UMA ABORDAGEM À MODELAÇÃO DE SOLOS NÃO SATURADOS

Arézou Modaressi, Ecole Centrale Paris, Laboratoire de Mécanique Sols Structures Matériaux, UMR CNRS

8579, Châtenay Malabry, France, arezou.modaressi@ecp.fr

A. Gomes Correia, Universidade do Minho, Portugal, agc@civil.uminho.pt

A. Nunes Antão, DEC/FCT, Universidade Nova de Lisboa, Portugal, amna@fct.unl.pt

Jean-Marie Fleureau, Ecole Centrale Paris, Laboratoire de Mécanique Sols Structures Matériaux, UMR CNRS

8579, Châtenay Malabry, France, jean-marie.fleureau@ecp.fr

RESUMO

Os geomateriais das camadas dos pavimentos e das vias-férreas, bem como os das respectivas fundações, encontram-se no estado não saturado nas boas condições de serviço destas infra-estruturas. Torna-se por isso necessário considerar o aspecto não saturado destes materiais na modelação e no dimensionamento destas infra-estruturas. O presente artigo propõe a generalização do conceito de tensão efectiva para solos não saturados. De modo a descrever o comportamento exibido pelos solos não saturados, nomeadamente os fenómenos de colapso durante a humidificação, é proposto um modelo elastoplástico. Este modelo, descrito em termos de tensões efectivas, é calibrado para o caso de uma areia siltosa com base em resultados de ensaios triaxiais clássicos e de precisão com medição da pressão intersticial negativa.

1 GENERALIDADES

A análise em termos de tensões efectivas conduz a uma boa compreensão da descrição do comportamento dos solos saturados, pretendendo-se a generalização também para solos parcialmente saturados. Bishop (1959) deu a primeira contribuição neste tipo de abordagem, embora criticada pelo facto de não integrar determinados aspectos específicos do comportamento dos solos não saturados, como sejam os fenómenos de colapso. Outros autores utilizaram duas componentes de tensão σ_{ua} and σ_{ua-uw} para descrever o comportamento mecânico dos solos não saturados. Alonso *et al.* (1990) propõem um modelo elastoplástico com duas funções limites baseadas no modelo de *Cam-Clay*.

Biarez et al. (1993) baseiam-se num modelo micro estrutural para introduzir a noção de tensão capilar que permitiu a definição de uma tensão efectiva generalizada.

Os resultados experimentais obtidos sobre solos não saturados permitiram as seguintes observações de comportamento: (1) uma variação linear da resistência ao corte com a tensão total obtida em ensaios de corte directo realizados sobre diferentes tipos de solos, (2) um aumento não linear da resistência ao corte com a sucção, interpretada como uma variação da coesão aparente com a sucção. Anote-se que esta coesão aparente não aumenta indefinidamente com a sucção tendendo para um valor limite.

Nestes pressupostos a tensão efectiva foi generalizada para o caso em que a fase líquida se torna descontínua e dá origem à formação de meniscos. A tensão capilar, dependendo da geometria dos poros, poderá não ser, necessariamente, esférica. Contudo, na ausência de validação experimental, considera-se apenas essa componente esférica. Nestas condições a tensão efectiva generalizada ($\underline{\sigma}'$) pode determinar-se a partir da relação seguinte:

$$\underline{\sigma}' = \underline{\sigma} + \pi_c \underline{I} \tag{1}$$

onde $\underline{\sigma}$ é a tensão total, π_c é a tensão capilar, função da sucção, que tende para um valor limite dependendo do índice de vazios e da granulometria do material e \underline{I} é o tensor identidade de 2^a ordem. Para uma determinada compacidade e granulometria, a tensão capilar deve respeitar as condições obtidas através dos modelos micro-estruturais e das observações experimentais.

As deduções feitas a partir das curvas intrínsecas obtidas para provetes de solo não saturado (Biarez, 1993) mostram que, para uma determinada compacidade e granulometria, a variação da tensão capilar em função da pressão capilar apresenta um patamar para valores elevados da pressão capilar. Esta observação foi modelada por Taibi (1994) com recurso a um modelo micro-estrutural. Assim, para um conjunto de esferas indeformáveis em contacto, o valor da tensão capilar aintroduzir em (1) é dado pela equação seguinte:

$$\pi_c = \pi_c^{\max} \left(1 + \frac{3\left(3T - \sqrt{8 \cdot T \cdot R \cdot p_c + 9T^2}\right)}{4R \cdot p_c} \right)$$
(2)

onde: π_c^{max} corresponde ao valor do patamar da pressão capilar, *R* é o raio das esferas, *T* a tensão superficial na interface ar-água e p_c é a pressão capilar.

A influência da compacidade e da granulometria na pressão capilar é considerada no parâmetro π_c que se traduz pela fórmula seguinte:

$$\pi_c^{\max} = \frac{2\pi T}{K(e)R} \tag{3}$$

onde: K(e) é uma função do índice de vazios expressa por:

$$K(e) = 0.32e^2 + 4.062 + 0.11 \tag{4}$$

Taibi (1994) demonstra que esta relação, estabelecida para um arranjo de esferas, pode ser generalizada para os solos, substituindo o parâmetro R pelo parâmetro d₁₀ (diâmetro máximo das partículas representando 10% do peso total), que parece ser o parâmetro mais representativo.

A continuidade entre a pressão intersticial e a tensão capilar na passagem do saturado ao não saturado é imposta, permitindo a utilização de um único sistema na modelação de geomateriais saturados e não saturados. De facto, os mesmos meios de modelação podem ser utilizados na análise de casos reais onde o estado dos materiais in-situ varia com as condições hidrológicas e hidroclimáticas.

Não obstante, o princípio da tensão efectiva não é suficiente para descrever todos os aspectos do comportamento dos solos não saturados. Para o conseguir, Modaressi & AbouBekr (1994a,b) desenvolveram um modelo elastoplástico com endurecimento capilar sob condições isotérmicas, capaz de reproduzir os mecanismos mais relevantes do comportamento dos solos não saturados, como seja o fenómeno de colapso na fase de humidificação.

Na fase de secagem, onde a sucção aumenta, sob tensão total constante, a maior parte da deformação dá-se antes do ponto de entrada de ar. Depois deste ponto, as variações de sucção induzem pequenas deformações volumétricas.

No que concerne a fase de humidificação, onde a sucção diminui, observa-se uma histereses do índice de vazios e do grau de saturação com a sucção. A sucção aumenta a tensão de pré-consolidação dos materiais não saturados. De um ponto de vista elastoplástico este aspecto é equivalente a um aumento do domínio elástico, considerado pela introdução de uma coesão, ou, por outras palavras, pelo aumento da pressão de pré-consolidação devida às forças capilares. Isto permite que, quando a carga é suficientemente elevada, o ponto de tensão se situe acima da linha normalmente consolidada NC no diagrama e-logp (sendo p a tensão normal média).

O modelo proposto é uma extensão do modelo constitutivo elastoplástico multi-mecanismos de Hujeux (1985), suficientemente validado e largamente utilizado para solos secos e saturados. Nestas circunstâncias apenas os parâmetros introduzidos com a não saturação precisam de ser caracterizados.

2 MODELO PROPOSTO

O modelo proposto é formulado no âmbito da plasticidade incremental, decompondo a deformação total nas partes elástica e plástica.

A parte elástica obedece a uma lei não linear de variação do módulo volumétrico K e do módulo de distorção G com a tensão efectiva normal média p'.

$$K = K_{ref} \left(\frac{p'}{p_{ref}}\right)^{n_e} \quad e \quad G = G_{ref} \left(\frac{p'}{p_{ref}}\right)^{n_e} \tag{5}$$

onde:

 K_{ref} e G_{ref} são os módulos volumétrico e de distorção medidos a uma tensão de referência p_{ref} ,

 n_e é o parâmetro definindo a não linearidade do comportamento elástico, e p' é a tensão efectiva normal média no domínio não saturado:

$$p' = \frac{Tr(\underline{\sigma})}{3} + (p_l - p_g) \quad se \quad p_l - p_g > p_{sat}^*$$

$$p' = \frac{Tr(\underline{\sigma})}{3} - \pi_c \qquad se \quad p_l - p_g \le p_{sat}^*$$
(6)

onde $p_l e p_g$ são as pressões nas fases líquida e gasosa, respectivamente e p_{sat}^* é o valor da sucção correspondente à descontinuidade da fase líquida.

O modelo proposto é baseado na representação de todos os fenómenos irreversíveis através de quatro

mecanismos elementares plásticos acoplados: três deviatóricos e um isotrópico. A superfície limite deviatórica do plano k apenas contempla as tensões no plano (i,j) (convenção de Einstein não aplicável, $i, j \neq k$):

$$\underline{\underline{\sigma}}_{k} = \sigma_{ii} \underline{\underline{e}}_{i} \otimes \underline{\underline{e}}_{i} + \sigma_{jj} \underline{\underline{e}}_{j} \otimes \underline{\underline{e}}_{j} + \sigma_{ij} \underline{\underline{e}}_{i} \otimes \underline{\underline{e}}_{j}$$
(7)

Cada mecanismo deviatórico relacionado com um plano tem os seus próprios parâmetros de endurecimento correspondentes à distorção nesse plano, seguindo um critério de rotura do tipo Coulomb com uma função limite de Cam-Clay. O multi-mecanismo facilita a modelação da anisotropia inerente e induzida, fenómeno não desprezável em muitas aplicações.

O modelo é essencialmente governado pela influência das variações da sucção no índice de vazios. Estas variações induzem uma evolução da pressão de consolidação. Este aspecto é explicitamente tido em linha de conta no mecanismo isotrópico. Então, o mecanismo deviatórico será também afectado, mesmo que o ângulo de atrito não varie em termos de tensões efectivas.

2.1 Função isotrópica

A função isotrópica limite é expressa por:

$$f_{iso} = \left| p' \right| + d \cdot r_{iso} \cdot P_c^{ns} \left(\varepsilon_v^p, \pi_c \right)$$
(8)

com:

$$P_c^{ns} = P_{c_0} \exp\left(-\beta \varepsilon_v^p\right) - \Re(\pi_c)$$
(9)

onde:

Pcns é a pressão crítica que é função da deformação volumétrica plástica,

 β é o módulo de compressibilidade plástica,

 P_{c0} é a pressão crítica correspondente ao estado inicial,

 $\Re(\pi_c)$ é uma função da pressão capilar que controla a extensão do domínio elástico devido à dessaturação, riso é o grau de mobilização do mecanismo isotrópico, que evolui de um mínimo definindo o domínio elástico até ao valor unitário correspondente ao estado de plasticidade perfeita. A sua evolução é controlada pela variação da deformação plástica volumétrica total ε_v^p ,





Figura 1. Consideração da não saturação na função isotrópica limite.

O mecanismo isotrópico é associado. O lei de endurecimento para riso é dada por:

$$\dot{r}_{iso} = \dot{\varepsilon}_{v}^{p} \frac{(1 - r_{iso})^{2}}{c(P_{c}/p_{ref})}$$
(10)

onde c é um parâmetro do modelo.

2.2. Função deviatórica

A função deviatórica limite correspondente ao mecanismo k é proposta seguindo a seguinte relação:

$$f_k = q_k + p'_k \cdot r_k \cdot \left(1 - b \cdot \ln \frac{p'}{P_c^{ns}}\right) \cdot \sin \varphi'_{pp}$$
(11)

onde: $p'_k \in q_k$ são, respectivamente, a tensão normal média efectiva e a tensão deviatórica correspondentes ao mecanismo k:

$$p'_{k} = \frac{Tr(\underline{\sigma'}_{k})}{2}$$

$$s_{=k} = \underline{\sigma'}_{k} - p'_{k} I_{=k}$$

$$q_{k} = \left(\frac{1}{2}Tr(\underline{s}_{k} \cdot \underline{s}_{=k})\right)^{\frac{1}{2}}$$
(12)

onde:

 φ'_{pp} é o ângulo de atrito interno do material e r_k o grau do mobilização ao corte do mecanismo k, definido como a razão entre o atrito mobilizado e o atrito máximo que pode ser mobilizado,

b é um parâmetro que controla a forma da função limite, ou seja, para b=0 tem-se uma curva do tipo Mohr-Coulomb, enquanto que para b=1 se tem uma curva do tipo CamClay.

Os mecanismos isotrópico e deviatórico são acoplados através da pressão crítica P_c^{ns} .

A variável interna r_k , designada de grau de mobilização do atrito, está associada com a deformação deviatórica plástica (ε_k^p). Esta variável introduz o efeito de endurecimento ao corte do solo permitindo a decomposição do comportamento nos domínios pseudo-elástico (r_k^{elas}), histerético (r_k^{hys}) e de mobilização (r_k^{mob}). A expressão da variável é a seguinte:

$$r_k = r_k^{el} + \frac{\int_0^t \dot{\varepsilon}_k^p dt}{a + \int_0^t \dot{\varepsilon}_k^p dt}$$
(13)

com:
$$a = a_1 + (a_2 - a_1)\alpha_k(r_k)$$
 (14)

onde α_k é um parâmetro variando de zero ($r < r^{hys}$, limite volumétrico) a 1.

$$\alpha_{k} = 0 \qquad se \quad r_{k}^{elas} < r_{k} < r_{k}^{hys}$$

$$\alpha_{k} = \left(\frac{r_{k} - r_{k}^{hys}}{r_{k}^{mob} - r_{k}^{hys}}\right) \qquad se \quad r_{k}^{hys} < r_{k} < r_{k}^{mob} \qquad (15)$$

$$\alpha_{k} = 1 \qquad se \quad r_{k}^{mob} < r_{k} < 1$$

A direcção do escoamento plástico ψ_k é um mecanismo obtido assumindo normalidade no plano deviatórico conjuntamente com a regra de dilatância de Rowe:

$$\Psi_k^v = -\alpha_k \left(r_k \left(\sin \psi + \frac{q_k}{p'_k} \right) \right)$$
(16)

O acoplamento entre os mecanismos é feito através de P_c^{ns} , resultando na expansão da função limite (fig. 2). Os valores para os diferentes pontos definidos no eixo das abcissas são calculados através das expressões seguintes:

$$p'_{A} = P_{c}; \quad p'_{C} = P_{c} \exp\left(\frac{1}{b} - 1\right); \quad p'_{E} = P_{c} \exp\left(\frac{1}{b}\right)$$

$$p'_{B} = P_{c}^{ns}; \quad p'_{D} = P_{c}^{ns} \exp\left(\frac{1}{b} - 1\right); \quad p'_{F} = P_{c}^{ns} \exp\left(\frac{1}{b}\right)$$
(17)



Figura 2. Superfície deviatórica limite antes (1) e depois da não saturação (2)

2.3. Determinação dos parâmetros do modelo

Os parâmetros do modelo referem-se a ambos os comportamentos elástico e plástico do solo. Para os solos não saturados são introduzidos mais dois parâmetro além dos relativos ao solo saturado. Propõe-se uma classificação dos parâmetros em relação ao método de derivação dos mesmos. Neste contexto os parâmetros utilizados no modelo elastoplástico são separados em duas categorias: (1) os que podem ser obtidos directamente por medição, quer in-situ, quer em laboratório e (2) os que não podem ser medidos directamente, designados de derivados. A Tabela 1 identifica segundo estas categorias os parâmetros mecânicos para os solos secos ou saturados.

No que respeita aos solos não saturados os parâmetros, designados de multifásicos, não podem ser obtidos directamente. Por um lado, é necessário conhecer-se a evolução de (π_c) com a sucção e o índice de vazios, sendo necessário para o efeito dispor-se de ensaios de corte ou triaxiais realizados a diferentes graus de saturação. O recurso às relações (2) e (3) permitirá por ajustamento aos dados experimentais obter R e π_c^{max} . Por outro lado, é necessário um outro parâmetro $\Re(\pi_c)$, que também não pode ser obtido directamente. Como não existem dados experimentais suficientes para identificar separadamente P_{c0} and $\Re(\pi_c)$, optou-se por utilizar P_c^{ns} em vez dos dois parâmetros separados. Assim, pôde-se determinar P_c^{ns} para cada ensaio.

A estes parâmetros devem juntar-se os parâmetros que definem o estado do material, tais como o índice de vazios (ou peso volúmico) e/ou o P_{c0} (ou o OCR) e o grau de saturação (ou teor em água). Anote-se que para um material normalmente consolidado o conhecimento de um ponto do diagrama e-logp é suficiente para definir o estado inicial. Contudo, para um solo sobreconsolidado, um outro parâmetro é necessário (OCR, ou P_{c0}).

	Medidos	Derivados	
	directamente		
Elástico	K _{ref} , G _{ref} , n _e ,		
	p _{ref}		
Estado crítico e	$\varphi'_{pp}, \beta,$	b	
plasticidade	p_{co}, d		
Lei de escoamento	Ψ	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_{\varphi},$	
e endurecimento		m, C	
isotrópico			
Domínios limites		r ^{elas} , r ^{hys} , r ^{mob} ,	
		r _{iso} elas	

Tabela 1. Classificação dos parâmetros do modelo para solos secos ou saturados

Anote-se que o modelo constitutivo não é suficiente para determinar o comportamento do solo, sendo necessário o conhecimento da pressão intersticial. Consequentemente, a equação do equilíbrio de massas deve ser levada em linha de conta. Admitindo incompressibilidade das partículas sólidas e impossibilidade de entrada ou saída de água do solo, a única variação do volume do solo é expressa pela variação do grau de saturação e do índice de vazios. Com base em observações experimentais (ramo de secagem e humidificação) um grande número de relações foram propostas para relacionar o grau de saturação com a sucção, sendo a proposta por Genuchten uma das mais utilizadas:

$$S = S_r + \frac{1 - S_r}{\sqrt{1 + \alpha \left(\frac{p_c}{\gamma_w}\right)^2}}$$
(18)

A evolução da pressão intersticial com a variação de volume pode ser expressa através da relação seguinte:

$$S\dot{\varepsilon}_{v} - n\partial S/\partial p\dot{p} + n\dot{p}_{w}/K_{w} = -(n\partial S/\partial p + n/K_{w})\dot{p} = -C\dot{p}$$
 (19)

onde: *C* é o termo de armanezamento que leva em linha de conta a compressibilidade aparente do provete de solo. Para condições quase saturadas K_w é praticamente constante, variando com o grau de saturação à medida que as condições de não saturação se tornam mais importantes.

3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E CALIBRAÇÃO DO MODELO

Uma série de ensaios foi realizada sobre uma areia siltosa resultante da alteração do granito e designada de areia de Perafita. Os ensaios foram realizados sobre amostras compactadas a diferentes teores em água envolvendo ensaios de compressão triaxial (Fleureau et al., 2003).

Determinados parâmetros do modelo foram obtidos por medição directa e outros através de correlações correntes (Lopez-Caballero et al., 2003). Deste procedimento resultaram os seguintes parâmetros:

$$G_0 = 95(p'/p_0)^{0.58}; v = 0.25$$

 $\varphi = \psi = 29^{\circ}$
 $C_c = 0.009(w_L-13); w_L=40-47; \beta = 11-14$

Outros parâmetros foram estimados com base no tipo particular de solo ensaiado (solo residual com 12% finos):

$$a_1=0,06; a_2=0,03$$

 $b=1$
 $d=1$
 $r^{elas}=0,01; r^{hys}=0,5; r^{mob}=0,9; n_r=1.$

As tensões capilares foram obtidas utilizando os resultados experimentais de Hariwardayo (2002), como se mostra na Figura 3.

Constatou-se que o valor de π_c^{max} não podia ser obtido considerando R=d₁₀ na relação (3), mas antes um valor de d₁₀/20. Isto pode resultar do afastamento da estrutura do solo ensaiado com uma percentagem de finos significativa e com partículas com forma diferente do modelo ideal de esferas.



Figura 3. Determinação das tensões de capilaridade

Em relação aos parâmetros multifásicos, estes foram derivados dos resultados experimentais. Tal como foi explicado anteriormente o parâmetro P_c^{ns} foi obtido por ajustamento às curvas dos ensaios triaxiais. O parâmetro *C* foi determinado por ajustamento às curvas dos ensaios de compressão isotrópica onde foram medidas as evoluções das pressões intersticiais com a variação da pressão isotrópica. Assim, para cada provete com um determinado grau de saturação obteve-se um determinado valor de *C* tendo em conta K_w - $\delta S/\delta p$ (Tabela 2). A Figura 4 representa a modelação das variações das pressões intersticiais provocadas pelas variações da pressão isotrópica (pressão na câmara) resultante do ajustamento aos valores medidos.

A Figura 5 mostra o ajustamento conseguido na modelação da resposta dos diferentes provetes não saturados sob solicitação triaxial. Estes resultados revelam a capacidade do modelo na modelação do comportamento observado numa areia siltosa em várias condições de teor em água sob carregamentos de compressão triaxial.

Os parâmetros multifásicos obtidos da modelação estão apresentados na Tabela 2.



Figura 4. Ajustamento da variação da pressão intersticial com a variação da pressão isotrópica (pressão na câmara)

Tabela 2. Parâmetros do modelo

Tubbla 2. Tuballetios do modelo					
W [%]	e0	Pc0[MPa]	C [Pa ⁻¹] Iso- Comp	C [Pa ⁻¹] Triax.	
18.3	0.5	120	2.7E-8	2.7E-8	
16.1	0.5	350	1.7E-8	1E-7	
14.1	0.4	350	7E-8	7E-8	
10.4	0.48	350	5E-8	5E-8	
8	0.39	350	10E-6	10E-6	
3.74	0.41	350	1E-6	1E-6	



Figura 5. Ajustamento das respostas sob solicitação triaxial de uma areia siltosa em diferentes estados de teor em água.

5. CONCLUSÕES

O modelo proposto para solos não saturados é uma extensão do modelo elastoplástico multi-mecanismos de Hujeux desenvolvido e suficientemente validado para solos secos e saturados. A implementação da não saturação no modelo foi efectuada por alteração do limite elástico, em tudo semelhante à consideração de uma sobreconsolidação. Além disso, a incorporação da relação entre a tensão capilar e o grau de saturação permite uma melhor simulação da compressibilidade do material não saturado. A calibração do modelo foi efectuada para uma areia siltosa, residual do granito, para diferentes estados de humidade, desde a quase saturação ao estado quase seco. Essa calibração foi feita com base, por um lado em resultados de compressão isotrópica com medição de pressões intersticiais negativas, e por outro em resultados de compressão triaxial clássicos e de precisão.

A qualidade dos ajustamentos obtidos deixa prever uma potencial capacidade do modelo na modelação de materiais não saturados.

AGRADECIMENTO

Os autores desejam agradecer o apoio ao trabalho desenvolvido no âmbito do convénio GRICES-CNRS (2005/2006) sob o tema: Segurança das infraestruturas rodoviárias e ferroviárias em relação às variações climáticas.

REFERÊNCIAS

- Alonso, E.E., Gens A. & Josa A. (1990). A Constitutive Model for Partially Saturated Soils. *Geotechnique* 40, pp. 405-430.
- Biarez J., Fleureau J.M. and Taibi S. (1993). Mechanical constitutive model for unsaturated granular media. In C. Thornton, ed, *The Second International Conference on Micromehanics of* granular Media, Birmingham, pp. 51–58. Balkema, Rotterdam.
- Bishop A. W. (1959). The Principle of Effective Stress, *Teknisk Uklebad*, vol. 106, n° 39, pp. 859-863.
- Fleureau J.M., S. Hadiwardoyo, Gomes Correia, A. (2003). Generalised effective stress analysis of strength and small strains behaviour of a silty sand, from dry to saturated state, *Soils and Foundations*, 43, N° 4, pp. 21-33.
- Hadiwardoyo S. (2002). Caractérisation des matériaux routiers - Application à la modélisation du

comportement des chaussées souples, Thèse de Docteur de l'Ecole Centrale.

- Hujeux J-C. (1985). Une loi de comportement pour le chargement cyclique, *Genie Parasismique,V. Davidovici (eds.), Presse de l'ENPC, Paris, 287-302.*
- Modaressi A., Abou-Bekr N. (1994a). A Unified Approach to Model the Behavior of Saturated and Unsaturated Soils. Computer Methods and Advances in Geomechanics, *Proceedings of the Eighth International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics*. H.J. Siriwardane and M.M. Zaman (ed.), Balkema, 1507-1513.
- Modaressi A., Abou-Bekr N. (1994b). Constitutive model for unsaturated soils: Validation on a silty material, Numerical Methods in Geotechnical Engineering, *Proceedings of the Third ECONMIG*, I.M. Smith (ed.), Balkema,91-96.
- Lopez-Caballero F, Modaressi A., Elmi F. (2003). Use of laboratory and in-situ testing to identify an elastoplastic model parameters. Symposium IS-LYON September 22 – 24.
- Taibi S. (1994) Comportement mécanique et hydraulique des sols partiellement saturés, Thèse de Docteur de l'Ecole Centrale.