons.
- [Asaoka, 1982] Asaoka, A. ; Grivas, D. A. (1982). Spatial variability of the undrained strength of clays. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 108(5):743–756.
- [Baecher e Christian, 2003] Baecher, G. B. ; Christian, J. T. (2003). *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*. John Wiley & Sons.
- [Chandler, 1996] Chandler, D. (1996). Monte carlo simulation to evaluate slope stability. *Uncertainty in the Geologic Environment: From Theory to Practice*, 1:474–493.
- [Cherubini et al., 2000] Cherubini, C.; Nauta, P. D. ; Tesoro, G. (2000). Probabilistic bearing capacity of strip shallow foundations on c soils. *Application of statistics and probability ICASP 8*, 1:487–490.
- [Christian, 1996] Christian, J. (1996). Reliability methods for stability of existing slopes. *Uncer*, 1:409–418.
- [Christian et al., 1994] Christian, J. T.; Ladd, C. C. ; Baecher, G. B. (1994). Reliability applied to slope stability analysis. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 12:2180–2207.
- [da Costa, 2005] da Costa, E. A. (2005). Avaliação de ameaças e risco geotécnico aplicados à estabilidade de taludes. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia.
- [Einstein, 1982] Einstein, H.H. ; Baecher, C. B. (1982). Probabilistic and statistical methods in engineering geology. i: Problem statement and introduction to solutions. *Rock Mech.*, 12:47–61.

- [El-Ramly, 2001] El-Ramly, H. M. (2001). Probabilistic analyses of landslide hazards and risks, bridging theory and practice. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, University of Alberta.
- [Fenton, 1994] Fenton, G. A. (1994). Error evaluation of three random-field generators. *Journal of Engineering Mechanics*, 120:2478–2497.
- [Fenton, 1997] Fenton, G. A. (1997). Probabilistic methods in geotechnical engineering. *ASCE Conference, Logan, Utah*.
- [Fenton e Griffiths, 2008] Fenton, G. A. ; Griffiths, D. V. (2008). *Risk Assessment in Geotechnical Engineering*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- [Griffiths et al., 2002] Griffiths, D. V.; Fenton, G. A. ; Tveten, D. E. (2002). Probabilistic geotechnical analysis: How difficult does it need to be? *UEF Conference on Probabilistics in Geotechnics*.
- [Hammah et al., 2009] Hammah, R.; Yacoub, T. ; and, J. C. (2009). Probabilistic slope analysis with the finite element method. *43rd US Rock Mechanics Symposium*.
- [Harr, 1989] Harr, M. (1989). Probabilistic estimates for multivariate analyses. *Applied Mathematical Modelling*, 13(5):281–284.
- [Harr, 1987] Harr, M. E. (1987). *Reliability-based Design in Civil Engineering*. McGraw-Hill Inc., New York.
- [Hicks e Samy, 2004] Hicks, M. A. ; Samy, K. (2004). Stochastic evaluation of heterogeneous slope stability. *Italian Geotechnical Journal*, 38(2):54–66.
- [Hong, 1998] Hong, H. (1998). An efficient point estimate method for probabilistic analysis. *Reliability Engineering and System Safety*, 59(3):261–267.
- [Huang, 2007] Huang, Q. H. H. (2007). Risk analysis of soil transition in tunnel works. *Underground Space the 4th Dimension of Metropolises*, pages 209–214.
- [Huber et al., 2009] Huber, M.; Moellmann, A.; Bárdossy, A. ; Vermeer, P. A. (2009). Contributions to probabilistic soil modelling. *Proceedings of the 7th International Probabilistic Workshop*, pages 1–12.
- [Jaksa, 1995] Jaksa, M. B. (1995). *The influence of spatial variability on the geotechnical design properties of a stiff, overconsolidated clay*. Tese para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil, University of Adelaide (Faculty of Engineering).
- [Jaksa et al., 2004] Jaksa, M. B.; Yeong, K.; Wong, K. ; Lee, S. (2004). Horizontal spatial variability of elastic modulus in sand from the dilatometer. *9th Australia New Zealand Conference on Geomechanics*, 1:282–294.

- [Juang et al., 2000] Juang, C. H.; Chen, C. J.; Rosowsky, D. V. ; Tang, W. H. (2000). A probabilistic method for assessing liquefaction potencial. *Application of statistics and probability ICASP 8*, 1:395–400.
- [Lawton e Forrest, 1996] Lawton, G. M. ; Forrest, M. P. (1996). Risk in geotechnical engineering for embankment dams. *Uncertainty in the Geologic Environment: From Theory to Practice*, 1:550–562.
- [Marques, 1998] Marques, F. E. R. (1998). Análise do comportamento de um túnel aberto nas formações miocénicas de Lisboa. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.
- [Miranda, 2011] Miranda, L. C. R. S. (2011). Influência da variabilidade geotécnica na bacia de subsidência devida à escavação de túneis urbanos. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico.
- [Miranda, 2003] Miranda, T. F. S. (2003). Contribuição para a obtenção de parâmetros geomecânicos para a modelação de obras subterrâneas em maciços graníticos. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, Universidade do Minho.
- [Miranda et al., 2008] Miranda, T. F. S.; Sousa, L. R. ; Correia, A. G. (2008). Metodologia bayesiana para a actualização do módulo de deformabilidade numa estrutura subterrânea. *Sociedade Portuguesa de Geotecnia (SPG)*.
- [Pedro et al., 2012] Pedro, A.; Taborda, D.; Coelho, P. ; Sousa, J. A. (2012). A variabilidade de maciços: Modelação numérica e influência no comportamento de estruturas geotécnicas. *XIII Congresso Nacional em Geotecnia*.
- [Phase2, 2011] Phase2 (2011). Probabilistic analysis in phase2. http://www.rocscience.com/downloads/phase2/webhelp/pdf_files/tutorials/Tutorial_31_Probabilistic_Analysis.pdf/.
- [Phoon e Kulhawy, 1999] Phoon, K. ; Kulhawy, F. H. (1999). Characterisation of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*, 36:612–624.
- [Roddeman, 2011] Roddeman, D. (2011). *TOCHNOG PROFESSIONAL Users manual Version 9*.
- [Rosenblueth, 1975] Rosenblueth, E. (1975). Point estimates for probability moments. *Proc., Nat. Acad. of Sci.*, 72:3812–3814.
- [Shen e Fu, 2011] Shen, H. ; Fu, H. (2011). Spatial variability and slope stability analysis. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 16:1261–1276.

- [Shou et al., 2007] Shou, K.; Chuang, Y. ; Liu, Y. (2007). Numerical analysis of soft rock tunneling in the western taiwan area. *The Second Half Century of Rock Mechanics 11th Congress of the International Society for Rock Mechanics*, 2:959–962.
- [Simoes et al., 2012] Simoes, J.; Neves, L.; Antao, A. ; Guerra, N. (2012). Estudo probabilístico bidimensional da capacidade resistente de fundações superficiais em solo respondendo em condições não drenadas. *XIII Congresso Nacional em Geotecnia*.
- [Soulié et al., 1990] Soulié, M.; Montes, P. ; Silvestri, V. (1990). Modeling spatial variability of soil parameters. *Canadian Geotechnical Journal*, 27:617–630.
- [Suchomel e Masín, 2009] Suchomel, R. ; Masín, D. (2009). Comparison of different probabilistic methods for predicting stability of a slope in spatially variable c_u soil. *Computers and Geotechnics*, 37:132–140.
- [Suchomel e Masín, 2011] Suchomel, R. ; Masín, D. (2011). Probabilistic analyses of a strip footing on horizontally stratified sandy deposit using advanced constitutive model. *Computers and Geotechnics*, 38:363–374.
- [Thacker et al., 1996] Thacker, B. H.; Riha, D. S. ; Wu, Y. (1996). Probabilistic structural analysis of deep tunnels. Technical report, Defense Nuclear Agency.
- [Valley et al., 2010] Valley, B.; Kaiser, P. K. ; Duff, D. (2010). Consideration of uncertainty in modelling the behaviour of underground excavations. *V international siminar on deep and high stress mining, Santiago, Chile*.
- [Vanmarcke, 1983] Vanmarcke, E. (1983). *Random Fields: Analysis and Synthesis*. 1st Edition: The MIT Press.
- [Vanmarcke, 1977] Vanmarcke, E. H. (1977). Probabilistic modeling of soil profiles. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 103:1227–1246.

