

Optimização e controlo da poluição atmosférica

A. Ismael F. Vaz¹ e Eugénio C. Ferreira²

¹Departamento de Produção e Sistemas, Escola de Engenharia, Universidade do Minho
Email: aivaz@dps.uminho.pt

²Centro de Engenharia Biológica, Escola de Engenharia, Universidade do Minho
Email: ecferreira@deb.uminho.pt

Resumo

Alguns problemas de controlo da poluição atmosférica podem ser formulados como problemas de programação semi-infinita (PSI). Estas formulações, das quais descrevemos três abordagens, permitem que as instalações fabris cumpram a legislação da poluição atmosférica enquanto que o impacto económico é minimizado. As mesmas ferramentas da programação matemática podem também ser usadas pelas autoridades competentes no sentido de verificar que os limites impostos por lei são cumpridos, através do planeamento da localização dos postos de amostragem/controlo. A primeira das formulações consiste em otimizar um determinado objectivo enquanto que o nível de poluição atmosférica é mantido abaixo de um valor de referência. A segunda consiste no cálculo da poluição atmosférica máxima atingida numa determinada região e a terceira considera um problemas de redução da poluição. Estas formulações permitem obter os melhores parâmetros de controlo e as posições onde os valores máximos da poluição são atingidos, posições essas que correspondem ao melhor posicionamento dos postos de amostragem/controlo.

As abordagens propostas são ilustradas com quatro problemas académicos. As ferramentas actualmente existentes apoiam a PSI desde a modelação do problema até à sua resolução. A linguagem de modelação (SIP)AMPL foi usada para codificar os problemas propostos e o *solver* NSIPS foi empregue na resolução dos mesmos.

1. Introdução

As questões ambientais em geral e as da poluição atmosférica em particular têm merecido particular atenção por parte dos decisores, quer na fase de planeamento, quer na fase de amostragem/controlo.

As fontes não móveis têm uma contribuição importante para a poluição atmosférica global. A existência de modelos matemáticos que simulam a concentração de poluentes no ar permite que os níveis de poluição do ar possam ser previstos e conseqüentemente, em condições climatéricas médias, mantidos abaixo de valores de referência. Os limites de concentração da poluição são impostos por lei e compete às instalações fabris a decisão da melhor política no sentido de não ultrapassar esses mesmos limites, minimizando o impacto económico. Às autoridades competentes compete a verificação de que as instalações fabris cumprem os valores máximos da concentração da poluição atmosférica indicados na lei, bem como a instalação de postos de verificação da qualidade do ar.

Neste trabalho descreve-se o uso da programação semi-infinita (PSI) na resolução de problemas de optimização que resultam da minimização do impacto económico (tamanho mínimo das chaminés ou redução mínima da produção) enquanto que os valores da concentração da poluição são mantidos abaixo de valores de referência.

A PSI é caracterizada por possuir um número finito de variáveis a otimizar, sujeitas a um conjunto infinito de restrições. Vários problemas de engenharia podem ser formulados como problemas de PSI, nomeadamente os de planeamento de trajectórias de robôs, desenho de conjunto óptimos de sinais, planeamento da produção e desenho de filtros digitais (veja-se em Hettich & Kortanek, 1993).

O controlo da poluição atmosférica foi também abordado no contexto da PSI por Hettich & Kortanek (1993) e Honstede (1979). Neste artigo descreve-se como os problemas de controlo da poluição atmosférica podem ser formulados usando a PSI. Foram modelados quatro exemplos na linguagem (SIP)AMPL (Vaz *et al.* 2004) e resolvidos com o *solver* NSIPS (Vaz *et al.*, 2002), ilustrando o potencial destas formulações.

Nas últimas décadas foram propostos vários modelos para a poluição atmosférica (Turner, 1994). Assumindo determinadas condições climáticas, estes modelos prevêm a concentração da poluição numa dada região.

Neste trabalho assume-se condições climáticas médias (Turner, 1994) no modelo de dispersão Gaussiano usado para estimar a poluição atmosférica numa região. Um dos problemas propostos consiste em otimizar uma função objectivo sujeita a que o limite da concentração da poluição seja mantido abaixo de um valor de referência. Outro problema consiste no cálculo da concentração máxima que é atingida numa dada região e outro é um problema em que se pretende minimizar a redução da emissão da poluição, enquanto que a concentração da poluição é mantida abaixo de um valor de referência.

Na secção 2 descreve-se a PSI e a notação usada. A secção 3 introduz o leitor na área do controlo da poluição, descrevendo-se de modo sucinto o modelo de dispersão Gaussiano e as três formulações propostas. A secção 4 apresenta os exemplos correspondentes às formulações propostas. Os resultados numéricos são apresentados na secção 5 e as conclusões na secção 6.

2. Programação semi-infinita (PSI)

Um problema de programação semi-infinita pode ser descrito na seguinte forma matemática

$$\begin{aligned}
 & \underset{u \in R^n}{\text{mín}} f(u) \\
 \text{s.a} \quad & g_i(u, v) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\
 & u_{lb} \leq u \leq u_{ub} \\
 & \forall v \in T \subset R^p,
 \end{aligned} \tag{1}$$

onde $f(u)$ é a função objectivo, $g_i(u, v)$, $i = 1, \dots, m$, são as funções das restrições infinitas e u_{lb} , u_{ub} são os limites (simples) inferiores e superiores das variáveis u .

O problema (1) pode ser descrito de uma forma mais geral, nomeadamente incluindo restrições de igualdade e desigualdade finitas (restrições que dependem apenas das variáveis u), mas esta definição é suficiente para a descrição dos problemas aqui formulados.

Estes tipos de problemas são designados de semi-infinitos devido à presença das restrições $g_i(u, v) \leq 0$. Quando T é um conjunto infinito (de cardinalidade infinita) podemos olhar para as variáveis v como um índice adicional nas restrições ($g_{i,v}(u) \leq 0$), originando um problema com

um número infinito de restrições. A designação de semi-infinito vem do facto de o número de variáveis a otimizar ser finito e de o número de restrições ser infinito.

Neste artigo, considera-se o conjunto T como um conjunto formado por um produto cartesiano de intervalos de limites simples $([\alpha_1, \beta_1] \times \dots \times [\alpha_p, \beta_p])$.

Um processo natural de resolver um problema de PSI é através da substituição do conjunto infinito T por um finito. Existem vários métodos para o fazer: Métodos de discretização, métodos das trocas, métodos de redução (veja-se em Hettich & Kortanek, 1993, para uma descrição mais detalhada), métodos duais (Vaz *et al.*, 2003c) e métodos de transcrição das restrições (Vaz *et al.*, 2003a,b).

Nos métodos de discretização, o conjunto T é substituído por uma sequência de subconjuntos $T_0 \subset T_1 \subset \dots \subset T_N \subset T$ (em que T_k , $k=1, \dots, N$, são usualmente grelhas de pontos). Em cada iteração, alguns pontos do subconjunto T_k são escolhidos e usados nas restrições infinitas para formar um subproblema finito (subproblema com apenas restrições do tipo finito). A solução do problema de PSI é aproximada pela solução do subproblema na grelha final T_N (mais fina), a qual pode não ser um ponto estacionário para o problema de PSI.

Nos métodos das trocas, dada uma aproximação (\bar{u}) à solução do problema de PSI, são calculadas aproximações às soluções dos problemas

$$\max_{v \in T} g_i(\bar{u}, v), \quad i = 1, \dots, m. \quad (2)$$

As aproximações às soluções são usadas para obter uma aproximação à solução do problema de PSI (através da resolução do correspondente subproblema finito) e o processo é repetido até que uma boa aproximação à solução do problema de PSI seja encontrada.

Nos métodos de redução são calculados todos os óptimos globais e locais do problema (2). O subproblema finito é resolvido com as soluções encontradas do problema (2), sendo o processo repetido iterativamente até que uma boa aproximação à solução do problema de PSI seja encontrada.

Os métodos duais consideram o problema dual correspondente, onde os multiplicadores de Lagrange são representados por uma função linear segmentada.

Os métodos de transcrição das restrições consideram o problema transcrito que é obtido do problema de PSI original através da transcrição das restrições infinitas em integrais sobre o conjunto T .

3. Controlo da poluição atmosférica

Para uma leitura mais completa sobre controlo da poluição atmosférica o leitor é remetido para Turner (1994).

Considere-se um sistema de coordenadas em que a origem se encontra ao nível do solo. Os eixos X e Y estendem-se na horizontal e são perpendiculares entre si. O eixo Z estende-se verticalmente e é perpendicular com os eixos dos X e Y (Figura 1). Sejam a e b as coordenadas x e y da fonte emissora de poluição, respectivamente. Assume-se que a emissão dos poluentes ocorre acima do nível do solo ($z=0$) a uma altura efectiva H .

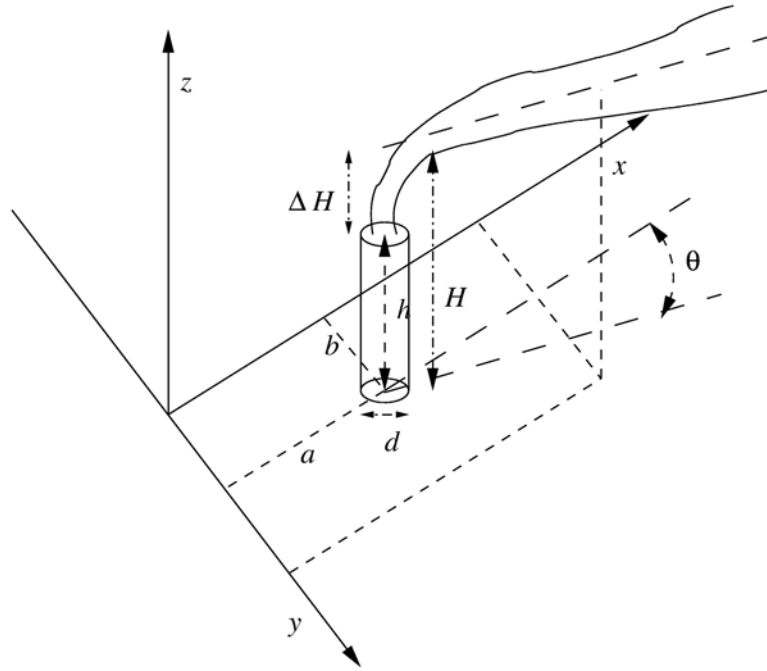


Figura 1: Sistema de coordenadas e notação.

Assumindo que a dispersão do penacho segue uma distribuição Gaussiana, a concentração, C , de gás ou aerossóis (partículas com menos de $20\mu\text{m}$ de diâmetro) na posição x , y e z de uma fonte contínua de emissão com altura efectiva da chaminé H , é dada por

$$C(x, y, z, H) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_zU} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Y}{\sigma_y}\right)^2} \left(e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-H}{\sigma_z}\right)^2} + e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z+H}{\sigma_z}\right)^2} \right) \quad (3)$$

onde Q (gs^{-1}) é a taxa uniforme de emissão, U (ms^{-1}) é a velocidade média do vento que afecta o penacho e σ_y (m) e σ_z (m) são os desvios padrões da concentração ao longo do penacho nos planos horizontal e vertical, respectivamente. Y é dado pela equação

$$Y = (x - a)\text{sen}(\theta) + (y - b)\text{cos}(\theta), \quad (4)$$

onde θ (rad) é a direcção do vento médio ($0 \leq \theta \leq 2\pi$).

Na equação (3) a variável x não aparece explicitamente na fórmula, mas σ_y e σ_z dependem da variável X dada por

$$X = (x - a)\text{cos}(\theta) - (y - b)\text{sen}(\theta). \quad (5)$$

As equações (4) e (5) correspondem a uma mudança de coordenadas do ponto de emissão da poluição e a uma rotação na direcção do vento.

A altura efectiva da chaminé H (m) é a soma do tamanho físico da chaminé h (m) com a elevação do penacho ΔH (m), dada pela equação de Holland (Wang & Luus, 1978)

$$\Delta H = \frac{V_o d}{U} \left(1.5 + 2.68 \frac{T_o - T_e}{T_o} d \right), \quad (6)$$

onde d (m) é o diâmetro interno da chaminé, V_o (ms^{-1}) é a velocidade de saída do gás, T_o (K) é a temperatura de saída do gás e T_e (K) é a temperatura ambiente.

São propostas três formulações em que se considera um cenário com n fontes (chaminés) de poluição distribuídas por uma determinada região em que C_i é a contribuição da fonte i para a concentração total.

Sendo o gás quimicamente inerte, uma das formulações como problema de PSI resulta da minimização das alturas $u=(h_1, \dots, h_n)$ das chaminés (custo de construção das chaminés), enquanto que a concentração da poluição ao nível do solo é mantido abaixo de um determinado limite C_0 , numa determinada região T . A formulação como problema de PSI é

$$\begin{aligned} & \min_{u \in R^n} \sum_{i=1}^n c_i h_i \\ s.a \quad & g(u, v \equiv (x, y)) \equiv \sum_{i=1}^n C_i(x, y, 0, H_i) \leq C_0 \\ & \forall v \in T \subset R^2 \end{aligned} \quad (7)$$

em que c_i , $i=1, \dots, n$, são os custos de construção associados à chaminé i .

Note-se que a função objectivo, aqui considerada, pode ser qualquer função não linear. De facto, na prática não é apropriada uma função objectivo linear, uma vez que o custo de construção não cresce linearmente com a altura.

Outra formulação resulta do planeamento das estações de amostragem/controlo para monitorização das emissões da poluição atmosférica. Nesta formulação é calculado o nível máximo da concentração da poluição, ao nível do solo, e onde este ocorre (pontos que tornam as restrições activas na solução do problema de PSI). A formulação como problema de PSI é

$$\begin{aligned} & \min_{l \in R} l \\ s.a \quad & g(v \equiv (x, y)) \equiv \sum_{i=1}^n C_i(x, y, 0, H_i) \leq l \\ & \forall v \in T \subset R^2 \end{aligned} \quad (8)$$

Nesta formulação calcula-se o valor máximo da concentração da poluição atmosférica através da resolução de um problema de PSI de minimização. Seja l^* a solução do problema (8). l^* corresponde ao valor mínimo que satisfaz $g(v) \leq l^*$, $\forall v \in T$. Os pontos v^* , tais que $g(v^*)=l^*$, são pontos que tornam a restrição infinita activa e são maximizantes globais. Estes pontos correspondem às posições onde a concentração da poluição atinge os máximos globais e correspondem a posições privilegiadas para a instalação de postos de amostragem/controlo.

A última formulação refere-se à minimização da redução da produção (redução da emissão), para que o nível de poluição máxima se mantenha abaixo de um valor de referência. Seja $u=(r_1, \dots, r_n)$ a taxa (percentagem) de redução da produção. O problema de PSI é

$$\begin{aligned}
& \min_{u \in R^n} \sum_{i=1}^n p_i r_i \\
s.a \quad & g(u, v \equiv (x, y)) \equiv \sum_{i=1}^n (1 - r_i) C_i(x, y, 0, H_i) \leq C_0 \\
& \forall v \in T \subset R^2
\end{aligned} \tag{9}$$

onde p_i , $i=1, \dots, n$, é o custo (preço) da redução da produção na fonte i (limpeza ou não produção). Aplica-se o mesmo comentário da primeira formulação acerca de se considerar uma função objectivo linear.

Quatro exemplos académicos de controlo da poluição atmosférica são descritos na próxima secção, usando as formulações já descritas.

4. Exemplos de problemas de controlo da poluição atmosférica

Nesta secção descreve-se quatro exemplos com dados recolhidos da literatura da área da poluição atmosférica.

Estes problemas encontram-se codificados na linguagem de modelação (SIP)AMPL e estão disponíveis ao público em conjunto com o pacote de *software* SIPAMPL (Vaz *et al.*, 2004 e www.norg.uminho.pt/aivaz/). O AMPL (Fourer *et al.*, 1990) é uma linguagem de modelação para problemas de programação matemática. A simplicidade e as potencialidades da linguagem de modelação do AMPL tornam-na numa das mais populares linguagens de modelação (outra linguagem de modelação também popular é o GAMS, Brooke *et al.*, 1998). O AMPL é um *software* comercial (www.ampl.com), no entanto existe uma versão *student edition* livre, mas limitada a 300 variáveis e 300 restrições. O AMPL permite a codificação de problemas de programação matemática (finita), providenciando diferenciação automática para os problemas codificados. O facto do AMPL não permitir a codificação de problemas de PSI levou a criação do SIPAMPL.

SIPAMPL significa *Semi-Infinite Programming with AMPL*. O pacote de *software* SIPAMPL inclui uma base de dados com mais de 160 problemas de PSI já codificados, uma interface que permite a ligação da base de dados com potenciais *solvers* para a PSI, uma interface que permite ao MATLAB (MathWorks, 1999) usar os problemas codificados da base de dados e uma ferramenta *select* que permite interrogar a base de dados sobre problemas com determinadas características.

As subsecções seguintes apresentam os exemplos para as três formulações.

4.1. Tamanho mínimo das chaminés

Foi considerado por Wang & Luus (1978) um problema de controlo da poluição atmosférica. O problema proposto foi usado para testar a robustez de um procedimento de optimização na obtenção do máximo global da concentração de dióxido de enxofre, numa dada região. Os dados do problema proposto são aqui usados para minimizar o tamanho total das chaminés, mantendo o nível da concentração do dióxido de enxofre abaixo de um valor de referência.

O problema consiste numa região com 10 chaminés. A temperatura ambiente (T_e) é de 283 K e a temperatura de emissão do gás (T_o) é igual a 413 K para todas as chaminés. A velocidade média do vento (U) é 5.64 ms^{-1} com direcção (θ) de 3.996 rad.

Os restantes dados para as chaminés e emissões são apresentados na Tabela 1.

Os valores propostos para a altura das chaminés (h_i) foram usados como aproximações iniciais para o problema de PSI, em que é considerada uma região de 40 km ($T = [-20000, 20000] \times [-20000, 20000]$).

Tabela 1: Dados das chaminés e de emissão (tamanho mínimo das chaminés).

Fonte	a_i (m)	b_i (m)	h_i (m)	d_i (m)	Q_i (gs^{-1})	$(V_o)_i$ (ms^{-1})
1	-3000	-2500	183,0	8,0	2882,6	19,245
2	-2600	-300	183,0	8,0	2882,6	19,245
3	-1100	-1700	160,0	7,6	2391,3	17,690
4	1000	-2500	160,0	7,6	2391,3	17,690
5	1000	2200	152,4	6,3	2173,9	23,404
6	2700	1000	152,4	6,3	2173,9	23,404
7	3000	-1600	121,9	4,3	1173,9	27,128
8	-2000	2500	121,9	4,3	1173,9	27,128
9	0	0	91,4	5,0	1304,3	22,293
10	1500	-1600	91,4	5,0	1304,3	22,293

Este problema de PSI está codificado no formato (SIP)AMPL e disponível ao público na base de dados de problemas no pacote de *software* SIPAMPL (ficheiro **vaz1.mod**).

4.2. Poluição máxima e planeamento de estações de amostragem

No exemplo do cálculo da poluição máxima (I^*) é usado o problema (8) em que os valores de H_i são fixos. São considerados valores hipotéticos, descritos em Gustafson *et al.* (1977), para as fontes emissoras. Os dados das fontes emissoras considerados estão indicados na Tabela 2. A região considerada foi de $T = [0, 24140] \times [0, 24140]$ (um quadrado de aproximadamente 15 milhas). A Temperatura ambiente considerada é de 284 K, com velocidade do vento de $5ms^{-1}$ e na direcção de $3.927rad$ (225°). Foi considerada a mesma classe de estabilidade que a usada no exemplo anterior.

Este problema está igualmente codificado na linguagem (SIP)AMPL e disponível na base de dados do pacote de *software* SIPAMPL (ficheiro **vaz2.mod**).

4.3. Redução da poluição do ar

Gustafson & Kortanek (1972) descrevem um exemplo de redução da poluição em que é usada a equação de Sutton para prever a concentração da poluição atmosférica. Um problema ligeiramente diferente foi usado por Honstede (1979), o qual já se encontrava disponível na base de dados do SIPAMPL, incluído num conjunto de problemas designados de “conjunto de problemas de Watson” (veja-se Price, 1994).

Numa certa cidade existem três instalações fabris P_1 , P_2 e P_3 , emitindo as quantidades e_1 , e_2 e e_3 , com $0 \leq e_i \leq 2$, $i=1,2,3$, de um determinado poluente. As autoridades impõem um limite de C_0 na concentração da poluição, sob condições climáticas típicas, *i.e.*, um vento de oeste ($\theta = 0$ no modelo Gaussiano) com velocidade constante U . As autoridades querem também saber onde devem ser colocados os postos de verificação/amostragem e o seu número, de forma a poderem verificar que os limites são respeitados. Assumindo que o rendimento é proporcional à taxa de emissão e que o rendimento total das três instalações fabris é uma combinação linear das emissões o problema proposto de optimização é

$$\begin{aligned}
& \underset{e_1, e_2, e_3 \in \mathbb{R}}{\text{máx}} \quad 2e_1 + 4e_2 + e_3 \\
s.a \quad & \sum_{i=1}^3 e_i C_i(x, y, 0, H_i) \leq C_0 \\
& 0 \leq e_i \leq 2 \quad i=1,2,3 \\
& \forall (x, y) \in [-1,4] \times [-1,4]
\end{aligned}$$

Tabela 2: Dados das fontes emissoras (cálculo da poluição máxima).

Fonte	a_i (m)	b_i (m)	h_i (m)	d_i (m)	Q_i (gs^{-1})	$(V_o)_i$ (ms^{-1})	$(T_o)_i$ (K)
1	9190	6300	61,0	2,6	191,1	6,1	600
2	9190	6300	63,6	2,9	47,7	4,8	600
3	9190	6300	30,5	0,9	21,1	29,2	811
4	9190	6300	38,1	1,7	14,2	9,2	727
5	9190	6300	38,1	2,1	7,0	7,0	727
6	9190	6300	21,9	2,0	59,2	4,3	616
7	9190	6300	61,0	2,1	87,2	5,2	616
8	8520	7840	36,6	2,7	25,3	11,9	477
9	8520	7840	36,6	2,0	101,0	16,0	477
10	8520	7840	18,0	2,6	41,6	9,0	727
11	8050	7680	35,7	2,4	222,7	5,7	477
12	8050	7680	45,7	1,9	20,1	2,4	727
13	8050	7680	50,3	1,5	20,1	1,6	727
14	8050	7680	35,1	1,6	20,1	1,5	727
15	8050	7680	34,7	1,5	20,0	1,6	727
16	9190	6300	30,0	2,2	24,7	9,0	727
17	5770	10810	76,3	3,0	67,5	10,7	473
18	5620	9820	82,0	4,4	66,7	12,9	603
19	4600	9500	113,0	5,2	63,7	9,3	546
20	8230	8870	31,0	1,6	6,3	5,0	460
21	8750	5880	50,0	2,2	36,2	7,0	460
22	11240	4560	50,0	2,5	28,8	7,0	460
23	6140	8780	31,0	1,6	8,4	5,0	460
24	14330	6200	42,6	4,6	172,4	13,4	616
25	14330	6200	42,6	3,7	171,3	16,1	616

Fazendo $r_i=2-e_i$, $i=1,2,3$, o problema anterior de maximização pode ser reescrito como um problema de minimização, ficando

$$\begin{aligned}
& \underset{r_1, r_2, r_3 \in \mathbb{R}}{\text{mín}} \quad 2r_1 + 4r_2 + r_3 \\
s.a \quad & \sum_{i=1}^3 (2-r_i) C_i(x, y, 0, H_i) \leq C_0 \\
& 0 \leq r_i \leq 2 \quad i=1,2,3 \\
& \forall (x, y) \in [-1,4] \times [-1,4]
\end{aligned}$$

Em vez da expressão de Sutton foi usada a Gaussiana para formular este problema. Usando a equivalência entre a expressão de Sutton ($n=1$, $C_x=C_y=1$) e a expressão Gaussiana (veja-se em Gustafson & Kortanek, 1972) temos,

$$\sigma_y = \sigma_z = \begin{cases} \sqrt{\frac{X}{2}} & \text{para } X > 0 \\ 0 & \text{nos restantes casos,} \end{cases}$$

e considera-se $C=0$ sempre que σ_y ou σ_z sejam zero.

Foi considerada uma velocidade do vento de $U = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 ms^{-1}$, uma emissão uniforme de $Q=1 gs^{-1}$ e $C_0=0.5$. A altura efectiva e as coordenadas das fontes são apresentadas na Tabela 3 (não foi considerada uma elevação do penacho).

Tabela 3: Dados das fontes (redução da poluição)

Fonte	a_i	b_i	h_i
1	0	1	1
2	0	0	1
3	2	-1	$\sqrt{2}$

O ficheiro **vaz3.mod** na base de dados do SIPAMPL refere-se ao exemplo de redução da poluição.

Os dados das fontes emissoras apresentados por Gustafson & Kortanek (1972) servem para ilustrar o potencial desta formulação, no entanto são dados que foram, muito provavelmente, escalonados. Do ponto de vista da PSI o problema encontra-se bem formulado, mas do ponto de vista do controlo da poluição atmosférica os valores apresentados na Tabela 3 são dados sem significado (o mesmo para os valores de Q , U e C_0). Propõem-se então um novo problema de PSI que consiste em considerar a formulação da redução da poluição em que a função objectivo

é a soma das reduções das fontes $\left(\sum_{i=1}^{10} r_i\right)$ e cuja restrição é manter a concentração da poluição

total das fontes abaixo do limite português $\left(\sum_{i=1}^{10} (1-r_i)C_i(x,y,0,H_i) \leq 1.25 \times 10^{-4} gm^{-3}\right)$,

usando os dados do problema **vaz1.mod** (Wang & Luus (1978), dados da Tabela 1). O ficheiro **vaz4.mod** refere-se ao segundo problema de redução da poluição, igualmente disponível na base de dados do SIPAMPL.

5. Resultados numéricos

Os resultados numéricos foram obtidos num computador *Pentium III* a *450Mhz* com *128Mb* de memória *RAM* com o sistema operativo *Linux (Red Hat 5.2)* e com a versão *Student Edition 19991027 (Linux 2.0.18)*.

O método de discretização, disponível no *solver* NSIPS (Vaz *et al.*, 2002) é o único capaz de resolver os problemas aqui propostos. Os restantes métodos implementados apenas permitem problemas com uma variável infinita ($p=1$) e como tal não podem ser usados nestes problemas. Foram usadas todas as opções por omissão, excepto a opção **method** e a opção **disc_h**. A opção **method** selecciona o método a usar e foi atribuído o valor **disc_hett** que selecciona o método de

discretização na versão Hettich. **disc_h** altera o espaçamento inicial da grelha uniforme de pontos (e consequentemente o número de pontos usados na grelha inicial).

As soluções apresentadas pelo método de discretização são ótimos locais e se forem consideradas outras aproximações iniciais a solução encontrada pode variar. A solução encontrada diz respeito à solução na grelha de pontos mais fina e pode não ser uma solução KKT para o problema de PSI (que satisfaz as condições de optimalidade de primeira e segunda ordem).

Nas subsecções seguintes apresentam-se os respectivos resultados numéricos para os quatro exemplos propostos.

5.1. Tamanho mínimo das chaminés

A opção **disc_h**=1000 foi usada neste exemplo.

Os resultados numéricos são apresentados na Tabela 4. Foram considerados dois valores limites para a concentração da poluição e dois limites para o tamanho mínimo das chaminés, originando três instâncias diferentes do problema. Na primeira considerou-se o limite de 7.7114×10^{-4} ($C_0 = 7.7114 \times 10^{-4} \text{ gm}^{-3}$) sem limite para o tamanho mínimo das chaminés ($h_i \geq 0, i=1, \dots, n$). Os resultados numéricos são apresentados na primeira coluna da Tabela 4 e três chaminés têm tamanho zero.

A legislação Portuguesa impõe um limite de 10 m no tamanho mínimo das chaminés (Decreto Lei 352/90 de 9 de Novembro de 1990). As chaminés só podem ter tamanho inferior se alguns requisitos forem cumpridos (Decreto Lei 286/93 de 12 de Março de 1993). Uma forma de demonstrar que os requisitos são cumpridos é através do uso de modelos apropriados para a dispersão da poluição. Na instância 2 é considerado o limite anterior para a concentração da poluição, mas é imposto um limite mínimo nas alturas das chaminés de 10 m ($h_i \geq 10, i=1, \dots, n$).

Na instância 3 é considerado o limite Português $C_0 = 1.25 \times 10^{-4} \text{ gm}^{-3}$ para o dióxido de enxofre (Decreto Lei 111/2002 de 16 de Abril de 2002).

Tabela 4: Resultado numéricos (tamanho mínimo das chaminés)

	Instância 1	Instância 2	Instância 3
h_1	0,00	10,00	196,93
h_2	78,26	69,09	380,06
h_3	0,00	10,00	403,12
h_4	153,17	152,64	428,38
h_5	80,90	71,27	344,81
h_6	0,00	10,00	274,58
h_7	13,52	13,52	402,83
h_8	161,78	161,87	396,82
h_9	141,73	141,63	415,58
h_{10}	15,05	15,05	423,99
Total	644,40	655,06	3667,10

As curvas de nível, na solução encontrada na instância 3, são apresentadas na Figura 2. As curvas de nível foram obtidas usando a interface entre o MATLAB e o SIPAMPL (Vaz & Fernandes, 2004).

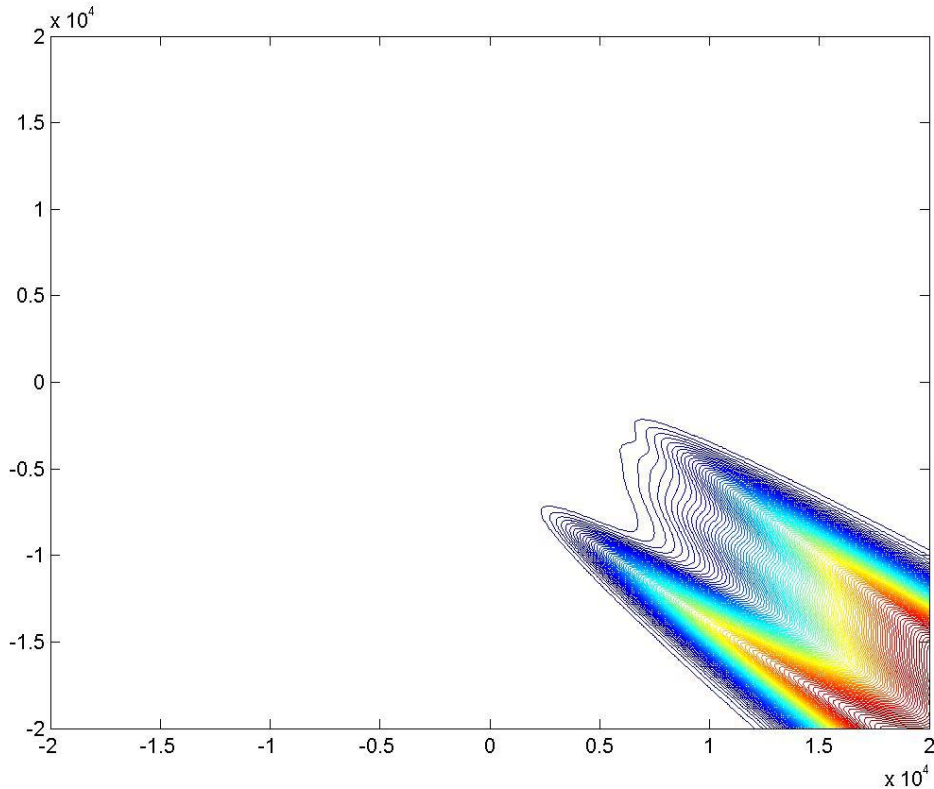


Figura 2: Curvas de nível (tamanho mínimo das chaminés)

5.2. Cálculo da poluição mínima e posicionamento dos postos de amostragem/controlo

Foi usado o mesmo espaçamento que na formulação anterior para a grelha inicial do método de discretização.

Os resultados numéricos obtidos foram $l^* = 1.811 \times 10^{-3} \text{ gm}^{-3}$. O máximo da restrição ocorreu em $(x,y)=(8500,7000)$ (o único ponto que torna a restrição activa na solução, na grelha mais fina). Enquanto que este ponto indica uma possível posição para uma estação de amostragem/controlo, outros máximos locais também são potenciais candidatos, como se pode verificar através das curvas de nível da restrição.

As curvas de nível da restrição, na solução encontrada, são apresentadas na Figura 3.

5.3. Redução da poluição

Para o primeiro exemplo, os resultados numéricos com o método de discretização são $r^*=(0.987,0.951,0.943)$, com a opção **disc_h=0.05**. Os máximos da restrição foram obtidos em $(x,y)^1=(1.100,0.125)$, $(x,y)^2=(1.100,0.100)$ e $(x,y)^3=(3.675,-0.625)$, que indicam a posição onde devem ser colocados os postos de amostragem/controlo.

As curvas de nível do primeiro exemplo do problema de redução da poluição são apresentadas na Figura 4.

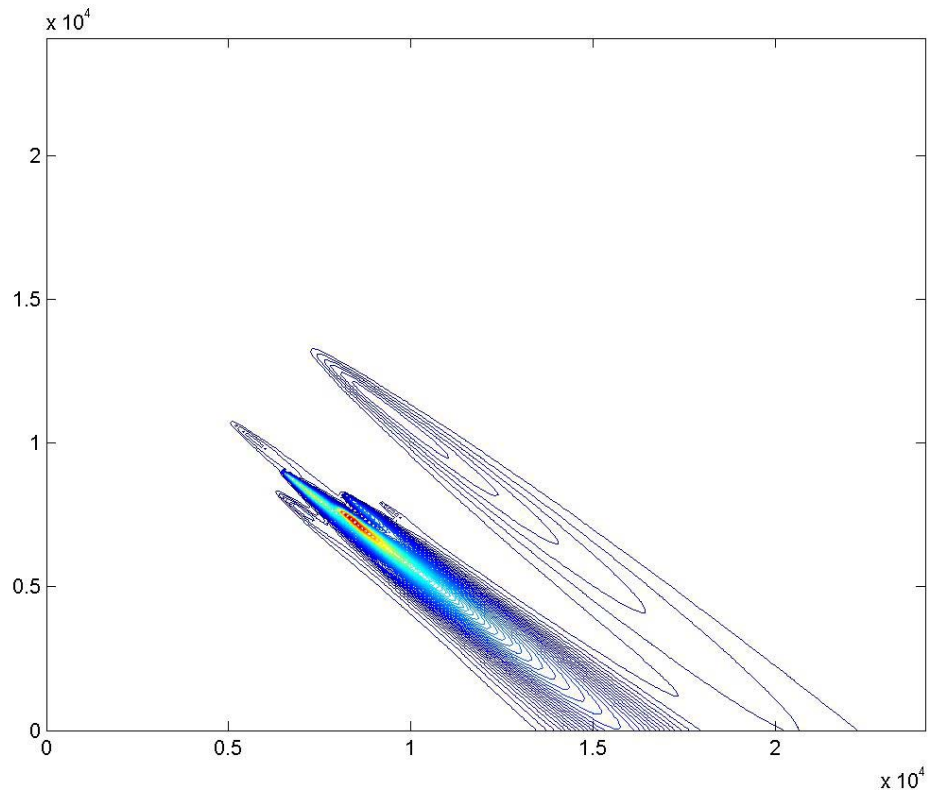


Figura 3: Curvas de nível (cálculo da poluição máxima e planeamento de postos de amostragem/controlo)

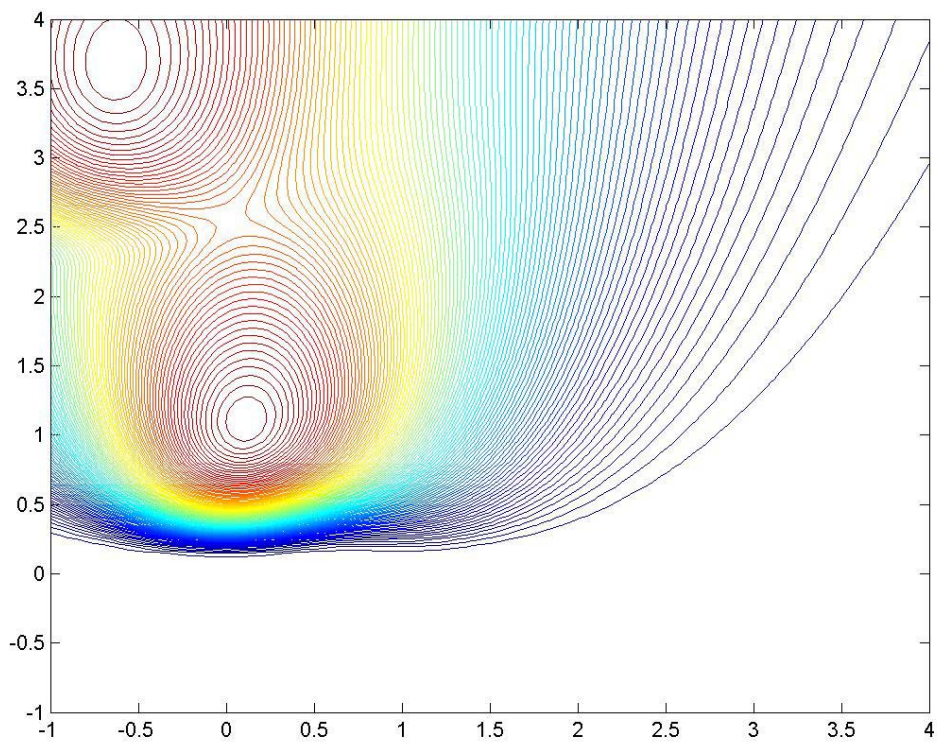


Figura 4: Curvas de nível (redução da poluição, primeiro exemplo).

No segundo exemplo, os resultados numéricos com o método de discretização são apresentados na Tabela 5. Foi usada a opção **disc_h=1000**. A aproximação inicial usada foi $r_i=0, i=1, \dots, 10$, que corresponde a considerar nenhuma redução em qualquer das fontes.

Tabela 5: Resultados numéricos (redução da poluição, segundo exemplo)

r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}	Total
0.11	0.61	1	0.69	1	0.23	0.75	0.56	1	1	6.95

Os resultados confirmam, mais uma vez, que o cenário apresentado por Wang & Luus (1978) seria de difícil implementação, tendo em conta o limite português. Quatro das fontes emissoras teriam que possuir tecnologias de redução da poluição a 100 % e outras quatro teriam uma redução da produção de mais de 50 por cento.

Apresenta-se na Figura 5 as curvas de nível na solução encontrada para o exemplo anterior.

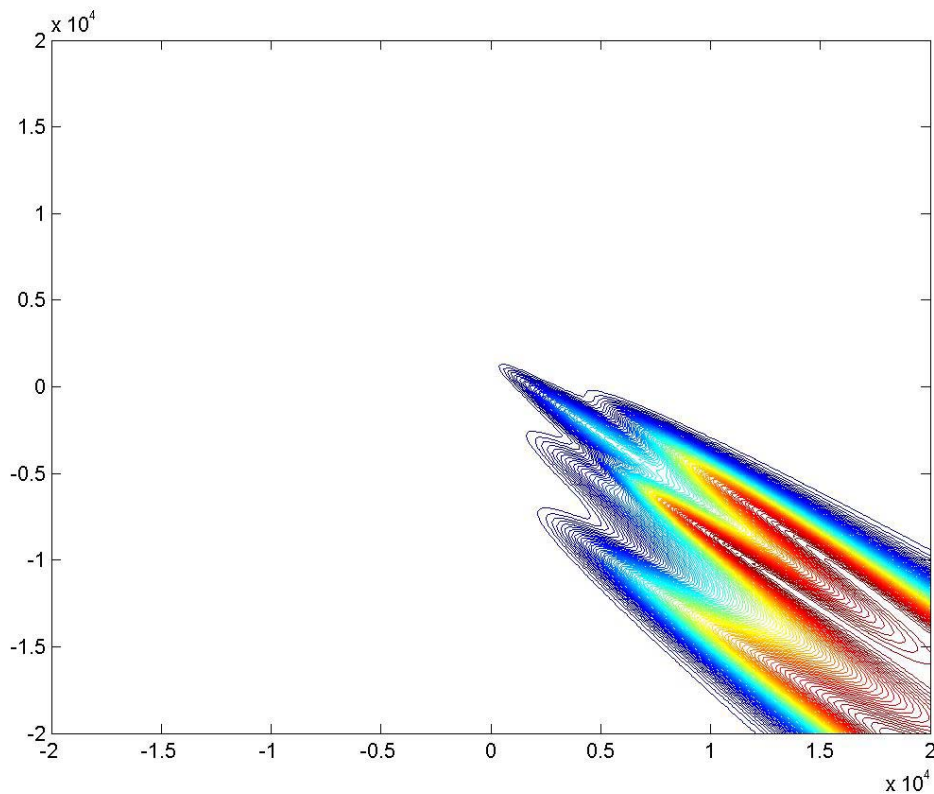


Figura 5: Curvas de nível (redução da poluição, segundo exemplo).

6. Conclusões

Alguns problemas de controlo da poluição atmosférica podem ser formulados como problemas de programação semi-infinita (PSI) e resolvidos através de *software* que se encontra disponível ao público. Os problemas de PSI são caracterizados por possuírem um número finito de variáveis a otimizar, sujeitas a um número infinito de restrições. Para os problemas propostos a função objectivo a minimizar consiste no custo de construção das chaminés e na

redução da emissão, enquanto que a concentração da poluição, ao nível do solo, é mantida abaixo de um valor de referência. Um problema também proposto consiste no cálculo da poluição máxima, permitindo o planeamento de postos de amostragem/controlo da poluição atmosférica.

Neste trabalho foi assumido que a dispersão do penacho segue uma distribuição Gaussiana, sobre condições atmosféricas típicas, e que a elevação do penacho obedece à equação de Holland.

A formulação dos problemas de controlo da poluição atmosférica permite uma grande liberdade na formulação dos problemas, uma vez que é fácil a introdução de outras funções objectivo e a inclusão de outras restrições (quer finitas, quer infinitas).

A codificação dos problemas na linguagem de modelação (SIP)AMPL permite que os problemas estejam disponíveis ao público, quer permitindo a modificação dos problemas, quer o seu uso como problemas teste para a PSI.

Nos exemplos apresentados foram usados dados obtidos da literatura da área (Gustafson & Kortanek, 1972 e Wang & Luus, 1978), no sentido de ilustrar as formulações propostas.

O método de discretização implementado no *solver* NSIPS demonstrou ser capaz de resolver os problemas aqui propostos.

Referências

Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A. & Raman, R. (1998): *GAMS: A User's Guide*, <http://www.gams.com/>.

Fourer, R., Gay, D. & Kernighan, B. (1990): A modeling language for mathematical programming, *Management Science*, 36(5), pp. 519-554.

Gustafson, S.-A. & Kortanek, K. (1972): Analytical properties of some multiple-source urban diffusion models, *Environment and Planning*, 4, pp. 31-41.

Gustafson, S.-A., Kortanek, K. & Sweigart, J. (1977): Numerical optimization techniques in air quality modeling: Objective interpolation formulas for the spatial distribution of pollutant concentration, *Applied Meteorology*, 16(12), pp. 1243-1255.

Hettich, R., editor (1979): *Semi-Infinite Programming*, Springer-Verlag.

Hettich, R. & Kortanek, K. (1993): Semi-infinite programming: Theory, methods, and applications, *SIAM Review*, 35(3), pp. 380-429.

Honstede, W.V. (1979): An approximation method for semi-infinite problems, In Hettich (1979), pp. 127-136.

MathWorks (1999): MATLAB, The MathWorks Inc., Versão 5.4, Release 11.

Price, C. (1992): *Non-Linear Semi-Infinite Programming*, PhD thesis, University of Canterbury, New Zealand.

Turner, D. (1994): *Workbook of Atmospheric Dispersion Estimates*, Lewis publishers, Boca Raton, second edition.

Vaz, A. & Fernandes, E. (2004): An interface between MATLAB and SIPAMPL for semi-infinite programming problems, submitted for publication.

Vaz, A., Fernandes, E. & Gomes, M. (2003a): Penalty function algorithms for semi-infinite programming, submitted for publication.

Vaz, A., Fernandes, E. & Gomes, M. (2003b): A quasi-Newton interior point method for semi-infinite programming, *Optimization Methods and Software*, 18(6), pp. 673-687.

Vaz, A., Fernandes, E. & Gomes, M. (2003c): A sequential quadratic method with a dual parametrization approach to nonlinear semi-infinite programming, *TOP*, 11(1), pp. 109-130.

Vaz, A., Fernandes, E. & Gomes, M. (2004): SIPAMPL: Semi-infinite programming with AMPL, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 30(1), pp. 47-61.

Vaz, A., Fernandes, E. & Gomes, M. (2002): NSIPS v2.1: Nonlinear Semi-Infinite Programming Solver, Technical Report ALG/EF/5-2002, Universidade do Minho, Braga, Portugal, www.norg.uminho.pt/aivaz/.

Wang, B.-C. & Luus, R. (1978): Reliability of optimization procedures for obtaining global optimum, *AIChE Journal*, 24(4), pp. 619-626.