

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Órgãos de Máquinas II

Elaborado e revisto por Paulo Flores, José Gomes, Nuno Dourado e Filipe Marques - 2017



Universidade do Minho
Departamento de Engenharia Mecânica
Campus de Azurém
4804-533 Guimarães - PT

Tel: +351 253 510 220
Fax: +351 253 516 007
E-mail: pflores@dem.uminho.pt
URL: www.dem.uminho.pt



Universidade do Minho
Departamento de Engenharia Mecânica
Campus de Azurém
4804-533 Guimarães - PT

Tel: +351 253 510 220
Fax: +351 253 516 007
E-mail: jgomes@dem.uminho.pt
URL: www.dem.uminho.pt



Universidade do Minho
Departamento de Engenharia Mecânica
Campus de Azurém
4804-533 Guimarães - PT

Tel: +351 253 510 220
Fax: +351 253 516 007
E-mail: nunodourado@dem.uminho.pt
URL: www.dem.uminho.pt



Universidade do Minho
Departamento de Engenharia Mecânica
Campus de Azurém
4804-533 Guimarães - PT

Tel: +351 253 510 220
Fax: +351 253 516 007
E-mail: fmarques@dem.uminho.pt
URL: www.dem.uminho.pt



T.02 – TRANSMISSÕES POR CORREIAS

1. Introdução
2. Análise Geométrica
3. Seleção de Correias
4. Correias Planas
5. Correias Trapezoidais
6. Correias Dentadas
7. Variadores de Velocidade
8. Avarias em Correias
9. Referências Bibliográficas

Tipos de Correias

De entre os diversos tipos de correias, as mais comuns são as **planas**, as **trapezoidais** (ou em “V”) e as **dentadas** (ou síncronas). Existem ainda as correias redondas. As figuras 1 a 4 ilustram estes tipos de correias para transmissão de movimento. As correias trapezoidais são, sem dúvida, as mais frequentes.

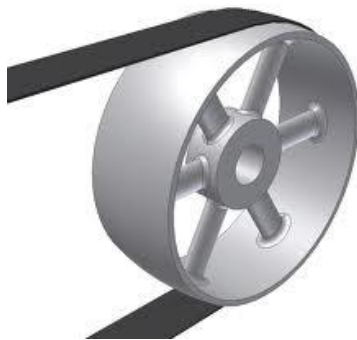


Fig. 1 Correia plana



Fig. 2 Correia trapezoidal ou em “V”



Fig. 3 Correia dentada ou síncrona

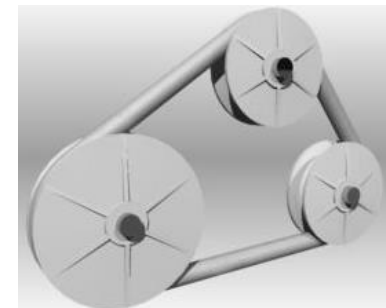


Fig. 4 Correia redonda

As correias são utilizadas para **transmitir potência entre veios paralelos** e, embora não tão frequente, podem também ser usadas para casos de veios não complanares, situados a **grandes distâncias**.

Exemplos de Aplicação de Correias

As correias são um dos sistemas mais antigos de transmissão de movimento. As correias encontram aplicação nas **mais diversas áreas**, que vão desde pequenos dispositivos eletrónicos até equipamentos industriais de grande envergadura. A figura 5 ilustra alguns exemplos de aplicação de sistemas de transmissão por correias.



Fig. 5 Exemplos de aplicação de sistemas de transmissão por correias.

Constituição das Correias

As primeiras **correias planas** industriais eram constituídas quase exclusivamente em **couro** (couro-tanino e couro-cromo). Atualmente, as correias planas podem ser reforçadas interiormente com **materiais sintéticos** (e.g. *nylon*) e com superfícies de elevada **aderência** (superfície em borracha rígida).

As **correias trapezoidais** são constituídas por uma **alma em borracha flexível** com boa aderência e resistência ao desgaste. No interior estas correias podem incluir **algodão**, **fibras sintéticas** e **cabos de aço**.

As **correias dentadas** incluem um **núcleo metálico** no interior (armação) constituído por **cabos de aço**. O revestimento é feito por *vulonlan*, *superploliamida* ou *neoprene*.

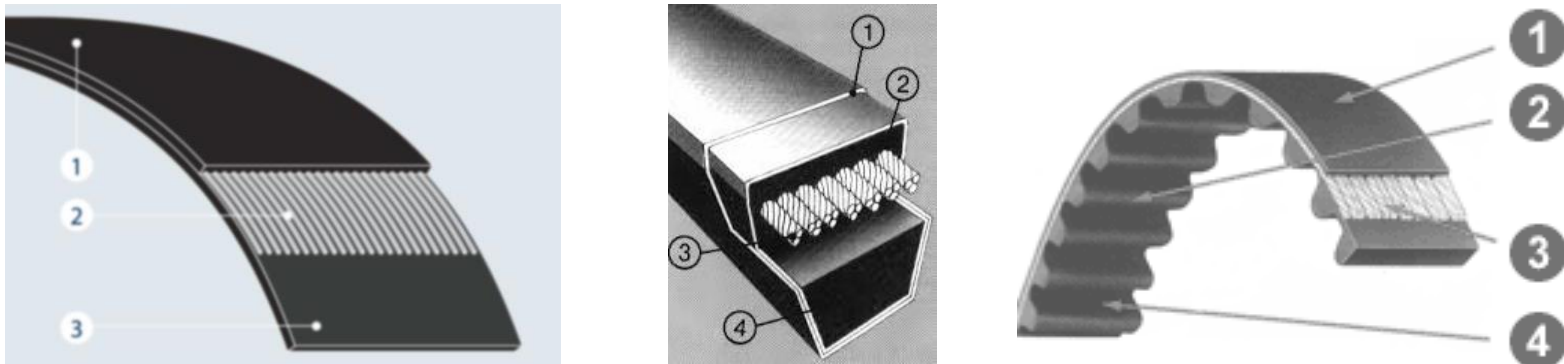


Fig. 6 Constituição dos vários tipos de correias: planas, trapezoidais e dentadas.

O tipo de correia a usar depende de vários fatores, tais como a necessidade de manter a **relação de transmissão rigorosamente constante**. Com correias **dentadas** conseguem-se relações de transmissão constantes, ao passo que com correias **planas e trapezoidais** a relação de transmissão pode não ser mantida rigorosamente constante, devido ao escorregamento.

Montagem de Correias

Os sistemas de transmissão por correias podem ser **abertos** ou **cruzados**, tal como se ilustra na figura 7.

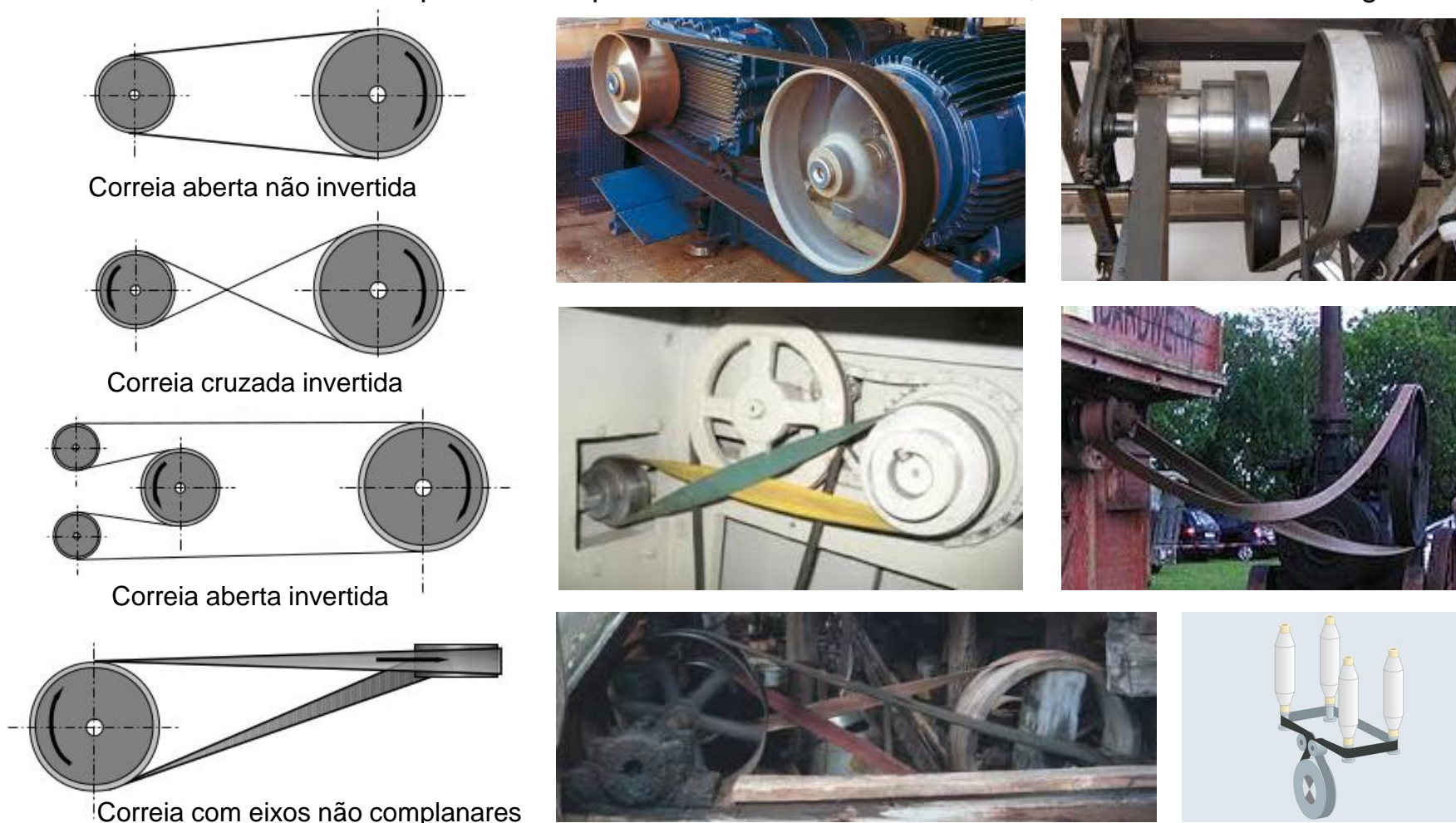


Fig. 7 Sistemas de transmissão por correias planas: correias abertas e cruzadas.

Principiais Caraterísticas das Correias

De seguida apresentam-se algumas das principais caraterísticas dos sistemas de transmissão por correias (planas, trapezoidais e dentadas):

- Devido à **força centrífuga**, as correias têm um **limite superior para a velocidade periférica (25 m/s)**
- As correias podem ser utilizadas em aplicações que requeiram **grandes distâncias entre eixos**
- As correias **trapezoidais e dentadas funcionam entre veios paralelos** e, em geral, na horizontal
- As **correias planas admitem veios não complanares** com ou sem inversão do sentido de rotação
- As correias apresentam uma **resistência superior às condições ambientais** (humidade e poeira) quando comparadas com as correntes e engrenagens
- As correias não necessitam em geral de sistemas de proteção contra as condições ambientais
- As correias são em geral **económicas**, mas têm vida mais curta do que as correntes/engrenagens
- As correias requerem o **ajustamento do entre-eixo e da pré-tensão**
- As correias dentadas são mais compactas, não requerem pré-tensão, mas implicam **maior custo**
- As correias planas e trapezoidais **não asseguram uma relação de transmissão constante** devido ao **escorregamento** que ocorre entre as superfícies da polia e da correia
- As correias têm um funcionamento relativamente **silencioso** e apresentam boa capacidade de **absorção de choques**
- As correias são utilizadas na **indústria têxtil, indústria automóvel, máquinas-ferramenta**, bombas, compressores, ventiladores, equipamento doméstico, etc.

Nomenclatura Básica

A figura 8 diz respeito ao tipo mais importante de [geometria de uma transmissão por correias](#), ou seja, uma [correia aberta](#). As transmissões cruzadas, sendo menos frequentes, são apenas utilizadas com correias planas e têm como objetivo inverter o sentido de rotação entre os veios motor e movido.

De seguida apresenta-se a [nomenclatura](#) relativa à correia aberta representada na figura 8:

- d – Diâmetro da polia motora [mm]
- D – Diâmetro da polia movida [mm]
- n – Velocidade angular da polia motora [rpm]
- N – Velocidade angular da polia movida [rpm]
- θ_1 – Ângulo de contacto na polia motora [rad]
- θ_2 – Ângulo de contacto na polia movida [rad]
- v – Velocidade linear da correia [m/s]
- C – Distância entre eixos [mm]
- β – Ângulo entre os ramos da correia e a linha de eixos [rad]

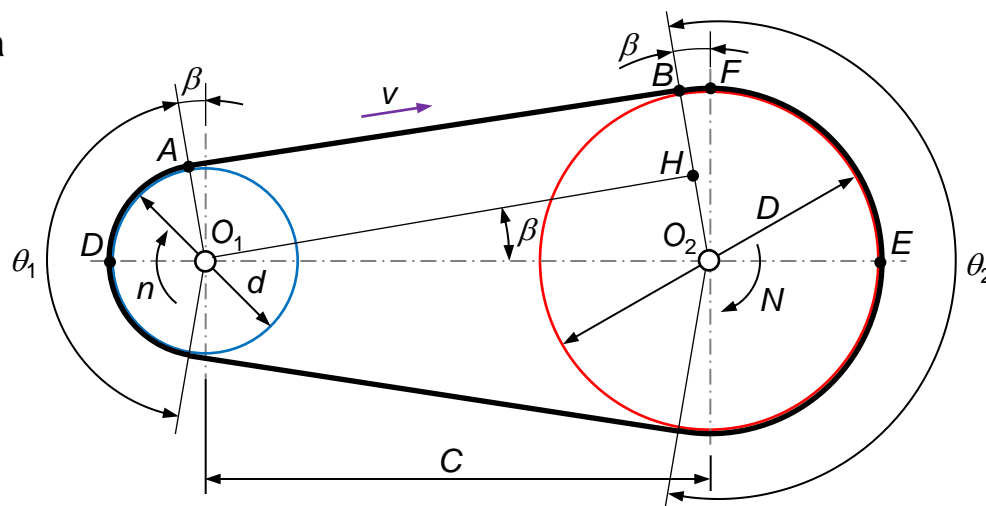


Fig. 8 Correia aberta

A [relação de transmissão](#) pode ser expressa por

$$i = \frac{n}{N} = \frac{D}{d} \qquad i = \frac{D}{d(1-g)} \quad (\text{quando existe escorregamento})$$

em que g representa o coeficiente de escorregamento (3-5% para correias planas e trapezoidais).

Comprimento Primitivo da Correia, L

Da análise da figura 9 pode escrever-se que

$$L = 2(DA + AB + BE)$$

em que

$$AB = C \cos \beta$$

$$DA = \frac{d}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right)$$

$$BE = \frac{D}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right)$$

$$\beta = \frac{\pi - \theta_1}{2}$$

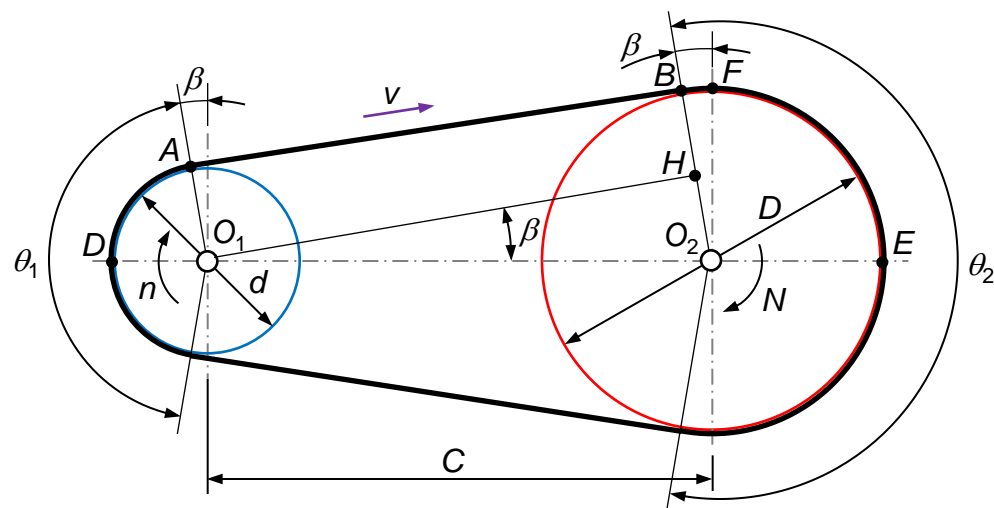


Fig. 9 Correia aberta

Combinando as equações anteriores resulta que

$$L = \frac{\pi}{2}(d + D) + 2C \cos \frac{\theta_1}{2} + \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\theta_1}{\pi} \right) (D - d)$$

Comprimento Primitivo da Correia, L

Da análise do triângulo O_1O_2H vem que

$$\text{sen}\beta = \frac{O_2H}{C}$$

como

$$O_2H = O_2B - O_1A$$

$$O_2B = \frac{D}{2}$$

$$O_1A = \frac{d}{2}$$

resulta que

$$O_2H = \frac{D-d}{2}$$

Logo

$$\beta = \arcsen\left(\frac{D-d}{2C}\right)$$

Desenvolvendo esta expressão em série e desprezando os termos de ordem superior vem que (atendendo ao valor pequeno de β)

$$\beta = \frac{D-d}{2C}$$

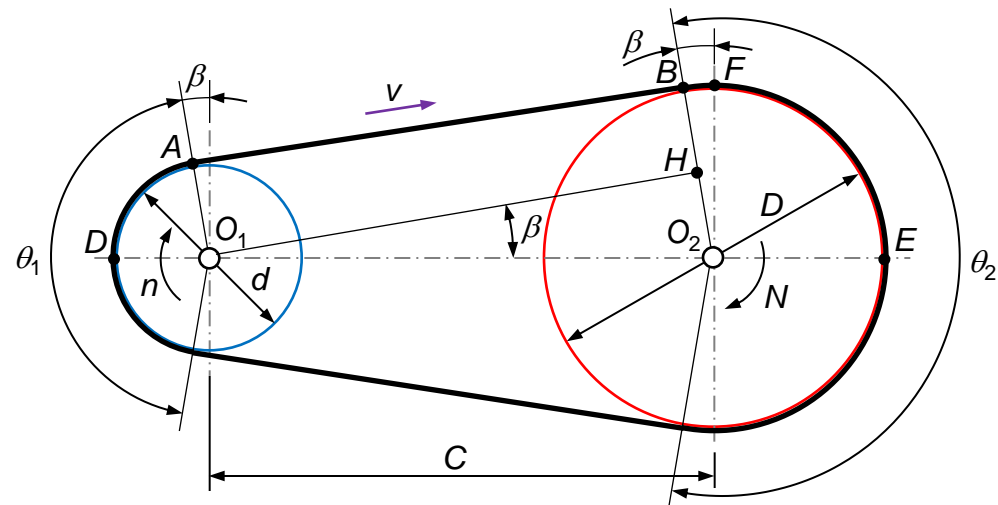


Fig. 10 Correia aberta

Comprimento Primitivo da Correia, L

Com efeito, a expressão para o comprimento pode ser reescrita da seguinte forma

$$L = 2C \cos \beta + \frac{\pi}{2}(D + d) + \frac{(D - d)^2}{2C}$$

como

$$\cos \beta = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{\beta}{2}$$

e considerando

$$\operatorname{sen} \frac{\beta}{2} \approx \frac{\beta}{2}$$

vem que

$$\cos \beta = 1 - \frac{\beta^2}{2}$$

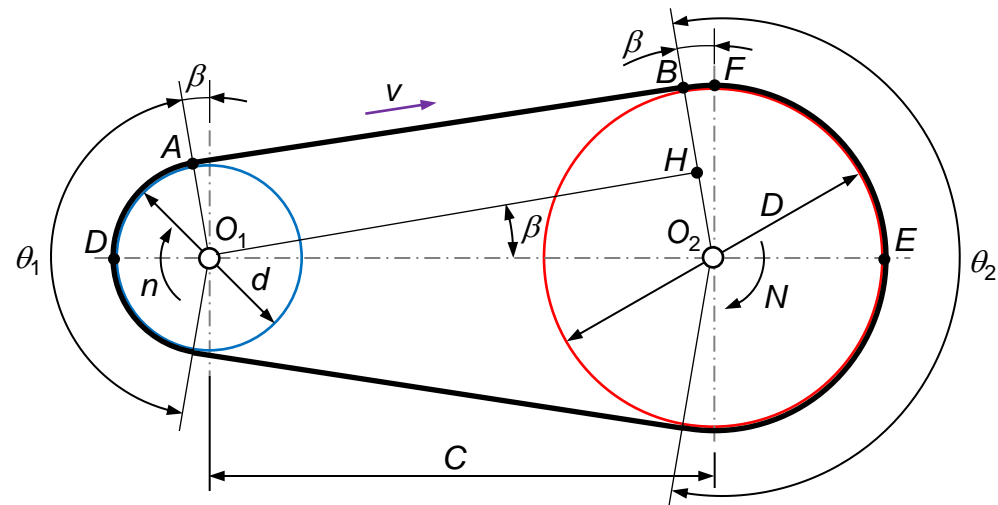


Fig. 11 Correia aberta

Finalmente, a expressão aproximada para o comprimento de uma **correia aberta** é dada por:

$$L = \frac{\pi}{2}(D + d) + 2C + \frac{(D - d)^2}{4C}$$

$$L = \frac{\pi}{2}(D + d) + 2C + \frac{(D + d)^2}{4C}$$

(correia cruzada)

Ângulo de Contacto na Polia Menor, θ_1

O ângulo de contacto (ou de abraçamento) para uma [correia aberta](#) é dado por:

$$\theta_1 = \pi - 2\arcsen\left(\frac{D-d}{2C}\right) = 2\arccos\left(\frac{D-d}{2C}\right)$$

O ângulo de contacto para uma [correia fechada](#) é dado por

$$\theta_1 = \pi + 2\arcsen\left(\frac{D+d}{2C}\right)$$

Velocidade Linear Periférica da Correia

A [velocidade linear da correia](#), v , é dada por

$$v = \omega r = \frac{2\pi n}{60} \frac{d}{2} = \frac{\pi d n}{60}$$

em que d [mm] é o diâmetro da polia motora e n [rpm] representa a velocidade de rotação da polia motora.

Projeto e Seleção de Correias

No projeto e seleção de correias devem ser seguidas as instruções fornecidas pelos fabricantes, uma vez que as correias podem apresentar características distintas de fabricante para fabricante.



Fig. 12 Exemplos de fabricantes e fornecedores de correias.

Com efeito, para a seleção de uma correia são, em geral, conhecidos os seguintes elementos:

- Potência a transmitir
- Tipos de máquinas motora e movida
- Velocidade angular dos veios motor e movido (relação de transmissão)
- Distância entre os eixos dos órgãos motor e movido
- Condições de serviço (tempo de serviço/dia, ambiente, temperatura, etc.)
- Tipo de carga (uniforme, choques moderados, choques intensos)

Projeto e Seleção de Correias

A partir dos dados de projeto pretende-se selecionar:

- A **correia a utilizar** (tipo, secção, comprimento primitivo, número de correias para o caso das correias trapezoidais)
- As **polias** (diâmetro, largura e número de gornes (cavas) para correias trapezoidais e número de dentes para correias dentadas)

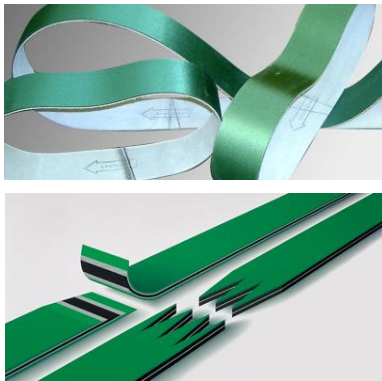


Fig. 13 Correia plana

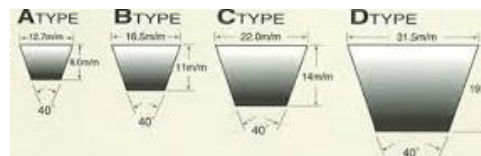


Fig. 14 Correia trapezoidal



Fig.15 Correia dentada

Mais concretamente:

- Nas **correias planas** seleciona-se a espessura e a largura da secção e o comprimento primitivo
- Nas **correias trapezoidais** seleciona-se o tipo de secção, o comprimento primitivo e o número de correias necessário
- Nas **correias dentadas** seleciona-se o passo, a largura e o comprimento primitivo.

Método Geral de Seleção de Correias

Apresentam-se de seguida os principais passos para a seleção de correias planas, trapezoidais e dentadas.

I. Potência de projeto – P_p

$$P_p = P_n \times K_s$$

em que, P_n representa a **potência nominal** a transmitir e K_s é o **fator de correção da potência**, o qual depende do tipo de máquina motora e movida e das condições de serviço e da cargas.

A figura 16 diz respeito a uma tabela de um fabricante de correias que permite selecionar o fator de correção de potência para correias trapezoidais.

Para outros tipos de correias devem ser consultados os catálogos correspondentes.

TYPE OF DRIVEN MACHINES	TYPE OF DRIVING UNITS					
	AC Motors: Normal Torque, Squirrel Cage, Synchronous and Split Phase. DC Motors: Shunt Wound, Multiple Cylinder Internal Combustion Engines.			AC Motors: High Torque, High Split, Repulsion-Induction, Single Phase Series Wound and Compound Wound, Single Cylinder Internal Combustion Engines. Line Shafts. Clutches		
	Intermittent Service (3-5 Hours Daily or Seasonal)	Normal Service (8-10 Hours Daily)	Continuous Service (16-24 Hours Daily)	Intermittent Service (3-5 Hours Daily or Seasonal)	Normal Service (8-10 Hours Daily)	Continuous Service (16-24 Hours Daily)
Agitators for Liquids Blowers and Exhausters Centrifugal Pumps and Compressors Fans up to 10 HP Light Duty Conveyors	1.0	1.1	1.2	1.1	1.2	1.3
Belt Conveyor for Sand, Grain, etc. Dough Mixers Fans Over 10 HP Generators Line Shafts Laundry Machinery Machine Tools Punches-Presses-Shears Printing Machinery Positive Displacement Rotary Pumps Revolving and Vibrating Screens	1.1	1.2	1.3	1.2	1.3	1.4
Brick Machinery Bucket Elevators Exciters Piston Compressors Conveyors (Drag-Pan-Screw) Hammer Mills Paper Mill Beaters Piston Pumps Positive Displacement Blowers Pulverizers Saw Mill and Woodworking Machinery Textile Machinery	1.2	1.3	1.4	1.4	1.5	1.6
Crushers (Gyratory-Jaw-Roll) Mills (Ball-Rod-Tube) Hoists Rubber Calenders-Extruders-Mills	1.3	1.4	1.5	1.5	1.6	1.8

Fig. 16 Fator de correção de potência K_s para correias trapezoidais. 15

Método Geral de Seleção de Correias

II. Secção da correia

Conhecendo a **potência de projeto** e a **velocidade de rotação do veio mais rápido**, pode seleccionar-se a secção da correia consultando os diagramas da capacidade de carga, tal como o da figura 17, obtendo-se a espessura da correia a utilizar (no caso de correias planas), a **secção mínima da correia a utilizar** (no caso de correias trapezoidais) ou o passo da corrente a utilizar (no caso de correias dentadas).

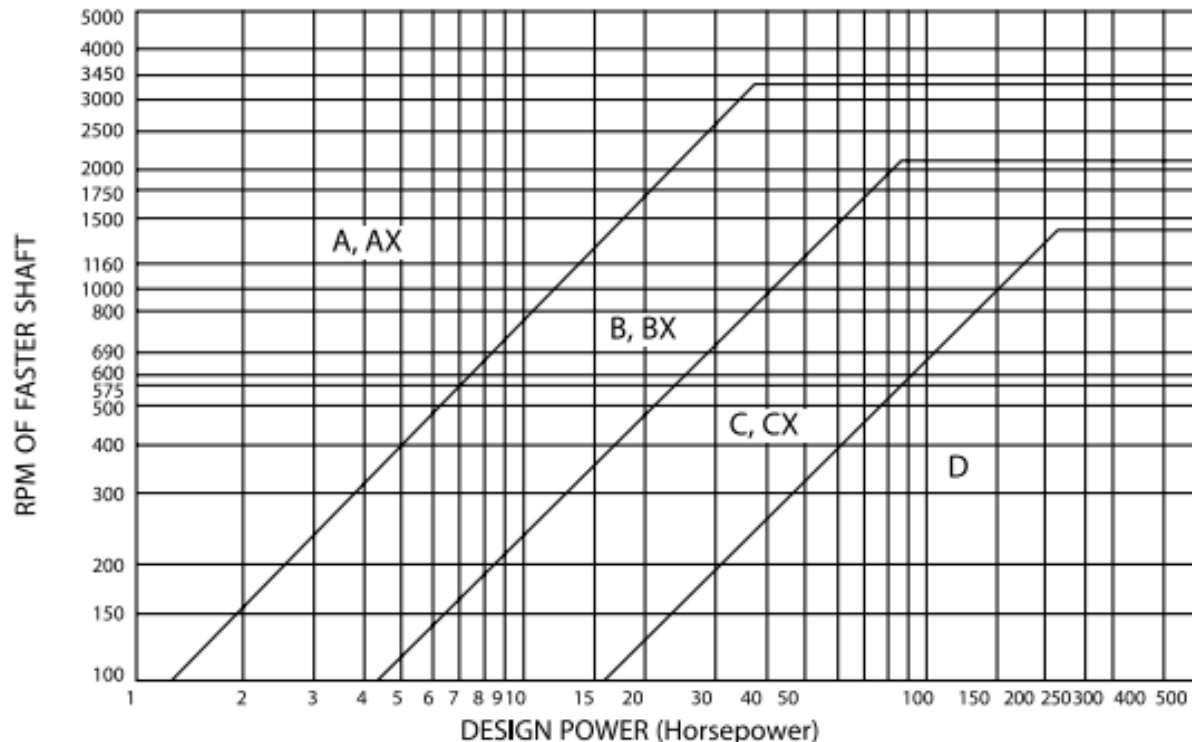


Fig. 17 Diagrama da capacidade de carga para correias trapezoidais clássicas.



Método Geral de Seleção de Correias

III. Diâmetro das polias

A escolha dos diâmetros das polias é condicionada pela **relação de transmissão** e pela (disponibilidade) de **diâmetros mínimos** para cada secção de correia. Deve ainda ter-se em consideração os seguintes pontos:

- Para uma dada potência a transmitir, o **esforço útil da correia** é tanto **menor** quanto **maior for a sua velocidade linear**, ou seja, quanto maior for o diâmetro primitivo da polia motora.
- Contudo, **há limitações ao diâmetro primitivo das polias** que resultam dos seguintes aspetos: maior **custo**, **atrasamento** e maiores **forças centrífugas**, as quais virão adicionadas à força útil, diminuindo, conseqüentemente, a capacidade de transmissão de potência. Assim, a **velocidade linear da correia deve ser inferior a um valor máximo admissível**, indicado pelo fabricante em função do tipo de correia (secção).
- Uma vez **escolhido o diâmetro da polia menor**, facilmente se pode obter o valor do diâmetro da polia maior através da **relação de transmissão**. Deve-se escolher, preferencialmente, valores normalizados dos diâmetros primitivos das polias. Quando isso não for possível, deve-se escolher o diâmetro normalizado da **polia maior**.
- Uma das razões para a impossibilidade de utilização de valores normalizados para os diâmetros das polias, prende-se com a **imposição de um dado valor para a relação de transmissão**.

Método Geral de Seleção de Correias

IV. Distância entre eixos e comprimento da correia

Conhecidos os valores dos **diâmetros primitivos** (d e D) das polias selecionadas e o valor do **entre-eixo** (C) pretendido, pode calcular-se o **comprimento da correia** utilizando as expressões apresentadas anteriormente (ver *slide* 11).

No caso mais geral, o **comprimento calculado não coincide com um valor normalizado**, pelo que se deve escolher um valor normalizado (L') próximo de L e recalcular o valor do entre-eixo exato ou de funcionamento, utilizando as mesmas expressões.

V. Potência transmissível por correia

Considerando, por exemplo, o **caso das correias trapezoidais**, a potência transmissível por correia é dada pela seguinte expressão

$$P_t = P_b \times K_c \times K_l$$

em que P_b é a **potência básica** obtida a partir dos catálogos ($\theta = 180^\circ$, carga uniforme), K_c é o **fator de contacto** ($\theta < 180^\circ$, $K_c < 1$) e K_l representa o **fator de comprimento**. As correias mais curtas implicam mais ciclos de fadiga e, conseqüentemente, menor vida.

Método Geral de Seleção de Correias

A figura 18 apresenta, a título ilustrativo, valores relativos aos fatores de correção para os fatores de **contacto** e de **comprimento**.

(D-d)/C	Arc of Contact on Small Sheave (Degrees)	Correction Factor
0.00	180	1.00
0.10	174	0.99
0.20	169	0.97
0.30	163	0.96
0.40	157	0.94
0.50	151	0.93
0.60	145	0.91
0.70	139	0.89
0.80	133	0.87
0.90	127	0.85
1.00	120	0.82
1.10	113	0.80
1.20	106	0.77
1.30	99	0.73
1.40	91	0.70
1.50	83	0.65

3V,3VX		
V-Belt Number	V-Belt Number	Correction Factor
3V250	3VX250	0.83
3V265	3VX265	0.84
3V280	3VX280	0.85
3V300	3VX300	0.86
3V315	3VX315	0.87
3V335	3VX335	0.88
3V355	3VX355	0.89
3V375	3VX375	0.90
3V400	3VX400	0.92
3V425	3VX425	0.93
3V450	3VX450	0.94
3V475	3VX475	0.95
3V500	3VX500	0.96
3V530	3VX530	0.97

Fig. 18 Fatores de correção de contacto e de comprimento para correias trapezoidais.

Método Geral de Seleção de Correias

VI. Seleção do número de correias

Finalmente, deve calcular-se o **número de correias** (N_c), dividindo a potência de projeto (P_p) pela potência transmissível por correia (P_t). Adotando-se o **número inteiro igual ou superior ao obtido**.

$$N_c = P_p / P_t$$

Para **correias planas** a potência básica é, em geral, expressa por unidade de largura, pelo que a largura da correia necessária à transmissão de potência é dada por

$$b = P_p / P_b$$

No caso das **correias dentadas**, uma vez selecionado o passo deve escolher-se a largura da correia consultando os catálogos dos fabricantes. Por sua vez, o comprimento é calculado de modo análogo ao apresentado para as correias trapezoidais.

Para mais informações sobre **pormenores construtivos e de montagem** de correias devem ser consultados os catálogos técnicos, bem como a literatura da especialidade.

Forças nos Ramos das Correias

Atendendo a que as correias planas funcionam devido ao **atrito que se gera entre as superfícies** da correia e da polia, é necessário que exista uma **força de pré-tensão (T_0)** para assegurar o funcionamento da correia tal como se representa na figura 19. A pré-tensão garante o atrito necessário no início do movimento.

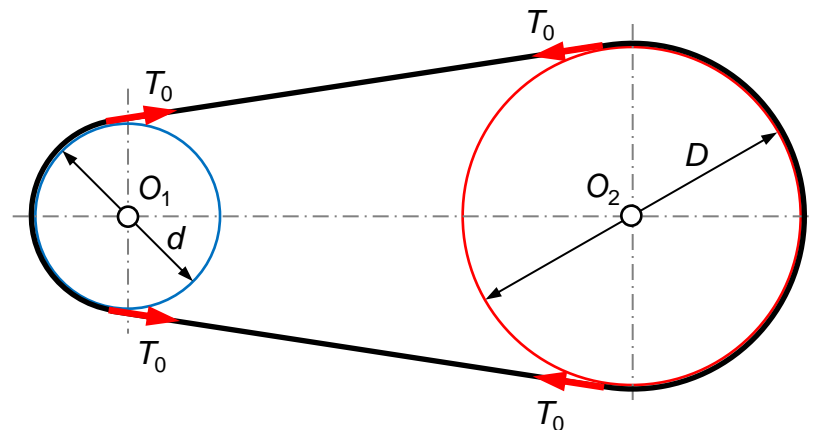


Fig. 19 Força de pré-tensão nos ramos de uma correia em situação estática.

Existe ainda nos ramos das correias a **força de catenária** devido à ação do peso próprio. Como, em geral, nas correias o peso por unidade de comprimento é relativamente baixo, pode desprezar-se a ação do peso próprio e, portanto, a força de catenária pode ser negligenciada.



Fig. 20 Exemplos em que a ação da gravidade desenvolve forças de catenária significativas.

Forças nos Ramos das Correias

Para que haja transmissão de potência nas correias é necessário que a **força no ramo tenso** (T_1) seja superior à força que se desenvolve no **ramo bambo** (T_2). Sendo T_0 a força de pré-tensão, durante a transmissão do movimento verifica-se que $T_1 > T_0$ e $T_2 < T_0$ (ver figura 21).

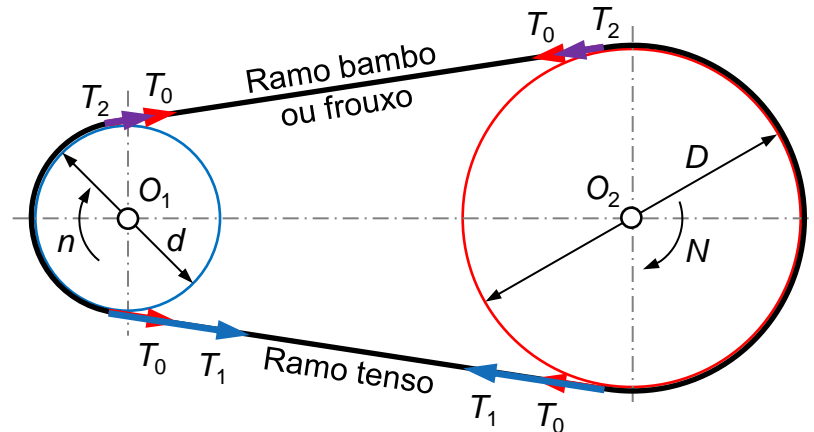


Fig. 21 Forças nos ramos tenso e bambo durante a transmissão do movimento.

Existe ainda a **força centrífuga** devido à aceleração centrífuga que atua na zona de contacto da correia com as polias, tal como se mostra na representação da figura 22.

Contudo, para **baixas e moderadas velocidades** (velocidades periféricas até 25 m/s) pode desprezar-se o efeito da força centrífuga.

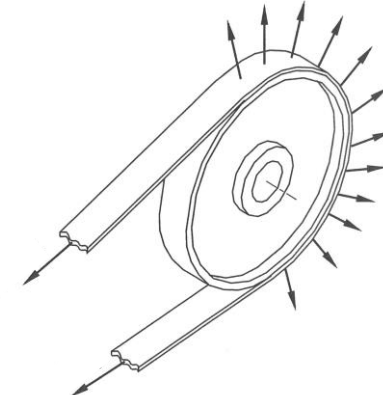


Fig. 22 Forças centrífugas.

Relação entre as Forças nos Ramos

A **análise dinâmica**, que permite relacionar as forças nos ramos, é necessária para efetuar o correto dimensionamento dos veios e dos apoios.

A análise que se apresenta de seguida é válida para **correias com pré-tensionamento**, ou seja, correias planas e trapezoidais. As correias dentadas podem ser analisadas de modo semelhante às correntes.

A **transmissão de potência** em correias planas e trapezoidais é promovida pelas **forças de atrito** que se geram nas superfícies de contacto correia/polia.

A **força eficaz** (vide figura 23) é a força responsável pela transmissão da potência P . Pode, facilmente, observar-se que $T_{1e} > T_{2e}$, em que $T_{ie} = T_i - F_c$ ($i = 1, 2$).

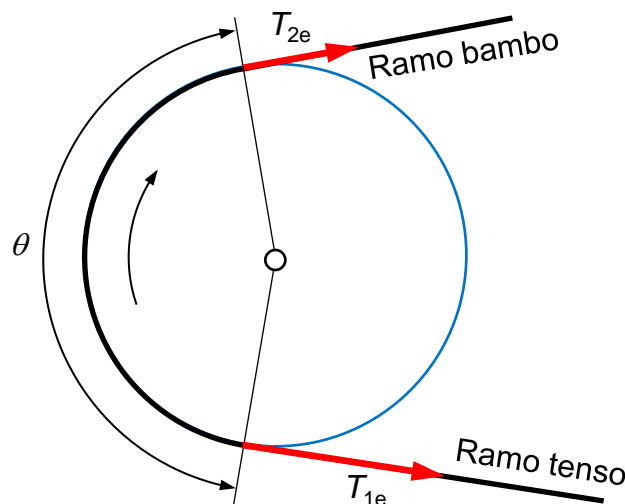


Fig. 23 Forças eficazes nos ramos de uma correia.

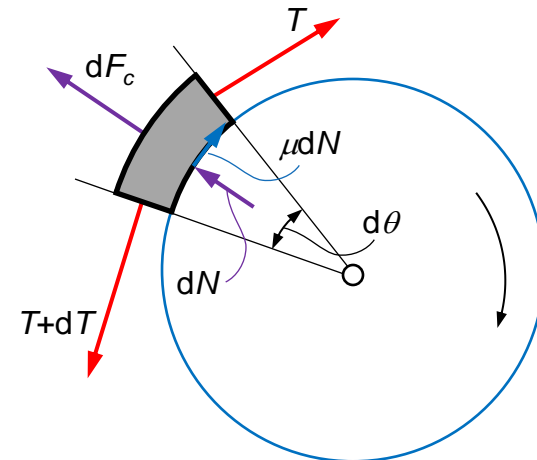


Fig. 24 Equilíbrio de um elemento de correia.

Relação entre as Forças nos Ramos

A **relação entre as forças** nos ramos tenso e bambo (T_1 e T_2) pode ser determinada em função do **ângulo de abraçamento** na polia motora (θ_1) e do **coeficiente de atrito** (μ).

Para o efeito considere-se uma **porção elementar** (infinitesimal) de uma correia plana de comprimento d e limitada pelo ângulo $d\theta$, cuja secção é retangular de espessura pequena face às demais dimensões, e onde se representam as forças que nele atuam (*vide* figura 25), ou seja

T e $T+dT$ são as **forças de tração** nos extremos do segmento
 dN representa a **reação normal** da polia devido a T e $T+dT$
 dF_c é a **força centrífuga** elementar
 μdN é a **força de atrito** elementar

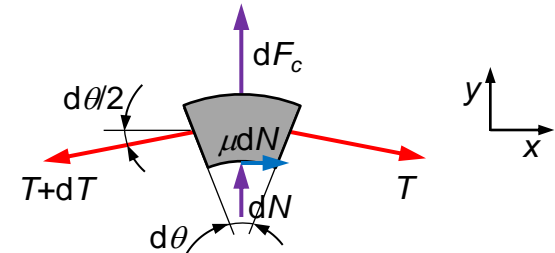


Fig. 25 Forças na porção elementar da correia

Atendendo às **condições de equilíbrio dinâmico** pode escrever-se que

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow (T + dT) \cos \frac{d\theta}{2} - T \cos \frac{d\theta}{2} - \mu dN = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow (T + dT) \sin \frac{d\theta}{2} + T \sin \frac{d\theta}{2} - dF_c - dN = 0$$

Como $d\theta$ é muito pequeno, pode considerar-se que $\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$ e $\cos \frac{d\theta}{2} \approx 1$

Relação entre as Forças nos Ramos

Desprezando infinitésimos de segunda ordem ($dN d\theta$) as equações de equilíbrio podem ser escritas como

$$T + dT - T - \mu dN = 0 \Leftrightarrow dT - \mu dN = 0$$

$$T \frac{d\theta}{2} + T \frac{d\theta}{2} - dF_c = dN \Leftrightarrow T d\theta - dF_c = dN$$

Combinando estas duas equações e eliminando dN resulta que

$$dT - \mu(T d\theta - dF_c) = 0$$

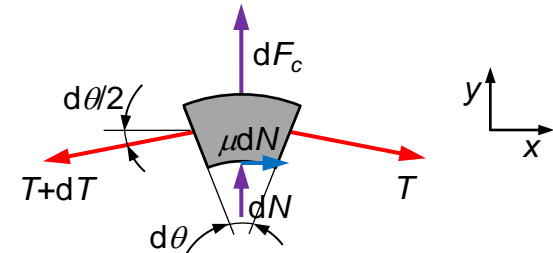


Fig. 26 Forças na porção elementar da correia

A **força centrífuga elementar** é dada

$$dF_c = dma_c = dm \frac{v^2}{r}$$

em que

dm é a **massa do elemento** de correia considerado

a_c é a **aceleração centrífuga**

v é a **velocidade periférica** da correia

r é o **raio da polia** motora

Relação entre as Forças nos Ramos

A **massa elementar** é dado por

$$dm = \frac{q}{g} dl = \frac{q}{g} r d\theta$$

sendo que

q é o **peso por unidade de comprimento** de correia
 g é a **aceleração da gravidade**

Então, a força centrífuga elementar é dada por

$$dF_c = \frac{q}{g} v^2 d\theta$$

Considerando de novo a seguinte equação

$$dT - \mu(Td\theta - dF_c) = 0$$

vem que

$$dT - \mu \left(Td\theta - \frac{q}{g} v^2 d\theta \right) = 0 \Leftrightarrow dT - \mu d\theta \left(T - \frac{q}{g} v^2 \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{dT}{T - \frac{q}{g} v^2} = \mu d\theta$$

Relação entre as Forças nos Ramos

Integrando a equação anterior resulta que

$$\int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{T - \frac{q}{g}v^2} = \int_0^{\theta_1} \mu d\theta$$

$$\Rightarrow \left[\ln \left(T - \frac{q}{g}v^2 \right) \right]_{T_2}^{T_1} = \mu \theta_1$$

$$\Rightarrow \frac{T_1 - \frac{q}{g}v^2}{T_2 - \frac{q}{g}v^2} = e^{\mu \theta_1}$$

Denotando as **forças eficazes** nos ramos como sendo T_{1e} e T_{2e} dadas por

$$T_{1e} = T_1 - \frac{q}{g}v^2 \quad T_{2e} = T_2 - \frac{q}{g}v^2$$

Então, finalmente, obtém-se a **equação de Eytelwein** dada por $\frac{T_{1e}}{T_{2e}} = e^{\mu \theta_1}$

Quando a velocidade periférica é baixa ou média (até 25 m/s), pode desprezar-se o efeito da força centrífuga, e, por conseguinte, $T_{1e} = T_1$ e $T_{2e} = T_2$.

Relação entre as Forças nos Ramos

É vulgar designar a **razão entre forças eficazes** por Q , ou seja

$$Q = \frac{T_{1e}}{T_{2e}} = \frac{T_1 - \frac{q}{g}v^2}{T_2 - \frac{q}{g}v^2} = e^{\mu\theta_1}$$

Para **não haver patinagem** (*i.e.*, escorregamento entre a correia e a polia) deve verificar-se que

$$Q = \frac{T_{1e}}{T_{2e}} = \lambda e^{\mu\theta_1}$$

em que $\lambda < 1$.

Os valores práticos de λ variam entre 0,7 e 0,8, pelo que o valor de Q utilizado em projeto, quando o arco de contacto é de 180° , é de 3 para correias planas ($Q = 5$ para correias trapezoidais).

A razão de forças eficazes Q de projeto, para um arco de contacto θ_1 qualquer é dada por

$$Q = 3^{\frac{\theta_1}{180}}$$

em que o ângulo θ_1 é expresso em graus.

Potência Transmitida

A **força tangencial** útil, que representa a componente da força responsável pelo binário transmitido pela correia, é dada pela **diferença entre as forças eficazes** desenvolvidas nos ramos, ou seja

$$T_u = T_{1e} - T_{2e} = T_1 - T_2$$

ou seja

$$T_u = T_{1e} \left(1 - \frac{1}{Q} \right) = T_{1e} \left(\frac{Q-1}{Q} \right)$$

O **binário ou momento transmitido** obtém-se pelo produto da força transmitida com o raio da polia, ou seja

$$M_1 = T_{1e} \frac{Q-1}{Q} \frac{d}{2}$$

A **potência transmissível** é dada pelo produto do binário com a velocidade angular

$$P_1 = M_1 \omega_1 = T_{1e} \frac{Q-1}{Q} \frac{d}{2} \omega_1$$

Observa-se, portanto, que é possível **aumentar a potência transmissível**, aumentando o **ângulo de abraçamento** ou aumentando o **coeficiente de atrito**.

Pré-tensão

As transmissões por correias planas baseiam-se no [atrito gerado entre as superfícies de contacto](#) polia/correia. Assim, é necessário que haja uma pré-tensão, cujo limite inferior está associado ao evitar de escorregamento, e o limite superior está relacionado com as sobrecargas nos apoios e na própria correia.

A pré-tensão tem como objetivos desenvolver forças de atrito para garantir a transmissão de potência e compensar a força centrífuga, tipicamente $T_0 = (T_1 + T_2) / 2$.

Uma pré-tensão demasiado elevada dá origem a maiores esforços nas correias e nos apoios, sem que haja contrapartidas. Por outro lado, pré-tensões elevadas diminuem a vida das correias.

A forma mais comum de aplicar uma pré-tensão e facilitar a montagem e desmontagem da correia é a adoção do entre-eixo variável através do [deslocamento do eixo](#) de uma das polias, tal como se representa na figura 27, em que $l_t = 2-3\% L$. Os catálogos dos fabricantes indicam, em geral, métodos expeditos para a montagem com a pré-tensão necessária.

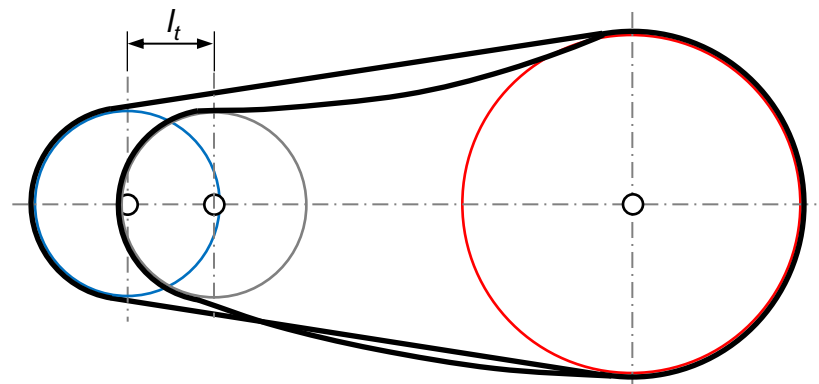


Fig. 27 Representação da variação do entre-eixo em correias planas.

Pré-tensão

Outra forma de aplicar a pré-tensão consiste em utilizar uma **polia tensora** (polia louca) no ramo bambo da correia junto à polia mais pequena, tal como se representa na figura 28.

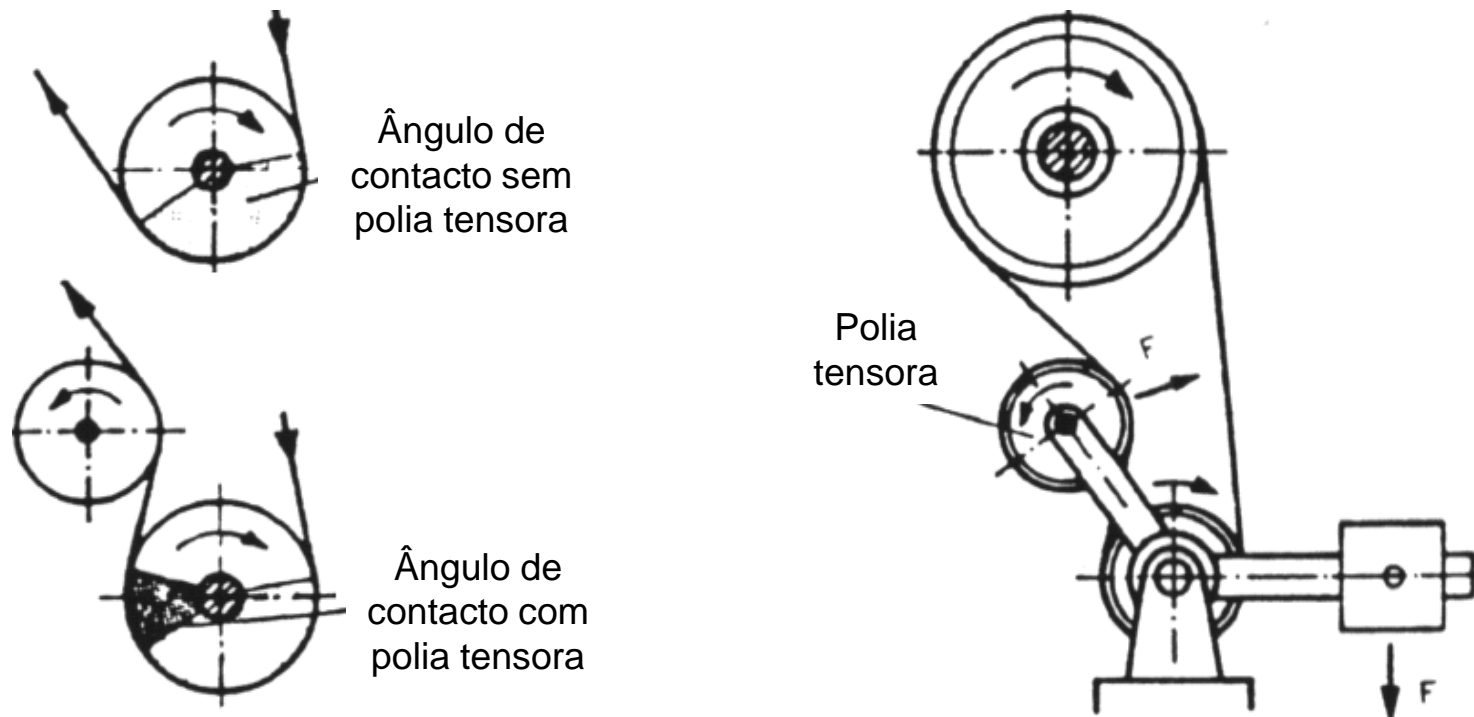


Fig. 28 Pré-tensionamento de correias utilizando polia tensora

Tensões ao Longo do Comprimento da Correia

Cada ramo da correia está sujeito a tensões devidas às forças eficazes e às forças centrífugas.

Além destas **tensões de tração**, as correias estão também sujeitas a **tensões de flexão** que ocorrem desde o início do contacto entre a correia as polias até ao instante em que esse contacto termina.

As cargas provenientes da flexão da correia em torno das polias, apesar de apresentarem baixos valores, **são cíclicas**, podendo causar a rotura da correia por fadiga. Quanto menor a polia, maior a carga.

A **variação das tensões na correia** durante uma rotação completa está ilustrada na figura 29.

- σ_i – tensão inicial devido à pré-tensão
- σ_c – tensão devido à força centrífuga
- σ_u – tensão útil devido a força tangencial
- σ_{F1} – tensão de flexão na polia 1
- σ_{F2} – tensão de flexão na polia 2

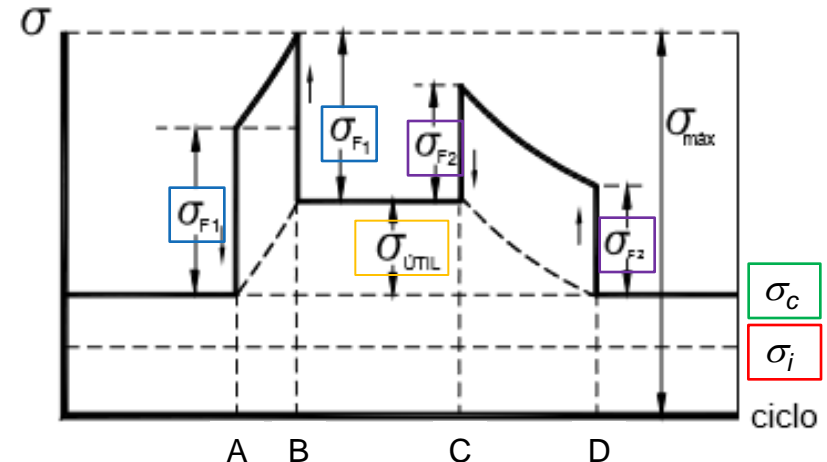
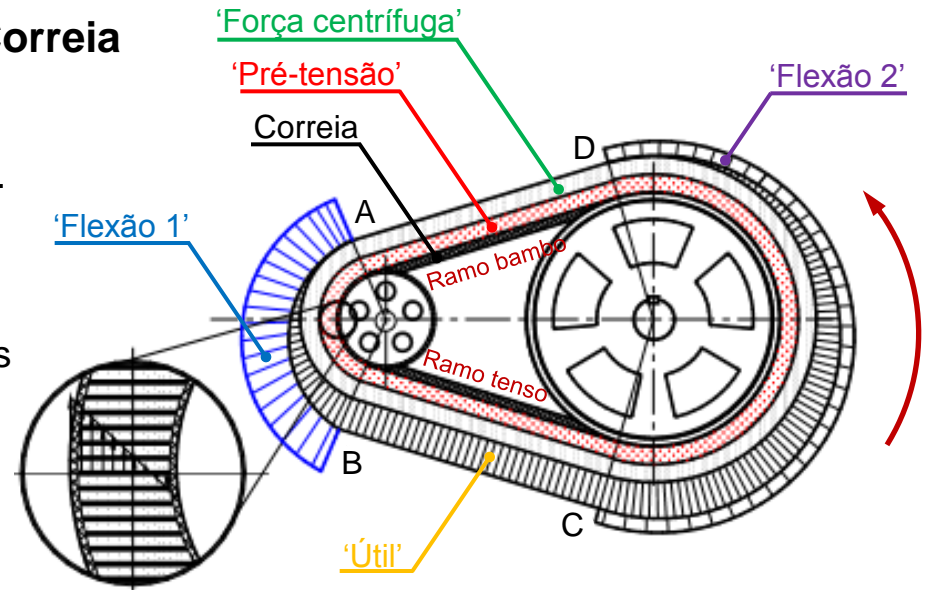


Fig. 29 Distribuição de tensões para uma volta da correia.

Tipos de Secções

As secções das **correias trapezoidais clássicas** são denominadas pelas letras A, B, C, D, E. Por seu lado, as **correias trapezoidais estreitas** são designadas por 3V, 5V, 8V, tal como se representa na figura 30.

As correias trapezoidais apresentam menor escorregamento do que as correias planas devido ao **efeito de cunha**.

Com correias trapezoidais consegue-se até **3 vezes mais capacidade de carga** do que com correias planas.

As correias trapezoidais requerem **menores pré-tensionamentos** e, por isso, implicam menores cargas nos apoios.

Com correias trapezoidais resultam soluções **mais compactas**.

As correias **trapezoidais estreitas** apresentam maior capacidade de carga e são mais compactas.

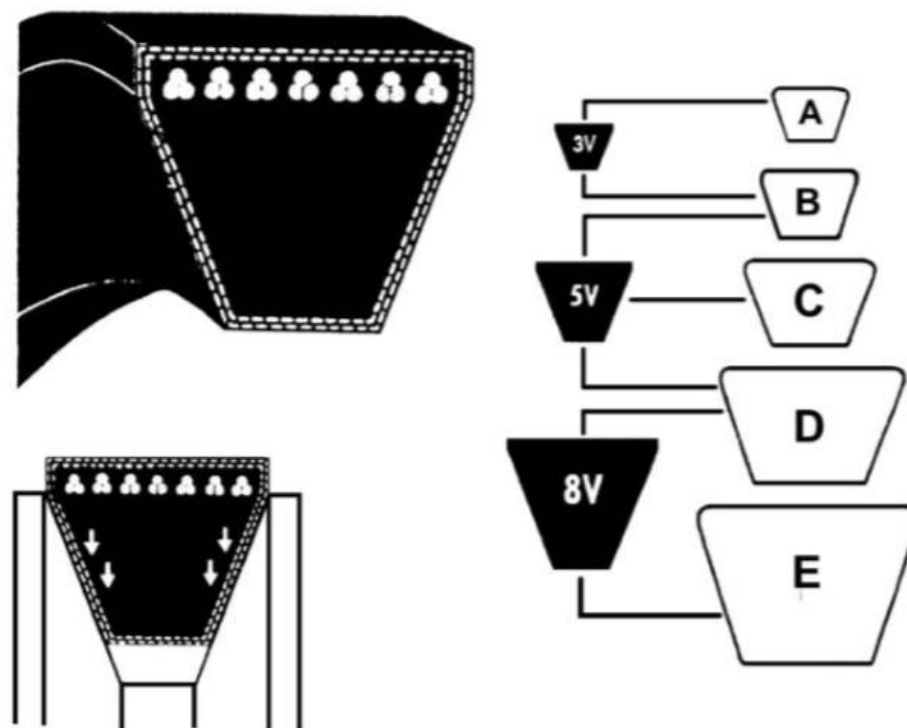


Fig. 30 Secções de correias trapezoidais.

Relação entre as Forças nos Ramos

Nas correias trapezoidais, para além do **escorregamento longitudinal** existe também o **escorregamento transversal** da correia nos gornes (cavas) da polia.

A determinação da **relação entre as forças nos ramos** de uma correia trapezoidal é em tudo similar ao que se apresentou para as correias planas. Para o efeito considere-se a representação da figura 31.

Atendendo às **condições de equilíbrio dinâmico** pode escrever-se que

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow (T + dT) \cos \frac{d\theta}{2} - T \cos \frac{d\theta}{2} - \mu dN = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow (T + dT) \operatorname{sen} \frac{d\theta}{2} + T \operatorname{sen} \frac{d\theta}{2} - dF_c - dN \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} - 2 \left(\frac{1}{2} \mu dN \cos \frac{\alpha}{2} \right) = 0$$

De modo análogo ao caso das correias planas e considerando que

$$\mu' = \frac{\mu}{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} + \mu \cos \frac{\alpha}{2}} \quad \text{resulta que} \quad \frac{T_1 - \frac{q}{g} v^2}{T_2 - \frac{q}{g} v^2} = e^{\mu' \theta_1}$$

Deve notar-se que, no caso mais geral, $\mu' > \mu$. Assim, devido à geometria do contacto (α) das correias trapezoidais tem-se maior capacidade de carga. A este efeito chama-se **efeito de cunha**.

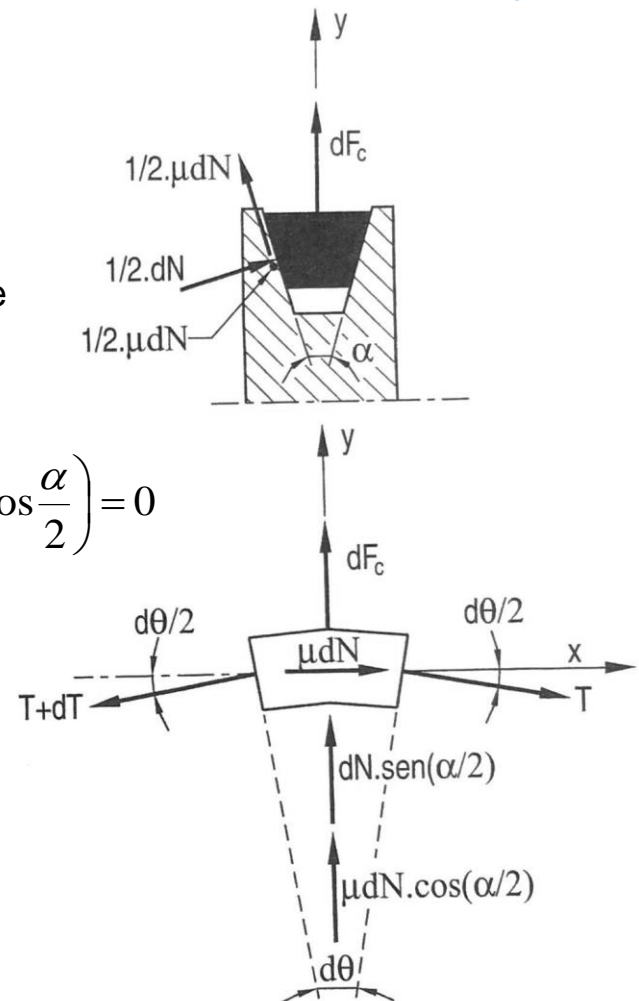


Fig. 31 Forças em correias trapezoidais 34

Potência Transmitida

A **força tangencial** útil, que representa a componente da força responsável pelo binário transmitido pela correia, é dada pela **diferença entre as forças eficazes** desenvolvidas nos ramos, isto é

$$T_u = T_{1e} - T_{2e} = T_1 - T_2$$

ou seja

$$T_u = T_{1e} \left(1 - \frac{1}{Q} \right) = T_{1e} \left(\frac{Q-1}{Q} \right)$$

O **binário ou momento transmitido** obtém-se pelo produto da força transmitida com o raio da polia, ou seja

$$M_1 = T_{1e} \frac{Q-1}{Q} \frac{d}{2}$$

A **potência transmissível** é dada pelo produto do binário com a velocidade angular

$$P_1 = M_1 \omega_1 = T_{1e} \frac{Q-1}{Q} \frac{d}{2} \omega_1$$

Observa-se, pois, que é possível **aumentar a potência transmissível**, aumentando o **ângulo de abraçamento** ou aumentando o **coeficiente de atrito**. Utilizando correias trapezoidais, para transmitir a mesma potência que uma correia plana pode usar-se menores ângulos de abraçamento.

Esforços Induzidos no Veio de Transmissão

Na **situação estática**, a força induzida no veio depende apenas da **força de pré-tensão** (T_0) da correia, pelo que a sua intensidade pode ser determinada do seguinte modo (ver figura 32).

$$T_s = 2T_0 \operatorname{sen} \frac{\theta_1}{2}$$

No **caso dinâmico**, os ramos da correia estão submetidos às **forças eficazes** T_{1e} e T_{2e} e à **força centrífuga** F_c . Apenas a resultante T_d das forças eficazes se transmite ao veio. A força centrífuga apenas diz respeito à própria correia, não sendo transferida para os veios. Assim, a força dinâmica pode ser determinada pela **expressão de Carnot** (ver figura 33).

$$T_d = \sqrt{T_{1e}^2 + T_{2e}^2 - 2T_{1e}T_{2e} \cos \theta_1}$$

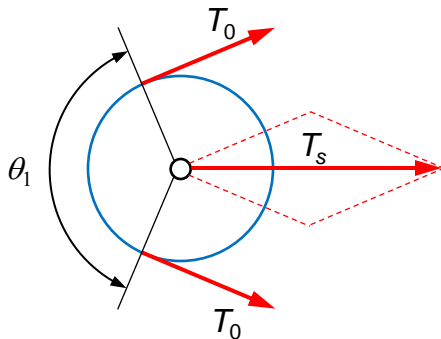


Fig. 32 Carga estática no veio

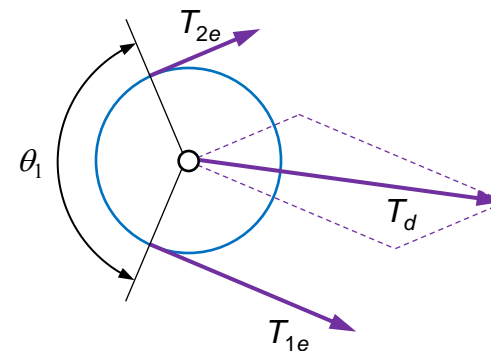


Fig. 33 Carga dinâmica no veio

Exercício de Aplicação

A figura 34 mostra um motor elétrico (7,5 kW a 1750 rpm) utilizado para acionar uma bomba centrífuga que funciona 24 horas/dia a 1175 rpm. Atendendo a limitação de espaço, o entre-eixo e o diâmetro da polia menor deverão ser próximos de 2000 e 200 mm, respetivamente. Assim, [selecione um sistema de transmissão por correia trapezoidal da marca Dunlop](#), especificando: (i) a secção da correia; (ii) o diâmetro das polias; (iii) o comprimento da correia; (iv) o número de correias necessário.



Fig. 34 Bomba centrífuga

▪ Dados do exercício

Acionador: motor elétrico

Potência nominal: 7,5 kW

Velocidade do motor: 1750 rpm

Acionado: bomba centrífuga

Regime de funcionamento: 24 horas/dia

Velocidade de funcionamento: 1175 rpm

Diâmetro da polia menor: $d \sim 200$ mm

Distância entre os eixos: $C \sim 2000$ mm

Exercício de Aplicação

A resolução deste exercício segue os [procedimentos descritos no catálogo](#) técnico da marca *Dunlop*

- **Fator de serviço – C_2** (Tabela 1, página 4)

Máquina motriz: motor elétrico (24 horas/dia)

Máquina comandada: bomba centrífuga

$$\left. \begin{array}{l} \text{Máquina motriz: motor elétrico (24 horas/dia)} \\ \text{Máquina comandada: bomba centrífuga} \end{array} \right\} C_2 = 1,2$$

- **Potência de projeto – P_p**

$$P_p = P_n \times C_2 = 7,5 \times 1,2 = 9 \text{ kW}$$

- **Secção da correia** (Tabela 2, página 5)

$$P_p = 9 \text{ kW}$$

$$n = 1750 \text{ rpm}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_p = 9 \text{ kW} \\ n = 1750 \text{ rpm} \end{array} \right\} \text{Secção B}$$

- **Relação de transmissão – i**

$$i = n/N = 1750/1175 = 1,489$$

- **Seleção das polias - diâmetro primitivo** (Tabela 3, página 6)

$$d = 200 \text{ mm (existe!); } D = i \times d = 1,489 \times 200 = 297,8 \text{ mm} \Rightarrow D = 300 \text{ mm (existe!)}$$

Exercício de Aplicação

A resolução deste exercício segue os [procedimentos descritos no catálogo](#) técnico da marca *Dunlop*

- **Comprimento teórico da correia – L** (para um entre-eixo teórico 2000 mm)

$$L = \frac{\pi}{2}(D + d) + 2C + \frac{(D - d)^2}{4C} = \frac{\pi}{2}(300 + 200) + 2 \times 2000 + \frac{(300 - 200)^2}{4 \times 2000} = 4786,25 \text{ mm}$$

- **Comprimento exato da correia – L** (Tabela 6, página 13)

$$L = 4790 \text{ mm (valor próximo do comprimento primitivo teórico!)}$$

- **Distância entre eixos exata – C_e** (Página 2)

$$C_e = A + \sqrt{A^2 - B} \quad A = \frac{L}{4} - \pi \frac{D + d}{8} \Rightarrow A = 1001,15 \text{ mm} \quad B = \frac{(D - d)^2}{8} \Rightarrow B = 1250 \text{ mm}^2$$

$$C_e = 2001,88 \text{ mm (valor próximo do que é referido no enunciado!)}$$

- **Potência transmissível por correia – $P/\text{correia}$** (Tabela 4, página 9)

$$\left. \begin{array}{l} n = 1750 \text{ rpm} \\ d = 200 \text{ mm} \end{array} \right\} P/\text{correia} = 6,69 \text{ kW (valor interpolado)}$$

Exercício de Aplicação

A resolução deste exercício segue os [procedimentos descritos no catálogo](#) técnico da marca *Dunlop*

- **Potência adicional transmissível por correia – $P_{adic}/correia$** (Tabela 4, página 9)

$$\left. \begin{array}{l} n = 1750 \text{ rpm} \\ i = 1,489 \end{array} \right\} P_{adic}/correia = 0,43 \text{ kW (valor interpolado)}$$

- **Fator de correção do arco de abraçamento – f_a** (Tabela 5, página 12)

$$\frac{D-d}{C_e} = \frac{300-200}{2001,88} = 0,04995 \Rightarrow f_a = 0,99$$

- **Fator de correção do comprimento da correia – f_b** (Tabela 6, Página 13)

$$L = 4790 \text{ mm} \Rightarrow f_b = 1,17$$

- **Potência corrigida transmissível por correia – $P_c/correia$**

$$P_c/correia = (P/correia + P_{adic}/correia) \times f_a \times f_b = (6,69+0,43) \times 0,99 \times 1,17 = 8,247 \text{ kW}$$

- **Número de correias necessário – N_c**

$$N_c = P_p / P_c/correia = 9/8,247 \Rightarrow N_c = 1,091 \text{ (2 correias!)}$$

Exercício de Aplicação

A resolução deste exercício segue os [procedimentos descritos no catálogo](#) técnico da marca *Dunlop*

- **Sistema de transmissão selecionado**

2 correias trapezoidais *Dunlop* B 4790 (2 polias individuais ou uma só polia de 2 cavas!)

Polia menor, $d = 200$ mm

Polia maior, $D = 300$ mm



Fig. 35 Sistema de transmissão selecionado

Principais Características

A correias dentadas (ver figura 36) permitem [transmissões sem escorregamento](#), transmitem potência com uma relação de transmissão constante, apresentam maior capacidade de carga, são mais compactas, não requerem pré-tensão, são mais caras e requerem polias adequadas.

O [perfil dos dentes](#) das correias dentadas pode ser [trapezoidal](#) ou [semicircular](#) (ver figura 37).

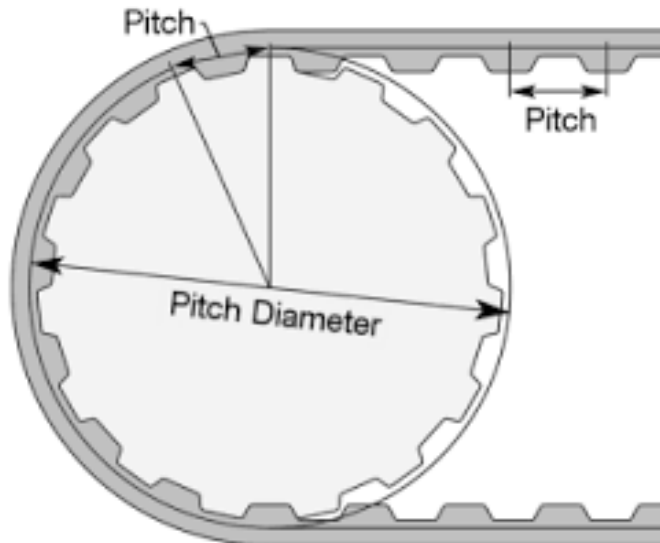


Fig. 36 Correia dentada (dentes trapezoidais)

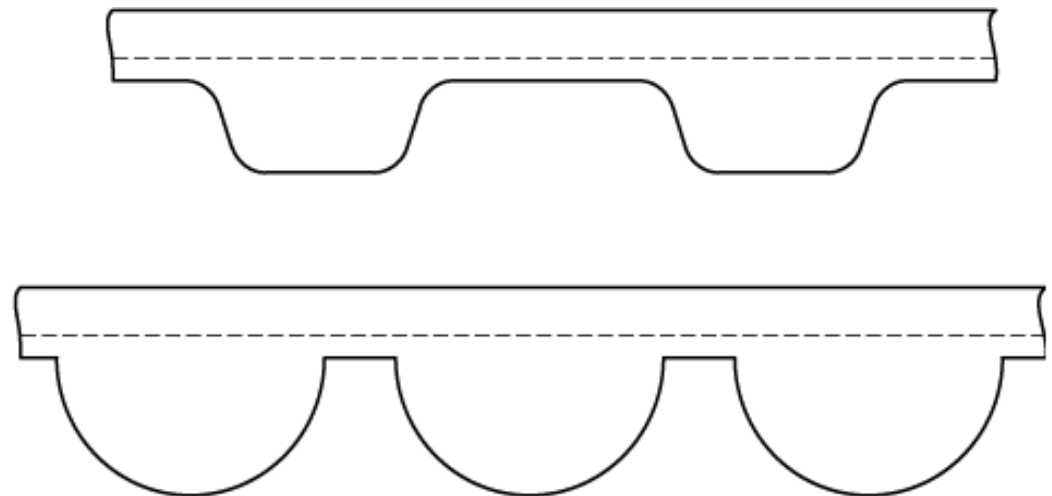


Fig. 37 Perfis de dentes de correias de dentadas

Em geral, no projeto e seleção de [correias dentadas](#) define-se o passo, a largura e o comprimento primitivo da correia. Estes parâmetros são apresentados e estabelecidos nos [catálogos dos fabricantes](#) e serão objeto de estudo detalhado nas aulas teórico-práticas.

Variadores de Velocidade com Correias

Os variadores de velocidade com correias são utilizados quando se pretende **variar continuamente a velocidade** de funcionamento de uma máquina ou equipamento. A figura 38 ilustra alguns exemplos de variadores de velocidades com correias de vários tipos.

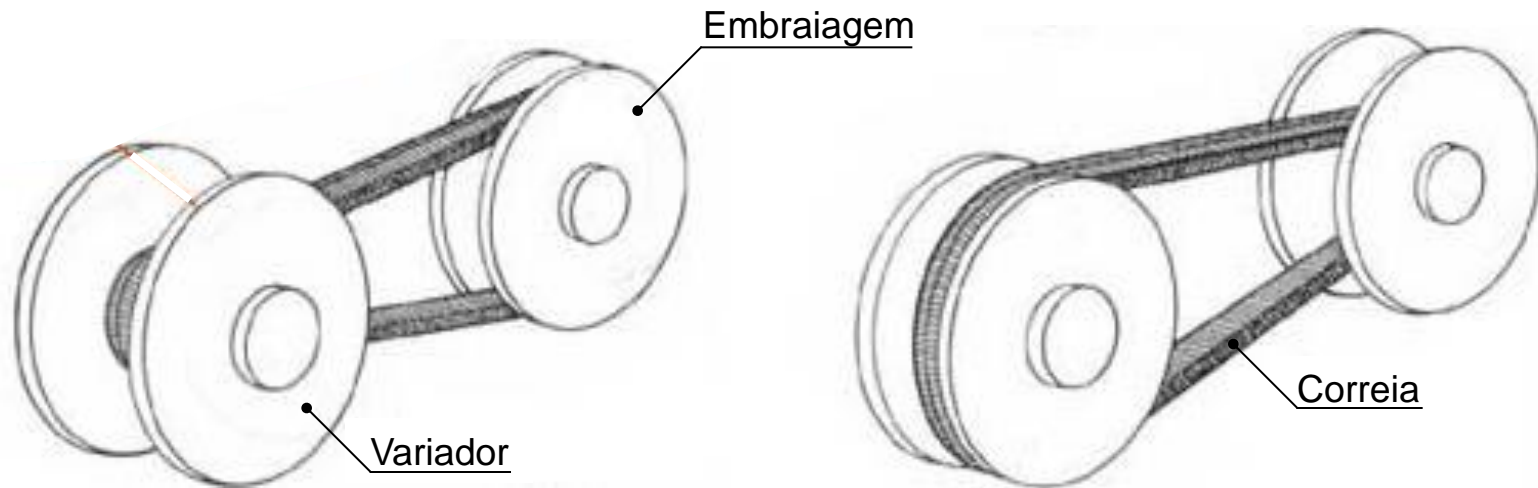
A solução mais simples e frequente que permite variar a velocidade consiste na utilização de uma **correia que abraça dois tambores de diâmetro variável**. Esta solução permite que a correia deslize paralelamente a si própria, deste modo a relação de transmissão é função da posição em que a correia se encontra.



Fig. 38 Exemplos de aplicações de variadores de velocidade com correias de vários tipos.

Princípio de Funcionamento

A figura 39 representa o **princípio de funcionamento** de um variador de velocidade por correia.



Situação inicial da transmissão

A correia está na parte interior do variador, enquanto na embraiagem está na mais externa.

Situação de aceleração da transmissão

A correia abriu-se até ao exterior, enquanto na embraiagem se fechou para o interior.

Fig. 39 Princípio de funcionamento de variador de velocidade com correia.

Variador de Velocidade com Correia Trapezoidal

Um tipo de variador de velocidade é o que se baseia na utilização de correias trapezoidais, tal como se ilustra na figura 40.

Neste variador, os tambores habituais são substituídos por dois cones cujos ângulos de vértice são tais que definem o ângulo de abertura das cavas dos tambores normais.

A variação da velocidade é feita aproximando ou afastando mais os cones que definem o tambor mandante.

Como a correia tem comprimento fixo, a mola montada juntamente com o cone móvel do tambor mandante, obriga este a aproximar-se ou afastar-se o necessário para manter a correia tensa.

Quando se aproximam os cones do tambor mandante, o diâmetro da trajetória da correia, sobre o tambor, aumenta enquanto que o do tambor mandado diminui, obtendo-se uma menor relação de transmissão.

Quando se afastam os cones, o diâmetro do tambor mandante diminui enquanto que o do tambor mandado aumenta, resultando numa relação de transmissão maior.

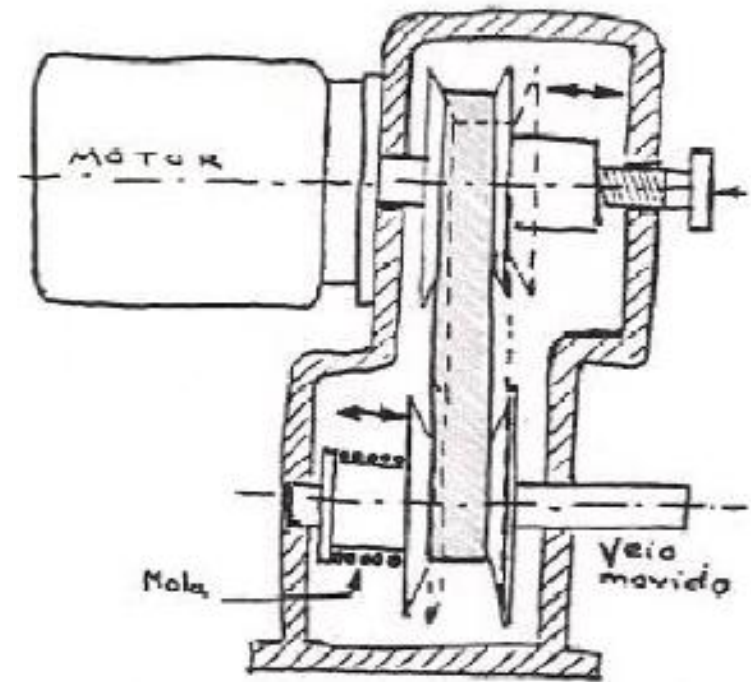


Fig. 40 Dispositivo de controlo de velocidade

Avarias Típicas em Correias

No caso das [correias planas](#), a emenda (ver figura 13) é sempre a secção mais desfavorável e, portanto, o local mais suscetível para a falha ou ruína da correia. Sempre que possível devem utilizar-se correias fabricadas sem fim ou ligadas por costura ou colagem.

No caso das [correias trapezoidais](#) as principais causas para a falha são:

- Desgaste das superfícies laterais aderentes, resultante de um (inevitável) escorregamento excessivo. Para reduzir o desgaste, o acabamento das superfícies das polias em contacto com a correia deverá ser adequado e com dureza ajustada ao material
- Rotura por fadiga, resultante da variação cíclica das tensões entre os ramos tenso e bambo, a que se sobrepõem as tensões de flexão, também de natureza cíclica.

No caso das [correias dentadas](#), os tipos de falhas mais frequentes são a rotura dos dentes e o rompimento da própria correia.

Avarias Típicas em Correias

A figura 41 ilustra alguns **exemplos de avarias típicas** em sistemas de transmissão por correias.

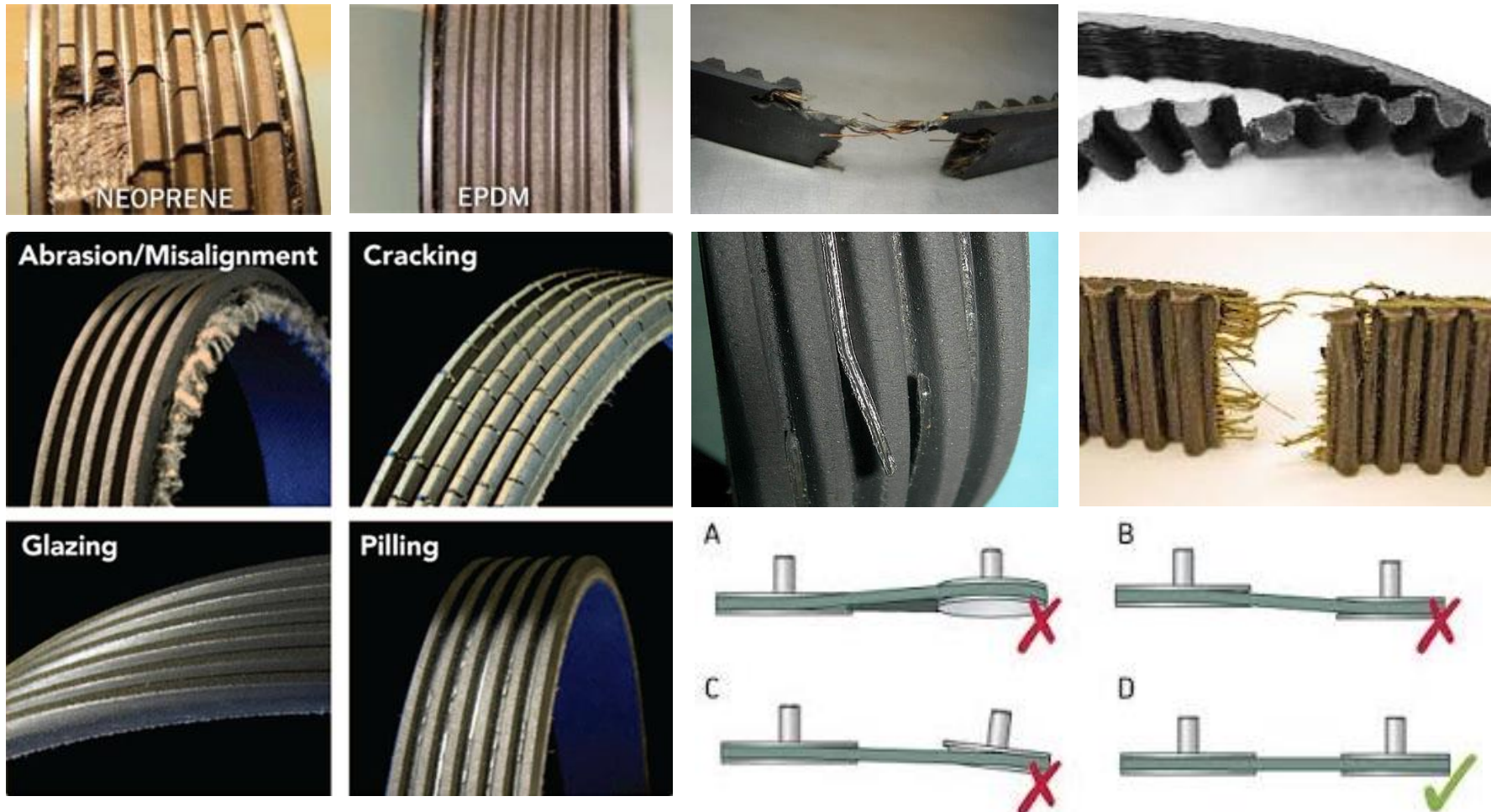


Fig. 41 Exemplos de falhas e avarias em sistemas de transmissão por correias.



Bibliografia Recomendada

Apresentam-se em seguida as [principais fontes bibliográficas](#) utilizadas na preparação deste documento:

- Branco, C.M., Ferreira, J.M., da Costa, J.D., Ribeiro, A.S. (2009) *Projecto de Órgãos de Máquinas*. 2ª Edição, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.
- Juvinall, R.C., Marshek, K.M. (2006) *Fundamentals of Machine Component Design*. John Wiley and Sons, New York.
- Flores, P., Gomes, J. (2015) *Transmissões por Correias*. Universidade do Minho, Escola de Engenharia, publicação interna, Guimarães, Portugal, 40p.
- *Manual de Projeto de Correias Dentadas* nº E2/20099, Gates (1999).
- *Manual de Projeto de Correias Trapezoidais* nº E2/20070, Gates (1999).
- Niemann, G. (1971) *Elementos de Máquinas*. Volume II, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, Brasil .
- Norton, R.L. (2013) *Machine Design*. Pearson Education, New York .
- Shigley, J.E., Mischke, C.R. (1989) *Mechanical Engineering Design*. 5th Edition, McGraw-Hill, New York.