

Universidade do Minho  
Escola de Engenharia

Ricardo Miguel do Lago Mimoso

Reforço ao corte de vigas de betão  
armado com compósitos de CFRP:  
valores experimentais vs valores analíticos

Dissertação de Mestrado  
Ciclo de Estudos Integrados Conducentes ao  
Grau de Mestre em Engenharia Civil

Trabalho efectuado sob a orientação do  
Professor Doutor Salvador José Esteves Dias

# Agradecimentos

---

Com a conclusão deste trabalho, desejo expressar a minha gratidão às pessoas que de alguma forma contribuíram para a concretização desta etapa da minha formação académica.

Ao Professor Doutor Salvador Dias, orientador da dissertação, quero agradecer a partilha de conhecimentos, as revisões críticas, o apoio e a disponibilidade prestada durante a realização deste trabalho.

Ao Jorge Costa e ao Vítor Costa agradeço todo o apoio informático no âmbito do funcionamento da DABASUM. Neste contexto, ao Jorge Costa agradeço ainda todo o apoio ao nível da programação das formulações analíticas que foram introduzidas na DABASUM no âmbito da presente dissertação. O meu agradecimento ao acompanhamento fundamental prestado pelo Professor Doutor Joaquim Barros nesta fase dos trabalhos.

Deixo também, um agradecimento a todos os professores do Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho que contribuíram para a minha formação e com os quais adquiri inúmeros conhecimentos.

Aos meus familiares e amigos, agradeço o apoio demonstrado ao longo da realização deste trabalho e a compreensão pelas minhas ausências.

Por fim, aos meus pais, à minha irmã e ao meu cunhado agradeço de uma forma muito especial, todo o apoio, carinho e incentivo que me foram transmitindo ao longo de todo este percurso.



# Resumo

---

A presente dissertação foi realizada no âmbito do reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP aplicados com a técnica EBR ou com a técnica NSM. O desenvolvimento desta tese permitiu efetuar uma análise comparativa entre os valores experimentais resultantes de investigação já realizada e os valores analíticos da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado obtidos por intermédio de formulações analíticas atualmente existentes.

Inicialmente, efetua-se uma revisão bibliográfica sobre o atual estado de conhecimento em relação à utilização de materiais compósitos de CFRP no reforço ao corte de vigas de betão armado, seguindo-se a apresentação de um conjunto de oito formulações analíticas existentes para a quantificação da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado, cinco referentes a reforços aplicados com a técnica EBR e três referentes a reforços aplicados com a técnica NSM. Posteriormente, é apresentado o resultado da ampliação efetuada numa base de dados (desenvolvida no Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho e inserida na ferramenta informática DABASUM - <http://dabasum.civil.uminho.pt/>) com resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de CFRP (técnica EBR ou técnica NSM). Os resultados experimentais da base de dados foram utilizados para avaliar o desempenho das oito formulações analíticas mencionadas anteriormente e que se encontram programadas na DABASUM. Por fim, são apresentadas as principais conclusões obtidas com a realização deste trabalho e indicam-se algumas sugestões para desenvolvimentos futuros.

**Palavras-chave:** Vigas de betão armado; Reforço ao corte; CFRP; Técnica da colagem externa; Técnica da inserção; Resultados experimentais; Formulações analíticas.



# Abstract

---

The current dissertation was carried out in the framework of shear strengthening of reinforced concrete (RC) beams with CFRP applied with the EBR technique or with the NSM technique. The development of this dissertation allowed making a comparative analysis between the experimental values resulting from research already done and the analytical values of the contribution of the CFRP in the shear capacity of the RC beams obtained by currently existing analytical formulations.

This work starts with a literature review about the knowledge that currently exists regarding the use of CFRP materials in the shear strengthening of RC beams, followed by the presentation of a set of eight existing analytical formulations for the evaluation of the CFRP contribution in the shear capacity of the RC beams (five related to the EBR technique and three related to the NSM technique). Posteriorly, it is presented the result of the expansion performed in a database (developed in the Department of Civil Engineering of the University of Minho and inserted into the computer tool DABASUM - <http://dabasum.civil.uminho.pt/>) with experimental results of RC beams strengthened in shear with CFRP using EBR technique or NSM technique. The experimental results of the database were used in order to verify the performance of the eight analytical formulations above mentioned that are programmed into DABASUM. Finally, the main conclusions obtained in this research are presented and some suggestions for future development are indicated.

**Keywords:** Reinforced concrete beams; Shear strengthening; CFRP; EBR technique; NSM technique; Experimental results; Analytical formulations.



# Índice geral

---

<b>AGRADECIMENTOS.....</b>	<b>i</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>v</b>
<b>ÍNDICE GERAL.....</b>	<b>vii</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS.....</b>	<b>xi</b>
<b>ÍNDICE DE TABELAS.....</b>	<b>xvii</b>
<b>CAPÍTULO 1 – Introdução</b>	<b>1.1</b>
1.1 Considerações gerais.....	1.1
1.2 Objetivos do trabalho.....	1.2
1.3 Organização da dissertação.....	1.3
<b>CAPÍTULO 2 – Revisão Bibliográfica</b>	<b>2.1</b>
2.1 Considerações gerais.....	2.1
2.2 Reforço de estruturas de betão armado.....	2.1
2.3 Materiais compósitos no reforço de estruturas de betão armado.....	2.3
2.4 Técnicas de reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP.....	2.7
2.4.1 Considerações gerais (EBR).....	2.7
2.4.2 Técnica da colagem externa (EBR).....	2.10
2.4.3 Técnica de inserção do reforço (NSM).....	2.17
2.4.4 Comparação da efetividade das técnicas EBR e NSM.....	2.30
<b>CAPÍTULO 3 – Formulações analíticas</b>	<b>3.1</b>
3.1 Considerações gerais.....	3.1

3.2 Formulações analíticas para o reforço ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica EBR.....	3.2
3.2.1 Formulação <i>fib</i> (2001).....	3.2
3.2.2 Formulação ACI (2008).....	3.4
3.2.3 Formulação CNR (2004).....	3.7
3.2.4 Formulação CIDAR (2006).....	3.10
3.2.5 Formulação CEN (2015).....	3.13
3.3 Formulações analíticas para o reforço ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica NSM.....	3.16
3.3.1 Formulação Nanni <i>et al.</i> (2004).....	3.16
3.3.2 Formulação Dias e Barros (2013).....	3.19
3.3.3 Formulação Bianco <i>et al.</i> (2013).....	3.20
<b>CAPÍTULO 4 – Base de dados</b>	<b>4.1</b>
4.1 Considerações gerais.....	4.1
4.2 Vigas reforçadas com a técnica da colagem externa (EBR).....	4.1
4.2.1 Descrição da base de dados .....	4.1
4.2.2 Exemplo da introdução na DABASUM de uma viga de betão armado reforçada ao corte com compósitos de CFRP aplicados com a técnica EBR.....	4.14
4.3 Vigas reforçadas com a técnica de inserção (NSM).....	4.18
4.3.1 Descrição da base de dados .....	4.18
4.3.2 Exemplo da introdução na DABASUM de uma viga de betão armado reforçada ao corte com compósitos de CFRP aplicados com a técnica NSM....	4.25
<b>CAPÍTULO 5 – Desempenho das formulações analíticas</b>	<b>5.1</b>
5.1 Considerações gerais.....	5.1
5.2 Desempenho das formulações relacionadas com o reforço ao corte aplicado com a técnica da colagem externa (EBR).....	5.3
5.2.1 Formulação <i>fib</i> (2001).....	5.3

5.2.2	Formulação ACI (2008).....	5.5
5.2.3	Formulação CNR (2004).....	5.6
5.2.4	Formulação CIDAR (2006).....	5.7
5.2.5	Formulação CEN (2015).....	5.8
5.2.6	Comparação entre o desempenho das formulações relacionadas com a técnica EBR.....	5.9
5.2.7	Análise paramétrica relativa à influência de alguns parâmetros no desempenho das formulações analíticas relacionadas com a técnica EBR.....	5.11
5.3	Desempenho das formulações relacionadas com o reforço ao corte aplicado com a técnica da inserção (NSM).....	5.16
5.3.1	Formulação Nanni <i>et al.</i> (2004).....	5.16
5.3.2	Formulação Dias e Barros (2013).....	5.17
5.3.3	Formulação Bianco <i>et al.</i> (2013).....	5.18
5.3.4	Comparação entre o desempenho das formulações relacionadas com a técnica NSM.....	5.19
5.3.5	Análise paramétrica relativa à influência de alguns parâmetros no desempenho das formulações analíticas relacionadas com a técnica NSM.....	5.22
<b>CAPÍTULO 6 – Conclusões gerais e desenvolvimentos futuros</b>		<b>6.1</b>
6.1	Considerações gerais.....	6.1
6.2	Desenvolvimentos futuros.....	6.3
<b>CAPÍTULO 7 – Referências bibliográficas</b>		<b>7.1</b>
<b>ANEXO – Exemplos de aplicação das formulações analíticas relacionadas com o reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP</b>		<b>A.1</b>



# Índice de figuras

---

## CAPÍTULO 2 – Revisão Bibliográfica

Figura 2.1 - Diagrama de tensão vs extensão de FRP's unidirecionais e do aço (fib bulletin 14, 2001).....	2.5
Figura 2.2 - Materiais compósitos de CFRP: Sistemas pré-fabricados (varões e laminados) e sistemas curados "in-situ" (mantas e tecidos) (Dias, 2008).....	2.7
Figura 2.3 - Comportamento de vigas reforçadas à flexão com CFRP (Buyukozturk e Hearing, 1998).....	2.8
Figura 2.4 - Técnicas de reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP.....	2.9
Figura 2.5 - Efeito da presença de estribos de aço no padrão de fendilhação de uma viga com rotura por corte (Pellegrino e Modena, 2002).....	2.10
Figura 2.6 - Configurações de reforço de CFRP colado externamente (Lima e Barros, 2007).....	2.11
Figura 2.7 - Formas de aplicação do reforço de CFRP colado externamente (Lima e Barros, 2007).....	2.11
Figura 2.8 - Aplicação da técnica EBR e procedimentos de controlo de qualidade (Dias <i>et al.</i> , 2006).....	2.11
Figura 2.9 - Fases de aplicação do reforço ao corte com faixas discretas de duas camadas de manta de CFRP unidirecional coladas externamente (Dias, 2008).....	2.12
Figura 2.10 - Detalhes das vigas ensaiadas: a) Alçado, b) Seção transversal das vigas sem estribos, c) Seção transversal das vigas com estribos (Mofidi e Chaallal, 2014).....	2.13
Figura 2.11 - Relação força vs deslocamento das vigas ensaiadas por Mofidi e Chaallal (2014).....	2.14
Figura 2.12 - Modos de rotura do reforço ao corte de CFRP: a) Destacamento do CFRP; b) Rotura do CFRP (Teng e Chen, 2004).....	2.15
Figura 2.13 - Detalhes das vigas ensaiadas: a) Alçado; b) Seção transversal; e c) Configuração do reforço para as 6 vigas ensaiadas por Koutas e Triantafillou (2013)..	2.16
Figura 2.14 - Relação força vs deslocamento e relação resistência ao corte vs deslocamento das vigas ensaiadas por Koutas e Triantafillou (2013).....	2.17

Figura 2.15 - Tipos de CFRP utilizados em reforços a técnica NSM (De Lorenzis e Teng, 2007).....	2.18
Figura 2.16 - Procedimento de aplicação do reforço de CFRP aplicado segundo a técnica NSM (Dias, 2008).....	2.19
Figura 2.17 - Aplicação da técnica NSM e procedimentos de controlo de qualidade (Dias, 2008).....	2.19
Figura 2.18 - Geometria das vigas ensaiadas por Cisneros <i>et al.</i> (2012).....	2.21
Figura 2.19 - Comportamento de uma viga de betão armado reforçada ao corte por inserção de laminados de CFRP (comparação com uma viga não reforçada) (Dias, 2008).....	2.22
Figura 2.20 - Efeito do betão na eficácia da técnica NSM com laminados de CFRP (Dias, 2008).....	2.23
Figura 2.21 - Efeito da percentagem de estribos de aço na eficácia da técnica NSM com laminados de CFRP (Dias, 2008).....	2.24
Figura 2.22 - Contribuição do reforço de CFRP em função da sua orientação (Dias, 2008).....	2.25
Figura 2.23 - Contribuição do reforço de CFRP em função da sua percentagem (Dias, 2008).....	2.25
Figura 2.24 - Geometria das vigas ensaiadas: a) secção longitudinal; b) secção transversal para as vigas do grupo A, B e C (El-Maaddaway, 2015).....	2.27
Figura 2.25 - Geometria e armaduras das vigas ensaiadas por Barros e Dias (2013)....	2.28
Figura 2.26 - Vigas reforçadas ao corte com CFRP testadas por Barros e Dias (2013).	2.29
Figura 2.27 - Resultados obtidos nas vigas ensaiadas por Barros e Dias (2013).....	2.29
Figura 2.28 - Geometria e armaduras das vigas ensaiadas por Dias e Barros (2010)....	2.31
Figura 2.29 - Vigas reforçadas ao corte com CFRP testadas por Dias e Barros (2010).....	2.32
Figura 2.30 - Resultados obtidos nas vigas ensaiadas: a) vigas com menor; b) intermédia; c) e maior percentagem de reforço de CFRP ao corte; e d) grau de eficácia do reforço de CFRP (Dias e Barros, 2010).....	2.33
<b>CAPÍTULO 3 – Formulações analíticas</b>	
Figura 3.1 - Identificação de alguns parâmetros intervenientes na formulação <i>fib</i> (Areias, 2010).....	3.2

Figura 3.2 - Representação dos parâmetros necessários para a formulação ACI (Areias, 2010).....	3.5
Figura 3.3 - Identificação de parâmetros intervenientes na formulação CNR (Areias, 2010).....	3.7
Figura 3.4 - Identificação de parâmetros intervenientes na formulação CIDAR (Areias, 2010).....	3.11
Figura 3.5 - Identificação das relações geométricas intervenientes nas expressões (3.49) a (3.51).....	3.15
Figura 3.6 - Tensão na ligação vs deslizamento da ligação para o FRP colado externamente.....	3.16
Figura 3.7 - Representação esquemática das variáveis utilizadas na formulação de Nanni <i>et al.</i> (2004), por exemplo $\sum_i L_i = L_2 + L_3 + L_4$ (Barros e Dias, 2006).....	3.17
Figura 3.8 - Representação esquemática de $l_{max}$ (Barros e Dias, 2006).....	3.18
Figura 3.9 - Identificação de alguns parâmetros intervenientes na formulação Dias e Barros (2013).....	3.19
Figura 3.10 - Representação do procedimento de cálculo a efetuar para determinar o valor de $V_{fd}$ .....	3.21
Figura 3.11 - Principais características físicas e mecânicas adotadas na aplicação da formulação de Bianco <i>et al.</i> (2013).....	3.25

#### **CAPÍTULO 4 – Base de dados**

Figura 4.1 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica EBR de acordo com o tipo de FRP.....	4.4
Figura 4.2 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica EBR pelo tipo de FRP, de acordo com o tipo de configuração do reforço e da secção transversal das vigas.....	4.5
Figura 4.3 - Distribuição das vigas reforçadas ao corte com a técnica EBR usando compósitos FRP, de acordo com o tipo de distribuição do reforço e da orientação do FRP.....	4.7
Figura 4.4 - Orientação dos FRP para o caso do reforço aplicado de forma discreta e para o caso do reforço aplicado de forma contínua.....	4.8
Figura 4.5 - Configuração do FRP para o caso do reforço aplicado de forma discreta e para o caso do reforço aplicado de forma contínua.....	4.8
Figura 4.6 - Informações gerais das vigas da base de dados reforçadas ao corte com a técnica EBR usando compósitos de FRP.....	4.10

Figura 4.7 - Modo de rotura do FRP em função da configuração do reforço.....	4.12
Figura 4.8 - Informações gerais das vigas reforçadas com a técnica EBR usando compósitos de CFRP.....	4.13
Figura 4.9 - Introdução de uma viga EBR de um novo programa experimental (DABASUM, 2015).....	4.14
Figura 4.10 - Parâmetros que caracterizam a geometria da viga (DABASUM, 2015)...	4.15
Figura 4.11 - Parâmetros que caracterizam a secção transversal da viga (DABASUM, 2015).....	4.15
Figura 4.12 - Parâmetros que caracterizam o betão da viga (DABASUM, 2015).....	4.16
Figura 4.13 - Parâmetros que caracterizam a armadura longitudinal da viga (DABASUM, 2015).....	4.16
Figura 4.14 - Parâmetros que caracterizam a armadura transversal da viga (DABASUM, 2015).....	4.16
Figura 4.15 - Parâmetros que caracterizam o reforço ao corte com FRP's aplicados com a técnica EBR (DABASUM, 2015).....	4.17
Figura 4.16 - Parâmetros relativos aos resultados experimentais da viga (DABASUM, 2015).....	4.18
Figura 4.17 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica NSM de acordo com o tipo de FRP.....	4.20
Figura 4.18 - Distribuição das vigas reforçadas com compósitos CFRP aplicados com a técnica NSM, de acordo com o tipo de secção transversal e da orientação do reforço de CFRP.....	4.21
Figura 4.19 - Informações gerais das vigas da base de dados reforçadas ao corte com a técnica NSM usando compósitos de CFRP.....	4.23
Figura 4.20 - Modo de rotura do reforço em função do tipo de CFRP.....	4.24
Figura 4.21 - Introdução de uma viga NSM de um novo programa experimental (DABASUM, 2015).....	4.25
Figura 4.22 - Parâmetros que caracterizam a geometria da viga (DABASUM, 2015)...	4.26
Figura 4.23 - Parâmetros que caracterizam a secção transversal da viga (DABASUM, 2015).....	4.26
Figura 4.24 - Parâmetros que caracterizam o betão da viga (DABASUM, 2015).....	4.27

Figura 4.25 - Parâmetros que caracterizam a armadura longitudinal da viga (DABASUM, 2015).....	4.27
Figura 4.26 - Parâmetros que caracterizam a armadura transversal da viga (DABASUM, 2015).....	4.27
Figura 4.27 - Parâmetros que caracterizam o reforço ao corte com FRP's aplicados com a técnica NSM (DABASUM, 2015).....	4.28
Figura 4.28 - Parâmetros relativos aos resultados experimentais da viga (DABASUM, 2015).....	4.29
<b>CAPÍTULO 5 – Desempenho das formulações analíticas</b>	
Figura 5.1 - Tipo de gráficos fornecidos pela DABASUM (DABASUM, 2015).....	5.2
Figura 5.2 - Identificação das diferentes zonas de avaliação das formulações analíticas.....	5.3
Figura 5.3 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação <i>fib</i> (2001).....	5.4
Figura 5.4 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação ACI (2008).....	5.5
Figura 5.5 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação CNR (2004).....	5.6
Figura 5.6 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação CIDAR (2006).....	5.7
Figura 5.7 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação CEN (2015).....	5.9
Figura 5.8 - Valor médio do coeficiente $\chi$ para as formulações relacionadas com a técnica EBR.....	5.10
Figura 5.9 - Comparação entre o desempenho das formulações analíticas relativas à técnica EBR.....	5.11
Figura 5.10 - Variação do parâmetro $\chi$ em função do tipo de secção transversal.....	5.12
Figura 5.11 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da configuração do sistema de reforço.....	5.12
Figura 5.12 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da resistência do betão.....	5.13
Figura 5.13 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da percentagem de reforço com CFRP.....	5.14

Figura 5.14 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da percentagem de armadura longitudinal.....	5.14
Figura 5.15 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da percentagem de armadura transversal.....	5.15
Figura 5.16 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da contribuição do reforço de CFRP.....	5.16
Figura 5.17 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação Nanni <i>et al.</i> (2004).....	5.17
Figura 5.18 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação Dias e Barros (2013).....	5.18
Figura 5.19 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação Bianco <i>et al.</i> (2013).....	5.19
Figura 5.20 - Valor médio do coeficiente $\chi$ para as formulações relacionadas com a técnica NSM.....	5.20
Figura 5.21 - Comparação entre o desempenho das formulações analíticas relativas à técnica NSM.....	5.21
Figura 5.22 - Variação do parâmetro $\chi$ em função do tipo de secção transversal.....	5.22
Figura 5.23 - Variação do parâmetro $\chi$ em função do tipo de FRP.....	5.23
Figura 5.24 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da resistência do betão.....	5.24
Figura 5.25 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da percentagem de reforço com CFRP.....	5.24
Figura 5.26 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da percentagem de armadura longitudinal.....	5.25
Figura 5.27 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da percentagem de armadura transversal.....	5.26
Figura 5.28 - Variação do parâmetro $\chi$ em função da contribuição do reforço de CFRP.....	5.27

# Índice de tabelas

---

## **CAPÍTULO 2 – Revisão Bibliográfica**

Tabela 2.1 - Propriedades mecânicas das fibras utilizadas em materiais compósitos de FRP (fib bulletin 14, 2001).....	2.4
Tabela 2.2 - Propriedades de resinas epóxi e polyester (Dias, 2008).....	2.5
Tabela 2.3 - Propriedades típicas dos laminados de CFRP e do aço (fib bulletin 14, 2001).....	2.6
Tabela 2.4 - Mantas e tecidos empregues nos sistemas CFRP curados "in-situ" (Juvandes, 1999).....	2.7
Tabela 2.5 - Principais resultados obtidos por Mofidi e Chaallal (2014).....	2.14
Tabela 2.6 - Resumo dos resultados obtidos por Koutas e Triantafillou (2013).....	2.17
Tabela 2.7 - Soluções de reforço ao corte com CFRP testadas por Cisneros <i>et al.</i> (2012).....	2.20
Tabela 2.8 - Principais resultados obtidos após a realização dos ensaios (Cisneros <i>et al.</i> , 2012).....	2.21
Tabela 2.9 - Propriedades e resultados das vigas ensaiadas por El-Maaddaway (2015).....	2.26
Tabela 2.10 - Soluções de reforço ao corte com CFRP das vigas ensaiadas por Dias e Barros (2010).....	2.31
Tabela 2.11 - Resultados experimentais das vigas ensaiadas por Chaallal <i>et al.</i> (2011).....	2.34

## **CAPÍTULO 3 – Formulações analíticas**

Tabela 3.1 - Valores do coeficiente parcial de segurança $\gamma_f$ segundo a <i>fib</i> (2001).....	3.3
Tabela 3.2 - Valores do coeficiente $\psi_f$ .....	3.5
Tabela 3.3 - Valores do coeficiente $C_E$ de acordo com o ACI Committee 440 (2008)...	3.6
Tabela 3.4 - Valores do coeficiente parcial de segurança do reforço (CNR-DT 200/2004, 2004).....	3.8

Tabela 3.5 - Valores para o fator ambiental condicionante do comportamento do reforço FRP (CNR-DT 200/2004, 2004).....	3.10
--	------

#### **CAPÍTULO 4 – Base de dados**

Tabela 4.1 - Informação geral dos trabalhos experimentais com vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica EBR.....	4.2
--	-----

Tabela 4.2 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica EBR, de acordo com o tipo de FRP e com o tipo de configuração do reforço.....	4.4
--	-----

Tabela 4.3 - Número de vigas de acordo com o tipo de distribuição, em função da configuração ou da inclinação do reforço.....	4.6
---	-----

Tabela 4.4 - Informações gerais sobre as vigas da base de dados com o reforço de FRP aplicado com a técnica EBR.....	4.9
--	-----

Tabela 4.5 - Número de vigas de acordo com o modo de rotura e em função da configuração do reforço.....	4.11
---	------

Tabela 4.6 - Informação geral dos trabalhos experimentais com vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica NSM....	4.19
---	------

Tabela 4.7 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica NSM, de acordo com o tipo de FRP e sua secção transversal.....	4.19
---	------

Tabela 4.8 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica NSM, de acordo com o tipo de CFRP e da orientação do CFRP.....	4.21
---	------

Tabela 4.9 - Informações gerais das vigas reforçadas pela técnica NSM, na base de dados.....	4.22
--	------

Tabela 4.10 - Número de vigas de acordo com o modo de rotura e em função do tipo de CFRP.....	4.24
---	------

#### **CAPÍTULO 5 – Desempenho das formulações analíticas**

Tabela 5.1 - Avaliação do desempenho da formulação <i>fib</i> (2001).....	5.4
---	-----

Tabela 5.2 - Avaliação do desempenho da formulação ACI (2008).....	5.5
--	-----

Tabela 5.3 - Tabela 5.3 - Avaliação do desempenho da formulação CNR (2004).....	5.6
---	-----

Tabela 5.4 - Avaliação do desempenho da formulação CIDAR (2006).....	5.7
--	-----

Tabela 5.5 - Avaliação do desempenho da formulação CEN (2015).....	5.8
--	-----

Tabela 5.6 - Análise estatística do parâmetro $\chi$ para as formulações analíticas relativas à técnica EBR.....	5.9
--	-----

---

Tabela 5.7 - Avaliação do desempenho com base na segurança estrutural (critérios de penalização).....	5.11
Tabela 5.8 - Avaliação do desempenho da formulação Nanni <i>et al.</i> (2004).....	5.16
Tabela 5.9 - Avaliação do desempenho da formulação Dias e Barros (2013).....	5.18
Tabela 5.10 - Avaliação do desempenho da formulação Bianco <i>et al.</i> (2013).....	5.19
Tabela 5.11 - Análise estatística do parâmetro $\chi$ para as formulações analíticas (técnica NSM).....	5.20
Tabela 5.12 - Avaliação do desempenho com base na segurança estrutural (critérios de penalização).....	5.22



# Capítulo 1

---

## Introdução

### 1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Nos dias de hoje, as intervenções de reforço e reabilitação de estruturas de betão armado apresentam-se como uma das principais atividades da indústria da construção civil. A necessidade de efetuar uma intervenção de reforço ao esforço transversal de uma viga de betão armado pode ser justificada por causas como a necessidade de alterar o tipo de utilização, que provoque um aumento das cargas e que coloque em causa a segurança da estrutura; a redução da resistência dos materiais, resultante da sua degradação e envelhecimento; a ocorrência de acidentes, tais como incêndios, explosões, cheias, sismos, etc; existência de erros de projeto e/ou construção; alterações nos códigos de dimensionamento com a introdução de disposições mais severas; ou como uma consequência de uma intervenção de reforço à flexão, uma vez que o aumento da capacidade de carga de uma viga de betão armado resultante de um reforço à flexão pode conduzir à ocorrência de uma rotura por corte (frágil e quase instantânea).

A crescente necessidade de reforçar estruturas de betão armado, os aspetos menos positivos associados às técnicas de reforço tradicionalmente utilizadas (colagem de chapas metálicas, encamisamento das secções de betão, e aplicação de pré-esforço exterior) assim como o desenvolvimento tecnológico proporcionaram o surgimento de novas técnicas de reforço, que recorrem a materiais compósitos de CFRP (Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono), que tiram partido da leveza e do elevado desempenho destes materiais, e que são de fácil e rápida aplicação. A técnica da colagem externa com CFRP, designada na literatura internacional por *Externally Bonded Reinforcement* (EBR), e a técnica da inserção do CFRP em entalhes efetuados no betão de recobrimento, designada na literatura internacional por *Near Surface Mounted* (NSM), são duas das técnicas de reforço com compósitos de CFRP que podem ser adotadas numa intervenção de reforço ao corte de vigas de betão armado.

À medida que a investigação experimental sobre o reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP aplicados segundo as técnicas EBR e NSM foi avançando, foram surgindo propostas de formulações analíticas referentes à determinação da contribuição do

reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado. Para o reforço aplicado segundo a técnica EBR destacam-se as formulações analíticas propostas pela *fédération internationale du béton (fib)*, nomeadamente pelo “Task Group 9.3 FRP reinforcement for concrete structures” (*fib*, 2001), pelo *American Concrete Institute (ACI)*, nomeadamente do *ACI Committee 440* (2008), pelo *CNR - Italian National Research Council* (CNR-DT 200/04, 2004), pela norma Australiana CIDAR (2006), e pela *CEN - European Committee for Standardization*. Para o reforço aplicado segundo a técnica NSM destacam-se as formulações analíticas propostas por, Nanni *et al.* (2004), por Dias e Barros (2013) e por Bianco *et al.* (2013).

No Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho tem vindo a ser desenvolvida uma base de dados com resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de CFRP. A base de dados anteriormente referida está associada a uma ferramenta informática desenvolvida numa parceria entre o Departamento de Engenharia Civil e o Departamento de Sistema de Informação da Universidade do Minho, designada por DABASUM (disponibilizada on-line em <http://dabasum.civil.uminho.pt/>).

A DABASUM, além de conter a base de dados anteriormente referida, tem programadas as formulações analíticas da *fib*, do ACI, do CNR, e da norma australiana CIDAR para a quantificação da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado ( $V_f$ ) quando o reforço de CFRP é aplicado de acordo com a técnica EBR e as formulações de Nanni *et al.* (2004) e de Dias e Barros (2013) para a quantificação da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado ( $V_f$ ) quando o reforço de CFRP é aplicado de acordo com a técnica NSM. A DABASUM permite a qualquer investigador, nacional ou internacional, aceder à base de dados anteriormente mencionada; aceder a gráficos referentes a uma análise comparativa entre valores experimentais e valores analíticos (obtidos usando as formulações anteriormente referidas) ao nível do contributo do CFRP no aumento da capacidade resistente das vigas ao esforço transversal ( $V_f$ ); e introduzir novos resultados experimentais com a consequente análise comparativa entre valores experimentais vs valores analíticos.

## 1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

De um modo geral, com a presente dissertação pretende-se ampliar a base de dados atualmente existente e avaliar o desempenho de um conjunto alargado de formulações

analíticas. Assim sendo, os objetivos estabelecidos no âmbito da presente dissertação foram os seguintes:

- Ampliar a base de dados, atualmente existente, com resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de CFRP, aplicados com a técnica da colagem externa (EBR) ou com a técnica da inserção no betão de recobrimento (NSM);
- Introduzir na DABASUM formulações analíticas existentes para o cálculo da contribuição do reforço de CFRP, aplicado de acordo com as técnicas EBR e NSM, na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado;
- Aplicar formulações analíticas existentes, para a quantificação da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado (técnica EBR e técnica NSM), às vigas da base de dados da DABASUM;
- Avaliar o desempenho de formulações analíticas existentes para a quantificação da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado (técnica EBR e técnica NSM): comparação entre valores experimentais e valores analíticos.

### **1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

A presente dissertação é organizada em 7 capítulos e um anexo.

No Capítulo 1 (Introdução) é efetuada uma primeira abordagem sobre o reforço ao corte de vigas de betão armado com materiais compósitos de CFRP, sendo também efetuada uma apresentação da ferramenta informática DABASUM. Neste capítulo também são apresentados os objetivos a serem alcançados com a realização deste trabalho, assim como a organização adotada.

No Capítulo 2 (Revisão bibliográfica) é apresentado o resultado obtido através da pesquisa bibliográfica efetuada. Numa primeira fase, apresentam-se os diferentes tipos de materiais compósitos utilizados no reforço de estruturas de betão armado, com particular relevo para os materiais compósitos de CFRP. Posteriormente são apresentadas as técnicas de reforço ao corte que recorrem aos referidos materiais, a técnica da colagem externa (EBR) e a técnica da inserção (NSM). Por fim, é efetuada uma comparação da eficácia das técnicas EBR e NSM.

O Capítulo 3 (Formulações analíticas) descreve detalhadamente um conjunto de oito formulações analíticas que permitem quantificar a contribuição do reforço com compósitos de CFRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado. Para o reforço aplicado

com a técnica EBR são apresentadas as formulações *fib* (2001), ACI (2008), CNR (2004), CIDAR (2006) e CEN (2015) enquanto para o reforço aplicado com a técnica NSM são apresentadas as formulações Nanni *et al.* (2004), Dias e Barros (2013) e Bianco *et al.* (2013).

No Capítulo 4 (Apresentação da base de dados) efetua-se uma atualização da base de dados com a introdução de informação de novos programas experimentais realizados no âmbito do reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP aplicados com as técnicas EBR e NSM. Neste capítulo também é realizada uma descrição detalhada da versão atualizada da base de dados. Por fim, para cada uma das técnicas de reforço em análise é ilustrado o procedimento de introdução de uma viga na DABASUM.

No Capítulo 5 (Desempenho das formulações analíticas) é efetuada uma avaliação do desempenho das formulações analíticas apresentadas no Capítulo 3. Numa primeira fase é avaliado o desempenho individual de cada formulação, seguindo-se depois uma comparação entre o desempenho das várias formulações. O capítulo termina com a realização de uma análise paramétrica relativa à influência de alguns parâmetros no desempenho das mencionadas formulações analíticas.

No Capítulo 6 (Conclusões gerais e desenvolvimentos futuros) são apresentadas as conclusões gerais resultantes da investigação realizada no âmbito da presente dissertação. Neste capítulo também são avançadas algumas sugestões para desenvolvimentos futuros.

No Capítulo 7 (Referências bibliográficas) estão indicadas as referências bibliográficas que serviram de suporte à realização da presente dissertação.

Por fim, no anexo da presente dissertação, são apresentados alguns exemplos de aplicação das formulações analíticas apresentadas no Capítulo 3.

# Capítulo 2

---

## Revisão bibliográfica

### 2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

No presente capítulo será apresentado o resultado obtido na pesquisa bibliográfica efetuada sobre a temática da presente dissertação. Após uma pequena descrição sobre as técnicas de reforço tradicionalmente utilizadas em estruturas de betão armado, serão apresentados os materiais compósitos de FRP, os seus principais constituintes e respetivas propriedades. Posteriormente serão apresentadas as principais técnicas de reforço ao corte que recorrem aos referidos materiais, nomeadamente a técnica de colagem externa (EBR) e a técnica de inserção no betão de recobrimento (NSM). Tendo por base resultados de ensaios experimentais presentes em trabalhos de investigação já realizados, será analisado o efeito ao nível do comportamento estrutural proporcionado pela utilização de materiais compósitos de CFRP no reforço ao corte de vigas de betão armado. Por fim, será efetuada uma comparação entre o grau de eficácia das técnicas NSM e EBR no reforço ao corte de vigas de betão armado.

### 2.2 REFORÇO DE ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO

As primeiras referências ao betão armado datam de 1830, contudo foi no início do século XX que se verificou um grande desenvolvimento na utilização e compreensão do funcionamento do betão armado. De facto, este material tornou-se no mais utilizado no ramo da construção, uma vez que se trata de um material que apresenta ótimas propriedades mecânicas (resistência à compressão conferida pelo betão e resistência à tração conferida pelo aço).

Apesar das excelentes propriedades mecânicas apresentadas por este material, ao longo do seu período de utilização as estruturas de betão armado podem necessitar de intervenções de reforço estrutural que confirmem os níveis adequados de segurança. Esta necessidade de intervenção pode ser motivada por causas como a ocorrência de acidentes, tais como incêndios, explosões, cheias, sismos, etc; a necessidade de alterar o tipo de utilização, que provoque um aumento das sobrecargas; a redução da resistência dos materiais, provocada pela

carbonatação do betão e a corrosão das armaduras; a existência de erros de projeto e/ou construção; e a eventuais alterações nos códigos de dimensionamento com introdução de disposições regulamentares mais severas. Para fazer face a estes problemas, são correntemente utilizadas três técnicas de reforço, nomeadamente, a colagem de chapas metálicas, o encamisamento das secções de betão e a aplicação de pré-esforço exterior.

A colagem de chapas metálicas consiste na adição de armadura na forma de chapa na zona dos elementos a reforçar. A ligação da chapa metálica com o elemento de betão armado é efetuada através de um adesivo à base de resinas epoxídicas. Trata-se de uma técnica com baixo custo, rápida de aplicar em comparação com a técnica de encamisamento de betão, provoca um reduzido acréscimo nas dimensões das secções e apresenta um bom comportamento estrutural (Carvalho, 2010). No entanto, as chapas são suscetíveis de sofrer corrosão, proporcionam um aumento significativo das cargas permanentes da estrutura, são difíceis de manobrar e aplicar em determinadas situações e podem induzir a necessidade de utilização de juntas devido à limitação de comprimentos das chapas (fib bulletin 14, 2001).

O encamisamento de betão consiste num aumento da secção transversal, através da adição de uma camada suplementar de betão e armadura. Trata-se de uma técnica económica pois não necessita de mão-de-obra especializada e são usados materiais convencionais. Além disso, proporciona à estrutura reforçada uma boa resistência a situações acidentais e de incêndio, existe compatibilidade com os elementos estruturais a reforçar, aumenta ligeiramente a ductilidade do elemento reforçado e em comparação com soluções de reforço que recorrem à colagem externa de chapas de aço, proporciona uma melhor resistência à corrosão das armaduras (Carvalho, 2010). No entanto, proporciona um considerável aumento das cargas permanentes a atuar na estrutura, implica uma alteração da secção transversal, e é uma técnica de demorada aplicação e que condiciona a zona da obra durante a intervenção de reforço (fib bulletin 14, 2001).

A aplicação de pré-esforço exterior é outra das técnicas de reforço tradicionalmente utilizada. Trata-se de uma técnica que permite um controlo simultâneo, da capacidade de carga e da deformação da estrutura. No entanto, as armaduras de pré-esforço necessitam de ser protegidas da ação da corrosão, do fogo e de atos de vandalismo. Além disso, é necessário estabelecer sistemas de ancoragem e este tipo de reforço pode originar o aparecimento de esforços adicionais nos elementos não reforçados (Dias, 2008).

## 2.3 MATERIAIS COMPÓSITOS NO REFORÇO DE ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO

No século XX, a investigação na área da ciência dos materiais proporcionou aos engenheiros uma certa curiosidade na linha de orientação dos novos materiais destacando-se, com êxito, os materiais compósitos (Juvandes, 1999). Materiais compósitos são aqueles que resultam da conjugação de duas ou mais fases distintas, cujas características se complementam, de forma a proporcionar determinadas propriedades que, quando isolados, estes não possuem (Carvalho, 2010). Inicialmente estes materiais eram utilizados no campo da engenharia militar, aeroespacial, naval e automobilística, contudo, devido ao seu êxito foram despertando o interesse da engenharia civil em os aplicar (Juvandes, 1999). Dentro do grupo dos materiais compósitos, na presente dissertação destaca-se os materiais compósitos de FRP (*Fiber Reinforced Polymer* – Polímeros Reforçados com Fibras), que são constituídos por fibras embebidas numa matriz polimérica (a resina).

As fibras são as principais responsáveis pelas propriedades resistentes do material compósito, apresentam-se sob a forma de filamentos de pequeno diâmetro, têm módulo de elasticidade e resistência à tração elevados, baixa densidade e possuem um comportamento frágil (comportamento elástico sem patamar de cedência). As fibras podem ser colocadas apenas numa direção ou em várias direções (Dias, 2008). A orientação das fibras tem influência nos valores do módulo de elasticidade e da resistência à tração, uma vez que estes parâmetros atingem máximos para a direção principal das fibras e diminuem à medida que a direção dos esforços/solicitações se afasta da direção das fibras (Dias, 2001). Existe uma grande diversidade de fibras com uma ampla gama de propriedades, sendo as mais correntes em aplicações em engenharia civil as de carbono (C), vidro (G) e aramida (A). As fibras de carbono são caracterizadas pelo seu elevado módulo de elasticidade e a sua elevada resistência, são as fibras mais resistentes a ataques químicos, são imunes à corrosão e não absorvem água. Estas vantagens apresentadas pelas fibras de carbono fazem com que sejam as mais utilizadas no reforço estrutural com recurso a materiais compósitos. Os compósitos de FRP com base em fibras de carbono são usualmente denominados por CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymers* – Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono) (CNR-DT 200/04 e fib bulletin 14, 2001). As fibras de vidro são as de menor custo, apresentam um módulo de elasticidade menor que as fibras de carbono e que as fibras de aramida (cerca de 70 GPa para as fibras de E-Vidro) e oferecem uma fraca resistência à abrasão, o que implica um cuidado adicional no manuseamento antes da impregnação. Além disso, elas apresentam uma aptidão

acentuada à deformação e têm menor resistência a ações de fadiga. Os compósitos de FRP com base em fibras de vidro são usualmente denominados por GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymers* – Polímeros Reforçados com Fibras de Vidro) (CNR-DT 200/04 e fib bulletin 14, 2001). As fibras de aramida são fibras orgânicas, apresentam uma elevada resistência a operações de manuseamento, o seu módulo de elasticidade e a sua resistência à tração apresentam valores intermédios em relação aos valores das fibras de vidro e das fibras de carbono, têm baixa resistência à compressão e são sensíveis aos raios ultravioleta, a temperaturas elevadas e à fluência. Os compósitos de FRP com base em fibras de aramida são usualmente denominados por AFRP (*Aramid Fiber Reinforced Polymers* – Polímeros Reforçados com Fibras de Aramida) (CNR-DT 200/04 e fib bulletin 14, 2001). Para cada um dos tipos de fibras mencionados anteriormente existe um conjunto de subtipos associados, por exemplo, as fibras de carbono de alta resistência e as fibras de carbono com alto módulo de elasticidade. Na Tabela 2.1 apresenta-se algumas propriedades para cada um dos tipos de fibra.

Tabela 2.1 - Propriedades mecânicas das fibras utilizadas em materiais compósitos de FRP (fib bulletin 14, 2001).

<b>Tipo de fibra</b>	<b>Módulo de elasticidade (GPa)</b>	<b>Resistência à tração (MPa)</b>	<b>Extensão na rotura (%)</b>
<u>Carbono</u>			
Alta resistência	215 – 235	3500 – 4800	1.4 – 2.0
Ultra alta resistência	215 – 235	3500 – 6000	1.5 – 2.3
Alto módulo	350 – 500	2500 – 3100	0.5 – 0.9
Ultra alto módulo	500 – 700	2100 – 2400	0.2 – 0.4
<u>Vidro</u>			
E – Vidro	70	1900 – 3000	3.0 – 4.5
S – Vidro	85 – 90	3500 – 4800	4.5 – 5.5
<u>Aramida</u>			
Baixo módulo	70 – 80	3500 – 4100	4.3 – 5.0
Alto módulo	115 – 130	3500 – 4000	2.5 – 3.5

A matriz tem como finalidade assegurar o bom comportamento das fibras, proporcionar a configuração geométrica para que o material compósito se comporte como um único material e permitir uma transmissão equilibrada dos esforços entre as fibras, além de proteger as fibras contra danos mecânicos e ambientais. A matriz é constituída essencialmente por resina, que mediante a sua estrutura química no estado sólido, pode ser classificada como termoplástica ou termoendurecível, sendo o segundo tipo o mais comum. As resinas termoplásticas são caracterizadas por apresentarem uma menor resistência ao calor, podendo ser aquecidas e moldadas sucessivamente sem sofrer alterações químicas. Por outro lado as resinas termoendurecíveis apresentam uma estrutura molecular mais forte, que não pode ser derretida

e moldada novamente (Romeira, 2012). Os dois tipos de resinas termoendurecíveis correntemente utilizados nos materiais compósitos de FRP são as polyester e as epóxi, contudo, as resinas do tipo epóxi são as mais utilizadas devido às excelentes propriedades em termos de aderência à maior parte dos materiais, de resistência mecânica e à agressividade do meio ambiente, e ainda pelo facto de não absorverem água (CNR-DT 200/04 e ACI 440.2R-08). Na Tabela 2.2 encontram-se representadas algumas propriedades das resinas polyester e das resinas epóxi.

Tabela 2.2 - Propriedades de resinas epóxi e polyester (Dias, 2008).

Resina	Módulo de elasticidade (GPa)	Resistência à tração (MPa)	Extensão na rotura (%)	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )
Epóxi	2.5 – 4.1	55 – 130	1.5 – 9.0	1100 – 1300
Polyester	2.1 – 4.1	20 – 100	1.0 – 6.5	1000 – 1450

Geralmente os materiais compósitos de FRP apresentam valores de resistência à tração muito superiores ao aço convencional e têm comportamento linear elástico até à rotura. Para uma melhor percepção do comportamento destes materiais é apresentado na Figura 2.1 o diagrama de tensões vs extensões que representa o comportamento à tração uniaxial dos materiais compósitos (AFRP, CFRP e GFRP) em comparação com o do aço convencional.

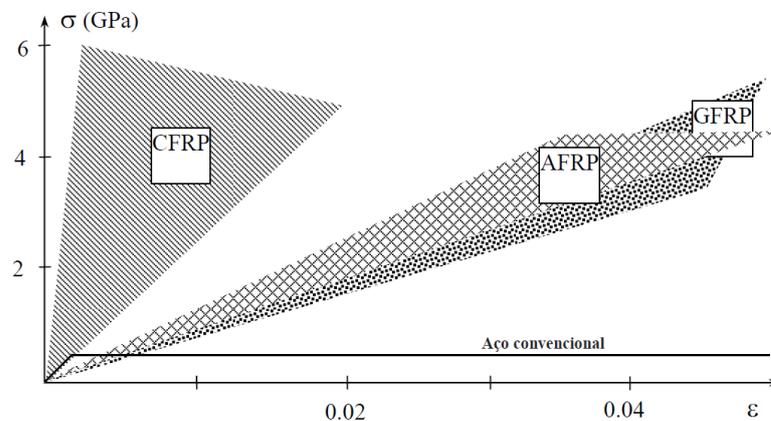


Figura 2.1 - Diagrama de tensão vs extensão de FRP's unidirecionais e do aço (fib bulletin 14, 2001).

A restante parte do presente capítulo será centrada na utilização de materiais compósitos de CFRP. Na Tabela 2.3 encontram-se representadas algumas das principais propriedades dos materiais compósitos de CFRP pré-fabricados (laminados) e do aço convencional. Analisando a referida tabela verifica-se que em função do tipo de compósito de CFRP, este pode apresentar um módulo de elasticidade superior ou inferior ao do aço, no entanto, a capacidade máxima resistente dos compósitos de CFRP é sempre bastante superior á do aço.

Tabela 2.3 - Propriedades típicas dos laminados de CFRP e do aço (fib bulletin 14, 2001).

Material	Módulo de elasticidade (GPa)	Resistência à tração (MPa)	Extensão na rotura (%)
CFRP de baixo módulo	170	2800	1.6
CFRP de alto módulo	300	1300	0.5
Aço	200	400	25 <sup>(1)</sup>

(1) Extensão de cedência = 0.2%

A utilização de materiais compósitos de CFRP no reforço de elementos estruturais de betão armado (vigas, lajes, pilares, etc.) tem vindo a aumentar um pouco por todo o mundo. Este aumento deve-se ao facto das técnicas de reforço tradicionais tornarem-se problemáticas em determinadas situações e por outro lado a utilização de materiais compósitos de CFRP apresentar inúmeras vantagens associadas. Algumas dessas vantagens são: não suscetibilidade de ocorrência do fenómeno da corrosão, baixo peso (cerca de um quarto do peso do aço), proporcionarem uma fácil aplicação mesmo em pequenos espaços, não necessitarem de utilização de andaimes e conseqüente redução dos custos do trabalho, elevada resistência à tração, grande capacidade de deformação, e disponibilidade praticamente ilimitada em geometria e dimensões. No entanto, é de referir que os compósitos apresentam algumas desvantagens, que não devem ser ignoradas: ao contrário do aço, os compósitos em geral apresentam comportamento linear elástico até à rotura (embora esta ocorra em grandes deformações); o custo dos materiais, numa base de peso é várias vezes superior ao do aço (mas quando a comparação é feita numa base de força, eles tornam-se menos desfavoráveis); e a sua exposição a temperaturas elevadas (por exemplo, em caso de incêndio) pode causar a degradação e colapso prematuro. Com efeito, as vantagens oferecidas pelos CFRP's devem ser avaliadas considerando a existência de algumas desvantagens, e a decisão final sobre a sua utilização deve ser feita em função de vários fatores, incluindo não só os aspetos de desempenho mecânico, mas também a durabilidade a longo prazo (fib bulletin 14, 2001).

Os materiais compósitos de CFRP comercializados para o reforço estrutural podem ser classificados em dois grupos principais, os sistemas pré-fabricados (laminados e varões) e os sistemas curados "in-situ" (mantas e tecidos). Na Figura 2.2 são apresentados alguns exemplos ilustrativos das formas comerciais dos compósitos de CFRP referidos anteriormente. Os sistemas pré-fabricados (laminados e varões) são fornecidos sob a forma de perfis pré-fabricados e as suas características mecânicas e físicas são garantidas pelos seus produtores. O agente adesivo é um material distinto do compósito sendo, geralmente, do tipo epoxídico. Nos sistemas curados "in-situ", a matriz e as fibras são fornecidas separadamente e o fabrico do compósito CFRP é efetuado na zona de aplicação do sistema. O adesivo (resina

de saturação) tem as funções de impregnar o grupo de fibras, proporcionar a polimerização do conjunto num compósito de CFRP e desenvolver propriedades de aderência na ligação CFRP-betão (Dias *et al.*, 2006). A classificação de um sistema curado “in-situ” é efetuada em função da orientação das fibras, quando as fibras estão dispostas unidireccionalmente são denominados por mantas e quando as fibras estão dispostas em várias direções são denominados por tecidos (Juvandes, 1999). Na Tabela 2.4 é apresentada uma pequena descrição sobre as mantas e tecidos empregues nos sistemas de CFRP curados “in-situ”.

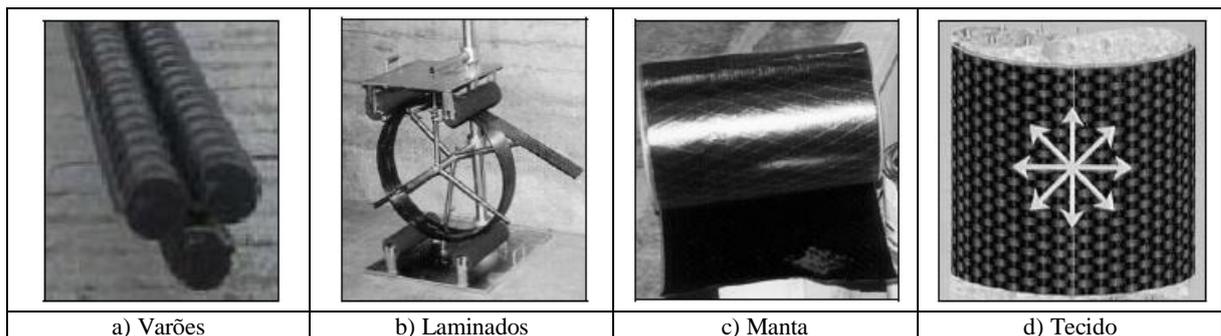


Figura 2.2 - Materiais compósitos de CFRP: Sistemas pré-fabricados (varões e laminados) e sistemas curados "in-situ" (mantas e tecidos) (Dias, 2008).

Tabela 2.4 - Mantas e tecidos empregues nos sistemas CFRP curados "in-situ" (Juvandes, 1999).

Designação		Descrição	Orientação das fibras	Estado
Mantas “Sheets”		Disposição de faixas contínuas e paralelas de fibras sobre uma rede de proteção. (200 – 300 g/m <sup>2</sup> )	Unidireccional	Secas
				Pré-impregnadas <sup>(2)</sup>
Tecidos	“Woven roving” <sup>(1)</sup>	Entrelaçamento direccional de dois fios ou faixa de fibras. (600 – 800 g/m <sup>2</sup> )	Bidireccional	Secos
	“Mat” <sup>(1)</sup>	Espalhamento aleatório das fibras num tapete rolante que, depois, é pulverizado com resina para adquirir consistência.	Multidireccional	
	“Cloth” <sup>(1)</sup>	Fios contínuos tecidos por um processo têxtil convencional. (150 – 400 g/m <sup>2</sup> )	Unidireccional Bidireccional Multidireccional	Pré-impregnados <sup>(2)</sup>

(1) Designação internacional para o arranjo das fibras no plano;

(2) Aplicação de uma camada suave de resina sem a cura total, de modo a criar alguma coesão entre as fibras (estado “prepreg”).

## 2.4 TÉCNICAS DE REFORÇO AO CORTE DE VIGAS DE BETÃO ARMADO COM COMPÓSITOS DE CFRP

### 2.4.1 Considerações gerais

A necessidade de efetuar uma intervenção de reforço ao corte de uma viga de betão armado pode ser justificada por uma das razões referidas no segundo parágrafo da secção 2.2, ou

então como uma consequência de uma intervenção de reforço à flexão. Com efeito, o aumento da capacidade de carga de uma viga de betão armado resultante de um reforço à flexão pode conduzir à ocorrência de um modo de rotura por corte (rotura frágil e quase instantânea). Na Figura 2.3 encontra-se representado o comportamento de vigas de betão armado reforçadas à flexão com CFRP. Analisando a referida figura, verifica-se que o modo de rotura por corte na viga pode ocorrer para um valor pouco significativo de carga se não for tomada nenhuma medida para o prevenir (Azevedo, 2008), como por exemplo uma intervenção de reforço ao corte.

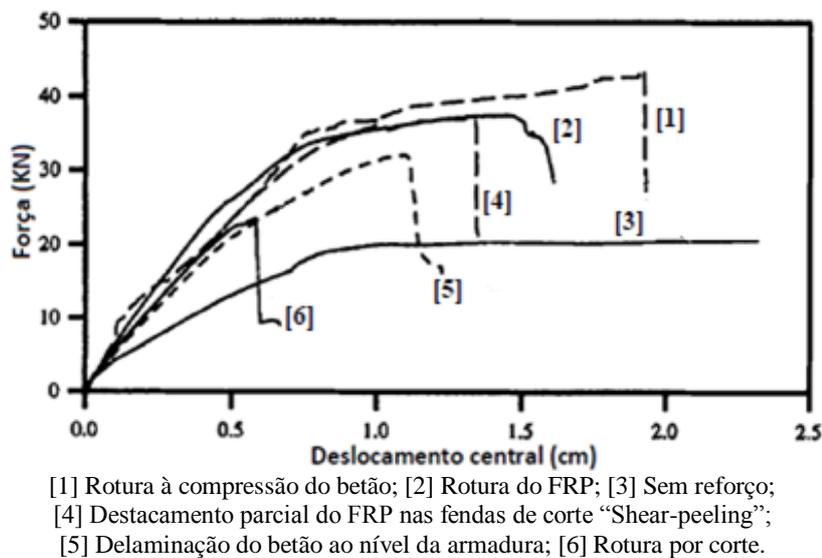


Figura 2.3 - Comportamento de vigas reforçadas à flexão com CFRP (Buyukozturk e Hearing, 1998).

O reforço ao corte de vigas de betão armado pode ser efetuado usando as técnicas “tradicionais” mencionadas anteriormente na secção 2.2, ou usando técnicas que recorrem à aplicação de materiais compósitos de CFRP. Atualmente existem três diferentes técnicas para aplicação de compósitos CFRP no reforço ao corte de vigas de betão armado (Figura 2.4): a técnica da colagem externa, designada na literatura internacional por *Externally Bonded Reinforcement* (EBR); a técnica de inserção do CFRP em entalhes efetuados no betão de recobrimento, designada na literatura internacional por *Near Surface Mounted* (NSM); e a técnica que consiste na introdução de varões de CFRP em furos executados no betão, designada na literatura internacional por *Embedded Through-Section* (ETS). As técnicas EBR e NSM são técnicas sobre as quais já se efetuou muita investigação experimental enquanto a técnica ETS é relativamente recente (Chaallal *et al.* 2011; Breveglieri *et al.* 2015). No âmbito desta revisão bibliográfica, e tendo em conta os objetivos traçados para a presente dissertação, serão abordadas as técnicas EBR e NSM.

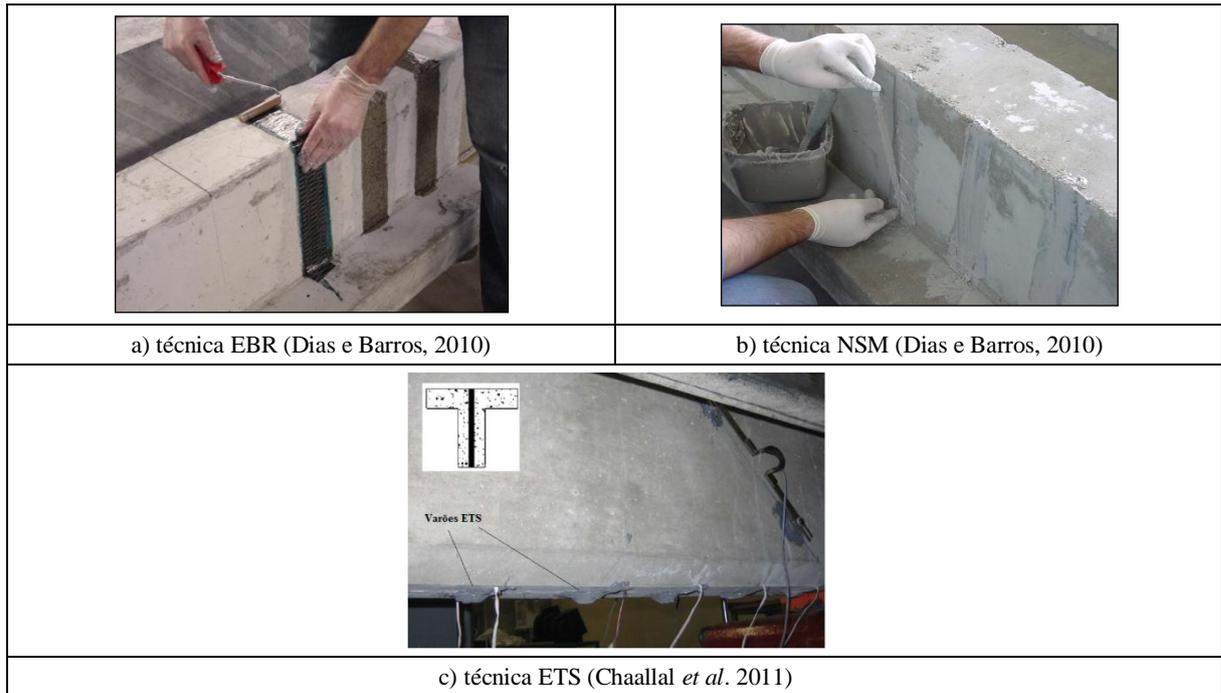


Figura 2.4 - Técnicas de reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP.

Segundo Dias (2008) o comportamento de elementos de betão armado com rotura por corte é um fenómeno de análise complexa, devido aos vários parâmetros que influenciam o referido comportamento: a geometria do elemento, o tipo de carregamento, a relação entre o vão de corte e altura útil da viga (relação  $a/d$ ), a percentagem de armadura transversal, a percentagem de armadura longitudinal, e a resistência do betão. Quando os elementos são reforçados ao corte com CFRP outros modos de rotura podem ser observados e novos aspetos associados ao CFRP aumentam o grau de complexidade do fenómeno do corte em vigas de betão armado (Bousselham e Chaallal, 2004). Para este cenário contribuem os seguintes factos: *i*) enquanto os estribos fazem parte de uma estrutura monolítica, os CFRP são ligados ao betão, ou seja, é introduzida uma nova variável que está associada à questão da resistência da ligação colada betão/CFRP (aderência na interface betão/CFRP) que depende de vários parâmetros, como a resistência do betão, as características do material de colagem do CFRP ao betão, e o tipo e a percentagem de CFRP; *ii*) os materiais compósitos de CFRP têm um comportamento linear elástico à tração até à sua rotura violenta, o que não acontece com o aço das armaduras que tem um comportamento elasto-plástico; *iii*) existência de uma grande diversidade de soluções de reforço em termos da configuração da superfície colada, da distribuição do reforço de CFRP, da orientação das fibras, e da sobreposição de camadas; *iv*) o facto dos CFRP serem aplicados em vigas com determinada percentagem de estribos faz com que a eficácia das técnicas de reforço com CFRP dependa da interação entre estes dois tipos de elementos

resistentes ao corte. Na Figura 2.5 apresenta-se, qualitativamente, a diferença de comportamento de duas vigas reforçadas ao corte com CFRP, uma com e outra sem estribos de aço. Da análise desta figura é possível constatar que quando uma viga reforçada ao corte com CFRP dispõe de armaduras transversais ocorre um padrão de fendilhação bastante mais difuso, ao qual estão associadas condições de ancoragem dos CFRP mais precárias do que as verificadas em vigas sem armaduras transversais. Este facto indica que quando as vigas contêm uma percentagem de armadura transversal ocorre uma diminuição no rendimento do CFRP, quando este é comparado com o que é obtido em vigas com o mesmo cenário de reforço, mas sem armaduras transversais; v) existência de várias técnicas de aplicação do reforço de CFRP.

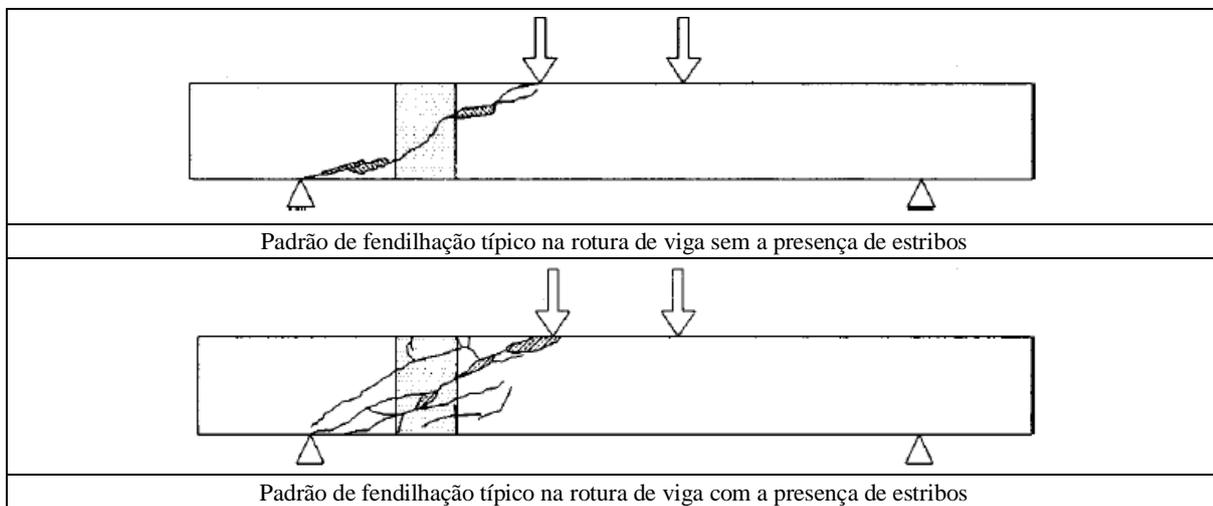


Figura 2.5 - Efeito da presença de estribos de aço no padrão de fendilhação de uma viga com rotura por corte (Pellegrino e Modena, 2002).

#### 2.4.2 Técnica da colagem externa (EBR)

A técnica da colagem externa de compósitos de CFRP foi a primeira a ser investigada no âmbito do reforço ao corte de vigas de betão armado com estes materiais de elevado desempenho. A aplicação da técnica EBR é efetuada através da colagem do reforço de CFRP com as fibras orientadas ortogonalmente às potenciais fendas de corte de forma a obter uma configuração ótima, ou com as fibras orientadas transversalmente ao eixo da peça para uma configuração mais prática. As configurações de reforço correntemente utilizadas (Figura 2.6) incluem o envolvimento total da secção transversal (Configuração em “O”), a colagem do reforço em três faces (Configuração em “U”) e aplicação do reforço apenas nas faces laterais (Configuração em “S”). De forma a melhorar o desempenho das configurações em “U” e/ou em “S”, podem ser adotados sistemas de fixação mecânica adicionais (exemplo das

configurações “U+” e “S+” apresentadas na Figura 2.6). Para cada uma das configurações de reforço com CFRP mencionadas anteriormente, podem ser definidas várias soluções (Figura 2.7) em relação à distribuição do reforço (discreto vs contínuo), à orientação das fibras, à sobreposição de camadas com diferentes orientações, entre outros (Lima e Barros, 2007).

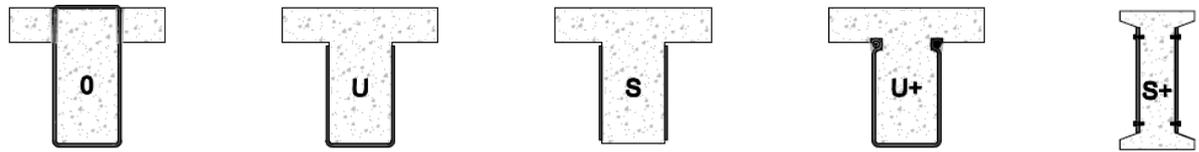


Figura 2.6 - Configurações de reforço de CFRP colado externamente (Lima e Barros, 2007).

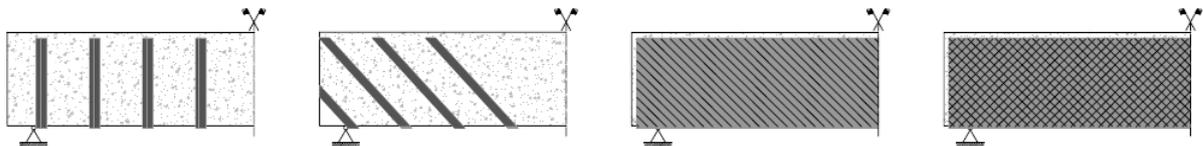


Figura 2.7 - Formas de aplicação do reforço de CFRP colado externamente (Lima e Barros, 2007).

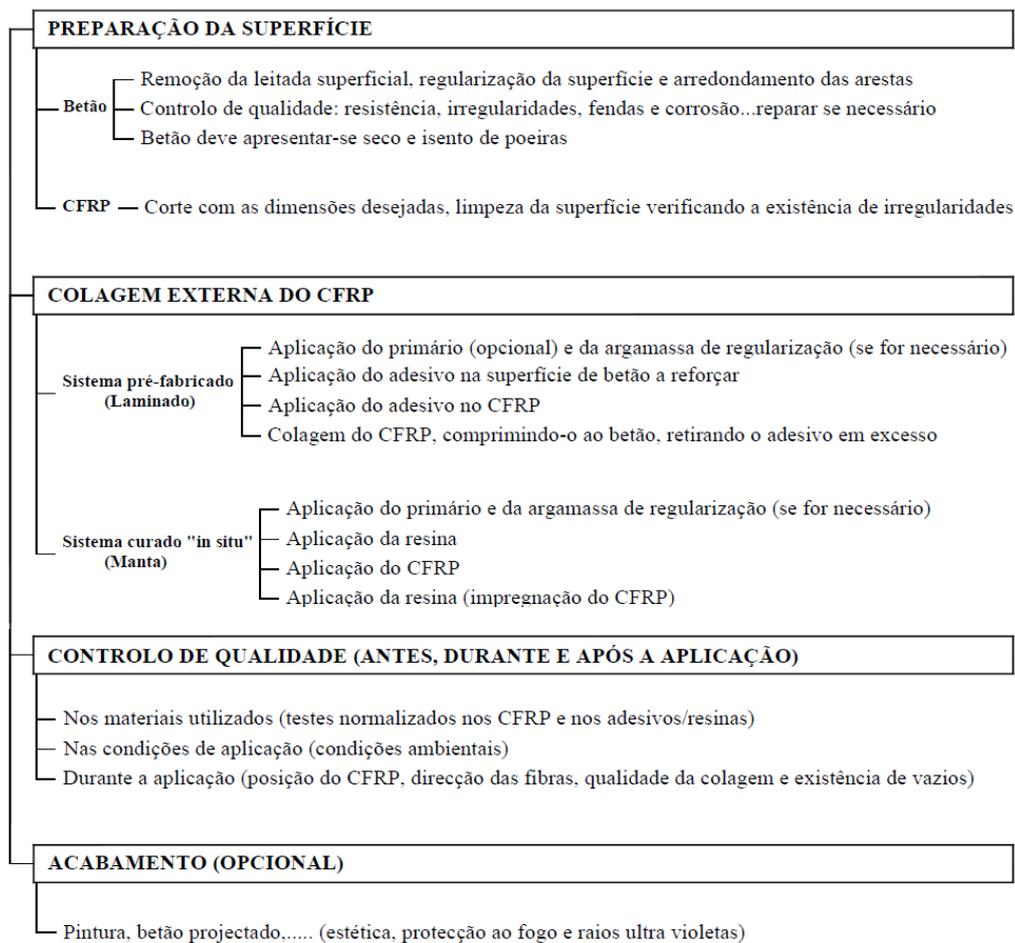


Figura 2.8 - Aplicação da técnica EBR e procedimentos de controlo de qualidade (Dias *et al.*, 2006).

A aplicação dos compósitos de CFRP no reforço de elementos de betão armado segundo a técnica EBR envolve numa primeira fase a preparação da superfície do elemento a reforçar de

forma a garantir que a base tenha boas condições de aderência. No caso de sistemas curados “in-situ” a superfície deve ser esmerilada, enquanto no caso de laminados a superfície deve ser boiardada com jato de areia ou ser “picotada” com um martelo de agulhas. Em alguns casos, de forma a melhorar a aderência do CFRP à superfície do elemento a reforçar aplica-se uma camada de primário. Posteriormente à preparação da superfície procede-se à colagem do CFRP. Todo este processo deve ser executado com grande rigor e qualidade, de modo a obter a melhor eficiência possível. Na Figura 2.8 encontra-se um organigrama, onde se apresenta de forma resumida os principais passos a efetuar numa intervenção de reforço ao corte com compósitos de CFRP colados externamente.

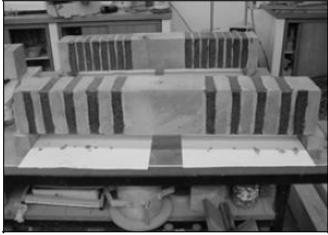
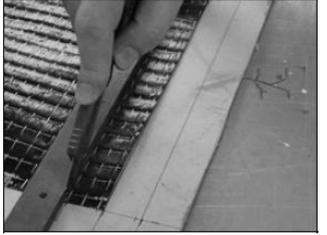
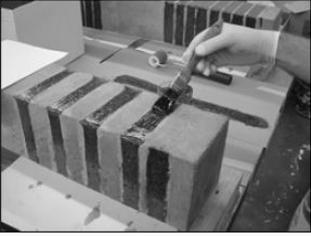
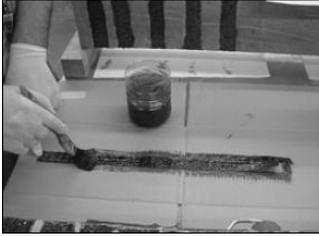
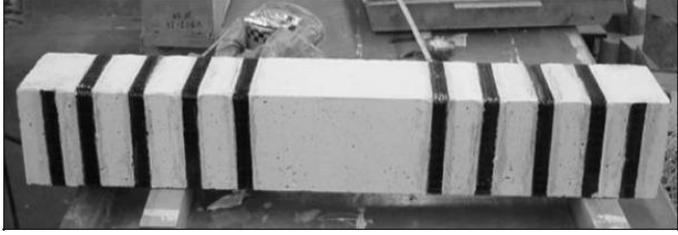
		
Preparação da superfície: esmerilagem	Após a aplicação do primário	Obtenção das faixas de manta com 25 mm de largura - corte na direção das fibras
		
Aplicação da 1ª camada de resina no betão	Aplicação de resina na 1ª camada de manta	Colagem da 1ª camada de manta - Alinhamento das fibras
		
Aplicação de resina sobre a 1ª camada de manta	Aplicação de resina na 2ª camada de manta	Colagem da 2ª camada de manta
		
Aplicação de resina sobre a 2ª camada de manta	Aspeto final da viga após a execução do reforço (face tracionada virada para cima)	

Figura 2.9 - Fases de aplicação do reforço ao corte com faixas discretas de duas camadas de manta de CFRP unidirecional coladas externamente (Dias, 2008).

A título de exemplo, na Figura 2.9 encontra-se representada uma intervenção de reforço ao corte de uma viga de betão armado com faixas discretas de duas camadas de manta de CFRP unidirecional coladas externamente (sistema curado “in-situ”).

A investigação experimental já realizada em termos do reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP colados externamente permite verificar que esta técnica proporciona um considerável aumento na resistência ao corte de vigas de betão armado.

De forma a justificar a afirmação anterior, apresenta-se a título de exemplo um programa experimental desenvolvido no âmbito do reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP colados externamente realizado por Mofidi e Chaallal (2014). Neste programa experimental os referidos autores avaliaram o comportamento de doze vigas de betão armado, ensaiadas à rotura por intermédio de um ensaio à flexão em três pontos de carga. Das doze vigas ensaiadas, duas eram de referência e por conseguinte não continham qualquer reforço de CFRP. A existência de duas vigas de referência está relacionada com os dois grupos distintos de vigas ensaiadas, vigas sem armadura de esforço transversal (grupo NT) e vigas com armadura de esforço transversal (grupo WT). Para todas as vigas, a armadura longitudinal na face tracionada era constituída por duas camadas de dois varões de 25 mm de diâmetro e para as vigas que continham armadura de esforço transversal, esta era constituída por estribos de aço com 8 mm de diâmetro e espaçados de 175 mm. Os parâmetros analisados no programa experimental foram: eficácia do reforço de CFRP com faixas de manta aplicadas de forma discreta *vs* eficácia do reforço de CFRP com manta aplicada de forma contínua; a largura das faixas de manta de CFRP; e a presença de armadura transversal na contribuição do reforço CFRP.

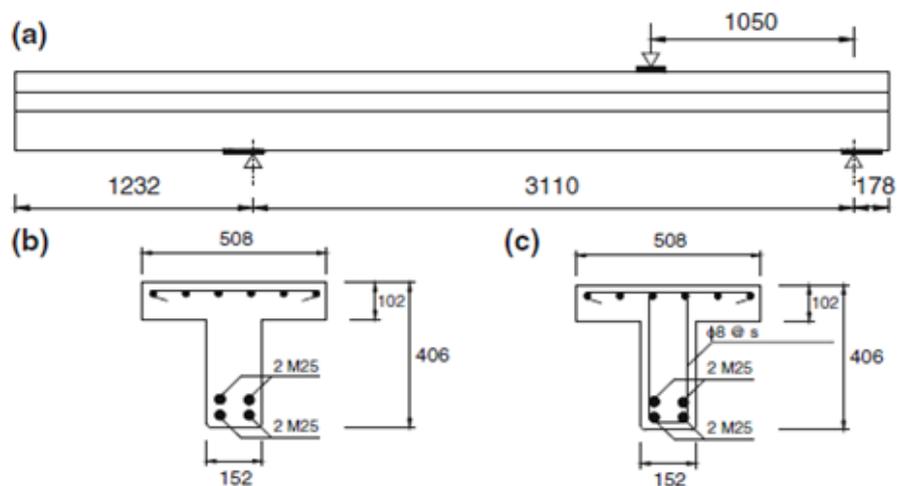


Figura 2.10 - Detalhes das vigas ensaiadas: a) Alçado, b) Seção transversal das vigas sem estribos, c) Seção transversal das vigas com estribos (Mofidi e Chaallal, 2014).

Na Figura 2.10 apresentam-se as principais informações geométricas das vigas testadas. Na Tabela 2.5 apresenta-se a relação largura do CFRP ( $w_f$ )/espaçamento do CFRP ( $s_f$ ) dos modelos ensaiados por Mofidi e Chaallal (2014).

Tabela 2.5 - Principais resultados obtidos por Mofidi e Chaallal (2014).

Viga	$w_f/s_f$	Carga de rotura (kN)	Resistência ao corte (kN)	Resistência ao corte conferida pelos estribos (kN)	Resistência ao corte conferida pelo CFRP (kN)	Ganho conferido pelo CFRP (%)	Deslocamento no ponto de aplicação da carga (mm)
NT-RF-0	0	122.7	81.2	0.0	0.0	0	2.60
NT-ST-35	40/115	182.6	120.9	0.0	39.7	49	6.95
NT-ST-50	87.5/175	203.1	134.5	0.0	53.3	66	6.16
NT-ST-60	30/50	197.9	131.1	0.0	49.9	61	8.03
NT-ST-61	53/87.5	204.9	135.7	0.0	54.5	67	5.85
NT-ST-70	87.5/125	227.3	150.6	0.0	69.3	85	7.23
NT-SH-100	1 <sup>(1)</sup>	181.2	120.0	0.0	38.7	48	4.20
NT-SH-200	1 <sup>(1)</sup>	183.8	121.7	0.0	40.4	50	4.10
WT-RF-0	0	350.6	232.2	151.0	0.0	0	11.9
WT-ST-50	87.5/175	372.5	246.7	151.0	14.5	6	15.93
WT-ST-70	87.5/125	383.4	253.9	151.0	21.7	9	15.73
WT-SH-100	1 <sup>(1)</sup>	378.3	250.6	151.0	18.4	8	15.24

(1) Viga com reforço de CFRP aplicado de forma contínua.

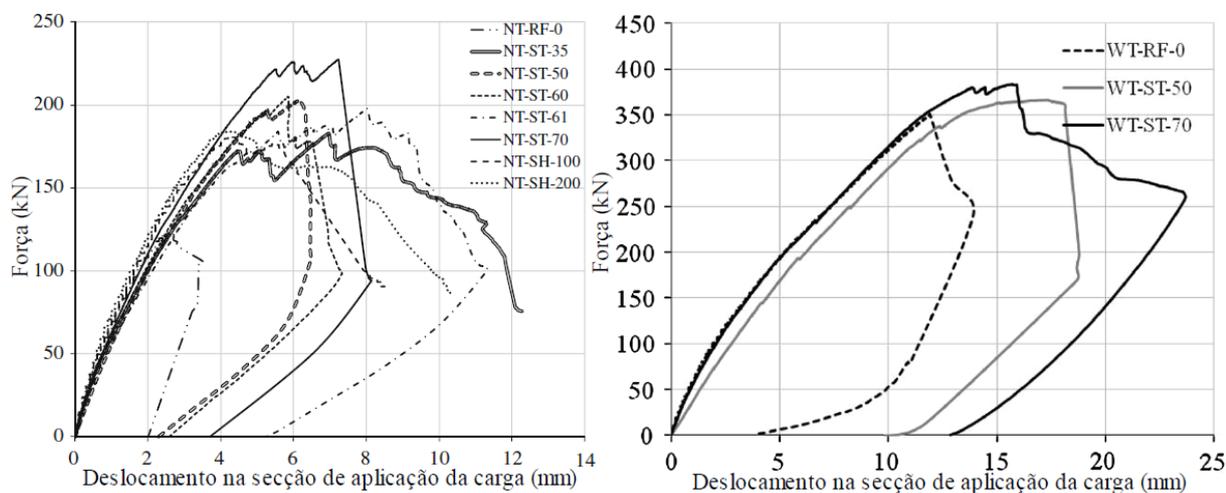


Figura 2.11 - Relação força vs deslocamento das vigas ensaiadas por Mofidi e Chaallal (2014).

Em conformidade com os resultados obtidos (Tabela 2.5 e Figura 2.11), Mofidi e Chaallal (2014) concluíram que: os sistemas CFRP proporcionaram um considerável aumento da capacidade resistente das vigas de betão armado; o reforço aplicado de forma discreta foi mais eficaz que o reforço aplicado de forma contínua; a presença de armadura transversal proporcionou uma significativa diminuição da resistência ao corte conferida pelo reforço de

CFRP aplicado segundo a técnica EBR, o que demonstra que a eficácia da técnica EBR no reforço ao corte de vigas de betão armado diminui com o aumento da percentagem da armadura transversal; a adoção de faixas de manta mais largas proporcionou um aumento da eficácia do reforço de CFRP aplicado segundo a técnica EBR.

Os modos de rotura observados por Mofidi e Chaallal (2014) foram o destacamento do reforço de CFRP, tanto para o conjunto de vigas que não continham armadura de esforço transversal, como para o conjunto de vigas que continham armadura de esforço transversal.

O destacamento do reforço de CFRP e a rotura do reforço de CFRP são dois modos de rotura que podem ocorrer numa viga reforçada ao corte com compósitos de CFRP aplicados segundo a técnica EBR. O destacamento do reforço de CFRP (rotura prematura) é o modo de rotura mais frequente, principalmente quando o reforço de CFRP é apenas aplicado nas faces laterais ou em forma de “U”. A rotura do reforço de CFRP não se verifica com tanta frequência e ocorre maioritariamente quando o reforço de CFRP envolve toda a secção transversal da viga a reforçar (Teng e Chen, 2004). Na Figura 2.12 apresentam-se exemplos de ocorrência dos modos de rotura anteriormente mencionados.

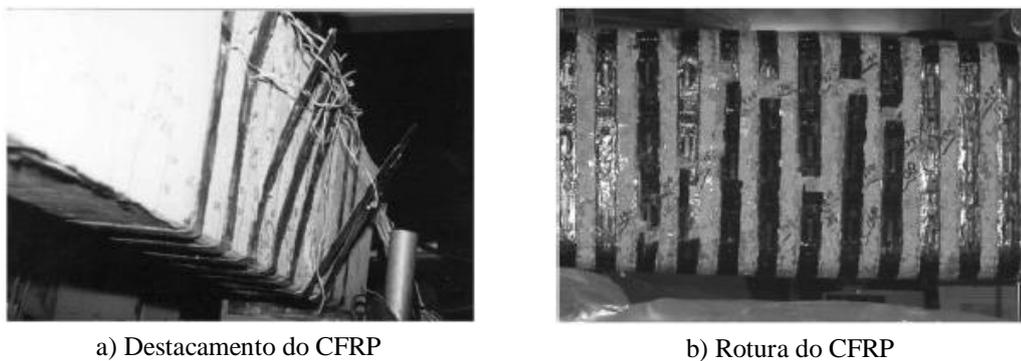


Figura 2.12 - Modos de rotura do reforço ao corte de CFRP: a) Destacamento do CFRP; b) Rotura do CFRP (Teng e Chen, 2004).

Com o intuito de avaliar os benefícios proporcionados pela utilização de mecanismos de fixação do CFRP quando aplicado no reforço ao corte de vigas de betão armado, Koutas e Triantafyllou (2013) realizaram um programa experimental ensaiando, à flexão em três pontos de carga, seis vigas com igual geometria (Figura 2.13): a viga “CON” que foi testada sem qualquer reforço ao corte; a viga “U2C” que foi reforçada com duas camadas de manta de CFRP aplicadas de forma contínua e sem a adoção de mecanismos de fixação; a viga “U2C-AN3Ch” que foi reforçada com a mesma solução de reforço que a viga “U2C” complementada com a adoção de três ancoragens de fibra de carbono em cada lado do vão de

corte; a viga “U2C-AN3Cin” era semelhante à viga “U2C-AN3Ch” com a exceção das ancoragens serem fixadas no interior do betão com uma inclinação aproximadamente igual a  $25^\circ$  em relação à vertical; a viga “U2C-AN5Cin” era semelhante à viga “U2C-AN3Cin” com a exceção do número de ancoragens em cada lado do vão de corte ter sido cinco em vez de três; e a viga “U2G-ANGin” era semelhante à viga “U2C-AN3Cin” com a exceção da manta e das ancoragens utilizadas terem sido de fibra de vidro em vez de fibra de carbono.

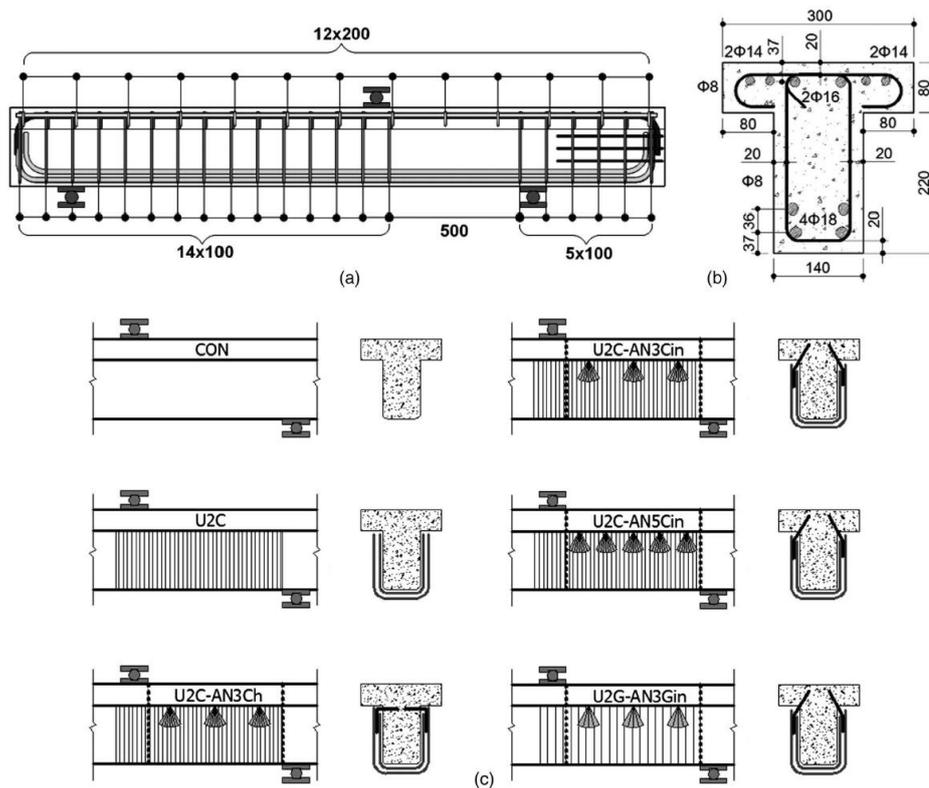


Figura 2.13 - Detalhes das vigas ensaiadas: a) Alçado; b) Seção transversal; e c) Configuração do reforço para as 6 vigas ensaiadas por Koutas e Triantafyllou, (2013).

Tendo como base os resultados obtidos (Tabela 2.6 e Figura 2.14), Koutas e Triantafyllou (2013) concluíram que: de uma forma geral a adoção de mecanismos de fixação proporcionou um aumento substancial da capacidade resistente proporcionada pelo reforço de CFRP, significando ser uma solução viável para aumentar a eficácia da técnica de reforço em análise; as ancoragens colocadas quase na vertical foram mais eficazes que as ancoragens colocadas na horizontal; o aumento do número de ancoragens no vão de corte resultou num aumento, não proporcional, da resistência ao corte pois apenas as ancoragens acima da fenda de corte foram totalmente ativas; ancoragens com características geométricas semelhantes apresentam uma eficácia semelhante, mesmo quando são constituídas por diferentes materiais.

Tabela 2.6 - Resumo dos resultados obtidos por Koutas e Triantafyllou (2013).

Viga	Carga de rotura (kN)	Modo de rotura	Resistência ao corte (kN)	Ganho conferido pelo reforço (%)	Eficácia das ancoragens
CON	113.0	DC <sup>(1)</sup>	74	0	-
U2C	157.0	DC, D <sup>(2)</sup>	103	39	-
U2C-AN3Ch	169.0	DC, D, P <sup>(3)</sup>	111	50	1.28
U2C-AN3Cin	228.5	DC, D, R <sup>(4)</sup> +P	150	103	2.64
U2C-AN5Cin	240.0	DC, D, R+P	158	114	2.92
U2G-AN3Gin	244.0	DC, D, P	160	116	Não avaliado

(1) Rotura por corte; (2) Destacamento do CFRP; (3) Arrancamento da ancoragem; (4) Rotura da ancoragem.

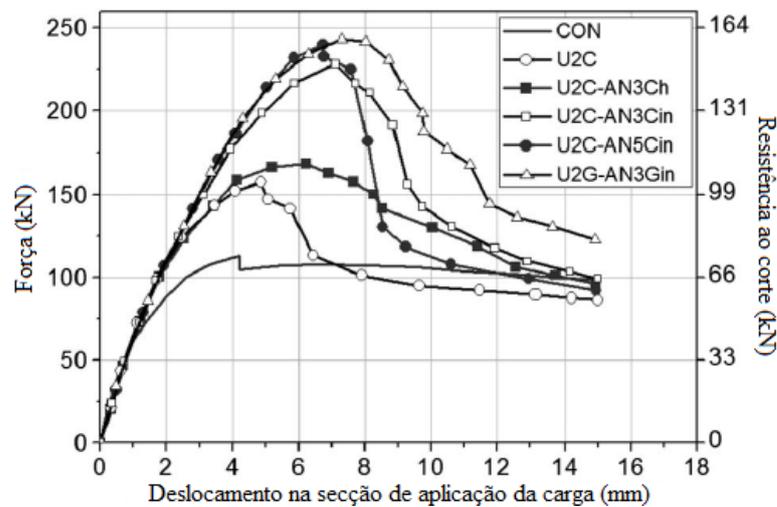


Figura 2.14 - Relação força vs deslocamento e relação resistência ao corte vs deslocamento das vigas ensaiadas por Koutas e Triantafyllou (2013).

### 2.4.3 Técnica de inserção do reforço (NSM)

A técnica de inserção do reforço de CFRP em entalhes efetuados no betão de recobrimento (técnica NSM) surgiu com o objetivo de minimizar os aspetos menos positivos apresentados pela técnica EBR. O conceito NSM não é novo, uma vez que, por volta do ano de 1940 foi utilizado na Europa para o reforço de estruturas de betão armado com o recurso a varões de aço. O procedimento de aplicação da técnica NSM continua o mesmo, contudo, no lugar de varões de aço insere-se no betão de recobrimento varões ou laminados de CFRP.

A aplicação do reforço de CFRP segundo a técnica NSM tem algumas vantagens em relação à técnica EBR, tais como: redução do tempo de aplicação do reforço; menor suscetibilidade ao destacamento antecipado do reforço, podendo em alguns casos ser atingida a capacidade última do CFRP; maior facilidade de se ancorar a elementos adjacentes; o CFRP encontra-se mais protegido contra ações de impacto, ações mecânicas, fogo e atos de vandalismo; e a

estrutura reforçada em termos arquitetônicos fica praticamente inalterada (De Lorenzis e Teng, 2007).

Segundo De Lorenzis e Teng (2007) existe um conjunto variado de formas da secção transversal do CFRP que podem ser usadas no reforço aplicado segundo a técnica NSM (Figura 2.15): laminados, varões de secção circular, varões de secção quadrangular, sendo que, com o objetivo de incrementar a aderência da ligação betão-adesivo-CFRP, existem varões nervurados e varões rugosos. As diferentes formas de secção transversal apresentam diferentes vantagens e diferentes aplicações práticas. Por exemplo, os varões de secção quadrangular permitem maximizar a área da secção transversal do varão de CFRP para um determinado tamanho de entalhe. Por outro lado, os varões circulares estão mais facilmente disponíveis e podem ser facilmente ancorados em operações de pré-esforço. Os laminados maximizam a razão área de superfície colada/área de secção transversal do CFRP e por isso minimizam o risco de destacamento do reforço. No entanto, uma solução de reforço com laminados pode requerer maior profundidade do betão de recobrimento.

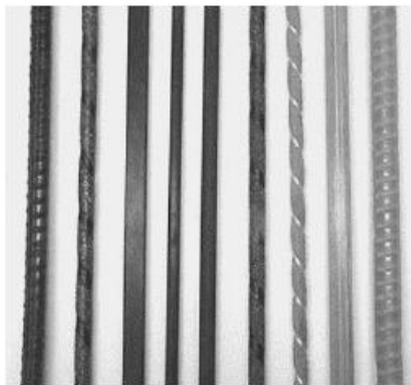


Figura 2.15 - Tipos de CFRP utilizados em reforços com a técnica NSM (De Lorenzis e Teng, 2007).

Na Figura 2.16 encontra-se um exemplo de uma intervenção de reforço ao corte de uma viga de betão armado com laminados de CFRP inseridos em entalhes efetuados no betão de recobrimento das faces laterais da viga (Dias, 2008), que se baseia nos seguintes procedimentos: marcação e execução de entalhes nas faces laterais da viga a reforçar; limpeza dos entalhes com recurso à aplicação de ar comprimido, por forma a proporcionar as melhores condições de aderência entre o betão e o adesivo; corte e limpeza dos laminados, por forma a proporcionar as melhores condições de aderência entre o adesivo e os laminados; produção do adesivo epóxi de acordo com as recomendações do fabricante; preenchimento dos entalhes com adesivo; aplicação de adesivo nas faces do CFRP; e inserção do CFRP nos entalhes, retirando-se posteriormente o adesivo em excesso.

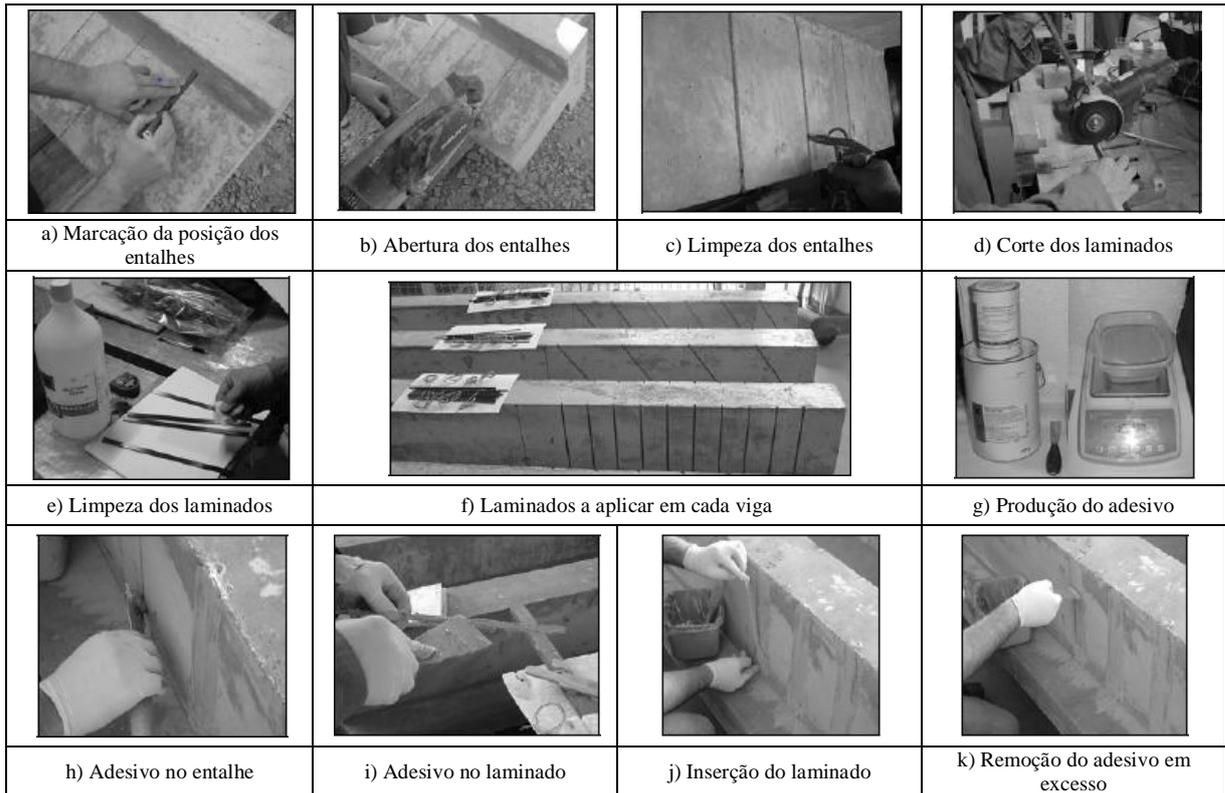


Figura 2.16 - Procedimento de aplicação do reforço CFRP aplicado com a técnica NSM (Dias, 2008).

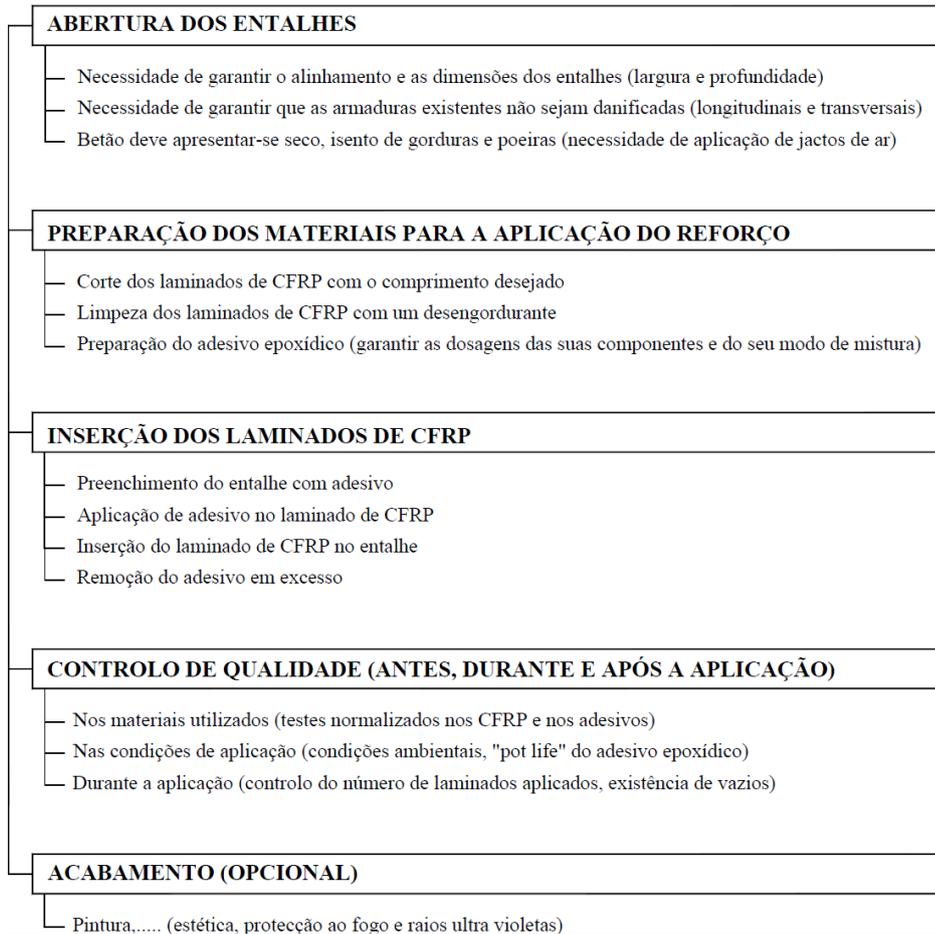


Figura 2.17 - Aplicação da técnica NSM e procedimentos de controlo de qualidade (Dias, 2008).

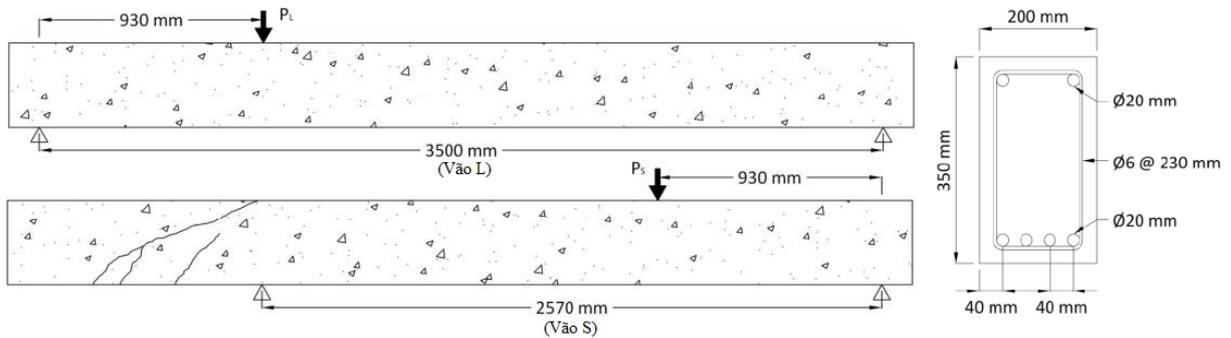
De igual modo ao sucedido para a técnica EBR, a aplicação de reforço usando a técnica NSM deve ser executada com grande rigor e qualidade. Na Figura 2.17 encontra-se um organigrama, onde se apresenta de forma resumida, os principais procedimentos a efetuar numa intervenção de reforço ao corte com compósitos CFRP inseridos no betão de recobrimento.

Tal como referido anteriormente, uma possibilidade para reforçar ao corte vigas de betão armado é por intermédio da utilização da técnica NSM com varões de CFRP. Contudo, existem alguns inconvenientes relacionados com a utilização de varões de CFRP na aplicação da técnica NSM: dificuldade na realização dos entalhes com os equipamentos de corte disponíveis no mercado, atendendo à dimensão que os entalhes devem ter para que os varões possam ser inseridos; baixo valor da relação entre a área da superfície colada e a área da secção transversal do varão; à solução com varões de CFRP está associada uma zona de ligação ao betão menos uniforme que no caso de laminados de CFRP, o que tem consequência em termos do comportamento da ligação betão-adesivo-CFRP (Dias, 2008).

Cisneros *et al.* (2012) ensaiaram dezassete vigas de betão armado de secção retangular, cada viga foi testada duas vezes: uma impondo um vão longo (3500 mm) com um vão de corte igual a 930 mm relativamente à extremidade esquerda da viga (Figura 2.18); e outra impondo um vão pequeno (2570 mm) com o vão de corte igual a 930 mm relativamente à extremidade direita da viga (Figura 2.18). Os parâmetros analisados com a realização do programa experimental foram: o tipo de CFRP utilizado (laminados ou varões), a orientação do reforço e o espaçamento entre elementos de CFRP adjacentes (Tabela 2.7).

Tabela 2.7 - Soluções de reforço ao corte com CFRP testadas por Cisneros *et al.* (2012).

Vigas	Reforço de CFRP	Orientação do CFRP (°)	Espaçamento do CFRP (mm)	Número de vigas
Controlo	-	-	-	1
B90-6		90	115 (6 varões/face)	2
B90-3	Varões com	90	230 (3 varões/face)	2
B45-6	diâmetro de 8 mm	45	115 (6 varões/face)	2
B45-3		45	230 (3 varões/face)	2
S90-6	Laminados com	90	115 (6 laminados/face)	2
S90-3	secção de	90	230 (3 laminados/face)	2
S45-6	2.5×15 mm <sup>2</sup>	45	115 (6 laminados/face)	2
S45-3		45	230 (3 laminados/face)	2

Figura 2.18 - Geometria das vigas ensaiadas por Cisneros *et al.* (2012).Tabela 2.8 - Principais resultados obtidos após a realização dos ensaios (Cisneros *et al.*, 2012).

Viga	$f_{cm}$ (MPa) <sup>(1)</sup>	Carga máxima (kN)			Acréscimo de resistência (%)
		Vão L (3500 mm)	Vão S (2570 mm)	Média	
Controlo	27.97	104.76	123.17	113.97	-
B90-3a	22.84	103.81	131.22	117.52	7.6
B90-3b	26.02	114.6	120.56	117.58	
B90-6a	26.69	160.06	180.98	170.52	49.72
B90-6b	24.09	164.9	161.97	163.44	
B45-3a	29.11	177.68	133.64	155.66	53.17
B45-3b	23.91	183.48	194.9	189.19	
B45-6a	22.98	173.2	188.77	180.99	75.66
B45-6b	28.48	232.67	193.05	212.86	
S90-3a	22.84	111.08	123.05	117.07	13.58
S90-3b	26.02	124.59	138.75	131.67	
S90-6a	26.69	177.24	198.79	188.02	50.34
S90-6b	24.09	137.07	157.63	147.35	
S45-3a	29.11	172.83	174.29	173.56	68.49
S45-3b	23.91	209.03	203.39	206.21	
S45-6a	22.98	180.91	186.73	183.82	80.47
S45-6b	28.48	225.99	216.02	221.01	
Média	25.66	161.99	166.29	167.27	-

(1)  $f_{cm}$  é o valor médio da resistência à compressão do betão.

Os resultados obtidos por Cisneros *et al.* (2012) apresentados na Tabela 2.8 permitem concluir que o aumento da resistência ao corte proporcionado pela técnica NSM depende do ângulo de aplicação do reforço e da quantidade de CFRP utilizado. Com efeito, as vigas com o reforço orientado a 45° proporcionaram um acréscimo médio de 69.5% na capacidade resistente ao corte, enquanto as vigas com o reforço orientado a 90° proporcionaram um acréscimo médio de 30.3%. As vigas com seis varões ou seis laminados por face registaram um acréscimo médio de 64% na capacidade resistente ao corte, enquanto as vigas com três varões ou três laminados registaram um acréscimo médio de 35.7%. Em relação ao tipo de CFRP (varões vs laminados), Cisneros *et al.* (2012) verificaram que os laminados tiveram um melhor desempenho que os varões, pois, apesar da sua secção ser 34% mais pequena tinham

um perímetro 40% maior, proporcionando uma ligação mais eficaz. O aumento da capacidade resistente ao corte no caso do reforço com laminados apresentou o valor médio de 53.2%, enquanto no caso do reforço com varões o referido aumento foi de 46.5%. Desta forma, Cisneros *et al.* (2012) comprovaram que, à semelhança do que já tinha sido verificado por El-Hacha e Rizkalla (2004) no reforço à flexão, no reforço ao corte com compósitos de CFRP aplicados segundo a técnica NSM os laminados também apresentam melhor desempenho que os varões.

O comportamento típico de uma viga de betão armado reforçada ao corte com laminados de CFRP inseridos, quando o reforço é aplicado na viga antes de lhe introduzir qualquer tipo de dano, apresenta duas fases (Figura 2.19). Numa primeira fase (Fase I), o diagrama de comportamento da viga reforçada com CFRP acompanha o da viga não reforçada, até ao momento em que se formam as fendas de corte na viga não reforçada. A partir deste momento (início da Fase II), a presença do CFRP juntamente com a dos estribos de aço proporcionam a existência de um mecanismo mais eficaz de contenção ao desenvolvimento das fendas de corte, proporcionando um aumento de rigidez comparativamente ao que acontece na viga não reforçada com CFRP. A segunda fase termina quando a viga reforçada com CFRP atinge a sua capacidade máxima resistente ( $F_{max}^{CFRP}$ ). Nesta fase a viga apresenta uma capacidade de carga superior à correspondente viga não reforçada com CFRP. Além disso, de um modo geral, o deslocamento correspondente à carga máxima das vigas reforçadas com CFRP ( $u_{F_{max}}^{CFRP}$ ) é superior ao da viga sem reforço CFRP ( $u_{F_{max}}^{ref}$ ) (Dias, 2008).

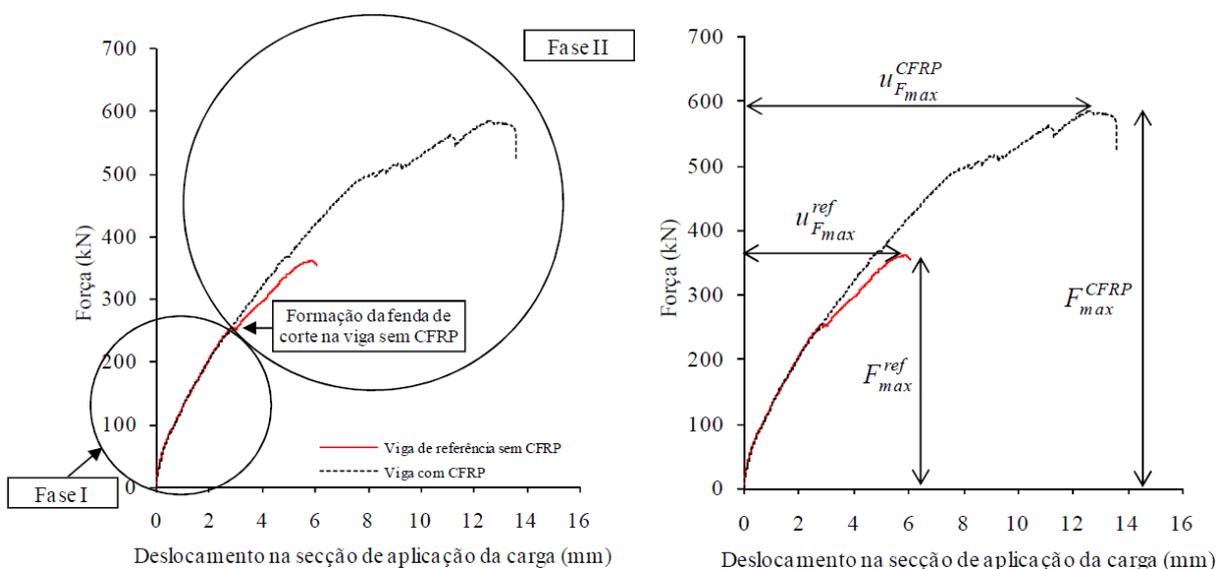


Figura 2.19 - Comportamento de uma viga de betão armado reforçada ao corte por inserção de laminados de CFRP (comparação com uma viga não reforçada) (Dias, 2008).

No âmbito da avaliação do desempenho da técnica de reforço ao corte de vigas de betão armado com laminados de CFRP inseridos em entalhes efetuados no betão de recobrimento das faces laterais da alma das vigas, Dias (2008) realizou um extenso programa experimental com o objetivo de analisar o efeito de um conjunto de parâmetros, nomeadamente, o tipo de betão, a percentagem de armadura transversal, a percentagem e orientação do reforço de CFRP.

Dias (2008) ensaiou várias soluções de reforço ao corte com laminados de CFRP inseridos em vigas com três diferentes qualidades de betão (vigas da série B com  $f_{cm}=39.7\text{MPa}$ ; vigas da série C com  $f_{cm}=18.6\text{MPa}$ ; e vigas da série D com  $f_{cm}=59.4\text{MPa}$ ). Os resultados obtidos encontram-se representados na Figura 2.20, onde para cada solução de reforço testada a coluna da esquerda diz respeito à viga da série B, a coluna central refere-se à viga da série C e a coluna da direita à viga da série D. A análise dos resultados apresentados permite concluir que a classe de resistência do betão tem uma grande influência na eficácia de uma determinada solução de reforço ao corte com laminados de CFRP inseridos, uma vez que, para todas soluções ensaiadas, quanto melhor a qualidade do betão utilizado maior a contribuição do CFRP na capacidade resistente ao corte da viga de betão armado ( $V_f$ ). Com efeito, para as soluções de reforço testadas, o valor médio de  $V_f$  foi de 35.5kN, 54.2kN e 97kN respetivamente para as vigas com  $f_{cm}$  igual a 18.6MPa, 39.7MPa e 59.4MPa.

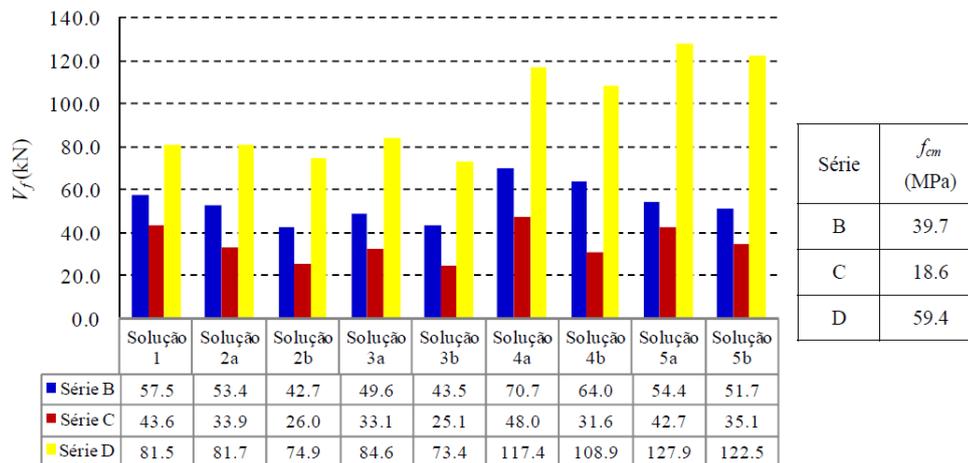


Figura 2.20 - Efeito do betão na eficácia da técnica NSM com laminados de CFRP (Dias, 2008).

A percentagem de armadura transversal adotada é também um parâmetro que tem influência na eficácia da técnica NSM com laminados de CFRP no reforço ao corte de vigas de betão armado. Com o objetivo de avaliar a influência deste parâmetro, Dias (2008) ensaiou várias soluções de reforço aplicadas a vigas com duas percentagens de armadura transversal. Os

resultados obtidos encontram-se representados na Figura 2.21, onde para cada solução de reforço testada a coluna da esquerda representa as vigas com uma percentagem de armadura transversal  $\rho_{sw}$  igual a 0.10% e a coluna da direita representa as vigas com  $\rho_{sw}$  igual a 0.16% nas vigas da série D e 0.17% nas vigas das séries B e C. A análise dos resultados apresentados permite constatar que a eficácia da técnica de reforço ao corte de vigas de betão armado com laminados inseridos diminui com o aumento da percentagem de armadura transversal. Esta diminuição da eficácia do reforço de CFRP, com o aumento da armadura transversal foi mais acentuada no caso das vigas de betão de menor resistência (série C com  $f_{cm}=18.6\text{MPa}$ ), o que permite concluir que a influência da percentagem da armadura transversal é condicionada pelo tipo de betão utilizado.

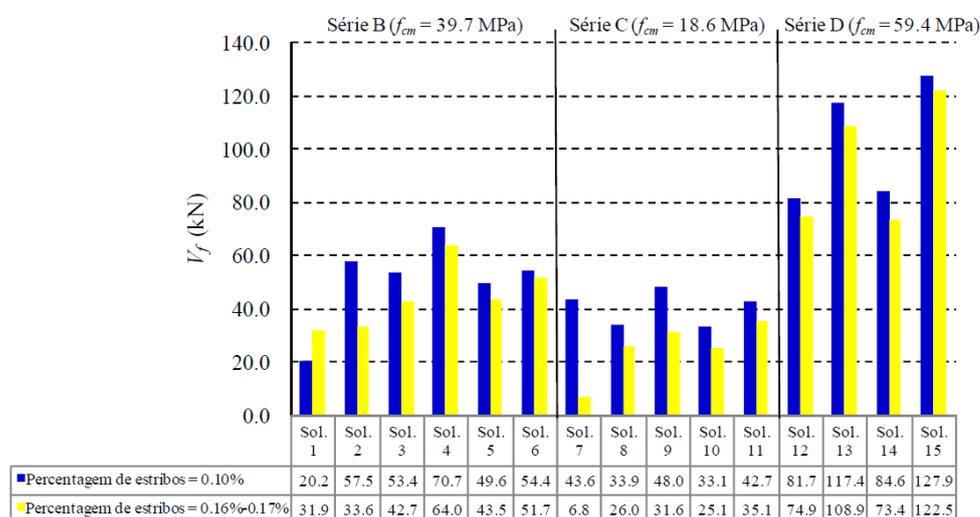


Figura 2.21 - Efeito da percentagem de estribos de aço na eficácia da técnica NSM com laminados de CFRP (Dias, 2008).

Como referido anteriormente, a orientação e percentagem do CFRP são parâmetros que têm grande influência na eficácia do reforço ao corte com laminados de CFRP inseridos. Na Figura 2.22 é representada a contribuição do reforço de CFRP ( $V_f$ ) referente às soluções de reforço testadas por Dias (2008) em função da orientação do CFRP (laminados na vertical ou inclinados a 45° e a 60°). Analisando a Figura 2.22 verifica-se que as soluções de reforço com laminados inclinados obtiveram um melhor desempenho que as soluções com laminados na vertical. Segundo Dias (2008), o melhor desempenho proporcionado pelas soluções de reforço com laminados inclinados, é justificado pela orientação que as fendas de corte apresentam, que é aproximadamente ortogonal à orientação dos laminados inclinados, e também pelo facto de se conseguir maiores comprimentos de ancoragem com os laminados inclinados. Na Figura 2.23 é representada a contribuição do reforço de CFRP ( $V_f$ ) em função da percentagem de

CFRP utilizado. Analisando a Figura 2.23 verifica-se que maiores percentagens de reforço CFRP proporcionam maiores aumentos na capacidade resistente ao esforço transversal das vigas de betão armado.

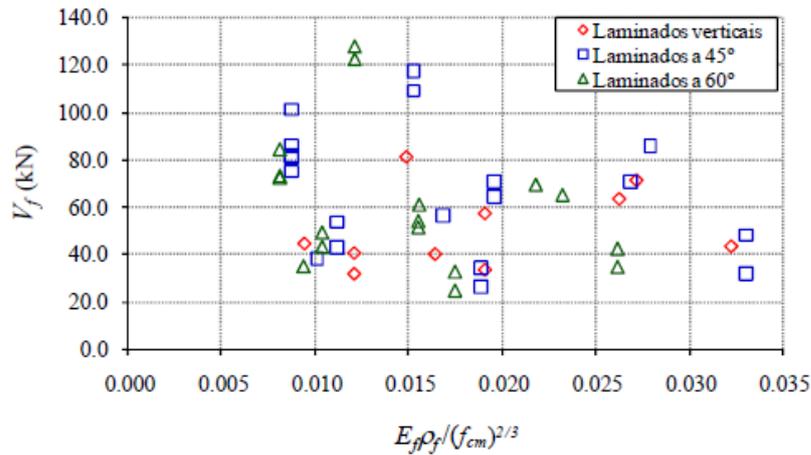


Figura 2.22 - Contribuição do reforço de CFRP em função da sua orientação (Dias, 2008).

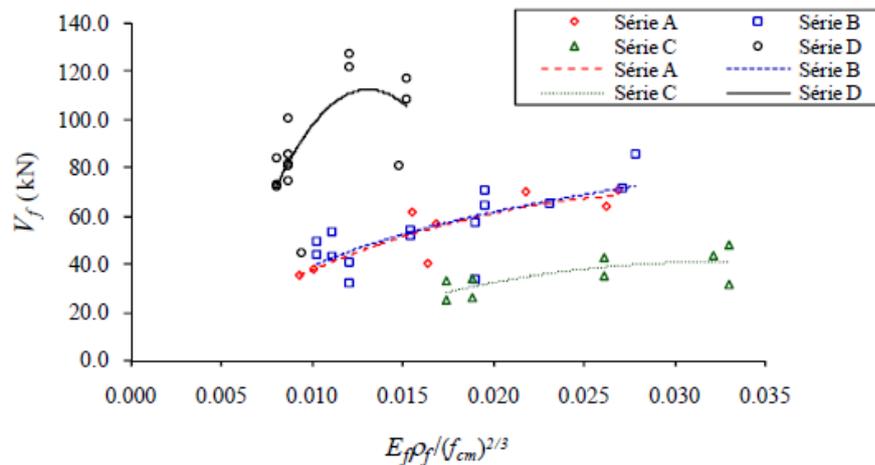


Figura 2.23 - Contribuição do reforço de CFRP em função da sua percentagem (Dias, 2008).

Realizando uma análise global aos modos de rotura ocorridos para as vigas testadas no programa experimental de Dias (2008), verifica-se que ocorreram três distintos modos de rotura e que estes são influenciados pela qualidade do betão. O primeiro modo de rotura analisado consiste na cedência do reforço com o destacamento do betão adjacente ao CFRP e ocorreu para as vigas constituídas por betão de menor qualidade. Os restantes modos de rotura analisados consistem, no destacamento dos laminados de CFRP (interface entre o CFRP e o adesivo) e na rotura dos laminados de CFRP. Estes dois últimos modos de rotura ocorrem para as vigas constituídas por betão de melhor qualidade. De facto, a elevada resistência apresentada pelo betão é uma possível justificação para a ocorrência destes modos de rotura, uma vez que o elemento condicionante da cedência do CFRP deixa de ser o betão e passa a

ser a ligação adesivo-CFRP (para o caso de destacamento do laminado) ou a resistência à tração do CFRP (para o caso de rotura do laminado).

El-Maaddaway (2015) realizou um extenso programa experimental, no qual avaliou o comportamento de vigas de betão armado reforçadas ao corte com laminados de CFRP inseridos em entalhes efetuados no betão de recobrimento. Foram ensaiadas dezoito vigas de betão armado ( $f_{cm}=30\text{MPa}$ ), distribuídas por três grupos principais. O grupo A constituído por vigas da série S0 sem armadura transversal, o grupo B constituído por vigas da série S1 com estribos de 6 mm de diâmetro espaçados de 120 mm e o grupo C constituído por vigas da série S2 com estribos de 6 mm de diâmetro espaçados de 75 mm. O reforço das vigas foi efetuado com laminados de secção transversal  $2.5 \times 15 \text{ mm}^2$  e espaçados de 120 mm. Os parâmetros analisados com a realização do presente programa experimental foram: o efeito da percentagem de armadura transversal; o nível de dano das vigas; e a influência da inclinação do reforço de CFRP. Na Tabela 2.9 e na Figura 2.24 encontram-se representadas as principais informações relativas às vigas ensaiadas.

Tabela 2.9 - Propriedades e resultados das vigas ensaiadas por El-Maaddaway (2015).

Grupo	Vigas	Armadura transversal	Dano	Orientação do CFRP (°)	Carga de rotura (kN)	Resistência ao corte (kN)	Resistência ao corte conferida pelo CFRP (kN)	Ganho conferido pelo CFRP (%)
A	S0-ND-NR			-	95.6	76.5	-	-
	S0-ND-R90	S0 <sup>(1)</sup>	-	90	132.2	105.8	29.3	38
	S0-ND-R45			45	160.5	128.4	51.9	60
B	S1-ND-NR			-	130.2	104.2	-	-
	S1-ND-R90		-	90	177.5	142.0	37.8	36
	S1-ND-R45			45	183.9	147.1	42.9	41
	S1-D1-NR			-	129.2	103.4	-	-
	S1-D1-R90	S1 <sup>(2)</sup>	D1 <sup>(4)</sup>	90	186.2	149.0	45.6	44
	S1-D1-R45			45	193.7	155.0	51.6	50
	S1-D2-NR			-	106.5	85.2	-	-
	S1-D2-R90		D2 <sup>(5)</sup>	90	153.4	122.7	37.5	44
	S1-D2-R45			45	154.5	123.6	38.4	45
C	S2-ND-NR			-	148.4	118.7	-	-
	S2-ND-R90		-	90	189.1	151.3	32.6	27
	S2-ND-R45	S2 <sup>(3)</sup>		45	198.6	158.9	40.2	34
	S2-D2-NR			-	111.1	88.9	-	-
	S2-D2-R90		D2 <sup>(5)</sup>	90	160.0	128.0	39.1	44
	S2-D2-R45			45	167.4	133.9	45.0	51

(1) Vigas sem armadura transversal; (2) Vigas com estribos  $\phi 6$  espaçados a 120 mm; (3) Vigas com estribos  $\phi 6$  espaçados a 75 mm; (4) Vigas submetidas a três ciclos de carga-descarga com a carga máxima de valor igual a aproximadamente 75kN (valor associado ao aparecimento de fendas de corte nas vigas); (5) Vigas submetidas a um ciclo de carga-descarga com imposição de uma carga igual à capacidade máxima resistente da viga (rotura por corte).

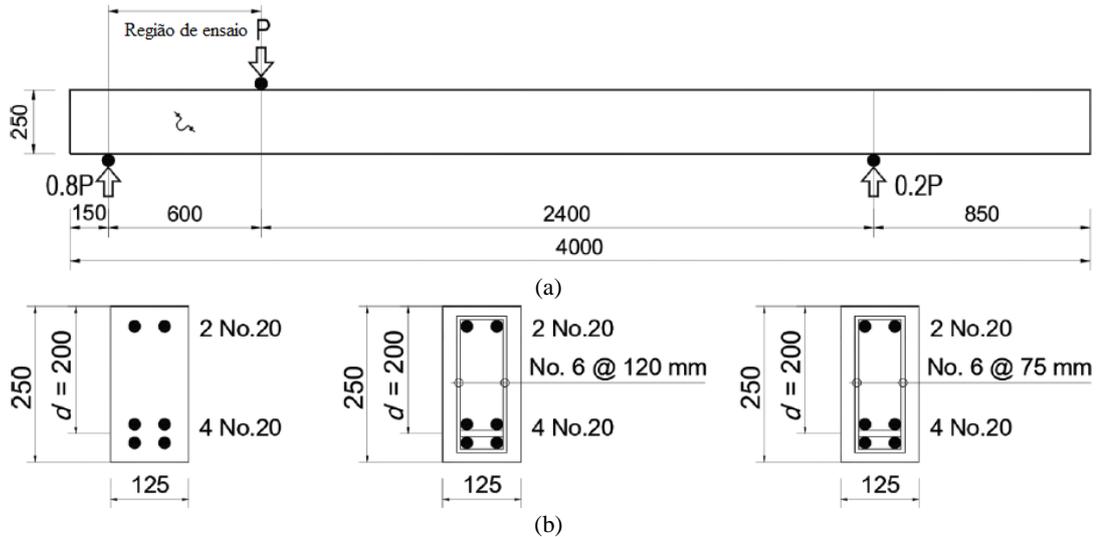


Figura 2.24 - Geometria das vigas ensaiadas: a) secção longitudinal; b) secção transversal para as vigas do grupo A, B e C (El-Maaddaway, 2015).

Em conformidade com os resultados obtidos (Tabela 2.9), El-Maaddaway (2015) concluiu que: o reforço de vigas ao corte com laminados inseridos segundo a técnica NSM proporcionou um considerável aumento da capacidade resistente ao esforço transversal; o aumento da capacidade resistente proporcionado pela técnica de reforço ao corte de vigas de betão armado com laminados inseridos diminuiu com o aumento da percentagem de armadura transversal; os laminados aplicados com uma inclinação de 45 graus foram mais eficazes que os laminados aplicados na vertical; o facto de algumas vigas estarem danificadas antes da aplicação do reforço em nada influenciou o aumento da capacidade resistente proporcionado pelo reforço de CFRP; a eficácia do reforço foi limitada pela resistência à tração do betão, uma vez que o modo de rotura observado consistiu na formação de fendas diagonais de corte que intersestavam os laminados de CFRP seguido da separação do betão de recobrimento das faces laterais das vigas.

De acordo com Barros e Dias (2013), os resultados da investigação analítica e numérica já realizada (Bianco *et al.*, 2009; Costa e Barros, 2011) indicam que a técnica NSM para o reforço ao corte de vigas de betão armado pode ser mais eficaz se os laminados de CFRP forem instalados em entalhes com maior profundidade. No entanto, a profundidade dos entalhes é condicionada pela espessura do betão de recobrimento das faces laterais da viga, e além disso, em entalhes profundos só é possível manter um comprimento de ligação eficaz dos laminados de CFRP caso a secção transversal da viga seja relativamente elevada.

Os referidos autores realizaram um programa experimental onde ensaiaram cinco vigas de betão armado em que o betão tinha uma resistência à compressão média de 40.1 MPa. Na

Figura 2.25 representa-se a geometria e as armaduras das vigas ensaiadas, bem como as condições de apoio das mesmas. As vigas tinham um vão de corte “a” com 1400 mm de comprimento e um vão de corte “b” com 2800 mm. De modo a obter uma rotura por corte no vão de corte “a”, foram colocados no vão de corte “b” estribos de aço de 6 mm de diâmetro afastados de 112 mm. A viga de referência 3S-R continha no vão de corte “a” três estribos de aço de 6 mm de diâmetro afastados de 350 mm, o que equivale a uma densidade de armadura transversal  $\rho_{sw}$  igual 0.09%, enquanto as restantes vigas continham a mesma densidade de armadura transversal mas foram reforçadas com diferentes configurações de reforço NSM (Figura 2.26): viga 3S-4LI-S2 - quatro laminados de CFRP (com uma secção transversal de  $1.4 \times 20 \text{ mm}^2$ ) por face, inclinados a  $52^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da viga, e instalados desde a superfície inferior da alma até à face inferior do banzo, ou seja, ligando toda a face lateral da alma da viga. Cada laminado de CFRP foi instalado à superfície num entalhe com uma profundidade de 21 mm; viga 3S-4LI-P2 - quatro laminados de CFRP (com uma secção transversal de  $1.4 \times 20 \text{ mm}^2$ ) por face, inclinados a  $52^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da viga, e instalados 10 mm acima da armadura longitudinal de tração até às proximidades da face inferior do banzo (de modo a não danificar a armadura de esforço transversal da viga foi garantida uma distância mínima entre o entalhe e a armadura de 10 mm). Cada laminado de CFRP foi instalado na parte mais profunda de um entalhe com uma profundidade de 35 mm; viga 3S-4LI4LI-SP1 - oito laminados de CFRP (com uma secção transversal de  $1.4 \times 10 \text{ mm}^2$ ) por face, inclinados a  $52^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da viga. A configuração dos entalhes executados na viga combina as configurações das vigas 3S-4LI-P2 e 3S-4LI-S2. Em cada entalhe, com uma profundidade de 35 mm, foi instalado um laminado na parte mais profunda e um laminado à superfície; viga 3S-4LI4LV-SP1 - oito laminados de CFRP (com uma secção transversal de  $1.4 \times 10 \text{ mm}^2$ ) por face, quatro deles inclinados a  $52^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da viga, enquanto os restantes quatro foram instalados na vertical. Os laminados verticais foram instalados na parte mais profunda dos entalhes com uma profundidade de 35 mm e os laminados inclinados foram instalados à superfície dos entalhes com uma profundidade de 15 mm.

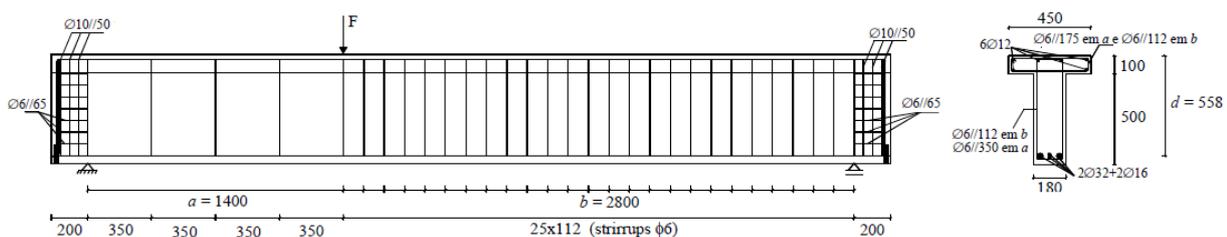


Figura 2.25 - Geometria e armaduras das vigas ensaiadas por Barros e Dias (2013).

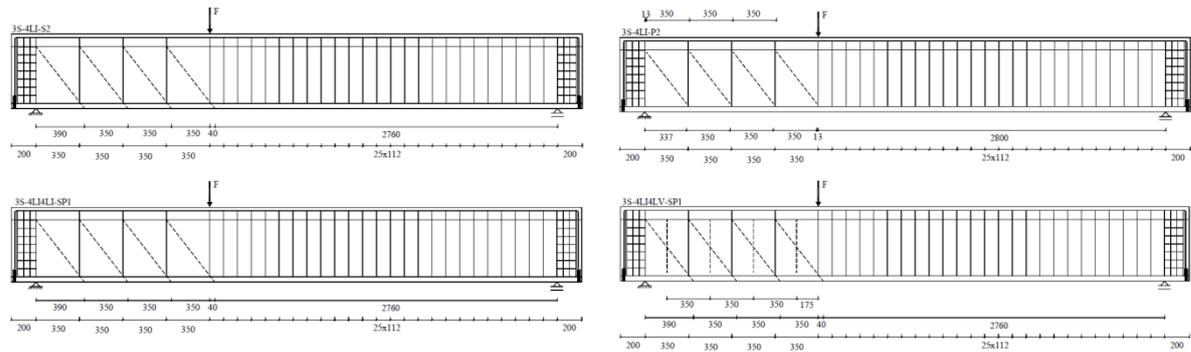


Figura 2.26 - Vigas reforçadas ao corte com CFRP testadas por Barros e Dias (2013).

Em conformidade com os resultados experimentais obtidos (Figura 2.27), Barros e Dias (2013) concluíram que a técnica de reforço ao corte NSM com laminados de CFRP é muito eficaz quando aplicada a vigas de betão armado com secção transversal de altura relativamente elevada, não só em termos do aumento de capacidade de carga das vigas (67.6% para a viga 3S-4LI-S2, 80.6% para a viga 3S-4LI-P2, 66.0% para a viga 3S-4LI4LI-SP1 e 70.9% para a viga 3S-4LI4LV-SP1), mas também em termos de mobilização das elevadas propriedades de tração do CFRP (o valor da extensão máxima registada nos laminados de CFRP foi de 16.3‰, 13.7‰, 14.3‰, e 12.2‰ respetivamente para as vigas 3S-4LI-S2, 3S-4LI-P2, 3S-4LI4LI-SP1 e 4LI4LV-SP1). Os autores concluíram também que quanto maior a profundidade a que os laminados foram inseridos maior a eficácia na resistência ao corte que eles proporcionaram, e que a utilização de dois laminados por entalhe ou a utilização de diferentes inclinações dos entalhes na mesma viga, proporcionou um comportamento mais dúctil após a carga máxima.

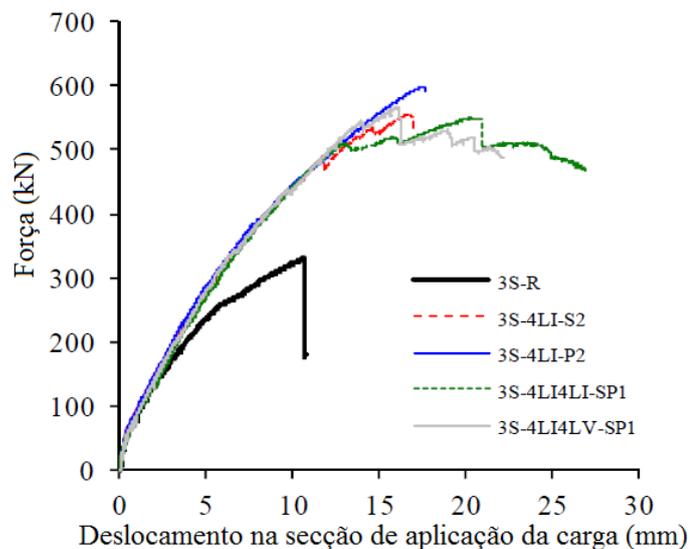


Figura 2.27 - Resultados obtidos nas vigas ensaiadas por Barros e Dias (2013).

#### 2.4.4 Comparação da efetividade das técnicas EBR e NSM

Nas secções anteriores foi efetuada a apresentação das técnicas EBR e NSM quando aplicadas no reforço ao corte de vigas de betão armado, tendo sido apresentados alguns trabalhos experimentais que demonstram os benefícios da aplicação destas técnicas de reforço. Também foram apresentadas algumas vantagens proporcionadas pela técnica NSM quando comparada com a técnica EBR. Na presente secção serão apresentados alguns estudos efetuados sobre a efetividade da técnica NSM em comparação com a da técnica EBR quando aplicadas no reforço ao corte de vigas de betão armado.

Barros e Dias (2006) realizaram um programa experimental no qual ensaiaram um conjunto de vigas, tendo por objetivo efetuar a avaliação do desempenho da técnica NSM com laminados de CFRP em comparação com a técnica EBR com mantas de CFRP coladas de forma discreta. O programa experimental era constituído por duas séries de vigas de betão armado com secção transversal retangular ( $0.15 \times 0.15 \text{ m}^2$  e  $0.15 \times 0.30 \text{ m}^2$ ) e as vigas reforçadas com CFRP não continham qualquer tipo de armadura de esforço transverso. As séries de vigas ensaiadas distinguiam-se pelas dimensões da secção transversal das vigas, sendo que, para cada uma das séries, foram considerados dois grupos de vigas diferenciados pela armadura longitudinal que continham ( $4\phi 10$  e  $4\phi 12$ ).

Barros e Dias (2006) concluíram que de entre as técnicas de reforço ao corte com CFRP utilizadas, a baseada na inserção de laminados foi a mais eficaz, quer em termos do aumento da capacidade de carga (83% para a técnica NSM e 54% para a técnica EBR), quer em termos do aumento da deformabilidade das vigas na sua rotura (307% para a técnica NSM e 77% para a técnica EBR). Além disso, os autores constataram que a técnica NSM é mais simples e rápida de executar.

Dias e Barros (2010) realizaram um programa experimental, no qual ensaiaram um conjunto de vigas de betão armado com secção transversal em forma de “T” (Figura 2.28). Um dos objetivos que levou os autores a realizarem este programa experimental foi efetuar uma análise comparativa do desempenho das técnicas NSM com laminados de CFRP e a técnica EBR com mantas de CFRP. Foram testadas nove vigas reforçadas ao corte com a técnica NSM, tendo sido analisadas três percentagens de reforço de CFRP e para cada percentagem de reforço foram testadas três orientações para os laminados ( $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$  em relação ao eixo da viga). Para cada uma das percentagens de reforço testadas com a técnica NSM foi testada uma viga em que o reforço foi aplicado com a técnica EBR. O reforço CFRP foi

aplicado no vão de corte “a”, onde todas as vigas continham dois estribos de aço de 6 mm de diâmetro afastados de 300 mm, correspondente a uma percentagem de armadura transversal de 0.10%. Na Tabela 2.10 e na Figura 2.29 apresentam-se as principais informações relativas aos modelos ensaiados por Dias e Barros (2010).

Além das vigas reforçadas ao corte com as diferentes soluções de reforço de CFRP, anteriormente referidas, foram ensaiadas mais duas vigas, a viga de referência 2S-R com uma percentagem de armadura transversal igual à das vigas reforçadas com CFRP ( $\rho_{sw}=0.10\%$ ) e a viga 7S-R com uma maior percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}=0.28\%$ , estribos de aço com 6 mm de diâmetro afastados de 112.5 mm) que foi utilizada como base para o dimensionamento das soluções de reforço referentes à máxima percentagem de CFRP.

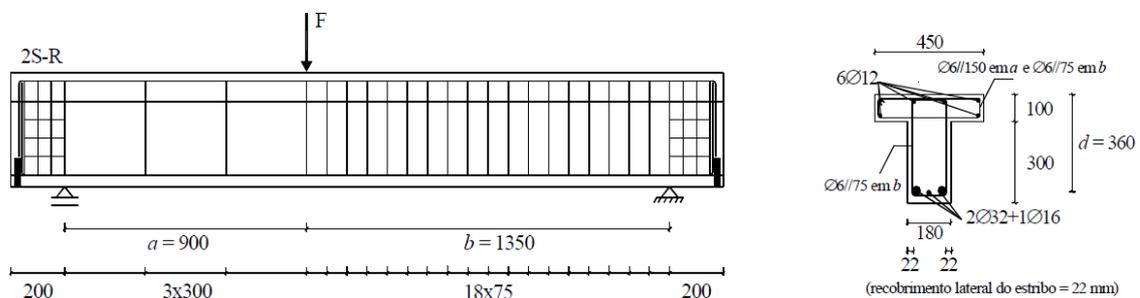


Figura 2.28 - Geometria e armaduras das vigas ensaiadas por Dias e Barros (2010).

Tabela 2.10 - Soluções de reforço ao corte com CFRP das vigas ensaiadas por Dias e Barros (2010).

Vigas	Técnica de reforço	Quantidade	Percentagem (%)	Espaçamento (mm)	Orientação do CFRP (°)
2S-4LV		2×4 laminados (1.4×9.5 mm <sup>2</sup> )	0.08	180	90
2S-7LV		2×7 laminados (1.4×9.5 mm <sup>2</sup> )	0.13	114	90
2S-10LV		2×10 laminados (1.4×9.5 mm <sup>2</sup> )	0.18	80	90
2S-4LI45	NSM com laminados de CFRP	2×4 laminados (1.4×9.5 mm <sup>2</sup> )	0.08	275	45
2S-7LI45		2×7 laminados (1.4×9.5 mm <sup>2</sup> )	0.13	157	45
2S-10LI45		2×10 laminados (1.4×9.5 mm <sup>2</sup> )	0.19	110	45
2S-4LI60		2×4 laminados (1.4×9.5 mm <sup>2</sup> )	0.07	243	60
2S-6LI60		2×6 laminados (1.4×9.5 mm <sup>2</sup> )	0.11	162	60
2S-9LI60		2×9 laminados (1.4×9.5 mm <sup>2</sup> )	0.16	108	60
2S-4M <sup>(1)</sup>	EBR com mantas de CFRP	4 tiras de CFRP Configuração em “U” – 1 camada (0.176×60 mm <sup>2</sup> )	0.07	180	90
2S-7M <sup>(1)</sup> <sup>(2)</sup>		7 tiras de CFRP Configuração em “U” – 1 camada (0.176×60 mm <sup>2</sup> )	0.10	114	90
2S-7M <sup>(2)</sup> <sup>(3)</sup>		7 tiras de CFRP Configuração em “U” – 2 camada (0.176×60 mm <sup>2</sup> )	0.21	114	90

(1) A capacidade de carga máxima prevista era semelhante à das vigas 2S-4LV, 2S-4LI45 e 2S-4LI60; (2) A capacidade de carga máxima prevista era semelhante à das vigas 2S-7LV, 2S-7LI45 e 2S-6LI60; (3) A capacidade carga máxima prevista era semelhante à das vigas 2S-10LV, 2S-10LI45 e 2S-9LI60.

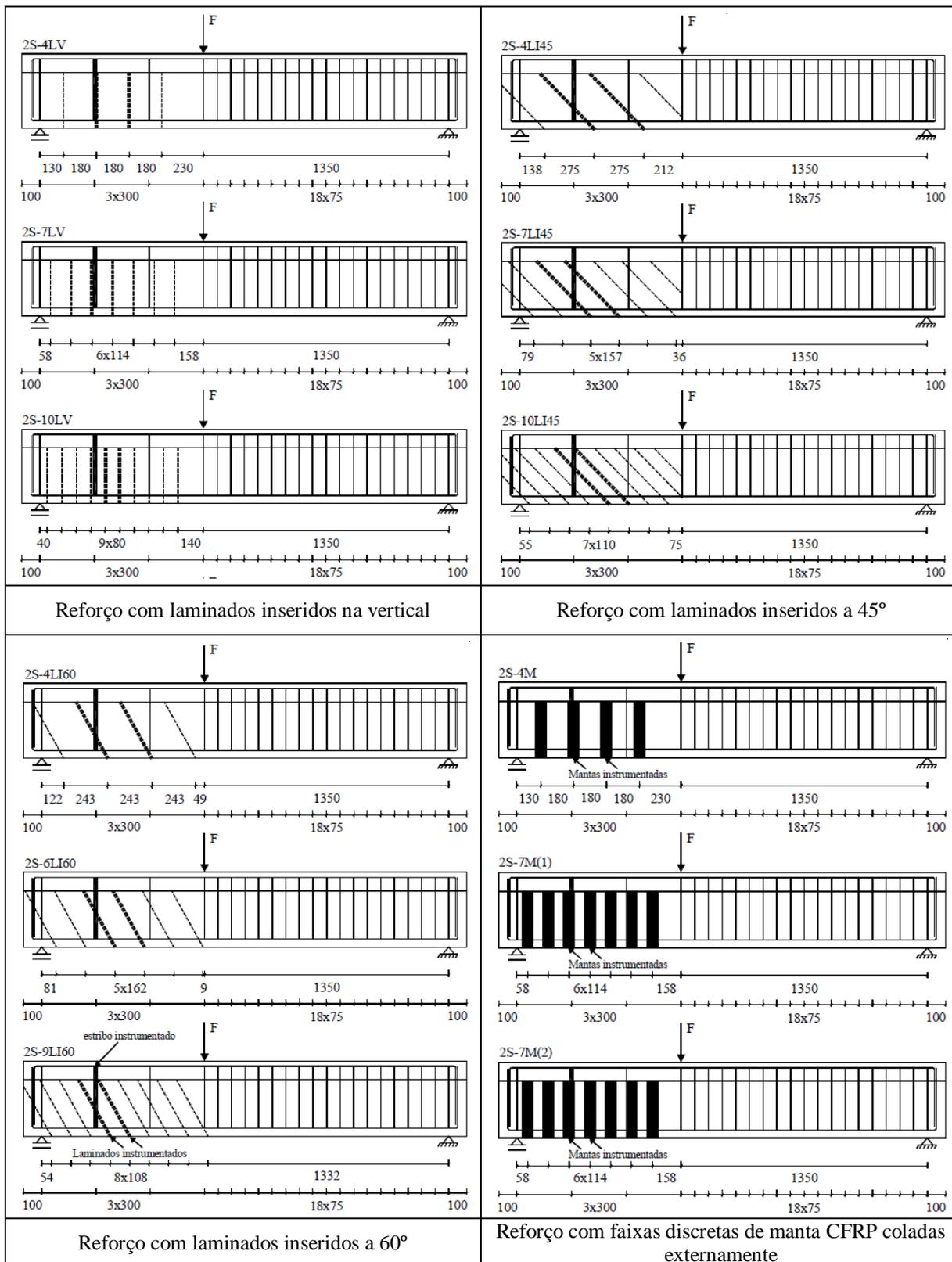


Figura 2.29 - Vigas reforçadas ao corte com CFRP testadas por Dias e Barros (2010).

Dias e Barros (2010) concluíram que a técnica NSM foi mais eficaz que a técnica EBR (Figura 2.30), uma vez que: as soluções com laminados de CFRP conduziram a um aumento médio da capacidade máxima de carga de 30.3% enquanto para as soluções com manta de

CFRP o referido aumento foi de apenas 10.4%, ou seja, 34% do aumento proporcionado pelas soluções de laminados; o valor médio da força máxima para as três vigas reforçadas com a máxima percentagem de laminados de CFRP foi 90% do valor da força máxima da viga 7S-R, enquanto para a viga com máxima percentagem de manta a referida percentagem foi de 79%. Além disso, os autores constataram que o valor médio da extensão máxima registada nos CFRP instrumentados foi de 8.4‰ para o caso das vigas reforçadas com a técnica NSM e 6.5‰ para o caso das vigas reforçadas com a técnica EBR.

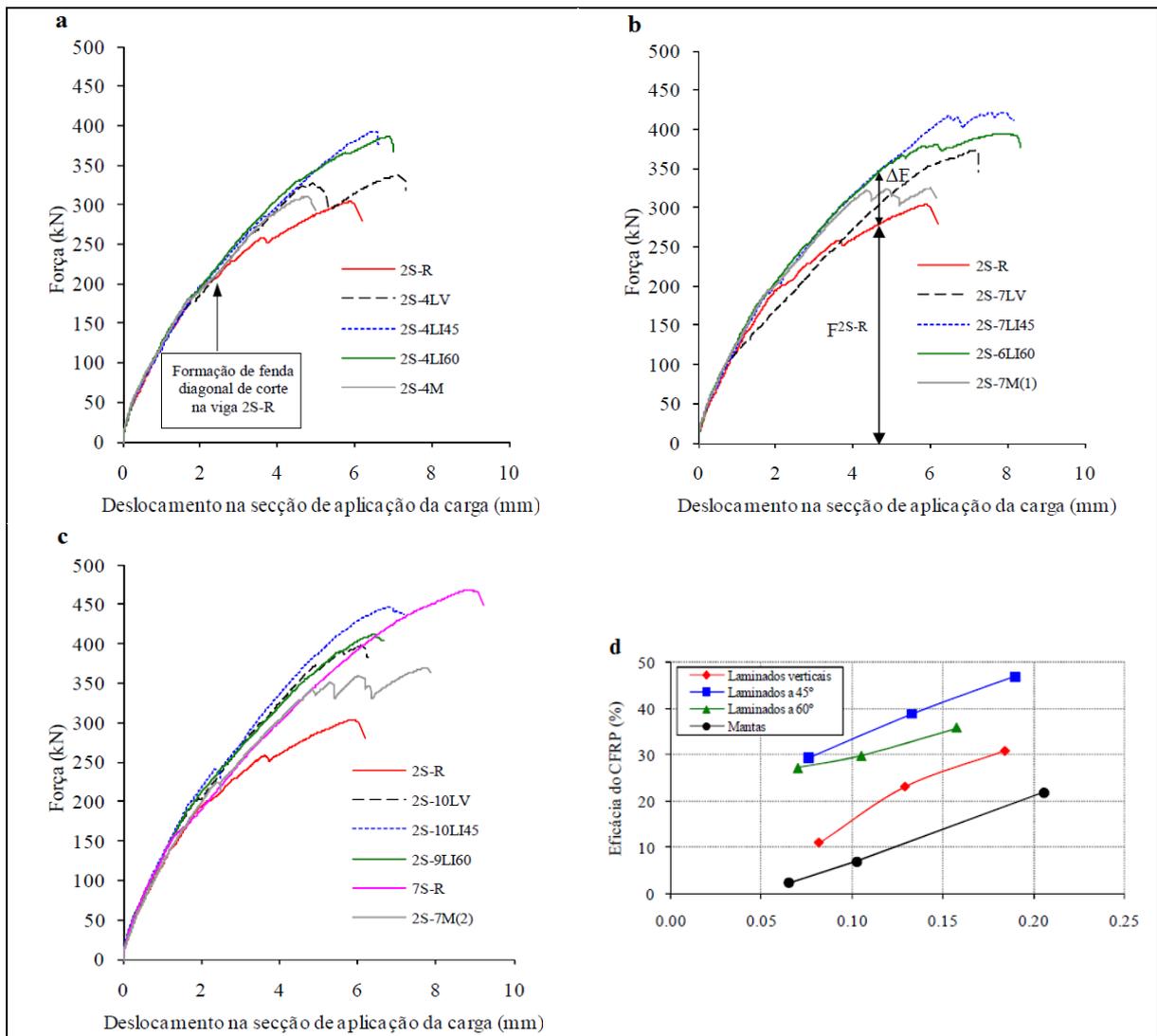


Figura 2.30 - Resultados obtidos nas vigas ensaiadas: a) vigas com menor; b) intermédia; c) e maior percentagem de reforço de CFRP; e d) grau de eficácia do reforço de CFRP (Dias e Barros, 2010).

Chaallal *et al.* (2011) realizaram um programa experimental por forma a efetuar uma comparação entre as técnicas EBR com mantas de CFRP, NSM com varões de CFRP e ETS com varões de CFRP (nesta análise apenas serão consideradas as soluções de reforço com as técnicas EBR e NSM). Os parâmetros avaliados neste programa experimental foram o grau de

eficácia das diferentes técnicas de reforço com CFRP e a percentagem de armadura transversal. Foram testadas nove vigas de betão armado com secção transversal em forma de “T” (vigas com geometria e armadura semelhante às vigas testadas por Mofidi e Chaallal (2014) representadas na Figura 2.10) divididas por três séries: a série S0 que continha vigas sem armadura transversal, a série S1 que continha vigas com estribos de 8 mm de diâmetro espaçados a 175 mm e a série S3 que continha vigas com estribos de 8 mm de diâmetro espaçados a 260 mm. Para cada série foi testada uma viga sem reforço, uma viga reforçada com a técnica EBR e uma viga reforçada com a técnica NSM. O reforço com a técnica EBR foi efetuado com mantas de CFRP (0.12 mm de espessura) aplicadas de forma contínua e em forma de “U”. O reforço com a técnica NSM foi efetuado com varões de CFRP com 9.5 mm de diâmetro e espaçados de 130 mm.

Tabela 2.11 - Resultados experimentais das vigas ensaiadas por Chaallal *et al.* (2011).

Técnica de reforço	Viga	Carga de rotura (kN)	Resistência ao corte (kN)	Resistência ao corte conferida pelos estribos (kN)	Resistência ao corte conferida pelo CFRP (kN)	Ganho conferido pelo CFRP (%)	Deslocamento máximo no ponto de aplicação da carga (mm)
Sem reforço	S0-COM	122.7	81.3	0.0	0.0	0	2.6
	S1-COM	350.6	232.2	150.9	0.0	0	11.9
	S3-COM	294.0	194.7	98.5	0.0	0	11.2
EBR	S0-EBR	181.2	120.0	0.0	38.7	48	4.2
	S1-EBR	378.5	250.7	150.9	18.5	8	14.5
	S3-EBR	335.2	220.0	98.5	27.3	14	11.3
NSM	S0-NSM	198.0	131.1	0.0	49.8	61	6.1
	S1-NSM	365.0	241.7	150.9	9.5	4	13.1
	S3-NSM	380.0	251.6	98.5	56.9	29	11.7

Analisando os resultados obtidos por Chaallal *et al.* (2011), representados na Tabela 2.11, conclui-se que os sistemas de CFRP proporcionaram um considerável aumento da capacidade resistente das vigas de betão armado. No entanto, a presença de armadura transversal proporcionou um decréscimo da contribuição do CFRP na resistência ao corte. As vigas reforçadas com a técnica NSM obtiveram melhor desempenho que as vigas reforçadas com a técnica EBR, sendo que o aumento da capacidade resistente ao esforço transversal atingiu o valor médio de 31% para as vigas reforçadas com a técnica NSM e 23% para as vigas reforçadas com a técnica EBR. A eficácia da técnica NSM foi limitada pela resistência à tração do betão, uma vez que o seu modo de rotura ocorreu devido ao destacamento do betão

de recobrimento dos estribos de aço. A rotura das vigas reforçadas com a técnica EBR ocorreu devido ao destacamento do CFRP.

Nesta revisão bibliográfica foi dado particular relevo às técnicas de reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP, designadamente as técnicas da colagem externa (EBR) e da inserção (NSM). Além da descrição das referidas técnicas de reforço, foram apresentados resultados de investigação experimental já realizada, o que permitiu retirar conclusões sobre o comportamento estrutural das vigas reforçadas, o grau de eficácia do reforço de CFRP, os modos de rotura observados e os parâmetros que influenciam o desempenho das técnicas de reforço em análise. Além disso, foram também apresentados estudos comparativos relativos ao desempenho das técnicas EBR e NSM.

À medida que a investigação experimental sobre o reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP foi sendo feita, foram avançadas propostas de expressões analíticas para quantificação da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado ( $V_f$ ). No capítulo seguinte serão apresentadas oito formulações analíticas para a quantificação da contribuição  $V_f$ , cinco referentes a reforços aplicados com a técnica EBR e três referentes a reforços aplicados com a técnica NSM.



# Capítulo 3

---

## Formulações analíticas

### 3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O presente capítulo tem por objetivo apresentar oito formulações analíticas que se encontram programadas na DABASUM e que permitem quantificar a contribuição do reforço com compósitos de FRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado. Das formulações apresentadas, cinco são referentes a reforços aplicados com a técnica da colagem externa (EBR) e três são referentes a reforços aplicados com a técnica da inserção (NSM). Para o reforço aplicado com a técnica EBR, as formulações são as propostas pela *fédération internationale du béton (fib)*, nomeadamente pelo “*Task Group 9.3 FRP reinforcement for concrete structures*”, pelo *American Concrete Institute (ACI)*, nomeadamente do *ACI Committee 440*, pelo *CNR - Italian National Research Council*, pela norma Australiana *CIDAR* e pela *CEN - European Committee for Standardization*. Para o reforço aplicado com a técnica NSM, as formulações são as propostas por Nanni *et al.* (2004), por Dias e Barros (2013) e por Bianco *et al.* (2013). Duas das formulações apresentadas, nomeadamente, a formulação CEN (2015) e a formulação de Bianco *et al.* (2013) foram introduzidas na DABASUM no âmbito da presente dissertação.

No anexo apresentado no final da presente dissertação encontram-se representados vários exemplos de aplicação das referidas formulações analíticas. Para os casos em que o reforço é aplicado com a técnica EBR são apresentados, por formulação analítica, seis exemplos de cálculo referentes às seguintes soluções de reforço: 1) reforço envolvendo toda a secção e aplicado de forma contínua; 2) reforço envolvendo toda a secção e aplicado de forma discreta; 3) reforço em forma de “U” e aplicado de forma contínua; 4) reforço em forma de “U” e aplicado de forma discreta; 5) reforço nas faces laterais e aplicado de forma contínua; 6) reforço nas faces laterais e aplicado de forma discreta. Para os casos em que o reforço é aplicado com a técnica NSM são apresentados, por formulação analítica, quatro exemplos de cálculo referentes às seguintes soluções de reforço: 1) reforço aplicado com laminados orientados a 90°; 2) reforço aplicado com laminados orientados a 45°; 3) reforço aplicado com varões orientados a 90°; 4) reforço aplicado com varões orientados a 45°.

### 3.2 FORMULAÇÕES ANALÍTICAS PARA O REFORÇO AO CORTE COM COMPÓSITOS DE FRP APLICADOS COM A TÉCNICA EBR

#### 3.2.1 Formulação *fib* (2001)

De acordo com a formulação da *fib* (2001), o valor de cálculo da contribuição do FRP no aumento da resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado ( $V_{fd}$ ) é determinado por intermédio da expressão (3.1):

$$V_{fd} = 0.9 \cdot \varepsilon_{fd,e} \cdot E_f \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \sin\beta \quad (3.1)$$

Na Figura 3.1 ilustram-se alguns dos parâmetros que integram a expressão (3.1). Com efeito, os parâmetros  $\theta$  e  $\beta$  representam, respetivamente, o ângulo da fenda diagonal de corte em relação ao eixo longitudinal da viga (o valor assumido é de  $45^\circ$ ) e o ângulo de orientação das fibras do compósito de FRP em relação ao eixo longitudinal da viga. Os parâmetros  $E_f$ ,  $b_w$  e  $d$  representam, respetivamente, o módulo de elasticidade do FRP, a largura mínima da secção transversal e a altura efetiva da secção transversal.

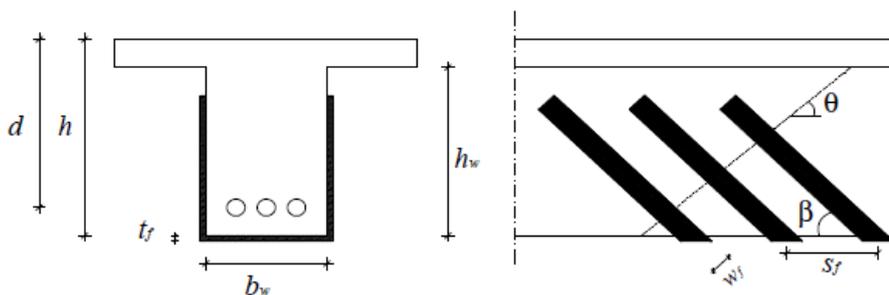


Figura 3.1 - Identificação de alguns parâmetros intervenientes na formulação *fib* (Areias, 2010).

O parâmetro  $\rho_f$ , presente na expressão (3.1), refere-se à densidade geométrica do reforço de FRP que depende da forma como o reforço está distribuído no elemento estrutural:

$$\rho_f = \begin{cases} \frac{2 \cdot t_f \cdot \sin\beta}{b_w}, & \text{para configuração de reforço contínua} \\ \left(\frac{2 \cdot t_f}{b_w}\right) \cdot \left(\frac{w_f}{s_f}\right), & \text{para configuração de reforço discreta} \end{cases} \quad (3.2)$$

Na expressão (3.2)  $t_f$ ,  $w_f$ , e  $s_f$  representam, respetivamente a espessura, a largura e o espaçamento do FRP (Ver Figura 3.1).

O parâmetro  $\varepsilon_{fd,e}$ , presente na expressão (3.1), refere-se ao valor de cálculo da extensão efetiva do FRP e é determinado por intermédio da expressão (3.3):

$$\varepsilon_{fd,e} = \frac{\varepsilon_{fk,e}}{\gamma_f} \quad (3.3)$$

Na expressão (3.3)  $\varepsilon_{fk,e}$  representa o valor característico da extensão efetiva do FRP e  $\gamma_f$  é um coeficiente parcial de segurança. Para os casos em que o modo de rotura do elemento reforçado é por rotura do FRP,  $\gamma_f$  é obtido de acordo com o representado na Tabela 3.1, enquanto que para os casos em que o modo de rotura do elemento reforçado é o destacamento do FRP o coeficiente  $\gamma_f$  deve ser considerado igual a 1.3.

Tabela 3.1 - Valores do coeficiente parcial de segurança  $\gamma_f$  segundo a *fib* (2001).

Tipos de FRP	Tipos de aplicação	Valor do coeficiente $\gamma_f$
CFRP	A	1.20
	B	1.35
AFRP	A	1.25
	B	1.45
GFRP	A	1.30
	B	1.50

Tipo de aplicação A: sistemas de FRP pré-fabricados (laminados) colados externamente, com condições normais de controlo de qualidade. Aplicação de sistemas de FRP curados “*in situ*” com elevado controlo de qualidade das condições de aplicação e do processo de aplicação. Tipo de aplicação B: Sistemas de FRP curados “*in situ*” sob condições normais de controlo de qualidade. Aplicação de qualquer sistema de FRP com condições difíceis de trabalho.

O valor característico da extensão efetiva do FRP (expressão (3.4)) depende do valor médio da extensão efetiva do FRP ( $\varepsilon_{f,e}$ ) e do fator  $k$  que converte o valor médio em valor característico, sendo que, de acordo com a proposta da *fib* (2001),  $k$  deve ser igual a 0.8.

$$\varepsilon_{fk,e} = k \cdot \varepsilon_{f,e} \quad (3.4)$$

O valor médio da extensão efetiva do CFRP ( $\varepsilon_{f,e}$ ) é determinado através da aplicação da expressão (3.5) e é função da configuração do reforço de CFRP utilizada (reforço aplicado apenas nas faces laterais “S”, reforço aplicado em forma de “U” ou reforço envolvendo toda a secção “O”).

$$\varepsilon_{f,e} = \begin{cases} 0.17 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.3} \cdot \varepsilon_{fu}, & \text{para reforços em "O"} \\ \min \left\{ 0.65 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.56} \cdot 10^{-3}; 0.17 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.3} \cdot \varepsilon_{fu} \right\}, & \text{para reforços em "U" ou em "S"} \end{cases} \quad (3.5)$$

Se o material de reforço for AFRP e for aplicado envolvendo completamente a secção de betão armado, o valor da extensão efetiva do AFRP é obtido usando a expressão (3.6):

$$\varepsilon_{f,e} = 0.048 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.3} \cdot \varepsilon_{fu} \quad (3.6)$$

Nas expressões (3.5) e (3.6)  $f_{cm}$  é o valor médio da resistência à compressão do betão (valor deve ser introduzido em MPa) e  $\varepsilon_{fu}$  é a extensão última do FRP. Nestas duas expressões o valor do módulo de elasticidade  $E_f$  deve estar em GPa.

Em face da informação anteriormente apresentada, verifica-se que a formulação da *fib* tem aplicação prática em casos de reforço de vigas ao corte com compósitos de CFRP, independentemente da configuração do reforço (aplicado apenas nas faces laterais, aplicado em forma de “U” ou envolvendo totalmente a secção) e em casos de reforço de vigas ao corte com compósitos de AFRP envolvendo totalmente a secção de betão armado.

### 3.2.2 Formulação ACI (2008)

Segundo a formulação ACI (2008), o valor de cálculo da contribuição do FRP na resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado ( $V_f$ ) é determinado pela expressão (3.7):

$$V_f = \emptyset \cdot \psi_f \cdot \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} \cdot (\sin\beta + \cos\beta) \cdot d_{fv}}{s_f} \quad (3.7)$$

Na expressão (3.7),  $\emptyset$  é um parâmetro que tem em conta o tipo de esforço (que no caso do esforço transversal toma o valor de 0.85),  $\psi_f$  é um coeficiente que depende do tipo de configuração do reforço de FRP (Tabela 3.2),  $\beta$  é o ângulo da orientação das fibras de FRP,  $d_{fv}$  é a altura útil do reforço de FRP e  $s_f$  é o espaçamento na direção do eixo da viga (Figura 3.2). Ainda na expressão (3.7),  $A_{fv}$  é a área de FRP que é calculada através da expressão (3.8) e depende dos seguintes parâmetros: número de camadas ( $n$ ), espessura ( $t_f$ ) e largura ( $w_f$ ) do FRP.

$$A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f \quad (3.8)$$

A tensão efetiva do FRP ( $f_{fe}$ ) é determinada pela expressão (3.9), onde é traduzido o comportamento linear elástico até à rotura do FRP. Nesta expressão  $\varepsilon_{fe}$  é a extensão efetiva do FRP e  $E_f$  é o módulo de elasticidade do FRP.

$$f_{fe} = \varepsilon_{fe} \cdot E_f \quad (3.9)$$

A extensão efetiva ( $\varepsilon_{fe}$ ) é definida como sendo a extensão máxima obtida pelo reforço de FRP, no instante em que é alcançada a capacidade de carga máxima do elemento reforçado. O valor de  $\varepsilon_{fe}$  depende do modo de rotura e, conseqüentemente, da configuração de reforço de FRP adotada.

$$\varepsilon_{fe} = \begin{cases} 0.004 \leq 0.75 \cdot \varepsilon_{fu}, & \text{para reforços em "O"} \\ k_v \cdot \varepsilon_{fu} \leq 0.004, & \text{para reforços em "U" ou em "S"} \end{cases} \quad (3.10)$$

Tabela 3.2 - Valores do coeficiente  $\psi_f$ .

Tipo de configuração do reforço	Valor do coeficiente $\psi_f$
Reforço envolve em completo o elemento estrutural ("O")	0.95
Reforço colado em dois lados ("S") ou em três lados ("U") do elemento estrutural	0.85

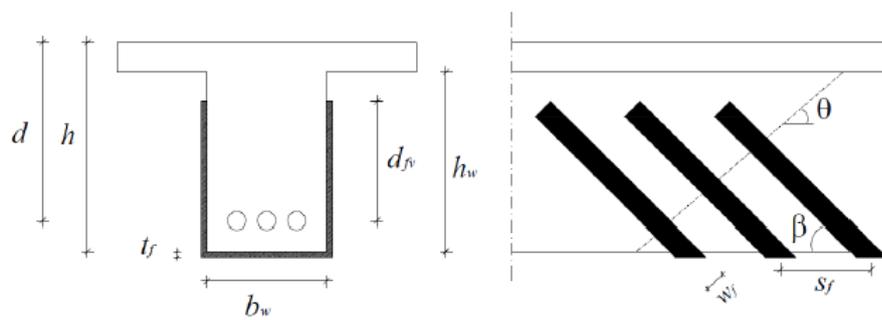


Figura 3.2 - Representação dos parâmetros necessários para a formulação ACI (Areias, 2010).

Na expressão (3.10),  $\varepsilon_{fu}$  é a extensão última do FRP, obtida pela expressão (3.17), e  $k_v$  representa um coeficiente de redução da aderência, que no caso da região em estudo apresentar valores de esforço transversal altos e de momentos fletores baixos (por exemplo, na proximidade dos apoios de uma viga simplesmente apoiada sujeita a carregamento monotónico) pode ser determinado por intermédio da expressão (3.11):

$$k_v = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot L_e}{11900 \cdot \varepsilon_{fu}} \leq 0.75 \quad (3.11)$$

O coeficiente  $k_v$  depende dos parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $L_e$  e  $\varepsilon_{fu}$ . O parâmetro  $k_1$  tem em conta a resistência do betão, designadamente o valor característico da resistência à compressão do betão ( $f_c'$ ), e é calculado por intermédio da expressão (3.12):

$$k_1 = \left( \frac{f_c'}{27} \right)^{2/3} \quad (3.12)$$

O parâmetro  $k_2$  considera o tipo de configuração do reforço de FRP e é obtido usando a expressão (3.13), em que  $L_e$  é o comprimento de ligação efetivo obtido por intermédio da expressão (3.14).

$$k_2 = \begin{cases} \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}}, & \text{para reforços em "U"} \\ \frac{d_{fv} - 2 \cdot L_e}{d_{fv}}, & \text{para reforços em "S"} \end{cases} \quad (3.13)$$

$$L_e = \frac{23300}{(n_f \cdot t_f \cdot E_f)^{0.58}} \quad (3.14)$$

O módulo de elasticidade do FRP, no caso de fibras unidirecionais, é obtido através da Lei de Hooke:

$$E_f = \frac{f_{fu}}{\varepsilon_{fu}} \quad (3.15)$$

A tensão máxima resistente à tração do FRP ( $f_{fu}$ ), depende do valor da tensão máxima resistente à tração ( $f_{fu}^*$ ) consultada nos catálogos fornecidos pelos fabricantes e de um fator de redução ( $C_E$ ) definido pelo ACI Committee 440 (2008):

$$f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^* \quad (3.16)$$

O fator  $C_E$  considera uma redução da propriedade do FRP em estudo em função das condições de exposição ambiental e do tipo de fibra do FRP (Tabela 3.3).

Tabela 3.3 - Valores do coeficiente  $C_E$  de acordo com o ACI Committee 440 (2008).

Condições de exposição	Tipo de fibra	Valor do coeficiente $C_E$
Interior	Carbono	0.95
	Vidro	0.75
	Aramida	0.85
Exterior	Carbono	0.85
	Vidro	0.65
	Aramida	0.75
Ambientes agressivos	Carbono	0.85
	Vidro	0.50
	Aramida	0.70

A extensão última do FRP ( $\varepsilon_{fu}$ ) é obtida multiplicando o fator de redução mencionado anteriormente ( $C_E$ ) pelo valor da extensão última ( $\varepsilon_{fu}^*$ ) consultada nos catálogos fornecidos pelos fabricantes:

$$\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^* \quad (3.17)$$

### 3.2.3 Formulação CNR (2004)

Segundo a formulação da CNR (2004) quando o reforço de FRP é aplicado em forma de “S”, o valor de cálculo da contribuição do FRP no ganho de resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado ( $V_{Rd,f}$ ) é determinado por intermédio da expressão (3.18):

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot \min\{0.9 \cdot d, h_w\} \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\theta} \cdot \frac{w_f}{\bar{s}_f} \quad (3.18)$$

Na Figura 3.3 ilustram-se alguns dos parâmetros intervenientes na expressão (3.18). Assim,  $d$  representa a altura útil da secção transversal da viga;  $h_w$  é a altura da alma;  $t_f$  é a espessura do compósito de FRP;  $w_f$  é a largura do compósito de FRP;  $\bar{s}_f$  é o espaçamento entre os compósitos de FRP, medido na direção perpendicular à orientação das fibras ( $\bar{s}_f = s_f \cdot \sin\beta$ , em que  $s_f$  é o espaçamento do FRP medido na direção do eixo da viga);  $\beta$  é o ângulo da orientação das fibras do compósito de FRP em relação ao eixo longitudinal da viga; e  $\theta$  é o ângulo da fenda diagonal de corte em relação ao eixo longitudinal da viga, assumindo-se o valor de  $45^\circ$ , a não ser que haja informação mais exata sobre o valor do ângulo. Os parâmetros  $\gamma_{Rd}$  e  $f_{fed}$  representam, respetivamente, o coeficiente parcial de segurança (deve ser considerado igual a 1.2) e o valor de cálculo da tensão efetiva do FRP.

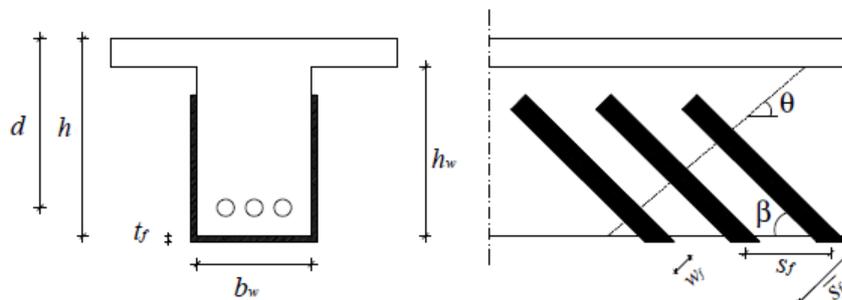


Figura 3.3 - Identificação de parâmetros intervenientes na formulação CNR (Areias, 2010).

No caso do reforço FRP ser aplicado em forma de “U” ou em forma de “O”, a contribuição do reforço FRP,  $V_{Rd,f}$ , deve ser quantificada por intermédio da expressão (3.19):

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \frac{w_f}{\bar{s}_f} \quad (3.19)$$

O valor de cálculo da tensão efetiva do FRP ( $f_{fed}$ ), presente nas expressões (3.18) e (3.19), é definido como sendo a tensão de tração do FRP associada ao início do destacamento/descolamento do reforço de FRP.

Para o caso em que o reforço de FRP é colado apenas nas faces laterais (em forma de “S”), o valor da tensão efetiva de cálculo ( $f_{fed}$ ) é obtido usando a expressão (3.20):

$$f_{fed} = f_{fad} \cdot \frac{\min\{0.9 \cdot d, h_w\} - l_e \cdot \sin\beta + l_{eq}}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \cdot \left( 1 - 0.6 \cdot \sqrt{\frac{l_{eq}}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\} - l_e \cdot \sin\beta + l_{eq}}} \right)^2 \quad (3.20)$$

O parâmetro  $l_{eq}$ , presente na expressão (3.20), representa o comprimento efetivo de ancoragem, que é obtido pela expressão (3.21):

$$l_{eq} = \frac{s_{f,e}}{f_{fad}/E_f} \cdot \sin\beta \quad (3.21)$$

Na expressão (3.21)  $s_{f,e}$  toma o valor de 0.2 mm,  $E_f$  representa o módulo de elasticidade do FRP e o parâmetro  $f_{fad}$  corresponde ao valor de cálculo da tensão última à tração do compósito de FRP no caso de uma rotura por descolamento/destacamento do reforço. O valor de  $f_{fad}$  é obtido através da expressão (3.22), na qual  $\gamma_{f,d}$  é um coeficiente parcial de segurança do material de FRP que é obtido na Tabela 3.4.

$$f_{fad} = \frac{0.8}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{fk}}{t_f}} \quad (3.22)$$

Tabela 3.4 - Valores do coeficiente parcial de segurança do reforço (CNR-DT 200/2004, 2004).

Modo de rotura	Nomenclatura	Aplicação tipo A <sup>(1)</sup>	Aplicação tipo B <sup>(2)</sup>
Rotura do FRP	$\gamma_f$	1.10	1.25
Destacamento do FRP	$\gamma_{f,d}$	1.20	1.50

(1) Certificação do sistema de reforço quer nos seus elementos individuais como no produto final a ser aplicado.

(2) Certificação do sistema de reforço apenas nos elementos individuais.

O parâmetro  $\Gamma_{fk}$ , presente na expressão (3.22), refere-se ao valor característico da energia de fratura da ligação e deve ser calculado por intermédio da expressão (3.23):

$$\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}} \quad (3.23)$$

Na expressão (3.23), os parâmetros  $f_{ck}$  e  $f_{ctm}$  representam, respetivamente, o valor característico da resistência à compressão do betão e o valor médio da resistência à tração do betão. Além disso,  $k_b$  representa um parâmetro geométrico que depende da largura do FRP e que é determinado através da expressão (3.24):

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/400}} \geq 1 \quad (3.24)$$

No caso do reforço ser aplicado de forma discreta, na expressão (3.24) deve-se considerar que  $b_f = w_f$  e  $b = \bar{s}_f$ . No caso do reforço ser aplicado de forma contínua, deve considerar-se  $b_f = b = \min\{0.9 \cdot d, h_w\} \cdot \frac{\sin(\theta+\beta)}{\sin\theta}$ . Caso se verifique a condição  $b_f/b \leq 0.33$ , o parâmetro  $k_b$  toma o valor correspondente a  $b_f/b = 0.33$ .

O comprimento efetivo de aderência,  $l_e$ , presente na expressão (3.20), é obtido por intermédio da expressão (3.25):

$$l_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{ctm}}} \quad (3.25)$$

Para o caso em que o reforço de FRP é colocado em forma de “U”, o valor da tensão efetiva de cálculo ( $f_{fed}$ ) é obtido por intermédio da expressão (3.26):

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \right] \quad (3.26)$$

Para o caso em que o reforço FRP envolve totalmente a secção de betão armado (reforço em forma de “O”), o valor de  $f_{fed}$  é determinado pela expressão (3.27):

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \right] + \frac{1}{2} (\emptyset_R \cdot f_{fd} - f_{fdd}) \cdot \left[ 1 - \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \right] \quad (3.27)$$

O parâmetro  $\emptyset_R$  é obtido através da expressão (3.28), na qual  $r_c$  representa o raio de curvatura da secção a reforçar (arredondamento das arestas) e  $b_w$  a largura do elemento estrutural.

$$\emptyset_R = 0.2 + 1.6 \cdot \frac{r_c}{b_w} \quad 0 \leq \frac{r_c}{b_w} \leq 0.5 \quad (3.28)$$

Na expressão (3.27)  $f_{fd}$  é o valor de cálculo da tensão de tração do FRP, obtido de acordo com a expressão (3.29) que devolve o valor de cálculo de uma variável (neste caso trata-se do valor de cálculo da tensão de tração do FRP). Nesta expressão  $\eta$  é um parâmetro que tem em

conta um conjunto de fatores que alteram o comportamento e durabilidade do FRP ao longo do tempo (Tabela 3.5) e o parâmetro  $\gamma_m$  é um fator parcial de segurança que tem em conta o tipo de aplicação (Tabela 3.4).

Na expressão (3.27), a contribuição da segunda parcela só deve ser considerada se for positiva, isto é:  $\frac{1}{2} \cdot (\phi_R \cdot f_{fd} - f_{fdd}) \cdot \left[ 1 - \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \right] > 0$ .

$$X_d = \frac{\eta \cdot X_k}{\gamma_m} \quad (3.29)$$

Tabela 3.5 - Valores para o fator ambiental condicionante do comportamento do reforço FRP (CNR-DT 200/2004, 2004).

Condições de exposição	Tipo de fibra ou resina	$\eta$
Interior	Vidro / Epoxi	0.75
	Aramida / Epoxi	0.85
	Carbono / Epoxi	0.95
Exterior	Vidro / Epoxi	0.65
	Aramida / Epoxi	0.75
	Carbono / Epoxi	0.85
Ambientes agressivos	Vidro / Epoxi	0.50
	Aramida / Epoxi	0.70
	Carbono / Epoxi	0.85

### 3.2.4 Formulação CIDAR (2006)

De acordo com a formulação CIDAR (2006), o valor de cálculo da contribuição do FRP no ganho de resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado ( $V_{fd}$ ) é determinado pela expressão (3.30):

$$V_{fd} = 2 \cdot f_{f,e} \cdot t_f \cdot w_f \cdot \frac{h_{f,e} \cdot (\sin\beta + \cos\beta)}{s_f} \quad (3.30)$$

Na Figura 3.4 ilustram-se alguns dos parâmetros intervenientes na formulação CIDAR. O parâmetro  $\beta$  representa a inclinação do sistema de reforço de FRP e os parâmetros  $t_f$  e  $w_f$  representam, respetivamente, a espessura e a largura do reforço de FRP (dimensão medida na perpendicular à orientação das fibras de FRP). O parâmetro  $s_f$  representa o espaçamento na horizontal entre faixas de FRP. Quando o reforço é aplicado de forma contínua este parâmetro deve ser calculado por intermédio da expressão (3.31):

$$s_f = \frac{w_f}{\sin\beta} \quad (3.31)$$

O parâmetro  $h_{f,e}$ , presente na expressão (3.30), representa a altura efetiva do elemento estrutural e é obtido pela expressão (3.32), na qual os parâmetros  $z_b$  e  $z_t$  são determinados pelas expressões (3.33) e (3.34), respetivamente. Nas referidas expressões,  $d_b$  representa a distância desde a fibra mais comprimida até à extremidade inferior do reforço (Figura 3.4) e  $d_t$  representa a distância desde a fibra mais comprimida até à extremidade superior do reforço (Figura 3.4).

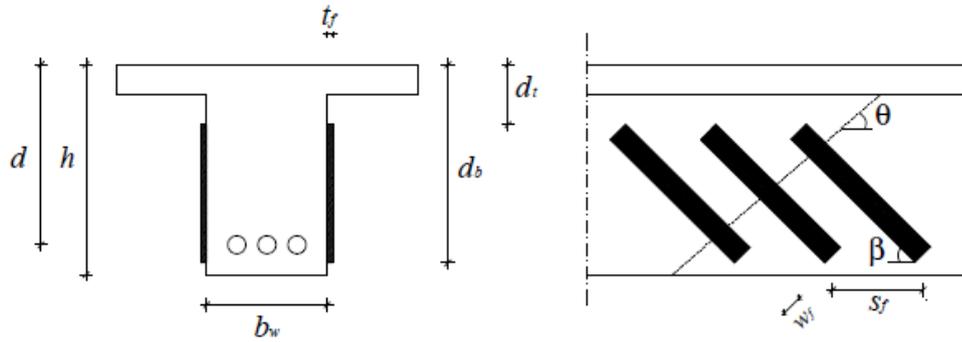


Figura 3.4 - Identificação de parâmetros intervenientes na formulação CIDAR (Areias, 2010).

$$h_{f,e} = z_b - z_t \quad (3.32)$$

$$z_b = d_b - h + 0.9 \cdot d \quad (3.33)$$

$$z_t = d_t \quad (3.34)$$

O parâmetro  $f_{f,e}$ , presente na expressão (3.30), representa o valor médio da tensão aplicada no reforço e é obtido através da expressão (3.35):

$$f_{f,e} = D \cdot \sigma_{f,max} \quad (3.35)$$

Na expressão (3.35) os parâmetros  $\sigma_{f,max}$  e  $D$  representam, respetivamente, a tensão máxima que o compósito pode atingir e um fator de distribuição de tensões. A quantificação dos parâmetros anteriormente mencionados é efetuada em função do seu modo de rotura.

Se a rotura por corte ocorrer pela rotura do FRP, as expressões a considerar no cálculo de  $D$  e  $\sigma_{f,max}$  são as seguintes:

$$D = 0.5 \cdot \left(1 + \frac{z_t}{z_b}\right) \quad (3.36)$$

$$\sigma_{f,max} = \begin{cases} 0.8 \cdot f_{fu} & \text{se } \varepsilon_{fu} \leq \varepsilon_{max} \\ 0.8 \cdot \varepsilon_{max} \cdot E_f & \text{se } \varepsilon_{fu} > \varepsilon_{max} \end{cases} \quad (3.37)$$

Na expressão (3.37) o valor recomendado para a extensão máxima,  $\varepsilon_{max}$ , é de 1.5% e os valores de cálculo da tensão máxima resistente à tração ( $f_{fu}$ ) e da extensão última ( $\varepsilon_{fu}$ ) do FRP são obtidos de acordo com as expressões (3.16) e (3.17) respetivamente.

Se a rotura por corte ocorrer pelo destacamento do FRP, a expressão a considerar no cálculo do parâmetro  $D$  é a seguinte:

$$D = \begin{cases} \frac{2}{\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \lambda\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \lambda\right)}, & \text{se } \lambda \leq 1 \\ 1 - \frac{\pi - 2}{\pi \cdot \lambda}, & \text{se } \lambda > 1 \end{cases} \quad (3.38)$$

O parâmetro  $\lambda$  é calculado por intermédio da expressão (3.39), na qual o parâmetro  $L_{max}$  depende do tipo de configuração de reforço e é determinado através da expressão (3.40):

$$\lambda = \frac{L_{max}}{L_b} \quad (3.39)$$

$$L_{max} = \begin{cases} \frac{h_{f,e}}{\sin\beta} & \text{para reforços em "U"} \\ \frac{h_{f,e}}{2 \cdot \sin\beta} & \text{para reforços em "S"} \end{cases} \quad (3.40)$$

Na expressão (3.39) o parâmetro  $L_b$  representa o comprimento mínimo de aderência e é obtido pela expressão (3.41), na qual os parâmetros  $E_f$  e  $f_{ck}$  representam, respetivamente, o módulo de elasticidade do reforço de FRP e o valor característico da resistência à compressão do betão em cilindros.

$$L_b = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_{ck}}}} \quad (3.41)$$

Se a rotura por corte ocorrer pelo destacamento do FRP, a expressão a considerar no cálculo do parâmetro  $\sigma_{f,max}$  é a seguinte:

$$\sigma_{f,max} = \min \begin{cases} 0.8 \cdot f_{fu} \\ \sigma_{Ic} \end{cases} \quad (3.42)$$

O parâmetro  $\sigma_{Ic}$ , presente na expressão (3.42), representa o valor característico da tensão de destacamento e é obtido por intermédio da expressão (3.43):

$$\sigma_{Ic} = \alpha_{EB} \cdot \beta_f \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot \sqrt{f_{ck}}}{t_f}} \quad (3.43)$$

Na expressão (3.43)  $\alpha_{EB}$  é igual a 0.315 e  $\beta_f$  representa um coeficiente de largura que depende do tipo de configuração (expressão (3.44)):

$$\beta_f = \begin{cases} 0.707, & \text{para configuração de reforço contínua} \\ \sqrt{\frac{2 - \frac{w_f}{s_f \cdot \sin\beta}}{1 + \frac{w_f}{s_f \cdot \sin\beta}}}, & \text{para configuração de reforço discreta} \end{cases} \quad (3.44)$$

### 3.2.5 Formulação CEN (2015)

Segundo a formulação CEN (2015), o valor de cálculo da contribuição do FRP no ganho de resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado ( $V_{Rd,f}$ ) é quantificado pela expressão (3.45):

$$V_{Rd,f} = \frac{A_{fw}}{s_f} \cdot d_f \cdot f_{fwd} \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin\alpha \quad (3.45)$$

Na expressão (3.45),  $A_{fw}$  é a área de reforço ao corte colado externamente, medida perpendicularmente à direção das fibras (no caso de aplicação simétrica de faixas com largura  $b_f$  e espessura  $t_f$  tem-se  $A_{fw} = 2 \cdot b_f \cdot t_f$ );  $s_f$  é o espaçamento entre elementos de reforço adjacentes ao longo do eixo da viga;  $d_f$  é a altura do compósito de FRP acima da armadura longitudinal de tração (igual a  $0.9 \cdot d$  no caso do reforço ser aplicado ao longo de toda a altura da secção);  $\alpha$  é a orientação das fibras do compósito de FRP em relação ao eixo longitudinal da viga;  $\theta$  é a orientação da fenda de corte; e  $f_{fwd}$  é o valor de cálculo da tensão média do FRP que atravessa a fenda de corte. Quando o reforço é aplicado de forma contínua  $s_f = b_f / \sin\alpha$ , ficando  $\frac{A_{fw}}{s_f} = 2 \cdot t_f \cdot \sin\alpha$ .

O valor de  $f_{fwd}$  depende da configuração de aplicação do reforço (reforço envolvendo a totalidade da secção e reforço em forma de U, não podendo a presente formulação ser aplicada a casos em que o reforço é apenas aplicado nas faces laterais).

Caso o reforço seja aplicado envolvendo a totalidade da secção, tem-se que:

$$f_{fwd} = f_{fwd,c} = K_R \cdot a_t \cdot \frac{f_{fu}}{\gamma_{frp}} \quad (3.46)$$

Na expressão (3.46),  $a_t$  representa um fator de carga a longo prazo (considerado igual a 0.75),  $f_{fu}$  representa a tensão de rotura do FRP à tração,  $\gamma_{frp}$  é um coeficiente parcial relativo ao FRP (considerado igual a 1.5) e  $K_R$  representa um fator de redução que é obtido em função do raio de curvatura  $r_c$  (mm) da secção a reforçar (arredondamento das arestas):

$$K_R = \begin{cases} 0.5 \cdot \frac{r_c}{60} \cdot \left(2 - \frac{r_c}{60}\right), & r_c < 60 \text{ mm} \\ 0.5, & r_c \geq 60 \text{ mm} \end{cases} \quad (3.47)$$

No caso do reforço ser aplicado em forma de U, o valor de  $f_{fwd}$  é obtido por intermédio da expressão (3.48), ou seja,  $f_{fwd}$  é o menor dos seguintes valores:  $f_{fwd,c}$  (resistência calculada para um reforço envolvendo a totalidade da secção e que é determinada através da expressão (3.46)) e  $f_{bfwd}$  (resistência da ligação colada que é determinada, em função das relações geométricas da Figura 3.5 e assumindo uma lei de ligação linear, por intermédio das expressões (3.49) a (3.51)).

$$f_{fwd} = \min(f_{bfwd}, f_{fwd,c}) \quad (3.48)$$

Se  $d_f \geq l_{b,max}$  e  $l_{b,max} \leq s_f \leq d_f$ :

$$f_{bfwd} = \frac{f_{bk,max}}{\gamma_{fb}} \quad (3.49)$$

Se  $d_f \geq l_{b,max}$  e  $s_f \leq l_{b,max}$ :

$$f_{bfwd} = \frac{f_{bk,max}}{\gamma_{fb}} \cdot \left\{ \left[ 1 - \frac{(m-1)}{(n-1)} \right] + \frac{m \cdot (m-1) \cdot s_f}{2 \cdot (n-1) \cdot l_{b,max}} \right\} \quad (3.50)$$

Se  $d_f \leq l_{b,max}$  e  $s_f \leq d_f$ :

$$f_{bfwd} = \frac{f_{bk,max}}{\gamma_{fb}} \cdot \frac{n \cdot s_f}{2 \cdot l_{b,max}} \quad (3.51)$$

Nas expressões (3.49) a (3.51),  $n$  representa o número de faixas de FRP intersetadas pela fenda de corte (determinado pelo número inteiro resultante do quociente  $d_f/s_f$ ),  $m$  é o número de faixas de FRP para as quais o comprimento de colagem é inferior a  $l_{b,max}$  (determinado pelo número inteiro resultante do quociente  $l_{b,max}/s_f$ ),  $l_{b,max}$  é o máximo comprimento de colagem,  $f_{bk,max}$  representa o valor característico da resistência máxima da ligação colada, e  $\gamma_{fb}$  é um coeficiente parcial de segurança considerado igual a 1.5.

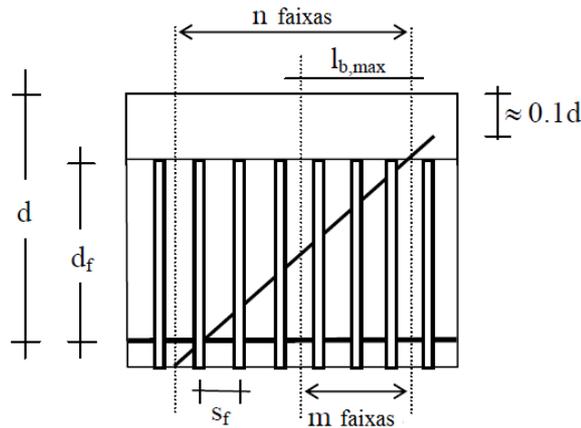


Figura 3.5 - Identificação das relações geométricas intervenientes nas expressões (3.49) a (3.51).

Caso o reforço seja aplicado de forma contínua, a resistência da ligação colada  $f_{bfwd}$  é determinada por intermédio das expressões (3.52) e (3.53).

Se  $d_f \geq l_{b,max}$  :

$$f_{bfwd} = \frac{f_{bk,max}}{\gamma_{fb}} \cdot \left(1 - \frac{l_{b,max}}{2 \cdot d_f}\right) \quad (3.52)$$

Se  $d_f \leq l_{b,max}$  :

$$f_{bfwd} = \frac{f_{bk,max}}{\gamma_{fb}} \cdot \frac{d_f}{2 \cdot l_{b,max}} \quad (3.53)$$

Os valores de  $f_{bk,max}$  e  $l_{b,max}$  são quantificados, respetivamente, pelas expressões (3.54) e (3.55):

$$f_{bk,max} = \sqrt{\frac{E_f \cdot s_{f0k} \cdot \tau_{f1k}}{t_f}} \quad (N/mm^2) \quad (3.54)$$

$$l_{b,max} = \frac{2}{k_b} \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f \cdot s_{f0k}}{\tau_{f1k}}} \quad (mm) \quad (3.55)$$

Nas expressões (3.54) e (3.55),  $E_f$  representa o valor do módulo de elasticidade do FRP,  $k_b$  é uma constante de valor igual a 1.128,  $\tau_{f1k}$  é o valor característico da tensão máxima da ligação (expressão (3.56)), e  $s_{f0k}$  é o valor característico do deslizamento máximo da ligação e é igual a 0.201 mm (ver o modelo de ligação da Figura 3.6). Na expressão (3.56),  $f_{cm}$  é o valor médio da resistência à compressão do betão e  $f_{ctm,surf}$  é o valor médio da resistência à tração superficial do betão.

$$\tau_{f1k} = 0.311 \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm,surf}} \quad (N/mm^2) \quad (3.56)$$

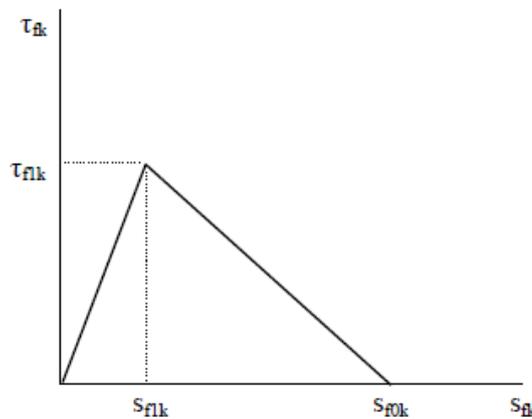


Figura 3.6 - Tensão na ligação vs deslizamento da ligação para o FRP colado externamente.

### 3.3 FORMULAÇÕES ANALÍTICAS PARA O REFORÇO AO CORTE COM COMPÓSITOS DE FRP APLICADOS COM A TÉCNICA NSM

#### 3.3.1 Formulação Nanni *et al.* (2004)

Segundo a formulação de Nanni *et al.* (2004), o valor da contribuição do reforço ao corte com FRP aplicado com a técnica NSM, no ganho de resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado ( $V_f$ ) é obtido através da expressão (3.57):

$$V_f = \begin{cases} 4 \cdot (a_f + b_f) \cdot \tau_b \cdot L_{tot\ min} \cdot \sin\alpha, & \text{para o caso de reforço com laminados} \\ 2 \cdot (\pi \cdot d_f) \cdot \tau_b \cdot L_{tot\ min} \cdot \sin\alpha, & \text{para o caso de reforço com varões} \end{cases} \quad (3.57)$$

Na expressão (3.57) os parâmetros  $a_f$  e  $b_f$  representam, respetivamente, a espessura e a largura da secção transversal do laminado de FRP e  $d_f$  representa o diâmetro da secção transversal do varão de FRP. O parâmetro  $\tau_b$  representa o valor médio da tensão de aderência (resistência da ligação colada), enquanto  $L_{tot\ min}$  é o somatório dos comprimentos de

colagem efetivos do FRP ( $L_i$  - ver Figura 3.7) que atravessam a fenda de corte (com inclinação admitida constante e igual a  $45^\circ$ ) na posição mais desfavorável. O valor de  $L_{tot\ min}$  é obtido por intermédio da expressão (3.58):

$$L_{tot\ min} = \sum_i L_i \tag{3.58}$$

Quando um FRP é intersetado pela fenda de corte é dividido em duas partes, ficando assim o FRP com dois comprimentos de amarração. O comprimento  $L_i$  é o menor destes dois comprimentos de amarração e é obtido através da expressão (3.59):

$$L_i = \begin{cases} \min\left(\frac{s_f}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot i; l_{max}\right), & i = 1 \dots N/2 \\ \min\left(l_{net} - \frac{s_f}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot i; l_{max}\right), & i = \frac{N}{2} + 1 \dots N \end{cases} \tag{3.59}$$

Na Figura 3.7 ilustram-se alguns dos parâmetros intervenientes na expressão (3.59). Com efeito,  $\alpha$  representa a orientação do FRP em relação ao eixo longitudinal da viga, o parâmetro  $l_{net}$  representa o comprimento total efetivo do FRP e o parâmetro  $c$  representa a espessura do betão de recobrimento das armaduras longitudinais.

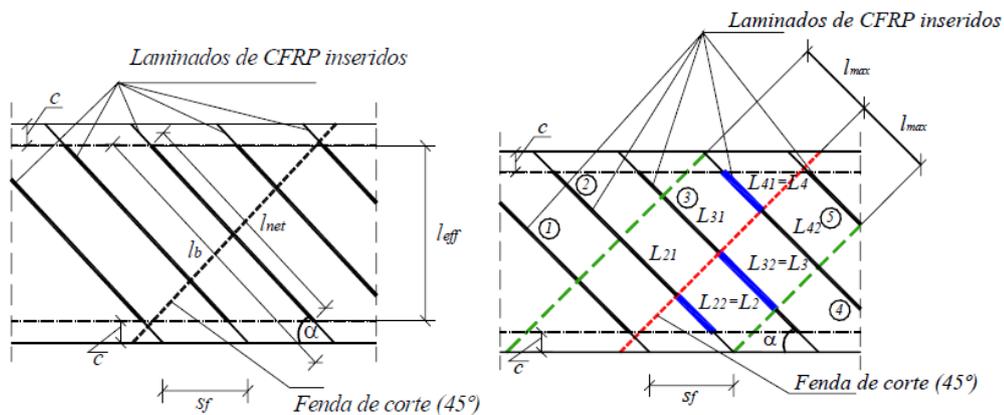


Figura 3.7 - Representação esquemática das variáveis utilizadas na formulação de Nanni *et al.* (2004), por exemplo  $\sum_i L_i = L_2 + L_3 + L_4$  (Barros e Dias, 2006).

O valor efetivo do comprimento total do FRP ( $l_{net}$ ) é obtido através da expressão (3.60):

$$l_{net} = l_b - \frac{2 \cdot c}{\sin\alpha} \tag{3.60}$$

A primeira limitação da expressão (3.59) tem em consideração que a rotura se dá pela ligação colada e representa o comprimento efetivo mínimo do laminado de FRP intersetado pela fenda de corte. A sua quantificação é efetuada tendo em consideração o valor do parâmetro  $N$

que é quantificado através da expressão (3.61), arredondando para o inteiro mais baixo (por exemplo,  $N = 5.7 \rightarrow N = 5$ ).

$$N = \frac{l_{eff} \cdot (1 + \cot\alpha)}{s_f} \quad (3.61)$$

Na expressão (3.61), o parâmetro  $l_{eff}$  representa, tal como ilustrado na Figura 3.7, a projeção vertical do comprimento  $l_{net}$  e é definido por:

$$l_{eff} = l_b \cdot \sin\alpha - 2 \cdot c \quad (3.62)$$

A segunda limitação da expressão (3.59),  $L_i = L_{max}$ , resulta da imposição da condição de equilíbrio de forças considerando um determinado valor máximo para a extensão efetiva no FRP, designada por  $\varepsilon_{fe}$  (ver Figura 3.8):

$$l_{max} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{fe}}{2} \cdot \frac{a_f \cdot b_f}{a_f + b_f} \cdot \frac{E_f}{\tau_b}, & \text{para o caso do reforço com laminados} \\ \frac{\varepsilon_{fe}}{4} \cdot d \cdot \frac{E_f}{\tau_b}, & \text{para o caso do reforço com varões} \end{cases} \quad (3.63)$$

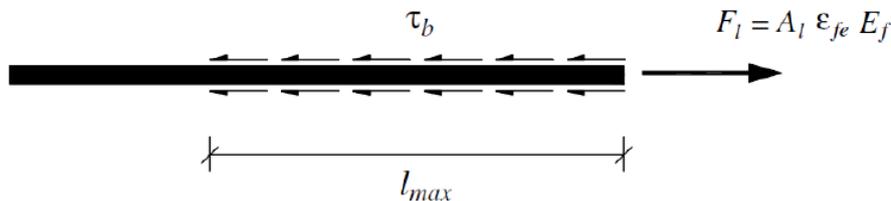


Figura 3.8 - Representação esquemática de  $l_{max}$  (Barros e Dias, 2006).

Nanni *et al.* (2004) estabeleceram que os valores a considerar para os parâmetros  $\tau_b$  e  $\varepsilon_{fe}$  são, respetivamente, 6.9 MPa (valor obtido em ensaios de aderência com varões) e 4.0‰. Barros e Dias (2006) verificaram que para os casos em que o reforço é efetuado com laminados de FRP, a consideração de  $\tau_b = 6.9$  MPa e  $\varepsilon_{fe} = 4.0$ ‰ conduzia a valores demasiado conservativos da contribuição  $V_f$ . Com efeito, estes autores concluíram que para um conjunto de vigas testadas experimentalmente, o valor médio da relação entre o  $V_f$  experimental e o  $V_f$  analítico obtido através da formulação de Nanni *et al.* (2004) era 2.51. Neste sentido, tendo por base resultados de ensaios *pull-out* com laminados de CFRP inseridos efetuados por Sena Cruz e Barros (2004), Barros e Dias (2006) propuseram a consideração de  $\tau_b = 16.1$  MPa e  $\varepsilon_{fe} = 5.9$ ‰. Com estes novos valores, o valor médio da relação entre o  $V_f$  experimental e o  $V_f$  analítico obtido através da formulação de Nanni *et al.* (2004) foi de 1.39.

### 3.3.2 Formulação Dias e Barros (2013)

De acordo com a formulação de Dias e Barros (2013), o valor da contribuição do reforço ao corte com laminados de CFRP inseridos, no ganho de resistência ao esforço transverso de uma viga de betão armado ( $V_f$ ) é determinado pela expressão (3.64):

$$V_f = h_w \cdot \frac{A_{fv}}{s_f} \cdot f_{fe} \cdot (\cot\alpha + \cot\theta_f) \cdot \sin\theta_f \quad (3.64)$$

Na Figura 3.9 ilustram-se alguns dos parâmetros intervenientes na expressão (3.64). Com efeito,  $\theta_f$  representa a orientação dos laminados relativamente ao eixo longitudinal da viga,  $\alpha$  representa o ângulo da fenda diagonal de corte em relação ao eixo longitudinal da viga (o valor assumido é de  $45^\circ$ ),  $h_w$  é a altura da alma da viga (igual ao comprimento dos laminados quando inseridos na vertical) e  $s_f$  é o espaçamento entre laminados consecutivos.

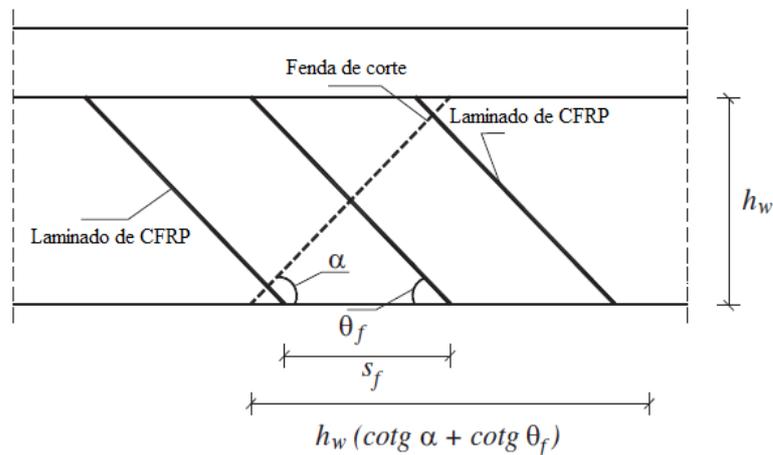


Figura 3.9 - Identificação de alguns parâmetros intervenientes na formulação Dias e Barros (2013).

O parâmetro  $A_{fv}$  presente na expressão (3.64), representa a área de reforço ao corte de CFRP, que depende da espessura ( $a_f$ ) e da largura ( $b_f$ ) da secção transversal do laminado de CFRP (expressão (3.65)):

$$A_{fv} = 2 \cdot a_f \cdot b_f \quad (3.65)$$

O parâmetro  $f_{fe}$  presente na expressão (3.64) representa o valor da tensão efetiva do CFRP e é obtido através do produto do seu módulo de elasticidade,  $E_f$ , pela extensão efetiva,  $\varepsilon_{fe}$  (expressão (3.66)):

$$f_{fe} = E_f \cdot \varepsilon_{fe} \quad (3.66)$$

Tendo por base resultados obtidos numa extensa investigação experimental, Dias e Barros (2013) concluíram que o valor da extensão efetiva do CFRP ( $\varepsilon_{fe}$ ) é influenciado pela percentagem ( $\rho_f$ ) e orientação ( $\theta_f$ ) dos laminados de CFRP, pelo valor médio da resistência à compressão do betão ( $f_{cm}$ ) e pela percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ ). Com efeito, Dias e Barros (2013) estabeleceram que o cálculo da extensão  $\varepsilon_{fe}$  deve ser efetuado através da expressão (3.67):

$$\varepsilon_{fe} = \frac{C_1 \cdot \left[ (E_f \cdot \rho_f + E_s \cdot \rho_{sw}) / f_{cm}^{2/3} \right]^{-C_2}}{\gamma_f} \quad (3.67)$$

Na expressão (3.67),  $E_f$  e  $E_s$  representam, respetivamente, os módulos de elasticidade do CFRP e do aço e o parâmetro  $\gamma_f$  é um fator de segurança, que deve ser considerado igual a 1.3. O cálculo das percentagens de CFRP ( $\rho_f$ ) e de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ ) é efetuado por intermédio das expressões (3.68) e (3.69), respetivamente. Nestas expressões, os parâmetros  $b_w$ ,  $s_w$  e  $A_{sw}$  representam, respetivamente, a largura da secção transversal da viga, o espaçamento entre estribos de aço e a área de armadura transversal.

$$\rho_f = \frac{2 \cdot a_f \cdot b_f}{b_w \cdot s_f \cdot \sin \theta_f} \quad (3.68)$$

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s_w} \quad (3.69)$$

A consideração da orientação dos laminados de CFRP ( $\theta_f$ ) na expressão (3.67) é efetuada por intermédio das constantes  $C_1$  e  $C_2$ , obtidas pelas expressões (3.70) e (3.71), respetivamente.

$$C_1 = 3.76888 \times e^{-0.1160261 \cdot \theta_f + 0.0010437 \cdot \theta_f^2} \quad (3.70)$$

$$C_2 = 0.460679 \times e^{0.0351199 \cdot \theta_f - 0.0003431 \cdot \theta_f^2} \quad (3.71)$$

### 3.3.3 Formulação Bianco *et al.* (2013)

Segundo Bianco *et al.* (2013) o valor da contribuição do FRP na resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado ( $V_{fd}$ ) é calculado através da expressão (3.97). Para efetuar o cálculo da referida expressão torna-se necessário efetuar um procedimento de cálculo cujo algoritmo se apresenta no organigrama da Figura 3.10.

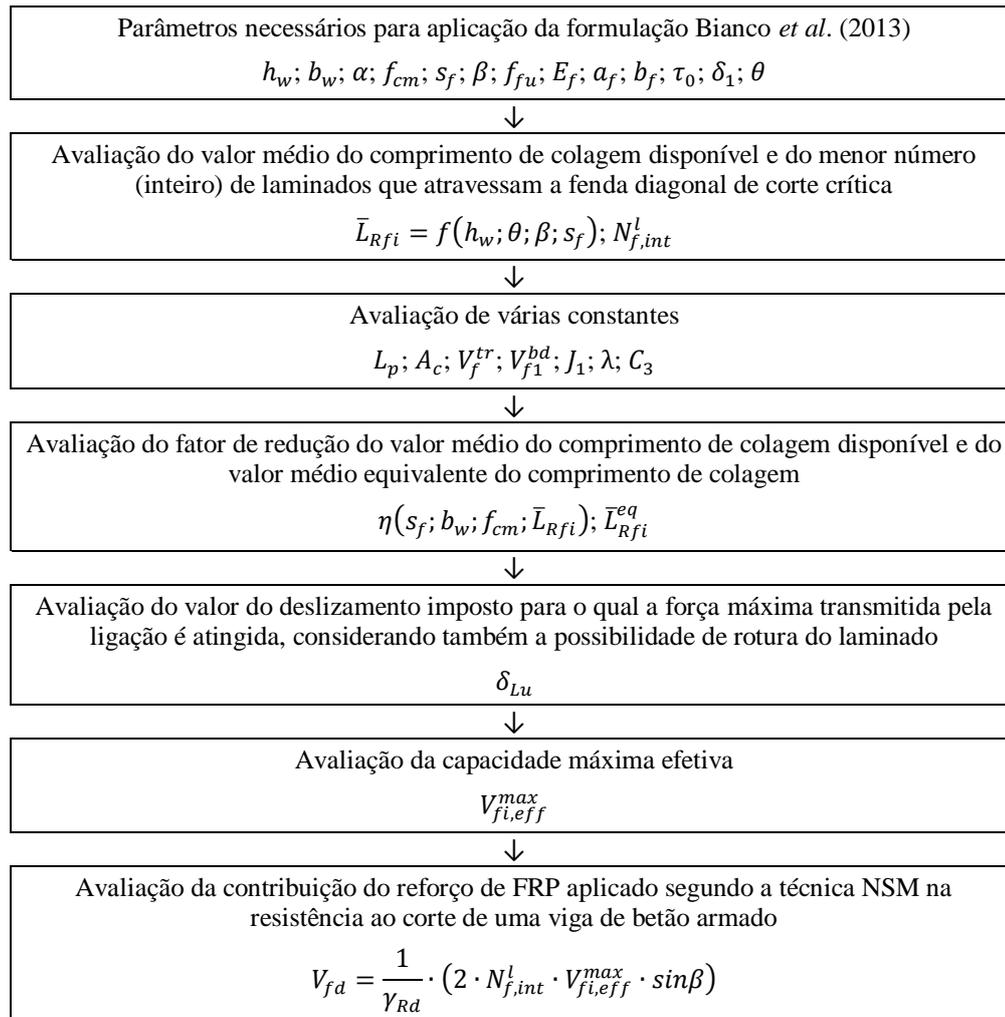


Figura 3.10 - Representação do procedimento de cálculo a efetuar para determinar o valor de  $V_{fd}$ .

Inicialmente é necessário definir alguns parâmetros necessários para efetuar a aplicação da formulação:  $h_w$  é a altura da alma;  $b_w$  é a largura da secção transversal da viga;  $\alpha$  é o ângulo que define a fratura superficial do betão;  $f_{cm}$  é o valor médio da resistência à compressão do betão em cilindros;  $s_f$  é o espaçamento entre elementos de reforço adjacentes ao longo do eixo da viga;  $\beta$  é o ângulo de orientação das fibras do compósito de FRP em relação ao eixo da viga;  $f_{fu}$  é a tensão máxima resistente à tração do FRP;  $E_f$  é o módulo de elasticidade do FRP;  $a_f$  e  $b_f$  representam a espessura e a largura da secção transversal do laminado (no caso de reforço efetuado com varões assume-se uma secção quadrada equivalente  $a_f = b_f$ );  $\tau_0$  é a resistência inicial da ligação coesiva do adesivo;  $\delta_1$  é o deslizamento correspondente ao fim do amaciamento do atrito; e  $\theta$  é o ângulo da fenda diagonal de corte crítica em relação ao eixo longitudinal da viga. Segundo Bianco *et al.* (2013) a não ser que haja informação mais exata, os parâmetros  $\tau_0$ ,  $\delta_1$  e  $\alpha$  assumem os valores de 20.1 MPa, 7.12 mm e 28.5°.

O valor médio do comprimento de colagem disponível ( $\bar{L}_{Rfi}$ ) e o menor número (inteiro) de laminados que atravessam a fenda diagonal de corte crítica ( $N_{f,int}^l$ ) são, respetivamente, quantificados pelas expressões (3.72) e (3.73):

$$\bar{L}_{Rfi} = \frac{h_w \cdot \sin\theta \cdot (\cot\theta + \cot\beta)}{4 \cdot \sin(\theta + \beta)} \quad (3.72)$$

$$N_{f,int}^l = \text{int} \left[ h_w \cdot \frac{(\cot\theta + \cot\beta)}{s_f} \right] \quad (3.73)$$

O mecanismo de transferência da ligação do sistema NSM adotado é caracterizado por intermédio de algumas constantes geométricas, mecânicas e de integração.

As constantes geométricas são o perímetro efetivo da secção transversal do reforço ( $L_p$ ), a área da secção transversal do prisma correspondente ao betão envolvente ( $A_c$ ) e o comprimento da fenda diagonal de corte crítica ( $L_d$ ), e que são obtidas, respetivamente, usando as expressões (3.74), (3.75) e (3.76).

$$L_p = 2 \cdot b_f + a_f \quad (3.74)$$

$$A_c = s_f \cdot \frac{b_w}{2} \quad (3.75)$$

$$L_d = \frac{h_w}{\sin\theta} \quad (3.76)$$

As constantes mecânicas que são necessárias determinar são a resistência à tração do FRP ( $V_f^{tr}$ ), a resistência média do betão à tração ( $f_{ctm}$ ) e o módulo de elasticidade do betão ( $E_C$ ), e que são determinadas, respetivamente, por intermédio das expressões (3.77), (3.78) e (3.79).

$$V_f^{tr} = a_f \cdot b_f \cdot f_{fu} \quad (3.77)$$

$$f_{ctm} = 1.4 \cdot ((f_{cm} - 8)/10)^{2/3} \quad (3.78)$$

$$E_C = 2.15 \cdot 10000 \cdot (f_{cm}/10)^{1/3} \quad (3.79)$$

As expressões (3.80), (3.81) e (3.82) permitem o cálculo de três constantes de integração necessárias para a caracterização do mecanismo de transferência da ligação, respetivamente, a constante de modelação da ligação ( $J_1$ ), a constante que entra na equação diferencial que governa a fase elástica ( $\lambda$ ) e a constante de integração para a fase de amaciamento do atrito ( $C_3$ ).

$$J_1 = \frac{L_p}{A_f} \cdot \left[ \frac{1}{E_f} + \frac{A_f}{A_c \cdot E_c} \right] \quad (3.80)$$

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{\delta_1}{\tau_0 \cdot J_1} \quad (3.81)$$

$$C_3 = \frac{V_f^{tr} \cdot J_1}{L_p \cdot \lambda} \quad (3.82)$$

O valor efetivo do comprimento de colagem e o valor da correspondente força máxima da ligação são, respetivamente, quantificados pelas expressões (3.83) e (3.84):

$$L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot \lambda} \quad (3.83)$$

$$V_{f1}^{bd} = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1}{J_1} \quad (3.84)$$

O fator de redução do valor médio do comprimento de colagem é obtido através da expressão (3.85):

$$\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \begin{cases} \frac{f_{ctm}}{f_{ctm}^*}, & se f_{ctm} < f_{ctm}^* \\ 1, & se f_{ctm} \geq f_{ctm}^* \end{cases} \quad (3.85)$$

O parâmetro  $f_{ctm}^*$ , presente na expressão (3.85), representa o valor médio da resistência à tração a partir do qual não ocorre fratura do betão e é determinado através da expressão (3.86):

$$f_{ctm}^* = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot L_{Rfi})}{J_1 \cdot \min\left(L_{Rfi} \cdot \tan\alpha; \frac{b_w}{2}\right) \cdot \min\left(s_f \cdot \sin\beta; 2 \cdot L_{Rfi} \cdot \tan\alpha\right)} \quad (3.86)$$

Na expressão (3.86) o comprimento de colagem  $L_{Rfi}$  é obtido pela expressão (3.87):

$$L_{Rfi} = \begin{cases} \bar{L}_{Rfi}, & se \bar{L}_{Rfi} \leq L_{Rfe} \\ L_{Rfe}, & se \bar{L}_{Rfi} > L_{Rfe} \end{cases} \quad (3.87)$$

O valor médio equivalente do comprimento de colagem é dado pela expressão (3.88):

$$\bar{L}_{Rfi}^{eq} = \bar{L}_{Rfi} \cdot \eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) \quad (3.88)$$

O valor do deslizamento imposto  $\delta_{Lu}$  em correspondência com o momento em que a força máxima transmitida pelo comprimento de colagem médio equivalente ( $\bar{L}_{Rfi}^{eq}$ ) é atingida é determinado através da expressão (3.89):

$$\delta_{Lu} = \begin{cases} \delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}), & \text{se } V_{f1}^{bd} < V_f^{tr} \\ \min[\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}); \delta_{L1}(V_f^{tr})], & \text{se } V_{f1}^{bd} \geq V_f^{tr} \end{cases} \quad (3.89)$$

Na expressão (3.89) o parâmetro  $\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq})$  representa o valor do deslizamento imposto final para o caso em que a força máxima transmitida pelo comprimento de colagem médio equivalente ( $\bar{L}_{Rfi}^{eq}$ ) é atingida. A quantificação deste parâmetro é efetuada por intermédio da expressão (3.90):

$$\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = \begin{cases} \delta_1 \cdot [1 - \cos(\lambda \cdot \bar{L}_{Rfi}^{eq})], & \text{para } \bar{L}_{Rfi}^{eq} \leq L_{Rfe} \\ \delta_1, & \text{para } \bar{L}_{Rfi}^{eq} > L_{Rfe} \end{cases} \quad (3.90)$$

O parâmetro  $\delta_{L1}(V_f^{tr})$ , presente na expressão (3.89), representa o valor do deslizamento imposto final para o caso em que a resistência à tração do FRP é atingida. Este parâmetro é determinado por intermédio da expressão (3.91):

$$\delta_{L1}(V_f^{tr}) = \delta_1 \cdot \left\{ 1 - \cos \left[ -\arcsin \frac{C_3}{\delta_1} \right] \right\} \quad (3.91)$$

A capacidade máxima efetiva ( $V_{fi,eff}^{max}$ ) de um elemento de reforço NSM com o comprimento de colagem médio equivalente ( $\bar{L}_{Rfi}^{eq}$ ) é quantificada através da expressão (3.92):

$$V_{fi,eff}^{max} = V_{fi,eff}(\gamma_{max}) = \frac{\delta_1 \cdot A_2}{2 \cdot L_d \cdot A_3 \cdot \gamma_{max}} \cdot \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin \psi - \psi \cdot \sqrt{1 - \psi^2} \right] \quad (3.92)$$

Na expressão (3.92),  $A_2$  e  $A_3$  são constantes de integração,  $\gamma_{max}$  é o ângulo de abertura da fenda diagonal de corte crítica para o qual a capacidade máxima efetiva é atingida e  $\psi$  é uma constante necessária para avaliar a capacidade máxima efetiva fornecida pelo comprimento de colagem médio equivalente (expressões (3.93) a (3.96)).

$$A_2 = \frac{L_p \cdot \lambda}{J_1} \quad (3.93)$$

$$A_3 = \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \delta_1} \quad (3.94)$$

$$\gamma_{max} = \frac{2 \cdot \delta_{Lu}}{L_d \cdot \sin(\theta + \beta)} \tag{3.95}$$

$$\psi = 1 - A_3 \cdot \gamma_{mmax} \cdot L_d \tag{3.96}$$

Por fim, o valor de cálculo da contribuição do reforço de FRP, aplicado segundo a técnica NSM, na resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado ( $V_{fd}$ ) é quantificado através da expressão (3.97):

$$V_{fd} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot V_f = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot (2 \cdot N_{f,int}^l \cdot V_{fi,eff}^{max} \cdot \sin\beta) \tag{3.97}$$

Na expressão (3.97)  $\gamma_{Rd}$  representa um fator parcial de segurança que pode ser assumido como 1.1 a 1.2 de acordo com o nível de incerteza que afeta os parâmetros iniciais.

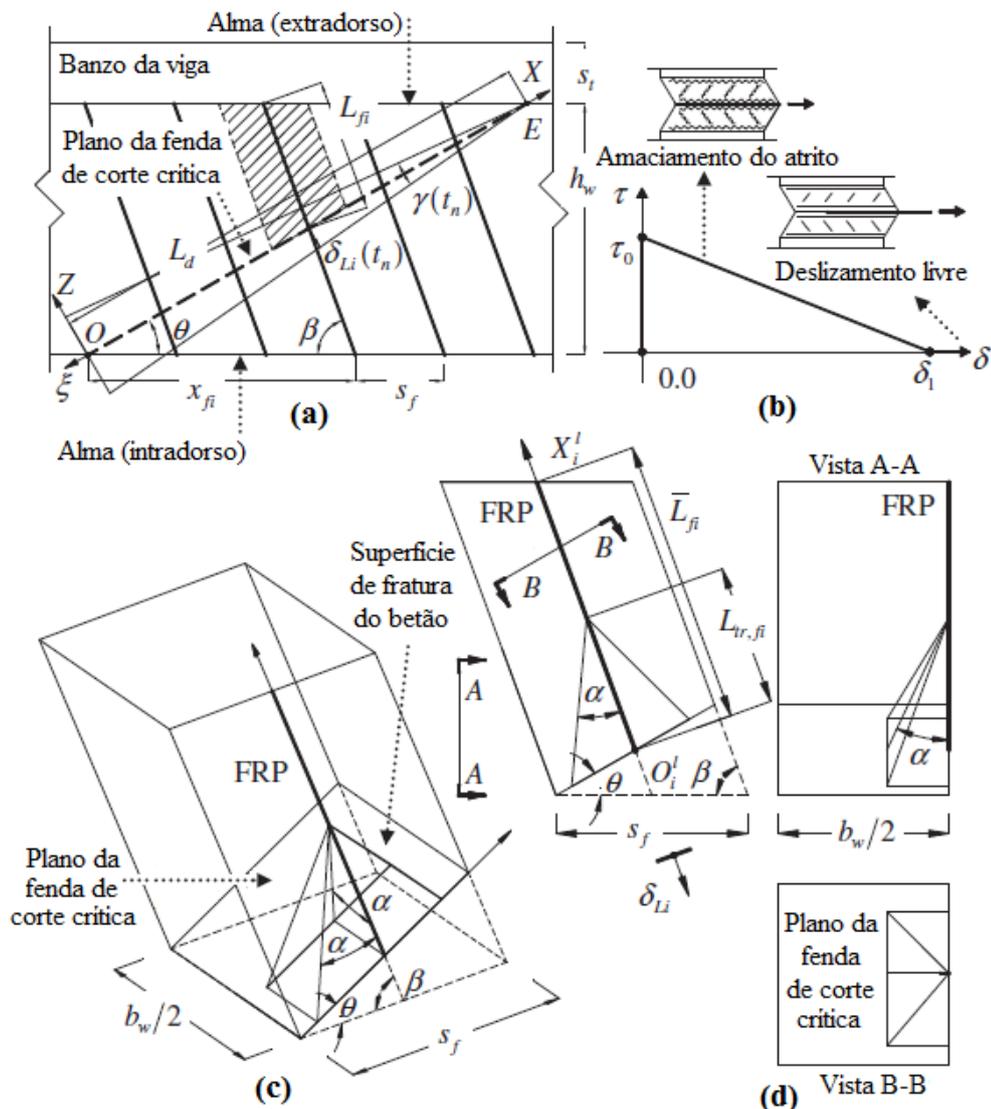


Figura 3.11 - Principais características físicas e mecânicas adotadas na aplicação da formulação de Bianco *et al.* (2013).

Para uma melhor percepção do processo de aplicação da formulação de Bianco *et al.* (2013), são apresentadas na Figura 3.11 as principais características físicas e mecânicas do procedimento de cálculo adotado.

# Capítulo 4

---

## Apresentação da base de dados

### 4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O Capítulo 4 tem como objetivo apresentar a base de dados atualmente existente, constituída por resultados experimentais de ensaios realizados à escala mundial no âmbito do reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de FRP aplicados usando as técnicas EBR e NSM. A primeira versão da base de dados foi realizada por Lima e Barros (2008) e era composta por registos de cerca de 250 vigas reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica EBR. Posteriormente, Areias (2010), Barros *et al.* (2011) e mais recentemente Silva (2013), efetuaram atualizações da base de dados, ficando esta com 594 vigas reforçadas com a técnica EBR e 106 vigas reforçadas com a técnica NSM.

Com a realização da presente dissertação, foi efetuada uma nova atualização da base de dados. Inicialmente efetuou-se a correção e introdução de dados para os quais se encontrou informação adequada e, posteriormente, foi efetuada uma nova ampliação da base de dados, através de ensaios experimentais contidos em artigos científicos (revistas e conferências), teses de mestrado e teses de doutoramento. Com esta atualização, a atual base de dados passou a ser constituída por 776 vigas reforçadas com a técnica EBR e 163 vigas reforçadas com a técnica NSM, o que faz com que no total tenha 939 vigas.

### 4.2 VIGAS REFORÇADAS COM A TÉCNICA DA COLAGEM EXTERNA (EBR)

#### 4.2.1 Descrição da base de dados

Na presente secção será efetuada uma descrição o mais abrangente possível das vigas da base de dados reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados usando a técnica EBR, nomeadamente no que diz respeito às propriedades do FRP, configurações do sistema de reforço, geometria da secção reforçada, características do betão, densidade de armadura longitudinal, densidade de armadura de esforço transversal, densidade de reforço e modos de rotura. Na Tabela 4.1 apresenta-se a informação genérica sobre os 111 trabalhos experimentais de onde foi extraída a informação referente às 776 vigas em análise.



Tabela 4.1 (cont.) - Informação geral dos trabalhos experimentais com vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica EBR.

Autores	Ano	Número de vigas ensaiadas	Propriedades e parâmetros																	
			Geometria				Tipo de viga		Betão e aço			Cenário de reforço								
			Secção rectangular	Secção em T	vão da viga $L < 2m$	vão da viga $2m < L < 4m$	vão da viga $L > 4m$	vigas rectangulares ( $a/d > 2$ )	vigas rectangulares ( $a/d < 2$ )	Efeito escala	Pré-fendilhação	Resistência do betão	Armadura longitudinal	Armadura Transversal	Faces laterais	Em forma de U	Envolvimento total da secção	Contínuo	Discreto	CFRP na vertical
Grande <i>et al.</i>	2007	7																		
Jayaprakash <i>et al.</i>	2008	12																		
Kim <i>et al.</i>	2008	4																		
Bousselham e Chaallal	2008	12																		
Sundarraja e Rajamohan	2009	8																		
Dash	2009	2																		
Grande <i>et al.</i>	2009	10																		
Siddiqui	2009	2																		
Teng <i>et al.</i>	2009	4																		
Alrousan <i>et al.</i>	2009	4																		
Altin <i>et al.</i>	2010	9																		
Godat <i>et al.</i>	2010	4																		
Bukhari <i>et al.</i>	2010	5																		
Al-Tamini <i>et al.</i>	2011	7																		
Dias e Barros	2011	5																		
Etman	2011	4																		
Lee <i>et al.</i>	2011	13																		
Chaallal <i>et al.</i>	2011	1																		
Mofidi e Chaallal	2011	12																		
Panda <i>et al.</i>	2011	3																		
Bae <i>et al.</i>	2012	3																		
Belarbi <i>et al.</i>	2012	6																		
Colalillo e Sheikh	2012	12																		
Ebead e Saeed	2012	5																		
Katakalos <i>et al.</i>	2012	4																		
Koutas e Triantafillou	2012	5																		
Mofidi <i>et al.</i>	2012	4																		
Venkatesha <i>et al.</i>	2012	3																		
Alzate	2012	30																		
Dirar e Morley	2012	5																		
Ibars	2012	2																		
Godar e Chaallal	2013	10																		
Grande <i>et al.</i>	2013	4																		
Tughar	2013	2																		
Al-Tersawy	2013	7																		
Panda <i>et al.</i>	2013	9																		
El-Maaddawaye Chekfeh	2013	5																		
Baggio <i>et al.</i>	2014	6																		
Panigrahi <i>et al.</i>	2014	11																		
Mofidi <i>et al.</i>	2014	1																		
Farghal	2014	4																		
Qin <i>et al.</i>	2015	1																		
Mostofinejad <i>et al.</i>	2015	5																		
El-Saikalye Chaallal	2015	3																		
Tetta <i>et al.</i>	2015	5																		
Nguyen-Minh e Rovnák	2015	12																		

Na Tabela 4.2 é efetuada a distribuição das 776 vigas em análise pelos três diferentes tipos de compósitos de FRP correntemente utilizados (AFRP, CFRP e GFRP). Na referida tabela também é efetuada uma distribuição das 776 vigas em função do tipo de configuração do FRP em termos da superfície colada. Neste contexto, por simplificação, atribuem-se as seguintes designações:

- “S” - reforço de FRP aplicado apenas nas faces laterais da viga;
- “U” - reforço de FRP aplicado em forma de “U”;

- “O” - reforço de FRP aplicado envolvendo a totalidade da secção transversal da viga.

Tendo em consideração os dados da Tabela 4.2 verifica-se que os compósitos de CFRP são os mais utilizados no reforço ao corte de vigas de betão armado com a técnica EBR e o tipo de configuração do FRP mais utilizada é a configuração em “U”. A maior utilização dos compósitos de CFRP em relação aos de GFRP e AFRP é justificada pelo melhor desempenho das fibras de carbono. Por outro lado, a configuração de reforço em “U”, apesar de não ser a que proporciona melhor desempenho, é a que permite uma melhor relação entre simplicidade de execução e eficiência do reforço.

Tabela 4.2 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica EBR, de acordo com o tipo de FRP e com o tipo de configuração do reforço.

Tipo de FRP	Número de vigas	Tipo de Configuração			Total
		S	U	O	
AFRP	36	1	13	22	36
CFRP	644	180	356	108	644
GFRP	96	31	49	16	96
Total	776	212	418	146	776

De acordo com os dados da Tabela 4.2 e da Figura 4.1 verifica-se que o reforço com AFRP foi utilizado em apenas 36 vigas (4.6% dos casos), o reforço com CFRP foi utilizado em 644 vigas (83% dos casos) e o reforço com GFRP foi utilizado em 96 vigas (12.4% dos casos).

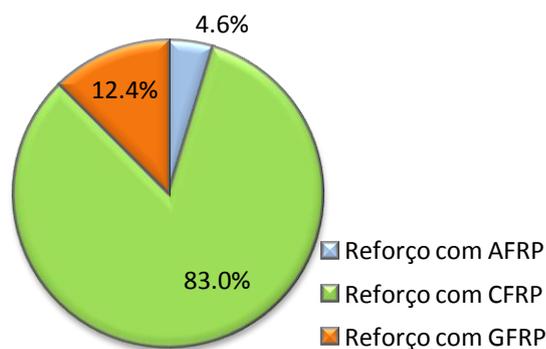
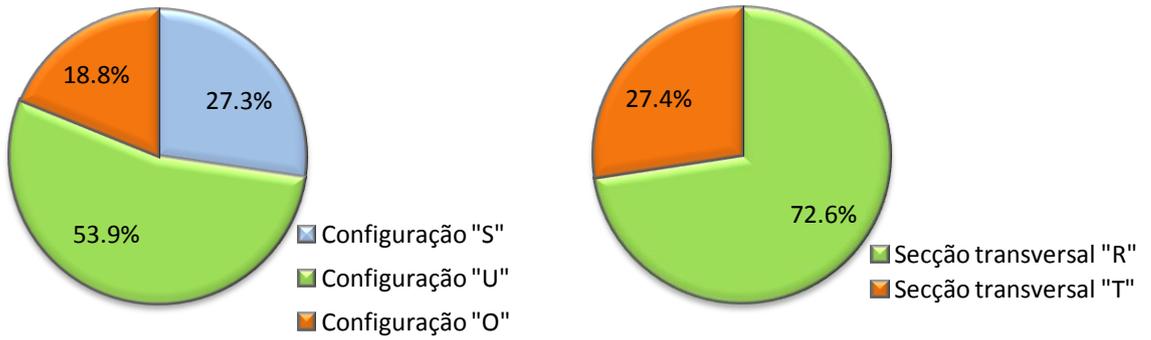
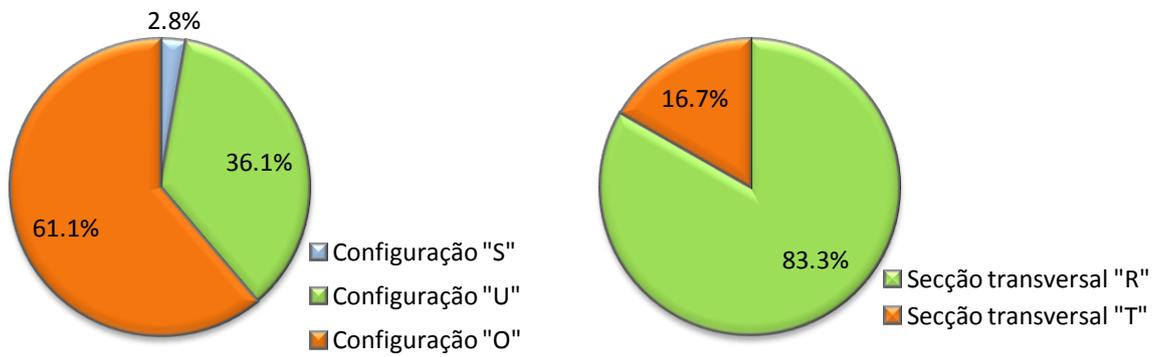


Figura 4.1 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica EBR de acordo com o tipo de FRP.

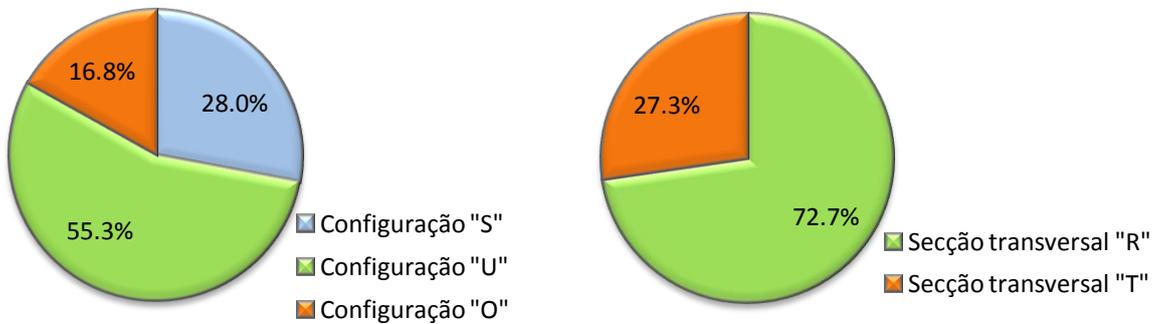
Os dados da Tabela 4.2 e da Figura 4.2(a) permitem constatar que das 776 vigas em análise, em 212 (27.3% das vigas) foi adotada a configuração em “S”, em 418 (53.9% das vigas) foi adotada a configuração em “U” e em 146 (18.8% das vigas) foi adotada a configuração em “O”.



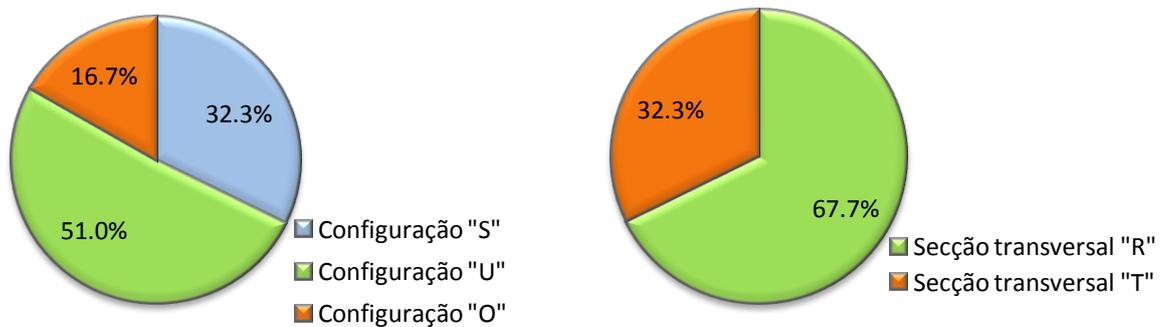
(a) Reforço de FRP



(b) Reforço de AFRP



(c) Reforço de CFRP



(d) Reforço de GFRP

Figura 4.2 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica EBR pelo tipo de FRP, de acordo com o tipo de configuração do reforço e da secção transversal das vigas.

A análise das Figuras 4.2(b), 4.2(c) e 4.2(d) permite verificar que: das vigas reforçadas com AFRP, em 2.8% dos casos o reforço foi aplicado em forma de “S”, em 36.1% dos casos o reforço foi aplicado em forma de “U” e em 61.1% dos casos o reforço foi aplicado em forma de “O”; das vigas reforçadas com CFRP, em 28.0% dos casos o reforço foi aplicado em forma de “S”, em 55.3% dos casos o reforço foi aplicado em forma de “U” e em 16.8% dos casos o reforço foi aplicado em forma de “O”; das vigas reforçadas com GFRP, em 32.3% dos casos o reforço foi aplicado em forma de “S”, em 51.0% dos casos o reforço foi aplicado em forma de “U” e em 16.7% dos casos o reforço foi aplicado em forma de “O”.

Analisando a informação da Figura 4.2 também é possível constatar a geometria da secção transversal das 776 vigas em análise. Deste modo, verifica-se que são utilizadas duas formas de secção transversal, a secção retangular com uma utilização média de 72.6% e a secção em “T” com uma utilização média de 27.4%. Efetuando uma análise em função do compósito de FRP utilizado, verifica-se que para as vigas reforçadas com CFRP tem-se uma percentagem de utilização idêntica à obtida considerando a análise global das 776 vigas (72.7% no caso de secção retangular e 27.3% no caso de secção em “T”), enquanto para as vigas reforçadas com AFRP a percentagem de utilização da secção retangular é um pouco superior (83.3% no caso da secção retangular e 16.7% no caso de secção em “T”) e para as vigas reforçadas com GFRP a percentagem de utilização da secção retangular é um pouco inferior (67.7% no caso de secção retangular e 32.3% no caso de secção em “T”).

Na Tabela 4.3 é efetuada uma distribuição das 776 vigas em análise em função do tipo de distribuição do reforço e da inclinação do FRP. De acordo com o referido na secção 2.4.2 do Capítulo 2 da presente dissertação, a distribuição do reforço pode ser efetuada de forma contínua ou discreta e as fibras do FRP podem ser orientadas transversalmente ao eixo da viga ou ortogonalmente às potenciais fendas de corte. Na análise efetuada na Tabela 4.3 foram considerados três diferentes grupos de orientação das fibras em relação ao eixo da viga, 90°, 45° e ≠ (engloba todas as orientações diferentes de 90° e 45°).

Tabela 4.3 - Número de vigas de acordo com o tipo de distribuição, em função da configuração ou da inclinação do reforço.

Tipo de distribuição	Número de vigas	Tipo de configuração			Inclinação		
		S	U	O	90°	45°	≠
Discreto	364	87	207	70	309	49	6
Contínuo	412	125	211	76	348	57	7
Total	776	212	418	146	657	106	13

De acordo com os dados apresentados na Tabela 4.3 e na Figura 4.3(a), a aplicação do reforço de forma discreta foi adotada em 364 vigas (46.9% dos casos) e a aplicação do reforço de forma contínua foi adotada em 412 vigas (53.1% dos casos). Efetuando uma análise das diferentes orientações do reforço, independentemente deste ser aplicado de forma contínua ou discreta (Tabela 4.3 e Figura 4.3(b)), verifica-se que em 657 vigas (84.7% dos casos) o reforço foi aplicado transversalmente ao eixo da viga, em 106 vigas (13.7% dos casos) o reforço foi aplicado com uma orientação de 45° e somente em 13 vigas (1.7% dos casos) o reforço foi aplicado com uma orientação diferente de 90° e de 45°.

A análise dos dados da Tabela 4.3 e da Figura 4.4(a) permite concluir que das 364 vigas reforçadas de forma discreta, em 309 (84.9% das vigas) o reforço foi aplicado transversalmente ao eixo da viga, em 49 (13.5 % das vigas) o reforço foi aplicado com uma orientação de 45° e somente em 6 (1.6% das vigas) o reforço foi aplicado com uma orientação diferente de 90° e de 45°. Analisando os dados da Figura 4.5(a), verifica-se que, para as vigas reforçadas de forma discreta, em 87 (23.9% das vigas) o reforço foi aplicado em forma de “S”, em 207 (56.9% das vigas) o reforço foi aplicado em forma de “U” e em 70 (19.2% das vigas) o reforço foi aplicado em forma de “O”.

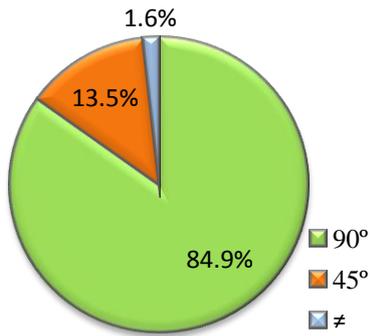
De acordo com os dados apresentados na Tabela 4.3 e na Figura 4.4(b), das 412 vigas reforçadas de forma contínua, em 348 (84.5% das vigas) o reforço foi aplicado transversalmente ao eixo da viga, em 57 (13.8 % das vigas) o reforço foi aplicado com uma orientação de 45° e em apenas 7 (1.7% das vigas) o reforço foi aplicado com uma orientação diferente de 90° e de 45°. Analisando os dados da Figura 4.5(b), verifica-se que, para as vigas reforçadas de forma contínua, em 125 (30.3% das vigas) o reforço foi aplicado em forma de “S”, em 211 (51.2% das vigas) o reforço foi aplicado em forma de “U” e em 76 (18.4% das vigas) o reforço foi aplicado em forma de “O”.



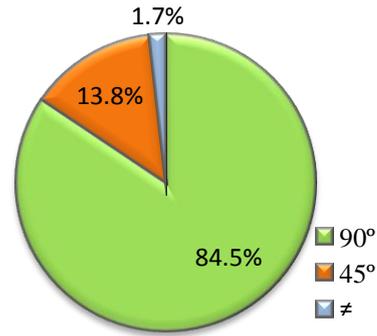
(a) Tipo de distribuição do reforço

(b) Diferentes orientações do reforço

Figura 4.3 - Distribuição das vigas reforçadas ao corte com a técnica EBR usando compósitos FRP, de acordo com o tipo de distribuição do reforço e da orientação do FRP.

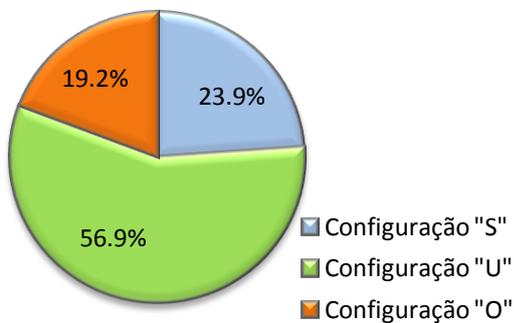


(a) Diferentes orientações do reforço para o caso do FRP aplicado de forma discreta

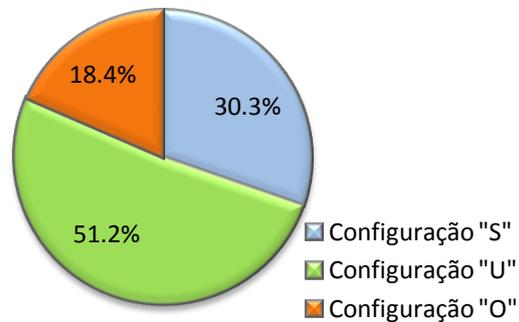


(b) Diferentes orientações do reforço para o caso do FRP aplicado de forma contínua

Figura 4.4 - Orientação dos FRP para o caso do reforço aplicado de forma discreta e para o caso do reforço aplicado de forma contínua.



(a) Configuração do FRP para o caso do reforço aplicado de forma discreta



(b) Configuração do FRP para o caso do reforço aplicado de forma contínua

Figura 4.5 - Configuração do FRP para o caso do reforço aplicado de forma discreta e para o caso do reforço aplicado de forma contínua.

Conforme foi referido na secção 2.4.1 do Capítulo 2 da presente dissertação, os seguintes parâmetros têm influência no desempenho de uma viga de betão armado reforçada ao corte com compósitos de FRP: resistência do betão (quantificada pelo valor da resistência à compressão -  $f_{cm}$ ), percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ), percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ ), percentagem de reforço de FRP ( $\rho_f$ ) e relação  $a/d$  definida pela relação entre a altura útil ( $d$ ) e o vão de corte ( $a$ ).

Na Tabela 4.4 é efetuada uma distribuição das 776 vigas em análise tendo em conta os parâmetros anteriormente referidos. A informação da Tabela 4.4 é complementada com a apresentada nos vários gráficos da Figura 4.6. Nesta figura, o termo "NA" representa as vigas para as quais não foi possível obter informação para a quantificação do parâmetro em análise.

Tabela 4.4 - Informações gerais sobre as vigas da base de dados com o reforço de FRP aplicado com a técnica EBR.

Parâmetro	Intervalo de valores	Número de vigas	Notas
Resistência à compressão do betão	< 25 MPa	143	Em 2 vigas não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.
	25 MPa - 50 MPa	537	
	> 50 MPa	94	
Percentagem de armadura longitudinal	< 1.0%	66	Em 24 vigas não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.
	1.0% - 2.0%	189	
	> 2.0%	497	
Percentagem de armadura transversal	< 0.1%	58	Em 336 vigas não existe armadura transversal e/ou não foi possível obter informação para a quantificação deste parâmetro.
	0.1% - 0.2%	165	
	> 0.2%	217	
Percentagem de reforço	< 0.1%	195	Em 2 vigas não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.
	0.1% - 0.2%	157	
	> 0.2%	422	
Razão $a/d$	< 2.5	236	Em 22 vigas não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.
	2.5 - 3.5	434	
	> 3.5	84	

De acordo com os dados da Tabela 4.4 e da Figura 4.6(a), das 776 vigas em análise, 143 (18.4% das vigas) apresentavam um betão com uma resistência média ( $f_{cm}$ ) inferior a 25 MPa, 537 (69.2% das vigas) apresentavam um betão com uma resistência média ( $f_{cm}$ ) compreendida entre 25 MPa e 50 MPa, e 94 (12.1% das vigas) apresentavam um betão com uma resistência média ( $f_{cm}$ ) superior a 50 MPa. Somente em 2 vigas (0.3% dos casos) não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.

A análise dos dados da Tabela 4.4 e da Figura 4.6(b) permite verificar que das 776 vigas em análise, 66 (8.5% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) inferior a 1.0%, 189 (24.4% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) compreendida entre 1.0% e 2.0%, e 497 (64.0% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) superior a 2.0%. Em 24 vigas (3.1% dos casos) não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.

De acordo com os dados da Tabela 4.4 e da Figura 4.6(c), das 776 vigas em análise, 58 (7.5% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ ) inferior a 0.1%, 165 (21.3% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ )

compreendida entre 0.1% e 0.2%, e 217 (28.0% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ ) superior a 0.2%. Em 336 vigas (43.3% dos casos) não existia armadura transversal e/ou não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.

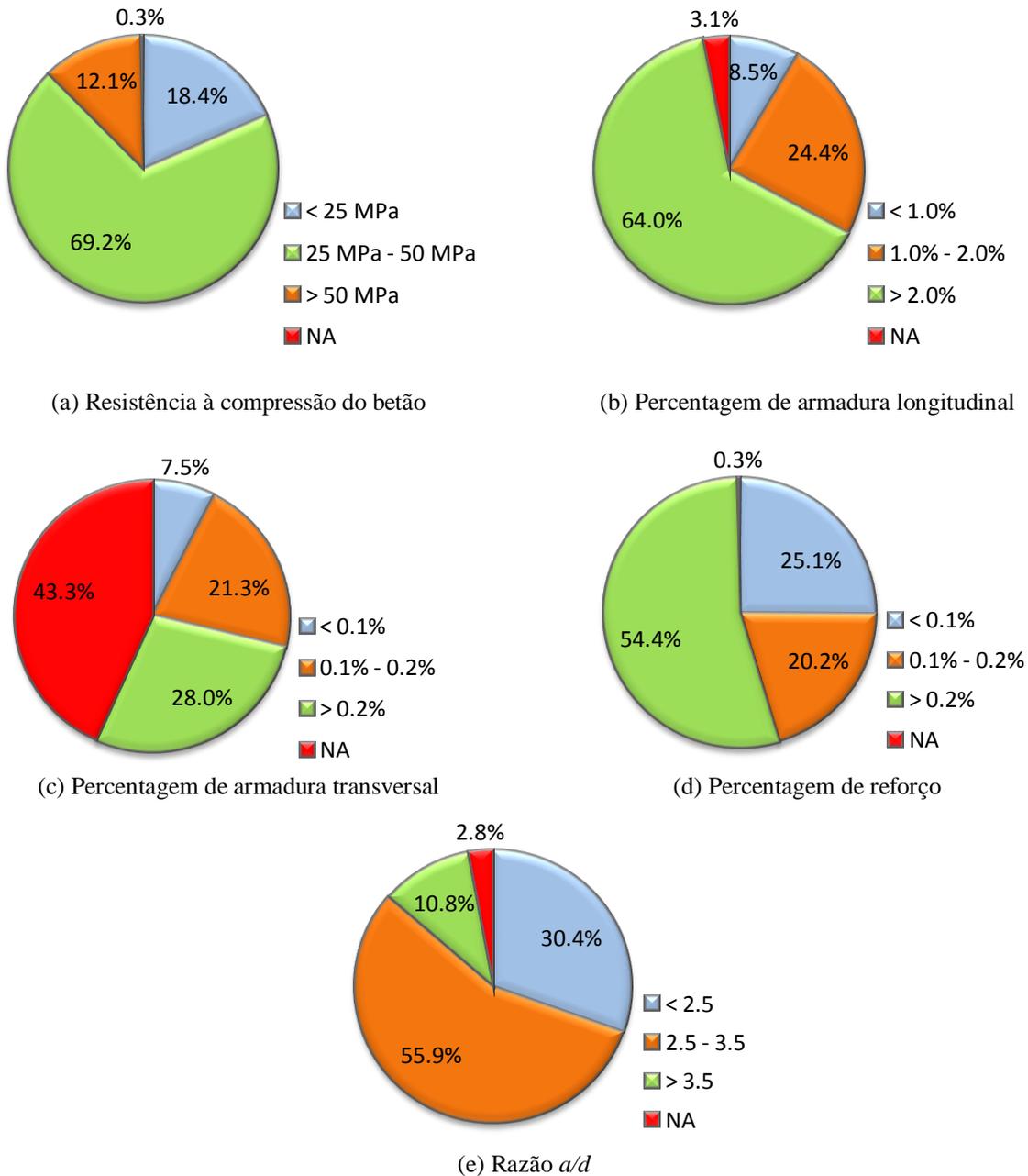


Figura 4.6 - Informações gerais das vigas da base de dados reforçadas ao corte com a técnica EBR usando compósitos de FRP.

Da análise da Tabela 4.4 e da Figura 4.6(d) verifica-se que das 776 vigas em análise, 195 (25.1% das vigas) apresentavam uma percentagem de reforço ( $\rho_f$ ) inferior a 0.1%, 157 (20.2% das vigas) apresentavam uma percentagem de reforço ( $\rho_f$ ) compreendida entre 0.1% e 0.2%, e 422 (54.4% das vigas) apresentavam uma percentagem de reforço ( $\rho_f$ ) superior a 0.2%.

Somente em 2 vigas (0.3% dos casos) não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.

De acordo com os dados da Tabela 4.4 e da Figura 4.6(e), das 776 vigas em análise, 236 (30.4% das vigas) apresentavam uma relação  $a/d$  inferior a 2.5, 434 (55.9% das vigas) apresentavam uma relação  $a/d$  compreendida entre 2.5 e 3.5, e 84 (10.8% das vigas) apresentavam uma relação  $a/d$  superior a 3.5. Em 22 vigas (2.8% dos casos) não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.

Conforme foi referido na secção 2.4.2 do Capítulo 2 da presente dissertação, o destacamento do reforço de FRP e a rotura do reforço de FRP são dois modos de rotura que podem ocorrer numa viga reforçada ao corte através da técnica EBR. Na Tabela 4.5 é efetuada uma distribuição das 776 vigas em análise pelos referidos modos de rotura.

De acordo com os dados da Tabela 4.5 e da Figura 4.7 verifica-se que das 776 vigas em análise, em 206 (26.5% das vigas) a rotura ocorreu por rotura do FRP, em 412 (53.1% das vigas) a rotura ocorreu por destacamento do FRP, e em 158 (20.4% das vigas) não foi possível identificar o modo de rotura, ou este ocorreu por flexão. Para a configuração do reforço em forma de “S” o destacamento do FRP ocorreu em 74.1% das vigas e a rotura do FRP em 7.5% das vigas; para a configuração do reforço em forma de “U” o destacamento do FRP ocorreu em 53.1% das vigas e a rotura do FRP em 25.1% das vigas; por outro lado, para a configuração do reforço em forma de “O” a rotura do FRP ocorreu em 58.2% das vigas e o destacamento do FRP apenas em 22.6% das vigas. Através desta informação é possível comprovar que o destacamento do reforço de FRP é o modo de rotura que mais se verifica, principalmente quando o reforço é apenas aplicado nas faces laterais ou em forma de “U” e a rotura do reforço de FRP ocorre principalmente quando o reforço envolve toda a secção transversal da viga a reforçar.

Tabela 4.5 - Número de vigas de acordo com o modo de rotura e em função da configuração do reforço.

Modo de rotura	Número de vigas	Tipo de configuração			Total
		S	U	O	
Rotura do CFRP	206	16	105	85	206
Destacamento do CFRP	412	157	222	33	412
NA	158	39	91	28	158
Total	776	212	418	146	776

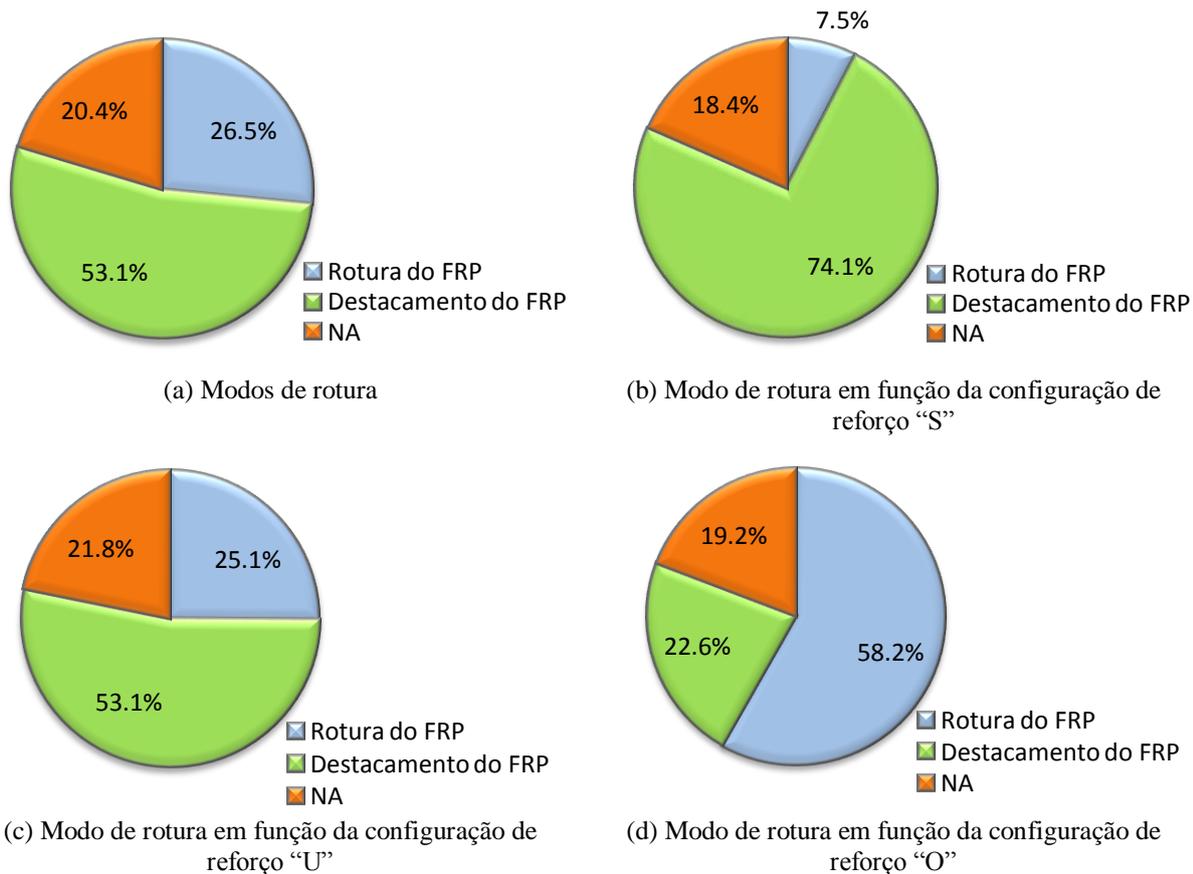


Figura 4.7 - Modo de rotura do FRP em função da configuração do reforço.

A análise da atual base de dados foi realizada para a totalidade das vigas, independentemente do tipo de material compósito com que estas foram reforçadas. Em seguida, será efetuada uma análise da base de dados centrada nas vigas reforçadas com compósitos de CFRP (644 vigas), que correspondem a 83% das vigas da base de dados reforçadas com a técnica EBR.

Através da Figura 4.8 verifica-se que em metade das vigas o reforço foi aplicado de forma discreta e na outra metade foi aplicado de forma contínua; a orientação do reforço de CFRP a  $90^\circ$  foi utilizada na maioria dos casos (83.1% das vigas); somente 19.4% das vigas apresentavam um betão com resistência média ( $f_{cm}$ ) inferior a 25 MPa, sendo que em 69.7% das vigas este parâmetro ( $f_{cm}$ ) estava compreendido entre 25 e 50 MPa; mais de metade das vigas analisadas (64.1%) continham uma percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) superior a 2.0%, e apenas em 7.9% das vigas a percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) era inferior a 1.0%; 40.4% das vigas não continham e/ou não foi possível quantificar a percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ ), em 29.8% das vigas essa percentagem ( $\rho_{sw}$ ) era superior a 0.2%, e em 8.5% das vigas essa percentagem ( $\rho_{sw}$ ) era inferior a 0.1%; em 50.6% das vigas a percentagem de reforço ( $\rho_f$ ) era superior a 0.2%, em 21.7% das vigas  $\rho_f$  estava compreendida entre 0.1% e 0.2%, e em 27.3% das vigas  $\rho_f$  era inferior a 0.1%; em 59.2% das vigas a relação

*a/d* apresentava valores compreendidos entre 2.5 e 3.5, em 28.7% das vigas essa relação apresentava valores inferiores a 2.5 e apenas em 9.9% das vigas apresentava valores superiores a 3.5; o destacamento do CFRP foi o modo de rotura que mais se verificou (54.8% das vigas) e a rotura do CFRP ocorreu em 25.2% das vigas.

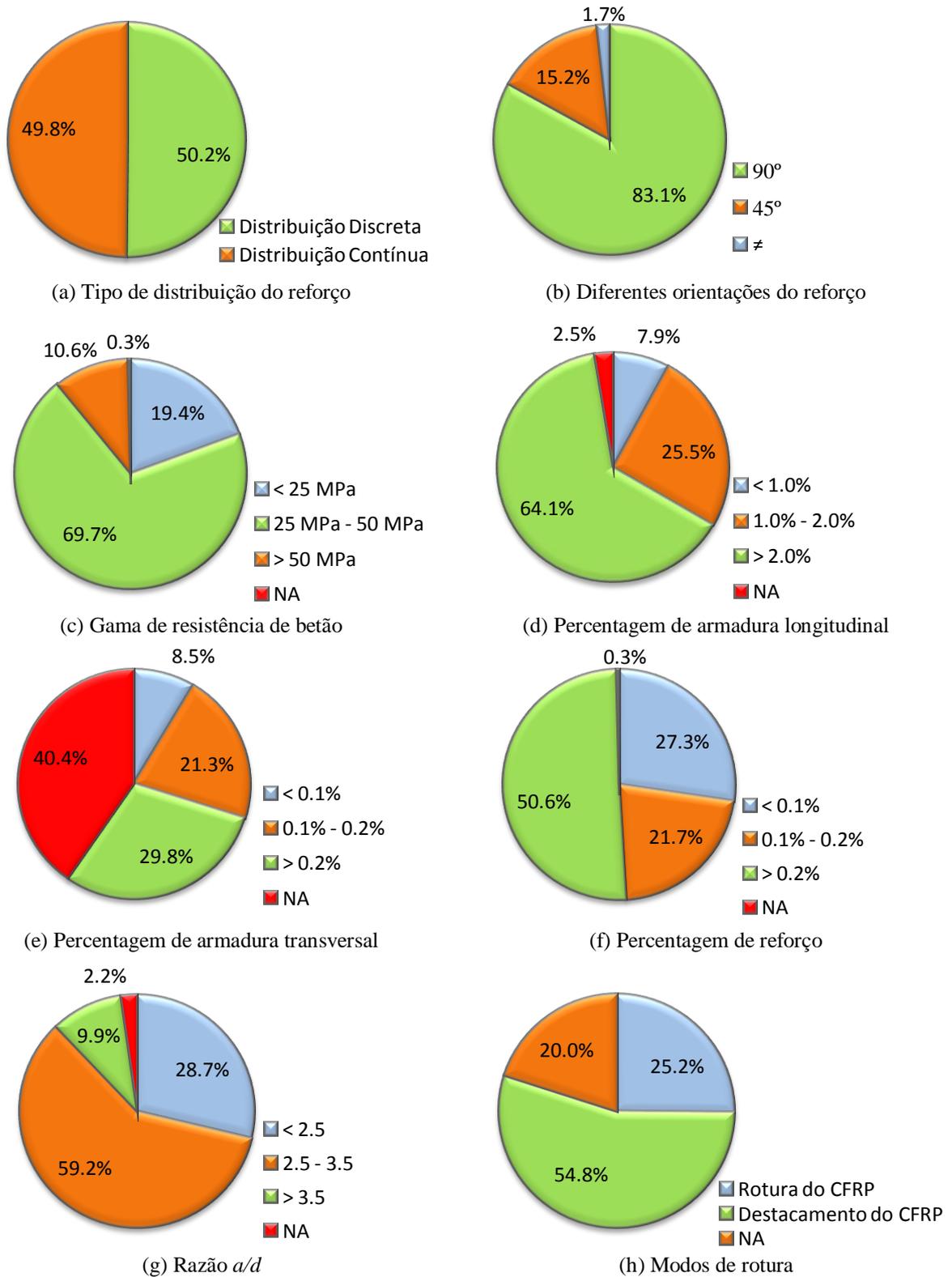


Figura 4.8 - Informações gerais das vigas reforçadas com a técnica EBR usando compósitos de CFRP.

## 4.2.2 Exemplo de introdução na DABASUM de uma viga de betão armado reforçada ao corte com compósitos de CFRP aplicados com a técnica EBR

Na presente secção são ilustrados todos os passos necessários para a introdução na DABASUM de uma viga reforçada ao corte com compósitos de CFRP aplicados com a técnica EBR. A viga introduzida foi a viga 2S-4M do programa experimental de Dias e Barros (2010) que se encontra devidamente analisado na secção 2.4.4 do Capítulo 2 da presente dissertação. O processo de introdução é distribuído por uma série de “janelas” nas quais é possível inserir a mais variada informação referente à viga em análise. Alguma dessa informação é considerada obrigatória, por forma a ser possível obter o valor analítico de  $V_f$  para as diferentes formulações analíticas existentes na DABASUM.

### DABASUM

DATABASE FOR FRP-BASED SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. (UNIVERSITY OF MINHO)

home chart **insert** edit forum search about admin area dabasum | Logout

#### Insert

Click on links below to navigate in restrict area.

**- Insert a new Experimental Program**

- Insert a new Specimen

### DABASUM

DATABASE FOR FRP-BASED SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. (UNIVERSITY OF MINHO)

home chart insert edit forum search about admin area dabasum | Logout

#### Register a new Experimental Program:

Fill up the form below to insert a new Experimental Program

Name of Experimental Program: ?	<input type="text" value="Dias&amp;Barros_2010"/> *
Reference of Publication: ?	<input type="text" value="Dias, S.J.E. and Barros, J.A.O., 2010, 'Performance of reinforced concrete T beams strengthened in shear with NSM CFRP laminates', Engineering Structures Journal, Volume 32, Issue 2, February, pp. 373-384."/> *
Link to Publication on Internet:	<input type="text" value="http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029609003186"/> *
Is this Publication the Original Source:	Yes <input type="checkbox"/> *
Comments about the Experimental Program:	<input type="text"/>

**Submit**

(\*) Required field

(?) Additional help

### DABASUM

DATABASE FOR FRP-BASED SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. (UNIVERSITY OF MINHO)

home chart insert edit forum search about admin area dabasum | Logout

A new Experimental Program was inserted to **dabasumadmin!**

**Click here to insert a Specimen**

Figura 4.9 - Introdução de uma viga EBR de um novo programa experimental (DABASUM, 2015).

# DABASUM

DATABASE FOR FRP-BASED SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. (UNIVERSITY OF MINHO)

home chart insert edit forum search about admin area dabasum | Logout

## Register a new Specimen:

Give a name to the Specimen, choose the Experimental Program and fill the form below to insert a new Specimen.

Experimental Program:

Specimen as named by author:  \* Submit

Geometry Cross Section Concrete Flexural - Steel Steel Stirrups Flexural Strengthening Shear Strengthening Experimental Results

Fill the following fields about the longitudinal geometry of the specimen and loading conditions:

Description	Symbol	Value	Units	Valid Range	Help Image
Number of spans:	$nOS$	<input type="text" value="1"/>		[1;2]	
Number of loads:		<input type="text" value="1"/>		[1;2]	
Entire length of specimen:	$L_{tot}$	<input type="text" value="2450"/>	(mm)	[500;nos*10000]	
Distance between supports:	$L$	<input type="text" value="2250"/>	(mm)	[500;10000]	
Shear span:	$a$	<input type="text" value="900"/>	(mm)	[15;5000]	
Distance between loads:	$b$	<input type="text"/>	(mm)	[0;4000]	

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Figura 4.10 - Parâmetros que caracterizam a geometria da viga (DABASUM, 2015).

Geometry Cross Section Concrete Flexural - Steel Steel Stirrups Flexural Strengthening Shear Strengthening Experimental Results

Fill the following fields about the geometry characteristics of the specimen's cross section:

Shape of cross section:  \*

- choose
- R
- T**
- I

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Geometry Cross Section Concrete Flexural - Steel Steel Stirrups Flexural Strengthening Shear Strengthening Experimental Results

Fill the following fields about the geometry characteristics of the specimen's cross section:

Shape of cross section:  \*

Description	Symbol	Value	Units	Valid Range	Help Image
Width of top flange:	$b_{tz}$	<input type="text" value="450"/>	(mm)	[20;2000]	
Thickness of top flange:	$h_{tz}$	<input type="text" value="100"/>	(mm)	[20;500]	
Width of the web:	$b_w$	<input type="text" value="180"/> <span style="color: red;">*</span>	(mm)	[20;2000]	
Total depth:	$h$	<input type="text" value="400"/> <span style="color: red;">*</span>	(mm)	[50;2000]	
Depth of the web:	$h_w$	<input type="text" value="300"/> <span style="color: red;">*</span>	(mm)	[50;2000]	
Concrete clear cover:	$c$	<input type="text" value="22"/> <span style="color: red;">*</span>	(mm)	[8;150]	

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Figura 4.11 - Parâmetros que caracterizam a secção transversal da viga (DABASUM, 2015).

Geometry	Cross Section	Concrete	Flexural - Steel	Steel Stirrups	Flexural Strengthening	Shear Strengthening	Experimental Results
Fill the following fields about the concrete data:							
Description	Symbol	Value	Units	Valid Range			
Mean value of concrete cylinder compressive strength:	$f_{cm}$	39.7	(MPa)	[5;100]			
Specified compressive strength of concrete (ACI): ?	$f'_c$	31.4	(MPa)	[5;100]			
Characteristic compressive cylinder strength of concrete: ?	$f_{ck}$	31.7	(MPa)	[5;100]			
Mean value of axial tensile strength of concrete: ?	$f_{ctm}$	3	(MPa)	[0.5;10]			
Mean axial tensile surface strength of concrete: $f_{ctm,surf}$	3	(MPa)	[0.5;10]				
Secant modulus of elasticity of concrete: ?	$E_{cm}$	33270	(MPa)	[15000;50000]			
(*) Required Field							
(?) Additional Help							

Figura 4.12 - Parâmetros que caracterizam o betão da viga (DABASUM, 2015).

Geometry	Cross Section	Concrete	Flexural - Steel	Steel Stirrups	Flexural Strengthening	Shear Strengthening	Experimental Results
Fill the following fields of the arrangement of longitudinal tensile steel bars:							
Description	Symbol	Value	Units	Valid Range	Help Image		
Modulus of elasticity:	$E_{s,l}$	200000	(MPa)	[150;250]x10 <sup>3</sup>			
Yield tensile stress:	$f_{sy,l}$	447	(MPa)	[150;2000]			
Tensile strength:	$f_{su,l}$	566	(MPa)	[150;2000]			
Depth of the layer 1 bars:	$d_{s,L1}$		(mm)	[50;2000]			
Number of bars on the layer 1:	$n_{s,L1}$	2		[0;19]			
Diameter of the bars on the layer 1:	$\phi_{s,L1}$	32	(mm)	[6;50]			
Depth of the layer 2 bars:	$d_{s,L2}$		(mm)	[50;2000]			
Number of bars on the layer 2:	$n_{s,L2}$	1		[0;19]			
Diameter of the bars on the layer 2:	$\phi_{s,L2}$	16	(mm)	[6;50]			
Depth: ?	$d_s$	360	(mm)	[50;2000]			
Cross sectional area: ?	$A_{s,l}$	1810	(mm <sup>2</sup> )	[50;20000]			
Reinforcement ratio: ?	$\rho_{s,l}$	0.028		[1;100]x10 <sup>-3</sup>			
(*) Required Field							
(?) Additional Help							

Figura 4.13 - Parâmetros que caracterizam a armadura longitudinal da viga (DABASUM, 2015).

Geometry	Cross Section	Concrete	Flexural - Steel	Steel Stirrups	Flexural Strengthening	Shear Strengthening	Experimental Results	
Fill the following fields of the arrangement of steel stirrups:								
Description	Symbol	Value	Units	Valid Range	Help Image			
Modulus of elasticity:	$E_{s,wv}$	200000	(MPa)	[0;250]x10 <sup>3</sup>				
Yield tensile stress:	$f_{sy,wv}$	542	(MPa)	[150;2000]				
Tensile strength:	$f_{su,wv}$	594	(MPa)	[150;2000]				
Number of legs per each stirrup:	$n_{sw,v}$	2		[0;4]				
Diameter:	$\phi_{sw,v}$	6	(mm)	[0;20]				
Spacing:	$S_{sw,v}$	300	(mm)	[25;1000]				
Cross sectional area per each stirrup: ?	$A_{sw,v}$	56.55	(mm <sup>2</sup> )	[0;500]				
Shear reinforcement ratio: ?	$\rho_{sw,v}$	0.00105		[0;10]x10 <sup>-3</sup>				
(*) Required Field								
(?) Additional Help								

Figura 4.14 - Parâmetros que caracterizam a armadura transversal da viga (DABASUM, 2015).

Geometry Cross Section Concrete Flexural - Steel Steel Stirrups Flexural Strengthening **Shear Strengthening** Experimental Results

Fill the following fields of the arrangement of FRP systems for the shear strengthening:

Shear strengthening technique:  \*

(\*) Required Field  
 (?) Additional Help

---

Geometry Cross Section Concrete Flexural - Steel Steel Stirrups Flexural Strengthening **Shear Strengthening** Experimental Results

Fill the following fields of the arrangement of FRP systems for the shear strengthening:

Shear strengthening technique:  \*

Description	Symbol	Value	Units	Valid Range	Help Image
FRP material type:		<input type="text" value="Carbon"/> *			
Partial safety factor for FRP reinforcement (fib): ?	$\gamma_f$	<input type="text" value="1.30"/> *			
Shear strength reduction factor (ACI): ?	$\Phi$	<input type="text" value="0.85"/> *			
Configuration reduction factor (ACI): ?	$\psi_f$	<input type="text" value="0.85"/> *			
Environmental reduction factor (ACI): ?	$C_E$	<input type="text" value="0.95"/> *			
FRP mechanical properties tested by the author:		<input type="text" value="Yes"/> *			
Partial safety factor for FRP reinforcement (CNR): ?	$\gamma_{fd}$	<input type="text" value="1.50"/> *			
Partial safety factor for FRP reinforcement (CEN-TC250): ?	$\gamma_{fp}$	<input type="text" value="1.50"/> *			
FRP modulus of elasticity:	$E_{f,w}$	<input type="text" value="218400"/> *	(MPa)	$[5;400] \times 10^3$	
FRP ultimate tensile strain:	$\epsilon_{fu,w}$	<input type="text" value="0.0131"/> *		$[0.1;50] \times 10^{-3}$	
FRP design tensile strength: ?	$f_{f,w}$	<input type="text" value="1812.6"/> *	(MPa)	$[50;5000]$	
FRP ultimate tensile strength:	$f_{fu,w}$	<input type="text" value="2862"/> *	(MPa)	$[50;5000]$	
FRP configuration:		<input type="text" value="U"/> *			
Anchorage for the FRP: ?	ANC	<input type="text" value="No"/> *			
Bidirectional Fiber system: ?		<input type="text" value="No"/> *			
Discrete vs Continuous:	DST	<input type="text" value="Discrete"/> *			
Number of FRP layers:	$n_{f,w}$	<input type="text" value="1"/>		$[0;10]$	
FRP layer thickness:	$t_{f,v}$	<input type="text" value="0.176"/>	(mm)	$[33;5000] \times 10^{-3}$	
FRP shear reinforcement total thickness:	$t_{f,v}$	<input type="text" value="0.176"/> *	(mm)	$[33;5000] \times 10^{-3}$	
Width of FRP strip:	$w_{f,w}$	<input type="text" value="60"/> *	(mm)	$[1;200]$	
Area of FRP shear reinforcement: ?	$A_{f,w}$	<input type="text" value="21.12"/>	(mm <sup>2</sup> )	$[1;1000]$	
FRP shear reinforcement ratio: ?	$\rho_{f,w}$	<input type="text" value="0.00065"/>		$[0;40] \times 10^{-3}$	
Height of bonded reinforcement (vertical projection):	$h_f$	<input type="text" value="300"/> *	(mm)	$[50;2000]$	
Distance from fibre end to beam top:	$d_{ft}$	<input type="text" value="100"/> *	(mm)	$[0;2000]$	
Distance from fibre end to beam bottom:	$d_{fb}$	<input type="text" value="0"/> *	(mm)	$[0;2000]$	
Spacing of FRP shear reinforcement along beam axis:	$s_f$	<input type="text" value="180"/> *	(mm)	$[1;1000]$	
Angle of FRP shear reinforcement system to beam axis:	$\beta$	<input type="text" value="90"/> *	(°)	$]0;90]$	
Corner radius of the section to be wrapped:	$r_c$	<input type="text" value="20"/> *	(mm)	$[0;200]$	

(\*) Required Field  
 (?) Additional Help

Figura 4.15 - Parâmetros que caracterizam o reforço ao corte com FRP's aplicados com a técnica EBR (DABASUM, 2015).

# DABASUM

DATABASE FOR FRP-BASED SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. (UNIVERSITY OF MINHO)

home chart insert edit forum search about admin area dabasum | Logout

Register a new Specimen:

Give a name to the Specimen, choose the Experimental Program and fill the form below to insert a new Specimen.

Experimental Program:    
 Specimen as named by author:

Geometry	Cross Section	Concrete	Flexural - Steel	Steel Stirrups	Flexural Strengthening	Shear Strengthening	Experimental Results
Fill the following fields about the results obtained from testing the specimen:							
Description	Symbol	Value	Units	Valid Range			
Test site:		<input type="text" value="LAB"/>					
Load cycle:		<input type="text" value="Monotonic"/>					
Status regarding pre-cracking of specimen:		<input type="text" value="Yes"/>					
Shear force at concrete cracking initiation:	$V_{cr}$	<input type="text"/>	(kN)	[0;1000]			
Maximum shear force of unstrengthened specimen:	$V_{u1}$	<input type="text" value="182.28"/>	(kN)	[0;2000]			
Maximum shear force of strengthened specimen:	$V_{u2}$	<input type="text" value="186.66"/>	(kN)	[0;2000]			
Nominal shear strength provided by FRP shear reinforcement:	$V_{f,exp}$	<input type="text" value="4.38"/>	(kN)	[0;1000]			
Gain in shear strength provided by FRP ratio: ?		<input type="text" value="2.4"/>	(%)	[0;400]			
Failure mode as defined by authors:		<input type="text" value="Debonding"/>					
FRP global failure mode:		<input type="text" value="Shear"/>					
Critical shear crack angle:	$\theta_{cr,e}$	<input type="text" value="45"/>	(°)	[0;90]			
Commentary to failure mode:		<input type="text"/>					

(\*) Required Field  
 (?) Additional Help

Figura 4.16 - Parâmetros relativos aos resultados experimentais da viga (DABASUM, 2015).

## 4.3 VIGAS REFORÇADAS COM A TÉCNICA DE INSERÇÃO (NSM)

### 4.3.1 Descrição da base de dados

Na presente secção será efetuada uma descrição o mais abrangente possível das vigas da base de dados reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados usando a técnica NSM, nomeadamente no que diz respeito ao tipo e propriedades do FRP, geometria da secção reforçada, características do betão, densidade de armadura longitudinal, densidade de armadura de esforço transverso, densidade de reforço e modos de rotura. Na Tabela 4.6 apresenta-se a informação genérica sobre os 22 trabalhos experimentais de onde foi extraída a informação referente às 163 vigas em análise.

Tabela 4.6 - Informação geral dos trabalhos experimentais com vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica NSM.

Autores	Ano	Número de vigas ensaiadas	Propriedades e parâmetros														
			Geometria				Tipo de viga			Betão e aço		Cenário de reforço					
			Secção rectangular	Secção em T	vão da viga $L < 2m$	vão da viga $2m < L < 4m$	vão da viga $L > 4m$	vigas rectangulares ( $a/d > 2$ )	vigas rectangulares ( $a/d < 2$ )	Efeito escala	Pré-fendilhação	Resistência do betão	Armadura longitudinal	Armadura Transversal	Laminado	Varões	CFRP na vertical
De Lorenzis e Nanni	2001	6															
Barros e Dias	2006	8															
De Lorenzis e Rizzo	2006	7															
Kotynia	2007	8															
Dias e Barros	2008	9															
El-Hacha e Wagner	2009	4															
Anwarul Islam	2009	3															
Gramino <i>et al.</i>	2010	1															
Rahal	2010	2															
Rahal e Rumaih	2011	3															
Dias e Barros	2011	10															
Chaallal <i>et al.</i>	2011	3															
Dias e Barros_a	2012	16															
Dias e Barros_b	2012	14															
Cisneros <i>et al.</i>	2012	32															
Wiwatrojanagul <i>et al.</i>	2012	3															
Surumi e Deepa	2012	4															
Jalali <i>et al.</i>	2012	5															
Singh <i>et al.</i>	2012	8															
Dias e Barros	2013	1															
El-Maaddaway e Chekfeh	2013	4															
El-Maaddaway	2015	12															

Tabela 4.7 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica NSM, de acordo com o tipo de FRP e sua secção transversal.

Tipo de FRP	Número de vigas	Tipo de Secção Transversal		Total
		C	R	
AFRP	0	0	0	0
CFRP	154	53	101	154
GFRP	9	7	2	9
Total	163	60	103	163

Na Tabela 4.7 é efetuada a distribuição das 163 vigas reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica NSM pelos três diferentes tipos de compósitos de FRP correntemente utilizados (AFRP, CFRP e GFRP). Na referida tabela também é efetuada uma distribuição das 163 vigas em função do tipo de secção transversal do compósito de FRP (vão ou laminado). Neste contexto, por simplificação, para cada tipo de FRP atribuem-se as seguintes designações:

- “C” para o caso de varões de FRP;
- “R” para o caso de laminados de FRP.

De acordo com os dados da Tabela 4.7 e da Figura 4.17, das 163 vigas em análise, 154 (94.5% das vigas) foram reforçadas com compósitos de CFRP, 9 (5.5% das vigas) foram reforçadas com compósitos de GFRP e nenhuma viga foi reforçada com compósitos de AFRP. Em função dos dados apresentados, na análise da base de dados apenas foram consideradas as 154 vigas reforçadas ao corte com a técnica NSM usando compósitos de CFRP.

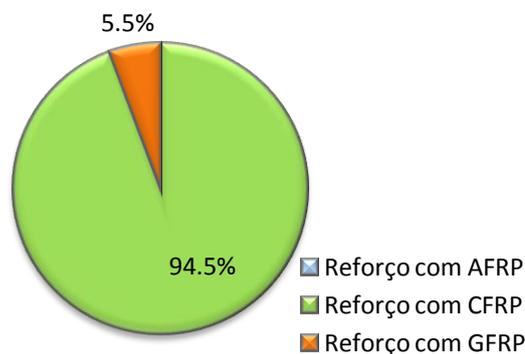


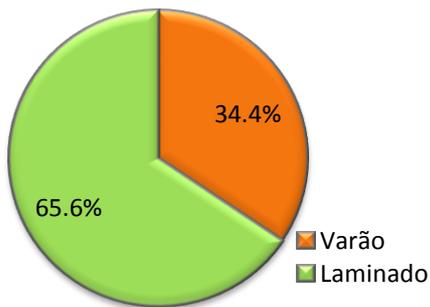
Figura 4.17 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica NSM de acordo com o tipo de FRP.

Na Tabela 4.8 é efetuada uma distribuição das 154 vigas reforçadas ao corte com compósitos de CFRP em função do tipo e orientação do reforço. Na Figura 4.18 apresenta-se a informação complementar à da Tabela 4.8. De acordo com a informação apresentada na Tabela 4.8 e na Figura 4.18 o reforço com laminados de CFRP foi utilizado em 101 vigas (65.6% dos casos) enquanto o reforço com varões de CFRP foi utilizado em 53 vigas (34.4% dos casos). A menor utilização de varões de CFRP, pode ser justificada com o facto dos varões apresentarem menor desempenho que os laminados quando aplicados segundo a técnica NSM, tal como foi referido na secção 2.4.3 do Capítulo 2 da presente dissertação.

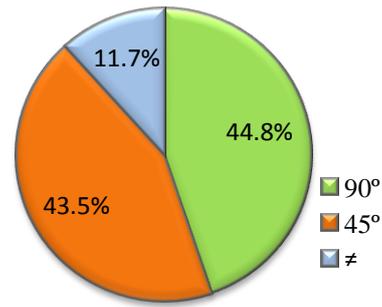
Quanto à orientação do reforço, em 69 vigas (44.8% dos casos) a orientação foi de 90°, em 67 vigas (43.5% dos casos) a orientação foi de 45° e em 18 vigas (11.7% dos casos) a orientação foi diferente de 90° e 45°. Para os casos em que o reforço foi efetuado com varões de CFRP apenas foram adotadas as orientações de 90° e 45° (Figura 4.18(c)), sendo a orientação de 90° a mais utilizada (em 60.4% dos casos). Por outro lado, para os casos em que o reforço foi efetuado com laminados de CFRP, foram testadas mais orientações para o reforço, contudo, a mais adotada foi a inclinação dos laminados a 45° (Figura 4.18(d)). Refira-se que, além da orientação a 45° e a 90°, foram testadas soluções de reforço com laminados de CFRP a 52° e a 60°.

Tabela 4.8 - Distribuição das vigas reforçadas com a técnica NSM, de acordo com o tipo de CFRP e da orientação do CFRP.

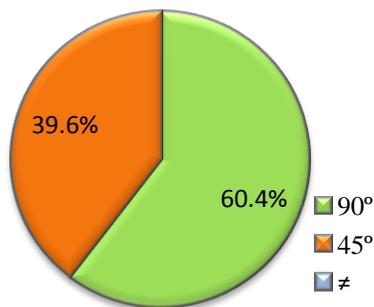
Secção transversal do reforço	Número de vigas	Inclinação		
		90°	45°	≠
C	53	32	21	0
R	101	37	46	18
Total	154	69	67	18



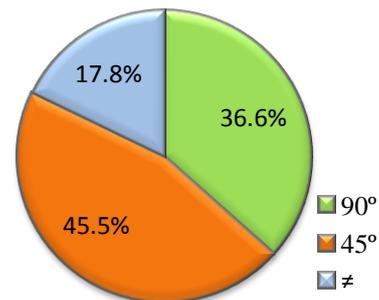
(a) Tipo de secção transversal do reforço



(b) Diferentes orientações do reforço



(c) Diferentes orientações do reforço (varão)



(d) Diferentes orientações do reforço (laminado)

Figura 4.18 - Distribuição das vigas reforçadas com compósitos de CFRP aplicados com a técnica NSM, de acordo com o tipo de secção transversal e da orientação do reforço de CFRP.

Na Tabela 4.9 é efetuada uma distribuição das 154 vigas em análise tendo em conta os seguintes parâmetros: resistência do betão (quantificada pelo valor da resistência à compressão -  $f_{cm}$ ), percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ), percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ ), percentagem de reforço de FRP ( $\rho_f$ ) e relação  $a/d$  definida pela relação entre a altura útil ( $d$ ) e o vão de corte ( $a$ ).

De acordo com os dados da Tabela 4.9 e da Figura 4.19(a), das 154 vigas em análise, 28 (18.2% das vigas) apresentavam um betão com uma resistência média ( $f_{cm}$ ) inferior a 25 MPa, 104 (67.5% das vigas) apresentavam um betão com uma resistência média ( $f_{cm}$ ) compreendida entre 25 MPa e 50 MPa, e 19 (12.3% das vigas) apresentavam um betão com uma resistência média ( $f_{cm}$ ) superior a 50 MPa. Somente em 3 vigas (1.9% dos casos) não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.

A análise dos dados da Tabela 4.9 e da Figura 4.19(b) permite verificar que das 154 vigas em análise, somente 2 (1.3% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) inferior a 1.0%, 15 (9.7% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) compreendida entre 1.0% e 2.0%, e 137 (89.0% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) superior a 2.0%.

Tabela 4.9 - Informações gerais das vigas reforçadas pela técnica NSM, na base de dados.

Parâmetro	Intervalo de valores	Número de vigas	Notas
Resistência à compressão do betão	< 25 MPa	28	Em 3 vigas não foi possível a quantificação deste parâmetro.
	25 MPa - 50 MPa	104	
	> 50 MPa	19	
Percentagem de armadura longitudinal	<1.0%	2	-
	1.0% - 2.0%	15	
	> 2.0%	137	
Percentagem de armadura transversal	<0.1%	1	Em 20 vigas não existe armadura transversal e/ou não foi possível obter informação para a quantificação deste parâmetro.
	0.1% - 0.2%	111	
	> 0.2%	22	
Percentagem de reforço	<0.1%	33	-
	0.1% - 0.2%	36	
	> 0.2%	85	
Razão $a/d$	<2.5	37	-
	2.5 - 3.5	117	
	> 3.5	0	

Analisando a Tabela 4.9 e a Figura 4.19(c) verifica-se que das 154 vigas em análise, somente 1 (0.6% das vigas) apresentava uma percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ ) inferior a 0.1%, 111 (72.1% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ ) compreendida entre 0.1% e 0.2%, e 22 (14.3% das vigas) apresentavam uma percentagem de armadura transversal ( $\rho_{sw}$ ) superior a 0.2%. Em 20 vigas (13.0% dos casos) não existia armadura transversal e/ou não foi possível obter informação relativa a este parâmetro.

De acordo com os dados da Tabela 4.9 e da Figura 4.19(d), das 154 vigas em análise, 33 (21.4% das vigas) apresentavam uma percentagem de reforço ( $\rho_f$ ) inferior a 0.1%, 36 (23.4% das vigas) apresentavam uma percentagem de reforço ( $\rho_f$ ) compreendida entre 0.1% e 0.2%, e 85 (55.2% das vigas) apresentavam uma percentagem de reforço ( $\rho_f$ ) superior a 0.2%.

A análise dos dados da Tabela 4.9 e da Figura 4.19(e) permite verificar que das 154 vigas em análise, 37 (24.0% das vigas) apresentavam uma relação  $a/d$  inferior a 2.5, e 117 (76.0% das vigas) apresentavam uma relação  $a/d$  compreendida entre 2.5 e 3.5.

Por fim, de acordo com a Figura 4.19(f), verifica-se que as 154 vigas em análise apresentavam dois tipos de secção transversal (secção retangular e secção em “T”) e que estas foram utilizadas em proporções idênticas, sendo a secção retangular utilizada em 52.6% das vigas e a secção “T” em 47.4% das vigas.

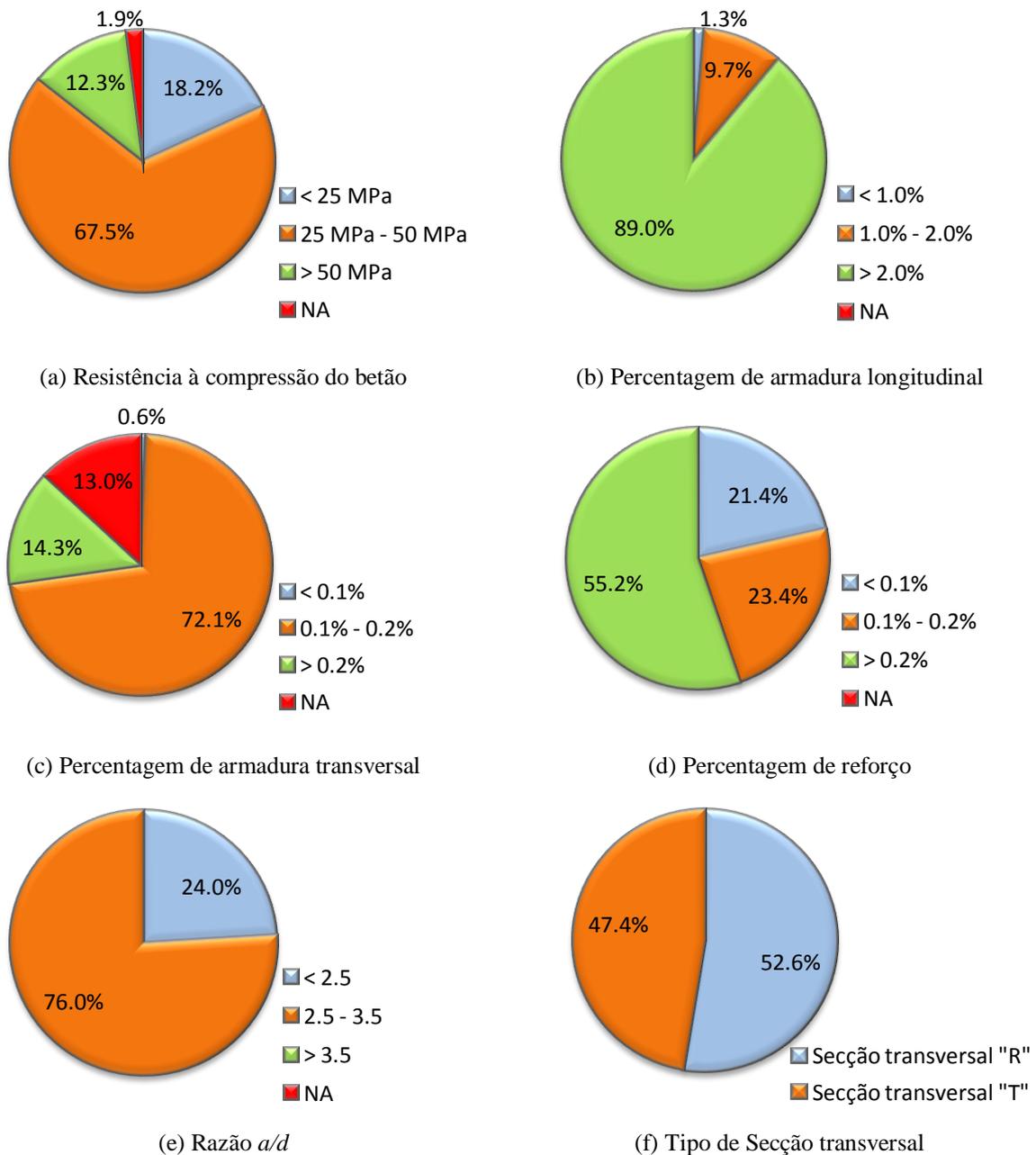


Figura 4.19 - Informações gerais das vigas da base de dados reforçadas ao corte com a técnica NSM usando compósitos de CFRP.

Conforme foi referido anteriormente, o destacamento do reforço de CFRP e a rotura do reforço de CFRP são dois modos de rotura que podem ocorrer numa viga reforçada ao corte através da técnica NSM. Na Tabela 4.10 é efetuada uma distribuição das 154 vigas em análise pelos referidos modos de rotura. Através da informação da Tabela 4.10 e da Figura 4.20 verifica-se que das 154 vigas em análise, em 26 (16.9% das vigas) a rotura ocorreu por rotura do CFRP, em 107 (69.5% das vigas) a rotura ocorreu por destacamento do CFRP e em 21 vigas (13.6% das vigas) não foi possível identificar o modo de rotura, ou este ocorreu por flexão. Para as vigas em que o reforço foi efetuado com varões de CFRP a rotura do CFRP ocorreu em 17.0% das vigas e o destacamento do CFRP em 64.2%, por outro lado, para as vigas em que o reforço foi efetuado com laminados de CFRP a rotura do CFRP ocorreu em 16.8% das vigas e o destacamento do CFRP ocorreu em 72.3% das vigas.

Tabela 4.10 - Número de vigas de acordo com o modo de rotura e em função do tipo de CFRP.

Modo de rotura	Número de vigas	Tipo de CFRP		Total
		C	R	
Rotura do CFRP	26	9	17	26
Destacamento do CFRP	107	34	73	107
NA	21	10	11	21
Total	154	53	101	154

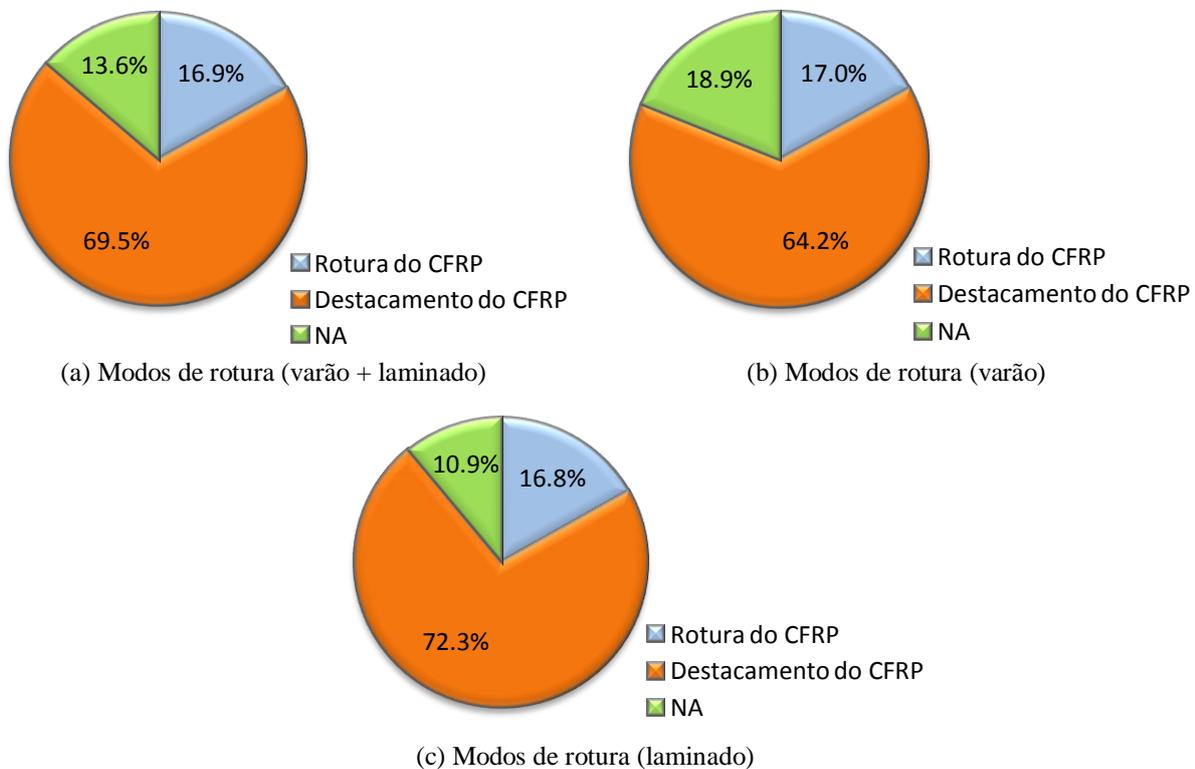


Figura 4.20 - Modo de rotura do reforço em função do tipo de CFRP.

### 4.3.2 Exemplo de introdução na DABASUM de uma viga de betão armado reforçada ao corte com compósitos de CFRP aplicados com a técnica NSM

Na presente secção são ilustrados todos os passos necessários para a introdução na DABASUM de uma viga reforçada ao corte com compósitos de CFRP aplicados com a técnica NSM. A viga introduzida foi a viga 3S-4LI-S2 do programa experimental de Barros e Dias (2013) que se encontra devidamente analisado na secção 2.4.3 do Capítulo 2 da presente dissertação. Tal como referido anteriormente, o processo de introdução é distribuído por uma série de “janelas” nas quais é possível inserir a mais variada informação referente à viga em análise. Alguma dessa informação é considerada obrigatória, por forma a ser possível obter o valor analítico de  $V_f$  para as diferentes formulações analíticas existentes na DABASUM.

## DABASUM

DATABASE FOR FRP-BASED SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. (UNIVERSITY OF MINHO)

home
chart
insert
edit
forum
search
about
admin area
dabasum | Logout

Insert

Click on links below to navigate in restrict area.

- Insert a new Experimental Program
- Insert a new Specimen

## DABASUM

DATABASE FOR FRP-BASED SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. (UNIVERSITY OF MINHO)

home
chart
insert
edit
forum
search
about
admin area
dabasum | Logout

Register a new Experimental Program:

Fill up the form below to insert a new Experimental Program

Name of Experimental Program: ?	<input style="border: 1px solid #ccc;" type="text" value="Barros&amp;Dias_2013"/> *
Reference of Publication: ?	<div style="border: 1px solid #ccc; padding: 2px; min-height: 40px;">Barros, J.A.O. and Dias, S.J.E., 2013, "Assessment of the effectiveness of the NSM shear strengthening technique for deep T cross section RC beams", In: Proceedings of International Symposium on fiber reinforced polymers for reinforced concrete structures FRPRCS11, Guimarães, Portugal. 26-28 June 2013. p. 10.</div> *
Link to Publication on Internet:	<input style="border: 1px solid #ccc;" type="text" value="http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/26259"/> *
Is this Publication the Original Source:	Yes <input checked="" type="radio"/> *
Comments about the Experimental Program:	<input style="border: 1px solid #ccc;" type="text" value=""/>

Submit

(\*) Required field  
(?) Additional help

## DABASUM

DATABASE FOR FRP-BASED SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. (UNIVERSITY OF MINHO)

home
chart
insert
edit
forum
search
about
admin area
dabasum | Logout

A new Experimental Program was inserted to **dabasumadmin!**

Click here to insert a Specimen.

Figura 4.21 - Introdução de uma viga NSM de um novo programa experimental (DABASUM, 2015).

# DABASUM

DATABASE FOR FRP-BASED SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. (UNIVERSITY OF MINHO)

home chart insert edit forum search about admin area dabasum | Logout

## Register a new Specimen:

Give a name to the Specimen, choose the Experimental Program and fill the form below to insert a new Specimen.

Experimental Program:    
 Specimen as named by author:  Submit

Geometry | Cross Section | Concrete | Flexural - Steel | Steel Stirrups | Flexural Strengthening | Shear Strengthening | Experimental Results

Fill the following fields about the longitudinal geometry of the specimen and loading conditions:

Description	Symbol	Value	Units	Valid Range	Help Image
Number of spans:	$nos$	<input type="text" value="1"/>		[1;2]	
Number of loads:		<input type="text" value="1"/>		[1;2]	
Entire length of specimen:	$L_{tot}$	<input type="text" value="4600"/>	(mm)	[500;nos*10000]	
Distance between supports:	$L$	<input type="text" value="4200"/>	(mm)	[500;10000]	
Shear span:	$a$	<input type="text" value="1400"/>	(mm)	[15;5000]	
Distance between loads:	$b$	<input type="text"/>	(mm)	[0;4000]	

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Figura 4.22 - Parâmetros que caracterizam a geometria da viga (DABASUM, 2015).

Geometry | Cross Section | Concrete | Flexural - Steel | Steel Stirrups | Flexural Strengthening | Shear Strengthening | Experimental Results

Fill the following fields about the geometry characteristics of the specimen's cross section:

Shape of cross section:

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Geometry | Cross Section | Concrete | Flexural - Steel | Steel Stirrups | Flexural Strengthening | Shear Strengthening | Experimental Results

Fill the following fields about the geometry characteristics of the specimen's cross section:

Shape of cross section:

Description	Symbol	Value	Units	Valid Range	Help Image
Width of top flange:	$b_{ts}$	<input type="text" value="450"/>	(mm)	[20;2000]	
Thickness of top flange:	$h_{ts}$	<input type="text" value="100"/>	(mm)	[20;500]	
Width of the web:	$b_w$	<input type="text" value="180"/>	(mm)	[20;2000]	
Total depth:	$h$	<input type="text" value="600"/>	(mm)	[50;2000]	
Depth of the web:	$h_w$	<input type="text" value="500"/>	(mm)	[50;2000]	
Concrete clear cover:	$c$	<input type="text" value="20"/>	(mm)	[8;150]	

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Figura 4.23 - Parâmetros que caracterizam a secção transversal da viga (DABASUM, 2015).

Geometry	Cross Section	Concrete	Flexural - Steel	Steel Stirrups	Flexural Strengthening	Shear Strengthening	Experimental Results
----------	---------------	----------	------------------	----------------	------------------------	---------------------	----------------------

Fill the following fields about the concrete data:

Description	Symbol	Value	Units	Valid Range
Mean value of concrete cylinder compressive strength:	$f_{cm}$	40.1	(MPa)	[5;100]
Specified compressive strength of concrete (ACI): ?	$f'_c$	31.8	(MPa)	[5;100]
Characteristic compressive cylinder strength of concrete: ?	$f_{ck}$	32.1	(MPa)	[5;100]
Mean value of axial tensile strength of concrete: ?	$f_{ctm}$	3	(MPa)	[0.5;10]
Mean axial tensile surface strength of concrete: ?	$f_{ctm,surf}$	3	(MPa)	[0.5;10]
Secant modulus of elasticity of concrete: ?	$E_{cm}$	33370.8	(MPa)	[15000;50000]

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Figura 4.24 - Parâmetros que caracterizam o betão da viga (DABASUM, 2015).

Geometry	Cross Section	Concrete	Flexural - Steel	Steel Stirrups	Flexural Strengthening	Shear Strengthening	Experimental Results
----------	---------------	----------	------------------	----------------	------------------------	---------------------	----------------------

Fill the following fields of the arrangement of longitudinal tensile steel bars:

Description	Symbol	Value	Units	Valid Range	Help Image
Modulus of elasticity:	$E_{s,l}$	200000	(MPa)	[150;250]x10 <sup>3</sup>	<p><math>\phi_{sL1}</math> (layer 1) <math>\phi_{sL2}</math> (layer 2) <math>d_{sL1}</math> <math>d_{sL2}</math> <math>d_s</math></p> <p><math>\phi_{sL1}</math> (layer 1: in this case <math>n_{sL1}=3</math> and <math>\phi_{sL1}=12</math> mm) <math>\phi_{sL2}</math> (layer 2: in this case <math>n_{sL2}=2</math> and <math>\phi_{sL2}=10</math> mm)</p> <p><math>\phi_{sw,v}</math> <math>c</math> <math>\phi_{sL}</math> <math>d_s</math> <math>h</math></p> <p><math>d_s = h - c - \phi_{sw,v} - \phi_{sL}/2</math> <math>\phi_{sw,v}</math> - diameter of stirrups bars <math>\phi_{sL}</math> - diameter of longitudinal bars</p>
Yield tensile stress:	$f_{sy,l}$	654.5	(MPa)	[150;2000]	
Tensile strength:	$f_{su,l}$	781.9	(MPa)	[150;2000]	
Depth of the layer 1 bars:	$d_{sL1}$		(mm)	[50;2000]	
Number of bars on the layer 1:	$n_{sL1}$	2		[0;19]	
Diameter of the bars on the layer 1:	$\phi_{sL1}$	32	(mm)	[6;50]	
Depth of the layer 2 bars:	$d_{sL2}$		(mm)	[50;2000]	
Number of bars on the layer 2:	$n_{sL2}$	2		[0;19]	
Diameter of the bars on the layer 2:	$\phi_{sL2}$	16	(mm)	[6;50]	
Depth: ?	$d_s$	558	(mm)	[50;2000]	
Cross sectional area: ?	$A_{s,l}$	2011	(mm <sup>2</sup> )	[50;20000]	
Reinforcement ratio: ?	$\rho_{s,l}$	0.02002		[1;100]x10 <sup>-3</sup>	

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Figura 4.25 - Parâmetros que caracterizam a armadura longitudinal da viga (DABASUM, 2015).

Geometry	Cross Section	Concrete	Flexural - Steel	Steel Stirrups	Flexural Strengthening	Shear Strengthening	Experimental Results
----------	---------------	----------	------------------	----------------	------------------------	---------------------	----------------------

Fill the following fields of the arrangement of steel stirrups:

Description	Symbol	Value	Units	Valid Range	Help Image
Modulus of elasticity:	$E_{s,w,v}$	200000	(MPa)	[0;250]x10 <sup>3</sup>	<p><math>\phi_{sw,v}</math> <math>F</math> <math>s_{sw,v}</math> <math>\rho_{sw,v}</math> In this case <math>n_{sw,v} = 2</math></p>
Yield tensile stress:	$f_{sy,w,v}$	556.1	(MPa)	[150;2000]	
Tensile strength:	$f_{su,w,v}$	682.6	(MPa)	[150;2000]	
Number of legs per each stirrup:	$n_{sw,v}$	2		[0;4]	
Diameter:	$\phi_{sw,v}$	6	(mm)	[0;20]	
Spacing:	$s_{sw,v}$	350	(mm)	[25;1000]	
Cross sectional area per each stirrup: ?	$A_{sw,v}$	56.55	(mm <sup>2</sup> )	[0;500]	
Shear reinforcement ratio: ?	$\rho_{sw,v}$	0.000898		[0;10]x10 <sup>-3</sup>	

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Figura 4.26 - Parâmetros que caracterizam a armadura transversal da viga (DABASUM, 2015).

Geometry | Cross Section | Concrete | Flexural - Steel | Steel Strups | Flexural Strengthening | **Shear Strengthening** | Experimental Results

Fill the following fields of the arrangement of FRP systems for the shear strengthening:

Shear strengthening technique:  \*

- choose
- EBR
- NSM

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Geometry | Cross Section | Concrete | Flexural - Steel | Steel Strups | Flexural Strengthening | **Shear Strengthening** | Experimental Results

Fill the following fields of the arrangement of FRP systems for the shear strengthening:

Shear strengthening technique:  \*

Description	Symbol	Value	Units	Valid Range	Help Image
FRP material type:		Carbon			
Partial safety factor for FRP reinforcement (fib):	$\gamma_f$	1.30			
Shear strength reduction factor (ACI):	$\Phi$	0.85			
Configuration reduction factor (ACI):	$\psi_f$	0.85			
Environmental reduction factor (ACI):	$C_E$	0.95			
FRP mechanical properties tested by the author:		Yes			
Partial safety factor for FRP reinforcement (CNR):	$\gamma_{fd}$	1.50			
FRP modulus of elasticity:	$E_{f,w}$	166000	(MPa)	$[5;400] \times 10^3$	
FRP ultimate tensile strain:	$\epsilon_{fu,w}$	0.0155		$[0.1;50] \times 10^{-3}$	
FRP design tensile strength:	$f_{f,w}$	2577.2	(MPa)	$[50;5000]$	
FRP ultimate tensile strength:	$f_{fu,w}$	2577.2	(MPa)	$[50;5000]$	
Groove depth:	$a_g$	21	(mm)	$[1;300]$	
Groove thickness:	$b_g$	5	(mm)	$[3;40]$	
FRP clear cover:	$C_f$		(mm)	$[0;150]$	
Shape of FRP cross section:		Rectangular			
Small size dimension of FRP cross section:	$t_f$	1.4	(mm)	$[1;30]$	
Large size dimension of FRP cross section:	$w_f$	20	(mm)	$[1;200]$	
Area of FRP shear reinforcement: ?	$A_{f,w}$	56	(mm <sup>2</sup> )	$[1;1000]$	
FRP shear reinforcement ratio: ?	$\rho_{f,w}$	0.001128		$[0;40] \times 10^{-3}$	
Height of bonded reinforcement (vertical projection):	$h_f$	500	(mm)	$[50;2000]$	
Distance from fibre end to beam top:	$d_{ft}$	100	(mm)	$[0;2000]$	
Distance from fibre end to beam bottom:	$d_{fb}$	0	(mm)	$[0;2000]$	
Spacing of FRP shear reinforcement along beam axis:	$s_f$	350	(mm)	$[1;1000]$	
Angle of FRP shear reinforcement system to beam axis:	$\beta$	52	(°)	$[0;90]$	
Angle defining the concrete fracture surface:	$\alpha$	28.5	(°)	$[25;45]$	
Adhesive-cohesive initial bond strength:	$\tau_0$	20.1	(MPa)	$[6;24]$	
Slip corresponding to the end of softening friction:	$\delta_f$	7.12	(mm)	$[2.3;10]$	
Partial safety factor divisor of the capacity:	$\gamma$	1.1		$[1.1;1.2]$	

(\*) Required Field  
(?) Additional Help

Figura 4.27 - Parâmetros que caracterizam o reforço ao corte com FRP's aplicados com a técnica NSM (DABASUM, 2015).

## DABASUM

DATABASE FOR FRP-BASED SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. (UNIVERSITY OF MINHO)

[home](#) [chart](#) [insert](#) [edit](#) [forum](#) [search](#) [about](#) [admin area](#)
dabasum | [Logout](#)

## Register a new Specimen:

Give a name to the Specimen, choose the Experimental Program and fill the form below to insert a new Specimen.

Experimental Program:

Specimen as named by author:  \*

Geometry	Cross Section	Concrete	Flexural - Steel	Steel Stirrups	Flexural Strengthening	Shear Strengthening	Experimental Results
Fill the following fields about the results obtained from testing the specimen:							
Description	Symbol	Value	Units	Valid Range			
Test site:		<input type="text" value="LAB"/>			*		
Load cycle:		<input type="text" value="Monotonic"/>			*		
Status regarding pre-cracking of specimen:		<input type="text" value="Yes"/>			*		
Shear force at concrete cracking initiation:	$V_{cr}$	<input type="text"/>	(kN)	[0;1000]			
Maximum shear force of unstrengthened specimen:	$V_{u1}$	<input type="text" value="220.9"/>	(kN)	[0;2000]	*		
Maximum shear force of strengthened specimen:	$V_{u2}$	<input type="text" value="370.3"/>	(kN)	[0;2000]	*		
Nominal shear strength provided by FRP shear reinforcement:	$V_{f,exp}$	<input type="text" value="149.4"/>	(kN)	[0;1000]	*		
Gain in shear strength provided by FRP ratio: ?		<input type="text" value="67.6"/>	(%)	[0;400]			
Failure mode as defined by authors:		<input type="text" value="Rupture"/>			*		
FRP global failure mode:		<input type="text" value="Shear"/>			*		
Critical shear crack angle:	$\theta_{cr,e}$	<input type="text" value="45"/>	(°)	[0;90]	*		
Commentary to failure mode:		<input type="text" value=""/>					
(*) Required Field							
(?) Additional Help							

Figura 4.28 - Parâmetros relativos aos resultados experimentais da viga (DABASUM, 2015).



# Capítulo 5

## Desempenho das formulações analíticas

### 5.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

No decorrer do presente capítulo será efetuada uma avaliação do desempenho das oito formulações analíticas existentes atualmente na DABASUM, quando aplicadas às vigas da base de dados apresentada no Capítulo 4 da presente dissertação.

De acordo com a informação apresentada nas secções 4.2.2 e 4.3.2 do Capítulo 4, mediante o preenchimento da informação obrigatória e do cumprimento dos vários limites estabelecidos, qualquer utilizador da DABASUM pode introduzir resultados experimentais de novas vigas reforçadas ao corte com compósitos de FRP usando as técnicas EBR e NSM. Após a introdução da informação, a DABASUM fornece os valores analíticos de  $V_f$  para as formulações da *fib*, do ACI, da CNR, do CIDAR e da CEN no caso de uma viga reforçada ao corte com a técnica EBR, ou os valores analíticos de  $V_f$  para as formulações analíticas de Nanni *et al.* (2004), Dias e Barros (2013) e Bianco *et al.* (2013) no caso de uma viga reforçada ao corte com a técnica NSM. A DABASUM também fornece para cada formulação analítica um gráfico com a comparação entre os valores experimentais e os valores analíticos das vigas da base de dados para as quais foi possível aplicar as referidas formulações. Na Figura 5.1 apresentam-se os gráficos fornecidos pela DABASUM para as cinco formulações referentes à utilização da técnica EBR e para as três formulações referentes à utilização da técnica NSM.

A avaliação do desempenho das formulações analíticas foi efetuada com base na quantificação do coeficiente  $\chi$  que representa a razão entre o valor experimental ( $V_{f,exp}$ ) e o valor analítico ( $V_{f,ana}$ ) da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado (expressão 5.1), sendo definidas três zonas para a classificação do referido coeficiente:

- Zona A, em que os valores de  $\chi$  são inferiores a 1.0 ( $\chi < 1.0$ ), ou seja, situações em que existe insegurança;
- Zona B, em que os valores de  $\chi$  estão compreendidos entre 1.0 e 1.5 ( $1.0 \leq \chi \leq 1.5$ );

- Zona C, em que os valores de  $\chi$  são superiores a 1.5 ( $\chi > 1.5$ ), ou seja, situações em que existe um sobredimensionamento do reforço.

$$\chi = \frac{V_{f,exp}}{V_{f,ana}} \quad (5.1)$$

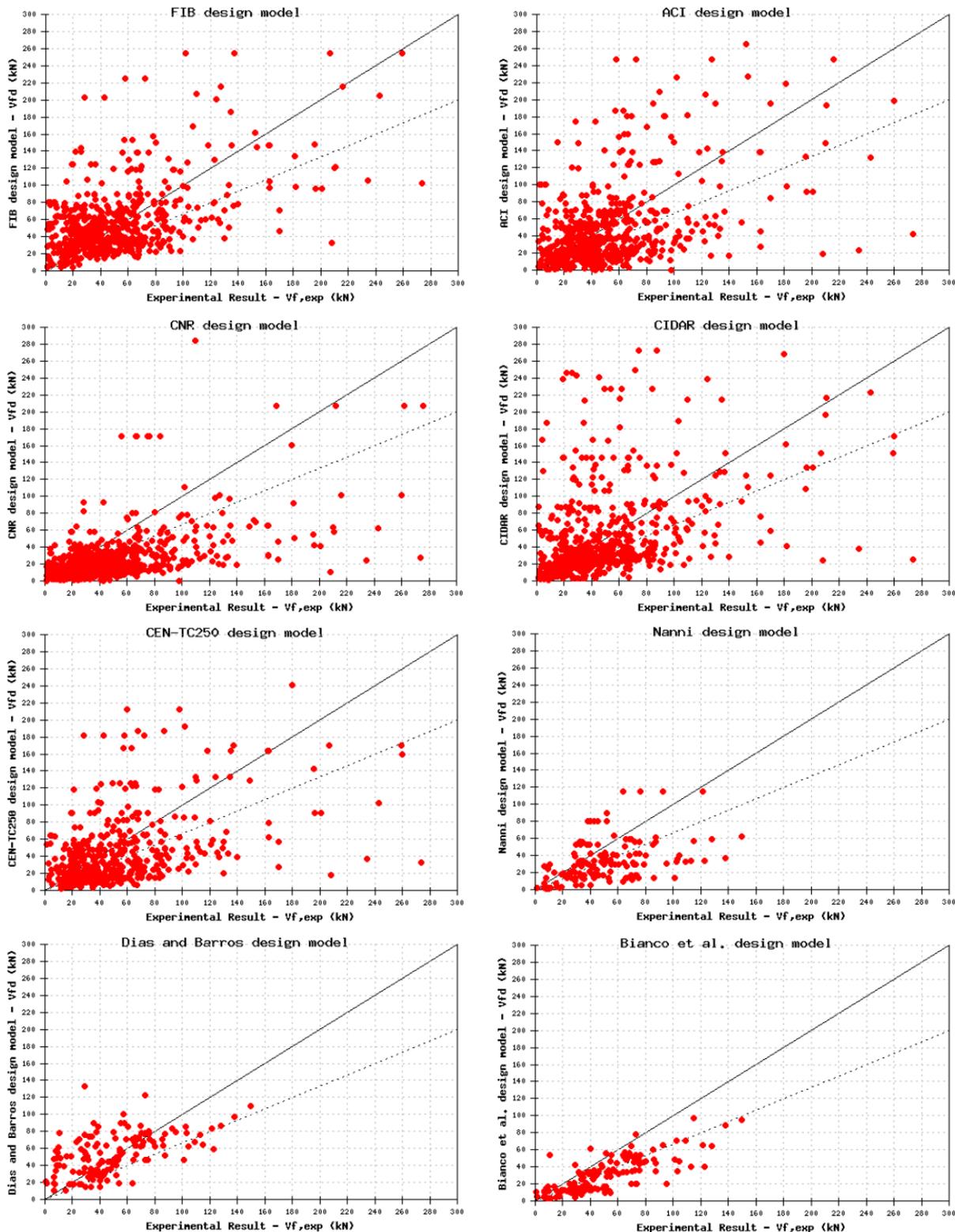


Figura 5.1 - Tipo de gráficos fornecidos pela DABASUM (DABASUM, 2015).

Na Figura 5.2 encontra-se representado um gráfico com a identificação das três zonas de classificação do coeficiente  $\chi$  (Zonas A, B e C), no qual o eixo das abcissas representa os valores experimentais de  $V_f$  ( $V_{f,exp}$ ) e o eixo das ordenadas os valores analíticos de  $V_f$  ( $V_{f,ana}$ ).

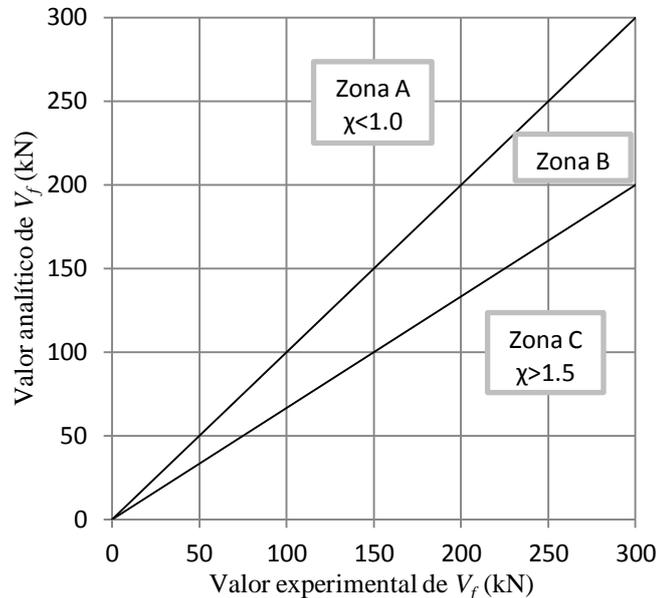


Figura 5.2 - Identificação das diferentes zonas de avaliação das formulações analíticas.

Na análise efetuada ao longo do presente capítulo foram apenas consideradas as vigas reforçadas ao corte com compósitos de CFRP (83.0% do total de vigas no caso da técnica EBR e 94.5% do total de vigas no caso da técnica NSM). Não foram consideradas as vigas em que a rotura ocorreu por flexão nem as vigas com reforço ao corte bidirecional. Além disso, também não foram consideradas as vigas com coeficiente  $\chi$  inferior a 0.2 e as vigas com coeficiente  $\chi$  superior a 5, uma vez que se tratava de um reduzido conjunto de vigas, que apresentavam uma elevada discrepância entre os valores experimentais e os valores analíticos de  $V_f$ , e que perturbavam o desempenho global das formulações analíticas.

## 5.2 DESEMPENHO DAS FORMULAÇÕES RELACIONADAS COM O REFORÇO AO CORTE APLICADO COM A TÉCNICA DA COLAGEM EXTERNA (EBR)

### 5.2.1 Formulação *fib* (2001)

Na Tabela 5.1 é efetuada a distribuição das vigas, em que foi possível aplicar a formulação *fib* (2001), pelas três zonas anteriormente referidas. Tendo em consideração os dados da Tabela 5.1 verifica-se que foi possível aplicar a formulação da *fib* em 501 vigas reforçadas ao corte com o CFRP aplicado com a técnica EBR. Em mais de metade das vigas (56.1%) o coeficiente  $\chi$  ficou do lado da insegurança (Zona A), cerca de um quarto das vigas (25.9%)

apresentaram um sobredimensionamento do reforço (Zona C) e apenas 18.0% das vigas ficaram inseridas no intervalo correspondente à Zona B.

Tabela 5.1 - Avaliação do desempenho da formulação *fib* (2001).

Zona	$\chi$	Número de vigas	Porcentagem (%)
A	<1	281	56.1
B	1-1.5	90	18.0
C	>1.5	130	25.9
<b>Total</b>	-	501	100.0

Na Figura 5.3 encontra-se representada a distribuição das vigas pelas diferentes zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ . Na referida figura também se encontra representada a linha de tendência (linha a traço ponto) que apresenta um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0.41 ( $R^2$  é uma medida de ajustamento de um modelo estatístico linear em relação aos valores observados, varia entre 0 e 1 e quanto maior for melhor o modelo se ajusta à amostra). Através da análise da linha de tendência verifica-se que até valores experimentais na ordem dos 110 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado da insegurança (Zona A) e para valores experimentais superiores a 110 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente dentro do intervalo da Zona B.

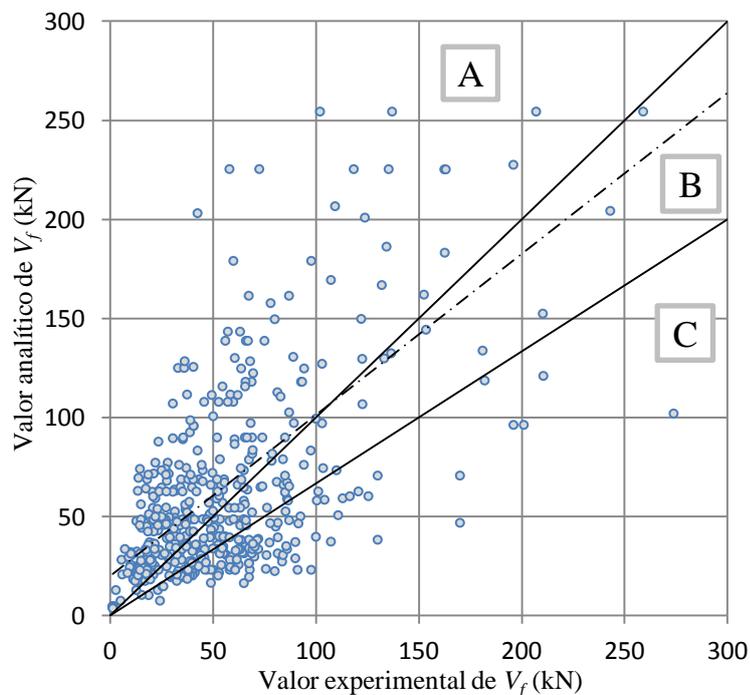


Figura 5.3 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação *fib* (2001).

### 5.2.2 Formulação ACI (2008)

Na Tabela 5.2 apresenta-se a distribuição das vigas, em que foi aplicada a formulação ACI (2008), pelas três zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ . A análise da informação da Tabela 5.2 permite verificar que foi possível aplicar a formulação ACI em 486 vigas reforçadas ao corte com o CFRP aplicado com a técnica EBR. Em 43.6% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado da insegurança (Zona A), em 37.2% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado excessivo da segurança (Zona C) e apenas 19.1% das vigas ficaram compreendidas na Zona B.

Tabela 5.2 - Avaliação do desempenho da formulação ACI (2008).

Zona	$\chi$	Número de vigas	Porcentagem (%)
<b>A</b>	<1	212	43.6
<b>B</b>	1-1.5	93	19.1
<b>C</b>	>1.5	181	37.2
<b>Total</b>	-	486	100.0

Na Figura 5.4 apresenta-se a distribuição das vigas pelas diferentes zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ , e a linha de tendência (linha a traço ponto) que apresenta um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0.53. Analisando o comportamento da linha de tendência fica perceptível que até valores experimentais na ordem dos 50 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado da insegurança (Zona A) e para valores experimentais superiores a 50 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente no intervalo correspondente à Zona B.

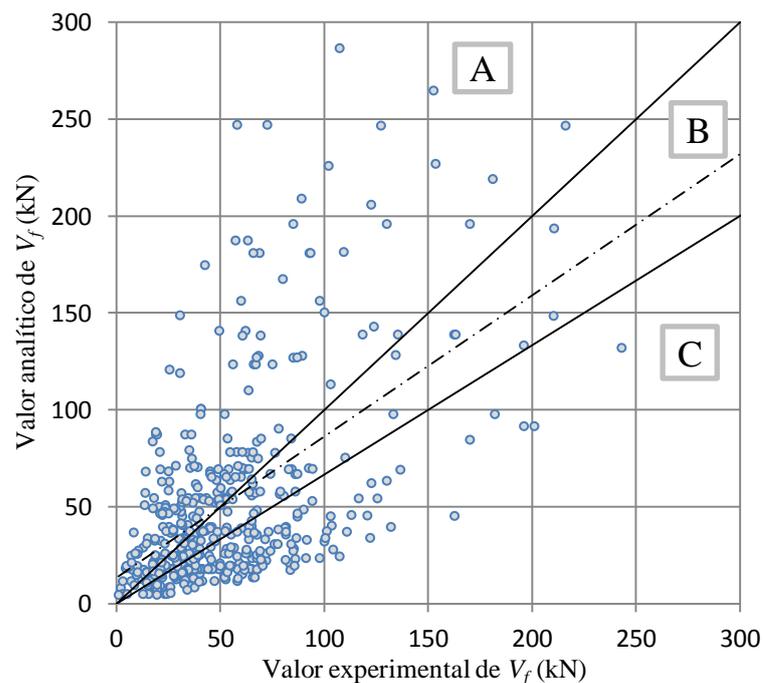


Figura 5.4 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação ACI (2008).

### 5.2.3 Formulação CNR (2004)

Na Tabela 5.3 é efetuada a distribuição das vigas, em que foi aplicada a formulação CNR (2004), pelas zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ . Da análise da Tabela 5.3 verifica-se que foi possível aplicar a formulação CNR em 474 vigas reforçadas ao corte com o CFRP aplicado com a técnica EBR. Em 23.6% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado da insegurança (Zona A), em 59.3% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado excessivo da segurança (Zona C) e apenas 17.1% das vigas ficaram compreendidas na Zona B.

Tabela 5.3 - Avaliação do desempenho da formulação CNR (2004).

Zona	$\chi$	Número de vigas	Percentagem (%)
<b>A</b>	<1	112	23.6
<b>B</b>	1-1.5	81	17.1
<b>C</b>	>1.5	281	59.3
<b>Total</b>	-	474	100.0

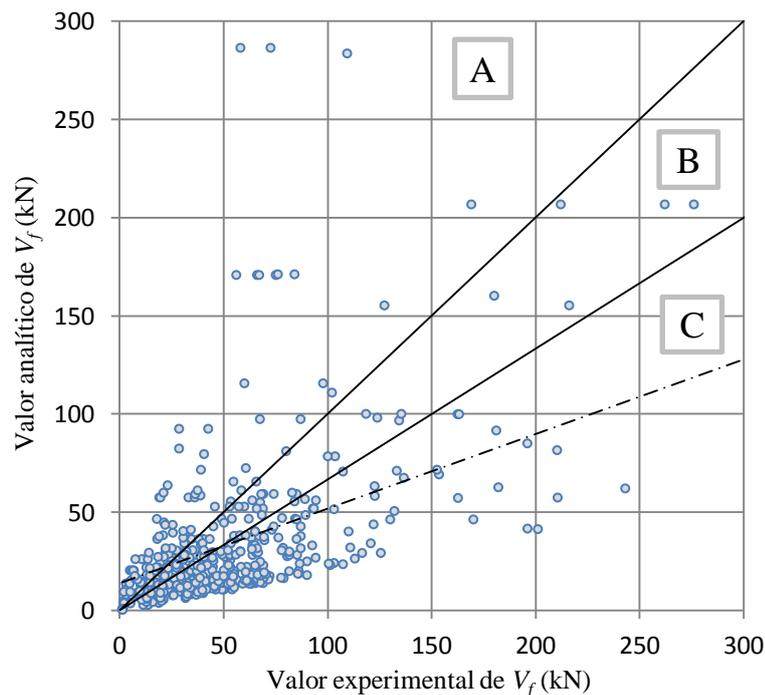


Figura 5.5 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação CNR (2004).

A Figura 5.5 contém ilustrada a distribuição das vigas pelas diferentes zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ , e a linha de tendência (linha a traço ponto) que apresenta um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0.36. Através da análise da linha de tendência verifica-se que até valores experimentais na ordem dos 20 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado da insegurança (Zona A), para valores experimentais compreendidos entre 20 kN e 50 kN o

coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente dentro do intervalo da Zona B e para valores experimentais superiores a 50 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado excessivo da segurança (Zona C).

#### 5.2.4 Formulação CIDAR (2006)

Na Tabela 5.4 apresenta-se a distribuição das vigas em que foi possível aplicar a formulação CIDAR (2006), pelas diferentes zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ . Através da análise da Tabela 5.4 verifica-se que foi possível aplicar a formulação CIDAR em 481 vigas reforçadas ao corte com o CFRP aplicado com a técnica EBR. Em 38.3% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado da insegurança (Zona A), 35.1% das vigas apresentaram um sobredimensionamento do reforço (Zona C) e 26.6% das vigas ficaram compreendidas na Zona B.

Tabela 5.4 - Avaliação do desempenho da formulação CIDAR (2006).

Zona	$\chi$	Número de vigas	Percentagem (%)
<b>A</b>	<1	184	38.3
<b>B</b>	1-1.5	128	26.6
<b>C</b>	>1.5	169	35.1
<b>Total</b>	-	481	100.0

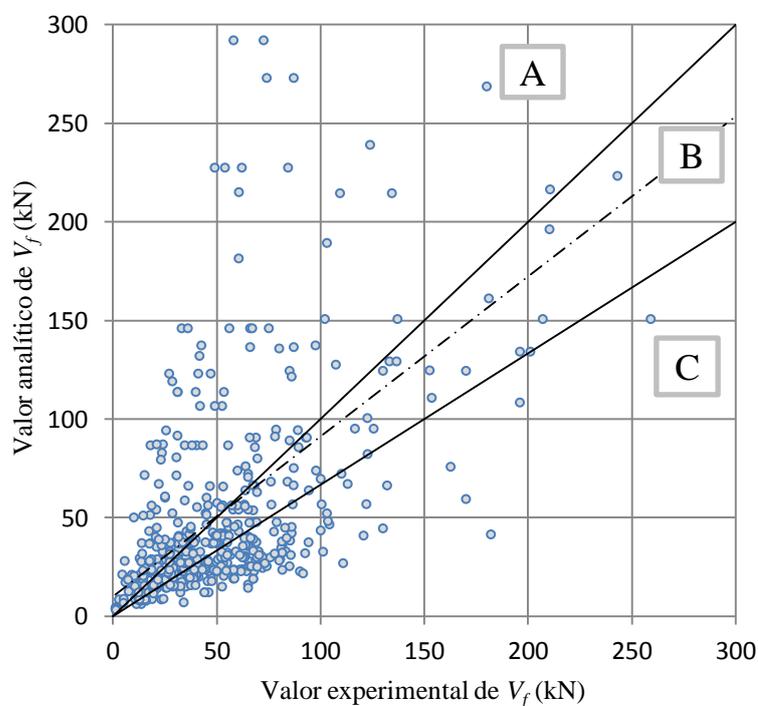


Figura 5.6 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação CIDAR (2006).

Na Figura 5.6 encontra-se representada a distribuição das vigas pelas diferentes zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ . Na referida figura também se encontra representada a linha de tendência (linha a traço ponto) que apresenta um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0.54. A análise da linha de tendência permite verificar que até valores experimentais na ordem dos 55 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado da insegurança (Zona A) e para valores experimentais superiores a 55 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente dentro do intervalo da Zona B.

### 5.2.5 Formulação CEN (2015)

Na Tabela 5.5 é efetuada a distribuição das vigas em que foi aplicada a formulação CEN (2015), pelas diferentes zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ . Da análise da Tabela 5.5 verifica-se que foi possível aplicar a formulação CEN em 331 vigas reforçadas ao corte com o CFRP aplicado com a técnica EBR (a diminuição do número de vigas em comparação com o número médio de vigas nas quatro formulações anteriormente analisadas está relacionada com o facto desta formulação não ter aplicação em vigas com configuração de reforço em forma de “S”). Em 29.6% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado da insegurança (Zona A), em 51.7% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado excessivo da segurança (Zona C) e apenas 18.7% das vigas ficaram compreendidas na Zona B.

Tabela 5.5 - Avaliação do desempenho da formulação CEN (2015).

Zona	$\chi$	Número de vigas	Percentagem (%)
<b>A</b>	<1	98	29.6
<b>B</b>	1-1.5	62	18.7
<b>C</b>	>1.5	171	51.7
<b>Total</b>	-	331	100.0

A Figura 5.7 contém ilustrada a distribuição das vigas pelas diferentes zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ , e a linha de tendência (linha a traço ponto) que apresenta um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0.45. Analisando o comportamento da linha de tendência verifica-se que até valores experimentais na ordem dos 35 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado da insegurança (Zona A), para valores experimentais compreendidos entre 35 kN e 180 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente dentro do intervalo da Zona B e para valores experimentais superiores a 180 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado excessivo da segurança (Zona C).

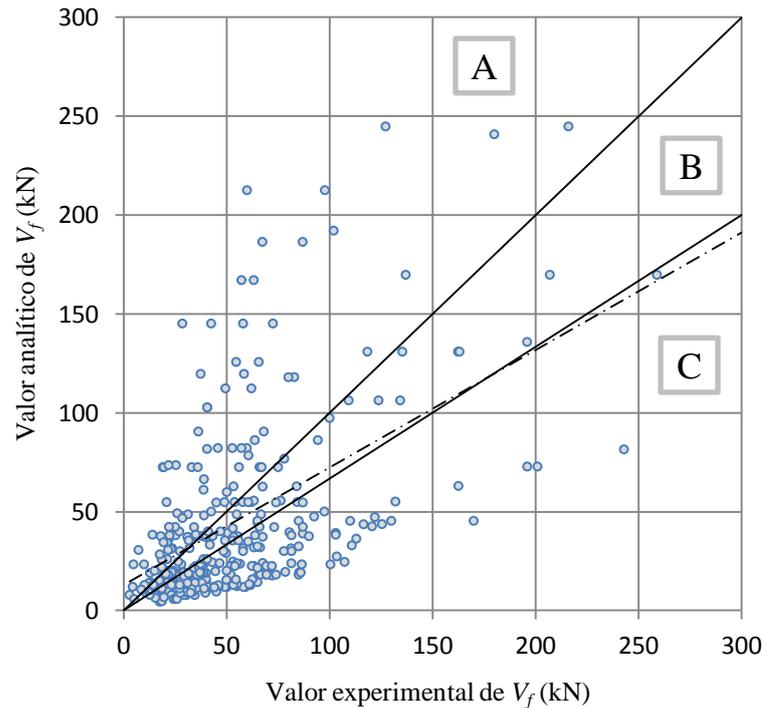


Figura 5.7 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação CEN (2015).

### 5.2.6 Comparação entre o desempenho das formulações relacionadas com a técnica EBR

Nas secções anteriores foi efetuada uma avaliação individual do desempenho das formulações analíticas relacionadas com a técnica EBR. Na presente secção será efetuada uma comparação entre o desempenho das várias formulações analíticas. Assim sendo, na Tabela 5.6 encontra-se representada uma análise estatística referente ao coeficiente  $\chi$ . Os principais parâmetros analisados com a presente análise estatística foram o valor mínimo (MIN) e o máximo (MAX), o valor médio (MED) que representa um indicador global de segurança, e o desvio padrão (DVP) e o coeficiente de variação (COV) que representam medidas de dispersão do grau de concentração das amostras em torno da média. Também foram considerados outros parâmetros como a mediana (MDN), o primeiro quartil (1ºQ) que corta os menores 25% dos dados, e o terceiro quartil (3ºQ) que corta os maiores 25% dos dados.

Tabela 5.6 - Análise estatística do parâmetro  $\chi$  para as formulações analíticas relativas à técnica EBR.

$\chi$	MIN	1ºQ	MDN	MED	3ºQ	MAX	DVP	COV
<i>fib</i>	0.20	0.54	0.87	1.12	1.53	4.90	0.76	0.68
ACI	0.20	0.69	1.16	1.50	2.10	4.93	1.07	0.71
CNR	0.20	1.05	1.76	2.04	2.87	4.95	1.25	0.61
CIDAR	0.20	0.73	1.22	1.37	1.81	4.83	0.84	0.62
CEN	0.20	0.70	1.56	1.86	2.68	4.92	1.21	0.65

Os resultados obtidos com a análise estatística da Tabela 5.6 mostram que para todas formulações analíticas o valor mínimo do coeficiente  $\chi$  é igual ao valor do limite inferior estabelecido ( $\chi=0.2$ ) e por outro lado o valor máximo do coeficiente  $\chi$  encontra-se relativamente próximo do limite superior estabelecido ( $\chi=5$ ). Este aspeto ajuda a comprovar que existe uma grande dispersão entre os valores observados, sendo a formulação CNR a que apresenta menor dispersão (COV=0.61) e a formulação ACI a que apresenta maior dispersão (COV=0.71). Analisando o coeficiente  $\chi$  em termos do seu valor médio (Figura 5.8), verifica-se que todas formulações analíticas conduziram a valores superiores à unidade, sendo que as formulações da *fib*, ACI e CIDAR conduziram a valores dentro da Zona B ( $1 \leq \chi \leq 1.5$ ) e a formulação da CNR conduziu ao maior valor (2.04). No caso da formulação da CEN, o valor médio de  $\chi$  foi de 1.86.

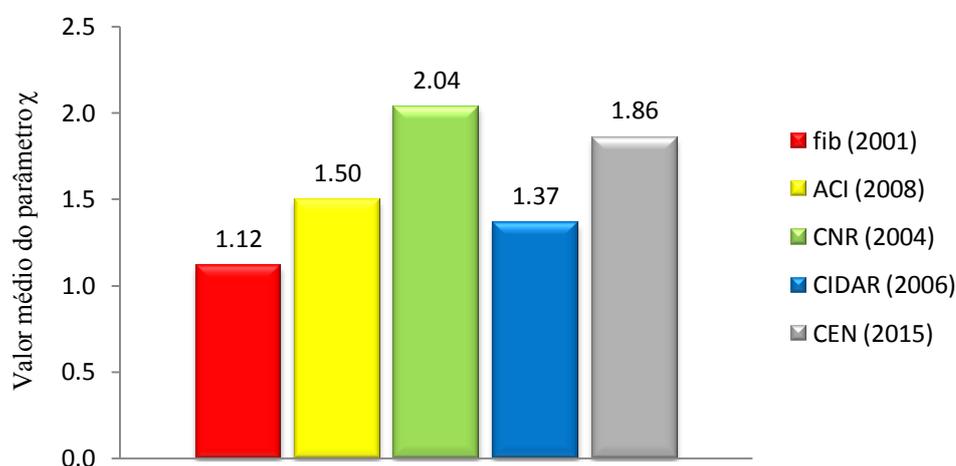


Figura 5.8 - Valor médio do coeficiente  $\chi$  para as formulações relacionadas com a técnica EBR.

Através da análise estatística efetuada é possível ter uma perceção sobre o desempenho das várias formulações analíticas. Contudo, este tipo de análise não pode ser considerada como suficientemente esclarecedora, pois do ponto de vista da segurança estrutural é muito mais gravoso o coeficiente  $\chi$  encontrar-se do lado da insegurança do que do lado excessivo da segurança. Para o presente caso de estudo, a análise estatística induziu a ideia de que a formulação da *fib* era uma das mais adequadas e a formulação da CNR uma das menos adequadas. No entanto, analisando os dados da Figura 5.9 verifica-se que a formulação da *fib* conduziu à maior percentagem de casos do lado da insegurança (56.1%) e a formulação da CNR conduziu à menor percentagem de casos do lado da insegurança (23.6%).

Em função das considerações anteriormente efetuadas, na Tabela 5.7 é efetuada uma avaliação do desempenho das formulações analíticas baseada num sistema de classificação por penalizações tendo em conta a segurança estrutural. Neste sistema de classificação, a cada

valor de  $\chi$  é atribuído um valor de penalização (PEN) de acordo com o critério de classificação apresentado na Tabela 5.7. Os resultados obtidos com esta análise permitem verificar que a formulação da *fib* é a que apresenta maior número de pontos de penalização por viga (5.7) e a formulação da CNR a que apresenta o menor número de pontos de penalização por viga (3.2). Para o caso das formulações do ACI, CIDAR e CEN, o número de pontos de penalização por viga foi de 4.6, 4.1 e 3.7.

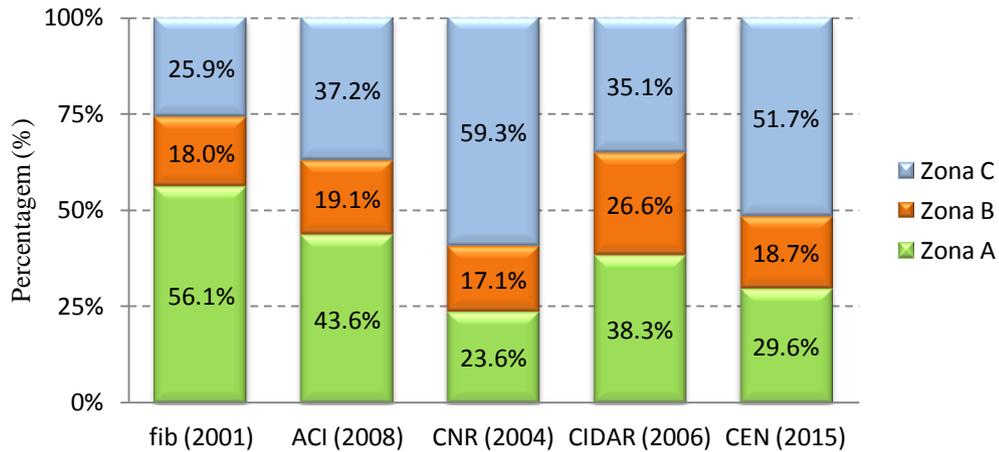


Figura 5.9 - Comparação entre o desempenho das formulações analíticas relativas à técnica EBR.

Tabela 5.7 - Avaliação do desempenho com base na segurança estrutural (critérios de penalização).

$\chi$	Classificação	PEN	<i>fib</i>	ACI	CNR	CIDAR	CEN
<0.85	Extr. Perigoso	10	242	164	89	150	83
[0.85-1.0[	Perigoso	5	39	48	23	34	15
[1.0-1.15[	Segurança Reduzida	1	34	27	27	36	27
[1.15-1.5[	Seguro	0	56	66	54	92	35
[1.5-2.0[	Conservativo	1	71	49	80	72	45
>2.0	Extr. Conservativo	2	59	132	201	97	126
		$\Sigma$ PEN	2838	2220	1514	1972	1229
		PEN/Viga	5.7	4.6	3.2	4.1	3.7

### 5.2.7 Análise paramétrica relativa à influência de alguns parâmetros no desempenho das formulações analíticas relacionadas com a técnica EBR

Os resultados obtidos nas secções anteriores permitiram verificar que as formulações analíticas analisadas não quantificam com rigor suficiente a contribuição do CFRP no reforço ao corte de vigas de betão armado com a técnica EBR. Na presente secção será efetuada uma análise do desempenho das formulações analíticas em função de alguns parâmetros que podem influenciar o seu desempenho, nomeadamente, o tipo de secção transversal da viga, a

configuração do reforço, a resistência do betão, a percentagem do reforço, a percentagem de armadura longitudinal, a percentagem de armadura transversal e a contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal ( $V_f$ ).

O tipo de secção transversal da viga é um fator que pode influenciar o desempenho das formulações analíticas referentes à técnica EBR. De acordo com a informação da Figura 5.10 verifica-se que a formulação do ACI apresenta melhor desempenho em vigas com secção transversal em forma de “T”. Por outro lado, as restantes formulações apresentam melhor desempenho em vigas com secção transversal retangular.

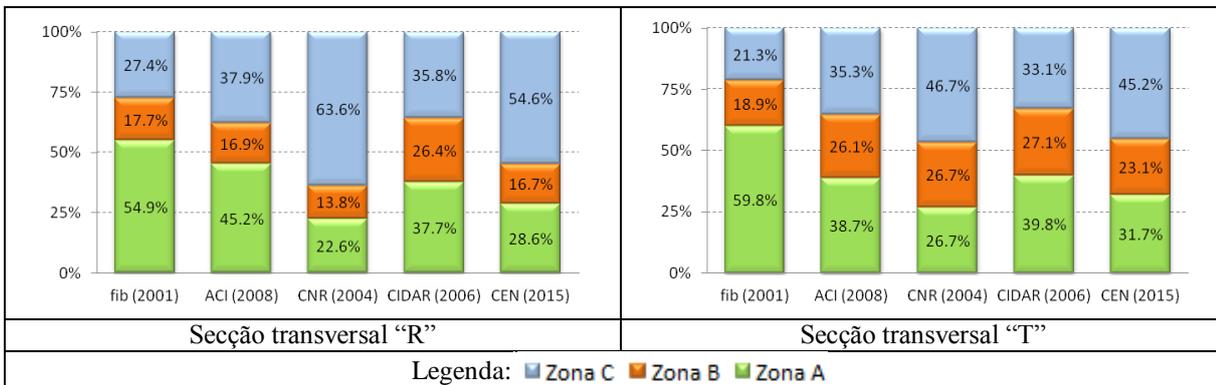


Figura 5.10 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função do tipo de secção transversal.

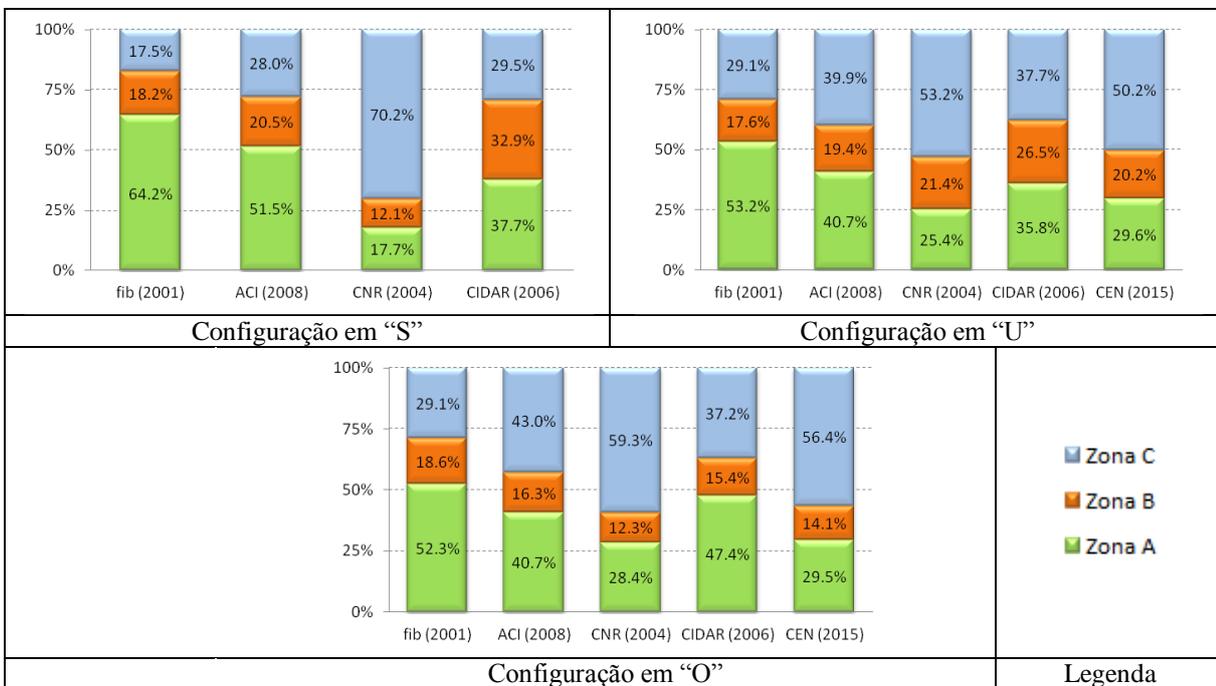


Figura 5.11 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da configuração do sistema de reforço.

A configuração do reforço é um fator explicitamente considerado em todas as formulações analíticas, contudo, trata-se de um fator que pode influenciar o desempenho das mesmas.

Através da informação da Figura 5.11 verifica-se que a formulação do CIDAR apresenta pior desempenho para a configuração em “O”, as formulações da *fib* e do ACI apresentam pior desempenho para a configuração em “S”, enquanto a formulação da CNR apresenta melhor desempenho para a configuração em “S”. Na formulação CEN o desempenho é relativamente constante, no entanto, a configuração em “O” em relação à configuração em “U” apresenta uma menor percentagem de casos na Zona B e uma maior percentagem de casos do lado excessivo da segurança.

A resistência do betão, apesar de ser um fator explicitamente considerado em todas formulações analíticas em análise, tem influência no desempenho das mesmas. A análise dos dados da Figura 5.12 permite verificar que as formulações da *fib*, da CNR e da CEN apresentam menor desempenho quando aplicadas a vigas com resistência do betão inferior a 25MPa, enquanto as formulações do ACI e do CIDAR apresentam menor desempenho quando aplicadas a vigas com resistência do betão superior a 50MPa.

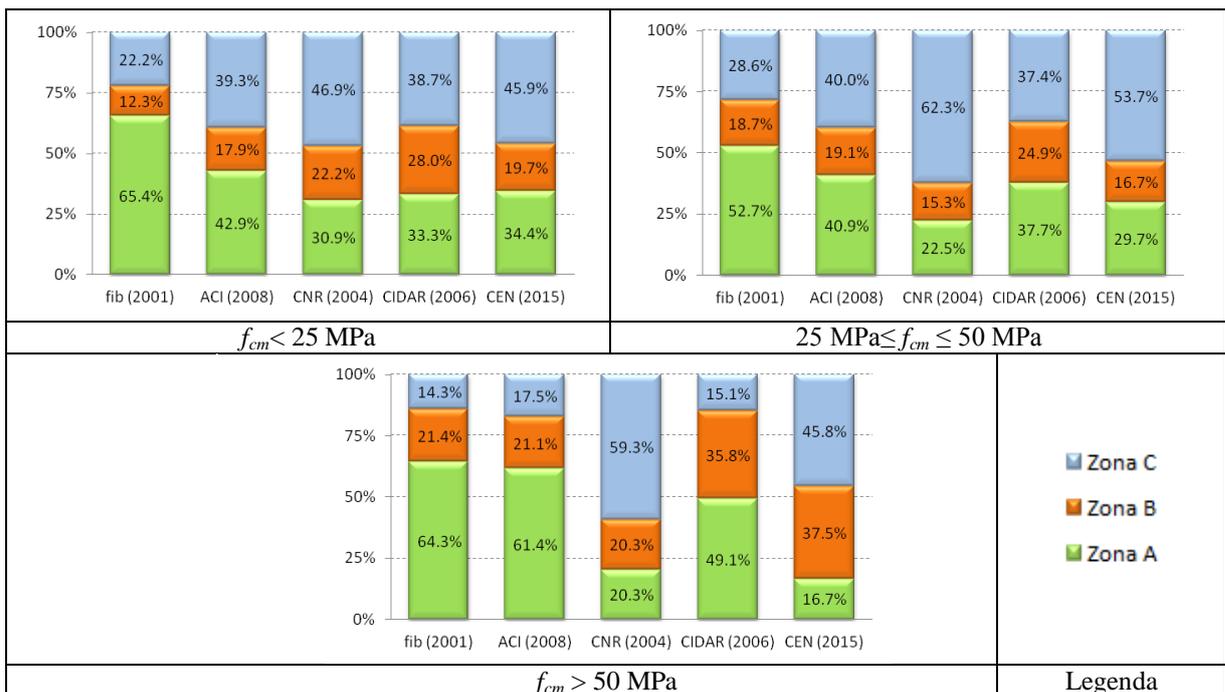


Figura 5.12 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da resistência do betão.

A percentagem de reforço de CFRP ao corte é outro fator que pode influenciar o desempenho das formulações analíticas referentes à técnica EBR. Através da informação da Figura 5.13 verifica-se que a formulação da CEN apresenta menor desempenho quando a percentagem de reforço se situa entre 0.1% e 0.2% e as restantes formulações analisadas apresentam uma tendência para a diminuição do desempenho com o aumento da percentagem de reforço.

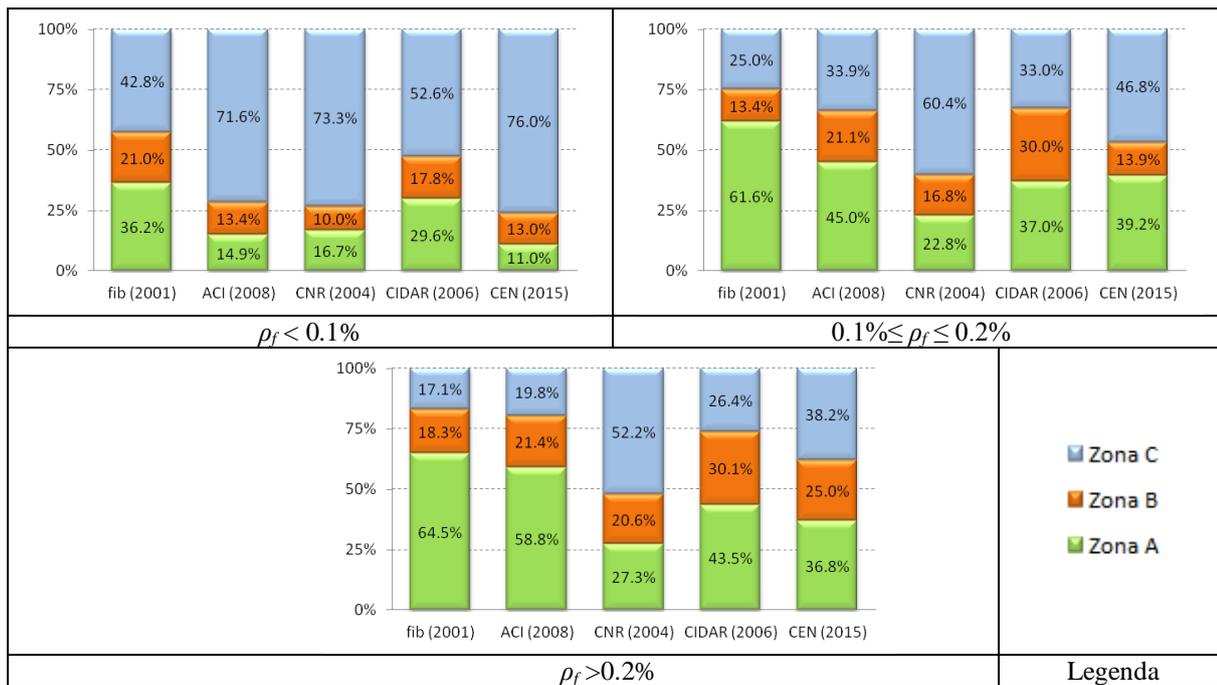


Figura 5.13 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da percentagem de reforço com CFRP.

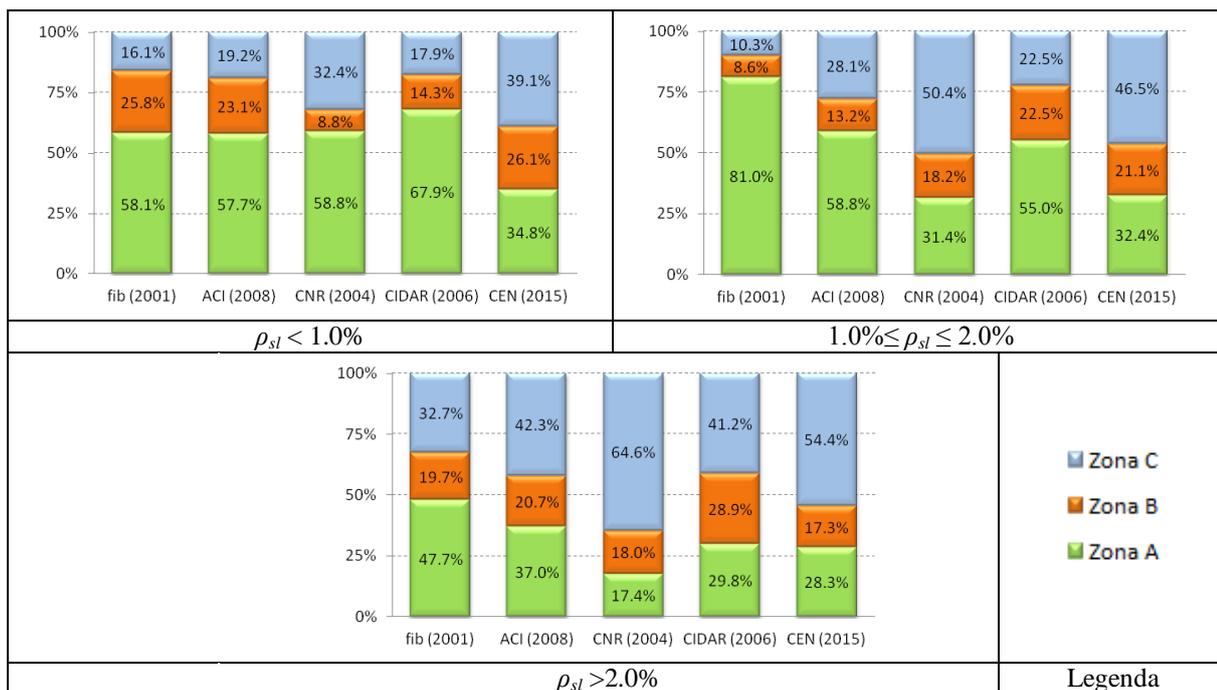


Figura 5.14 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da percentagem de armadura longitudinal.

A percentagem de armadura longitudinal apesar de não ser considerada diretamente em nenhuma das formulações analíticas referentes à técnica EBR é um fator que condiciona o desempenho das mesmas. A análise da informação da Figura 5.14 permite verificar que para as formulações da CNR, do CIDAR e da CEN quanto maior a percentagem de armadura longitudinal, melhor é o seu desempenho. Por outro lado, as formulações da *fib* e do ACI

apresentam pior desempenho quando a percentagem de armadura longitudinal se situa entre 1.0% e 2.0%.

A percentagem de armadura transversal apesar de também não ser considerada diretamente em nenhuma das formulações analíticas referentes à técnica EBR é um fator que condiciona o desempenho das mesmas. Através da informação da Figura 5.15 verifica-se que de uma forma geral, todas formulações analíticas analisadas apresentam melhor desempenho em vigas com baixa percentagem de armadura transversal. Segundo Lima e Barros (2008), o menor desempenho observado nas vigas dotadas de armadura transversal pode ser justificado pelo facto da maioria dos ensaios que serviram de base à calibração das formulações analíticas terem sido realizados em vigas sem estribos ou com armadura transversal inferior à mínima.

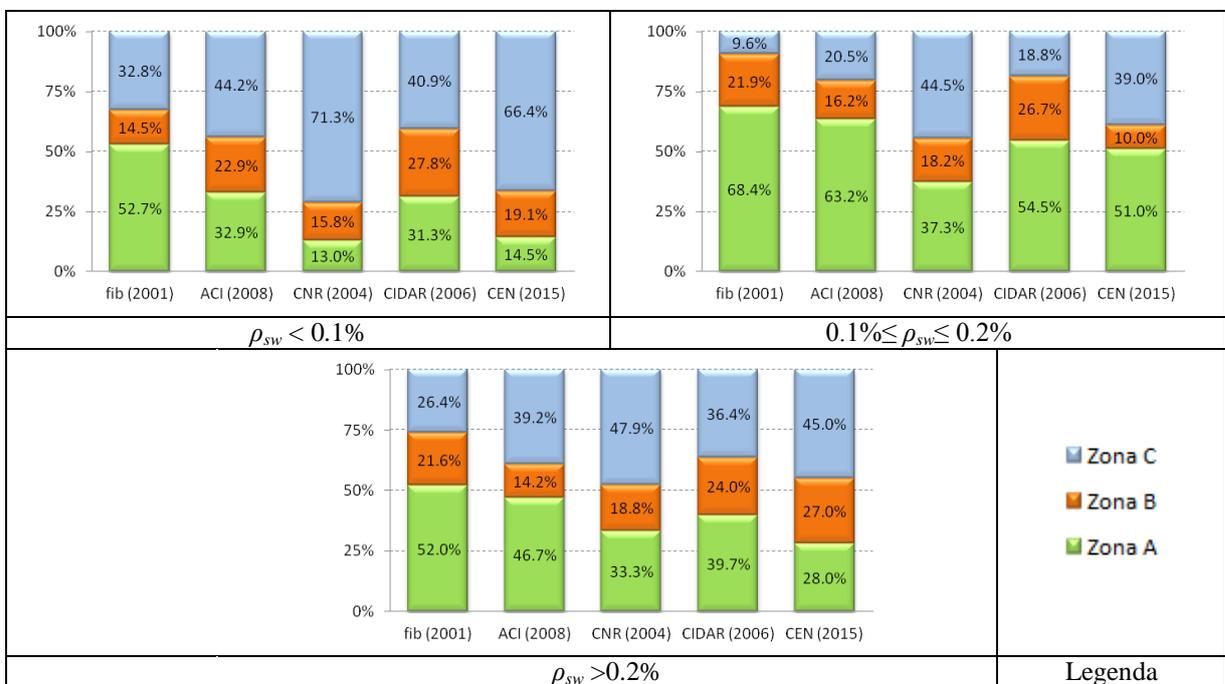


Figura 5.15 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da percentagem de armadura transversal.

O valor experimental da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado ( $V_{f,exp}$ ) é um fator que também pode interferir com o desempenho das formulações analíticas. De acordo com a informação da Figura 5.16 verifica-se que de uma forma geral, todas as formulações analisadas apresentam uma tendência para o aumento do desempenho com o aumento do valor de  $V_{f,exp}$ .

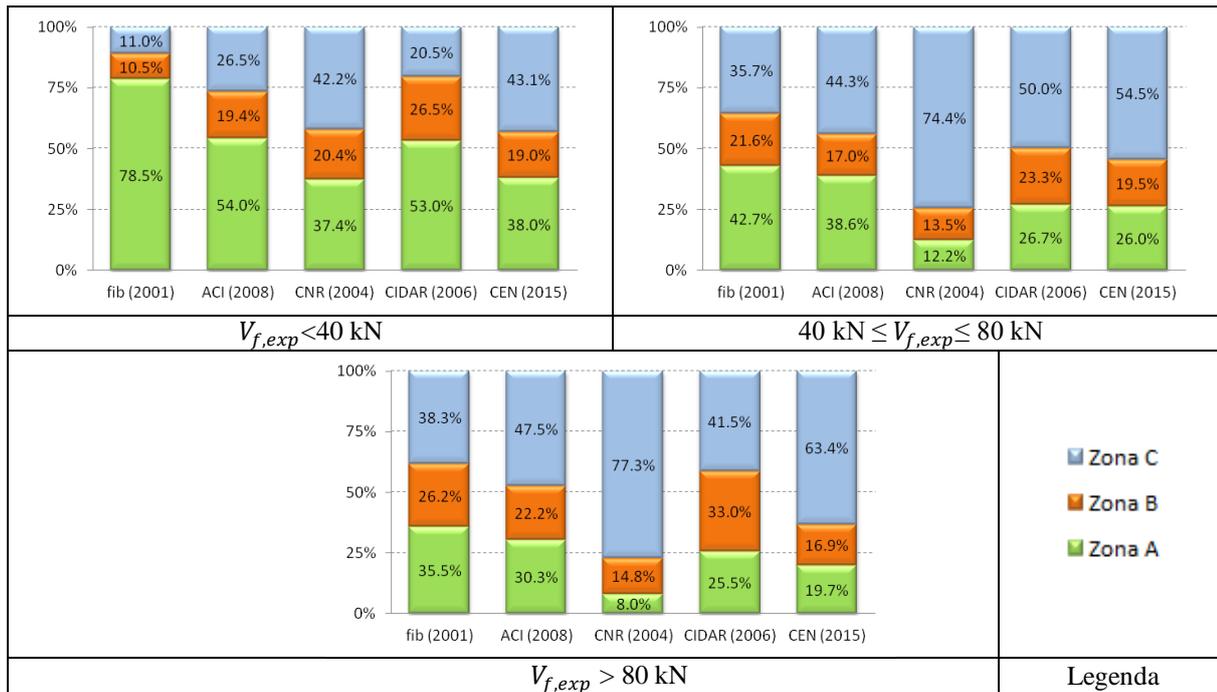


Figura 5.16 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da contribuição do reforço de CFRP.

### 5.3 DESEMPENHO DAS FORMULAÇÕES RELACIONADAS COM O REFORÇO AO CORTE APLICADO COM A TÉCNICA DA INSERÇÃO (NSM)

#### 5.3.1 Formulação Nanni *et al.* (2004)

Na Tabela 5.8 apresenta-se a distribuição das vigas, em que foi aplicada a formulação Nanni *et al.* (2004), pelas três zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ . A análise da informação da Tabela 5.8 permite verificar que foi possível aplicar a formulação Nanni *et al.* (2004) em 123 vigas reforçadas com CFRP aplicado com a técnica NSM. Em 52.8% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado excessivo da segurança (Zona C), em 23.6% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado da insegurança (Zona A), e em 23.6% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou compreendido na Zona B.

Tabela 5.8 - Avaliação do desempenho da formulação Nanni *et al.* (2004).

Zona	$\chi$	Número de vigas	Percentagem (%)
A	<1	29	23.6
B	1-1.5	29	23.6
C	>1.5	65	52.8
<b>Total</b>	-	123	100.0

Na Figura 5.17 apresenta-se a distribuição das vigas pelas diferentes zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ , e a linha de tendência (linha a traço ponto) que apresenta um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0.19. Através da análise da linha de tendência verifica-se que até valores experimentais na ordem dos 30 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado da insegurança (Zona A), para valores experimentais compreendidos entre 30 kN e 55 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente dentro do intervalo da Zona B e para valores experimentais superiores a 55 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado excessivo da segurança (Zona C).

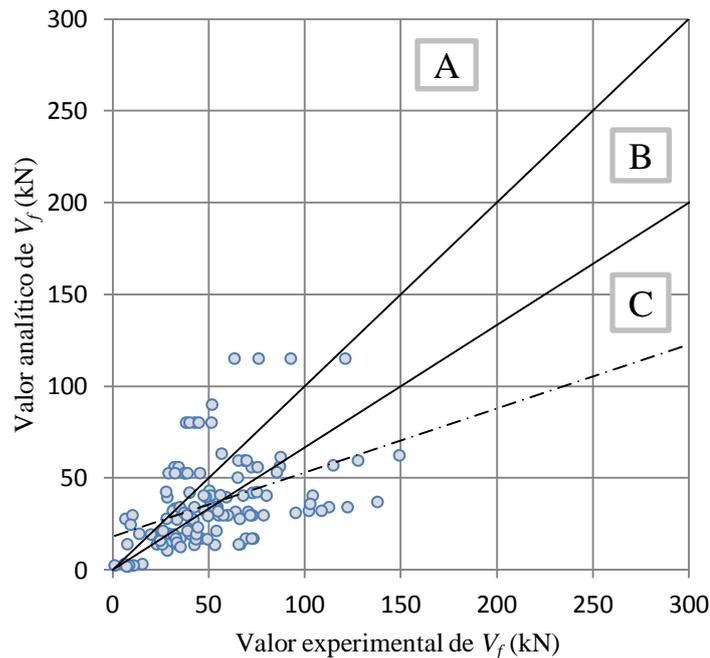


Figura 5.17 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação Nanni *et al.* (2004).

### 5.3.2 Formulação Dias e Barros (2013)

Na Tabela 5.9 é efetuada a distribuição das vigas, em que foi possível aplicar a formulação Dias e Barros (2013), pelas três zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ . Tendo em consideração a informação da Tabela 5.9 verifica-se que foi possível aplicar a formulação Dias e Barros (2013) em 89 vigas reforçadas com laminados de CFRP aplicados com a técnica NSM. Em 36.0% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado da insegurança (Zona A), em 49.4% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou compreendido na Zona B e apenas 14.6% das vigas ficaram do lado do sobredimensionamento do reforço (Zona C).

Na Figura 5.18 encontra-se representada a distribuição das vigas pelas diferentes zonas de classificação do coeficiente  $\chi$  e a linha de tendência (linha a traço ponto) que apresenta um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0.30. Analisando o comportamento da linha de tendência

verifica-se que até valores experimentais na ordem dos 50 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado da insegurança (Zona A), para valores experimentais compreendidos entre 50 kN e 120 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente dentro do intervalo da Zona B e para valores experimentais superiores a 120 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado excessivo da segurança (Zona C).

Tabela 5.9 - Avaliação do desempenho da formulação Dias e Barros (2013).

Zona	$\chi$	Número de vigas	Porcentagem (%)
A	<1	32	36.0
B	1-1.5	44	49.4
C	>1.5	13	14.6
Total	-	89	100.0

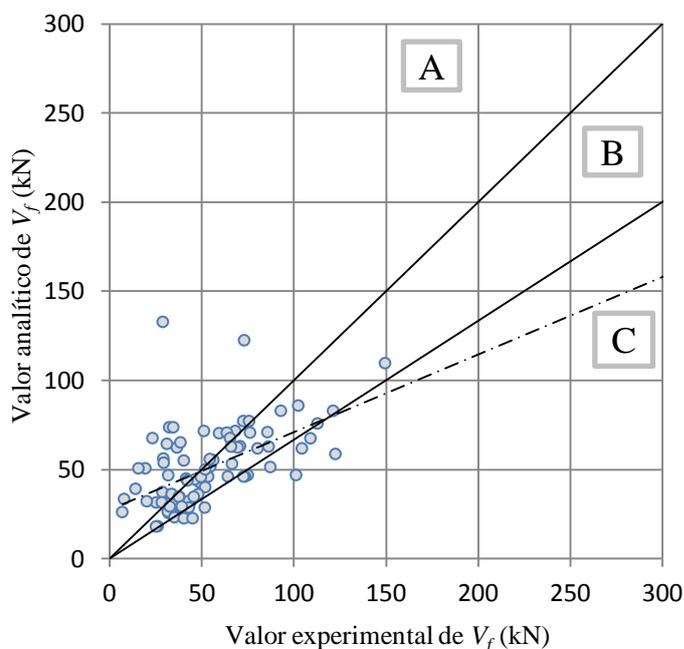


Figura 5.18 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação Dias e Barros (2013).

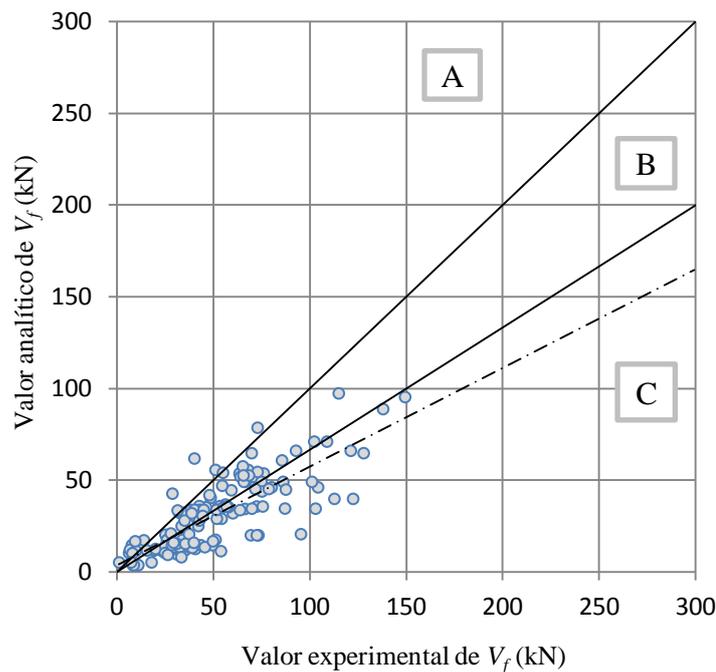
### 5.3.3 Formulação Bianco *et al.* (2013)

Na Tabela 5.10 é efetuada a distribuição das vigas, em que foi possível aplicar a formulação Bianco *et al.* (2013), pelas três zonas de classificação do coeficiente  $\chi$ . Através da análise dos dados da Tabela 5.10 verifica-se que foi possível aplicar a formulação Bianco *et al.* (2013) em 132 vigas reforçadas com CFRP aplicado com a técnica NSM. Em 60.6% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou compreendido do lado excessivo da segurança (Zona C), em 29.5% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou compreendido na Zona B e apenas em 9.8% das vigas o coeficiente  $\chi$  ficou do lado da insegurança (Zona A).

Tabela 5.10 - Avaliação do desempenho da formulação Bianco *et al.* (2013).

Zona	$\chi$	Número de vigas	Porcentagem (%)
A	<1	13	9.8
B	1-1.5	39	29.5
C	>1.5	80	60.6
<b>Total</b>	-	132	100.0

Na Figura 5.19 encontra-se representada a distribuição das vigas pelas diferentes zonas de classificação do coeficiente  $\chi$  e a linha de tendência (linha a traço ponto) que apresenta um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0.64. Analisando o comportamento da linha de tendência verifica-se que apenas até valores experimentais na ordem dos 5 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado da insegurança (Zona A), para valores experimentais compreendidos entre 5 kN e 25 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente dentro do intervalo da Zona B e para valores experimentais superiores a 25 kN o coeficiente  $\chi$  encontra-se tendencialmente do lado excessivo da segurança (Zona C).

Figura 5.19 - Relação entre valores experimentais e analíticos para a formulação Bianco *et al.* (2013).

### 5.3.4 Comparação entre o desempenho das formulações relacionadas com a técnica NSM

Nas secções anteriores foi efetuada uma avaliação individual do desempenho das formulações analíticas relacionadas com a técnica NSM. Na presente secção será efetuada uma comparação entre o desempenho das várias formulações analíticas. Assim sendo, na Tabela 5.11 encontra-se representada uma análise estatística referente ao coeficiente  $\chi$ . Os parâmetros

analisados com a presente análise estatística são os mesmos que foram analisados na análise estatística associada à Tabela 5.6.

Tabela 5.11 - Análise estatística do parâmetro  $\chi$  para as formulações analíticas (técnica NSM).

$\chi$	MIN	1ºQ	MDN	MED	3ºQ	MAX	DVP	COV
Nanni <i>et al.</i> (2004)	0.24	1.03	1.55	1.80	2.39	4.78	1.09	0.60
Dias e Barros (2013)	0.22	0.90	1.11	1.09	1.35	2.15	0.42	0.39
Bianco <i>et al.</i> (2013)	0.23	1.30	1.66	1.88	2.39	4.82	0.87	0.46

Os resultados obtidos com a análise estatística da Tabela 5.11 mostram que para todas formulações analíticas o valor mínimo do coeficiente  $\chi$  encontra-se relativamente próximo do limite inferior estabelecido ( $\chi=0.2$ ) e o valor máximo do coeficiente  $\chi$  para as formulações de Nanni *et al.* (2004) e Bianco *et al.* (2013) encontra-se relativamente próximo do limite superior estabelecido ( $\chi=5$ ), enquanto na formulação Dias e Barros (2013) o valor máximo do coeficiente  $\chi$  foi de 2.15. Através da presente análise estatística também se verifica que a formulação de Dias e Barros (2013) é a que apresenta menor dispersão de resultados (COV=0.39) enquanto a formulação de Nanni *et al.* (2004) é a que apresenta maior dispersão de resultados (COV=0.60). Analisando o coeficiente  $\chi$  em termos do seu valor médio (Figura 5.20), verifica-se que todas as formulações analíticas conduziram a valores superiores à unidade, sendo a formulação de Dias e Barros (2013) a única que conduziu a um valor dentro da Zona B ( $1 \leq \chi \leq 1.5$ ). A formulação de Bianco *et al.* (2013) foi a que conduziu ao maior valor médio de  $\chi$  (1.88), que foi ligeiramente superior ao obtido pela formulação de Nanni *et al.* (2004).

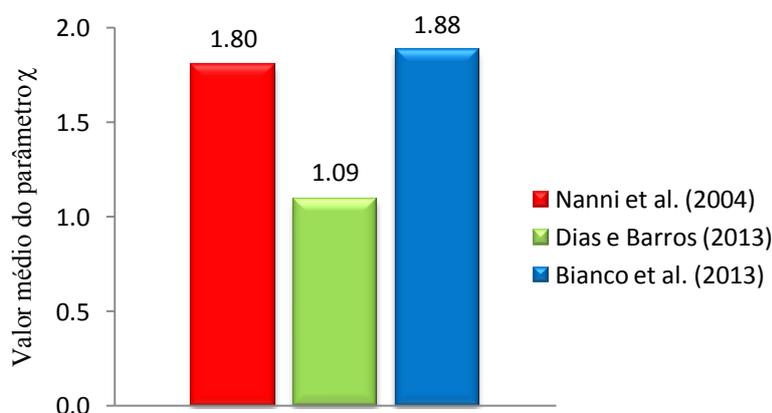


Figura 5.20 - Valor médio do coeficiente  $\chi$  para as formulações relacionadas com a técnica NSM.

Tal como referido anteriormente, através deste tipo de análise é possível ter uma perceção sobre o desempenho das formulações analíticas, contudo, não pode ser considerada como

suficientemente esclarecedora, uma vez que do ponto de vista da segurança estrutural é muito mais gravoso o coeficiente  $\chi$  encontrar-se do lado da insegurança do que do lado excessivo da segurança. A análise estatística apresentada na Tabela 5.11 induziu a ideia de que a formulação de Dias e Barros (2013) é a mais adequada e as formulações de Nanni *et al.* (2004) e de Bianco *et al.* (2013) apresentam desempenho semelhante. De facto, analisando a informação da Figura 5.21 verifica-se que a formulação de Dias e Barros (2013) é a que conduziu a uma maior percentagem de casos no intervalo da Zona B (cerca de 50% das vigas), no entanto também é a formulação que conduziu à maior percentagem de casos do lado da insegurança. Por outro lado, a formulação de Bianco *et al.* (2013) foi a que conduziu a uma maior percentagem de casos do lado excessivo da segurança, mas também é a formulação que conduziu à menor percentagem de casos do lado da insegurança. Já a formulação de Nanni *et al.* (2004) foi a que conduziu à menor percentagem de casos no intervalo da Zona B.

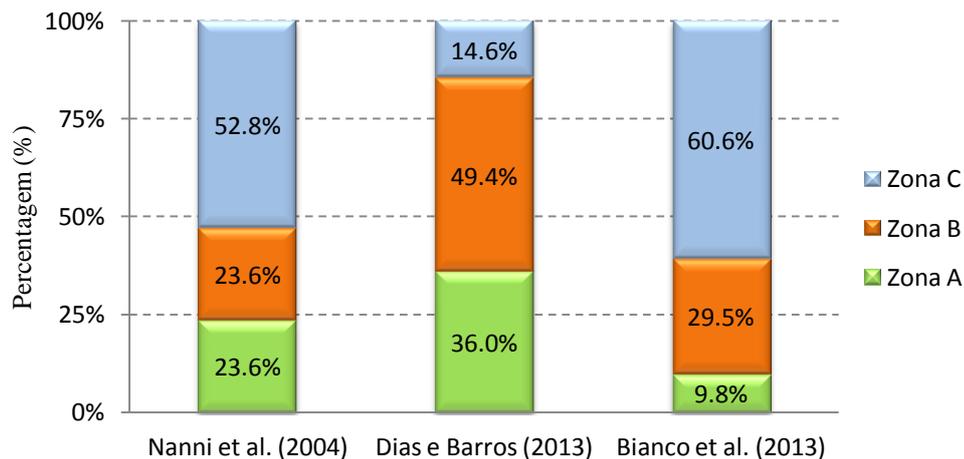


Figura 5.21 - Comparação entre o desempenho das formulações analíticas relativas à técnica NSM.

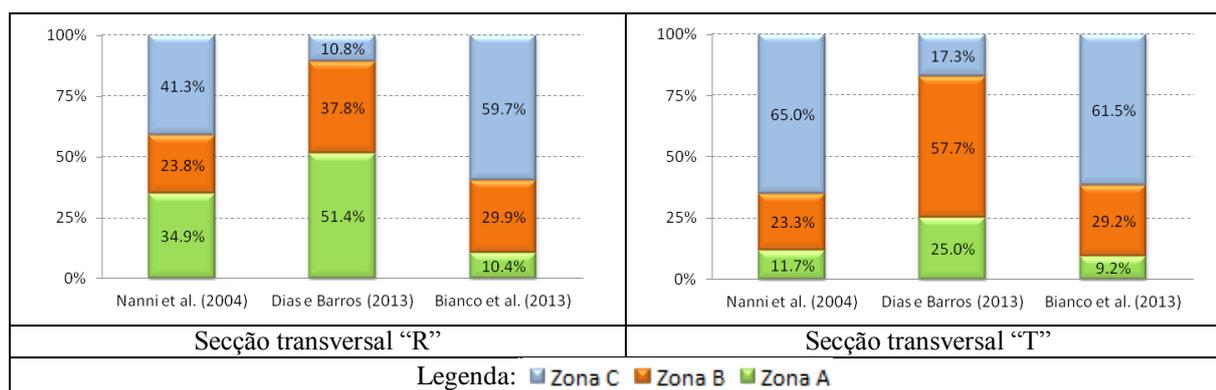
Em função das considerações anteriormente efetuadas, na Tabela 5.12 é efetuada uma avaliação do desempenho das formulações analíticas baseada num sistema de classificação por penalizações tendo em conta a segurança estrutural. Neste sistema de classificação, a cada valor de  $\chi$  é atribuído um valor de penalização (PEN) de acordo com o critério de classificação apresentado na Tabela 5.12. Os resultados obtidos com esta análise permitem verificar que a formulação de Bianco *et al.* (2013) é a que apresenta o menor número de pontos de penalização por viga (1.8). Para as formulações de Nanni *et al.* (2004) e Dias e Barros (2013), o número de pontos de penalização por viga foi de 3.1 e 3.4.

Tabela 5.12 - Avaliação do desempenho com base na segurança estrutural (critérios de penalização).

$\chi$	Classificação	PEN	Nanni <i>et al.</i> (2004)	Dias e Barros (2013)	Bianco <i>et al.</i> (2013)
<0.85	Extr. Perigoso	10	24	22	9
[0.85-1.0[	Perigoso	5	5	10	4
[1.0-1.15[	Segurança Reduzida	1	8	17	7
[1.15-1.5[	Seguro	0	21	27	32
[1.5-2.0[	Conservativo	1	23	11	35
>2.0	Extr. Conservativo	2	42	2	45
		$\Sigma$ PEN	380	302	242
		PEN/Viga	3.1	3.4	1.8

### 5.3.5 Análise paramétrica relativa à influência de alguns parâmetros no desempenho das formulações analíticas relacionadas com a técnica NSM

Os resultados obtidos nas secções anteriores permitiram verificar que as formulações analíticas analisadas não quantificam com rigor suficiente a contribuição do CFRP no reforço de vigas de betão armado com a técnica NSM. Na presente secção será efetuada uma análise do desempenho das formulações analíticas em função de alguns parâmetros que podem influenciar o seu desempenho, nomeadamente, o tipo de secção transversal da viga, o tipo de CFRP, a resistência do betão, a percentagem do reforço, a percentagem de armadura longitudinal, a percentagem de armadura transversal e a contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal ( $V_f$ ).

Figura 5.22 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função do tipo de secção transversal.

O tipo de secção transversal da viga é um fator que pode influenciar o desempenho das formulações analíticas referentes à técnica NSM. De acordo com a informação da Figura 5.22 verifica-se que as formulações de Nanni *et al.* (2004) e Dias e Barros (2013) apresentam melhor desempenho em vigas com secção transversal em forma de "T". Por outro lado, o

desempenho da formulação Bianco *et al.* (2013) não é influenciado pelo tipo de secção transversal da viga.

O tipo de CFRP utilizado é um dos fatores que pode ter grande influência no desempenho das formulações analíticas referentes à técnica NSM. Na formulação de Nanni *et al.* (2004) a distinção entre o reforço efetuado com laminados e o reforço efetuado com varões é explicitamente considerada, enquanto na formulação de Bianco *et al.* (2013) quando o reforço é efetuado com varões assume-se uma secção quadrada equivalente. A formulação Dias e Barros (2013) só é aplicada em casos de vigas reforçadas com laminados, uma vez que todos os ensaios que serviram de base à sua calibração, foram realizados em vigas reforçadas ao corte com laminados de CFRP. Apesar disso, a título de exemplo, na presente secção apresenta-se a aplicação da formulação Dias e Barros (2013) a vigas reforçadas com varões de CFRP. A análise da informação da Figura 5.23 permite verificar que quando aplicada a vigas reforçadas com varões, a referida formulação apresenta um fraco desempenho (65.9% dos casos do lado da insegurança), o que era de se esperar uma vez que os varões apresentam menor desempenho que os laminados. Através da informação da Figura 5.23 também é possível verificar que o desempenho das formulações de Nanni *et al.* (2004) e Bianco *et al.* (2013) é influenciado pelo tipo de CFRP. Com efeito, em relação à solução com laminados, no caso do reforço com varões existe uma menor percentagem de casos do lado da insegurança e uma maior percentagem de casos do lado excessivo da segurança.

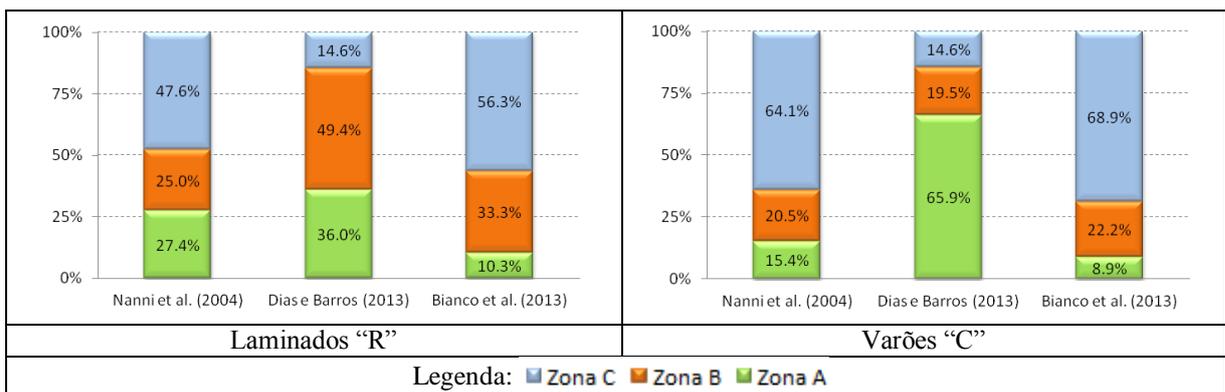


Figura 5.23 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função do tipo de FRP.

O desempenho das formulações analíticas referentes à técnica NSM pode ser influenciado pela resistência do betão. Este fator é explicitamente considerado nas formulações de Dias e Barros (2013) e Bianco *et al.* (2013), não sendo considerado na formulação de Nanni *et al.* (2004). Da análise da informação da Figura 5.24 verifica-se que as formulações de Nanni *et al.* (2004) e Bianco *et al.* (2013) apresentam a tendência para um melhor desempenho com o

aumento da resistência do betão, contudo, esta tendência também evidencia um aumento dos casos do lado excessivo da segurança. A formulação de Dias e Barros (2013) tem um desempenho relativamente constante, no entanto verifica-se um aumento do número de casos do lado excessivo da segurança quando a resistência do betão é superior a 50MPa.

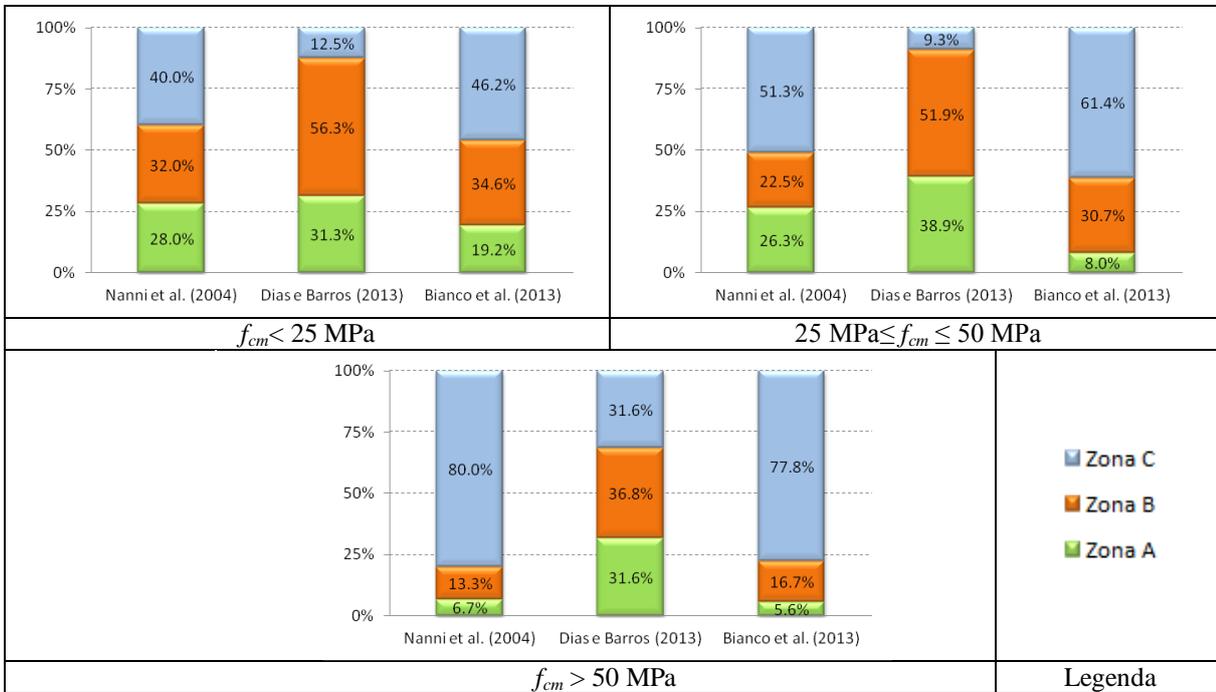


Figura 5.24 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da resistência do betão.

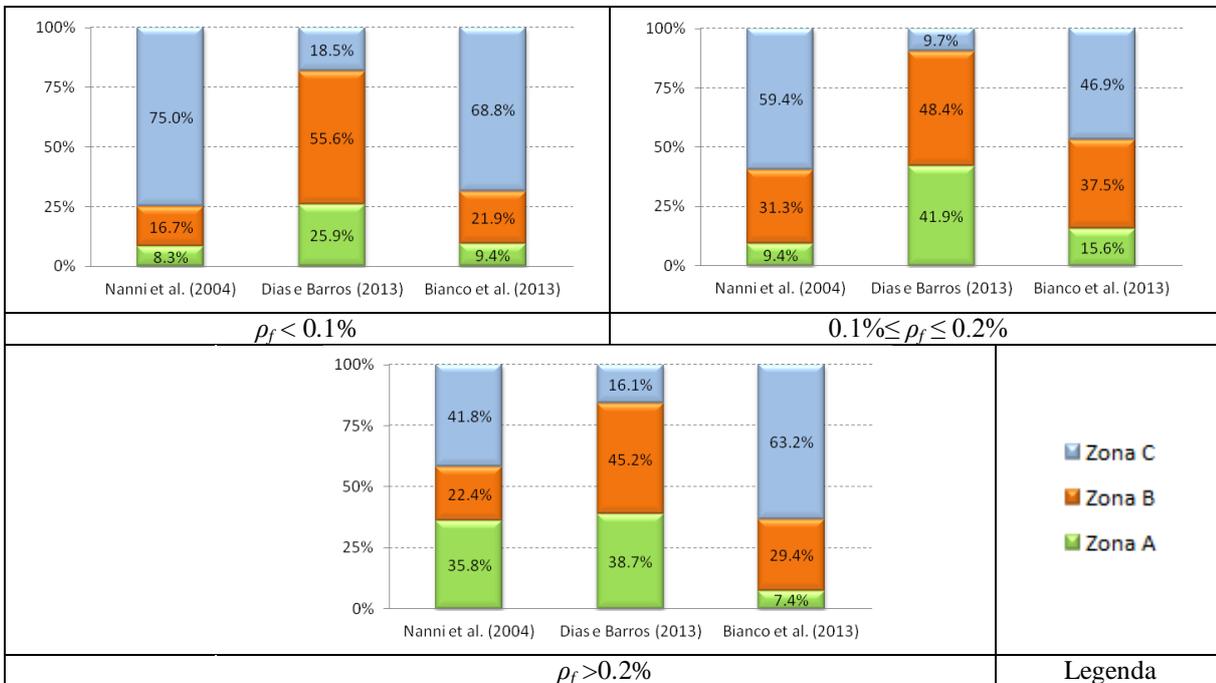


Figura 5.25 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da percentagem de reforço com CFRP.

A percentagem de reforço de CFRP ao corte é outro fator que tem influência no desempenho das formulações analíticas referentes à técnica NSM. Através da informação da Figura 5.25 verifica-se que a formulação de Dias e Barros (2013) apresenta melhor desempenho para percentagens de reforço inferiores a 0.1%, a formulação de Nanni *et al.* (2004) apresenta melhor desempenho para percentagens de reforço compreendidas entre 0.1% e 0.2%, e a formulação de Bianco *et al.* (2013) apresenta melhor desempenho para percentagens de reforço superiores a 0.2%.

A percentagem de armadura longitudinal é um fator que pode condicionar o desempenho das formulações analíticas referentes à técnica NSM. A análise à influência deste fator é um pouco limitada devido ao facto da grande maioria das vigas em análise conter uma percentagem de armadura longitudinal superior a 2.0%. Contudo, através da informação da Figura 5.26 é possível verificar que para as formulações de Dias e Barros (2013) e Bianco *et al.* (2013) o desempenho tem tendência a aumentar com o aumento da percentagem de armadura longitudinal e para a formulação de Nanni *et al.* (2004) o desempenho tem tendência a diminuir com o aumento da percentagem de armadura longitudinal.

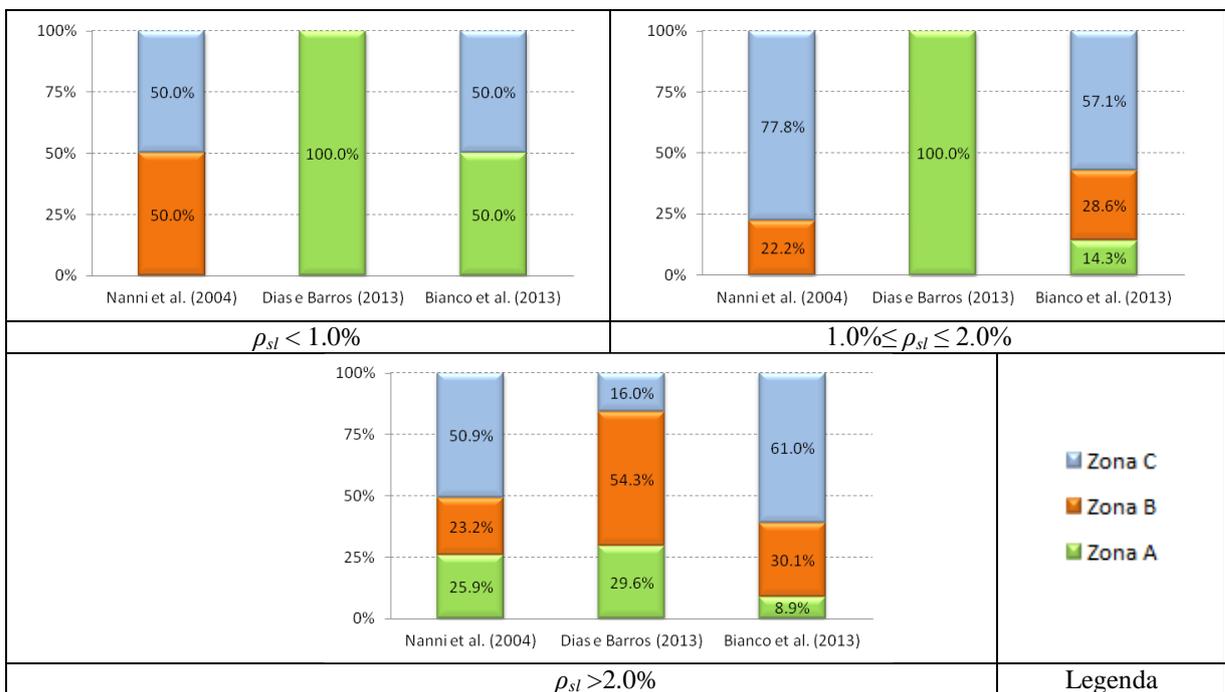


Figura 5.26 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da percentagem de armadura longitudinal.

A percentagem de armadura transversal é outro fator que pode condicionar o desempenho das formulações analíticas referentes à técnica NSM. Apesar de cerca de 70% das vigas em análise possuírem uma percentagem de armadura transversal compreendida entre 0.1% e

0.2%, a informação da Figura 5.27 permite verificar que as formulações de Bianco *et al.* (2013) e Dias e Barros (2013) apresentam pior desempenho quando a percentagem de armadura transversal é inferior a 0.1%, sendo que no caso da formulação Dias e Barros (2013), todas as vigas com percentagem de armadura transversal inferior a 0.1% que se situaram no lado da insegurança (Zona A) não continham qualquer percentagem de armadura transversal. A formulação de Nanni *et al.* (2004) apresenta uma tendência para a diminuição do desempenho com o aumento da percentagem de armadura transversal, sendo o seu desempenho muito fraco quando a percentagem de armadura transversal é superior a 0.2%.

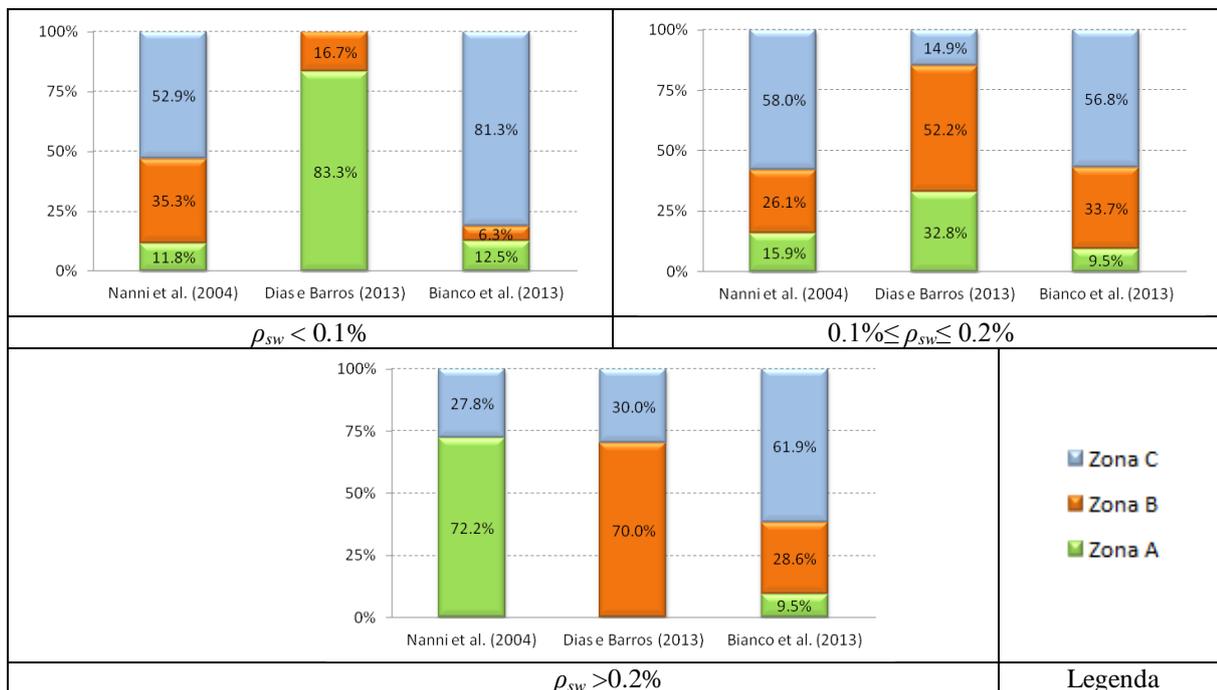


Figura 5.27 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da percentagem de armadura transversal.

O valor experimental da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado ( $V_{f,exp}$ ) é um fator que também pode interferir com o desempenho das formulações analíticas. De acordo com a informação da Figura 5.28, na formulação de Dias e Barros (2013) verifica-se uma tendência para o aumento do desempenho com o aumento do valor de  $V_{f,exp}$ . Para as formulações de Nanni *et al.* (2004) e Bianco *et al.* (2013) também se verifica a tendência para um aumento do desempenho com o aumento do valor de  $V_{f,exp}$ . Contudo, para valores de  $V_{f,exp}$  superiores a 80 kN estas formulações apresentam uma elevada percentagem de casos do lado excessivo da segurança.

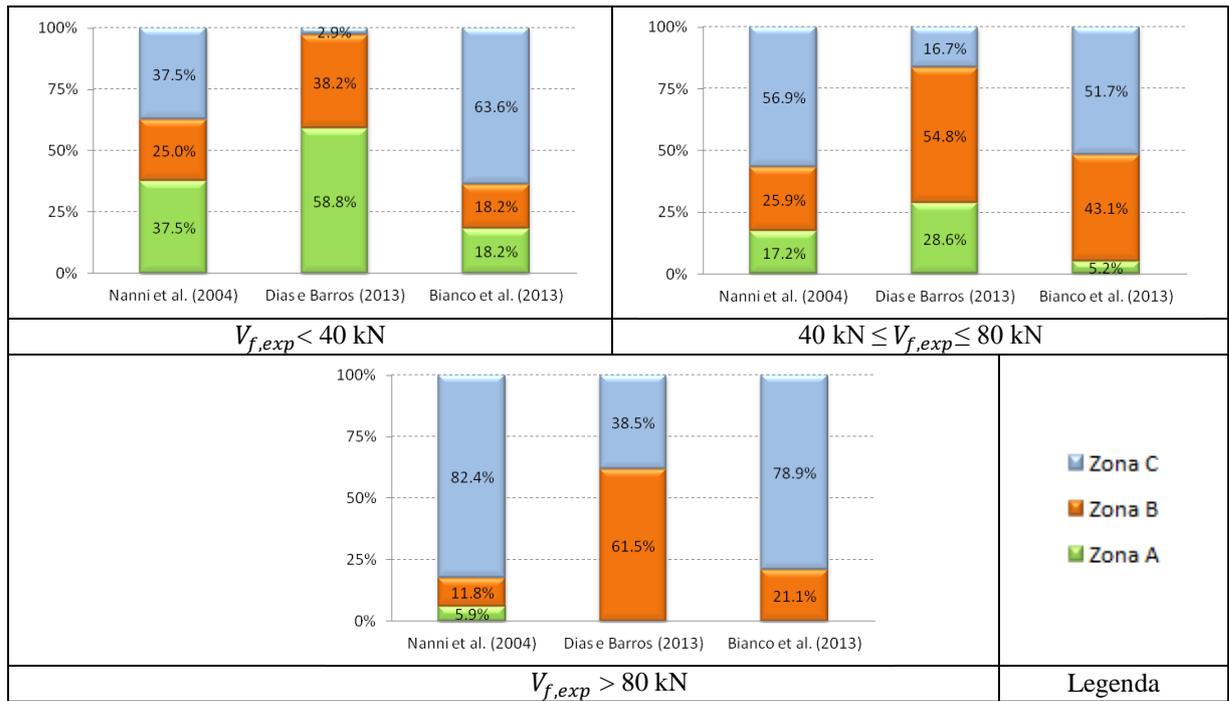


Figura 5.28 - Variação do parâmetro  $\chi$  em função da contribuição do reforço de CFRP.



# Capítulo 6

## Conclusões gerais e desenvolvimentos futuros

No presente capítulo são apresentadas as principais conclusões da investigação realizada no âmbito da presente dissertação. Neste capítulo também são apresentadas algumas sugestões para desenvolvimentos futuros.

### 6.1 CONCLUSÕES GERAIS

A presente dissertação foi realizada no âmbito do reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP. O trabalho de investigação desenvolvido foi efetuado em duas partes. Na primeira parte foi efetuada uma ampliação da base de dados da DABASUM com resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de CFRP aplicados com a técnica EBR ou com a técnica NSM. Na segunda parte foi efetuada uma avaliação do desempenho de oito formulações analíticas, atualmente existentes na DABASUM, em termos da quantificação da contribuição do reforço ao corte com compósitos de CFRP na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado. As principais conclusões obtidas com a investigação realizada foram as seguintes:

- A base de dados da DABASUM, à escala mundial, passou a conter 776 vigas reforçadas ao corte com a técnica EBR e 163 vigas reforçadas ao corte com a técnica NSM, o que faz com que no total tenha 939 vigas. A informação referente às 776 vigas reforçadas com a técnica EBR foi extraída de 111 trabalhos experimentais, enquanto a informação referente às 163 vigas reforçadas com a técnica NSM foi extraída de 22 trabalhos experimentais. A DABASUM passou a ter inseridas oito formulações analíticas, cinco referentes a reforços ao corte com o FRP aplicados com a técnica EBR (*fib* (2001), ACI (2008), CNR (2004), CIDAR (2006) e CEN (2015)) e três referentes a reforços ao corte com FRP aplicados com a técnica NSM (Nanni *et al.* (2004), Dias e Barros (2013) e Bianco *et al.* (2013)).
- Em termos das vigas reforçadas ao corte com compósitos de CFRP colados externamente, a análise comparativa entre os valores de  $V_f$  obtidos experimentalmente ( $V_{f,exp}$ ) e os valores de  $V_f$  obtidos analiticamente ( $V_{f,ana}$ ) por intermédio da aplicação das formulações

da *fib*, ACI, CNR, CIDAR e CEN permitiu concluir que em média o valor do parâmetro  $\chi$  ( $\chi = V_{f,exp}/V_{f,ana}$ ) é superior à unidade. Com efeito, o valor médio do parâmetro  $\chi$  foi de 1.12, 1.50, 2.04, 1.37 e 1.86, respetivamente para a formulação da *fib*, ACI, CNR, CIDAR e CEN. Apesar dos valores médios de  $\chi$  serem superiores à unidade, na formulação *fib*, ACI, CNR, CIDAR e CEN registaram-se valores de  $\chi$  inferior à unidade (Zona A), respetivamente, em 56.1%, 43.6%, 23.6%, 38.3% e 29.6% das vigas analisadas. Independentemente da formulação analítica, de entre as zonas A (zona com  $\chi$  inferior à unidade), B (zona com  $\chi$  entre 1 e 1.5) e C (zona com  $\chi$  superior a 1.5), a que tem um menor número de vigas associado é a zona B (entre os 17.1% das vigas analisadas no caso formulação CNR e os 26.6% das vigas analisadas no caso da formulação da CIDAR). Nesta zona não há discrepância tão grande dos valores entre formulações verificada quer na zona A como na zona C. À zona C estão associadas 25.9%, 37.2%, 59.3%, 35.1% e 51.7% das vigas analisadas, respetivamente, para as formulações *fib*, ACI, CNR, CIDAR e CEN.

- Através de uma avaliação do desempenho das cinco formulações associadas à técnica EBR, baseada num sistema de penalizações tendo em conta a segurança estrutural (neste sistema foi considerado que é muito mais gravoso o coeficiente  $\chi$  encontrar-se do lado da insegurança do que do lado excessivo da segurança), foi possível concluir que a formulação da CNR é a que apresenta melhor desempenho (3.2 pontos de penalização por viga) e a formulação da *fib* é a que apresenta pior desempenho (5.7 pontos de penalização por viga). Para as formulações do ACI, CIDAR e CEN, o número de pontos de penalização por viga foi de 4.6, 4.1 e 3.7.
- Ainda no âmbito da avaliação do desempenho das formulações analíticas associadas à técnica EBR, foi possível concluir que o desempenho das formulações analíticas é influenciado por fatores como o tipo de secção transversal da viga, a configuração do reforço, a resistência do betão, a percentagem do reforço, a percentagem de armadura longitudinal, a percentagem de armadura transversal e a contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal ( $V_f$ ).
- Em termos das vigas reforçadas ao corte com compósitos de CFRP aplicados com a técnica da inserção (técnica NSM), a análise comparativa entre os valores de  $V_f$  obtidos experimentalmente ( $V_{f,exp}$ ) e os valores de  $V_f$  obtidos analiticamente ( $V_{f,ana}$ ) por intermédio da aplicação das formulações de Nanni *et al.* (2004), Dias e Barros (2013) e Bianco *et al.* (2013) permitiu concluir que em média o valor do parâmetro  $\chi$

( $\chi = V_{f,exp}/V_{f,ana}$ ) é superior à unidade. O valor médio de  $\chi$  alcançado com a formulação de Nanni *et al.* (2004) e Bianco *et al.* (2013), independentemente do reforço ser com varões ou com laminados de CFRP, foi de 1.80 e 1.88, respetivamente. O valor médio de  $\chi$  alcançado com a formulação de Dias e Barros (2013), aplicada apenas a vigas reforçadas com laminados de CFRP inseridos, foi de 1.09. Apesar dos valores médios de  $\chi$  serem superiores à unidade, a formulação de Dias e Barros (2013) apresentou uma elevada percentagem de casos associados ao lado da insegurança (Zona A), designadamente 36% das vigas analisadas, enquanto as formulações de Nanni *et al.* (2004) e Bianco *et al.* (2013) apresentaram uma elevada percentagem de casos associados ao lado excessivo da segurança (Zona C), respetivamente, 52.8% e 60.6%.

- Através de uma avaliação do desempenho das três formulações associadas à técnica NSM, baseada no sistema de penalizações tendo em conta a segurança estrutural anteriormente referido, foi possível concluir que a formulação de Bianco *et al.* (2013) é a que apresenta melhor desempenho (1.8 pontos de penalização por viga). Para as formulações de Nanni *et al.* (2004) e Dias e Barros (2013), o número de pontos de penalização por viga foi de 3.1 e 3.4, respetivamente.
- Ainda no âmbito da avaliação do desempenho das formulações analíticas associadas à técnica NSM, foi possível concluir que o desempenho das formulações analíticas é influenciado por fatores como o tipo de secção transversal da viga, o tipo de reforço, a resistência do betão, a percentagem do reforço, a percentagem de armadura longitudinal, a percentagem de armadura transversal e a contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal ( $V_f$ ).

## 6.2 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

A presente dissertação apresenta um contributo para o nível de conhecimento existente em termos do reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP. Neste contexto, apresentam-se algumas sugestões para desenvolvimentos futuros:

- Ampliação periódica da base de dados com novos resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP por forma a tornar a base de dados o mais robusta possível.
- Realização de uma análise mais detalhada do desempenho das formulações analíticas atualmente existentes na DABASUM tendo como objetivo efetuar eventuais calibrações das mesmas para melhorar o seu desempenho.

- 
- Alargamento do campo de aplicação da DABASUM para o caso do reforço ao corte de vigas de betão armado usando a técnica ETS (*Embedded Through-Section*) com compósitos de FRP.
  - Criação de uma ferramenta semelhante à DABASUM referente ao reforço à flexão de vigas de betão armado com compósitos de FRP aplicados com a técnica EBR ou com a técnica NSM.

# Capítulo 7

## Referências bibliográficas

- Abdel-Jaber, M.S., Walker, P.R. e Hutchinson, A.R., 2003, “*Carbon fiber-reinforced polymer plates as shear strengthening for beams*”, *Materials and Structures*, 36, 291-301. ACI Committee 318, 2005, “*Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (318R-05)*”, American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich, pp. 430.
- ACI Committee 440, 2008, “*Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures*”, ACI 440.2R-08, American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich.
- Adhikary, B.B., e Mutsuyoshi, H., 2004, “*Behavior of concrete beams strengthened in shear with carbon-fiber sheets*”, *Journal of composites for construction*, Volume 8, Issue 3, June, pp. 258-264.
- Adhikary, B.B., Mutsuyoshi, H., Ashraf, M., 2004, “*Shear strengthening of reinforced concrete beams using fiber reinforced polymer sheets with bonded anchorage*”, *ACI Structural Journal*, Volume 101, Issue 5, pp. 660-668.
- Alagusundaramoorthy, P., Harik, I.E., Choo, C.C., 2003, “*Shear strength of RC beams wrapped with CFRP fabric*”, Research Report, KTC-02-14/SPR 200-99-2F, Kentucky Transportation Center, University of Kentucky.
- Allam, S.M., Ebeido, T.I., 2003, “*Retrofitting of RC beams predamaged in shear using CFRP sheets*”, *Alexandria Engineering Journal*, Volume 42, Issue 1, pp. 87-101.
- Alrousan, R.Z., e Issa, M.A., 2009, “*Size effect of reinforced concrete beams on shear contribution of CFRP composites*”, *9th International Symposium on Fiber-Reinforced Polymers Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-9)*, Sydney, Australia.
- Al-Sulaimani, G.J., Sharif, A., Basunbul, I.A., Baluch, M.H. e Ghaleb, B.N., 1994, “*Shear repair for reinforced concrete by fiberglass plate bonding*”, *ACI Structural Journal*, Volume 91, Issue 3, pp. 458-464.

- Al-Tamimi, A., Hawileh, R., Abdalla, J. e Rasheed, H., 2011, “*Effects of ratio of CFRP plate length to shear span and end anchorage on flexural behavior of SCC RC beams*”, Journal of Composites for Construction, Volume 15, Issue 6, December, pp. 908-919.
- Al-Tersawy, S.H., 2013, “*Effect of fiber parameters and concrete strength on shear behavior of strengthened RC beams*”, Construction and Building Materials, Volume 44, July, pp. 15-24.
- Altin, S., Anil, O., Kopaman, Y., Mertoglu, Ç., e Kara, M.E., 2010, “*Improving shear capacity and ductility of shear-deficient RC beams using CFRP strips*” Journal of Reinforced Plastic and composites, Volume 29, Issue 19, pp. 2975-2991.
- Alzate, A., 2012, “*Análisis de los modelos de comportamiento de vigas de hormigón armado reforzadas a cortante con polímeros armados con fibras (FRP). Validación y calibración experimental*”, Tesis doctoral, Departamento de construcción, Instituto Eduardo Torroja de Ciencias de la Construcción – CSIC, Universidad Politécnica de Madrid, 209 pp.
- Annaiah, R. H., Myers, J. J., Nanni, A., 2001, “*Shear performance of RC beams strengthened in situ with composites*”, Department of Civil Engineering, University of Missouri - Rolla, U.S.A.
- Anwarul Islam, A.K.M., 2009, “*Effective methods of using CFRP bars in shear strengthening of concrete girders*”, Engineering Structures, Volume 31, Issue 3, March, pp. 709-714.
- Araki, N., Matsuzaki, Y., Nakano, K., Kataoka, T. e Fukuyama, H., 1997, “*Shear capacity of retrofitted RC members with continuous fiber sheets*”, Non-metallic (FRP) reinforcement for concrete structures, Volume 1, Japan Concrete Institute, Tokyo, pp. 515-522.
- Areias, L., 2010, “*Aplicação de formulações analíticas a resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de CFRP*”, Tese de Mestrado, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Guimarães, Novembro, 132 pp.
- Azevedo, D., 2008, “*Reforço de estruturas de betão com colagem de sistemas compósitos de CFRP - Recomendações para Dimensionamento*”, Tese de Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Novembro, 238 pp.

- Bae, S.W., Tann, B., e Belarbi, A., 2012, “*Size effect of reinforced concrete beams strengthened in shear with externally bonded CFRP sheets*”, 6th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE2012), Rome, Italy, 13-15 June.
- Baggio, D., Soudki, K., e Noel, M., 2014, “*Strengthening of shear critical RC beams with various FRP systems*”, Construction and Building Materials, Volume 66, September, pp. 634-644.
- Barros, J.A.O. e Dias, S.J.E., 2006, “*Near surface mounted CFRP laminates for shear strengthening of concrete beams*”, Journal Cement & Concrete Composites, Volume 28, Issue 3, March, pp. 276-292.
- Barros J.A.O., Dias S.J.E., 2013, “*Assessment of the effectiveness of the NSM shear strengthening technique for deep T cross section RC beams*”, In: Proceedings of International Symposium on fiber reinforced polymers for reinforced concrete structures (FRPRCS-11), Guimarães, Portugal, 26-28 June, p. 10.
- Barros, J.A.O., Lima, J.L.T., Meneguetti, V., Dias, S.J.E., Santos, L.D., 2011, “*DABASUM - Data base for FRP-based shear strengthening of reinforced concrete beams*” Technical report 11-DEC/E-05, University of Minho.
- Beber, A.J., 2003, “*Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibras de carbono*”, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Belarbi, A., Murphy, M. e Bae, S.-W., 2012, “*Shear Strengthening of Full-Scale RC T-Beams with CFRP sheets*”, The Third Asia-Pacific Conference on FRP in Structures (APFIS2012), Hokkaido University, Sapporo, Japan, 2-4 February.
- Berset, J.D., 1992, “*Strengthening of reinforced concrete beams for shear using FRP composites*”, M.S. Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Boston, USA.
- Bianco, V., Barros, J.A.O., e Monti, G., 2009, “*Three dimensional mechanical model for simulating the NSM FRP strips shear strength contribution to RC beams*”, Engineering Structures Journal, Volume 31, Issue 4, April, pp. 815-826.

- Bianco, V., Monti, G., e Barros, J.A.O., 2013, “*Design formula to evaluate the NSM FRP strips shear strength contribution to a RC beam*”, Composites: Part B Journal, doi:10.1016/j.compositesb.2013.09.001.
- Bousselham, A. e Chaallal, O., 2004, “*Shear strengthening reinforced concrete beams with fiber reinforced polymer: assessment of influencing parameters and required research*”, ACI Structural Journal, Volume 101, Issue 2, March-April, pp. 219-227.
- Bousselham, A. e Chaallal, O., 2006, “*Behaviour of reinforced concrete T-beams strengthened in shear with Carbon fiber reinforced polymer: Experimental study*”, ACI structural Journal, Volume 103, Issue 3, pp. 339-347.
- Bousselham, A. e Chaallal, O., 2006, “*Effect of transverse steel and shear span on the performance of RC beams strengthened in shear with CFRP*”, Composites: Part B Journal, Volume 37, pp. 37-46.
- Bousselham, A. e Chaallal, O., 2008, “*Mechanisms of shear resistance of concrete beams strengthened in shear with externally bonded FRP*”, Journal of Composites For Construction, Volume 12, Issue 5, October, pp. 499-512.
- Breveglieri, M., Aprile, A., e Barros, J.A.O., 2015, “*Embedded Through-Section shear strengthening technique using steel and CFRP bars in RC beams of different percentage of existing stirrups*”, Composite Structures, Volume 126, August, pp. 101-113.
- Bukhari, I.A., Vollum, R.L., Ahmad, S., e Sagaseta, J., 2010, “*Shear strengthening of reinforced concrete beams with CFRP*”, Magazine of Concrete Research, Volume 62, Issue 1, January, pp. 65-77.
- Buyukozturk, O. e Hearing, B., 1998, “*Failure behavior of precracked concrete beams retrofitted with FRP*”, Journal of Composites for Construction, Volume 2, Issue 3, August, pp. 138-144.
- Cao, S.Y., Chen, J.F., Teng, J.G., Hao, Z., Chen, J., 2005, “*Debonding in RC beams shear strengthened with complete FRP wraps*”, Journal of Composites for Construction, Volume 9, Issue 5, pp. 417-428.

- Carolin, A. e Täljsten, B., 2005, “*Experimental study of strengthening for increased shear bearing capacity*”, Journal of Composites for Construction, Volume 9, Issue 6, pp. 488-496.
- Carvalho, T. S., 2010, “*Reforço à flexão de vigas de betão armado com compósitos de CFRP*”, Tese de Mestrado em Engenharia Civil – Estruturas e Geotecnia, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Setembro, 185 pp.
- CEN, 2015, “*On the strengthening of concrete members with adhesively bonded non-metallic reinforcement*”, CEN/TC 250, European Committee for Standardization.
- Chaallal, O., Mofidi, A., Benmokrane, B., e Neale, K., 2011, “*Embedded Through-Section FRP Rod Method for Shear Strengthening of RC Beams: Performance and Comparison with Existing Techniques*”, Journal of composites for construction, Volume 15, Issue 3, June, pp. 374-383.
- Chaallal, O., Nollet, M.J. e Perraton D., 1997, “*Renforcement au cisaillement de poutres en béton armé par des lamelles composites collées à l’aide de résine époxy*”, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 212, pp. 87-93.
- Chaallal, O., Shahawy, M. e Hassan, M., 2002, “*Performance of reinforced concrete T-girders strengthened in shear with carbon fiber reinforced polymer fabric*”, ACI Structural Journal, Volume 99, Issue 3, pp. 335-343.
- Chajes, M.J., Januska, T.F., Mertz, D.R., Thomson, T.A. e Finch, W.W., 1995, “*Shear strengthening of reinforced concrete beams using externally applied composite fabrics*”, ACI Structural Journal, Volume 92, Issue 3, pp. 295-303.
- CIDAR, 2006, “*Design guideline for RC structures retrofitted with FRP and metal plates: beams and slabs*”, Draft 3 - submitted to Standards Australia, University of Adelaide, Australia.
- Cisneros, D., Arteaga, Á., De Diego, A., Alzate, A., Perera, R., 2012, “*Experimental study on NSM FRP shear retrofitting of RC beams*”, 6th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE2012), Rome, Italy, 13-15 June.

- CNR, 2004, “*Instructions for design, execution and control of strengthening interventions through fiber reinforced composites*”, CNR-DT 200/04, *Consiglio Nazionale delle Ricerche*, Rome, Italy (English version).
- Colalillo, M. A., Sheikh, S. A., 2012, “*Seismic retrofit of large shear-critical reinforced concrete beams using CFRP*”, 6th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE2012), Rome, Italy, 13-15 June.
- Costa, I.G. e Barros, J.A.O., 2011, “*Assessment of the bond behavior of NSM FRP materials by pullout tests*”, First Middle East Conference on Smart Monitoring, Assessment and Rehabilitation of Civil Structures, Dubai, 8-10 February.
- DABASUM, 2015, Sistema informático que disponibiliza *on-line* uma base de dados com resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com materiais compósitos de FRP, Universidade do Minho, Portugal, <http://dabasum.civil.uminho.pt/>.
- Dash, N., 2009, “*Strengthening of reinforced concrete beams using Glass fiber reinforced polymer composites*”, Master of Technology in Structural Engennering, National Institute of Technology Rourkela, India.
- De Lorenzis, L. e Nanni, A., 2001, “*Shear strengthening of reinforced concrete beams with near-surface mounted fiber-reinforced polymer rods*”, ACI Structural Journal, Volume 98, Issue 1, pp. 60-68.
- De Lorenzis, L. e Rizzo, A., 2006, “*Behavior and capacity of RC beams strengthened in shear with NSM FRP reinforcement*”, Proceedings of the 2nd fib Congress, Naples, Italy, 5-8 June (CD-ROM).
- De Lorenzis, L. e Teng, J.G., 2007, “*Near-surface mounted FRP reinforcement: an emerging technique for strengthening structures*”, Composites: Part B Journal, Volume 38, pp. 119-143.
- Deniaud, C. e Cheng, J. J. R., 2001, “*Shear Behavior of Reinforced Concrete T-Beams with Externally Bonded Fiber-Reinforced Polymer Sheets*”, ACI Structural Journal, Volume 98, Issue 3, May, pp. 386-394.

- Denieud, C., Cheng, J.J., 2003, “*Reinforced Concrete T-Beams strengthened in shear with fiber reinforced polymer sheets*”, *Journal of Composites for Construction*, Volume 7, Issue 4, pp. 302-310.
- Diagana, C., Li, A., Gedalia, B. e Delmas, Y., 2003, “*Shear strengthening effectiveness with CFRP strips*”, *Engineering Structures*, Volume 25, pp. 507-516.
- Dias, S. J. E., 2001, “*Verificação experimental do reforço com CFRP de estruturas de betão à flexão*”, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Civil, Porto, Março, 202 pp.
- Dias, S. J. E., 2008, “*Investigação experimental e analítica no reforço ao corte de vigas de betão armado com técnica de inserção de laminados de CFRP*”, Tese de Doutoramento, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Guimarães, Julho, 391 pp.
- Dias, S.J.E. e Barros, J.A.O., 2008, “*Shear strengthening of T cross section reinforced concrete beams by near surface mounted technique*”, *Journal of Composites for Construction*, Volume 12, Issue 3, May/June, pp. 300-311.
- Dias, S.J.E. e Barros, J.A.O., 2010, “*Performance of reinforced concrete T beams strengthened in shear with NSM CFRP laminates*”, *Engineering Structures Journal*, Volume 32, Issue 2, February, pp. 373-384.
- Dias, S.J.E. e Barros, J.A.O., 2011, “*Shear strengthening of RC T-section beams with low strength concrete using NSM CFRP laminates*”, *Journal Cement & Concrete Composites Journal*, Volume 33, Issue 2, pp. 334-345.
- Dias, S.J.E. e Barros, J.A.O., 2012\_a, “*Experimental behaviour of RC beams shear strengthened with NSM CFRP laminates*”, *Strain - An International Journal for Experimental Mechanics*, Volume 48, Issue 1, February, pp. 88-100.
- Dias, S.J.E. e Barros, J.A.O., 2012\_b, “*NSM shear strengthening technique with CFRP laminates applied in high-strength concrete beams with or without pre-cracking*”, *Composites Part B: Engineering Journal*, Volume 43, Issue 2, March, pp. 290-301.

- Dias, S. J. E. e Barros, J. A. O., 2013, “*Shear strengthening of RC beams with NSM CFRP laminates: Experimental research and analytical formulation*”, Composite Structures, Volume 99, May, pp. 477-490.
- Dias, S.J.E., Juvandes, L. e Figueiras, J.A., 2006, “*Estruturas de betão armado reforçadas à flexão com sistemas de CFRP*”, Revista IBRACON de Estruturas, vol. 2, nº2, Junho, pp. 252-275.
- Dirar, S., Lees, J., e Morley, C., 2012, “*Precracked reinforced concrete T-beams repaired in shear with bonded carbon fiber-reinforced polymer sheets*” ACI Structural Journal, Volume 109, Issue 2, pp. 215-224.
- Ebead, U. e Saeed, H., 2012, “*Hybrid mechanically fastened/externally bonded FRP for RC beam shear strengthening*”, 6th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE2012), Rome, Italy, 13-15 June.
- El-Hacha, R. e Riskalla, S.H., 2004, “*Near-surface-mounted fiber-reinforced polymer reinforcements for flexural strengthening of concrete structures*”, ACI Structural Journal, Volume 101, nº5, September-October, pp. 717-726.
- El-Hacha, R. e Wagner M., 2009, “*Shear strengthening of reinforced concrete beams using near surface monted CFRP strips*”, 9th International Symposium on Fiber-Reinforced Polymers Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-9), Sydney, Australia
- El-Maaddawy, T., e Chekfeh, Y., 2013, “*Shear strengthening of T-beams with corroded stirrups using composites*”, ACI Structural Journal, Volume 110, Issue 5, pp. 779-790.
- El-Maaddawy, T., 2015, “*Restoration of concrete beams presubjected to cycles of shear damage*”, ACI Structural Journal, Volume 112, Issue 3, May-June, pp. 347-358.
- El-Saikaly, G. e Chaallal, O., 2015, “*Fatigue behavior of RC T-beams strengthened in shear with EB CFRP L-shaped laminates*”, Composites: Part B Journal, Volume 68, pp. 100-112.
- Etman, E., 2011, “*External bonded shear reinforcement for T-section beams*”, Structural Concrete Journal, Volume 12, Issue 3, September, pp. 198-209.
- Farghal, O.A., 2014, “*Fatigue behavior of RC T-beams strengthened in shear with CFRP sheets*”, Ain Shams Engineering Journal, Volume 5, Issue 3, September, pp. 667-680.

- fib* - Bulletin 14, 2001, “*Externally bonded FRP reinforcement for RC structures*”, Technical report by Task Group 9.3 FRP (Fiber Reinforced Polymer) reinforcement for concrete structures, Fédération Internationale du Béton - *fib*, July, pp.130.
- Funakawa, I., Shimono, K., Watanabe, T., Asada, S. e Ushijima, S., 1997, “*Experimental study on shear strengthening with continuous fiber reinforcement sheet and methyl methacrylate resin*”, Non-metallic (FRP) reinforcement for concrete structures, Japan Concrete Institute, Volume 1, Tokyo, pp. 475-482.
- Gamino, A.L., 2007, “*Modelagem física e computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP*”, Tese de Doutorado, Escola Politecnica da Universidade de São Paulo, 285pp.
- Gamino, A.L., Sousa, J.L.A.O., Manzoli, O.L., e Bittencourt, T.N., 2010, “*Estruturas de concreto reforçadas com PRFC, Parte II: Análise dos Modelos de Cisalhamento*”, Ibracon Structures and Materials Journal, Volume 3, Issue 1, pp. 24-49.
- Godar, Ahmed; Chaallal, Omar; 2013, “*Strut-and-tie method for externally bonded FRP shear-strengthened large-scale RC beams*”, Composite Structures, Volume 99, pp. 327-338.
- Godat, A., Qu, Z., Lu, X.Z., Labossière, P., Ye, L.P., Neale, K.W., e Asce, M., 2010, “*Size effects for reinforced concrete beams strengthened in shear with CFRP strips*”, Journal of Composites for Construction, Volume 14, Issue 3, June, pp. 260-272.
- Grande, E., Imbimbo, M., e Rasulo, A., 2007, “*Experimental behavior of RC beams strengthened in shear by FRP sheets*” 8th International Symposium on Fiber-Reinforced Polymers Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-8), University of Patras, Greece.
- Grande, E., Imbimbo, M., e Rasulo, A., 2009, “*Effect of transverse steel on the response of RC beams strengthened in shear by FRP: Experimental study*”, Journal of Composites for Construction, Volume 13, Issue 5, pp. 405-414.
- Grande, E., Imbimbo, M., e Rasulo, A., 2013, “*Experimental response of RC beams strengthened in shear by FRP sheets*”, The Open Civil Engineering Journal, Volume 7, August, pp. 127-135.

- Guadagnini, M., Pilakoutas, K., e Waldron, P., 2003, “*Shear performance of FRP reinforced concrete beams*”, Journal of Reinforced Plastics and Composites, Volume 22, Issue 15, October, pp. 1389-1407.
- Hadi, M. N. S., 2003, “*Retrofitting of shear failed reinforced concrete beams*”, Composite Structures Journal, Volume 62, Issue 1, October, pp. 1-6.
- Ianniruberto, U. e Imbimbo, M., 2004, “*Role of fiber reinforced plastic sheets in shear response of reinforced concrete beams: Experimental and analytical results*”, Journal of Composites for Construction, Volume 8, Issue 5, October, pp. 415-424.
- Ibares, E.O., Bernat, A.M., Sánchez, M.P., e García, J.M.B., 2012, “*The contribution of FRP laminates to the shear strength of externally bonded reinforced (EBR) concrete structures*” fib Symposium on Concrete structures for a sustainable community, Stockholm, Sweden.
- Islam, M.R., Mansur, M.A., e Maalej, M., 2005, “*Shear strengthening of RC deep beams using externally bonded FRP systems*”, Cement and Concrete Composites, Volume 27, Issue 3, March, pp. 413-420.
- Jalali, M., Sharbatdar, M.K., Chen, J.F., e Alaei, F.J., 2012, “*Shear strengthening of RC beams using innovative manually made NSM FRP bars*”, Construction and Building Materials, Volume 36, November, pp. 990-1000.
- Jayprakash, J., Abdul Aziz, A.A., Abang Abdullah, A.A., Ashraborty A.A., 2006, “*Shear Resistance of Reinforced Concrete Beams with Bidirectional Carbon Fibre Fabric Strips*”, Fédération internationale du béton, Proceedings of the 2nd International Congress, Napoli, Italy.
- Jayprakash, J., Samad, A.A., Abbasov, A.A., Ali, A.A., 2008, “*Shear capacity of precracked and non-precracked reinforced concrete shear beams with externally bonded bi directional CFRP strips*”, Construction and Building Materials, Volume 22, pp. 1148-1165.
- Juvandes, L., 1999, “*Reforço e reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de CFRP*”, Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), Departamento de Engenharia Civil, Porto, Setembro, 396 pp.

- Kamiharako, A., Maruyama, K., Takada, K. e Shimomura T., 1997, "*Evaluation of shear contribution of FRP sheets attached to concrete beams*", Non-Metallic FRP reinforcement for concrete structures, Proceedings of the third international symposium, Tokyo, Japan.
- Katakalos, K., Manos e G. e Papakonstantinou, C., 2012, "*Comparison between carbon and steel fiber reinforced polymers with or without anchorage*", 6th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE2012), Rome, Italy, 13-15 June.
- Khalifa, A., M., 1999, "*Shear performance of reinforced concrete beams strengthened with advanced composites*", PhD Thesis, University of Alexandria, Alexandria, Egypt.
- Kim, G., Sim, J., e Oh, H., 2008, "*Shear strength of strengthened RC beams with FRPs in shear*", Construction and Building Materials, Volume 22, Issue 6, June, pp. 1261-1270.
- Kotynia, R., 2007, "*Shear strengthening of RC beams with NSM CFRP laminates*", 8th International Symposium on Fiber-Reinforced Polymers Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-8), University of Patras, Greece.
- Koutas, L. e Triantafyllou, T. C., 2012, "*Use of anchors in shear strengthening of reinforced concrete T-beams with FRP*", 6th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE2012), Rome, Italy, 13-15 June.
- Koutas, L. e Triantafyllou, T.C., 2013, "*Use of anchors in shear strengthening of reinforced concrete T-beams with FRP*", Journal of Composites for Construction, Volume 17, Issue 1, February, pp. 101-107.
- Lee, H.K., Cheong, S.H., Ha, S.K. e Lee, C.G., 2011, "*Behavior and performance of RC T-section deep beams externally strengthened in shear with CFRP sheets*", Composite Structures Journal, Volume 93, Issue 2, January, pp. 911-922.
- Leung, C.K.Y., Asce, M., Chen, Z., Lee, S., Ng, M. e Xu, M., 2007, "*Effect of Size on the Failure of Geometrically Similar Concrete Beams Strengthened in Shear with FRP Strips*", Journal of Composites for Construction, Volume 11, Issue 5, October, pp. 487-496.
- Li, A. e Delmas, Y., 2001, "*Shear strengthening of RC beams with externally bonded CFRP sheets*", Journal of Structures Engineering, Volume 127, Issue 4, April, pp. 374-380.

- Li, A., Diagana, C. e Delmas, Y., 2001, “*CRFP contribution to shear capacity of strengthened RC beams*”, Engineering Structures Journal, Volume 23, Issue 10, October, pp. 1212-1220.
- Li, A., Diagana, C. e Delmas, Y., 2002, “*Shear strengthening effect by bonded composite fabrics on RC beams*”, Composites: Part B, Volume 33, pp. 225-239.
- Lima, J.L.T., e Barros, J.A.O., 2007, “*Design models for shear strengthening of RC beams with externally bonded FRP composites: A statistical versus reliability approach*”, 8th International Symposium on Fiber-Reinforced Polymers Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-8), University of Patras, Greece.
- Lima, J.L.T., e Barros, J.A.O., 2008, “*Novas perspectivas para o desenvolvimento de modelos de dimensionamento ao corte de vigas de betão armado reforçadas com FRP colado externamente*”, Encontro Nacional de Betão Estrutural 2008 (BE2008), Guimarães, Portugal.
- Manos, G.C., Kourtides, V., e Matsukas, P., 2007, “*Investigation of the flexural and shear capacity of simple R/C beam specimens including repair schemes with fiber reinforcing plastics*”, 8th International Symposium on Fiber-Reinforced Polymers Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-8), University of Patras, Greece.
- Micelli, F., Annaiah, R., e Nanni, A., 2002, “*Strengthening of Short Shear Span RC-T Joists with FRP Composites*”, Journal of Composites for Construction, Volume 6, Issue 4, November, pp. 264-271.
- Mitsui, Y., Murakami, K., Takeda, K., Sakai, H., 1998, “*A Study on Shear Reinforcement of Reinforced Concrete Beams Externally Bonded with Carbon Fiber Sheets*”, Composites Interface Journal, Volume 5, Issue 4, pp. 285-295.
- Miyajima, H., Kosa, K., Tasaki, K. e Matsumoto, S., 2005, “*Shear strengthening of RC beams using carbon fiber sheets and its resistance mechanism*”, Proceedings of the Fifth Workshop on Safety and Stability of Infrastructures against Environmental Impacts, De La Salle University, Manila, Philippines.
- Miyauchi, K., Inoue, S., Nishibayashi, S., e Tanaka, Y., 1997, “*Shear behavior of reinforced concrete beam strengthened with CFRP sheet*”, Trans. Japan Concrete Institute, Volume 19, pp. 97-104.

- Mofidi, A. e Chaallal, O., 2011, “*Shear strengthening of RC beams with externally bonded FRP composites: Effect of strip-width-to-strip-spacing ratio*”, Journal of composites for construction, Volume 15, Issue 5, October, pp. 732-742.
- Mofidi, A. e Chaallal, O., 2014, “*Tests and design provisions for reinforced-concrete beams strengthened in shear using FRP sheets and strips*”, International Journal of Concrete Structures and Materials, Volume 8, Issue 2, June, pp. 117-128.
- Mofidi, A., Chaallal, O., Benmokrane, B., e Neale, K., 2012, “*Performance and comparison of end-anchorage systems for RC beams strengthened in shear with U-wrap EB FRP*”, 6th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE2012), Rome, Italy, 13-15 June.
- Mofidi, A., Thivierge, S., Chaallal, O., e Shao, Y., 2014, “*Behavior of reinforced concrete beams strengthened in shear using L-shaped CFRP plates: Experimental Investigation*”, Journal of composites for construction, Volume 18, Issue 2, April, pp. 1-8.
- Monti, G., Liotta, M.A., 2007, “*Test and design equations for FRP-Strengthening in shear*”, Construction and Building Materials Journal, Volume 21, pp. 799-809.
- Moren, J.E., 2002, “*Shear behaviour of reinforced concrete deep beams strengthened with CFRP laminates*”, M.Sc. Thesis, Faculty of New Jersey Institute of Technology, New Jersey, USA.
- Mosallam, A.S., Banaerjee, S., 2007, “*Shear enhancement of reinforced concrete beams strengthened with FRP composite laminates*”, Composites: Part B Journal, Volume 38, pp. 781-793.
- Mostofinejad, D., Kashani, A.T., e Hosseini, A., 2015, “*Design model for shear capacity of RC beams strengthened with two-side CFRP wraps based on effective FRP strain concept*”, European Journal of Environmental and Civil Engineering, DOI: 10.1080/19648189.2015.1021382.
- Nanni, A., 2004, “*Fiber reinforced polymer composites for infrastructure strengthening - From research to practice*”, VII AIMAT Congress, Ancona, Italy, June 29 - July 2, Key-note Paper KP2, 10 pp. (CD-ROM).

- Nanni, A., Ludovico, M. D. e Parretti, R., 2004, “*Shear strengthening of a PC bridge girder with NSM CFRP rectangular bars*”, *Advances in Structural Engineering Journal*, Volume 7, Issue 4, January, pp. 97-110.
- Nguyen-Minh, L. e Rovnák, M., 2015, “*Size effect in uncracked and pre-cracked reinforced concrete beams shear-strengthened with composite jackets*”, *Composites: Part B Journal*, Volume 78, pp. 361-376.
- Norris, T., Saadatmanes, H., e Ehsani, M., 1997, “*Shear and flexural strengthening of RC beams with carbon fiber sheets*”, *Journal of Structures Engineering*, Volume 123, Issue 7, July, pp. 903-911.
- Ono, K., Matsumura, M., Sakanishi, S., e Miyata, K., 1997, “*Strength improvement of rc bridge piers by carbon fiber sheet*”, *Non-metallic (FRP) reinforcement for concrete structures*, Japan Concrete Institute, Tokyo, Volume 1, pp. 563-570.
- Panda, K.C., Bhattacharyya, S.K., e Barai, S.V., 2011, “*Strengthening of RC T-beams with shear deficiencies using GFRP strips*” *Journal of Civil Engineering and Architecture*, Volume 5, Issue 1, pp. 56-67.
- Panda, K.C., Bhattacharyya, S.K., e Barai, S.V., 2013, “*Effect of transverse steel on the performance of RC T-beams strengthened in shear zone with GFRP sheet*”, *Construction and Building Materials*, Volume 41, April, pp. 79-90.
- Panigrahi, A.K., Biswal, K.C., e Barik, M.R., 2014, “*Strengthening of shear deficient RC T-beams with externally bonded GFRP sheets*”, *Construction and Building Materials*, Volume 57, April, pp. 81-91.
- Park, S.Y., Naaman, A.E., Lopez, M.M. e Till, R.D., 2001, “*Shear strengthening of RC beams using glued CFRP sheets*”, *FRP composites in civil Engineering*, Volume 1, pp. 669-676.
- Pellegrino, C. e Modena, C., 2002, “*Fiber reinforced polymer shear strengthening of reinforced concrete beams with transverse steel reinforcement*”, *Journal of Composites for Construction*, vol. 6, nº2, May, pp. 104-111.
- Pellegrino, C., Modena, C., 2006, “*Fiber reinforced polymer shear strengthening of reinforced concrete beams: Experimental study and analytical modeling*”, *ACI Structural Journal*, Volume 103, Issue 5, pp. 720-728.

- Qin, S., Dirar, S., Yang, J., Chan, A., e Elshafie, M., 2015, “*CFRP shear strengthening of reinforced-concrete Tbeams with corroded shear links*” *Journal of Composites for Construction*, 10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000548.
- Rahal, K.N., 2010, “*Near surface mounted shear strengthening of reinforced concrete beams*”, American Concrete Institute, ACI Special Publication SP-272-13, pp. 251-268.
- Rahal, K. e Rumaih, H., 2011, “*Tests on reinforced concrete beams strengthened in shear using near surface mounted CFRP and steel bars*”, *Engineering Structures Journal*, Volume 33, Issue 1, January, pp. 53-62.
- Romeira, T.C.B., 2012, “*Estudo do comportamento de vigas de betão simples e reforçadas com CFRP, sujeitas a envelhecimento*”, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Junho, 155 pp.
- Qu, Z., Lu, X.Z. e Ye, L.P., 2005, “*Size effect of shear contribution of externally bonded FRP U-Jackets for RC beams*”, *Proceedings of International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures (BBFS 2005)*, Hong Kong, China.
- Saafan, M.A.A., 2006, “*Shear Strengthening of Reinforced concrete beams using GFRP wraps*”, *Acta Polytechnica*, Volume 46, Issue 1, pp. 24-32.
- Sato, Y., Ueda, T., Kakuta, Y., e Tanaka, T., 1996, “*Shear reinforcing effect of carbon fiber sheet attached to side of reinforced concrete beams*”, *Advanced Composite Materials in Bridges and Structures*, pp. 621-627.
- Sato, Y., Ueda, T., Kakuta, Y., e Ono, S., 1997, “*Ultimate shear capacity of reinforced concrete beams with carbon fiber sheet*”, *Non-metallic (FRP) reinforcement for concrete structures*, Japan Concrete Institute, 1, Tokyo, 499-506.
- Sena-Cruz, J.M. e Barros, J.A.O., 2004, “*Bond between near-surface mounted CFRP laminate strips and concrete in structural strengthening*”, *Journal of Composites for Construction*, vol. 8, nº 6, pp. 519-527.
- Siddiqui, N.A., 2009, “*Experimental investigation of RC beams strengthened with externally bonded FRP composites*”, *Latin American Journal of Solids and Structures*, Volume 6, pp. 343-362.

- Silva, C.S.C.G., 2013, “*Validação de formulações analíticas para o reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos CFRP*” Tese de Mestrado, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Guimarães, Outubro, 144 pp.
- Sim, J., Kim, G., Park, C., e Ju, M., 2005, “*Shear Strengthening Effects with Varying Types of FRP Materials and Strengthening Methods*” Proceedings, 7th International RILEM Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-7), Kansas City, Missouri, USA, pp. 1665-1680.
- Singh, S.B., Sivasubramanian, M.V.R., Reddy, A.L., Prakash, K.C., Nagarjuna, K., e Kiran, A.H., 2012, “*Performance of NSM-FRP RC beams in flexure and shear using locally developed CFRP rebars*”, International Journal of Sustainable Materials and Structural Systems, Volume 1, Issue 1, pp. 42-67.
- Song, F.X., Fan, C.Z., e Jie, L., 2004, “*Experimental research on shear strengthening of reinforced concrete beams with externally bonded CFRP sheets*”, College of Civil Engineering Southeast University NanJing, China.
- Sundarraja, M.C., e Rajamohan, S., 2009, “*Strengthening of RC beams in shear using GFRP inclined strips – An experimental study*”, Construction and Building Materials, Volume 23, Issue 2, February, pp. 856-864.
- Taerwe, L., Khalil, H., e Matthys, S., 1997, “*Behaviour of rc beams strengthened in shear by external CFRP sheets*”, Non-metallic (FRP) reinforcement for concrete structures, Japan Concrete Institute, Volume 1, Tokyo, pp. 483-490.
- Täljsten, B., 1997, “*Strengthening of concrete structures for shear with bonded CFRP fabrics*”, Recent advances in bridge engineering, EMPA, Switzerland, pp. 67-74.
- Täljsten, B., 2003, “*Strengthening concrete beams for shear with CFRP sheets*”, Construction and Building Materials, Volume 17, pp. 15-26.
- Teng, J.G., Chen, G.M., Chen, J.F., Rosenboom, O.A. e Lam, L., 2009, “*Behavior of RC Beams Shear Strengthened with Bonded or Unbonded FRP Wraps*”, Journal of Composites for Construction, Volume 13, Issue 5, October, pp. 394-404.

- Teng, J.G., Lam, L., e Chen, J.F., 2004, “*Shear Strengthening of RC Beams with FRP Composites*”, Progress in Structural Engineering and Materials, Volume 6, Issue 3, July-September, pp 173-184.
- Tetta, Z.C., Koutas, L.N., e Bournas, D.A., 2015, “*Textile-reinforced mortar (TRM) versus fiber-reinforced polymers (FRP) in shear strengthening of concrete beams*”, Composites: Part B Journal, Volume 77, pp. 338-348.
- Triantafillou, T.C., 1998, “*Shear strengthening of reinforced concrete beams using epoxybonded FRP composites*”, ACI Structural Journal, Volume 95, Issue 2, pp.107-115.
- Tughar, M.S., 2013, “*Fiber reinforced polymer repair techniques for reinforced concrete beams pre-damaged in shear*”, Chemistry and Materials Research, Volume 5, Special Issue for International Congress on Materials & Structural Stability, Rabat, Morocco, 27-30 November 2013.
- Uji, K., 1992, “*Improving shear capacity of existing reinforced concrete members by applying carbon fiber sheets*”, Trans. Japan Concrete Institute, Volume 14, pp. 253-266.
- Umezu, K., Fujita, M., Nakai, H. e Tamaki, K., 1997, “*Shear behavior of RC beams with aramid fiber sheet*”, Non-metallic (FRP) reinforcement for concrete structures, Japan Concrete Institute, Volume 1, Tokyo, pp. 491-498.
- Venkatesha, K.V., Rao, K.B., Dinesh, S.V., Bharatkumar, B.H., Anoop, M.B., Balasubramanian, S.R., e Nagesh, R.I., 2012, “*Experimental investigation of reinforced concrete beams with and without CFRP wrapping*”, Slovak Journal of Civil Engineering, Volume 20, Issue 3, pp. 15-26.
- Wiwatrojanagul, P., Israngkura, B., Ayudhya, N. e Sahamitmongkol, R., 2012, “*NSM FRP Shear Strengthening of RC Beams with Internal Stirrups*”, Thammasat International Journal of Science and Technology (TIJSAT), Volume 17, Issue 1, January-March, pp. 16-30.
- Wong, R.S.Y. e Vecchio, F.J., 2003, “*Towards Modeling of Reinforced Concrete Members with Externally Bonded Fiber-Reinforced Polymer Composites*”, ACI Structural Journal, Volume 100, Issue 1, January-February, pp. 47-55.

- Zhang, Z., 2003, “*Shear strengthening of RC beams using carbon fiber reinforced polymer laminates*”, PhD Thesis, New Jersey Institute of Technology.
- Zhang, Z., Hsu, C. T. e Asce, F., 2005, “*Shear strengthening of reinforced concrete beams using carbon-fiber-reinforced polymer laminates*”, Journal of Composites for Construction, March/April, Volume 9, Issue 2, April pp. 158-169.
- Zhang, G., Kishi, N., Mikami, H., 2007, “*Effects of bonding configurations on shear behavior of RC beams reinforced with aramid FRP sheets*”, 8th International Symposium on Fiber-Reinforced Polymers Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-8), University of Patras, Greece.

## **ANEXO**

### **Exemplos de aplicação das formulações analíticas relacionadas com o reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP**

A.1 Aplicação das formulações referentes à técnica EBR

A.2 Aplicação das formulações referentes à técnica NSM

## A.1 Aplicação das formulações referentes à técnica EBR

### A.1.1 Exemplo 1

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica EBR na determinação do valor de cálculo da capacidade resistente ao esforço transversal de uma viga de betão armado em que o reforço ao corte com CFRP consistiu na colagem de duas camadas de manta, cada uma com espessura de 0.11 mm, aplicadas de forma contínua e envolvendo toda a secção. A viga analisada (A245W) foi testada por Carolin e Taljsten (2005) e as suas dimensões encontram-se representadas na Figura A.1. Na Tabela A.1 são apresentados alguns parâmetros necessários para o cálculo das formulações analíticas.

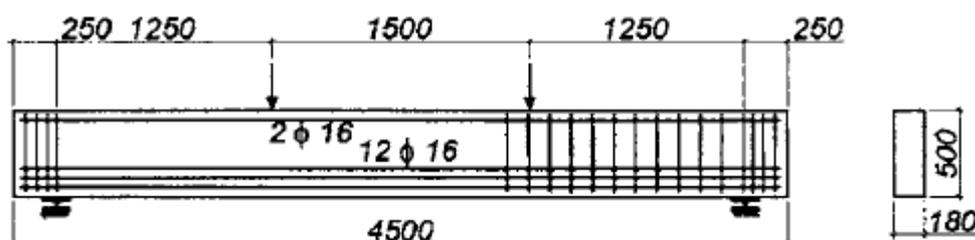


Figura A.1 - Características geométricas da viga (Carolin e Taljsten, 2005).

Tabela A.1 - Parâmetros necessários para aplicação das formulações EBR (Carolin e Taljsten, 2005).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da alma	$h_w$ (mm)	500
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	180
Altura efetiva da secção transversal	$d$ (mm)	430
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	55
Valor característico da resistência à compressão do betão	$f_{ck}$ (MPa)	45.45
Valor médio da resistência à tração do betão	$f_{ctm}$ (MPa)	3.4
Largura do reforço de CFRP	$w_f$ (mm)	1
Espessura do reforço de CFRP	$t_f$ (mm)	0.22
Espaçamento entre o centro de elementos de reforço	$s_f$ (mm)	1
Módulo de elasticidade do reforço de CFRP	$E_f$ (GPa)	210
Valor da tensão máxima resistente à tração do CFRP	$f_{fu}$ (MPa)	4500
Valor da extensão última do CFRP	$\epsilon_{fu}$	0.019
Ângulo da fenda diagonal de corte	$\theta$ (°)	45
Ângulo da orientação das fibras do compósito de CFRP	$\beta$ (°)	45

Tabela A.2 - Aplicação da formulação *fib* (2001).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Cálculo da densidade geométrica do CFRP</b></p> <p>O reforço ao corte em análise foi aplicado de forma contínua e a densidade geométrica do CFRP é obtida por intermédio da expressão (3.2):</p> $\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot \sin\beta}{b_w}$	$\rho_f = \frac{2 \cdot 0.22 \cdot \sin 45}{180} = 0.00173$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O reforço de CFRP na viga em análise foi aplicado em forma de “O”. Assim, o valor médio da extensão efetiva do CFRP é determinado pela expressão (3.5):</p> $\varepsilon_{f,e} = 0.17 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.3} \cdot \varepsilon_{fu}$ <p>O valor característico da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.4) em que k vale 0.8:</p> $\varepsilon_{fk,e} = k \cdot \varepsilon_{f,e}$ <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.3):</p> $\varepsilon_{fd,e} = \frac{\varepsilon_{fk,e}}{\gamma_f}$ <p>O modo de rotura da viga foi a rotura do CFRP. Assim, o valor de <math>\gamma_f</math> a considerar é 1.35:</p>	$\varepsilon_{f,e} = 0.17 \cdot \left( \frac{55^{2/3}}{210 \cdot 0.00173} \right)^{0.3} \cdot 0.019 = 0.009757$ $\varepsilon_{fk,e} = 0.8 \cdot 0.009757 = 0.007805$ $\varepsilon_{fd,e} = \frac{0.007805}{1.35} = 0.005782$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.1):</p> $V_{fd} = 0.9 \cdot \varepsilon_{fd,e} \cdot E_f \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \sin\beta$	$V_{fd} = 0.9 \cdot 0.005782 \cdot 210 \times 10^6 \cdot 0.00173 \cdot 0.180 \cdot 0.430 \cdot (\cot 45 + \cot 45) \cdot \sin 45 = 206.94 \text{ kN}$

Tabela A.3 - Aplicação da formulação ACI (2008).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção dos valores de cálculo das propriedades dos materiais</b></p> <p>A viga em análise foi testada em laboratório. Deste modo considera-se para o fator de redução ambiental das propriedades do CFRP o valor de <math>C_E = 0.95</math> (Tabela 3.3).</p> $\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^*$ $f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^*$	$\varepsilon_{fu} = 0.95 \cdot 0.019 = 0.01805$ $f_{fu} = 0.95 \cdot 4500 = 4275 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP referente a uma solução de reforço em forma de “O” é obtido usando a expressão (3.10):</p> $\varepsilon_{fe} = 0.004 \leq 0.75 \cdot \varepsilon_{fu}$	$\varepsilon_{fe} = 0.004 < 0.013537$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Área de reforço ao corte de CFRP:</p> $A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f$ <p>Tensão efetiva do CFRP:</p> $f_{fe} = \varepsilon_{fe} \cdot E_f$ <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.7):</p> $V_f = \emptyset \cdot \psi_f \cdot \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} \cdot (\sin\beta + \cos\beta) \cdot d_{fv}}{s_f}$ <p>O valor de <math>\emptyset</math> é de 0.85 e o valor de <math>\psi_f</math> é de 0.95 (reforço em forma de “O”).</p>	$A_{fv} = 2 \cdot 2 \cdot 0.11 \cdot 1 = 0.44 \text{ mm}^2$ $f_{fe} = 0.004 \cdot 210000 = 840 \text{ MPa}$ $V_f = 0.85 \cdot 0.95 \cdot \frac{0.44 \times 10^{-6} \cdot 840 \times 10^3 \cdot (\sin 45 + \cos 45) \cdot 0.430}{1 \times 10^{-3}}$ $= 181.49 \text{ kN}$

Tabela A.4 - Aplicação da formulação CNR (2004).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento</b></p> <p>O valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento é obtido usando a expressão (3.22):</p> $f_{fda} = \frac{0.8}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{fk}}{t_f}}$ <p>O coeficiente <math>\gamma_{f,d}</math> adotado foi 1.5 (Tabela 3.4).</p> <p>O valor característico da energia de fratura é obtido por intermédio da expressão (3.23):</p> $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}}$ <p>O valor do parâmetro geométrico é obtido usando a expressão (3.24):</p> $k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/400}} \geq 1$ <p>Para o reforço aplicado de forma contínua:</p> $b_f = b = \min\{0.9 \cdot d, h_w\} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin\theta}$	$b_f = b = \min\{0.9 \cdot 430, 430\} \cdot \frac{\sin(45 + 45)}{\sin 45} = 547.3 \text{ mm}$ $k_b = \sqrt{\frac{2 - 1}{1 + 547.3/400}} = 0.6498 \rightarrow 1$ $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot 1 \cdot \sqrt{47 \cdot 3.4} = 0.379 \text{ MPa}$ $f_{fda} = \frac{0.8}{1.5} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 210000 \cdot 0.379}{0.22}} = 453.66 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP</b></p> <p>Para o caso do reforço de CFRP em forma de “O”, o valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.27):</p> $f_{fed} = f_{fad} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \right] + \frac{1}{2} \cdot (\phi_R \cdot f_{fd} - f_{fad}) \cdot \left[ 1 - \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \right]$ <p>O parâmetro <math>\phi_R</math> é obtido através da expressão (3.28):</p> $\phi_R = 0.2 + 1.6 \cdot \frac{r_c}{b_w}$ <p>O valor de cálculo da tensão de tração do CFRP (<math>f_{fd}</math>) é quantificado através da expressão (3.29):</p> $X_d = \frac{\eta \cdot X_k}{\gamma_m}$ <p>O comprimento efetivo de aderência <math>l_e</math> é determinado pela expressão (3.25):</p> $l_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{ctm}}}$	$l_e = \sqrt{\frac{210000 \cdot 0.22}{2 \cdot 3.4}} = 82.43 \text{ mm}$ $\phi_R = 0.2 + 1.6 \cdot \frac{20}{180} = 0.378$ $f_{fd} = \frac{0.95 \cdot 4500}{1.5} = 2850 \text{ MPa}$ $f_{fed} = 453.66 \cdot \left[ 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{82.43 \cdot \sin 45}{387} \right] + \frac{1}{2} \cdot (0.378 \cdot 2850 - 453.66) \cdot \left[ 1 - \frac{82.43 \cdot \sin 45}{387} \right] = 707.13 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Para o reforço em forma de “O”, o valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.19):</p> $V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \frac{w_f}{\bar{s}_f}$	$V_{Rd,f} = \frac{1}{1.2} \cdot 0.9 \cdot 0.430 \cdot 707.13 \times 10^3 \cdot 2 \cdot 0.22 \times 10^{-3} \cdot (\cot 45 + \cot 45) \cdot \frac{1}{1 \cdot \sin 45} = 283.81 \text{ kN}$

Tabela A.5 - Aplicação da formulação CIDAR (2006).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor da altura efetiva do CFRP</b> O valor da altura efetiva do CFRP é obtido por intermédio da expressão (3.32):</p> $h_{f,e} = z_b - z_t$ <p>As alturas <math>z_b</math> e <math>z_t</math> são obtidos pelas expressões (3.33) e (3.34):</p> $z_b = d_b - h + 0.9 \cdot d$ $z_t = d_t$	$z_b = 0 + 0.9 \cdot 430 = 387 \text{ mm}$ $z_t = 0 \text{ mm}$ $h_{f,e} = 387 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do fator de distribuição de tensões</b> Como o modo de rotura da viga em análise foi a rotura do CFRP, o fator de distribuição de tensões é determinado pela expressão (3.36):</p> $D = 0.5 \cdot \left(1 + \frac{z_t}{z_b}\right)$ <p>O valor da tensão máxima que o compósito pode atingir é dado pela expressão (3.37):</p> $\sigma_{f,max} = \begin{cases} 0.8 \cdot f_{fu} & \text{se } \varepsilon_{fu} \leq \varepsilon_{max} \\ 0.8 \cdot \varepsilon_{max} \cdot E_f & \text{se } \varepsilon_{fu} > \varepsilon_{max} \end{cases}$ <p>O valor para a extensão máxima, <math>\varepsilon_{max}</math>, é de 1.5%. O valor médio da tensão aplicada no reforço é dado pela expressão (3.35):</p> $f_{f,e} = D \cdot \sigma_{f,max}$	$D = 0.5 \cdot \left(1 + \frac{0}{387}\right) = 0.5$ $\varepsilon_{fu} = 1.9\% > \varepsilon_{max} = 1.5\%$ $\sigma_{f,max} = 0.8 \cdot 0.015 \cdot 210000 = 2520 \text{ MPa}$ $f_{f,e} = 0.5 \cdot 2520 = 1260 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.30):</p> $V_{fd} = 2 \cdot f_{f,e} \cdot t_f \cdot w_f \cdot \frac{h_{f,e} \cdot (\sin\beta + \cos\beta)}{s_f}$	$V_{fd} = 2 \cdot 1260 \times 10^3 \cdot 0.22 \times 10^{-3} \cdot 1 \cdot \frac{0.387 \cdot (\sin 45 + \cos 45)}{1/\sin 45}$ $= 214.55 \text{ kN}$

Tabela A.6 - Aplicação da formulação CEN (2015).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção da área da secção transversal e da altura do CFRP acima da armadura longitudinal</b></p> <p>O valor da área da secção transversal do CFRP é obtido por intermédio da expressão:</p> $A_{fw} = 2 \cdot b_f \cdot t_f$ <p>O valor da altura do CFRP acima da armadura longitudinal é obtido por intermédio da expressão:</p> $d_f = 0.9 \cdot d$	$A_{fw} = 2 \cdot 1 \cdot (0.11 \cdot 2) = 0.44 \text{ mm}^2$ $d_f = 0.9 \cdot 430 = 387 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da tensão média do CFRP</b></p> <p>O reforço da viga em análise foi aplicado em forma de "O". Assim, o valor de cálculo da tensão média do CFRP é obtido pela expressão (3.46):</p> $f_{fwd} = f_{fwd,c} = f_{fwd,c} = K_R \cdot a_t \cdot \frac{f_{fu}}{\gamma_{frp}}$ <p>Onde, <math>a_t = 0.75</math>, <math>\gamma_{frp} = 1.5</math> e <math>K_R</math> é um fator de redução obtido em função do raio de curvatura <math>r_c</math> (mm) da secção a reforçar:</p> $K_R = \begin{cases} 0.5 \cdot \frac{r_c}{60} \cdot \left(2 - \frac{r_c}{60}\right), & r_c < 60 \text{ mm} \\ 0.5, & r_c \geq 60 \text{ mm} \end{cases}$	$K_R = 0.5 \cdot \frac{20}{60} \cdot \left(2 - \frac{20}{60}\right) = 0.2778$ $f_{fwd} = f_{fwd,c} = 0.2778 \cdot 0.75 \cdot \frac{4500}{1.5} = 625.05 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.45):</p> $V_{Rd,f} = \frac{A_{fw}}{s_f} \cdot d_f \cdot f_{fwd} \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin\alpha$	$V_{Rd,f} = \frac{0.44 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-3} / \sin 45} \cdot 0.387 \cdot 625.05 \times 10^3 \cdot (\cot 45 + \cot 45) \cdot \sin 45 = 106.43 \text{ kN}$

### A.1.2 Exemplo 2

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica EBR na determinação do valor de cálculo da capacidade resistente ao esforço transversal de uma viga de betão armado em que o reforço ao corte com CFRP consistiu na colagem de uma camada de manta, com espessura de 0.13 mm, aplicada de forma discreta com um espaçamento de 175 mm e envolvendo toda a secção. A viga analisada (B3V1L-21) foi testada por Al-Tersawy (2013) e as suas dimensões encontram-se representadas na Figura A.2. Na Tabela A.7 são apresentados alguns parâmetros necessários para o cálculo das formulações analíticas.

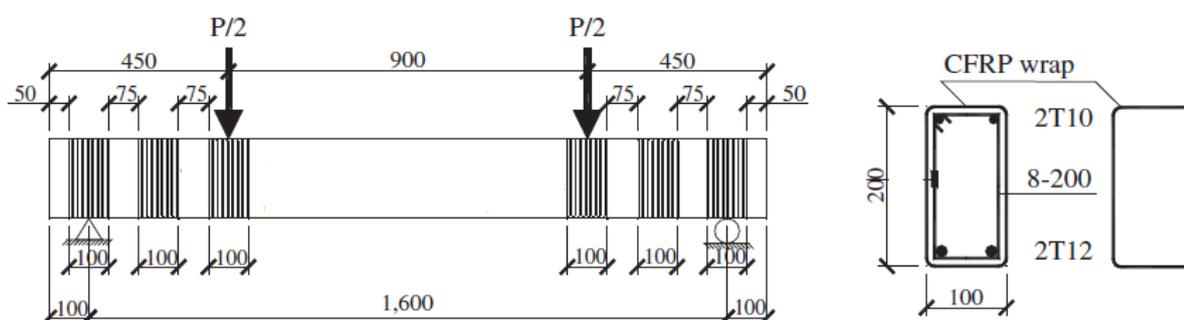


Figura A.2 - Características geométricas da viga (Al-Tersawy, 2013).

Tabela A.7 - Parâmetros necessários para aplicação das formulações EBR (Al-Tersawy, 2013).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da alma	$h_w$ (mm)	200
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	100
Altura efetiva da secção transversal	$d$ (mm)	175
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	21
Valor característico da resistência à compressão do betão	$f_{ck}$ (MPa)	14
Valor médio da resistência à tração do betão	$f_{ctm}$ (MPa)	1.9
Largura do reforço de CFRP	$w_f$ (mm)	100
Espessura do reforço de CFRP	$t_f$ (mm)	0.13
Espaçamento entre o centro de elementos de reforço	$s_f$ (mm)	175
Módulo de elasticidade do reforço de CFRP	$E_f$ (GPa)	200
Valor da tensão máxima resistente à tração do CFRP	$f_{fu}$ (MPa)	3400
Valor da extensão última do CFRP	$\epsilon_{fu}$	0.017
Ângulo da fenda diagonal de corte	$\theta$ (°)	45
Ângulo da orientação das fibras do compósito de CFRP	$\beta$ (°)	90

Tabela A.8 - Aplicação da formulação *fib* (2001).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Cálculo da densidade geométrica do CFRP</b></p> <p>O reforço ao corte em análise foi aplicado de forma discreta e a densidade geométrica do CFRP é obtida por intermédio da expressão (3.2):</p> $\rho_f = \left( \frac{2 \cdot t_f}{b_w} \right) \cdot \left( \frac{w_f}{s_f} \right)$	$\rho_f = \left( \frac{2 \cdot 0.13}{100} \right) \cdot \left( \frac{100}{175} \right) = 0.001486$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O reforço de CFRP na viga em análise foi aplicado em forma de “O”. Assim, o valor médio da extensão efetiva do CFRP é determinado pela expressão (3.5):</p> $\varepsilon_{f,e} = 0.17 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.3} \cdot \varepsilon_{fu}$ <p>O valor característico da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.4) em que k vale 0.8:</p> $\varepsilon_{fk,e} = k \cdot \varepsilon_{f,e}$ <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.3):</p> $\varepsilon_{fd,e} = \frac{\varepsilon_{fk,e}}{\gamma_f}$ <p>O modo de rotura da viga foi a rotura do CFRP. Assim, o valor de <math>\gamma_f</math> a considerar é 1.35.</p>	$\varepsilon_{f,e} = 0.17 \cdot \left( \frac{21^{2/3}}{200 \cdot 0.001486} \right)^{0.3} \cdot 0.017$ $= 0.007646$ $\varepsilon_{fk,e} = 0.8 \cdot 0.007646 = 0.006117$ $\varepsilon_{fd,e} = \frac{0.006117}{1.35} = 0.004531$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.1):</p> $V_{fd} = 0.9 \cdot \varepsilon_{fd,e} \cdot E_f \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \sin\beta$	$V_{fd} = 0.9 \cdot 0.004531 \cdot 200 \times 10^6 \cdot 0.001486 \cdot 0.10$ $\cdot 0.175 \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \sin 90$ $= 21.21 \text{ kN}$

Tabela A.9 - Aplicação da formulação ACI (2008).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção dos valores de cálculo das propriedades dos materiais</b></p> <p>A viga em análise foi testada em laboratório. Deste modo considera-se para o fator de redução ambiental das propriedades do CFRP o valor de <math>C_E = 0.95</math> (Tabela 3.3).</p> $\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^*$ $f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^*$	$\varepsilon_{fu} = 0.95 \cdot 0.017 = 0.01615$ $f_{fu} = 0.95 \cdot 3400 = 3230 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP referente a uma solução de reforço em forma de "O" é obtido usando a expressão (3.10):</p> $\varepsilon_{fe} = 0.004 \leq 0.75 \cdot \varepsilon_{fu}$	$\varepsilon_{fe} = 0.004 < 0.0121$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Área de reforço ao corte de CFRP:</p> $A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f$ <p>Tensão efetiva do CFRP:</p> $f_{fe} = \varepsilon_{fe} \cdot E_f$ <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.7):</p> $V_f = \phi \cdot \psi_f \cdot \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} \cdot (\sin\beta + \cos\beta) \cdot d_{fv}}{s_f}$ <p>O valor de <math>\phi</math> é de 0.85 e o valor de <math>\psi_f</math> é de 0.95 (reforço em forma de "O").</p>	$A_{fv} = 2 \cdot 1 \cdot 0.13 \cdot 100 = 26 \text{ mm}^2$ $f_{fe} = 0.004 \cdot 200000 = 800 \text{ MPa}$ $V_f = 0.85 \cdot 0.95 \cdot \frac{26 \times 10^{-6} \cdot 800 \times 10^3 \cdot (\sin 90 + \cos 90) \cdot 0.175}{0.175}$ $= 16.80 \text{ kN}$

Tabela A.10 - Aplicação da formulação CNR (2004).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento</b></p> <p>O valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento é obtido usando a expressão (3.22):</p> $f_{fdd} = \frac{0.8}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{fk}}{t_f}}$ <p>O coeficiente <math>\gamma_{f,d}</math> adotado foi 1.5 (Tabela 3.4).</p> <p>O valor característico da energia de fatura é obtido por intermédio da expressão (3.23):</p> $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}}$ <p>O valor do coeficiente geométrico é obtido usando a expressão (3.24):</p> $k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/400}} \geq 1$	$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{100}{175 \cdot \sin 90}}{1 + 100/400}} = 1.069$ $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot 1.069 \cdot \sqrt{13 \cdot 1.9} = 0.1594 \text{ MPa}$ $f_{fdd} = \frac{0.8}{1.5} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 200000 \cdot 0.1594}{0.13}} = 373.50 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP</b></p> <p>Para o caso do reforço de CFRP em forma de “O”, o valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.27):</p> $f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{l_e \cdot \sin \beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \right] + \frac{1}{2} \cdot (\phi_R \cdot f_{fd} - f_{fdd}) \cdot \left[ 1 - \frac{l_e \cdot \sin \beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \right]$ <p>O parâmetro <math>\phi_R</math> é obtido através da expressão (3.28):</p> $\phi_R = 0.2 + 1.6 \cdot \frac{r_c}{b_w}$ <p>O valor de cálculo da tensão de tração do CFRP (<math>f_{fd}</math>) é quantificado através da expressão (3.29):</p> $X_d = \frac{\eta \cdot X_k}{\gamma_m}$ <p>O comprimento efetivo de aderência <math>l_e</math> é determinado pela expressão (3.25):</p> $l_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{ctm}}}$	$l_e = \sqrt{\frac{200000 \cdot 0.13}{2 \cdot 1.9}} = 82.72 \text{ mm}$ $\phi_R = 0.2 + 1.6 \cdot \frac{20}{100} = 0.52$ $f_{fd} = \frac{0.95 \cdot 3400}{1.5} = 2153.33 \text{ MPa}$ $f_{fed} = 373.50 \cdot \left[ 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{82.72 \cdot \sin 90}{157.5} \right] + \frac{1}{2} \cdot (0.52 \cdot 2153.33 - 373.50) \cdot \left[ 1 - \frac{82.72 \cdot \sin 90}{157.5} \right] = 517.97 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Para o reforço em forma de “O”, o valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.19):</p> $V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \cdot \frac{w_f}{\bar{s}_f}$	$V_{Rd,f} = \frac{1}{1.2} \cdot 0.9 \cdot 0.175 \cdot 517.97 \times 10^3 \cdot 2 \cdot 0.13 \times 10^{-3} \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \frac{0.100}{0.175 \cdot \sin 90} = 10.10 \text{ kN}$

Tabela A.11 - Aplicação da formulação CIDAR (2006).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor da altura efetiva do CFRP</b> O valor da altura efetiva do CFRP é obtido por intermédio da expressão (3.32):</p> $h_{f,e} = z_b - z_t$ <p>As alturas <math>z_b</math> e <math>z_t</math> são obtidos pelas expressões (3.33) e (3.34):</p> $z_b = d_b - h + 0.9 \cdot d$ $z_t = d_t$	$z_b = 0 + 0.9 \cdot 175 = 157.5 \text{ mm}$ $z_t = 0 \text{ mm}$ $h_{f,e} = 157.5 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do fator de distribuição de tensões</b> Como o modo de rotura da viga em análise foi a rotura do CFRP, o fator de distribuição de tensões é determinado pela expressão (3.36):</p> $D = 0.5 \cdot \left(1 + \frac{z_t}{z_b}\right)$ <p>O valor da tensão máxima que o compósito pode atingir é dado pela expressão (3.37):</p> $\sigma_{f,max} = \begin{cases} 0.8 \cdot f_{fu} & \text{se } \varepsilon_{fu} \leq \varepsilon_{max} \\ 0.8 \cdot \varepsilon_{max} \cdot E_f & \text{se } \varepsilon_{fu} > \varepsilon_{max} \end{cases}$ <p>O valor para a extensão máxima, <math>\varepsilon_{max}</math>, é de 1.5%. O valor médio da tensão aplicada no reforço é dado pela expressão (3.35):</p> $f_{f,e} = D \cdot \sigma_{f,max}$	$D = 0.5 \cdot \left(1 + \frac{0}{157.5}\right) = 0.5$ $\varepsilon_{fu} = 1.7\% > \varepsilon_{max} = 1.5\%$ $\sigma_{f,max} = 0.8 \cdot 0.015 \cdot 200000 = 2400 \text{ MPa}$ $f_{f,e} = 0.5 \cdot 2400 = 1200 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.30):</p> $V_{fd} = 2 \cdot f_{f,e} \cdot t_f \cdot w_f \cdot \frac{h_{f,e} \cdot (\sin\beta + \cos\beta)}{s_f}$	$V_{fd} = 2 \cdot 1200 \times 10^3 \cdot 0.13 \times 10^{-3} \cdot 0.100 \cdot \frac{0.1575 \cdot (\sin 90 + \cos 90)}{0.175}$ $= 28.08 \text{ kN}$

Tabela A.12 - Aplicação da formulação CEN (2015).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção da área da secção transversal e da altura do CFRP acima da armadura longitudinal</b></p> <p>O valor da área da secção transversal do CFRP é obtido por intermédio da expressão:</p> $A_{fw} = 2 \cdot b_f \cdot t_f$ <p>O valor da altura do CFRP acima da armadura longitudinal é obtido por intermédio da expressão:</p> $d_f = 0.9 \cdot d$	$A_{fw} = 2 \cdot 0.13 \cdot 100 = 26 \text{ mm}^2$ $d_f = 0.9 \cdot 175 = 157.5 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da tensão média do CFRP</b></p> <p>O reforço da viga em análise foi aplicado em forma de "O". Assim, o valor de cálculo da tensão média do CFRP é obtido pela expressão (3.46):</p> $f_{fwd} = f_{fwd,c} = K_R \cdot \alpha_t \cdot \frac{f_{fu}}{\gamma_{frp}}$ <p>Onde, <math>\alpha_t = 0.75</math>, <math>\gamma_{frp} = 1.5</math> e <math>K_R</math> é um fator de redução obtido em função do raio de curvatura <math>r_c</math> (mm) da secção a reforçar:</p> $K_R = \begin{cases} 0.5 \cdot \frac{r_c}{60} \cdot \left(2 - \frac{r_c}{60}\right), & r_c < 60 \text{ mm} \\ 0.5, & r_c \geq 60 \text{ mm} \end{cases}$	$K_R = 0.5 \cdot \frac{20}{60} \cdot \left(2 - \frac{20}{60}\right) = 0.2778$ $f_{fwd} = f_{fwd,c} = 0.2778 \cdot 0.75 \cdot \frac{3400}{1.5} = 472.26 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.45):</p> $V_{Rd,f} = \frac{A_{fw}}{s_f} \cdot d_f \cdot f_{fwd} \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin\alpha$	$V_{Rd,f} = \frac{26 \times 10^{-6}}{0.175} \cdot 0.1575 \cdot 472.26 \times 10^3 \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \sin 90 = 11.05 \text{ kN}$

### A.1.3 Exemplo 3

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica EBR na determinação do valor de cálculo da capacidade resistente ao esforço transversal de uma viga de betão armado em que o reforço ao corte com CFRP consistiu na colagem de duas camadas de manta, cada uma com espessura de 0.115 mm, aplicadas de forma contínua e em forma de “U”. A viga analisada (U2C) foi testada por Koutas e Triantafyllou (2012) e as suas dimensões encontram-se representadas na Figura A.3. Na Tabela A.13 são apresentados alguns parâmetros necessários para o cálculo das formulações analíticas.

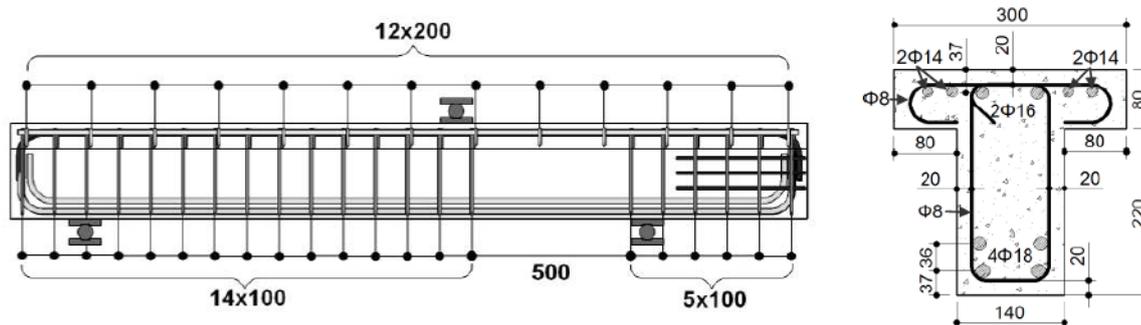


Figura A.3 - Características geométricas da viga (Koutas e Triantafyllou, 2012).

Tabela A.13 - Parâmetros necessários para aplicação das formulações EBR (Koutas e Triantafyllou, 2012).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da alma	$h_w$ (mm)	220
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	140
Altura efetiva da secção transversal	$d$ (mm)	245
Distância do reforço à face superior da viga	$d_f$ (mm)	80
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	22.6
Valor característico da resistência à compressão do betão	$f_{ck}$ (MPa)	15.6
Valor médio da resistência à tração do betão	$f_{ctm}$ (MPa)	1.79
Largura do reforço de CFRP	$w_f$ (mm)	1
Espessura do reforço de CFRP	$t_f$ (mm)	0.23
Espaçamento entre o centro de elementos de reforço	$s_f$ (mm)	1
Módulo de elasticidade do reforço de CFRP	$E_f$ (GPa)	230
Valor da tensão máxima resistente à tração do CFRP	$f_{fu}$ (MPa)	3790
Valor da extensão última do CFRP	$\epsilon_{fu}$	0.0165
Ângulo da fenda diagonal de corte	$\theta$ (°)	45
Ângulo da orientação das fibras do compósito de CFRP	$\beta$ (°)	90

Tabela A.14 - Aplicação da formulação *fib* (2001).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Cálculo da densidade geométrica do CFRP</b></p> <p>O reforço ao corte em análise foi aplicado de forma contínua e a densidade geométrica do CFRP é obtida por intermédio da expressão (3.2):</p> $\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot \sin\beta}{b_w}$	$\rho_f = \frac{2 \cdot 0.23 \cdot \sin 90}{140} = 0.00329$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O reforço de CFRP na viga em análise foi aplicado em forma de “U”. Assim, o valor médio da extensão efetiva do CFRP é determinado pela expressão (3.5):</p> $\varepsilon_{f,e} = \min \begin{cases} 0.65 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.56} \cdot 10^{-3} \\ 0.17 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.3} \cdot \varepsilon_{fu} \end{cases}$ <p>O valor característico da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.4) em que <math>k</math> vale 0.8:</p> $\varepsilon_{fk,e} = k \cdot \varepsilon_{f,e}$ <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.3):</p> $\varepsilon_{fd,e} = \frac{\varepsilon_{fk,e}}{\gamma_f}$ <p>O modo de rotura da viga foi o destacamento do CFRP. Assim, o valor de <math>\gamma_f</math> a considerar é 1.3.</p>	$\varepsilon_{f,e} = \min \begin{cases} 0.65 \cdot \left( \frac{22.6^{2/3}}{230 \cdot 0.00329} \right)^{0.56} \cdot 10^{-3} = 0.00244 \\ 0.17 \cdot \left( \frac{22.6^{2/3}}{230 \cdot 0.00329} \right)^{0.3} \cdot 0.0165 = 0.0056 \end{cases}$ $\varepsilon_{fk,e} = 0.8 \cdot 0.00244 = 0.001948$ $\varepsilon_{fd,e} = \frac{0.001948}{1.3} = 0.001498$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.1):</p> $V_{fd} = 0.9 \cdot \varepsilon_{fd,e} \cdot E_f \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \sin\beta$	$V_{fd} = 0.9 \cdot 0.001498 \cdot 230 \times 10^6 \cdot 0.00329 \cdot 0.140 \cdot 0.245 \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \sin 90 = 34.99 \text{ kN}$

Tabela A.15 - Aplicação da formulação ACI (2008).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção dos valores de cálculo das propriedades dos materiais</b></p> <p>A viga em análise foi testada em laboratório. Deste modo considera-se para o fator de redução ambiental das propriedades do CFRP o valor de <math>C_E = 0.95</math> (Tabela 3.3).</p> $\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^*$ $f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^*$	$\varepsilon_{fu} = 0.95 \cdot 0.0165 = 0.0157$ $f_{fu} = 0.95 \cdot 3790 = 3600.5 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP referente a uma solução de reforço em forma de “U” é obtido usando a expressão (3.10):</p> $\varepsilon_{fe} = k_v \cdot \varepsilon_{fu} \leq 0.004$ <p>Para a determinação do coeficiente <math>k_v</math> é necessário utilizar as expressões (3.11) a (3.14):</p> $L_e = \frac{23300}{(n_f \cdot t_f \cdot E_f)^{0.58}}$ $k_1 = \left(\frac{f_c}{27}\right)^{2/3}$ $k_2 = \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}}$ $k_v = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot L_e}{11900 \cdot \varepsilon_{fu}} \leq 0.75$	$L_e = \frac{23300}{(1 \cdot 0.23 \cdot 230000)^{0.58}} = 42.44 \text{ mm}$ $k_1 = \left(\frac{15.6}{27}\right)^{2/3} = 0.694$ $k_2 = \frac{165 - 42.44}{165} = 0.743$ $k_v = \frac{0.694 \cdot 0.743 \cdot 42.44}{11900 \cdot 0.0157} = 0.117 \leq 0.75$ $\varepsilon_{fe} = 0.117 \cdot 0.0157 = 0.001837 \leq 0.004$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Área de reforço ao corte de CFRP:</p> $A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f$ <p>Tensão efetiva do CFRP:</p> $f_{fe} = \varepsilon_{fe} \cdot E_f$ <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.7):</p> $V_f = \phi \cdot \psi_f \cdot \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} \cdot (\sin\beta + \cos\beta) \cdot d_{fv}}{s_f}$ <p>O valor de <math>\phi</math> é de 0.85 e o valor de <math>\psi_f</math> é de 0.85 (reforço em forma de “U”).</p>	$A_{fv} = 2 \cdot 1 \cdot 0.23 \cdot 1 = 0.46 \text{ mm}^2$ $f_{fe} = 0.001837 \cdot 230000 = 422.51 \text{ MPa}$ $V_f = 0.85 \cdot 0.85 \cdot \frac{0.46 \times 10^{-6} \cdot 422.51 \times 10^3 \cdot (\sin 90 + \cos 90) \cdot 0.165}{1 \times 10^{-3}} = 23.17 \text{ kN}$

Tabela A.16 - Aplicação da formulação CNR (2004).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento</b></p> <p>O valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento é obtido usando a expressão (3.22):</p> $f_{fda} = \frac{0.8}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{fk}}{t_f}}$ <p>O coeficiente <math>\gamma_{f,d}</math> adotado foi 1.5 (Tabela 3.4).</p> <p>O valor característico da energia de fratura é obtido por intermédio da expressão (3.23):</p> $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}}$ <p>O valor do coeficiente geométrico é obtido usando a expressão (3.24):</p> $k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/400}} \geq 1$ <p>Para o reforço aplicado de forma contínua:</p> $b_f = b = \min\{0.9 \cdot d, h_w\} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin\theta}$	$b_f = b = \min\{0.9 \cdot 245, 220\} \cdot \frac{\sin(45 + 90)}{\sin 45}$ $= 220 \text{ mm}$ $k_b = \sqrt{\frac{2 - 1}{1 + 220/400}} = 0.8 \rightarrow 1$ $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot 1 \cdot \sqrt{14.6 \cdot 1.79} = 0.153 \text{ MPa}$ $f_{fda} = \frac{0.8}{1.5} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 230000 \cdot 0.153}{0.23}} = 295.03 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP</b></p> <p>Para o caso do reforço de CFRP em forma de “U”, o valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.26):</p> $f_{fed} = f_{fda} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{l_e \cdot \sin\beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \right]$ <p>O comprimento efetivo de aderência <math>l_e</math> é determinado pela expressão (3.25):</p> $l_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{ctm}}}$	$l_e = \sqrt{\frac{230000 \cdot 0.23}{2 \cdot 1.79}} = 121.56 \text{ mm}$ $f_{fed} = 295.03 \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{121.56 \cdot \sin 90}{220} \right]$ $= 240.70 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Para o reforço em forma de “U”, o valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.19):</p> $V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \frac{w_f}{\bar{s}_f}$	$V_{Rd,f} = \frac{1}{1.2} \cdot 0.9 \cdot 0.245 \cdot 240.70 \times 10^3 \cdot 2 \cdot 0.23$ $\times 10^{-3} \cdot (\cot 45 + \cot 90)$ $\cdot \frac{1}{1 \cdot \sin 90} = 20.35 \text{ kN}$

Tabela A.17 - Aplicação da formulação CIDAR (2006).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor da altura efetiva do CFRP</b> O valor da altura efetiva do CFRP é obtido por intermédio da expressão (3.32):</p> $h_{f,e} = z_b - z_t$ <p>As alturas <math>z_b</math> e <math>z_t</math> são obtidos pelas expressões (3.33) e (3.34):</p> $z_b = d_b - h + 0.9 \cdot d$ $z_t = d_t$	$z_b = 0 + 0.9 \cdot 245 = 220.5 \text{ mm}$ $z_t = 80 \text{ mm}$ $h_{f,e} = 220.5 - 80 = 140.5 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do fator de distribuição de tensões</b> Como o modo de rotura da viga em análise foi o destacamento do CFRP, o fator de distribuição de tensões é determinado pela expressão (3.38):</p> $D = \begin{cases} \frac{2}{\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \lambda\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \lambda\right)}, & \text{se } \lambda \leq 1 \\ 1 - \frac{\pi - 2}{\pi \cdot \lambda}, & \text{se } \lambda > 1 \end{cases}$ <p>Para a determinação do parâmetro <math>D</math> é necessário utilizar as expressões (3.39) a (3.41):</p> $\lambda = \frac{L_{max}}{L_b}$ $L_b = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_{ck}}}}$ $L_{max} = \frac{h_{f,e}}{\sin\beta}$ <p>O valor médio da tensão aplicada no reforço é obtido através da expressão (3.35):</p> $f_{f,e} = D \cdot \sigma_{f,max}$ <p>Como o modo de rotura da viga em análise foi o destacamento do CFRP, o valor da tensão máxima que o compósito pode atingir é dado pela expressão (3.43):</p> $\sigma_{Ic} = \alpha_{EB} \cdot \beta_f \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot \sqrt{f_{ck}}}{t_f}}$ <p>Como o reforço da viga em análise foi efetuado de forma contínua o parâmetro <math>\beta_f</math> assume o valor de 0.707.</p>	$L_b = \sqrt{\frac{230000 \cdot 0.23}{\sqrt{14.6}}} = 117.66 \text{ mm}$ $L_{max} = \frac{140.5}{\sin 90} = 140.5 \text{ mm}$ $\lambda = \frac{140.5}{117.66} = 1.194$ $D = 1 - \frac{\pi - 2}{\pi \cdot 1.194} = 0.696$ $\beta_f = 0.707$ $\sigma_{Ic} = 0.315 \cdot 0.707 \cdot \sqrt{\frac{230000 \cdot \sqrt{14.6}}{0.23}} = 435.33 \text{ MPa}$ $f_{f,e} = 0.696 \cdot 435.33 = 302.99 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.30):</p> $V_{fd} = 2 \cdot f_{f,e} \cdot t_f \cdot w_f \cdot \frac{h_{f,e} \cdot (\sin\beta + \cos\beta)}{s_f}$	$V_{fd} = 2 \cdot 302.99 \times 10^3 \cdot 0.23 \times 10^{-3} \cdot 1 \cdot \frac{0.1405 \cdot (\sin 90 + \cos 90)}{1/\sin 90} = 19.58 \text{ kN}$

Tabela A.18 - Aplicação da formulação CEN (2015).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção da área da secção transversal e da altura do CFRP acima da armadura longitudinal</b></p> <p>O valor da área da secção transversal do CFRP é obtido por intermédio da expressão:</p> $A_{fw} = 2 \cdot b_f \cdot t_f$ <p>O valor da altura do CFRP acima da armadura longitudinal é obtido por intermédio da expressão:</p> $d_f = d - d_{ft}$	$A_{fw} = 2 \cdot 1 \cdot 0.23 = 0.46 \text{ mm}^2$ $d_f = 245 - 80 = 165 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da tensão do CFRP</b></p> <p>O reforço da viga em análise foi aplicado em forma de “U”. Assim, o valor de cálculo da tensão média do CFRP é determinado pela expressão (3.48):</p> $f_{fwd} = \min(f_{bfwd}, f_{fwd,c})$ <p>O valor de <math>f_{fwd,c}</math> é obtido através da expressão (3.46):</p> $f_{fwd,c} = K_R \cdot a_t \cdot \frac{f_{fu}}{\gamma_{frp}}$ <p>Onde, <math>a_t = 0.75</math>, <math>\gamma_{frp} = 1.5</math> e <math>K_R</math> é obtido em função do raio de curvatura <math>r_c</math> (mm) da secção a reforçar:</p> $K_R = \begin{cases} 0.5 \cdot \frac{r_c}{60} \cdot \left(2 - \frac{r_c}{60}\right), & r_c < 60 \text{ mm} \\ 0.5, & r_c \geq 60 \text{ mm} \end{cases}$ <p>Para o reforço aplicado de forma contínua, a resistência da ligação colada <math>f_{bfwd}</math> é determinada por intermédio das expressões (3.52) e (3.53):</p> <p>Se <math>d_f \geq l_{b,max}</math> :</p> $f_{bfwd} = \frac{f_{bk,max}}{\gamma_{fb}} \cdot \left(1 - \frac{l_{b,max}}{2 \cdot d_f}\right)$ <p>Se <math>d_f \leq l_{b,max}</math> :</p> $f_{bfwd} = \frac{f_{bk,max}}{\gamma_{fb}} \cdot \frac{d_f}{2 \cdot l_{b,max}}$ <p>O máximo comprimento de colagem é quantificado através da expressão (3.55):</p> $l_{b,max} = \frac{2}{k_b} \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f \cdot s_{f0k}}{\tau_{f1k}}} \text{ (mm)}$ <p>Onde, <math>k_b = 1.128</math>, <math>s_{f0k} = 0.201 \text{ mm}</math> e <math>\tau_{f1k}</math> é obtido através da expressão (3.56):</p> $\tau_{f1k} = 0.311 \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm,surf}} \text{ (N/mm}^2\text{)}$ <p>O valor característico da resistência máxima da ligação colada é obtido através da expressão (3.54):</p> $f_{bk,max} = \sqrt{\frac{E_f \cdot s_{f0k} \cdot \tau_{f1k}}{t_f}} \text{ (N/mm}^2\text{)}$	$K_R = 0.5 \cdot \frac{20}{60} \cdot \left(2 - \frac{20}{60}\right) = 0.2778$ $f_{fwd,c} = 0.2778 \cdot 0.75 \cdot \frac{3790}{1.5} = 526.43 \text{ MPa}$ $\tau_{f1k} = 0.311 \cdot \sqrt{22.6 \cdot 1.79} = 1.978 \text{ MPa}$ $l_{b,max} = \frac{2}{1.128} \cdot \sqrt{\frac{230000 \cdot 0.23 \cdot 0.201}{1.978}} = 129.997 \text{ mm}$ $f_{bk,max} = \sqrt{\frac{230000 \cdot 0.201 \cdot 1.978}{0.23}} = 630.54 \text{ MPa}$ <p>Como <math>d_f = 165 &gt; l_{b,max} = 129.997</math></p> $f_{bfwd} = \frac{630.54}{1.5} \cdot \left(1 - \frac{129.997}{2 \cdot 165}\right) = 254.77 \text{ MPa}$ $f_{fwd} = \min(526.43, 254.77) = 254.77 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.45):</p> $V_{Rd,f} = \frac{A_{fw}}{s_f} \cdot d_f \cdot f_{fwd} \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin\alpha$	$V_{Rd,f} = \frac{0.46 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-3} / \sin 90} \cdot 0.165 \cdot 254.77 \times 10^3 \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \sin 90 = 19.34 \text{ kN}$

### A.1.4 Exemplo 4

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica EBR na determinação do valor de cálculo da capacidade resistente ao esforço transversal de uma viga de betão armado em que o reforço ao corte com CFRP consistiu na colagem de uma camada de manta, com espessura de 0.13 mm, aplicada de forma discreta com um espaçamento de 200 mm e em forma de “U”. A viga analisada (CS.2) foi testada por Farghal (2014) e as suas dimensões encontram-se representadas na Figura A.4. Na Tabela A.19 são apresentados alguns parâmetros necessários para o cálculo das formulações analíticas.

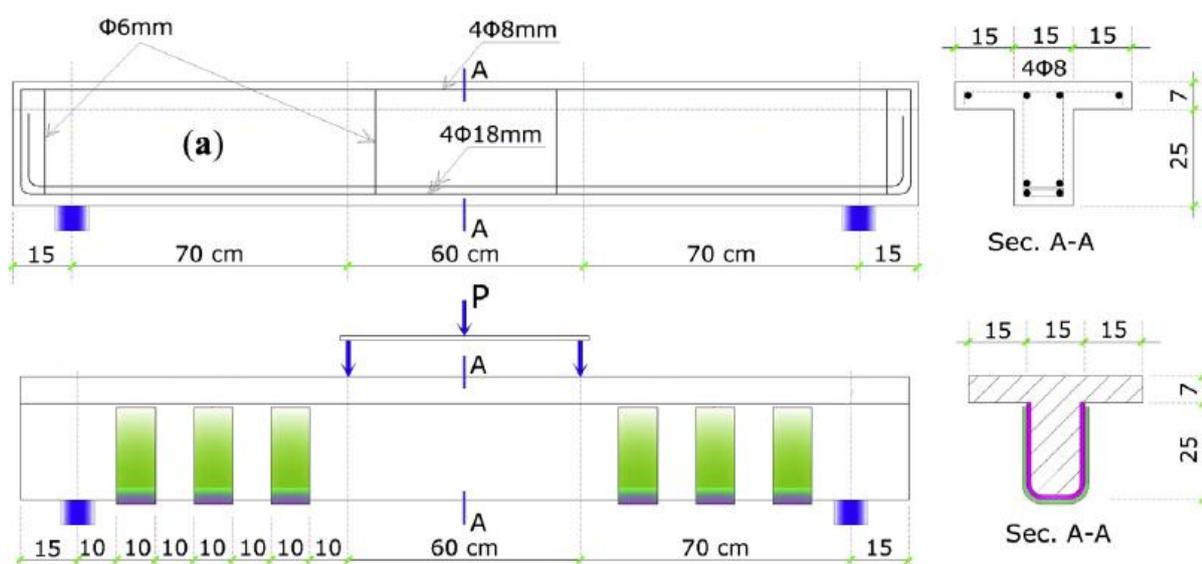


Figura A.4 - Características geométricas da viga (Farghal, 2014).

Tabela A.19 - Parâmetros necessários para aplicação das formulações EBR (Farghal, 2014).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da alma	$h_w$ (mm)	250
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	150
Altura efetiva da secção transversal	$d$ (mm)	280
Distância do reforço à face superior da viga	$d_{fi}$ (mm)	70
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	34.2
Valor característico da resistência à compressão do betão	$f_{ck}$ (MPa)	25.9
Valor médio da resistência à tração do betão	$f_{ctm}$ (MPa)	2.65
Largura do reforço de CFRP	$w_f$ (mm)	100
Espessura do reforço de CFRP	$t_f$ (mm)	0.13
Espaçamento entre o centro de elementos de reforço	$s_f$ (mm)	200
Módulo de elasticidade do reforço de CFRP	$E_f$ (GPa)	230
Valor da tensão máxima resistente à tração do CFRP	$f_{fu}$ (MPa)	3500
Valor da extensão última do CFRP	$\epsilon_{fu}$	0.015
Ângulo da fenda diagonal de corte	$\theta$ (°)	45
Ângulo da orientação das fibras do compósito de CFRP	$\beta$ (°)	90

Tabela A.20 - Aplicação da formulação *fib* (2001).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Cálculo da densidade geométrica do CFRP</b></p> <p>O reforço ao corte em análise foi aplicado de forma discreta e a densidade geométrica do CFRP é obtida por intermédio da expressão (3.2):</p> $\rho_f = \left( \frac{2 \cdot t_f}{b_w} \right) \cdot \left( \frac{w_f}{s_f} \right)$	$\rho_f = \left( \frac{2 \cdot 0.13}{150} \right) \cdot \left( \frac{100}{200} \right) = 0.000867$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O reforço de CFRP na viga em análise foi aplicado em forma de “U”. Assim, o valor médio da extensão efetiva do CFRP é determinado pela expressão (3.5):</p> $\varepsilon_{f,e} = \min \begin{cases} 0.65 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.56} \cdot 10^{-3} \\ 0.17 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.3} \cdot \varepsilon_{fu} \end{cases}$ <p>O valor característico da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.4) em que k vale 0.8:</p> $\varepsilon_{fk,e} = k \cdot \varepsilon_{f,e}$ <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.3).</p> $\varepsilon_{fd,e} = \frac{\varepsilon_{fk,e}}{\gamma_f}$ <p>O modo de rotura da viga foi a rotura do CFRP. Assim, o valor de <math>\gamma_f</math> a considerar é 1.35.</p>	$\varepsilon_{f,e} = \min \begin{cases} 0.65 \cdot \left( \frac{34.2^{2/3}}{230 \cdot 0.000867} \right)^{0.56} \cdot 10^{-3} = 0.005996 \\ 0.17 \cdot \left( \frac{34.2^{2/3}}{230 \cdot 0.000867} \right)^{0.3} \cdot 0.015 = 0.00838 \end{cases}$ $\varepsilon_{fk,e} = 0.8 \cdot 0.005996 = 0.004797$ $\varepsilon_{fd,e} = \frac{0.004797}{1.35} = 0.003553$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.1):</p> $V_{fd} = 0.9 \cdot \varepsilon_{fd,e} \cdot E_f \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \sin\beta$	$V_{fd} = 0.9 \cdot 0.003553 \cdot 230 \times 10^6 \cdot 0.000867 \cdot 0.150 \cdot 0.280 \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \sin 90 = 26.78 \text{ kN}$

Tabela A.21 - Aplicação da formulação ACI (2008).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção dos valores de cálculo das propriedades dos materiais</b></p> <p>A viga em análise foi testada em laboratório. Deste modo considera-se para o fator de redução ambiental das propriedades do CFRP o valor de <math>C_E = 0.95</math> (Tabela 3.3).</p> $\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^*$ $f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^*$	$\varepsilon_{fu} = 0.95 \cdot 0.015 = 0.0143$ $f_{fu} = 0.95 \cdot 3500 = 3325 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP referente a uma solução de reforço em forma de “U” é obtido usando a expressão (3.10):</p> $\varepsilon_{fe} = k_v \cdot \varepsilon_{fu} \leq 0.004$ <p>Para a determinação do coeficiente <math>k_v</math> é necessário utilizar as expressões (3.11) a (3.14):</p> $L_e = \frac{23300}{(n_f \cdot t_f \cdot E_f)^{0.58}}$ $k_1 = \left(\frac{f_c}{27}\right)^{2/3}$ $k_2 = \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}}$ $k_v = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot L_e}{11900 \cdot \varepsilon_{fu}} \leq 0.75$	$L_e = \frac{23300}{(1 \cdot 0.13 \cdot 230000)^{0.58}} = 59.084 \text{ mm}$ $k_1 = \left(\frac{25.9}{27}\right)^{2/3} = 0.973$ $k_2 = \frac{210 - 59.084}{210} = 0.719$ $k_v = \frac{0.973 \cdot 0.719 \cdot 59.084}{11900 \cdot 0.0143} = 0.243 \leq 0.75$ $\varepsilon_{fe} = 0.243 \cdot 0.0143 = 0.00347 \leq 0.004$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Área de reforço ao corte de CFRP:</p> $A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f$ <p>Tensão efetiva do CFRP:</p> $f_{fe} = \varepsilon_{fe} \cdot E_f$ <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.7):</p> $V_f = \phi \cdot \psi_f \cdot \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} \cdot (\sin\beta + \cos\beta) \cdot d_{fv}}{s_f}$ <p>O valor de <math>\phi</math> é de 0.85 e o valor de <math>\psi_f</math> é de 0.85 (reforço em forma de “U”).</p>	$A_{fv} = 2 \cdot 1 \cdot 0.13 \cdot 1 = 26 \text{ mm}^2$ $f_{fe} = 0.00347 \cdot 230000 = 798.1 \text{ MPa}$ $V_f = 0.85 \cdot 0.85 \cdot \frac{26 \times 10^{-6} \cdot 798.1 \times 10^3 \cdot (\sin 90 + \cos 90) \cdot 0.210}{0.200} = 15.74 \text{ kN}$

Tabela A.22 - Aplicação da formulação CNR (2004).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento</b></p> <p>O valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento é obtido usando a expressão (3.22):</p> $f_{fdd} = \frac{0.8}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{fk}}{t_f}}$ <p>O coeficiente <math>\gamma_{f,d}</math> adotado foi 1.5 (Tabela 3.4).</p> <p>O valor característico da energia de fratura é obtido por intermédio da expressão (3.23):</p> $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}}$ <p>O valor do coeficiente geométrico é obtido usando a expressão (3.24):</p> $k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/400}} \geq 1$	$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{100}{200 \cdot \sin 90}}{1 + 100/400}} = 1.095$ $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot 1.095 \cdot \sqrt{26.6 \cdot 2.65} = 0.276 \text{ MPa}$ $f_{fdd} = \frac{0.8}{1.5} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 230000 \cdot 0.276}{0.13}} = 527.06 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP</b></p> <p>Para o caso do reforço de CFRP em forma de “U”, o valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.26):</p> $f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{l_e \cdot \sin \beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \right]$ <p>O comprimento efetivo de aderência <math>l_e</math> é determinado pela expressão (3.25):</p> $l_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{ctm}}}$	$l_e = \sqrt{\frac{230000 \cdot 0.13}{2 \cdot 2.65}} = 75.11 \text{ mm}$ $f_{fed} = 527.06 \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{75.11 \cdot \sin 90}{250} \right] = 474.28 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Para o reforço em forma de “U”, o valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.19):</p> $V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \cdot \frac{w_f}{\bar{s}_f}$	$V_{Rd,f} = \frac{1}{1.2} \cdot 0.9 \cdot 0.280 \cdot 474.28 \times 10^3 \cdot 2 \cdot 0.13 \cdot 10^{-3} \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \frac{0.100}{0.200 \cdot \sin 90} = 12.95 \text{ kN}$

Tabela A.23 - Aplicação da formulação CIDAR (2006).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor da altura efetiva do CFRP</b> O valor da altura efetiva do CFRP é obtido por intermédio da expressão (3.32):</p> $h_{f,e} = z_b - z_t$ <p>As alturas <math>z_b</math> e <math>z_t</math> são obtidos pelas expressões (3.33) e (3.34):</p> $z_b = d_b - h + 0.9 \cdot d$ $z_t = d_t$	$z_b = 0 + 0.9 \cdot 280 = 252 \text{ mm}$ $z_t = 70 \text{ mm}$ $h_{f,e} = 252 - 70 = 182 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do fator de distribuição de tensões</b> Como o modo de rotura da viga em análise foi a rotura do CFRP, o fator de distribuição de tensões é determinado pela expressão (3.36):</p> $D = 0.5 \cdot \left(1 + \frac{z_t}{z_b}\right)$ <p>O valor da tensão máxima que o compósito pode atingir é dado pela expressão (3.37):</p> $\sigma_{f,max} = \begin{cases} 0.8 \cdot f_{fu} & \text{se } \varepsilon_{fu} \leq \varepsilon_{max} \\ 0.8 \cdot \varepsilon_{max} \cdot E_f & \text{se } \varepsilon_{fu} > \varepsilon_{max} \end{cases}$ <p>O valor para a extensão máxima, <math>\varepsilon_{max}</math>, é de 1.5%.</p> <p>O valor médio da tensão aplicada no reforço é dado pela expressão (3.35):</p> $f_{f,e} = D \cdot \sigma_{f,max}$	$D = 0.5 \cdot \left(1 + \frac{70}{252}\right) = 0.639$ $\varepsilon_{fu} = \varepsilon_{max} = 1.5\%$ $\sigma_{f,max} = 0.8 \cdot 3325 = 2660 \text{ MPa}$ $f_{f,e} = 0.639 \cdot 2660 = 1699.74 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.30):</p> $V_{fd} = 2 \cdot f_{f,e} \cdot t_f \cdot w_f \cdot \frac{h_{f,e} \cdot (\sin\beta + \cos\beta)}{s_f}$	$V_{fd} = 2 \cdot 1699.74 \times 10^3 \cdot 0.13 \times 10^{-3} \cdot 0.100 \cdot \frac{0.182 \cdot (\sin 90 + \cos 90)}{0.200} = 40.21 \text{ kN}$

Tabela A.24 - Aplicação da formulação CEN (2015).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção da área da secção transversal e da altura do CFRP acima da armadura longitudinal</b></p> <p>O valor da área da secção transversal do CFRP é obtido por intermédio da expressão:</p> $A_{fw} = 2 \cdot b_f \cdot t_f$ <p>O valor da altura do CFRP acima da armadura longitudinal é obtido por intermédio da expressão:</p> $d_f = d - d_{ft}$	$A_{fw} = 2 \cdot 0.13 \cdot 100 = 26 \text{ mm}^2$ $d_f = 280 - 70 = 210 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da tensão do CFRP</b></p> <p>O reforço da viga em análise foi aplicado em forma de "U". Assim, o valor de cálculo da tensão média do CFRP é determinado pela expressão (3.48):</p> $f_{fwd} = \min(f_{bfwd}, f_{fwd,c})$ <p>O valor de <math>f_{fwd,c}</math> é obtido através da expressão (3.46):</p> $f_{fwd,c} = K_R \cdot a_t \cdot \frac{f_{fu}}{\gamma_{frp}}$ <p>Onde, <math>a_t = 0.75</math>, <math>\gamma_{frp} = 1.5</math> e <math>K_R</math> é obtido em função do raio de curvatura <math>r_c</math> (mm) da secção a reforçar:</p> $K_R = \begin{cases} 0.5 \cdot \frac{r_c}{60} \cdot \left(2 - \frac{r_c}{60}\right), & r_c < 60 \text{ mm} \\ 0.5, & r_c \geq 60 \text{ mm} \end{cases}$ <p>Como o reforço é aplicado de forma discreta, <math>f_{bfwd}</math> é obtido por intermédio das expressões (3.49) a (3.51):</p> <p>Se <math>d_f \geq l_{b,max}</math> e <math>l_{b,max} \leq s_f \leq d_f</math>:</p> $f_{bfwd} = \frac{f_{bk,max}}{\gamma_{fb}}$ <p>Se <math>d_f \geq l_{b,max}</math> e <math>s_f \leq l_{b,max}</math>:</p> $f_{bfwd} = \frac{f_{bk,max}}{\gamma_{fb}} \cdot \left\{ \left[ 1 - \frac{(m-1)}{(n-1)} \right] + \frac{m \cdot (m-1) \cdot s_f}{2 \cdot (n-1) \cdot l_{b,max}} \right\}$ <p>Se <math>d_f \leq l_{b,max}</math> e <math>s_f \leq d_f</math>:</p> $f_{bfwd} = \frac{f_{bk,max}}{\gamma_{fb}} \cdot \frac{n \cdot s_f}{2 \cdot l_{b,max}}$ <p>O máximo comprimento de colagem é quantificado através da expressão (3.55):</p> $l_{b,max} = \frac{2}{k_b} \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f \cdot s_{f0k}}{\tau_{f1k}}} \text{ (mm)}$ <p>Onde, <math>k_b = 1.128</math>, <math>s_{f0k} = 0.201 \text{ mm}</math> e <math>\tau_{f1k}</math> é obtido através da expressão (3.56):</p> $\tau_{f1k} = 0.311 \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm,surf}} \text{ (N/mm}^2\text{)}$ <p>O valor característico da resistência máxima da ligação colada é obtido através da expressão (3.54):</p> $f_{bk,max} = \sqrt{\frac{E_f \cdot s_{f0k} \cdot \tau_{f1k}}{t_f}} \text{ (N/mm}^2\text{)}$	$K_R = 0.5 \cdot \frac{50}{60} \cdot \left(2 - \frac{50}{60}\right) = 0.4861$ $f_{fwd,c} = 0.4861 \cdot 0.75 \cdot \frac{3500}{1.5} = 850.68 \text{ MPa}$ $\tau_{f1k} = 0.311 \cdot \sqrt{34.2 \cdot 2.65} = 2.961 \text{ MPa}$ $l_{b,max} = \frac{2}{1.128} \cdot \sqrt{\frac{230000 \cdot 0.13 \cdot 0.201}{2.961}} = 79.88 \text{ mm}$ $f_{bk,max} = \sqrt{\frac{230000 \cdot 0.201 \cdot 2.961}{0.13}} = 1026.15 \text{ MPa}$ <p>Como <math>d_f = 210 &gt; l_{b,max} = 79.88</math> e <math>l_{b,max} = 79.88 &lt; s_f = 200 &lt; d_f = 210</math></p> $f_{bfwd} = \frac{1026.15}{1.5} = 684.1 \text{ MPa}$ $f_{fwd} = \min(850.68, 684.1) = 684.1 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido pela expressão (3.45):</p> $V_{Rd,f} = \frac{A_{fw}}{s_f} \cdot d_f \cdot f_{fwd} \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin\alpha$	$V_{Rd,f} = \frac{26 \times 10^{-6}}{0.200} \cdot 0.210 \cdot 684.1 \times 10^3 \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \sin 90 = 18.68 \text{ kN}$

### A.1.5 Exemplo 5

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica EBR na determinação do valor de cálculo da capacidade resistente ao esforço transversal de uma viga de betão armado em que o reforço ao corte com CFRP consistiu na colagem de uma camada de manta, com espessura de 0.167 mm, aplicada de forma contínua e em forma de “S”. A viga analisada (B-4) foi testada por Adhikary e Mutsuyoshi (2004) e as suas dimensões encontram-se representadas na Figura A.5. Na Tabela A.25 são apresentados alguns parâmetros necessários para o cálculo das formulações analíticas.

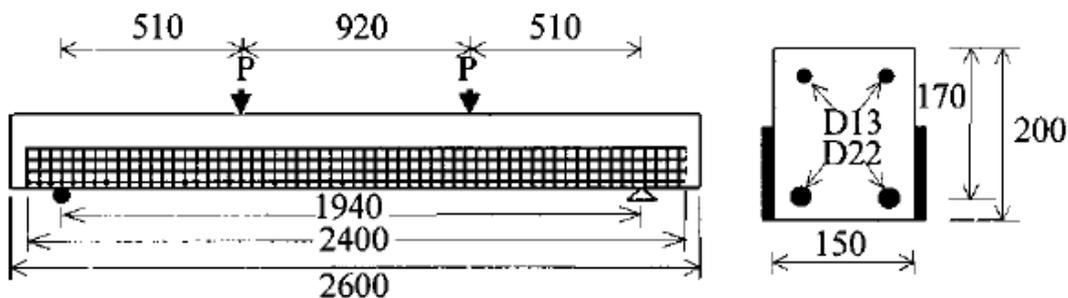


Figura A.5 - Características geométricas da viga (Adhikary e Mutsuyoshi, 2004).

Tabela A.25 - Parâmetros necessários para aplicação das formulações EBR (Adhikary e Mutsuyoshi, 2004).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da alma	$h_w$ (mm)	200
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	150
Altura efetiva da secção transversal	$d$ (mm)	170
Distância do reforço à face superior da viga	$d_f$ (mm)	50
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	39.5
Valor característico da resistência à compressão do betão	$f_{ck}$ (MPa)	31.2
Valor médio da resistência à tração do betão	$f_{ctm}$ (MPa)	2.99
Largura do reforço de CFRP	$w_f$ (mm)	1
Espessura do reforço de CFRP	$t_f$ (mm)	0.167
Espaçamento entre o centro de elementos de reforço	$s_f$ (mm)	1
Módulo de elasticidade do reforço de CFRP	$E_f$ (GPa)	230
Valor da tensão máxima resistente à tração do CFRP	$f_{fu}$ (MPa)	3400
Valor da extensão última do CFRP	$\epsilon_{fu}$	0.015
Ângulo da fenda diagonal de corte	$\theta$ (°)	45
Ângulo da orientação das fibras do compósito de CFRP	$\beta$ (°)	90

Tabela A.26 - Aplicação da formulação *fib* (2001).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Cálculo da densidade geométrica do CFRP</b></p> <p>O reforço ao corte em análise foi aplicado de forma contínua e a densidade geométrica do CFRP é obtida por intermédio da expressão (3.2):</p> $\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot \sin\beta}{b_w}$	$\rho_f = \frac{2 \cdot 0.167 \cdot \sin 90}{150} = 0.00223$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O reforço de CFRP na viga em análise foi aplicado em forma de "S". Assim, o valor médio da extensão efetiva do CFRP é determinado pela expressão (3.5):</p> $\varepsilon_{f,e} = \min \begin{cases} 0.65 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.56} \cdot 10^{-3} \\ 0.17 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.3} \cdot \varepsilon_{fu} \end{cases}$ <p>O valor característico da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.4) em que <math>k</math> vale 0.8:</p> $\varepsilon_{fk,e} = k \cdot \varepsilon_{f,e}$ <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.3):</p> $\varepsilon_{fd,e} = \frac{\varepsilon_{fk,e}}{\gamma_f}$ <p>O modo de rotura da viga foi o destacamento do CFRP. Assim, o valor de <math>\gamma_f</math> a considerar é 1.3.</p>	$\varepsilon_{f,e} = \min \begin{cases} 0.65 \cdot \left( \frac{39.5^{2/3}}{230 \cdot 0.00223} \right)^{0.56} \cdot 10^{-3} = 0.00373 \\ 0.17 \cdot \left( \frac{39.5^{2/3}}{230 \cdot 0.00223} \right)^{0.3} \cdot 0.015 = 0.0065 \end{cases}$ $\varepsilon_{fk,e} = 0.8 \cdot 0.00373 = 0.002984$ $\varepsilon_{fd,e} = \frac{0.002984}{1.3} = 0.002295$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.1):</p> $V_{fd} = 0.9 \cdot \varepsilon_{fd,e} \cdot E_f \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \sin\beta$	$V_{fd} = 0.9 \cdot 0.002295 \cdot 230 \times 10^6 \cdot 0.00223 \cdot 0.150 \cdot 0.170 \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \sin 90 = 27.01 \text{ kN}$

Tabela A.27 - Aplicação da formulação ACI (2008).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção dos valores de cálculo das propriedades dos materiais</b></p> <p>A viga em análise foi testada em laboratório. Deste modo considera-se para o fator de redução ambiental das propriedades do CFRP o valor de <math>C_E = 0.95</math> (Tabela 3.3).</p> $\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^*$ $f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^*$	$\varepsilon_{fu} = 0.95 \cdot 0.015 = 0.0143$ $f_{fu} = 0.95 \cdot 3400 = 3230 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP referente a uma solução de reforço em forma de "S" é obtido usando a expressão (3.10):</p> $\varepsilon_{fe} = k_v \cdot \varepsilon_{fu} \leq 0.004$ <p>Para a determinação do coeficiente <math>k_v</math> é necessário utilizar as expressões (3.11) a (3.14):</p> $L_e = \frac{23300}{(n_f \cdot t_f \cdot E_f)^{0.58}}$ $k_1 = \left(\frac{f_c}{27}\right)^{2/3}$ $k_2 = \frac{d_{fv} - 2 \cdot L_e}{d_{fv}}$ $k_v = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot L_e}{11900 \cdot \varepsilon_{fu}} \leq 0.75$	$L_e = \frac{23300}{(1 \cdot 0.167 \cdot 230000)^{0.58}} = 51.095 \text{ mm}$ $k_1 = \left(\frac{31.2}{27}\right)^{2/3} = 1.101$ $k_2 = \frac{120 - 2 \cdot 51.095}{120} = 0.148$ $k_v = \frac{1.101 \cdot 0.148 \cdot 51.095}{11900 \cdot 0.0143} = 0.0490 \leq 0.75$ $\varepsilon_{fe} = 0.0490 \cdot 0.0143 = 0.000701 \leq 0.004$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Área de reforço ao corte de CFRP:</p> $A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f$ <p>Tensão efetiva do CFRP:</p> $f_{fe} = \varepsilon_{fe} \cdot E_f$ <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.7):</p> $V_f = \emptyset \cdot \psi_f \cdot \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} \cdot (\sin\beta + \cos\beta) \cdot d_{fv}}{s_f}$ <p>O valor de <math>\emptyset</math> é de 0.85 e o valor de <math>\psi_f</math> é de 0.85 (reforço em forma de "S").</p>	$A_{fv} = 2 \cdot 1 \cdot 0.167 \cdot 1 = 0.334 \text{ mm}^2$ $f_{fe} = 0.000701 \cdot 230000 = 161.25 \text{ MPa}$ $V_f = \frac{0.85 \cdot 0.85 \cdot 0.334 \times 10^{-6} \cdot 161.25 \times 10^3 \cdot (\sin 90 + \cos 90) \cdot 0.120}{1 \times 10^{-3}} = 4.67 \text{ kN}$

Tabela A.28 - Aplicação da formulação CNR (2004).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento</b></p> <p>O valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento é obtido usando a expressão (3.22):</p> $f_{fda} = \frac{0.8}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{fk}}{t_f}}$ <p>O coeficiente <math>\gamma_{f,d}</math> adotado foi 1.5 (Tabela 3.4).</p> <p>O valor característico da energia de fratura é obtido por intermédio da expressão (3.23):</p> $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}}$ <p>O valor do coeficiente geométrico é obtido usando a expressão (3.24):</p> $k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/400}} \geq 1$ <p>Para o reforço aplicado de forma contínua:</p> $b_f = b = \min\{0.9 \cdot d, h_w\} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin\theta}$	$b_f = b = \min\{0.9 \cdot 170, 200\} \cdot \frac{\sin(45 + 90)}{\sin 45}$ $= 153 \text{ mm}$ $k_b = \sqrt{\frac{2 - 1}{1 + 153/400}} = 0.85 \rightarrow 1$ $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot 1 \cdot \sqrt{31.5 \cdot 2.99} = 0.291 \text{ MPa}$ $f_{fda} = \frac{0.8}{1.5} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 230000 \cdot 0.291}{0.167}} = 477.50 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP</b></p> <p>Para o caso do reforço de CFRP em forma de “S”, o valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.20):</p> $f_{fed} = f_{fda} \cdot \frac{\min\{0.9 \cdot d, h_w\} - l_e \cdot \sin\beta + l_{eq}}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \cdot \left(1 - 0.6 \cdot \sqrt{\frac{l_{eq}}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\} - l_e \cdot \sin\beta + l_{eq}}}\right)^2$ <p>O comprimento efetivo de aderência <math>l_e</math> é determinado pela expressão (3.25):</p> $l_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{ctm}}}$ <p>O comprimento efetivo de ancoragem <math>l_{eq}</math> é quantificado através da expressão (3.21):</p> $l_{eq} = \frac{S_{f,e}}{f_{fda}/E_f} \cdot \sin\beta$ <p>O parâmetro <math>S_{f,e}</math> toma o valor de 0.2 mm.</p>	$l_{eq} = \frac{0.2}{477.50/230000} \cdot \sin 90 = 96.34 \text{ mm}$ $l_e = \sqrt{\frac{230000 \cdot 0.167}{2 \cdot 2.99}} = 80.14 \text{ mm}$ $f_{fed} = 477.50 \cdot \frac{153 - 80.14 \cdot \sin 90 + 96.34}{153} \cdot \left(1 - 0.6 \cdot \sqrt{\frac{96.34}{153 - 80.14 \cdot \sin 90 + 96.34}}\right)^2$ $= 158.15 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Para o reforço em forma de “S”, o valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.18):</p> $V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot \min\{0.9 \cdot d, h_w\} \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\theta} \cdot \frac{w_f}{\bar{s}_f}$	$V_{Rd,f} = \frac{1}{1.2} \cdot 0.153 \cdot 158.15 \times 10^3 \cdot 2 \cdot 0.167 \times 10^{-3} \cdot \frac{\sin 90}{\sin 45} = 9.52 \text{ kN}$

Tabela A.29 - Aplicação da formulação CIDAR (2006).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor da altura efetiva do CFRP</b> O valor da altura efetiva do CFRP é obtido por intermédio da expressão (3.32):</p> $h_{f,e} = z_b - z_t$ <p>As alturas <math>z_b</math> e <math>z_t</math> são obtidos pelas expressões (3.33) e (3.34):</p> $z_b = d_b - h + 0.9 \cdot d$ $z_t = d_t$	$z_b = 0 + 0.9 \cdot 170 = 153 \text{ mm}$ $z_t = 50 \text{ mm}$ $h_{f,e} = 153 - 50 = 103 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do fator de distribuição de tensões</b> Como o modo de rotura da viga em análise foi o destacamento do CFRP, o fator de distribuição de tensões é determinado pela expressão (3.38):</p> $D = \begin{cases} \frac{2}{\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \lambda\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \lambda\right)}, & \text{se } \lambda \leq 1 \\ 1 - \frac{\pi - 2}{\pi \cdot \lambda}, & \text{se } \lambda > 1 \end{cases}$ <p>Para a determinação do parâmetro <math>D</math> é necessário utilizar as expressões (3.39) a (3.41):</p> $\lambda = \frac{L_{\max}}{L_b}$ $L_b = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_{ck}}}}$ $L_{\max} = \frac{h_{f,e}}{2 \cdot \sin\beta}$ <p>O valor médio da tensão aplicada no reforço é dado pela expressão (3.35):</p> $f_{f,e} = D \cdot \sigma_{f,\max}$ <p>Como o modo de rotura da viga em análise foi o destacamento do CFRP, o valor da tensão máxima que o compósito pode atingir é dado pela expressão (3.43):</p> $\sigma_{Ic} = \alpha_{EB} \cdot \beta_f \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot \sqrt{f_{ck}}}{t_f}}$ <p>Como o reforço da viga em análise foi efetuado de forma contínua o parâmetro <math>\beta_f</math> assume o valor de 0.707.</p>	$L_b = \sqrt{\frac{230000 \cdot 0.167}{\sqrt{31.5}}} = 82.73 \text{ mm}$ $L_{\max} = \frac{103}{2 \cdot \sin 90} = 51.5 \text{ mm}$ $\lambda = \frac{51.5}{82.73} = 0.623$ $D = \frac{2}{\pi \cdot 0.623} \cdot \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 0.623\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 0.623\right)} = 0.544$ $\beta_f = 0.707$ $\sigma_{Ic} = 0.315 \cdot 0.707 \cdot \sqrt{\frac{230000 \cdot \sqrt{31.5}}{0.167}} = 619.17 \text{ MPa}$ $f_{f,e} = 0.544 \cdot 619.17 = 336.83 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.30):</p> $V_{fd} = 2 \cdot f_{f,e} \cdot t_f \cdot w_f \cdot \frac{h_{f,e} \cdot (\sin\beta + \cos\beta)}{s_f}$	$V_{fd} = 2 \cdot 336.83 \times 10^3 \cdot 0.167 \times 10^{-3} \cdot 1 \cdot \frac{0.103 \cdot (\sin 90 + \cos 90)}{1/\sin 90} = 11.59 \text{ kN}$

### A.1.6 Exemplo 6

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica EBR na determinação do valor de cálculo da capacidade resistente ao esforço transversal de uma viga de betão armado em que o reforço ao corte com CFRP consistiu na colagem de uma camada de manta, com espessura de 0.191 mm, aplicada de forma discreta com um espaçamento de 300 mm e em forma de “S”. A viga analisada (RS3Sa) foi testada por Grande *et al.* (2009) e as suas dimensões encontram-se representadas na Figura A.6. Na Tabela A.30 são apresentados alguns parâmetros necessários para o cálculo das formulações analíticas.

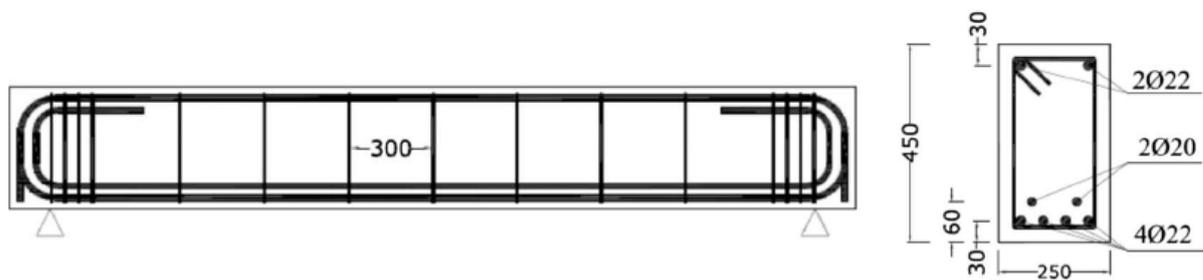


Figura A.6 - Características geométricas da viga (Grande *et al.*, 2009).

Tabela A.30 - Parâmetros necessários para aplicação das formulações EBR (Grande *et al.*, 2009).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da alma	$h_w$ (mm)	450
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	250
Altura efetiva da secção transversal	$d$ (mm)	420
Distância do reforço à face superior da viga	$d_{fi}$ (mm)	0
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	29.3
Valor característico da resistência à compressão do betão	$f_{ck}$ (MPa)	21
Valor médio da resistência à tração do betão	$f_{ctm}$ (MPa)	2.31
Largura do reforço de CFRP	$w_f$ (mm)	125
Espessura do reforço de CFRP	$t_f$ (mm)	0.191
Espaçamento entre o centro de elementos de reforço	$s_f$ (mm)	300
Módulo de elasticidade do reforço de CFRP	$E_f$ (GPa)	392
Valor da tensão máxima resistente à tração do CFRP	$f_{fu}$ (MPa)	2600
Valor da extensão última do CFRP	$\epsilon_{fu}$	0.0066
Ângulo da fenda diagonal de corte	$\theta$ (°)	45
Ângulo da orientação das fibras do compósito de CFRP	$\beta$ (°)	90

Tabela A.31 - Aplicação da formulação *fib* (2001).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Cálculo da densidade geométrica do CFRP</b> O reforço ao corte em análise foi aplicado de forma discreta e a densidade geométrica do CFRP é obtida por intermédio da expressão (3.2):</p> $\rho_f = \left( \frac{2 \cdot t_f}{b_w} \right) \cdot \left( \frac{w_f}{s_f} \right)$	$\rho_f = \left( \frac{2 \cdot 0.191}{250} \right) \cdot \left( \frac{125}{300} \right) = 0.000637$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b> O reforço de CFRP na viga em análise foi aplicado em forma de "S". Assim, o valor médio da extensão efetiva do CFRP é determinado pela expressão (3.5):</p> $\varepsilon_{f,e} = \min \begin{cases} 0.65 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.56} \cdot 10^{-3} \\ 0.17 \cdot \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0.3} \cdot \varepsilon_{fu} \end{cases}$ <p>O valor característico da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.4) em que <math>k</math> vale 0.8:</p> $\varepsilon_{fk,e} = k \cdot \varepsilon_{f,e}$ <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.3):</p> $\varepsilon_{fd,e} = \frac{\varepsilon_{fk,e}}{\gamma_f}$ <p>O modo de rotura da viga foi o destacamento do CFRP. Assim, o valor de <math>\gamma_f</math> a considerar é 1.3.</p>	$\varepsilon_{f,e} = \min \begin{cases} 0.65 \cdot \left( \frac{29.3^{2/3}}{392 \cdot 0.000637} \right)^{0.56} \cdot 10^{-3} = 0.00499 \\ 0.17 \cdot \left( \frac{29.3^{2/3}}{392 \cdot 0.000637} \right)^{0.3} \cdot 0.00663 = 0.00336 \end{cases}$ $\varepsilon_{fk,e} = 0.8 \cdot 0.00336 = 0.00269$ $\varepsilon_{fd,e} = \frac{0.00269}{1.3} = 0.00207$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.1):</p> $V_{fd} = 0.9 \cdot \varepsilon_{fd,e} \cdot E_f \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \sin\beta$	$V_{fd} = 0.9 \cdot 0.00207 \cdot 392 \times 10^6 \cdot 0.000637 \cdot 0.250 \cdot 0.420 \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \sin 90 = 48.85 \text{ kN}$

Tabela A.32 - Aplicação da formulação ACI (2008).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção dos valores de cálculo das propriedades dos materiais</b></p> <p>A viga em análise foi testada em laboratório. Deste modo considera-se para o fator de redução ambiental das propriedades do CFRP o valor de <math>C_E = 0.95</math> (Tabela 3.3).</p> $\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^*$ $f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^*$	$\varepsilon_{fu} = 0.95 \cdot 0.00663 = 0.00630$ $f_{fu} = 0.95 \cdot 2600 = 2470 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP</b></p> <p>O valor de cálculo da extensão efetiva do CFRP referente a uma solução de reforço em forma de “S” é obtido usando a expressão (3.10):</p> $\varepsilon_{fe} = k_v \cdot \varepsilon_{fu} \leq 0.004$ <p>Para a determinação do coeficiente <math>k_v</math> é necessário utilizar as expressões (3.11) a (3.14):</p> $L_e = \frac{23300}{(n_f \cdot t_f \cdot E_f)^{0.58}}$ $k_1 = \left(\frac{f_c}{27}\right)^{2/3}$ $k_2 = \frac{d_{fv} - 2 \cdot L_e}{d_{fv}}$ $k_v = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot L_e}{11900 \cdot \varepsilon_{fu}} \leq 0.75$	$L_e = \frac{23300}{(1 \cdot 0.191 \cdot 392000)^{0.58}} = 34.694 \text{ mm}$ $k_1 = \left(\frac{21}{27}\right)^{2/3} = 0.846$ $k_2 = \frac{420 - 2 \cdot 34.694}{420} = 0.835$ $k_v = \frac{0.846 \cdot 0.836 \cdot 34.694}{11900 \cdot 0.00630} = 0.327 \leq 0.75$ $\varepsilon_{fe} = 0.327 \cdot 0.00630 = 0.00206 \leq 0.004$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Área de reforço ao corte de CFRP:</p> $A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f$ <p>Tensão efetiva do CFRP:</p> $f_{fe} = \varepsilon_{fe} \cdot E_f$ <p>O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.7):</p> $V_f = \phi \cdot \psi_f \cdot \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} \cdot (\sin\beta + \cos\beta) \cdot d_{fv}}{s_f}$ <p>O valor de <math>\phi</math> é de 0.85 e o valor de <math>\psi_f</math> é de 0.85 (reforço em forma de “S”).</p>	$A_{fv} = 2 \cdot 1 \cdot 0.191 \cdot 125 = 47.75 \text{ mm}^2$ $f_{fe} = 0.00206 \cdot 392000 = 807.52 \text{ MPa}$ $V_f = \frac{0.85 \cdot 0.85 \cdot 47.75 \times 10^{-6} \cdot 807.52 \times 10^3 \cdot (\sin 90 + \cos 90) \cdot 0.420}{0.300} = 39.0 \text{ kN}$

Tabela A.33 - Aplicação da formulação CNR (2004).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento</b></p> <p>O valor de cálculo da tensão última do CFRP associada ao modo de rotura por destacamento é obtido usando a expressão (3.22):</p> $f_{fdd} = \frac{0.8}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{fk}}{t_f}}$ <p>O coeficiente <math>\gamma_{f,d}</math> adotado foi 1.5 (Tabela 3.4).</p> <p>O valor característico da energia de fratura é obtido por intermédio da expressão (3.23):</p> $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}}$ <p>O valor do coeficiente geométrico é obtido usando a expressão (3.24):</p> $k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/400}} \geq 1$	$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{125}{300 \cdot \sin 90}}{1 + 125/400}} = 1.098$ $\Gamma_{fk} = 0.03 \cdot 1.098 \cdot \sqrt{21.3 \cdot 2.31} = 0.231 \text{ MPa}$ $f_{fdd} = \frac{0.8}{1.5} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 392000 \cdot 0.231}{0.191}} = 519.33 \text{ MPa}$
<p><b>2 - Obtenção do valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP</b></p> <p>Para o caso do reforço de CFRP em forma de “S”, o valor de cálculo da tensão efetiva do CFRP é obtido usando a expressão (3.20):</p> $f_{fed} = f_{fdd} \cdot \frac{\min\{0.9 \cdot d, h_w\} - l_e \cdot \sin\beta + l_{eq}}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \cdot \left(1 - 0.6 \cdot \sqrt{\frac{l_{eq}}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\} - l_e \cdot \sin\beta + l_{eq}}}\right)^2$ <p>O comprimento efetivo de aderência <math>l_e</math> é determinado pela expressão (3.25):</p> $l_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{ctm}}}$ <p>O comprimento efetivo de ancoragem <math>l_{eq}</math> é quantificado através da expressão (3.21):</p> $l_{eq} = \frac{S_{f,e}}{f_{fdd}/E_f} \cdot \sin\beta$ <p>O parâmetro <math>S_{f,e}</math> toma o valor de 0.2 mm.</p>	$l_{eq} = \frac{0.2}{519.33/392000} \cdot \sin 90 = 150.964 \text{ mm}$ $l_e = \sqrt{\frac{392000 \cdot 0.191}{2 \cdot 2.31}} = 127.30 \text{ mm}$ $f_{fed} = 519.33$ $= \frac{378 - 127.303 \cdot \sin 90 + 150.964}{378} \cdot \left(1 - 0.6 \cdot \sqrt{\frac{150.964}{378 - 127.303 \cdot \sin 90 + 150.964}}\right)^2 = 220.53 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Para o reforço em forma de “S”, o valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.18):</p> $V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot \min\{0.9 \cdot d, h_w\} \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\theta} \cdot \frac{w_f}{s_f}$	$V_{Rd,f} = \frac{1}{1.2} \cdot 0.378 \cdot 220.53 \times 10^3 \cdot 2 \cdot 0.191 \times 10^{-3} \cdot \frac{\sin 90}{\sin 45} \cdot \frac{0.125}{0.300 \cdot \sin 90} = 15.64 \text{ kN}$

Tabela A.34 - Aplicação da formulação CIDAR (2006).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do valor da altura efetiva do CFRP</b> O valor da altura efetiva do CFRP é obtido por intermédio da expressão (3.32):</p> $h_{f,e} = z_b - z_t$ <p>As alturas <math>z_b</math> e <math>z_t</math> são obtidos pelas expressões (3.33) e (3.34):</p> $z_b = d_b - h + 0.9 \cdot d$ $z_t = d_t$	$z_b = 0 + 0.9 \cdot 420 = 378 \text{ mm}$ $z_t = 0 \text{ mm}$ $h_{f,e} = 378 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do fator de distribuição de tensões</b> Como o modo de rotura da viga em análise foi o destacamento do CFRP, o fator de distribuição de tensões é determinado pela expressão (3.38):</p> $D = \begin{cases} \frac{2}{\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \lambda\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \lambda\right)}, & \text{se } \lambda \leq 1 \\ 1 - \frac{\pi - 2}{\pi \cdot \lambda}, & \text{se } \lambda > 1 \end{cases}$ <p>Para a determinação do coeficiente <math>D</math> é necessário utilizar as expressões (3.39) a (3.41):</p> $\lambda = \frac{L_{\max}}{L_b}$ $L_b = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_{ck}}}}$ $L_{\max} = \frac{h_{f,e}}{2 \cdot \sin\beta}$ <p>O valor médio da tensão aplicada no reforço é dado pela expressão (3.35):</p> $f_{f,e} = D \cdot \sigma_{f,\max}$ <p>Como o modo de rotura da viga em análise foi o destacamento do CFRP, o valor da tensão máxima que o compósito pode atingir é dado pela expressão (3.43):</p> $\sigma_{1c} = \alpha_{EB} \cdot \beta_f \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot \sqrt{f_{ck}}}{t_f}}$ <p>O parâmetro <math>\beta_f</math> é determinado pela expressão (3.44):</p> $\beta_f = \sqrt{\frac{2 - \frac{w_f}{s_f \cdot \sin\beta}}{1 + \frac{w_f}{s_f \cdot \sin\beta}}}$	$L_b = \sqrt{\frac{392000 \cdot 0.191}{\sqrt{21.3}}} = 127.369 \text{ mm}$ $L_{\max} = \frac{378}{2 \cdot \sin 90} = 189 \text{ mm}$ $\lambda = \frac{189}{127.369} = 1.484$ $D = 1 - \frac{\pi - 2}{\pi \cdot 1.484} = 0.755$ $\beta_f = \sqrt{\frac{2 - \frac{125}{300 \cdot \sin 90}}{1 + \frac{125}{300 \cdot \sin 90}}} = 1.057$ $\sigma_{1c} = 0.315 \cdot 1.057 \cdot \sqrt{\frac{392000 \cdot \sqrt{21.3}}{0.191}} = 1024.724 \text{ MPa}$ $f_{f,e} = 0.755 \cdot 1024.724 = 773.67 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.30):</p> $V_{fd} = 2 \cdot f_{f,e} \cdot t_f \cdot w_f \cdot \frac{h_{f,e} \cdot (\sin\beta + \cos\beta)}{s_f}$	$V_{fd} = 2 \cdot 773.67 \times 10^3 \cdot 0.191 \times 10^{-3} \cdot 0.125 \cdot \frac{0.378 \cdot (\sin 90 + \cos 90)}{0.300} = 46.55 \text{ kN}$

## A.2 Aplicação das formulações referentes à técnica NSM

### A.2.1 Exemplo 1

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica NSM na determinação do valor de cálculo da capacidade resistente ao esforço transversal de uma viga de betão armado em que o reforço ao corte com CFRP consistiu na inserção de laminados, com secção transversal de  $2 \times 16 \text{ mm}^2$ , espaçados a 73 mm e orientados a  $90^\circ$ . A viga analisada (NS90-73-a) foi testada por Lorenzies e Rizzo (2006) e as suas dimensões encontram-se representadas na Figura A.7. Na Tabela A.35 são apresentados alguns parâmetros necessários para o cálculo das formulações analíticas.

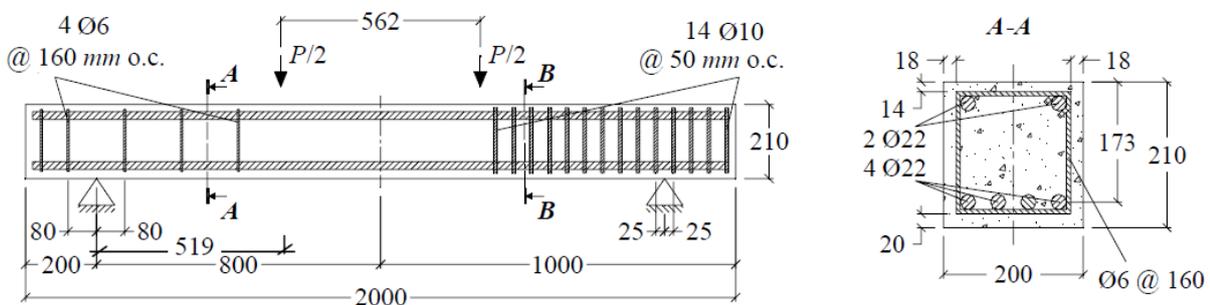


Figura A.7 - Características geométricas da viga (Lorenzies e Rizzo, 2006).

Tabela A.35 - Parâmetros necessários para aplicação das formulações NSM (Lorenzies e Rizzo, 2006).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da alma	$h_w$ (mm)	210
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	210
Ângulo que define a fratura superficial do betão	$\alpha$ ( $^\circ$ )	28.5
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	29.3
Recobrimento das armaduras longitudinais	$rec$ (mm)	20
Módulo de elasticidade do aço dos estribos	$E_S$ (GPa)	251.5
Diâmetro dos estribos	$\phi_S$ (mm)	6
Espaçamento entre elementos de reforço adjacentes	$s_f$ (mm)	73
Ângulo de orientação das fibras	$\beta$ ( $^\circ$ )	90
Tensão máxima resistente à tração dos laminados de CFRP	$f_{fu}$ (MPa)	2068
Módulo de elasticidade dos laminados de CFRP	$E_f$ (GPa)	121.5
Dimensões dos laminados de CFRP	$a_f \times b_f$ (mm <sup>2</sup> )	$2 \times 16$
Extensão efetiva	$\mathcal{E}_{fe}$ (‰)	5.9
Valor médio da tensão de aderência (resistência da ligação colada)	$\tau_b$ (MPa)	16.1
Resistência inicial da ligação coesiva do adesivo	$\tau_0$ (MPa)	20.1
Deslizamento correspondente ao fim do amaciamento do atrito	$\delta_l$ (mm)	7.12
Ângulo da fenda diagonal de corte	$\theta$ ( $^\circ$ )	45

Tabela A.36 - Aplicação da formulação Nanni *et al.* (2004).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do parâmetro N</b> O valor do parâmetro N é determinado através do menor número inteiro fornecido pela expressão (3.61):</p> $N = \frac{l_{eff} \cdot (1 + \cot\alpha)}{s_f}$ <p>O comprimento efetivo do CFRP na vertical <math>l_{eff}</math> é obtido por intermédio da expressão (3.62):</p> $l_{eff} = l_b \cdot \sin\alpha - 2 \cdot c$ <p>O parâmetro <math>\alpha</math> representa a orientação do CFRP em relação ao eixo da viga e o parâmetro <math>c</math> a espessura do betão de recobrimento das armaduras:</p> $c = rec + \phi_{estribo}$	$c = 20 + 6 = 26 \text{ mm}$ $l_{eff} = 210 \cdot \sin 90 - 2 \cdot 26 = 158 \text{ mm}$ $N = \frac{158 \cdot (1 + \cot 90)}{73} = 2.16 \rightarrow 2$
<p><b>2 - Obtenção do parâmetro <math>L_{tot \min}</math></b> O parâmetro <math>L_{tot \min}</math> corresponde ao somatório dos comprimentos de colagem efetivos dos CFRP que atravessam a fenda de corte (com inclinação admitida constante e igual a 45°) na posição mais desfavorável (expressão (3.58)):</p> $L_{tot \min} = \sum_i L_i$ <p>O comprimento efetivo <math>L_i</math> de cada laminado de CFRP é obtido por intermédio da expressão (3.59):</p> $L_i = \begin{cases} \min\left(\frac{s_f}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot i; l_{max}\right), & i = 1 \dots N/2 \\ \min\left(l_{net} - \frac{s_f}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot i; l_{max}\right), & i = \frac{N}{2} + 1 \dots N \end{cases}$ <p>O comprimento efetivo do CFRP <math>l_{net}</math> é obtido por intermédio da expressão (3.60):</p> $l_{net} = l_b - \frac{2 \cdot c}{\sin\alpha}$ <p>O valor máximo admissível para o comprimento efetivo do CFRP é determinado por intermédio da expressão (3.63):</p> $l_{max} = \frac{\varepsilon_{fe}}{2} \cdot \frac{a_f \cdot b_f}{a_f + b_f} \cdot \frac{E_f}{\tau_b}$	$l_{max} = \frac{5.9 \times 10^{-3}}{2} \cdot \frac{2 \cdot 16}{2 + 16} \cdot \frac{121500}{16.1} = 39.58 \text{ mm}$ $l_{net} = 210 - \frac{2 \cdot 26}{\sin 90} = 158 \text{ mm}$ $L_1 = \min\left(\frac{73}{\cos 90 + \sin 90} \cdot 1; 39.58\right) = 39.58 \text{ mm}$ $L_2 = \min\left(158 - \frac{73}{\cos 90 + \sin 90} \cdot 2; 39.58\right) = 12 \text{ mm}$ $L_{tot \min} = 39.58 + 12 = 51.58 \text{ mm}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.57):</p> $V_{fd} = \phi \cdot \psi_f \cdot 4 \cdot (a_f + b_f) \cdot \tau_b \cdot L_{tot \min} \cdot \sin\alpha$ <p>O valor de <math>\phi</math> é de 0.85 e o valor de <math>\psi_f</math> é de 0.85.</p>	$V_{fd} = 0.85 \cdot 0.85 \cdot 4 \cdot (2 + 16) \times 10^{-3} \cdot 16.1 \times 10^3 \cdot 0.05158 \cdot \sin 90 = 43.20 \text{ kN}$

Tabela A.37 - Aplicação da formulação Dias e Barros (2013).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção da percentagem de reforço de CFRP e da percentagem de armadura transversal</b></p> <p>A percentagem de reforço de CFRP é obtida por intermédio da expressão (3.68):</p> $\rho_f = \frac{2 \cdot a_f \cdot b_f}{b_w \cdot s_f \cdot \sin\theta_f}$ <p>A percentagem de armadura transversal é obtida por intermédio da expressão (3.69):</p> $\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s_w}$	$\rho_f = \frac{2 \cdot 2 \cdot 16}{200 \cdot 73 \cdot \sin 90} = 0.00438$ $\rho_{sw} = \frac{56.55}{200 \cdot 160} = 0.001767$
<p><b>2 - Obtenção do valor da extensão efetiva <math>\varepsilon_{fe}</math></b></p> <p>O valor da extensão efetiva é obtido por intermédio da expressão (3.67):</p> $\varepsilon_{fe} = \frac{C_1 \cdot \left[ (E_f \cdot \rho_f + E_s \cdot \rho_{sw}) / f_{cm}^{2/3} \right]^{-C_2}}{\gamma_f}$ <p>Onde, <math>\gamma_f</math> toma o valor de 1.3 e as constantes <math>C_1</math> e <math>C_2</math> são determinadas através das expressões (3.70) e (3.71):</p> $C_1 = 3.76888 \times e^{-0.1160261 \cdot \theta_f + 0.0010437 \cdot \theta_f^2}$ $C_2 = 0.460679 \times e^{0.0351199 \cdot \theta_f - 0.0003431 \cdot \theta_f^2}$ <p>A área de reforço de CFRP ao corte <math>A_{fv}</math> é obtida por intermédio da expressão (3.65):</p> $A_{fv} = 2 \cdot a_f \cdot b_f$ <p>A tensão efetiva do CFRP <math>f_{fe}</math> é obtida por intermédio da expressão (3.66):</p> $f_{fe} = E_f \cdot \varepsilon_{fe}$	$C_1 = 3.76888 \times e^{-0.1160261 \cdot 90 + 0.0010437 \cdot 90^2} = 0.516$ $C_2 = 0.460679 \times e^{0.0351199 \cdot 90 - 0.0003431 \cdot 90^2} = 0.675$ $\varepsilon_{fe} = \frac{0.516 \left[ (121.5 \cdot 0.00438 + 251.5 \cdot 0.001767) / 29.3^{2/3} \right]^{-0.675}}{1.3}$ $= 1.844 \text{ ‰}$ $A_{fv} = 2 \cdot 2 \cdot 16 = 64 \text{ mm}^2$ $f_{fe} = 121500 \cdot 0.001844 = 224.05 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.64):</p> $V_f = h_w \cdot \frac{A_{fv}}{s_f} \cdot f_{fe} \cdot (\cot\alpha + \cot\theta_f) \cdot \sin\theta_f$	$V_f = 0.210 \cdot \frac{64 \times 10^{-6}}{0.073} \cdot 224.05 \times 10^3 \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \sin 90 = 41.25 \text{ kN}$

Tabela A.38 - Aplicação da formulação Bianco *et al.* (2013).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do comprimento de colagem disponível e do menor número (inteiro) de laminados</b></p> <p>Valor médio do comprimento de colagem disponível (3.72):</p> $\bar{L}_{Rfi} = \frac{h_w \cdot \sin\theta \cdot (\cot\theta + \cot\beta)}{4 \cdot \sin(\theta + \beta)}$ <p>Menor número (inteiro) de laminados que atravessam a fenda diagonal de corte crítica (3.73):</p> $N_{f,int}^l = \text{int} \left[ h_w \cdot \frac{(\cot\theta + \cot\beta)}{s_f} \right]$	$\bar{L}_{Rfi} = \frac{210 \cdot \sin(45) \cdot (\cot(45) + \cot(90))}{4 \cdot \sin(45 + 90)} = 52.5 \text{ mm}$ $N_{f,int}^l = \text{int} \left[ 210 \cdot \frac{(\cot(45) + \cot(90))}{73} \right] = 2$
<p><b>2 - Obtenção de várias constantes</b></p> <p>Perímetro efetivo da secção transversal do reforço (3.74):</p> $L_p = 2 \cdot b_f + a_f$ <p>Área da secção transversal do prisma correspondente ao betão envolvente (3.75):</p> $A_c = s_f \cdot \frac{b_w}{2}$ <p>Comprimento da fenda diagonal de corte (3.76):</p> $L_d = \frac{h_w}{\sin\theta}$ <p>Resistência à tração do CFRP (3.77):</p> $V_f^{tr} = a_f \cdot b_f \cdot f_{fu}$ <p>Resistência média do betão à tração (3.78):</p> $f_{ctm} = 1.4 \cdot ((f_{cm} - 8)/10)^{2/3}$ <p>Módulo de elasticidade do betão (3.79):</p> $E_c = 2.15 \cdot 10000 \cdot (f_{cm}/10)^{1/3}$ <p>Constante de modelação da ligação (3.80):</p> $J_1 = \frac{L_p}{A_f} \cdot \left[ \frac{1}{E_f} + \frac{A_f}{A_c \cdot E_c} \right]$ <p>Constante que governa a fase elástica; (3.81):</p> $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{\delta_1}{\tau_0 \cdot J_1}$ <p>Constante de integração para a fase de amaciamento do atrito (3.82):</p> $C_3 = \frac{V_f^{tr} \cdot J_1}{L_p \cdot \lambda}$	$L_p = 2 \cdot 16 + 2 = 34 \text{ mm}$ $A_c = 73 \cdot \frac{200}{2} = 7300 \text{ mm}^2$ $L_d = \frac{210}{\sin(45)} = 296.99 \text{ mm}$ $V_f^{tr} = 2 \cdot 16 \cdot 2068 = 66176 \text{ N}$ $f_{ctm} = 1.4 \cdot ((29.3 - 8)/10)^{2/3} = 2.32 \text{ MPa}$ $E_c = 2.15 \cdot 10000 \cdot (29.3/10)^{1/3} = 30765.29 \text{ MPa}$ $J_1 = \frac{34}{(2 \cdot 16)} \cdot \left[ \frac{1}{121500} + \frac{(2 \cdot 16)}{7300 \cdot 30765.29} \right] = 8.896 \times 10^{-6}$ $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{7.12}{20.1 \cdot 8.896 \times 10^{-6}} \Leftrightarrow \lambda = 5.01 \times 10^{-3}$ $C_3 = \frac{66176 \cdot 8.896 \times 10^{-6}}{34 \cdot 5.01 \times 10^{-3}} = 3.456$
<p><b>3 - Obtenção do deslizamento imposto final <math>\delta_{Lu}</math></b></p> <p>Valor efetivo do comprimento de colagem (3.83) e valor da correspondente força máxima da ligação (3.84):</p> $L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot \lambda}$ $V_{f1}^{bd} = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1}{J_1}$ <p>Fator de redução (3.85):</p>	$L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot 5.01 \times 10^{-3}} = 313.53 \text{ mm}$ $V_{f1}^{bd} = \frac{34 \cdot 5.01 \times 10^{-3} \cdot 7.12}{8.896 \times 10^{-6}} = 136333.3 \text{ N}$ $\bar{L}_{Rfi} = 52.5 \text{ mm} < L_{Rfe} = 313.53 \rightarrow L_{Rfi} = 52.5 \text{ mm}$

$\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \begin{cases} \frac{f_{ctm}}{f_{ctm}^*}, & \text{se } f_{ctm} < f_{ctm}^* \\ 1, & \text{se } f_{ctm} \geq f_{ctm}^* \end{cases}$ <p>Onde, <math>f_{ctm}^*</math> é o valor médio da resistência à tração a partir do qual não ocorre fratura do betão (3.86) e <math>L_{Rfi}</math> é o comprimento de colagem (3.87):</p> $f_{ctm}^* = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot L_{Rfi})}{J_1 \cdot \min\left(L_{Rfi} \cdot \tan\alpha; \frac{b_w}{2}\right) \cdot \min(s_f \cdot \sin\beta; 2 \cdot L_{Rfi} \cdot \tan\alpha)}$ $L_{Rfi} = \begin{cases} \bar{L}_{Rfi}, & \text{se } \bar{L}_{Rfi} \leq L_{Rfe} \\ L_{Rfe}, & \text{se } \bar{L}_{Rfi} > L_{Rfe} \end{cases}$ <p>Valor médio equivalente do comprimento de colagem (3.88):</p> $\bar{L}_{Rfi}^{eq} = \bar{L}_{Rfi} \cdot \eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi})$ <p>Valor do deslizamento imposto <math>\delta_{Lu}</math> em correspondência com o momento em que a força máxima transmitida pelo comprimento de colagem médio equivalente (<math>\bar{L}_{Rfi}^{eq}</math>) é atingida (3.89):</p> $\delta_{Lu} = \begin{cases} \delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}), & \text{se } V_{f1}^{bd} < V_f^{tr} \\ \min[\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}); \delta_{L1}(V_f^{tr})], & \text{se } V_{f1}^{bd} \geq V_f^{tr} \end{cases}$ <p>Onde através das expressões (3.90) e (3.91):</p> $\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = \begin{cases} \delta_1 \cdot [1 - \cos(\lambda \cdot \bar{L}_{Rfi}^{eq})], & \text{para } \bar{L}_{Rfi}^{eq} \leq L_{Rfe} \\ \delta_1, & \text{para } \bar{L}_{Rfi}^{eq} > L_{Rfe} \end{cases}$ $\delta_{L1}(V_f^{tr}) = \delta_1 \cdot \left\{ 1 - \cos \left[ -\arcsin \left( \frac{C_3}{\delta_1} \right) \right] \right\}$	$\min\left(52.5 \cdot \tan(28.5); \frac{200}{2}\right) = 28.505$ $\min(73 \cdot \sin(90); 2 \cdot 52.5 \cdot \tan(28.5)) = 57.01$ $f_{ctm}^* = \frac{34 \cdot 5.01 \times 10^{-3} \cdot 7.12 \cdot \sin(5.01 \times 10^{-3} \cdot 52.5)}{8.896 \times 10^{-6} \cdot 28.505 \cdot 57.01} = 21.82 \text{ MPa}$ $\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \frac{2.32}{21.82} = 0.106$ $\bar{L}_{Rfi}^{eq} = 52.5 \cdot 0.106 = 5.57 \text{ mm}$ <p>Como <math>\bar{L}_{Rfi}^{eq} = 5.57 &lt; L_{Rfe} = 313.53</math></p> $\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = 7.12 \cdot [1 - \cos(5.01 \times 10^{-3} \cdot 5.57)] = 0.00278 \text{ mm}$ $\delta_{L1}(V_f^{tr}) = 7.12 \cdot \left\{ 1 - \cos \left[ -\arcsin \left( \frac{3.456}{7.12} \right) \right] \right\} = 0.895 \text{ mm}$ <p>Como <math>V_{f1}^{bd} = 136333.3 &gt; V_f^{tr} = 66176</math></p> $\delta_{Lu} = \min[0.00278; 0.895] = 0.00278 \text{ mm}$
<p><b>4 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Capacidade máxima efetiva (<math>V_{fi,eff}^{max}</math>) de um elemento de reforço NSM (3.92):</p> $V_{fi,eff}^{max} = \frac{\delta_1 \cdot A_2}{2 \cdot L_d \cdot A_3 \cdot \gamma_{max}} \cdot \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin\psi - \psi \cdot \sqrt{1 - \psi^2} \right]$ <p>Através das expressões (3.93) a (3.96):</p> $A_2 = \frac{L_p \cdot \lambda}{J_1}$ $A_3 = \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \delta_1}$ $\gamma_{max} = \frac{2 \cdot \delta_{Lu}}{L_d \cdot \sin(\theta + \beta)}$ $\psi = 1 - A_3 \cdot \gamma_{max} \cdot L_d$ <p>Valor de cálculo da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal (3.97):</p> $V_{fd} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 2 \cdot N_{f,int}^l \cdot V_{fi,eff}^{max} \cdot \sin\beta$ <p>O valor assumido para o fator parcial de segurança <math>\gamma_{Rd}</math> foi 1.1.</p>	$A_2 = \frac{34 \cdot 5.01 \times 10^{-3}}{8.896 \times 10^{-6}} = 19148$ $A_3 = \frac{\sin(45 + 90)}{2 \cdot 7.12} = 0.04966$ $\gamma_{max} = \frac{2 \cdot 0.00278}{296.99 \cdot \sin(45 + 90)} = 2.647 \times 10^{-5}$ $\psi = 1 - 0.04966 \cdot 2.647 \times 10^{-5} \cdot 296.99 = 0.99961$ $V_{fi,eff}^{max} = \frac{7.12 \cdot 19148}{2 \cdot 296.99 \cdot 0.04966 \cdot 2.647 \times 10^{-5}} \cdot \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin(0.99961) - 0.99961 \cdot \sqrt{1 - 0.99961^2} \right] = 2536 \text{ N}$ $V_{fd} = \frac{1}{1.1} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2.536 \cdot \sin 90 = 9.22 \text{ kN}$

### A.2.2 Exemplo 2

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica NSM na determinação do valor de cálculo da capacidade resistente ao esforço transversal de uma viga de betão armado em que o reforço ao corte com CFRP consistiu na inserção de laminados, com secção transversal de  $2 \times 16 \text{ mm}^2$ , espaçados a 146 mm e orientados a  $45^\circ$ . A viga analisada (NS45-146-a) foi testada por Lorenzies e Rizzo (2006) e as suas dimensões encontram-se representadas na Figura A.7. Na Tabela A.39 são apresentados alguns parâmetros necessários para o cálculo das formulações analíticas.

Tabela A.39 - Parâmetros necessários para aplicação das formulações NSM (Lorenzies e Rizzo, 2006).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da alma	$h_w$ (mm)	210
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	200
Ângulo que define a fratura superficial do betão	$\alpha$ ( $^\circ$ )	28.5
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	29.3
Recobrimento das armaduras longitudinais	$rec$ (mm)	20
Módulo de elasticidade do aço dos estribos	$E_S$ (GPa)	251.5
Diâmetro dos estribos	$\phi_S$ (mm)	6
Espaçamento entre elementos de reforço adjacentes	$s_f$ (mm)	146
Ângulo de orientação das fibras	$\beta$ ( $^\circ$ )	45
Tensão máxima resistente à tração dos laminados de CFRP	$f_{fu}$ (MPa)	2068
Módulo de elasticidade dos laminados de CFRP	$E_f$ (GPa)	121.5
Dimensões dos laminados de CFRP	$a_f \times b_f$ ( $\text{mm}^2$ )	$2 \times 16$
Extensão efetiva	$\mathcal{E}_{fe}$ (‰)	5.9
Valor médio da tensão de aderência (resistência da ligação colada)	$\tau_b$ (MPa)	16.1
Resistência inicial da ligação coesiva do adesivo	$\tau_0$ (MPa)	20.1
Deslizamento correspondente ao fim do amaciamento do atrito	$\delta_l$ (mm)	7.12
Ângulo da fenda diagonal de corte	$\theta$ ( $^\circ$ )	45

Tabela A.40 - Aplicação da formulação Nanni *et al.* (2004).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do parâmetro N</b> O valor do parâmetro N é determinado através do menor número inteiro fornecido pela expressão (3.61):</p> $N = \frac{l_{eff} \cdot (1 + \cot\alpha)}{s_f}$ <p>O comprimento efetivo do CFRP na vertical <math>l_{eff}</math> é obtido por intermédio da expressão (3.62):</p> $l_{eff} = l_b \cdot \sin\alpha - 2 \cdot c$ <p>O parâmetro <math>\alpha</math> representa a orientação do CFRP em relação ao eixo da viga e o parâmetro <math>c</math> a espessura do betão de recobrimento das armaduras:</p> $c = rec + \emptyset_{estribo}$	$c = 20 + 6 = 26 \text{ mm}$ $l_{eff} = \frac{210}{\sin 45} \cdot \sin 45 - 2 \cdot 26 = 158 \text{ mm}$ $N = \frac{158 \cdot (1 + \cot 45)}{146} = 2.16 \rightarrow 2$
<p><b>2 - Obtenção do parâmetro <math>L_{tot \min}</math></b> O parâmetro <math>L_{tot \min}</math> corresponde ao somatório dos comprimentos de colagem efetivos dos CFRP que atravessam a fenda de corte (com inclinação admitida constante e igual a 45°) na posição mais desfavorável (expressão 3.58):</p> $L_{tot \min} = \sum_i L_i$ <p>O comprimento efetivo <math>L_i</math> de cada laminado de CFRP é obtido por intermédio da expressão (3.59):</p> $L_i = \begin{cases} \min\left(\frac{s_f}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot i; l_{max}\right), i = 1 \dots N/2 \\ \min\left(l_{net} - \frac{s_f}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot i; l_{max}\right), i = \frac{N}{2} + 1 \dots N \end{cases}$ <p>O comprimento efetivo do CFRP <math>l_{net}</math> é obtido por intermédio da expressão (3.60):</p> $l_{net} = l_b - \frac{2 \cdot c}{\sin\alpha}$ <p>O valor máximo admissível para o comprimento efetivo do CFRP é determinado por intermédio da expressão (3.63):</p> $l_{max} = \frac{\varepsilon_{fe}}{2} \cdot \frac{a_f \cdot b_f}{a_f + b_f} \cdot \frac{E_f}{\tau_b}$	$l_{max} = \frac{5.9 \times 10^{-3}}{2} \cdot \frac{2 \cdot 16}{2 + 16} \cdot \frac{121500}{16.1} = 39.58 \text{ mm}$ $l_{net} = \frac{210}{\sin 45} - \frac{2 \cdot 26}{\sin 45} = 223.45 \text{ mm}$ $L_1 = \min\left(\frac{146}{\cos 45 + \sin 45} \cdot 1; 39.58\right) = 39.58 \text{ mm}$ $L_2 = \min\left(223.45 - \frac{146}{\cos 45 + \sin 45} \cdot 2; 39.58\right) = 16.97 \text{ mm}$ $L_{tot \min} = 39.58 + 16.97 = 56.55 \text{ mm}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.57).</p> $V_{fd} = \emptyset \cdot \psi_f \cdot 4 \cdot (a_f + b_f) \cdot \tau_b \cdot L_{tot \min} \cdot \sin\alpha$ <p>O valor de <math>\emptyset</math> é de 0.85 e o valor de <math>\psi_f</math> é de 0.85.</p>	$V_{fd} = 0.85 \cdot 0.85 \cdot 4 \cdot (2 + 16) \times 10^{-3} \cdot 16.1 \times 10^3 \cdot 0.05655 \cdot \sin 45 = 33.49 \text{ kN}$

Tabela A.41 - Aplicação da formulação Dias e Barros (2013).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção da percentagem de reforço de CFRP e da percentagem de armadura transversal</b></p> <p>A percentagem de reforço de CFRP é obtida por intermédio da expressão (3.68):</p> $\rho_f = \frac{2 \cdot a_f \cdot b_f}{b_w \cdot s_f \cdot \sin\theta_f}$ <p>A percentagem de armadura transversal é obtida por intermédio da expressão (3.69):</p> $\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s_w}$	$\rho_f = \frac{2 \cdot 2 \cdot 16}{200 \cdot 146 \cdot \sin 45} = 0.0031$ $\rho_{sw} = \frac{56.55}{200 \cdot 160} = 0.001767$
<p><b>2 - Obtenção do valor da extensão efetiva <math>\varepsilon_{fe}</math></b></p> <p>O valor da extensão efetiva é obtido por intermédio da expressão (3.67):</p> $\varepsilon_{fe} = \frac{C_1 \cdot \left[ (E_f \cdot \rho_f + E_s \cdot \rho_{sw}) / f_{cm}^{2/3} \right]^{-C_2}}{\gamma_f}$ <p>Onde, <math>\gamma_f</math> toma o valor de 1.3 e as constantes <math>C_1</math> e <math>C_2</math> são determinadas através das expressões (3.70) e (3.71):</p> $C_1 = 3.76888 \times e^{-0.1160261 \cdot \theta_f + 0.0010437 \cdot \theta_f^2}$ $C_2 = 0.460679 \times e^{0.0351199 \cdot \theta_f - 0.0003431 \cdot \theta_f^2}$ <p>A área de reforço de CFRP ao corte <math>A_{fv}</math> é obtida por intermédio da expressão (3.65):</p> $A_{fv} = 2 \cdot a_f \cdot b_f$ <p>A tensão efetiva do CFRP <math>f_{fe}</math> é obtida por intermédio da expressão (3.66):</p> $f_{fe} = E_f \cdot \varepsilon_{fe}$	$C_1 = 3.76888 \times e^{-0.1160261 \cdot 45 + 0.0010437 \cdot 45^2} = 0.169$ $C_2 = 0.460679 \times e^{0.0351199 \cdot 45 - 0.0003431 \cdot 45^2} = 1.117$ $\varepsilon_{fe} = \frac{0.169 \left[ (121.5 \cdot 0.0031 + 251.5 \cdot 0.001767) / 29.3^{2/3} \right]^{-1.117}}{1.3}$ $= 2.004 \text{ ‰}$ $A_{fv} = 2 \cdot 2 \cdot 16 = 64 \text{ mm}^2$ $f_{fe} = 121500 \cdot 0.002004 = 243.49 \text{ MPa}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.64):</p> $V_f = h_w \cdot \frac{A_{fv}}{s_f} \cdot f_{fe} \cdot (\cot\alpha + \cot\theta_f) \cdot \sin\theta_f$	$V_f = 0.210 \cdot \frac{64 \times 10^{-6}}{0.146} \cdot 243.49 \times 10^3 \cdot (\cot 45 + \cot 45) \cdot \sin 45 = 31.70 \text{ kN}$

Tabela A.42 - Aplicação da formulação Bianco *et al.* (2013).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do comprimento de colagem disponível e do menor número (inteiro) de laminados</b></p> <p>Valor médio do comprimento de colagem disponível (3.72):</p> $\bar{L}_{Rfi} = \frac{h_w \cdot \sin\theta \cdot (\cot\theta + \cot\beta)}{4 \cdot \sin(\theta + \beta)}$ <p>Menor número (inteiro) de laminados que atravessam a fenda diagonal de corte crítica (3.73):</p> $N_{f,int}^l = \text{int} \left[ h_w \cdot \frac{(\cot\theta + \cot\beta)}{s_f} \right]$	$\bar{L}_{Rfi} = \frac{210 \cdot \sin(45) \cdot (\cot(45) + \cot(45))}{4 \cdot \sin(45 + 45)} = 74.25 \text{ mm}$ $N_{f,int}^l = \text{int} \left[ 210 \cdot \frac{(\cot(45) + \cot(45))}{146} \right] = 2$
<p><b>2 - Obtenção de várias constantes</b></p> <p>Perímetro efetivo da secção transversal do reforço (3.74):</p> $L_p = 2 \cdot b_f + a_f$ <p>Área da secção transversal do prisma correspondente ao betão envolvente (3.75):</p> $A_c = s_f \cdot \frac{b_w}{2}$ <p>Comprimento da fenda diagonal de corte (3.76):</p> $L_d = \frac{h_w}{\sin\theta}$ <p>Resistência à tração do CFRP (3.77):</p> $V_f^{tr} = a_f \cdot b_f \cdot f_{fu}$ <p>Resistência média do betão à tração (3.78):</p> $f_{ctm} = 1.4 \cdot ((f_{cm} - 8)/10)^{2/3}$ <p>Módulo de elasticidade do betão (3.79):</p> $E_c = 2.15 \cdot 10000 \cdot (f_{cm}/10)^{1/3}$ <p>Constante de modelação da ligação (3.80):</p> $J_1 = \frac{L_p}{A_f} \cdot \left[ \frac{1}{E_f} + \frac{A_f}{A_c \cdot E_c} \right]$ <p>Constante que governa a fase elástica; (3.81):</p> $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{\delta_1}{\tau_0 \cdot J_1}$ <p>Constante de integração para a fase de amaciamento do atrito (3.82):</p> $C_3 = \frac{V_f^{tr} \cdot J_1}{L_p \cdot \lambda}$	$L_p = 2 \cdot 16 + 2 = 34 \text{ mm}$ $A_c = 146 \cdot \frac{200}{2} = 14600 \text{ mm}^2$ $L_d = \frac{210}{\sin(45)} = 296.99 \text{ mm}$ $V_f^{tr} = 2 \cdot 16 \cdot 2068 = 66176 \text{ N}$ $f_{ctm} = 1.4 \cdot ((29.3 - 8)/10)^{2/3} = 2.32 \text{ MPa}$ $E_c = 2.15 \cdot 10000 \cdot (29.3/10)^{1/3} = 30765.29 \text{ MPa}$ $J_1 = \frac{34}{(2 \cdot 16)} \cdot \left[ \frac{1}{121500} + \frac{(2 \cdot 16)}{14600 \cdot 30765.29} \right] = 8.821 \times 10^{-6}$ $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{7.12}{20.1 \cdot 8.821 \times 10^{-6}} \Leftrightarrow \lambda = 4.99 \times 10^{-3}$ $C_3 = \frac{66176 \cdot 8.821 \times 10^{-6}}{34 \cdot 4.99 \times 10^{-3}} = 3.44$
<p><b>3 - Obtenção do deslizamento imposto final <math>\delta_{Lu}</math></b></p> <p>Valor efetivo do comprimento de colagem (3.83) e valor da correspondente força máxima da ligação (3.84):</p> $L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot \lambda}$ $V_{f1}^{bd} = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1}{J_1}$ <p>Fator de redução (3.85):</p>	$L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot 4.99 \times 10^{-3}} = 314.79 \text{ mm}$ $V_{f1}^{bd} = \frac{34 \cdot 4.99 \times 10^{-3} \cdot 7.12}{8.821 \times 10^{-6}} = 136944 \text{ N}$ $\bar{L}_{Rfi} = 74.25 \text{ mm} < L_{Rfe} = 314.79 \rightarrow L_{Rfi} = 74.25 \text{ mm}$

$\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \begin{cases} \frac{f_{ctm}}{f_{ctm}^*}, & \text{se } f_{ctm} < f_{ctm}^* \\ 1, & \text{se } f_{ctm} \geq f_{ctm}^* \end{cases}$ <p>Onde, <math>f_{ctm}^*</math> é o valor médio da resistência à tração a partir do qual não ocorre fratura do betão (3.86) e <math>L_{Rfi}</math> é o comprimento de colagem (3.87):</p> $f_{ctm}^* = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot L_{Rfi})}{J_1 \cdot \min\left(L_{Rfi} \cdot \tan\alpha; \frac{b_w}{2}\right) \cdot \min(s_f \cdot \sin\beta; 2 \cdot L_{Rfi} \cdot \tan\alpha)}$ $L_{Rfi} = \begin{cases} \bar{L}_{Rfi}, & \text{se } \bar{L}_{Rfi} \leq L_{Rfe} \\ L_{Rfe}, & \text{se } \bar{L}_{Rfi} > L_{Rfe} \end{cases}$ <p>Valor médio equivalente do comprimento de colagem (3.88):</p> $\bar{L}_{Rfi}^{eq} = \bar{L}_{Rfi} \cdot \eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi})$ <p>Valor do deslizamento imposto <math>\delta_{Lu}</math> em correspondência com o momento em que a força máxima transmitida pelo comprimento de colagem médio equivalente (<math>\bar{L}_{Rfi}^{eq}</math>) é atingida (3.89):</p> $\delta_{Lu} = \begin{cases} \delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}), & \text{se } V_{f1}^{bd} < V_f^{tr} \\ \min[\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}); \delta_{L1}(V_f^{tr})], & \text{se } V_{f1}^{bd} \geq V_f^{tr} \end{cases}$ <p>Onde através das expressões (3.90) e (3.91):</p> $\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = \begin{cases} \delta_1 \cdot [1 - \cos(\lambda \cdot \bar{L}_{Rfi}^{eq})], & \text{para } \bar{L}_{Rfi}^{eq} \leq L_{Rfe} \\ \delta_1, & \text{para } \bar{L}_{Rfi}^{eq} > L_{Rfe} \end{cases}$ $\delta_{L1}(V_f^{tr}) = \delta_1 \cdot \left\{ 1 - \cos \left[ -\arcsin \frac{C_3}{\delta_1} \right] \right\}$	$\min\left(74.25 \cdot \tan(28.5); \frac{200}{2}\right) = 40.314$ $\min(146 \cdot \sin(45); 2 \cdot 74.25 \cdot \tan(28.5)) = 80.629$ $f_{ctm}^* = \frac{34 \cdot 4.99 \times 10^{-3} \cdot 7.12 \cdot \sin(4.99 \times 10^{-3} \cdot 74.25)}{8.821 \times 10^{-6} \cdot 40.314 \cdot 80.629} = 15.26 \text{ MPa}$ $\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \frac{2.32}{15.26} = 0.152$ $\bar{L}_{Rfi}^{eq} = 74.25 \cdot 0.152 = 11.29 \text{ mm}$ <p>Como <math>\bar{L}_{Rfi}^{eq} = 11.29 &lt; L_{Rfe} = 314.79</math></p> $\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = 7.12 \cdot [1 - \cos(4.99 \times 10^{-3} \cdot 11.29)] = 0.0113 \text{ mm}$ $\delta_{L1}(V_f^{tr}) = 7.12 \cdot \left\{ 1 - \cos \left[ -\arcsin \left( \frac{3.44}{7.12} \right) \right] \right\} = 0.886 \text{ mm}$ <p>Como <math>V_{f1}^{bd} = 136944 &gt; V_f^{tr} = 66176</math></p> $\delta_{Lu} = \min[0.0113; 0.886] = 0.0113 \text{ mm}$
<p><b>4 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Capacidade máxima efetiva (<math>V_{fi,eff}^{max}</math>) de um elemento de reforço NSM (3.92):</p> $V_{fi,eff}^{max} = \frac{\delta_1 \cdot A_2}{2 \cdot L_d \cdot A_3 \cdot \gamma_{max}} \cdot \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin\psi - \psi \cdot \sqrt{1 - \psi^2} \right]$ <p>Através das expressões (3.93) a (3.96):</p> $A_2 = \frac{L_p \cdot \lambda}{J_1}$ $A_3 = \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \delta_1}$ $\gamma_{max} = \frac{2 \cdot \delta_{Lu}}{L_d \cdot \sin(\theta + \beta)}$ $\psi = 1 - A_3 \cdot \gamma_{max} \cdot L_d$ <p>Valor de cálculo da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal (3.97):</p> $V_{fd} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 2 \cdot N_{f,int}^l \cdot V_{fi,eff}^{max} \cdot \sin\beta$ <p>O valor assumido para o fator parcial de segurança <math>\gamma_{Rd}</math> foi 1.1.</p>	$A_2 = \frac{34 \cdot 4.99 \times 10^{-3}}{8.821 \times 10^{-6}} = 19234$ $A_3 = \frac{\sin(45 + 45)}{2 \cdot 7.12} = 0.07022$ $\gamma_{max} = \frac{2 \cdot 0.0113}{296.99 \cdot \sin(45 + 45)} = 7.61 \times 10^{-5}$ $\psi = 1 - 0.07022 \cdot 7.61 \times 10^{-5} \cdot 296.99 = 0.9984$ $V_{fi,eff}^{max} = \frac{7.12 \cdot 19234}{2 \cdot 296.99 \cdot 0.07022 \cdot 7.61 \times 10^{-5}} \cdot \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin(0.9984) - 0.9984 \cdot \sqrt{1 - 0.9984^2} \right] = 5205 \text{ N}$ $V_{fd} = \frac{1}{1.1} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5.205 \cdot \sin 45 = 13.38 \text{ kN}$

### A.2.3 Exemplo 3

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica NSM na determinação do valor de cálculo da capacidade resistente ao esforço transversal de uma viga de betão armado em que o reforço ao corte com CFRP consistiu na inserção de varões, com 8 mm de diâmetro, espaçados a 115 mm e orientados a 90°. A viga analisada (B90-6b-L) foi testada por Cisneros *et al.* (2012) e as suas dimensões encontram-se representadas na Figura A.8. Na Tabela A.43 são apresentados alguns parâmetros necessários para o cálculo das formulações analíticas.

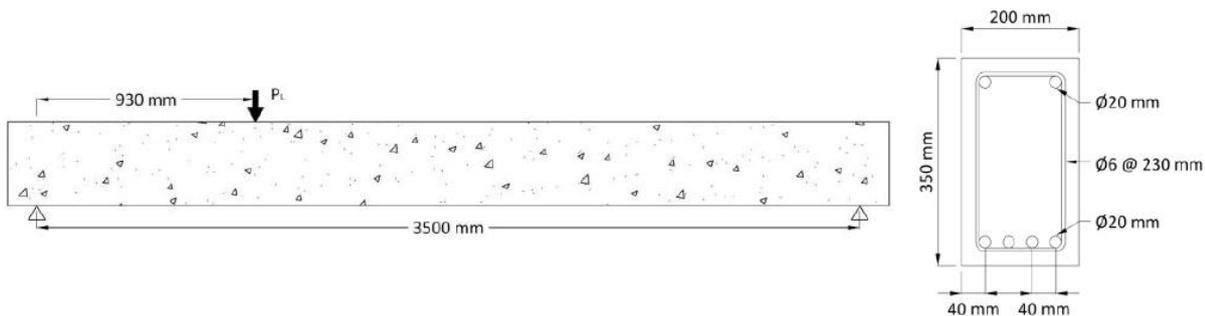


Figura A.8 - Características geométricas da viga (Cisneros *et al.*, 2012).

Tabela A.43 - Parâmetros necessários para aplicação das formulações NSM (Cisneros *et al.*, 2012).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da alma	$h_w$ (mm)	350
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	200
Ângulo que define a fratura superficial do betão	$\alpha$ (°)	28.5
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	24.09
Recobrimento das armaduras longitudinais	$rec$ (mm)	27
Módulo de elasticidade do aço dos estribos	$E_s$ (GPa)	200
Diâmetro dos estribos	$\phi_s$ (mm)	6
Espaçamento entre elementos de reforço adjacentes	$s_f$ (mm)	115
Ângulo de orientação das fibras	$\beta$ (°)	90
Tensão máxima resistente à tração dos varões de CFRP	$f_{fu}$ (MPa)	2500
Módulo de elasticidade dos varões de CFRP	$E_f$ (GPa)	165
Dimensão dos varões de CFRP	$\phi_f$ (mm)	8
Extensão efetiva	$\mathcal{E}_{fe}$ (‰)	4
Valor médio da tensão de aderência (resistência da ligação colada)	$\tau_b$ (MPa)	6.9
Resistência inicial da ligação coesiva do adesivo	$\tau_0$ (MPa)	20.1
Deslizamento correspondente ao fim do amaciamento do atrito	$\delta_i$ (mm)	7.12
Ângulo da fenda diagonal de corte	$\theta$ (°)	45

Tabela A.44 - Aplicação da formulação Nanni *et al.* (2004).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do parâmetro N</b> O valor do parâmetro N é determinado através do menor número inteiro fornecido pela expressão (3.61):</p> $N = \frac{l_{eff} \cdot (1 + \cot\alpha)}{s_f}$ <p>O comprimento efetivo do CFRP na vertical <math>l_{eff}</math> é obtido por intermédio da expressão (3.62):</p> $l_{eff} = l_b \cdot \sin\alpha - 2 \cdot c$ <p>O parâmetro <math>\alpha</math> representa a orientação do CFRP em relação ao eixo da viga e o parâmetro <math>c</math> a espessura do betão de recobrimento das armaduras:</p> $c = rec + \phi_{estribo}$	$c = 27 + 6 = 33 \text{ mm}$ $l_{eff} = 300 \cdot \sin 90 - 2 \cdot 33 = 234 \text{ mm}$ $N = \frac{234 \cdot (1 + \cot 90)}{115} = 2.03 \rightarrow 2$
<p><b>2 - Obtenção do parâmetro <math>L_{tot \min}</math></b> O parâmetro <math>L_{tot \min}</math> corresponde ao somatório dos comprimentos de colagem efetivos dos CFRP que atravessam a fenda de corte (com inclinação admitida constante e igual a <math>45^\circ</math>) na posição mais desfavorável (expressão 3.58):</p> $L_{tot \min} = \sum_i L_i$ <p>O comprimento efetivo <math>L_i</math> de cada laminado de CFRP é obtido por intermédio da expressão (3.59):</p> $L_i = \begin{cases} \min\left(\frac{s_f}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot i; l_{max}\right), & i = 1 \dots N/2 \\ \min\left(l_{net} - \frac{s_f}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot i; l_{max}\right), & i = \frac{N}{2} + 1 \dots N \end{cases}$ <p>O comprimento efetivo do CFRP <math>l_{net}</math> é obtido por intermédio da expressão (3.60):</p> $l_{net} = l_b - \frac{2 \cdot c}{\sin\alpha}$ <p>O valor máximo admissível para o comprimento efetivo do CFRP é determinado por intermédio da expressão (3.63):</p> $l_{max} = \frac{\varepsilon_{fe}}{4} \cdot d \cdot \frac{E_f}{\tau_b}$	$l_{max} = \frac{4 \times 10^{-3}}{4} \cdot 8 \cdot \frac{165000}{6.9} = 191.30 \text{ mm}$ $l_{net} = 300 - \frac{2 \cdot 33}{\sin 90} = 234 \text{ mm}$ $L_1 = \min\left(\frac{115}{\cos 90 + \sin 90} \cdot 1; 191.30\right) = 115 \text{ mm}$ $L_2 = \min\left(234 - \frac{115}{\cos 90 + \sin 90} \cdot 2; 191.30\right) = 4 \text{ mm}$ $L_{tot \min} = 115 + 4 = 119 \text{ mm}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.57):</p> $V_{fd} = \phi \cdot \psi_f \cdot 2 \cdot (\pi \cdot d_f) \cdot \tau_b \cdot L_{tot \min} \cdot \sin\alpha$ <p>O valor de <math>\phi</math> é de 0.85 e o valor de <math>\psi_f</math> é de 0.85.</p>	$V_{fd} = 0.85 \cdot 0.85 \cdot 2 \cdot (\pi \cdot 8) \times 10^{-3} \cdot 6.9 \times 10^3 \cdot 0.119 \cdot \sin 90 = 29.82 \text{ kN}$

Tabela A.45 - Aplicação da formulação Bianco *et al.* (2013).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do comprimento de colagem disponível e do menor número (inteiro) de varões</b></p> <p>Valor médio do comprimento de colagem disponível (3.72):</p> $\bar{L}_{Rfi} = \frac{h_w \cdot \sin\theta \cdot (\cot\theta + \cot\beta)}{4 \cdot \sin(\theta + \beta)}$ <p>Menor número (inteiro) de varões que atravessam a fenda diagonal de corte crítica (3.73):</p> $N_{f,int}^l = \text{int} \left[ h_w \cdot \frac{(\cot\theta + \cot\beta)}{s_f} \right]$	$\bar{L}_{Rfi} = \frac{350 \cdot \sin(45) \cdot (\cot(45) + \cot(90))}{4 \cdot \sin(45 + 90)} = 87.5 \text{ mm}$ $N_{f,int}^l = \text{int} \left[ 350 \cdot \frac{(\cot(45) + \cot(90))}{115} \right] = 3$
<p><b>2 - Obtenção de várias constantes</b></p> <p>Secção quadrada equivalente:</p> $a_f = b_f = \sqrt{A_f}$ <p>Perímetro efetivo da secção transversal do reforço (3.74):</p> $L_p = 2 \cdot b_f + a_f$ <p>Área da secção transversal do prisma correspondente ao betão envolvente (3.75):</p> $A_c = s_f \cdot \frac{b_w}{2}$ <p>Comprimento da fenda diagonal de corte (3.76):</p> $L_d = \frac{h_w}{\sin\theta}$ <p>Resistência à tração do CFRP (3.77):</p> $V_f^{tr} = a_f \cdot b_f \cdot f_{fu}$ <p>Resistência média do betão à tração (3.78):</p> $f_{ctm} = 1.4 \cdot ((f_{cm} - 8)/10)^{2/3}$ <p>Módulo de elasticidade do betão (3.79):</p> $E_c = 2.15 \cdot 10000 \cdot (f_{cm}/10)^{1/3}$ <p>Constante de modelação da ligação (3.80):</p> $J_1 = \frac{L_p}{A_f} \cdot \left[ \frac{1}{E_f} + \frac{A_f}{A_c \cdot E_c} \right]$ <p>Constante que governa a fase elástica; (3.81):</p> $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{\delta_1}{\tau_0 \cdot J_1}$ <p>Constante de integração para a fase de amaciamento do atrito (3.82):</p> $C_3 = \frac{V_f^{tr} \cdot J_1}{L_p \cdot \lambda}$	$a_f = b_f = \sqrt{50.265} = 7.09 \text{ mm}$ $L_p = 2 \cdot 7.09 + 7.09 = 21.27 \text{ mm}$ $A_c = 115 \cdot \frac{200}{2} = 11500 \text{ mm}^2$ $L_d = \frac{350}{\sin(45)} = 494.98 \text{ mm}$ $V_f^{tr} = 7.09 \cdot 7.09 \cdot 2500 = 125670 \text{ N}$ $f_{ctm} = 1.4 \cdot ((24.09 - 8)/10)^{2/3} = 1.92 \text{ MPa}$ $E_c = 2.15 \cdot 10000 \cdot (24.09/10)^{1/3} = 28821.55 \text{ MPa}$ $J_1 = \frac{21.27}{50.265} \cdot \left[ \frac{1}{165000} + \frac{50.265}{11500 \cdot 28821.55} \right] = 2.629 \times 10^{-6}$ $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{7.12}{20.1 \cdot 2.629 \times 10^{-6}} \Leftrightarrow \lambda = 2.72 \times 10^{-3}$ $C_3 = \frac{125670 \cdot 2.629 \times 10^{-6}}{21.27 \cdot 2.72 \times 10^{-3}} = 5.71$
<p><b>3 - Obtenção do deslizamento imposto final <math>\delta_{Lu}</math></b></p> <p>Valor efetivo do comprimento de colagem (3.83) e valor da correspondente força máxima da ligação (3.84):</p> $L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot \lambda}$ $V_{f1}^{bd} = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1}{J_1}$	$L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot 2.72 \times 10^{-3}} = 577.50 \text{ mm}$ $V_{f1}^{bd} = \frac{21.27 \cdot 2.72 \times 10^{-3} \cdot 7.12}{2.629 \times 10^{-6}} = 156684 \text{ N}$

<p>Fator de redução (3.85):</p> $\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \begin{cases} \frac{f_{ctm}}{f_{ctm}^*}, & \text{se } f_{ctm} < f_{ctm}^* \\ 1, & \text{se } f_{ctm} \geq f_{ctm}^* \end{cases}$ <p>Onde, <math>f_{ctm}^*</math> é o valor médio da resistência à tração a partir do qual não ocorre fratura do betão (3.86) e <math>L_{Rfi}</math> é o comprimento de colagem (3.87):</p> $f_{ctm}^* = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot L_{Rfi})}{J_1 \cdot \min\left(L_{Rfi} \cdot \tan\alpha; \frac{b_w}{2}\right) \cdot \min(s_f \cdot \sin\beta; 2 \cdot L_{Rfi} \cdot \tan\alpha)}$ $L_{Rfi} = \begin{cases} \bar{L}_{Rfi}, & \text{se } \bar{L}_{Rfi} \leq L_{Rfe} \\ L_{Rfe}, & \text{se } \bar{L}_{Rfi} > L_{Rfe} \end{cases}$ <p>Valor médio equivalente do comprimento de colagem (3.88):</p> $\bar{L}_{Rfi}^{eq} = \bar{L}_{Rfi} \cdot \eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi})$ <p>Valor do deslizamento imposto <math>\delta_{Lu}</math> em correspondência com o momento em que a força máxima transmitida pelo comprimento de colagem médio equivalente (<math>\bar{L}_{Rfi}^{eq}</math>) é atingida (3.89):</p> $\delta_{Lu} = \begin{cases} \delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}), & \text{se } V_{f1}^{bd} < V_f^{tr} \\ \min[\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}); \delta_{L1}(V_f^{tr})], & \text{se } V_{f1}^{bd} \geq V_f^{tr} \end{cases}$ <p>Onde através das expressões (3.90) e (3.91):</p> $\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = \begin{cases} \delta_1 \cdot [1 - \cos(\lambda \cdot \bar{L}_{Rfi}^{eq})], & \text{para } \bar{L}_{Rfi}^{eq} \leq L_{Rfe} \\ \delta_1, & \text{para } \bar{L}_{Rfi}^{eq} > L_{Rfe} \end{cases}$ $\delta_{L1}(V_f^{tr}) = \delta_1 \cdot \left\{ 1 - \cos \left[ -\arcsin \left( \frac{C_3}{\delta_1} \right) \right] \right\}$	$\bar{L}_{Rfi} = 87.5 \text{ mm} < L_{Rfe} = 577.50 \rightarrow L_{Rfi} = 87.5 \text{ mm}$ $f_{ctm}^* = \frac{21.27 \cdot 2.72 \times 10^{-3} \cdot 7.12 \cdot \sin(2.72 \times 10^{-3} \cdot 87.5)}{2.629 \times 10^{-6} \cdot 47.508 \cdot 95.017} = 8.18 \text{ MPa}$ $\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \frac{1.92}{8.18} = 0.235$ $\bar{L}_{Rfi}^{eq} = 87.5 \cdot 0.235 = 20.56 \text{ mm}$ <p>Como <math>\bar{L}_{Rfi}^{eq} = 20.56 &lt; L_{Rfe} = 577.50</math></p> $\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = 7.12 \cdot [1 - \cos(2.72 \times 10^{-3} \cdot 20.56)] = 0.0111 \text{ mm}$ $\delta_{L1}(V_f^{tr}) = 7.12 \cdot \left\{ 1 - \cos \left[ -\arcsin \left( \frac{5.71}{7.12} \right) \right] \right\} = 2.867 \text{ mm}$ <p>Como <math>V_{f1}^{bd} = 156684 &gt; V_f^{tr} = 125670</math></p> $\delta_{Lu} = \min[0.0111 ; 2.867] = 0.0111 \text{ mm}$
<p><b>4 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Capacidade máxima efetiva (<math>V_{fi,eff}^{max}</math>) de um elemento de reforço NSM (3.92):</p> $V_{fi,eff}^{max} = \frac{\delta_1 \cdot A_2}{2 \cdot L_d \cdot A_3 \cdot \gamma_{max}} \cdot \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin\psi - \psi \cdot \sqrt{1 - \psi^2} \right]$ <p>Através das expressões (3.93) a (3.96):</p> $A_2 = \frac{L_p \cdot \lambda}{J_1}$ $A_3 = \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \delta_1}$ $\gamma_{max} = \frac{2 \cdot \delta_{Lu}}{L_d \cdot \sin(\theta + \beta)}$ $\psi = 1 - A_3 \cdot \gamma_{max} \cdot L_d$ <p>Valor de cálculo da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal (3.97):</p> $V_{fd} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 2 \cdot N_{f,int}^l \cdot V_{fi,eff}^{max} \cdot \sin\beta$ <p>O valor assumido para o fator parcial de segurança <math>\gamma_{Rd}</math> foi 1.1.</p>	$A_2 = \frac{21.27 \cdot 2.72 \times 10^{-3}}{2.629 \times 10^{-6}} = 22006$ $A_3 = \frac{\sin(45 + 90)}{2 \cdot 7.12} = 0.04966$ $\gamma_{max} = \frac{2 \cdot 0.0111}{494.98 \cdot \sin(45 + 90)} = 6.34 \times 10^{-5}$ $\psi = 1 - 0.04966 \cdot 6.34 \times 10^{-5} \cdot 494.98 = 0.9985$ $V_{fi,eff}^{max} = \frac{7.12 \cdot 22006}{2 \cdot 494.98 \cdot 0.04966 \cdot 6.34 \times 10^{-5}} \cdot \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin(0.9985) - 0.9985 \cdot \sqrt{1 - 0.9985^2} \right] = 5506 \text{ N}$ $V_{fd} = \frac{1}{1.1} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5.506 \cdot \sin 90 = 30.03 \text{ kN}$

#### A.2.4 Exemplo 4

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica NSM na determinação do valor de cálculo da capacidade resistente ao esforço transversal de uma viga de betão armado em que o reforço ao corte com CFRP consistiu na inserção de varões, com 8 mm de diâmetro, espaçados a 230 mm e orientados a 45°. A viga analisada (B45-3a-L) foi testada por Cisneros *et al.* (2012) e as suas dimensões encontram-se representadas na Figura A.8. Na Tabela A.46 são apresentados alguns parâmetros necessários para o cálculo das formulações analíticas.

Tabela A.46 - Parâmetros necessários para aplicação das formulações NSM (Cisneros *et al.*, 2012).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da alma	$h_w$ (mm)	350
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	200
Ângulo que define a fratura superficial do betão	$\alpha$ (°)	28.5
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	29.11
Recobrimento das armaduras longitudinais	$rec$ (mm)	27
Módulo de elasticidade do aço dos estribos	$E_S$ (GPa)	200
Diâmetro dos estribos	$\phi_S$ (mm)	6
Espaçamento entre elementos de reforço adjacentes	$s_f$ (mm)	230
Ângulo de orientação das fibras	$\beta$ (°)	45
Tensão máxima resistente à tração dos varões de CFRP	$f_{fu}$ (MPa)	2500
Módulo de elasticidade dos varões de CFRP	$E_f$ (GPa)	165
Dimensão dos varões de CFRP	$\phi_f$ (mm)	8
Extensão efetiva	$\mathcal{E}_{fe}$ (‰)	4
Valor médio da tensão de aderência (resistência da ligação colada)	$\tau_b$ (MPa)	6.9
Resistência inicial da ligação coesiva do adesivo	$\tau_0$ (MPa)	20.1
Deslizamento correspondente ao fim do amaciamento do atrito	$\delta_1$ (mm)	7.12
Ângulo da fenda diagonal de corte	$\theta$ (°)	45

Tabela A.47 - Aplicação da formulação Nanni *et al.* (2004).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do parâmetro N</b> O valor do parâmetro N é determinado através do menor número inteiro fornecido pela expressão (3.61):</p> $N = \frac{l_{eff} \cdot (1 + \cot\alpha)}{s_f}$ <p>O comprimento efetivo do CFRP na vertical <math>l_{eff}</math> é obtido por intermédio da expressão (3.62):</p> $l_{eff} = l_b \cdot \sin\alpha - 2 \cdot c$ <p>O parâmetro <math>\alpha</math> representa a orientação do CFRP em relação ao eixo da viga e o parâmetro <math>c</math> a espessura do betão de recobrimento das armaduras:</p> $c = rec + \phi_{estribo}$	$c = 27 + 6 = 33 \text{ mm}$ $l_{eff} = \frac{300}{\sin 45} \cdot \sin 45 - 2 \cdot 33 = 234 \text{ mm}$ $N = \frac{234 \cdot (1 + \cot 90)}{115} = 2.03 \rightarrow 2$
<p><b>2 - Obtenção do parâmetro <math>L_{tot \min}</math></b> O parâmetro <math>L_{tot \min}</math> corresponde ao somatório dos comprimentos de colagem efetivos dos CFRP que atravessam a fenda de corte (com inclinação admitida constante e igual a 45°) na posição mais desfavorável (expressão 3.58):</p> $L_{tot \min} = \sum_i L_i$ <p>O comprimento efetivo <math>L_i</math> de cada laminado de CFRP é obtido por intermédio da expressão (3.59):</p> $L_i = \begin{cases} \min\left(\frac{s_f}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot i; l_{max}\right), i = 1 \dots N/2 \\ \min\left(l_{net} - \frac{s_f}{\cos\alpha + \sin\alpha} \cdot i; l_{max}\right), i = \frac{N}{2} + 1 \dots N \end{cases}$ <p>O comprimento efetivo do CFRP <math>l_{net}</math> é obtido por intermédio da expressão (3.60):</p> $l_{net} = l_b - \frac{2 \cdot c}{\sin\alpha}$ <p>O valor máximo admissível para o comprimento efetivo do CFRP é determinado por intermédio da expressão (3.63):</p> $l_{max} = \frac{\varepsilon_{fe}}{4} \cdot d \cdot \frac{E_f}{\tau_b}$	$l_{max} = \frac{4 \times 10^{-3}}{4} \cdot 8 \cdot \frac{165000}{6.9} = 191.30 \text{ mm}$ $l_{net} = \frac{300}{\sin 45} - \frac{2 \cdot 33}{\sin 45} = 330.93 \text{ mm}$ $L_1 = \min\left(\frac{230}{\cos 45 + \sin 45} \cdot 1; 191.30\right) = 162.63 \text{ mm}$ $L_2 = \min\left(330.93 - \frac{230}{\cos 45 + \sin 45} \cdot 2; 191.30\right) = 5.66 \text{ mm}$ $L_{tot \min} = 162.63 + 5.66 = 168.29 \text{ mm}$
<p><b>3 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b> O valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal é obtido por intermédio da expressão (3.57):</p> $V_{fd} = \phi \cdot \psi_f \cdot 2 \cdot (\pi \cdot d_f) \cdot \tau_b \cdot L_{tot \min} \cdot \sin\alpha$ <p>O valor de <math>\phi</math> é de 0.85 e o valor de <math>\psi_f</math> é de 0.85.</p>	$V_{fd} = 0.85 \cdot 0.85 \cdot 2 \cdot (\pi \cdot 8) \times 10^{-3} \cdot 6.9 \times 10^3 \cdot 0.16829 \cdot \sin 45 = 29.82 \text{ kN}$

Tabela A.48 - Aplicação da formulação Bianco *et al.* (2013).

Procedimento	Cálculos
<p><b>1 - Obtenção do comprimento de colagem disponível e do menor número (inteiro) de varões</b></p> <p>Valor médio do comprimento de colagem disponível (3.72):</p> $\bar{L}_{Rfi} = \frac{h_w \cdot \sin\theta \cdot (\cot\theta + \cot\beta)}{4 \cdot \sin(\theta + \beta)}$ <p>Menor número (inteiro) de varões que atravessam a fenda diagonal de corte crítica (3.73):</p> $N_{f,int}^l = \text{int} \left[ h_w \cdot \frac{(\cot\theta + \cot\beta)}{s_f} \right]$	$\bar{L}_{Rfi} = \frac{350 \cdot \sin(45) \cdot (\cot(45) + \cot(45))}{4 \cdot \sin(45 + 45)} = 123.74 \text{ mm}$ $N_{f,int}^l = \text{int} \left[ 350 \cdot \frac{(\cot(45) + \cot(45))}{230} \right] = 3$
<p><b>2 - Obtenção de várias constantes</b></p> <p>Secção quadrada equivalente:</p> $a_f = b_f = \sqrt{A_f}$ <p>Perímetro efetivo da secção transversal do reforço (3.74):</p> $L_p = 2 \cdot b_f + a_f$ <p>Área da secção transversal do prisma correspondente ao betão envolvente (3.75):</p> $A_c = s_f \cdot \frac{b_w}{2}$ <p>Comprimento da fenda diagonal de corte (3.76):</p> $L_d = \frac{h_w}{\sin\theta}$ <p>Resistência à tração do CFRP (3.77):</p> $V_f^{tr} = a_f \cdot b_f \cdot f_{fu}$ <p>Resistência média do betão à tração (3.78):</p> $f_{ctm} = 1.4 \cdot ((f_{cm} - 8)/10)^{2/3}$ <p>Módulo de elasticidade do betão (3.79):</p> $E_c = 2.15 \cdot 10000 \cdot (f_{cm}/10)^{1/3}$ <p>Constante de modelação da ligação (3.80):</p> $J_1 = \frac{L_p}{A_f} \cdot \left[ \frac{1}{E_f} + \frac{A_f}{A_c \cdot E_c} \right]$ <p>Constante que governa a fase elástica; (3.81):</p> $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{\delta_1}{\tau_0 \cdot J_1}$ <p>Constante de integração para a fase de amaciamento do atrito (3.82):</p> $C_3 = \frac{V_f^{tr} \cdot J_1}{L_p \cdot \lambda}$	$a_f = b_f = \sqrt{50.265} = 7.09 \text{ mm}$ $L_p = 2 \cdot 7.09 + 7.09 = 21.27 \text{ mm}$ $A_c = 230 \cdot \frac{200}{2} = 23000 \text{ mm}^2$ $L_d = \frac{350}{\sin(45)} = 494.98 \text{ mm}$ $V_f^{tr} = 7.09 \cdot 7.09 \cdot 2500 = 125670 \text{ N}$ $f_{ctm} = 1.4 \cdot ((29.11 - 8)/10)^{2/3} = 2.30 \text{ MPa}$ $E_c = 2.15 \cdot 10000 \cdot (29.11/10)^{1/3} = 30698.64 \text{ MPa}$ $J_1 = \frac{21.27}{50.265} \cdot \left[ \frac{1}{165000} + \frac{50.265}{23000 \cdot 30698.64} \right] = 2.595 \times 10^{-6}$ $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{7.12}{20.1 \cdot 2.595 \times 10^{-6}} \Leftrightarrow \lambda = 2.71 \times 10^{-3}$ $C_3 = \frac{125670 \cdot 2.595 \times 10^{-6}}{21.27 \cdot 2.71 \times 10^{-3}} = 5.66$
<p><b>3 - Obtenção do deslizamento imposto final <math>\delta_{Lu}</math></b></p> <p>Valor efetivo do comprimento de colagem (3.83) e valor da correspondente força máxima da ligação (3.84):</p> $L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot \lambda}$ $V_{f1}^{bd} = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1}{J_1}$	$L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot 2.71 \times 10^{-3}} = 579.63 \text{ mm}$ $V_{f1}^{bd} = \frac{21.27 \cdot 2.71 \times 10^{-3} \cdot 7.12}{2.595 \times 10^{-6}} = 158154 \text{ N}$

<p>Fator de redução (3.85):</p> $\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \begin{cases} f_{ctm}^* & \text{se } f_{ctm} < f_{ctm}^* \\ 1 & \text{se } f_{ctm} \geq f_{ctm}^* \end{cases}$ <p>Onde, <math>f_{ctm}^*</math> é o valor médio da resistência à tração a partir do qual não ocorre fratura do betão (3.86) e <math>L_{Rfi}</math> é o comprimento de colagem (3.87):</p> $f_{ctm}^* = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot L_{Rfi})}{J_1 \cdot \min\left(L_{Rfi} \cdot \tan\alpha; \frac{b_w}{2}\right) \cdot \min\left(s_f \cdot \sin\beta; 2 \cdot L_{Rfi} \cdot \tan\alpha\right)}$ $L_{Rfi} = \begin{cases} \bar{L}_{Rfi}, & \text{se } \bar{L}_{Rfi} \leq L_{Rfe} \\ L_{Rfe}, & \text{se } \bar{L}_{Rfi} > L_{Rfe} \end{cases}$ <p>Valor médio equivalente do comprimento de colagem (3.88):</p> $\bar{L}_{Rfi}^{eq} = \bar{L}_{Rfi} \cdot \eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi})$ <p>Valor do deslizamento imposto <math>\delta_{Lu}</math> em correspondência com o momento em que a força máxima transmitida pelo comprimento de colagem médio equivalente (<math>\bar{L}_{Rfi}^{eq}</math>) é atingida (3.89):</p> $\delta_{Lu} = \begin{cases} \delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}), & \text{se } V_{f1}^{bd} < V_f^{tr} \\ \min[\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}); \delta_{L1}(V_f^{tr})], & \text{se } V_{f1}^{bd} \geq V_f^{tr} \end{cases}$ <p>Onde através das expressões (3.90) e (3.91):</p> $\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = \begin{cases} \delta_1 \cdot [1 - \cos(\lambda \cdot \bar{L}_{Rfi}^{eq})], & \text{para } \bar{L}_{Rfi}^{eq} \leq L_{Rfe} \\ \delta_1, & \text{para } \bar{L}_{Rfi}^{eq} > L_{Rfe} \end{cases}$ $\delta_{L1}(V_f^{tr}) = \delta_1 \cdot \left\{1 - \cos\left[-\arcsin\left(\frac{C_3}{\delta_1}\right)\right]\right\}$	$\bar{L}_{Rfi} = 123.74 \text{ mm} < L_{Rfe} = 579.63 \rightarrow L_{Rfi} = 123.74 \text{ mm}$ $f_{ctm}^* = \frac{21.27 \cdot 2.71 \times 10^{-3} \cdot 7.12 \cdot \sin(2.71 \times 10^{-3} \cdot 123.74)}{2.595 \times 10^{-6} \cdot 67.185 \cdot 134.371} = 5.77 \text{ MPa}$ $\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \frac{2.30}{5.77} = 0.40$ $\bar{L}_{Rfi}^{eq} = 123.74 \cdot 0.40 = 49.50 \text{ mm}$ <p>Como <math>\bar{L}_{Rfi}^{eq} = 49.50 &lt; L_{Rfe} = 579.63</math></p> $\delta_{L1}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = 7.12 \cdot [1 - \cos(2.71 \times 10^{-3} \cdot 49.50)] = 0.064 \text{ mm}$ $\delta_{L1}(V_f^{tr}) = 7.12 \cdot \left\{1 - \cos\left[-\arcsin\left(\frac{5.66}{7.12}\right)\right]\right\} = 2.801 \text{ mm}$ <p>Como <math>V_{f1}^{bd} = 158154 &gt; V_f^{tr} = 125670</math></p> $\delta_{Lu} = \min[0.064 ; 2.801] = 0.064 \text{ mm}$
<p><b>4 - Obtenção do valor de cálculo da contribuição do CFRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>Capacidade máxima efetiva (<math>V_{fi,eff}^{max}</math>) de um elemento de reforço NSM (3.92):</p> $V_{fi,eff}^{max} = \frac{\delta_1 \cdot A_2}{2 \cdot L_d \cdot A_3 \cdot \gamma_{max}} \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\psi - \psi \cdot \sqrt{1 - \psi^2}\right]$ <p>Através das expressões (3.93) a (3.96):</p> $A_2 = \frac{L_p \cdot \lambda}{J_1}$ $A_3 = \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \delta_1}$ $\gamma_{max} = \frac{2 \cdot \delta_{Lu}}{L_d \cdot \sin(\theta + \beta)}$ $\psi = 1 - A_3 \cdot \gamma_{max} \cdot L_d$ <p>Valor de cálculo da contribuição do reforço de CFRP na resistência ao esforço transversal (3.97):</p> $V_{fd} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 2 \cdot N_{f,int}^l \cdot V_{fi,eff}^{max} \cdot \sin\beta$ <p>O valor assumido para o fator parcial de segurança <math>\gamma_{Rd}</math> foi 1.1.</p>	$A_2 = \frac{21.27 \cdot 2.71 \times 10^{-3}}{2.595 \times 10^{-6}} = 22213$ $A_3 = \frac{\sin(45 + 45)}{2 \cdot 7.12} = 0.07022$ $\gamma_{max} = \frac{2 \cdot 0.064}{494.98 \cdot \sin(45 + 45)} = 2.586 \times 10^{-4}$ $\psi = 1 - 0.07022 \cdot 2.586 \times 10^{-4} \cdot 494.98 = 0.991$ $V_{fi,eff}^{max} = \frac{7.12 \cdot 22213}{2 \cdot 494.98 \cdot 0.07022 \cdot 2.586 \times 10^{-4}} \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin(0.991) - 0.991 \cdot \sqrt{1 - 0.991^2}\right] = 14145 \text{ N}$ $V_{fd} = \frac{1}{1.1} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 14.145 \cdot \sin 45 = 54.56 \text{ kN}$

