Universidade do Minho
Escola de Economia e Gestão

Hélder Alberto Silva Costa

Pânicos Bancários – Será o colateral o seguro ideal?

abril de 2015

Hélder Alberto Silva Costa Pânicos Bancários – Será o colateral o seguro ideal?

UMinho | 2015

Universidade do Minho
Escola de Economia e Gestão

Hélder Alberto Silva Costa

Pânicos Bancários – Será o colateral o seguro ideal?

Dissertação de Mestrado
Mestrado em Economia

Trabalho realizado sob a orientação do
Professor Doutor Luís Francisco Gomes Dias Aguiar-Conraria

abril de 2015

Declaração

Nome: Hélder Alberto Silva Costa

Endereço electrónico: helder.ascosta@gmail.com

Título da dissertação:

Pânicos Bancários – Será o colateral o seguro ideal?

Orientador:

Professor Luís Francisco Gomes Dias Aguiar-Conraria

Ano de conclusão: 2015

Designação de Mestrado:

Mestrado em Economia

Universidade do Minho, 30/04/2015

Assinatura:

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Professor Luís Aguiar-Conraria, sem o qual a realização desta dissertação não seria possível. Muito obrigado pela sua disponibilidade e orientação durante toda a dissertação.

Gostaria de agradecer também aos meus colegas de mestrado, Bruno e João, por todo o conhecimento partilhado e contributo para a realização deste trabalho.

Pânicos Bancários – Será o colateral o seguro ideal?

Resumo

O modelo presente nesta dissertação enquadra-se na literatura existente sobre corridas aos bancos, no grupo de modelos que explicam este cenário com base em expectativas auto-sustentadas. O modelo desenvolvido tem como base o trabalho de Diamond e Dybvig (1983), e tem como objectivo a introdução do colateral nos tipos de depósitos do modelo de Diamond e Dybvig (1983). O trabalho de Diamond e Dybvig (1983) é o principal modelo em que uma corrida aos bancos é formalizada com base em expectativas auto-sustentadas. No entanto, o contrato bancário encontrado não é um equilíbrio, pois nenhum consumidor o irá aceitar sabendo que uma corrida aos bancos é uma possibilidade. Com base no trabalho de Mishkin (1999), o modelo desenvolvido nesta dissertação elimina o equilíbrio de uma corrida aos bancos através da introdução de depósitos com colateral.

Palavras-chave: corridas aos bancos; colateral; contratos de depósitos; partilha de risco.

Bank Runs – Is the collateral the ideal insurance?

Abstract

The theoretical model presented in this master thesis is consistent with the view that bank runs are triggered by self-fulfilling prophecies. The presented model is based on the work by Diamond and Dybvig (1983). Their work is the main theoretical model in which bank runs are modelled as self-fulfilling prophecies. However, as argued by following works, their bank contract isn't an equilibrium, because no consumer would accept their bank contract knowing that a bank run is a possible equilibrium. Building upon the work of Mishkin (1999), the model presented in this master thesis is able to eliminate the equilibrium of a bank run with the introduction of collateralized banking.

Keywords: bank runs; collateralized banking ; deposit contracts; optimal risk sharing.

Conteúdo

1. Introdução

Uma das principais funções do sistema bancário é fornecer liquidez à economia. A actividade corrente dos bancos pode ser descrita da seguinte forma. São feitos empréstimos aos bancos na forma de depósitos correntes ou depósitos a prazo, em que ambos os depósitos podem ser considerados financiamentos de curto prazo. Usando os fundos que receberam, os bancos financiam várias actividades financeiras a longo prazo. Por norma, as reservas detidas por um banco são mais do que suficientes para compensar a diferença entre saídas e entradas de dinheiro correntes. No entanto, num cenário de uma corrida aos bancos, as reservas irão esgotar-se e todos os bancos irão ver-se obrigados a liquidar activos de longo prazo. Numa situação normal esses activos seriam líquidos e não haveria qualquer problema na sua venda, mas devido ao súbito aumento da oferta desses activos, estes vão tornar-se extremamente ilíquidos por não haver mercado para a oferta. O resultado é a entrada em insolvência por parte dos bancos por não ser possível pagar a todos os credores.

Assim, para além de cenários de mau desempenho económico em que os activos dos bancos estão desvalorizados, a forma básica de funcionamento de um banco faz com que mesmo um banco em boa situação financeira esteja sujeito a uma corrida aos bancos se houver uma súbita perda de confiança. Quando este cenário acontece, estamos num cenário de uma corrida aos bancos através de expectativas auto-sustentadas. Um exemplo comum de insolvência por expectativas auto-sustentadas é uma crise da dívida pública, em que a um determinado momento os credores do país recusam-se a renovar a dívida do país, fazendo com que este entre em insolvência. Da mesma forma, os credores do banco irão a recusar-se a renovar a dívida que o banco lhes detém.

Entre 1800 e 2008, a França experienciou 15 crises bancárias, os Estados Unidos da América 13 crises bancárias e Portugal 5 crises bancárias[1]. No entanto, após 1945, a França teve apenas 1 crise bancária, os Estados Unidos 2 crises bancárias e Portugal nenhuma crise bancária. De facto, Portugal foi o único país desenvolvido após a 2º

[1] Ver o livro *This Time Is Different* por Carmen M. Reinhart e Kenneth S. Rogoff.

Guerra Mundial a não ter uma crise bancária entre 1945 e 2008[2]. A diminuição da instabilidade bancária levou a que se pensasse que uma corrida aos bancos era um cenário de economias em desenvolvimento ou da história passada de economias desenvolvidas. No entanto, a recente crise financeira provou o contrário. Desde a corrida ao Northern Rock no Reino Unido, que ficou conhecido como o primeiro banco do país a sofrer uma corrida aos bancos em 150 anos em 2007, há também exemplos em Portugal, em que o Banco Espirito Santo perdeu 6 mil milhões de euros em depósitos em apenas 2 semanas em Julho de 2014. Na Grécia, em Janeiro 2015 os bancos gregos perderam cerca de 150 mil milhões de euros em depósitos, levando a que o Banco Central Europeu (BCE) aprovasse a abertura de uma linha de liquidez de emergência.

A literatura económica sobre corridas aos bancos tem duas perspectivas principais para explicar a ocorrência de corridas aos bancos. Uma perspectiva é de que corridas aos bancos são eventos aleatórios e que, quando uma corrida aos bancos acontece, é provocada por expectativas auto-sustentadas. Dado a restrição de que os pagamentos aos consumidores são feitos com base na ordem de chegada, os primeiros a chegarem ao banco tem maior probabilidade de não perderem os seus depósitos caso haja uma corrida aos bancos. Tendo isto em conta, os consumidores têm incentivos a ir ao banco imediatamente caso acreditem que irá haver uma corrida aos bancos. Por outro lado, caso os consumidores acreditem que não irá haver uma corrida aos bancos, apenas os que têm necessidades de liquidez é que irão levantar os seus depósitos. Qual dos cenários se irá verificar é explicado por uma variável exógena aos modelos, como por exemplo, *"sunspots"*.

O modelo de Diamond e Dybvig (1983) é o principal modelo em que uma corrida aos bancos é formalizada com base em espectativas auto-sustentadas. Neste modelo, os autores demonstram que é possível para um banco oferecer um contrato em que é atingido o equilíbrio de informação perfeita e que este equilíbrio é um equilíbrio de Nash. No entanto, para além do equilíbrio de informação perfeita, este contrato tem como equilíbrio de Nash uma corrida aos bancos provocada por expectativas auto-sustentadas. Uma das principais críticas ao trabalho de Diamond e Dybvig (1983) é

[2] Ver o livro *This Time Is Different* por Carmen M. Reinhart e Kenneth S. Rogoff (Pág. 151)

feita por Wallace (1988), onde o autor alega a necessidade de formalizar a restrição de serviço sequencial.

O trabalho de Peck e Shell (2003) teve também um contributo importante para a literatura de corridas aos bancos com base em expectativas auto-sustentadas. Este trabalho demonstrou que é possível encontrar um contrato bancário que tem como equilíbrio *ex-ante* uma corrida aos bancos.

A alternativa à perspectiva de que corridas aos bancos são eventos aleatórios é de que as corridas aos bancos são provocadas pelo estado da economia. Por exemplo, caso haja uma recessão, vai-se verificar uma desvalorização dos activos detidos por os bancos, aumentando a probabilidade de que os bancos não consigam cumprir as suas obrigações. Caso os consumidores obtenham informações que indiquem uma recessão, estes irão tentar levantar os seus depósitos de forma a se proteger. Assim, para além de consumidores com necessidades de liquidez, também consumidores preocupados com o estado da economia irão tentar levantar os seus depósitos, provocando uma corrida aos bancos.

Os trabalhos de Bryant (1980) e Chari e Jagannathan (1988) apresentam modelos onde as corridas aos bancos são explicadas pelo estado da economia. Os autores assumem que a rendibilidade dos activos é aleatória e que uma parte dos consumidores recebe informações sobre o valor exacto da rendibilidade dos activos. Caso a informação recebida pelos consumidores indique que a rendibilidade será baixa, estes irão agir de acordo com a informação e estaremos na presença de uma corrida aos bancos.

No trabalho de Mishkin (1999), uma das propostas para tornar o sistema bancário mais estável é a existência de depósitos bancários com colateral. É com base nesta proposta e no modelo de Diamond e Dybvig (1983) que o modelo desta dissertação de mestrado é desenvolvido. Com esta adição ao modelo de Diamond e Dybvig (1983), uma corrida aos bancos deixa de ser um equilíbrio de Nash, e a principal crítica ao modelo de Diamond e Dybvig (1983) não se aplica.

A dissertação de mestrado está dividida na seguinte forma: na secção 2 é feita a revisão de literatura. Na secção 3 são apresentados os principais modelos relevantes ao modelo a ser desenvolvido. Na secção 4 é apresentado e resolvido o modelo desenvolvido. A secção 5 conclui.

2. Revisão de literatura

2.1. Corridas aos bancos através de expectativas auto-sustentadas

O trabalho de Diamond e Dybvig (1983) é um dos principais trabalhos a explicar corridas aos bancos através de expectativas auto-sustentadas. No seu modelo, os autores conseguem encontrar um contrato bancário que consegue oferecer a mesma utilidade de informação perfeita.

Segundo os autores, o modelo demonstra três pontos importantes. Primeiro, os contratos oferecidos por os bancos conseguem melhorar o bem-estar dos consumidores, oferecendo a possibilidade de haver partilha de risco entre consumidores que são *ex-ante* incertos sobre as suas preferências de consumo futuras. O consumo que cada tipo de consumidor irá fazer é o mesmo que iriam ter na presença de informação perfeita. Desta forma, os consumidores passam de um cenário de autarcia, onde não teriam qualquer protecção na eventualidade de serem impacientes, para um cenário em que o óptimo social é atingido.

Segundo, o contrato oferecido por o banco tem um segundo equilíbrio, não desejável, para além do óptimo social. Assim, uma corrida aos bancos, em que para além dos consumidores impacientes, também consumidores pacientes irão tentar retirar todo dinheiro que têm no banco no período 1, é também um equilíbrio de Nash. Os autores sugerem que uma corrida aos bancos pode ocorrer em equilíbrio, accionada por uma variável aleatória observada na economia, como por exemplo, *"sunspots"*.

Terceiro, corridas aos bancos causam problemas reais na economia porque até bancos em boa situação financeira podem estar sujeitos a uma corrida aos bancos, tendo como consequência a interrupção de investimento produtivo.

Os autores demonstram que é possível para um banco, num cenário de concorrência perfeita, oferecer um contrato bancário que é um equilíbrio de Nash e atinge o óptimo social. No entanto, os autores reconhecem que para além do óptimo social, também uma corrida aos bancos é um equilíbrio de Nash. Como forma de eliminar este segundo equilíbrio de Nash, os autores propõe duas políticas possíveis. A primeira, é a introdução de suspensão de convertibilidade dos depósitos quando o número de consumidores impacientes for muito elevado. No entanto, os autores reconhecem que esta politica apenas funciona quando a proporção de consumidores impacientes e pacientes é conhecido. A segunda, é a introdução de um seguro para os depósitos por parte do governo. Esta política seria aplicável através de impostos sobre consumidores que fizeram levantamentos no período 1.

Sendo o trabalho de Diamond e Dybvig (1983) um dos modelos em que o modelo desenvolvido nesta dissertação é baseado, irá ser feita uma análise extensiva deste trabalho na secção 3.

O trabalho de Wallace (1988) constrói um modelo com base no trabalho de Diamond e Dybvig (1983). O modelo de Wallace (1988) tem duas assunções importantes que o diferenciam do modelo de Diamond e Dybvig (1983). O autor assume que os consumidores estão isolados no período 1, ou seja, não é possível qualquer contacto entre eles. Esta assunção tem como objectivo a implicação da restrição de serviço sequencial. O autor assume também que existe uma máquina onde os consumidores fazem depósitos no período 0 e depois fica encarregada de determinar os pagamentos feitos no período 1 e no período 2.

Quando não estamos na presença de risco agregado, a suspensão de convertibilidade elimina o equilíbrio de uma corrida aos bancos. Assim, Wallace (1988) chega ao mesmo resultado que Diamond e Dybvig (1983) chegam quando não estamos na presença de risco agregado.

Quando estamos na presença de risco agregado, Diamond e Dybvig (1983) chegam à conclusão de que a suspensão de convertibilidade não elimina uma corrida aos bancos. Este resultado é obtido por o facto de como os bancos não conseguem observar os tipos de cada consumidor, estes não irão conseguir suspender os pagamentos quando uma fracção de consumidores superior ao número de impacientes for ao banco no período 1. No entanto, é aqui que o trabalho de Wallace (1988) difere do trabalho de Diamond e Dybvig (1983). Wallace (1988) demonstra que fazer com que os pagamentos do período 1 sejam feitos em função da ordem de chegada de cada consumidor à máquina, pode eliminar os incentivos a que os consumidores pacientes declarem ser impacientes, e dessa forma eliminar uma corrida aos bancos.

Num modelo baseado no trabalho de Wallace (1988) e Diamond e Dybvig (1983), o trabalho de Wallace (1990) analisa o feito de suspensões de convertibilidade parciais quando estamos na presença de risco agregado para apenas uma parte da população.

O autor assume que existe um ditador benevolente que decide o consumo de cada consumidor. No período 1, os consumidores encontram o ditador benevolente de forma aleatória. A fracção de consumidores que encontra o ditador benevolente em primeiro lugar é dada por p. Da fracção p consumidores, α são impacientes e $1-\alpha$ são pacientes. A fracção de consumidores que encontra o ditador benevolente em último lugar é dada por $1-p$. Para esta fracção de consumidores, existem duas possibilidades: com probabilidade q, todos os consumidores a encontrar o ditador benevolente em último lugar serão impacientes, e com probabilidade $1-q$, todos os consumidores a encontrar o ditador benevolente em último lugar serão pacientes. Assim, a fracção total de consumidores que são impacientes é dada por $p\alpha+(1-p)$, evento que ocorre com probabilidade q, ou é dada por $p\alpha$, evento que ocorre com probabilidade $1-q$.

O ditador benevolente primeiro encontra a fracção de consumidores p, onde sabe que α são impacientes. Apenas quando o ditador benevolente encontra a fracção $1-p$ de consumidores, é que existe risco agregado, e os consumidores restantes são todos impacientes ou são todos os pacientes.

Assim, como os consumidores são *ex-ante* idênticos, cada consumidor sabe que existe a probabilidade p de estar entre o grupo que encontra o ditador benevolente em primeiro lugar, e que, condicional em estar no primeiro grupo, cada consumidor sabe que existe a probabilidade α de serem impacientes e a probabilidade $1-\alpha$ de serem pacientes. Para além disso, cada consumidor sabe que existe a probabilidade $1-p$ de estar no grupo que encontra o ditador benevolente em último lugar, e condicional em estar no último grupo, sabe que existe a probabilidade q de ser impaciente, e a probabilidade $1-q$ de ser paciente.

Tendo em conta a incerteza relativamente aos consumidores que encontram o ditador benevolente em último lugar, a única forma que o ditador benevolente tem de descobrir se a fracção de consumidores impacientes é $p\alpha + (1 - p)$ ou $p\alpha$, é através do reporte que cada consumidor vai fazer quando encontrar o ditador benevolente.

De forma a maximizar a utilidade *ex-ante* dos consumidores, o contrato oferecido aos consumidores irá ter uma suspensão de convertibilidade parcial, em que, consumidores que encontram o ditador benevolente em último lugar irão receber menos do que consumidores impacientes que encontraram o ditador benevolente em primeiro lugar.

No período 0, o ditador benevolente anuncia o seguinte contrato. Todos os recursos são investidos. No período 1, à medida que os consumidores encontram o ditador benevolente, estes irão reportar o seu tipo. Assumindo que N é o número de consumidores, e c_t^{ij} representa o consumo de um consumidor no período t, que seja do tipo i, onde $i = 1$ se impaciente e $i = 2$ se paciente, pertencente ao grupo j, onde $j = 1$ se pertencer ao primeiro grupo a encontrar o ditador benevolente, e $j = 2$ se pertencer ao segundo grupo a encontrar o ditador benevolente. Consumidores que reportem ser impacientes irão receber c_1^{11} até ao total de $Np\alpha c_1^{11}$ pagamentos ter sido feitos. A partir desse ponto, a suspensão parcial entra em efeito. Consumidores que reportem ser impacientes irão receber $c_1^{12}(1)$, em que $c_1^{12}(1) < c_1^{11}$, e $c_1^{12}(1)$ representa o consumo de um consumidor que pertence ao grupo de consumidores que encontra o ditador benevolente em último lugar, e todos os consumidores desse grupo são impacientes. O ditador benevolente continuará a fazer pagamentos até que o total de pagamentos atinja $Np\alpha c_1^{11} + N(1 - p)c_1^{12}(1)$. Partir deste ponto, uma suspensão total entra em efeito e não é feito mais nenhum pagamento no período 1. Consumidores pacientes irão receber no período 2 o que restou dos pagamentos feitos no período 1.

Este esquema é compatível com a restrição de serviço sequencial e é possível ser implementado com a informação que o ditador benevolente dispõe. Para além disso, cada consumidor tem incentivos a reportar o seu tipo verdadeiramente, independentemente daquilo que espera que outros consumidores façam.

Assim, dada a aversão ao risco por parte dos consumidores, ao fazer apenas uma parte do consumo de consumidores impacientes depender da ordem que reportam os seus tipos, Wallace (1990) demonstra que suspensões de convertibilidade parciais tem melhores resultados que suspensões de convertibilidade totais, e conseguem evitar corridas aos bancos.

O trabalho de Cooper e Ross (1998) desenvolve um modelo baseado no trabalho de Diamond e Dybvig (1983) onde avaliam o contrato oferecido por um banco quando uma corrida aos bancos é possível. As principais diferenças do modelo de Cooper e Ross (1998) em relação ao de Diamond e Dybvig (1983) são de que os autores formalizam no modelo a probabilidade de haver uma corrida aos bancos e assumem que as tecnologias disponíveis são diferentes. Existe uma tecnologia líquida que tem como pagamento no período 1 o investimento feito no período 0 e uma tecnologia ilíquida que tem uma retorno de $R > 1$ se investida do período 0 para o período 2. Caso a tecnologia ilíquida for liquidada no período 1, esta tem um custo de liquidação que torna a rendibilidade da tecnologia líquida superior à da tecnologia ilíquida no período 1. Assim, ao desenhar o contrato óptimo, o banco terá de escolher a proporção investida em cada tipo de tecnologias. A decisão do banco em oferecer um contrato que é à prova de corridas aos bancos ou de oferecer um contrato óptimo que permite corridas aos bancos vai depender da probabilidade de haver uma corrida aos bancos. Se a probabilidade de uma corrida aos bancos for suficientemente elevada, o banco irá escolher uma proporção superior de investimentos na tecnologia liquida para que o contrato oferecido não permita uma corrida aos bancos seja um equilíbrio. Caso contrário, o contrato óptimo irá permitir uma corrida aos bancos.

Nos trabalhos de Green e Lin (2000, 2003) os autores desenvolvem um modelo baseado no de Diamond e Dybvig (1983) e na suspensão de convertibilidade formalizada por Wallace (1988). Os modelos desenvolvidos por Green e Lin (2000, 2003) não têm como equilíbrio uma corrida aos bancos.

O modelo desenvolvido por Green e Lin (2003) usa um número finito de consumidores de forma a formalizar a restrição de serviço sequencial. Os autores demonstram que o contrato oferecido pelo banco tem como estratégia estritamente dominante que os consumidores revelem o seu tipo verdadeiramente.

Diamond e Dybvig (1983) assumem que o contrato bancário faz o mesmo pagamento a todos os consumidores que fazem levantamentos no período 1. No entanto, no modelo de Green e Lin (2003), o pagamento feito a cada consumidor no primeiro período depende do número de consumidores fizeram levantamentos anteriormente. Assim, os últimos consumidores recebem menos do que os que chegaram previamente e o pagamento feito a um consumidor paciente nunca será zero.

Uma assunção crucial no modelo é de que os consumidores conseguem observar o seu lugar na fila quando fazem o reporte do seu tipo. Assim, os últimos consumidores a fazer o reporte irão saber que são os últimos e tem incentivos a revelar verdadeiramente o seu tipo. Consumidores que cheguem mais cedo sabem que os últimos consumidores revelaram verdadeiramente o seu tipo. Desta forma, o facto de os consumidores observarem o seu lugar na fila e de o número de consumidores ser finito permite que os autores resolvam o problema através de "*backward induction*", eliminando o equilíbrio de uma corridas aos bancos.

Os trabalhos de Wallace (1988 e 1990), Green e Lin (2000, 2003) encontram contratos bancários em que corridas aos bancos não são um equilíbrio, no entanto, o trabalho de Peck e Shell (2003) demonstra que o contrato óptimo pode ter como equilíbrio uma corrida aos bancos.

O trabalho de Peck e Shell (2003) encontra um contrato óptimo que tem uma corrida aos bancos como um dos possíveis equilíbrios *ex-ante*, ou seja, os consumidores aceitam o contrato mesmo sabendo que uma corrida aos bancos é uma possibilidade.

Peck e Shell (2003) argumentam que o equilíbrio encontrado no modelo de Diamond e Dybvig (1983) em que existe uma corrida aos bancos não é um equilíbrio, pois se os consumidores soubessem que poderia haver uma corrida aos bancos, estes não iriam aceitar o contrato oferecido pelo banco. Ao contrário do que acontece no modelo de Diamond e Dybvig (1983), o modelo desenvolvido neste trabalho tem como equilíbrio *ex-ante* uma probabilidade positiva de uma corrida aos bancos, desde que essa probabilidade seja suficientemente pequena. Assim, antes de os consumidores fazerem os seus depósitos, estes sabem que o cenário de haver uma corrida aos bancos é uma possibilidade. Caso a probabilidade de uma corrida aos banco seja suficientemente pequena, o banco escolhe em não oferecer um contrato que elimina uma corrida aos bancos, pois esse contrato oferece uma utilidade *ex-ante* dos consumidores inferior ao contrato onde uma corrida aos bancos é uma possibilidade.

Sendo o trabalho de Peck e Shell (2003) um dos modelos em que o modelo desenvolvido nesta dissertação é baseado, irá ser feita uma análise extensiva deste trabalho na secção 3.

2.2. *Information-based bank runs*

O modelo de Diamond e Dybvig (1983) e de Bryant (1980) são dos principais modelos da literatura em corridas aos bancos, no entanto, diferem na forma como explicam este cenário. Enquanto o modelo de Diamond e Dybvig (1983) explica corridas aos bancos com base em expectativas auto-sustentadas, Bryant (1980) formaliza um modelo onde corridas aos bancos são accionadas com base no desempenho da economia.

Nesta secção serão apresentados os de modelos de Bryant (1980) e Chari e Jagannathan (1988). Ambos os modelos pertencem ao grupo de modelos de "*information-based bank runs*", ou seja, existem consumidores que recebem informações sobre a rendibilidade dos activos dos bancos.

Bryant (1980) apresenta um modelo com dois tipos de consumidores, tipo 1 e tipo 2. O tempo é discreto e cada individuo vive dois períodos. Os indivíduos do tipo 1 apenas recebem bens de consumo no seu primeiro período de vida. Os indivíduos do tipo 2 apenas recebem bens de consumo no segundo período de vida. O modelo assume que não é possível armazenar os bens de consumo recebidos, mas é possível transferir os bens de consumo entre consumidores. A transferência de bens de consumo é feita através de uma tecnologia de intermediação que tem um custo para ser usada, e que permite que indivíduos do tipo 1 consigam trocar bens no primeiro período por bens no segundo período com indivíduos do tipo 2.

Os consumidores tentam maximizar a utilidade do consumo de ambos períodos, e existe livre entrada no sector bancário, levando a que os lucros da actividade sejam nulos.

Através da introdução de procura por liquidez por parte dos consumidores, o autor introduz no modelo a necessidade de os bancos deterem reservas. O autor assume que consumidores do tipo 1 recebem os seus bens de consumo no início do primeiro período de vida, mas os consumidores do tipo 2 recebem os seus bens de consumo no final do segundo período de vida. Para além disso, os consumidores são indiferentes entre consumir no início ou final do período. No entanto, α percentagem de indivíduos do tipo 1 morre a meio do seu segundo período de vida. Estes indivíduos sabem que vão morrer depois das decisões de consumo do primeiro período terem sido feitos e não existe qualquer forma de demonstrar que vão morrer. Desta forma, este risco não é segurável. Assim, um individuo que vá morrer cedo não tem qualquer uso para os bens de consumo a que tem direito no final do segundo período.

Um banco sabe que α percentagem dos seus depósitos pertencem a pessoas que morrem cedo. Desta forma, o banco irá guardar α percentagem dos depósitos que detém como reservas. Apesar de ser impossível por parte do banco identificar se um individuo irá morrer cedo, apenas indivíduos que sabem que irão morrer cedo tem incentivos a reaver os seus activos mais cedo.

De forma a introduzir a possibilidade de haver uma corrida, o autor assume que existe incerteza em relação aos bens de consumo que consumidores do tipo 2 recebem no segundo período de vida. Assim, o valor que os consumidores do tipo 2 recebem pode ser inferior ao esperado. É assumido que β percentagem de consumidores do tipo 1 descobrem que o cenário mau se vai verificar. Esta informação é distribuída de forma aleatória e aparece antes dos indivíduos descobrirem se vão morrer cedo ou não. O resto dos consumidores apenas descobre quando o cenário ocorre. Assim, os consumidores que tem acesso à informação sobre o mau cenário irão ao banco como se fossem morrer mais cedo, levando a que a percentagem de depósitos levantada seja superior a α, provocando uma corrida aos bancos.

Chari e Jagannathan (1988) constroem um modelo em que parte dos consumidores age com base em informações sobre os retornos esperados dos depósitos. Assim, o modelo irá ter consumidores que retiram os seus depósitos por necessidade de liquidez e outros consumidores que retiram os seus depósitos porque estão a agir de acordo com base nas informações que têm. Consumidores que não têm acesso à informação sobre a rendibilidade dos depósitos irão observar o volume de depósitos retirados, e irão agir de acordo. Desta forma, mesmo que nenhum consumidor retire os seus depósitos porque tem informações negativas sobre a rendibilidade dos depósitos, o número de consumidores que retiram os seus depósitos porque necessitam de liquidez pode ser aleatoriamente grande. Caso este cenário se verifique, consumidores não informados sobre a rendibilidade dos depósitos irão observar um volume elevado de depósitos a ser retirado e interpretar a situação como má, provocando uma corrida aos bancos.

O modelo consiste em três períodos: um período de planeamento, o período 1 e o período 2. Existe apenas um bem de consumo. O investimento feito no período de planeamento tem uma rendibilidade certa no período 1. Se o investimento for continuado para o período 2, este terá uma rendibilidade aleatória. O modelo assume que existe um contínuo de consumidores.

Os consumidores maximizam a utilidade esperada do consumo. Existem dois tipos de consumidores: consumidores do tipo 1 que apenas retiram utilidade de consumo feito no período 1 e consumidores do tipo 2 que retiram utilidade de consumo em ambos os períodos.

No início do período 1, uma fracção aleatória α de consumidores do tipo 2 irão receber informações sobre os retornos do período 2. O facto de um consumidor ter recebido esta informação não é observável por outros consumidores. Assim, apenas é observável os consumidores que escolhem parar o investimento ao fim do período 1, em vez de se observar as razões porque o fizeram.

Como os consumidores não dão importância ao consumo do período de planeamento, todos irão investir nesse período. No período 1, os consumidores do tipo 1 irão consumir todos os seus recursos e portanto, irão liquidar os seus investimentos. Para os consumidores do tipo 2 que receberam a informação sobre a rendibilidade dos depósitos, estes irão apenas liquidar os seus investimentos se souberem que a rendibilidade do período 2 vai ser baixa. Os consumidores não informados irão observar o volume de liquidações antes tomarem a sua decisão, porque sabem que o volume de liquidações está correlacionado com a informação recebida por os consumidores informados. É importante realçar que o volume de liquidações pode ser elevado porque o número de consumidores do tipo 1 é elevado, ou porque alguns consumidores do tipo 2 informados receberam informações que a rendibilidade do período 2 irá ser baixa.

É esta incerteza por parte dos consumidores tipo 2 não informados que é um factor importante para o modelo e pode provocar uma corrida aos bancos. Assim, os autores apresentam um modelo em que uma corrida aos bancos pode ocorrer mesmo que nenhum consumidor do tipo 2 informado liquide os seus investimentos no período 1.

3. Os principais modelos

3.1. Diamond e Dybvig (1983)

O trabalho de Diamond e Dybvig (1983) é o primeiro modelo a formalizar corridas aos bancos com base em expectativas auto-sustentadas. No seu modelo, os autores conseguem encontrar um contrato bancário que consegue oferecer a mesma utilidade de informação perfeita.

Segundo os autores, o modelo demonstra três pontos importantes. Primeiro, bancos conseguem melhorar o bem-estar dos consumidores oferecendo a possibilidade de haver partilha de risco entre consumidores impacientes e pacientes.

Segundo, o contrato oferecido por o banco tem um segundo equilíbrio, não desejável, uma corrida aos bancos, em que para além dos consumidores impacientes, também consumidores pacientes tentam retirar todo dinheiro que têm no banco no período 1.

Terceiro, corridas aos bancos causam problemas reais na economia porque até bancos em boa situação financeira podem estar sujeitos a uma corrida aos bancos, tendo como consequência a interrupção de investimento produtivo.

3.1.1. Estrutura básica do modelo

O modelo assume que existem três períodos $(T = 0, 1, 2)$ e um único bem homogéneo. A tecnologia de produção tem uma rendibilidade $R > 1$ unidades de produção no período 2 para cada unidade investida na período 0. Se a produção for interrompida no período 1, o valor recuperável é o valor investido inicialmente. Existe um contínuo de consumidores, e no período 0 cada consumidor recebe 1 unidade de consumo. Os retornos da tecnologia de produção são então dados por:

$T = 0$	$T = 1$	$T = 2$
-1	0	R
	1	0

No período 0, todos os consumidores são iguais e incorrem um risco privado observável, não segurável, de serem do tipo 1 (impacientes) ou tipo 2 (pacientes).

Consumidores do tipo 1 apenas retiram utilidade do consumo no período 1 e consumidores do tipo 2 apenas retiram no período 2. A probabilidade de um consumidor ser do tipo 1 é $t \in (0,1)$. Assume-se que os consumidores conseguem armazenar bens de consumo entre os períodos sem qualquer custo. Assim, se um consumidor do tipo 2 obtiver bens de consumo no período 1, este irá armazená-los para consumo no período 2.

O consumidor j tem a seguinte função utilidade:

$$U\ (c_1, c_2) = \begin{cases} u(c_1) & se\ j\ for\ do\ tipo\ 1 \\ \rho u(c_1 + c_2) & se\ j\ for\ do\ tipo\ 2 \end{cases}$$

Onde $1 \geq \rho > R^{-1}$.

3.1.2. Determinação do equilíbrio de informação perfeita

Em autarcia, os consumidores têm duas opções em relação ao uso dos fundos que detêm. A primeira opção é investir na tecnologia de produção. A segunda opção é investir na tecnologia de armazenagem, que implica guardarem os seus fundos e não obter qualquer rendibilidade. Todos os consumidores irão ter incentivos a investir na tecnologia de produção, pois, se forem do tipo 1, têm o mesmo retorno que teriam se investissem na tecnologia de armazenamento. Se forem do tipo 2 e esperarem, recebem $R > 1$, ou seja, investir na tecnologia de produção é uma estratégia estritamente dominante em relação à tecnologia de armazenagem.

Assumindo que c_k^i representa o consumo no período k do consumidor i, em autarcia, o consumidor escolhe $c_1^1 = 1, c_2^1 = c_1^2 = 0$, e $c_2^2 = R$, pois um consumidor do tipo 1 irá sempre interromper a produção e um consumidor do tipo 2 nunca irá interromper a produção.

Se no período 1 os tipos de cada consumidor fossem observáveis, estaríamos na presença de informação perfeita e seria possível fazer um contrato óptimo que forneceria a partilha de risco *ex-ante* óptima entre consumidores do tipo 1 e tipo 2. Tal como em autarcia, consumidores impacientes não têm interesse em consumo no período 2 e consumidores pacientes não têm interesse em consumo no período 1, logo, $c_2^{1*} = c_1^{2*} = 0$. O contrato óptimo tem como objectivo resolver o seguinte problema de optimização:

$$\max_{c_1^1, c_2^2} \lambda(u(c_1^1) + (1-\lambda)\rho u(c_2^2) \quad (1)$$

Sujeito a

$$\lambda c_1^1 + \frac{(1-\lambda)c_2^2}{R} = 1$$

Assumindo $\rho R > 1$ e $-\frac{cu\prime\prime(c)}{cu\prime(c)} > 1$ as equações requerem que $c_1^{1*} > 1$, $c_2^{2*} < R$ e $c_2^{2*} > c_1^{1*}$.

Este contrato permite que consumidores tenham um equivalente a um seguro para a eventualidade de serem tipo 1, aumentando a utilidade *ex-ante* dos consumidores em relação ao cenário de autarcia.

3.1.3. Introdução de bancos no modelo

Os autores introduzem no modelo um banco e demonstram que este consegue oferecer um contrato que atinge a mesma solução de informação perfeita. Neste modelo, o contrato oferece a cada consumidor que levanta o depósito no período 1 um valor fixo de r_1 por cada unidade depositada no período 0. Os consumidores que levantam os seus depósitos são servidos de forma sequencial até o banco ficar sem fundos. Este contrato satisfaz então a restrição de serviço sequencial, que especifica que os pagamentos feitos pelo banco a cada consumidor dependem do lugar de cada consumidor na fila e não em informações futuras sobre os consumidores que estão atrás na fila. Assim o pagamento feito no período 1, V_1, e o pagamento feito no período 2, V_2, podem ser descritos na seguinte forma:

$$V_1(f_j, r_1) = \begin{cases} r_1 \ se \ f_j < r^{-1} \\ 0 \ se \ f_j \geq r^{-1} \end{cases} \quad (2)$$

$$V_2(f_j, r_1) = max\left\{\frac{R(1-r_1 f)}{(1-f)}, 0\right\} \quad (3)$$

Onde f_j é a fracção de consumidores que levantaram os seus depósitos antes do consumidor j e f representa o número total de depósitos levantados. No período 1, todos os consumidores que levantarem os seus depósitos irão receber o montante fixo de r_1 até o banco ficar sem fundos.

Considerando $r_1 = c_1^{1*}$, ou seja, quando o montante fixo é igual o consumo óptimo numa situação de informação perfeita, o contrato oferecido pelo banco atinge o equilíbrio de informação perfeita. Este contrato é um equilíbrio de Nash e requer que consumidores do tipo 1 levantem os seus depósitos no período 1 e que os consumidores de tipo 2 esperem até ao período 2. Assim, este equilíbrio é um equilíbrio de Nash porque se os consumidores pacientes tiverem como expectativas que outros consumidores pacientes esperam até ao período 2.

3.1.4. Corrida aos bancos

Para além do Equilíbrio de Nash obtido pelo contrato óptimo, uma corrida aos bancos é também um equilíbrio. Caso consumidores do tipo 2 antecipem outros consumidores do tipo 2 vão ao banco no período 1, então a melhor resposta de consumidores do tipo 2 será também levantar os seus depósitos no período 1.

Neste cenário, estamos na presença de uma corrida aos bancos através de expectativas auto-sustentadas. A corrida aos bancos ocorre porque o valor que o banco tem de entregar em depósitos no período 1 é maior o valor que o banco consegue liquidar através dos activos que detém. Desta forma, sempre que $r_1 > 1$ uma corrida aos bancos é sempre um equilíbrio. Se $r_1 = 1$, uma corrida aos bancos não seria um equilíbrio mas nesse caso o banco estaria simplesmente a reproduzir o cenário de autarcia.

O equilíbrio de uma corrida aos bancos tem piores resultados *ex-post* para os consumidores que chegaram ao banco depois dos fundos esgotarem em relação a uma situação em que não existiriam bancos. No entanto, segundo os autores, mesmo numa situação em que os consumidores antecipassem que uma corrida aos bancos era um cenário possível, os consumidores iriam depositar uma parte da sua riqueza, desde que a probabilidade fosse suficientemente pequena. A probabilidade de haver uma corrida aos bancos poderia ser formalizada recorrendo a uma variável aleatória extrínseca, como por exemplo, *"sunspots"*.

3.1.5. Suspensão de convertibilidade

Uma forma de combater uma corrida aos bancos é a introdução de uma suspensão da convertibilidade de depósitos. Com a opção de suspender a convertibilidade dos depósitos quando o levantamento de depósitos no período 1 é elevado, os consumidores do tipo 2 não têm incentivos a levantar no período 1, pois sabem que irá ficar sempre um montante para o período 2. O contrato seguinte é idêntico ao descrito em (2) e (3), à excepção de que os consumidores não recebem nada no período 1 se tentarem levantar os seus depósitos depois da fracção $\hat{f} < r_1^{-1}$ de todos os depósitos ter sido levantada. Assim o pagamento feito no período 1, V_1, e o pagamento feito no período 2, V_2, podem ser descritos na seguinte forma:

$$V_1(f_j, r_1) = \begin{cases} r_1 \; se \; f_j \leq \hat{f} \\ 0 \; se \; f_j > \hat{f} \end{cases}$$

$$V_2(f_j, r_1) = max\left\{\frac{(1 - fr_1)R}{1 - f}, \frac{(1 - \hat{f}r_1)R}{1 - \hat{f}},\right\}$$

Onde a expressão para V_2 assume que $1 - \hat{f}r_1 > 0$. A suspensão de convertibilidade ocorre quando $f_j = \hat{f}$, e mais ninguém que esteja na fila irá conseguir levantar os seus depósitos. Desta forma, a suspensão de convertibilidade assegura que nunca é vantajoso participar numa corrida aos bancos, porque independentemente da decisão dos outros consumidores do tipo 2, um consumidor do tipo 2 retira maior utilidade esperando até ao período 2.

3.1.6. Introdução de um seguro para os depósitos

Para além da suspensão de convertibilidade, os autores propõem uma segunda politica para eliminar o equilíbrio de uma corrida aos bancos. A existência de um seguro dos depósitos oferecida pelo governo permite a existência de contratos que atingem o bem-estar de informação perfeita. Assumindo que o governo consegue estabelecer os impostos nos consumidores depois destes terem feito os seus levantamentos, os impostos serão baseados na quantidade observada de levantamentos feita no período 1.

Como os consumidores apenas tem interesse no valor que detém depois dos impostos ser aplicados, pois estes só têm interesse no rendimento disponível para consumo, a introdução de seguros para os depósitos assegura que consumidores do tipo 2 não participam numa corrida aos bancos.

Segundo Wallace (1988), esta política não é possível de implementar. Ao assumirmos que é possível primeiro observar o número de consumidores impacientes, e depois aplicar o imposto, estamos a quebrar a restrição de serviço sequencial.

3.2. Peck e Shell (2003)

O trabalho de Peck e Shell (2003) foi o primeiro a introduzir um modelo em que o contrato óptimo tem uma corrida aos bancos como equilíbrio *ex-ante*, ou seja, os consumidores aceitam o contrato mesmo sabendo que uma corrida aos bancos é uma possibilidade.

Peck e Shell (2003) argumentam que o equilíbrio encontrado no modelo de Diamond e Dybvig (1983) em que existe uma corrida aos bancos não é um equilíbrio, pois se os consumidores soubessem que iria haver uma corrida aos bancos, estes não iriam aceitar o contrato oferecido pelo banco.

3.2.1. Estrutura básica do modelo

O modelo consiste em três períodos e um número finito de consumidores - N. No período 0, cada consumidor recebe y unidades de bens de consumo. O número de consumidores impacientes é denominado por α, e cada consumidor impaciente apenas retira utilidade do consumo no período 1. Os restantes consumidores são pacientes, e cada consumidor paciente apenas retira utilidade do consumo no período 2. Consumidores conseguem armazenar consumo ao longo dos períodos sem qualquer custo. O consumo referente ao período 1 é denominado por c^1 e o consumo referente ao período 2 é denominado por c^2. A função utilidade dos consumidores impacientes e pacientes são $u(c^1)$ e $v(c^1 + c^2)$, respectivamente.

A tecnologia de investimento é descrita da seguinte forma. É feito um investimento de uma unidade no período 0 que tem uma rentabilidade de $R > 1$ se mantido até ao período 2 e que tem uma rentabilidade de uma unidade caso seja retirada no período 1.

3.2.2. Determinação do contrato óptimo

No período 0, o banco elabora o contrato bancário. O jogo pós-depósito começa depois do contrato bancário ser elaborado e os consumidores terem feito os seus depósitos. No início do período 1 cada consumidor conhece o seu tipo, e decide se vai ao banco no período 1 ou no período 2. O contrato tem de satisfazer a restrição de serviço sequencial, que implica que o consumo é alocado conforme a posição na fila. A posição na fila do consumidor j é denominada por z_j. A chegada ao banco no período 1 pode ser interpretada como uma indicação de que o consumidor é impaciente, mas nenhuma comunicação explícita é feita.

O contrato óptimo implica que os consumidores impacientes apenas escolhem retirar os seus depósitos no período 1 e que os consumidores pacientes apenas escolham retirar os seus depósitos no período 2. O consumo do período 2 é então descrito da seguinte forma:

$$c^2(\alpha) = \frac{[Ny - \sum_{z=1}^{\alpha} c^1(z)]R}{N-\alpha} \quad \text{e } c^1(N) = Ny - \sum_{z=1}^{\alpha} c^1(z) \tag{4}$$

Quando consumidores impaciente escolhem o período 1 e consumidores pacientes escolhem o período 2, a função utilidade do consumidor *ex-ante* é denominada por $\widehat{W}(m)$. Usando a condição (4), a função utilidade do consumidor *ex-ante* é dada por:

$$\widehat{W}(m) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} f(\alpha)\left[\sum_{z=1}^{\alpha} u(c^1(z)) + (N-\alpha)v\left(\frac{[Ny - \sum_{z=1}^{\alpha} c^1(z)]R}{N-\alpha}\right)\right]$$

$$+f(N)[\sum_{z=1}^{N-1} u(c^1(z)) + u(Ny - \sum_{z=1}^{N-1} c^1(z)] \tag{5}$$

Onde $f(\alpha)$ é a probabilidade do número de consumidores impacientes ser α.

Quando todos os consumidores escolhem o período 1, estamos perante uma corrida aos bancos, a função utilidade do consumidor *ex-ante* é denominada por $W^{run}(m)$, dada por:

$$W^{run}(m) = \sum_{\alpha=0}^{N} f(\alpha)[\frac{\alpha}{N}\sum_{z=1}^{N} u(c^1(z)) + \frac{N-\alpha}{N}\sum_{z=1}^{N} v(c^1(z))] \quad (6)$$

O contrato óptimo irá fazer com que consumidores pacientes escolham o período 2, e respeita a seguinte restrição de compatibilidade de incentivos:

$$\sum_{\alpha=0}^{N-1} f_p(\alpha)\left[\frac{1}{\alpha+1}\sum_{z=1}^{\alpha+1} v(c^1(z))\right] \leq \sum_{\alpha=0}^{N-1} f_p(\alpha) v\left(\frac{[Ny - \sum_{z=1}^{\alpha} c^1(z)]R}{N-\alpha}\right) \quad (7)$$

Em que $f_p(\alpha)$ é a probabilidade de que o número de impacientes é α, dado que um consumidor é paciente.

A restrição de compatibilidade de incentivos implica que, a utilidade esperada de consumidores que esperam até ao período 2, é maior do que a utilidade do que a utilidade de ir ao banco no período 1.

Desta forma o contrato óptimo resolve:

$$\max_{(c^1(1),\ldots,c^1(N-1))} \widehat{W}(m)$$

Sujeito a (7)

A compatibilidade de incentivos quando outros consumidores pacientes escolhem o período 2 é diferente da compatibilidade de incentivos quando outros consumidores pacientes escolhem o período 1. Se um consumidor paciente preferir escolher o período 1 quando outros consumidores pacientes escolhem o período 1, então a corrida aos bancos é um equilíbrio, que ocorre quando:

$$\frac{1}{N}\sum_{z=1}^{N} v\big(c^1(z)\big) \geq v([Ny - \sum_{z=1}^{N-1} c^1(z)]R) \quad (8)$$

3.2.3. Exemplo numérico

Os autores apresentam um exemplo onde calculam o contrato óptimo e demonstram que uma corrida aos bancos é um equilíbrio possível, ou seja, os consumidores aceitam o contrato do banco, mesmo sabendo que existe a possibilidade de haver uma corrida aos bancos.

Existem dois consumidores, $N = 2$; cada consumidor é impaciente com probabilidade p and paciente com probabilidade $1 - p$. $c^1(1)$ será denominado por c. Desta forma a expressão para o bem-estar é dada por:

$$\hat{w} = p^2[u(c) + u(2y - c)] + 2p(1 - p)\big[u(c) + v\big((2y - c)R\big)\big] + (1 - p)^2 v(yR) \quad (9)$$

A restrição de compatibilidade de incentivos (7) simplifica para:

$$p\left[\frac{v(c)}{2} + \frac{v(2y-c)}{2}\right] + (1 - p)v(c) \leq pv\big((2y - c)R\big) + (1 - p)v(yR) \quad (10)$$

E a condição para que uma corrida aos bancos seja um equilíbrio é dada por:

$$\frac{v(c)}{2} + \frac{v(2y-c)}{2} \geq v((2y - c)R) \quad (11)$$

Assumindo as seguintes funções utilidade, $u(x)$ para consumidores impacientes e $v(x)$ para consumidores pacientes:

$$u(x) = \frac{Ax^{1-a}}{1-a}, v(x) = \frac{x^{1-b}}{1-b}$$

Exemplo numérico apresentado pelos autores:

Assumindo os seguintes valores: $A = 10, a = 1.01,\ b = 1.01,\ p = \frac{1}{2}, R = 1.05$ e $y = 3$, a solução do problema de optimização é dada por $c = 3.1481$. Para estes valores a condição (11) é respeitada, e uma corrida aos bancos é um equilíbrio.

Ao contrário do que acontece no trabalho de Diamond e Dybvig (1983), os autores demonstram que, para este exemplo específico, o jogo pré-depósito tem como equilíbrio uma corrida aos bancos. Assim, os consumidores aceitam o contrato oferecido pelo banco, desde que a probabilidade seja suficientemente pequena.

Peck e Shell (2003) concluem que é possível encontrar um contrato óptimo que tem uma corrida aos bancos como equilíbrio *ex-ante.* Para eliminar o equilíbrio de uma corrida aos bancos é necessário uma perda de utilidade, ou seja, um equilíbrio com uma probabilidade positiva de uma corrida aos bancos tem maior utilidade esperada *ex-ante* do que um contrato em que a probabilidade de haver uma corrida aos bancos é nula.

4. O modelo – contrato óptimo com colateral

O trabalho de Mishkin (1999) tem como foco o problema de o sistema financeiro depender de um "*lender of last resort*" como por exemplo, um banco central. O autor apresenta como possível solução a criação de depósitos bancários com colateral para evitar cenários de corridas aos bancos. Os depósitos seriam guardados num cofre, ou seriam investidos em activos extremamente líquidos que estariam valorizados de acordo com o seu valor de mercado, ou seja, a qualquer momento (mesmo numa situação de corrida aos bancos) o banco pode vender esses activos e dar a totalidade do depósito ao consumidor. Assim, o consumidor pode escolher entre dividir o seu dinheiro entre dois tipos de depósitos. A primeira opção é um depósito comum onde aceita um contrato em que ocorre no risco de haver uma corrida aos bancos, mas obtém uma partilha de risco com os outros consumidores para a eventualidade de ser impaciente. A segunda opção é a conta bancária com colateral, onde assegura que recebe sempre o que investiu e dessa forma evita uma situação em que existe a possibilidade de perder todos os fundos investidos caso ocorra uma corrida aos bancos.

O modelo desenvolvido nesta dissertação enquadra-se na literatura no grupo de modelos que explicam corridas aos bancos através de *"sunspots"*, ou seja, são eventos aleatórios. Desta forma, a resolução do modelo será muito similar ao de Diamond e Dybvig (1983). As principais diferenças em relação ao modelo de Diamond e Dybvig (1983) serão a introdução do colateral no modelo, e a correcção do modelo de Diamond e Dybvig (1983), com base nas críticas feitas ao trabalho dos autores em relação ao equilíbrio de Nash que permite corridas aos bancos.

4.1. Formalização do problema

O modelo a ser desenvolvido tem como motivação a proposta de Mishkin (1999) em relação a depósitos em contas bancárias com colateral. No entanto, em vez de se considerar que o depósito com colateral não tem qualquer rendibilidade, os retornos dos depósitos com colateral do modelo a ser desenvolvido são idênticos à solução de autarcia de Diamond e Dybvig (1983). Esta alteração é feita, pois o cenário em que cada consumidor recupera o valor investido caso vá ao banco no período 1, e recebe $R > 1$ se for ao banco no período 2, é uma estratégia estritamente dominante à que cada consumidor apenas recebe o valor investido em qualquer um dos períodos.

O trabalho de Diamond e Dybvig (1983) encontra um contrato óptimo em que a utilidade dos consumidores é mais elevada em relação à situação de autarcia, isto porque o banco oferece a possibilidade de haver partilha de risco para o caso de um consumidor ser impaciente. O objectivo do modelo é permitir a criação de um contrato óptimo em que uma parte do dinheiro dos consumidores é depositada numa conta bancária com colateral e o resto numa conta bancária em que existe partilha de risco, e está portanto, exposta a uma corrida aos bancos. Dessa forma, a parte dos depósitos na conta bancária com colateral é análoga à situação de autarcia, e a parte dos depósitos na conta bancária com partilha de risco é análoga ao mecanismo do modelo de Diamond e Dybvig (1983). O contrato óptimo neste modelo irá tentar encontrar o valor a ser pago a consumidores que retiram os seus depósitos no período 1, e a proporção ideal que deve ser investida em cada uma das contas bancárias de forma a maximizar a utilidade *ex-ante* dos consumidores.

4.2. Estrutura básica do modelo

O modelo tem três períodos ($T = 0, 1, 2$) e um contínuo de consumidores. No período 0 cada consumidor recebe uma unidade do bem de consumo. Existem dois tipos de depósitos que o banco pode oferecer: um seguro e um especulativo. A tecnologia de produção tem uma rendibilidade de $R > 1$ unidades no período 2, por cada unidade investida no período 0. Se a produção for interrompida no período 1 é possível recuperar o valor investido.

Os retornos da tecnologia de produção são então dados por:

$T = 0$	$T = 1$	$T = 2$
-1	1	0
	0	R

Os consumidores são iguais *ex-ante*, sendo que apenas no período 1 descobrem se são impacientes (tipo 1) ou pacientes (tipo 2). A informação sobre os tipos de cada consumidor é privada. Consumidores do tipo 1 apenas retiram utilidade do consumo no período 1 e consumidores do tipo 2 retiram utilidade do consumo apenas no período 2. A probabilidade de um consumidor ser impaciente é dada por λ, sendo que $0 < \lambda < 1$. A proporção a ser investida no depósito seguro é dado por α. A probabilidade de haver uma corrida aos bancos é dada por δ.

A função utilidade de cada consumidor é dada por $u(c_1)$ se for impaciente, e $v(c_2)$ se for paciente.

4.3. Objectivo do banco

O banco tem como objectivo a maximização do bem-estar *ex-ante* dos consumidores. De forma a encontrar o contrato óptimo, o banco tem que definir a proporção que investe no depósito com colateral e no depósito especulativo, e o pagamento que o depósito especulativo faz em cada período.

A parte investida no depósito com colateral tem como retorno o valor investido inicialmente se liquidado no período 1, e $R > 1$ se liquidado no período 2.

A parte investida no depósito especulativo tem como retorno no período 1 um montante fixo r por cada unidade depositada no período 0. Os consumidores que levantam os seus depósitos são servidos de forma sequencial até o banco ficar sem liquidez. Os pagamentos feitos pelo banco a cada consumidor dependem do lugar de cada consumidor na fila e não em informação futura sobre os consumidores que ainda não foram servidos. Assim o retorno do depósito especulativo no período 1 e período 2 é dado por, V_1 e V_2 respectivamente, e podem ser descritos na seguinte forma:

$$V_1(f_j, r) = \begin{cases} r \; se \; f_j < r^{-1} \\ 0 \; se \; f_j \geq r^{-1} \end{cases} \tag{12}$$

$$V_2(f_j, r) = max\left\{\frac{R(1-rf)}{(1-f)}, 0\right\} \quad (13)$$

Onde f_j é o número de consumidores que levantaram os seus depósitos antes do consumidor j e f representa o número total de depósitos levantados.

A função utilidade *ex-ante* dos consumidores é dada por:

$$W = (1-\delta)[\lambda u(\alpha + (1-\alpha)r)$$

$$+(1-\lambda)v(\alpha R + (1-\alpha)\frac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R)]$$

$$+\delta[\frac{1}{r} \times \lambda u(\alpha + (1-\alpha)r)$$

$$+(1-\frac{1}{r})\lambda u(\alpha)$$

$$+\frac{1}{r} \times (1-\lambda)v(\alpha + (1-\alpha)r)$$

$$+(1-\frac{1}{r})(1-\lambda)v(\alpha R)] \quad (14)$$

Sujeito a

$$r < \frac{1}{\lambda} \quad (15)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1 \quad (16)$$

Em que, caso não haja uma corrida aos bancos, evento que ocorre com probabilidade $(1-\delta)$, consumidores impacientes, λ, recebem $u(\alpha + (1-\alpha)r)$ no período 1, e os consumidores pacientes, $(1-\lambda)$, recebem $v(\alpha R + (1-\alpha)(1-\lambda)R)$ no período 2.

Caso haja uma corrida aos bancos, evento que ocorre com probabilidade δ, consumidores impacientes recebem $u(\alpha + (1-\alpha)r)$ se $f_j < r^{-1}$ e $u(\alpha)$ se $f_j \geq r^{-1}$ no período. Os consumidores irão receber apenas $u(\alpha)$ se $f_j \geq r^{-1}$ porque a partir deste valor, os fundos dos depósitos especulativos esgotam, e os consumidores apenas conseguem recuperar o valor investido no depósito com colateral. Assim, com uma parte investida no depósito com colateral, mesmo que haja uma corrida aos bancos os consumidores nunca perdem tudo, sendo que esta é a vantagem da introdução de um depósito com colateral no modelo. Consumidores pacientes recebem $v(\alpha + (1-\alpha)r)$ se $f_j < r^{-1}$ no período 1 e $v(\alpha R)$ se $f_j \geq r^{-1}$ no período 2, pois caso os fundos dos depósitos especulativos esgotem os consumidores pacientes preferem esperar para o período 2, isto porque sabem que o depósito com colateral está seguro.

4.3.1. Compatibilidade de incentivos

A compatibilidade de incentivos implica que consumidores pacientes escolhem o período 2 quando outros consumidores pacientes escolhem o período 2. Desta forma, se os outros consumidores pacientes não forem ao banco no período 1, a utilidade esperada de ir banco no período 1 tem de ser menor ou igual à utilidade esperada de ir ao banco no período 2 para um consumidor paciente, ou seja:

$$v(\alpha + (1-\alpha)r) \leq v\left(\alpha R + (1-\alpha)\frac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R\right)$$

$$\Leftrightarrow (\alpha + (1-\alpha)r) - \left(\alpha R + (1-\alpha)\tfrac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R\right) \leq 0 \tag{17}$$

Em que, indo ao banco no período 1, consumidores pacientes recebem $(\alpha + (1-\alpha)r)$.

Indo ao banco no período 2, consumidores pacientes recebem $\left(\alpha R + (1-\alpha)\tfrac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R\right)$.

4.3.2. Condição para que uma corrida aos bancos seja um equilíbrio

Para que tenhamos uma corrida ao banco como um equilíbrio, quando consumidores pacientes esperam que outros consumidores pacientes vão ao banco no período 1, a melhor resposta será ir também ao banco no período 1. Desta forma, caso os outros consumidores pacientes vão ao banco no período 1, a utilidade esperada de um consumidor paciente ir banco no período 1 tem de ser maior ou igual à utilidade esperada de ir ao banco no período 2.

A condição para que uma corrida aos bancos seja um equilíbrio é dada por:

$$\frac{1}{r}v(\alpha+(1-\alpha)r)+\left(1-\frac{1}{r}\right)v(\alpha R)\geq v(\alpha R)$$

$$\Leftrightarrow (\alpha+(1-\alpha)r)-(\alpha R)\geq 0 \tag{18}$$

Em que, na ocorrência de uma corrida aos bancos, um consumidor paciente que vá ao banco no período 1 recebe $(\alpha+(1-\alpha)r)$ se $f_j < r^{-1}$ e (αR) se $f_j \geq r^{-1}$. Um consumidor paciente que vá ao banco no período 2 recebe (αR).

4.4. Resolução do modelo

A equação (14), que representa a função utilidade *ex-ante* dos consumidores, é equivalente à função utilidade apresentada no modelo de Diamond e Dybvig (1983), equação (1), à excepção de que foram incluídas duas variáveis. Essas variáveis são a proporção investida no colateral, representado pela letra α, e a probabilidade de haver uma corrida aos bancos, representado pela letra δ. Desta forma, se assumirmos que $\alpha = 0$ e $\delta = 0$, a equação (14) é equivalente à equação (1).

A introdução da probabilidade de haver uma corrida aos bancos tem como objectivo efectuar a correcção do modelo de Diamond e Dybvig (1983) de acordo às críticas feitas ao equilíbrio encontrado pelos autores. No modelo de Diamond e Dybvig (1983), o contrato oferecido pelo banco consegue atingir o óptimo social como sendo um equilíbrio de Nash. No entanto, esse contrato permite a existência de outro equilíbrio de Nash, em que temos uma corrida aos bancos. Assim, a formalização de Diamond e Dybvig (1983) está incompleta porque formaliza o problema do banco como admitindo que a probabilidade de haver uma corrida aos bancos é nula.

A resolução do modelo será feita da seguinte forma. Primeiro, iremos admitir que existe um ditador benevolente que maximiza a utilidade *ex-ante* dos consumidores, e encontrar a solução para os pagamentos feitos aos consumidores. Sendo um ditador benevolente, não teremos o problema de consumidores pacientes tentarem receber fundos no período 1, e desta forma, uma corrida aos bancos não é uma possibilidade. Assim, para o problema do ditador benevolente, a função utilidade *ex-ante* a ser maximizada é a equação (14), onde teremos $\delta = 0$.

Segundo, iremos resolver o problema do banco, e verificar que o banco consegue oferecer um contrato que atinge a mesma utilidade *ex-ante* dos consumidores que o contrato de informação perfeita encontrado pelo ditador benevolente.

Terceiro, iremos verificar que o contrato oferecido pelo banco não está sujeito a uma corrida aos bancos, e desta forma, a solução do problema do ditador benevolente é igual à solução do banco.

4.4.1. Problema do ditador benevolente

A função objectivo do problema do ditador benevolente de maximização da utilidade *ex*-ante dos consumidores é dada por:

$$W = \lambda u(\alpha + (1-\alpha)r) + (1-\lambda)v(\alpha R + (1-\alpha)\frac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R)$$

Sujeito a:

$r < \frac{1}{\lambda}$

$0 \leq \alpha \leq 1$

Assumindo que $u(x) = v(x) = \frac{x^{1-\sigma}}{1-\sigma}$, teremos o seguinte problema de maximização:

$$\max_{r,\alpha} W = \lambda \frac{(\alpha + (1-\alpha)r)^{1-\sigma}}{1-\sigma} + (1-\lambda)\frac{\left(\alpha R + (1-\alpha)\frac{1-\lambda r}{1-\lambda}R\right)^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

Resolvendo:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial r} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda(\alpha-1)\left(\frac{R}{\left(\alpha R + (1-\alpha)\frac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R\right)^{\sigma}} - \frac{1}{(\alpha + (1-\alpha)r)^{\sigma}}\right) = 0 \\ \lambda\left(\frac{R}{\left(\alpha R + (1-\alpha)\frac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R\right)^{\sigma}} - \frac{1}{(\alpha + (1-\alpha)r)^{\sigma}})(r-1)\right) = 0 \end{cases}$$

Obtemos uma expressão geral de r em função de α que nos dá a solução do ditador benevolente em informação perfeita:

$$r = \frac{\alpha(1-\lambda)+R(\alpha\lambda-1)(\frac{1}{R})^{\frac{1}{\sigma}}}{R\lambda(\alpha-1)\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}}-(\alpha-1)(\lambda-1)} \tag{19}$$

Como a função utilidade é côncava e as restrições são lineares, as condições de segunda ordem estão satisfeitas.

4.4.2. Contrato oferecido pelo banco

A principal diferença entre o banco e o ditador benevolente é de que o banco não tem a capacidade de impor em que período é que os consumidores recebem os seus depósitos, nem consegue observar os seus tipos. Desta forma, quando introduzimos um banco no modelo, os pagamentos oferecidos aos diferentes tipos de consumidores tem de respeitar a compatibilidade de incentivos formalizados na equação (17). Mesmo assim, é possível que consumidores pacientes tentem levantar os seus fundos no período 1 e provocar uma corrida aos bancos. Assim, para que o problema do banco seja correctamente formalizado, teremos de introduzir na função utilidade *ex-ante* dos consumidores a probabilidade de haver uma corrida aos bancos, logo, $\delta \neq 0$.

Proposição 1: A condição de compatibilidade de incentivos não é activa, e por isso nunca será quebrada.

Demonstração:

A condição de compatibilidade de incentivos é dada por:

$$v(\alpha + (1-\alpha)r) - v\left(\alpha R + (1-\alpha)\frac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R\right) \leq 0$$

Que é equivalente a:

$$\frac{\alpha R + (1-\alpha)\dfrac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R}{\alpha + (1-\alpha)r} \geq 1$$

Usando a expressão de $\frac{\partial L}{\partial r} = 0$ encontrada na secção anterior, podemos verificar que:

$$\frac{R}{\left(\alpha R+(1-\alpha)\frac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R\right)^{\sigma}}-\frac{1}{(\alpha+(1-\alpha)r)^{\sigma}}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{R}{\left(\alpha R+(1-\alpha)\frac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R\right)^{\sigma}}=\frac{1}{(\alpha+(1-\alpha)r)^{\sigma}}$$

$$\Leftrightarrow R^{\frac{1}{\sigma}}=\frac{\alpha R+(1-\alpha)\frac{(1-\lambda r)}{1-\lambda}R}{(\alpha+(1-\alpha)r)}$$

Como, por definição, $R>1$ e $\sigma>1$, $R^{\frac{1}{\sigma}}\geq 1$, a demonstração está completa. ■

Como a condição de compatibilidade de incentivos não é activa, e assumindo inicialmente que $\delta=0$, o problema de maximização do banco é exactamente igual ao do ditador benevolente, logo, teremos a mesma expressão geral de r em função de α:

$$r=\frac{\alpha(1-\lambda)+R(\alpha\lambda-1)\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{R\lambda(\alpha-1)\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}}-(\alpha-1)(\lambda-1)}$$

4.4.3. Contrato à prova de corridas aos bancos

Por ser um problema idêntico, o contrato encontrado na secção anterior chega à mesma solução do contrato encontrado pelo ditador benevolente, no entanto, tal como feito no modelo de Diamond e Dybvig (1983), assumimos que a probabilidade de haver uma corrida aos bancos é nula. No modelo de Diamond e Dybvig (1983) o contrato oferecido pelo banco para além de atingir o óptimo social, tem também como equilíbrio uma corrida aos bancos, logo, a omissão da probabilidade de haver uma corrida aos bancos é um erro de formalização por parte dos autores. Nesta secção, iremos demonstrar que o contrato encontrado no modelo desta dissertação não tem o mesmo problema do modelo de Diamond e Dybvig (1983), porque o contrato com colateral consegue eliminar sempre o equilíbrio de uma corrida aos bancos, tornando este contrato à prova de corridas aos bancos.

Proposição 2: Para valores suficientemente altos do colateral, a introdução do colateral elimina sempre o equilíbrio de que uma corrida aos bancos sem que haja uma diminuição do bem-estar *ex-ante* dos consumidores.

Demonstração:

Uma corrida aos bancos não será um equilíbrio se:

$$(\alpha + (1-\alpha)r) \leq (\alpha R)$$

$$\Leftrightarrow \alpha \geq \frac{r}{r+R-1} \tag{20}$$

Para que uma corrida aos bancos não seja um equilíbrio, teremos de verificar que $\alpha \geq \frac{r}{r+R-1}$. O pior cenário possível neste problema será $\alpha = \frac{r}{r+R-1}$, logo, iremos usar este valor de α na demonstração. No problema de maximização, já foi encontrado o valor de r óptimo em função de α, sendo que a única restrição que r enfrenta é a liquidez do banco no período 1: $r < \frac{1}{\lambda}$. Desta forma, se introduzimos o valor do colateral que evita uma corrida aos bancos na expressão que nos dá o valor óptimo de r, e concluirmos que nunca quebramos a restrição $r < \frac{1}{\lambda}$, demonstramos que existe sempre um valor suficientemente alto do colateral que elimina o equilíbrio de uma corrida aos bancos.

Substituindo:

$$\alpha = \frac{r}{r+R-1}$$

Em:

$$r = \frac{\alpha(1-\lambda) + R(\alpha\lambda - 1)\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{R\lambda(\alpha-1)\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}} - (\alpha-1)(\lambda-1)}$$

Ficamos com:

$$r = \frac{\frac{r}{r+R-1}(1-\lambda) + R\left(\frac{r}{r+R-1}\lambda - 1\right)\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{R\lambda\left(\frac{r}{r+R-1} - 1\right)\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}} - \left(\frac{r}{r+R-1} - 1\right)(\lambda - 1)}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{-\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}} + R\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{-\lambda - \left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}} + R\lambda\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{\sigma}} + 1}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{R-1}{(1-\lambda)R^{\frac{1}{\sigma}} + R\lambda - 1}$$

Para que a restrição de liquidez não seja quebrada, temos que:

$$r < \frac{1}{\lambda}$$

Logo, queremos demonstrar que:

$$\frac{R-1}{(1-\lambda)R^{\frac{1}{\sigma}} + R\lambda - 1} < \frac{1}{\lambda}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(R-1)\lambda}{(1-\lambda)R^{\frac{1}{\sigma}} + R\lambda - 1} < 1$$

$$\Leftrightarrow (R^{\frac{1}{\sigma}} - 1)\lambda < R^{\frac{1}{\sigma}} - 1$$

$$\Leftrightarrow \lambda < 1$$

Por definição, $0 < \lambda < 1$, logo, a restrição de liquidez nunca é quebrada, e chegamos à conclusão que existe sempre um valor suficientemente alto do colateral que elimina o equilíbrio de uma corrida aos bancos. A demonstração está completa. ■

Desta forma, podemos concluir que a introdução do colateral no modelo faz com que o contrato oferecido pelo banco é à prova de corridas aos bancos e atinge a mesma utilidade *ex-ante* para os consumidores que o ditador benevolente em informação perfeita.

5. Conclusão

No trabalho de Diamond e Dybvig (1983) os autores conseguem replicar o resultado de informação perfeita através da introdução de um banco na economia que permite que os consumidores se assegurem contra a eventualidade de serem impacientes. Para além de o banco fornecer um resultado igual ao de informação perfeita, os autores concluem que a introdução do banco também pode dar origem a outro equilíbrio, em que temos todos os consumidores a correrem ao banco no primeiro período. A principal critica feita ao modelo de Diamond e Dybvig (1983), no qual o modelo desta dissertação é baseado, é feita em vários trabalhos que se seguiram, como por exemplo, Wallace (1988) e Peck e Shell (2003). Caso os consumidores souberem que uma corrida aos bancos é uma possibilidade, estes não aceitaram o contrato oferecido por o banco. Assim, Peck e Shell (2003) desenvolvem um modelo onde introduzem a possibilidade de haver uma corrida aos bancos, e demonstram numericamente que em alguns cenários os consumidores aceitam o contrato oferecido por o banco mesmo havendo uma probabilidade positiva de haver uma corrida aos bancos.

Com base no trabalho de Mishkin (1999) e no trabalho de Diamond e Dybvig (1983), o objectivo do modelo desenvolvido nesta dissertação é introduzir depósitos com colateral no tipo de depósitos possíveis. O contributo do modelo desenvolvido nesta dissertação é de que é possível eliminar o equilíbrio de uma corrida aos bancos encontrado por Diamond e Dyvbig (1983), sem que haja uma diminuição da utilidade *ex-ante* dos consumidores. Assim, o modelo desenvolvido é uma extensão do modelo de Diamond e Dybvig (1983) onde são considerados dois depósitos possíveis para o contrato bancário. É demonstrado analiticamente que é sempre possível para o banco criar um contrato bancário que elimina o equilíbrio de uma corrida aos bancos, sem que isso provoque uma diminuição da utilidade *ex-ante* dos consumidores.

6. Bibliografia

- Bryant, J. (1980). “A Model of Reserves, Bank Runs, and Deposit Insurance”. Journal of Banking and Finance, 4, 335 — 334.
- Chari, V. e Jagannathan, R. (1988). “Banking Panics, Information, and Rational Expectations Equilibrium”. Journal of Finance, 43, 749 — 761.
- Cooper, R. e Ross, T. (1998). “Bank runs: Liquidity costs and investment distortions”. Journal of Monetary Economics, 41, 27-38.
- Diamond, D. e Dybvig, P. (1983). “Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity”. Journal of Political Economy, 91, 401 — 419.
- Green, E. e Lin, P. (2000). “Diamond and Dybvig’s Classic Theory of Financial Intermediation: What’s Missing?”. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, 24, 3-13.
- Green, E. e Lin, P. (2003). “Implementing eficient allocations in a model of financial intermediation”. Journal of Economic Theory, 109, 1-23.
- Peck, J. e Shell, K. (2003). “Equilibrium Bank Runs”. Journal of Political Economy, 111, 103 — 123.
- Mishkin, F. (1999). “Financial consolidation: Dangers and opportunities”. Journal of Banking & Finance, 23, 675-691.
- Reinhart, C. e Rogoff, K. (2009). “This Time Is Different: Eight Centuries of Financial Folly”. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Wallace, N. (1988). “Another attempt to explain an illiquid banking system: The Diamond and Dybvig model with sequential service constraint taken seriously”. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, 12, 3-16.
- Wallace, N. (1990). “A Banking Model in Which Partial Suspension Is Best”. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, 14, 11-33.

7. Bibliografia de Imprensa

- Público, 02 de Novembro de 2012.
- Público, 02 de Novembro de 2013.
- Público, 27 de Abril de 2013.
- Público, 30 de Junho de 2014.
- Jornal de Negócios, 04 de Fevereiro de 2015.

- Jornal de Negócios, 05 de Fevereiro de 2015
- Jornal de Negócios, 10 de Fevereiro de 2015.
- Jornal de Negócios, 23 de Fevereiro de 2015.