

Dificuldades de futuros professores do 1º e 2º ciclos em estocástica

José António Fernandes, Universidade do Minho

Paula Maria Barros, Escola Superior de Educação de Bragança

Resumo

Neste artigo relatam-se erros e dificuldades sentidas por 37 alunos do 4º ano do curso de Professores do Ensino Básico, variante de Matemática e Ciências da Natureza, de uma Escola Superior de Educação.

Os dados foram recolhidos através de um questionário, incidindo em três temas: cálculo envolvendo medidas de tendência central, significado e interpretação das medidas de tendência central e acontecimentos e comparação de probabilidades.

Em termos de resultados, salientam-se as elevadas percentagens de erros no cálculo e no significado e interpretação das medidas de tendência central. Nestas medidas, as dificuldades foram maiores para a mediana do que para a média, enquanto a moda se revelou muito menos difícil. No caso da comparação de probabilidades, destaca-se o recurso a raciocínios de tipo aditivo, especialmente quando conduzia à resposta correcta.

1. Introdução

A estocástica “desempenha um papel fundamental na formação para a cidadania” (Ponte e Fonseca, 2000, p.179), pois, na sociedade actual, qualquer cidadão se depara com o desafio de gerir e utilizar a informação que lhe chega para tomar as suas decisões conscientemente. Donde, “desenvolver o pensamento estatístico e probabilístico ao longo da escolaridade constitui um aspecto importante da formação que a escola deve proporcionar” (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p.94).

Contrastando com a importância que a estocástica desempenha na vida das pessoas, são muitos os estudos que revelam dificuldades dos alunos, de diferentes níveis de ensino, nos mais diversos conceitos, incluindo os mais elementares (e.g., Barros, 2003; Batanero, Godino, Green, Holmes e Vallecillos, 1994; Fernandes, 1999).

Coloca-se, assim, a questão de saber se os futuros professores, que têm de ensinar os temas de estatística e probabilidades, os compreendem de forma adequada e possuem os conhecimentos necessários para levar os alunos a raciocinarem correctamente sobre os vários assuntos a eles ligados. Tendo por base esta preocupação, realizou-se um estudo com alunos do 4º ano de uma Escola Superior de Educação, futuros professores do 1º e

2º ciclos do ensino básico, com o objectivo de identificar erros e dificuldades de futuros professores em aspectos elementares ligados aos conteúdos de estatística e probabilidades.

2. Dificuldades em conceitos estocásticos elementares

São várias as investigações que revelam dificuldades de alunos, de vários níveis de ensino, na aprendizagem de conceitos estocásticos, isto é, de probabilidades e estatística.

2.1. Cálculo envolvendo medidas de tendência central

No caso da média, Pollatsek, Lima e Well (1981) verificaram, em várias situações, que muitos estudantes universitários sentiram dificuldades no cálculo de uma média global a partir do conhecimento de duas médias parciais. Nestas situações, a maior parte dos erros resultou de determinar a média simples dos valores das duas médias dadas. Boaventura (2003) observou dificuldades do mesmo tipo em alunos do 12º ano; Li e Shen (1994) verificaram a não ponderação no cálculo da média, quando os dados eram representados através de uma tabela de frequências; e Carvalho (1996) constatou que alunos do 7º ano ignoraram as frequências dos diferentes valores no cálculo da média, quando os dados eram representados através de um gráfico.

Por vezes, o algoritmo da média é também aplicado de forma mecânica, não revelando os alunos capacidades da sua utilização flexível em situações-problema. Num estudo com alunos do 6º ano de escolaridade, em que a maioria evidenciou conhecer o algoritmo de cálculo da média, Cai (1995) observou que apenas cerca de metade dos alunos foram capazes de determinar um valor desconhecido num pequeno conjunto de dados, apresentado sob a forma de pictograma, para se obter um valor dado da média. Este resultado agravou-se ainda mais quando se analisaram os raciocínios usados, pois, dos alunos que encontraram o valor desconhecido, apenas aproximadamente metade o determinou através de uma utilização compreensiva do algoritmo, tendo a maioria dos restantes recorrido a uma estratégia de tentativa e erro.

No caso da mediana, Carvalho (1996) salienta que os alunos não tiveram em conta a frequência absoluta de cada valor no cálculo da mediana, quando os dados se apresentavam sob a forma de tabela, ou não ordenaram os dados previamente à sua localização. Quando se partiu de um gráfico, os alunos adicionaram as frequências

absolutas e dividiram por 2. Partindo de uma tabela de frequências, Barr (s/d) constatou que o erro mais frequente consistiu em determinar a mediana das frequências ordenadas, seguindo-se a determinação da mediana dos valores que toma a variável sem atender à sua frequência.

No caso da moda, em que se obteve o maior número de respostas correctas, Carvalho (1996) destaca a facilidade com que ela é visualizada num gráfico de barras, correspondendo ao valor com a ‘barra mais alta’, e Barr (s/d), numa investigação com estudantes entre os 17 e 21 anos, observou que a maioria dos alunos indicava correctamente a moda quando se partia de uma tabela de frequências.

De entre as três medidas de localização, a mediana revelou-se a mais difícil, seguindo-se a média e, finalmente, a moda (Barr, s/d; Boaventura, 2003; Carvalho, 1996). Evidência relativa à maior dificuldade na compreensão do conceito de mediana foi também detectada por Sousa (2002) num estudo com uma turma de 6º ano.

Para Cobo e Batanero (2000) e Batanero *et al.* (1994), o facto do algoritmo de cálculo da mediana não ser único, já que depende do tipo de dados, da sua apresentação e inclusivamente do seu número, e do valor obtido também nem sempre ser único explica problemas de compreensão dos estudantes, tornando o estudo da mediana mais complexo do que possa parecer à primeira vista.

2.2. Significado e interpretação das medidas de tendência central

Em relação ao significado da média num dado contexto, Eisenbach (1994, citado em Batanero, 2000) questionou estudantes universitários de um curso introdutório de estatística sobre o significado da afirmação: ‘Que quer dizer que o salário médio de um empregado é de 3600 dólares?’ As respostas obtidas, do tipo: ‘a maioria dos empregados ganha cerca de 3600 dólares’, ‘é o salário central’ e ‘os outros trabalhadores ganham mais ou menos 3600 dólares’, denotam uma confusão terminológica entre as palavras ‘média’, ‘mediana’ e ‘moda’. Dreyfus e Levy (1996), num estudo com alunos de 11 e 12 anos, observaram que os alunos consideraram a média como o valor central, o que denota uma confusão da média com a mediana. Estes autores detectaram ainda concepções erradas sobre as relações entre a média e a distribuição, levando um número substancial de alunos a afirmar que numa distribuição variada é impossível calcular a média e que não é possível em duas turmas com a mesma média os alunos falharem mais numa do que na outra. Para estes estudantes, se

mais alunos falham, então a média da turma devia ser mais baixa.

Também no estudo já referido, Boaventura (2003) verificou que os alunos interpretaram a média como a descrição do seu algoritmo e tiveram muitas mais dificuldades em atribuir qualquer significado à mediana.

Carvalho e César (2000) analisaram o desempenho de alunos do 7º ano na selecção entre a média e a mediana, enquanto estatística que melhor representa um conjunto de dados. Em termos de resultados, as autoras verificaram que a grande maioria dos alunos aplicou, com sucesso, os procedimentos de cálculo da média e da mediana, mas o mesmo não aconteceu na selecção da estatística. No caso da média, apenas um quarto dos alunos apresentaram argumentos que não apelam para um significado matemático, e, no caso da mediana, quase metade dos alunos não foram capazes de usar argumentos matemáticos que relacionem este conceito com as suas propriedades. Para as autoras, a compreensão mais profunda da média explica-se pela sua frequente utilização nos mais variados contextos sociais, o que não acontece com o conceito de mediana.

Envolvendo alunos do ensino superior, alguns dos quais futuros professores do ensino primário espanhol, Batanero, Godino e Navas (1997) detectaram a existência de erros conceptuais e dificuldades de aplicação prática dos conhecimentos sobre as medidas de tendência central, por exemplo no tratamento dos valores atípicos e no conhecimento das posições relativas entre a média, mediana e moda em distribuições não simétricas. Também no estudo de Boaventura (2003), os alunos do 12º ano revelaram grandes dificuldades na definição de uma distribuição de que eram conhecidos os valores da média, mediana e moda e na localização destas estatísticas, inclusive no caso da distribuição ser simétrica.

Batanero *et al.* (1997) pensam que as dificuldades evidenciadas se podem explicar pelo facto do ensino das medidas de localização se centrar habitualmente na apresentação das fórmulas aplicadas a casos estereotipados, o que não permite que os alunos compreendam o significado integral dos conceitos.

2.3. Acontecimentos e comparação de probabilidades

Num estudo com um grupo de 57 futuros professores do ensino primário espanhol, Azcaráte, Cardeñoso e Porlán (1998) verificaram que cerca de metade dos sujeitos não reconheceu a aleatoriedade de vários fenómenos, designadamente em situações relacionadas com o contexto meteorológico e em situações do quotidiano.

Dificuldades em questões relacionadas com a aleatoriedade foram também detectadas no estudo de Green (1983), que envolveu 2930 alunos do 1º ao 5º ano de escolas secundárias (11-16 anos). Este autor observou ainda que os itens que requeriam o conceito de razão na comparação de probabilidades se revelaram particularmente difíceis, especialmente entre os alunos dos três primeiros anos. Constatou, ainda, que os alunos classificavam como certos acontecimentos com elevada probabilidade de ocorrência e como impossíveis acontecimentos com baixa probabilidade de ocorrência e que aderiram ao enviesamento de equiprobabilidade, também observado por Lecoutre e Durant (1988).

Fischbein e Gazit (1984) num estudo com alunos do 5º ao 7º ano (10 a 13 anos), em que pretendiam analisar o efeito de um programa de ensino em probabilidades, observaram que a maioria dos alunos que frequentaram esse programa foi capaz de dar pelo menos um exemplo de cada categoria de acontecimentos (certo, possível, impossível), tanto no caso em que não era referida nenhuma experiência como quando se partia de uma experiência aleatória. Porém, noutra questão em que dadas 4 bolas vermelhas, 3 verdes e 2 brancas se pedia para indicarem quantas bolas tinham de tirar para assegurar a saída de uma bola de cada cor, verificaram que os alunos revelaram muitas dificuldades na sua resolução, mesmo os que tinham sido submetidos ao programa de ensino.

Fischbein, Nello e Marino (1991) observaram, relativamente a alunos do 4º e 5º anos (9-11 anos) e do 6º, 7º e 8º anos (11-14 anos), que a maioria deles identificou acontecimentos certos, possíveis e impossíveis e reconheceu situações com mesma estrutura estocástica. Já no caso da comparação de probabilidades em experiências compostas, os alunos sentiram muitas dificuldades. De entre os vários tipos de acontecimentos, os alunos revelaram mais dificuldades na categoria dos acontecimentos certos e na formulação de acontecimentos relativamente à sua classificação.

No nosso país, Fernandes (1999) verificou também que alunos do 8º e 11º anos de escolaridade revelaram dificuldades em identificar acontecimentos certos e/ou que envolviam conectivos lógicos, na comparação de probabilidades em experiências simples que envolviam o conceito de razão e, mais acentuadas, na comparação de probabilidades em experiências compostas.

3. Metodologia

O estudo realizado insere-se no paradigma quantitativo e assume um carácter descritivo (Gall, Borg e Gall, 1996).

Participaram no estudo 37 alunos do 4º ano do curso de Professores do Ensino Básico, variante de Matemática e Ciências da Natureza, de uma Escola Superior de Educação. Estes alunos, à excepção de três, tinham frequentado com sucesso a disciplina semestral de Probabilidades e Estatística, no ensino superior.

A recolha de dados foi feita através de um questionário constituído por 13 questões, das quais cinco sobre cálculo envolvendo medidas de tendência central, quatro sobre o significado e interpretação das medidas de tendência central e as restantes quatro sobre acontecimentos e comparação de probabilidades. O questionário foi passado numa aula de duas horas, não tendo os alunos gasto mais do que uma hora e meia. Foram ainda fornecidas calculadoras aos alunos que as solicitaram para efectuar cálculos.

Em termos de análise dos dados, estudaram-se as respostas e raciocínios dos sujeitos nas diferentes perguntas. No caso das respostas, determinaram-se frequências de respostas erradas em cada pergunta e construíram-se tabelas de frequências relativas aos três grupos de questões referidos; no caso dos raciocínios, definiram-se categorias de raciocínio, considerando, sempre que aplicável, categorias já estabelecidas em estudos anteriores.

4. Resultados

4.1. Cálculo envolvendo medidas de tendência central

As questões sobre cálculo envolvendo medidas de tendência central revelaram-se difíceis para elevadas percentagens de alunos (ver tabela 1). Considerando conjuntamente as percentagens de respostas erradas e não respostas, obtém-se uma percentagem média de 43,2.

Tabela 1. Questões sobre cálculo envolvendo medidas de tendência central.

Questões	Percentagem de	
	Respostas erradas	Não respostas
Número de irmãos de alunos (dados em gráfico de barras)		
-Cálculo da média.	45,9	–
-Cálculo da mediana.	56,7	29,8
-Identificação da moda.	2,7	–
Possíveis pesos de nove pessoas, conhecida a média e o peso de uma delas.	24,3	16,2
Média do número de ramos de flores vendidos em cinco dias, conhecido o número de ramos vendidos num dos dias e a média dos restantes.	48,6	2,7
Idade de uma pessoa, num conjunto de quatro pessoas, conhecidas as médias com e sem a idade da pessoa.	32,4	2,7
Média ponderada das médias dos pesos de um grupo de homens e de um grupo de mulheres.	35,1	5,4

No cálculo da média, os alunos não foram capazes de extrair do gráfico a informação relevante (13,5%), calcularam a média das frequências (10,8%), usaram um efectivo total incorrecto (8,1%), não se recordavam da fórmula da média (5,4%) e um aluno calculou a média dos valores da variável sem considerar as respectivas frequências (2,7%). Quanto à mediana, consideraram a mediana como metade da amplitude total dos dados (10,8%), calcularam a mediana dos valores da variável sem considerar as suas frequências (8,1%), tomaram a mediana pela sua localização (5,4%), ignoraram o valor zero (5,4%) e tomaram a moda pela mediana (2,7%). Neste caso, destaca-se que 48,7% dos alunos não apresentaram qualquer justificação. Finalmente, a moda não suscitou dificuldades, salientando-se 13,5% dos alunos que não apresentaram qualquer justificação.

Na determinação dos possíveis pesos das pessoas, os alunos usaram incorrectamente a fórmula da média (8,1%), representando erradamente o peso das oito pessoas ou considerando um efectivo incorrecto, e dos alunos que representaram por $8x$ o peso das oito pessoas, alguns não resolveram a equação obtida. Finalmente, um aluno (2,7%) recorreu ao método de tentativa e erro e 18,9% dos alunos não apresentaram qualquer justificação.

No cálculo do número médio de ramos vendidos, os alunos não ponderaram a média dada (29,7%), recorreram à lei do fecho (8,1%) e ignoraram o valor zero (5,4%). Já na determinação da idade de uma pessoa, os alunos recorreram ao raciocínio de tentativa e

erro, que nem sempre conduziu à resposta correcta, usaram a lei do fecho representando por x o peso desconhecido (8,1%) e não ponderaram a média dada (5,4%). Além disso, 10,8% dos alunos não apresentaram qualquer justificação.

Finalmente, no cálculo da média ponderada, os alunos recorreram à lei do fecho (29,7%), efectuaram cálculos que resultaram na soma das duas médias (5,4%) e não apresentaram qualquer justificação (5,4%).

4.2. Significado e interpretação das medidas de tendência central

Tal como as questões sobre cálculo, também as questões acerca do significado e interpretação das medidas de tendência central se revelaram difíceis para elevadas percentagens de alunos (ver tabela 2). Considerando conjuntamente as percentagens de respostas erradas e não respostas, obtém-se uma percentagem média de 50,3.

Tabela 2. Questões sobre significado e interpretação das medidas de tendência central.

Questões	Percentagem de	
	Respostas erradas	Não respostas
Preferências de clube desportivo (dados em gráfico circular)		
-Identificação da moda.	21,6	–
-Impossibilidade de cálculo da média.	59,5	2,7
Possibilidade da média e moda tomarem certos valores		
-As médias das turmas A e B podem assumir os valores indicados.	21,6	8,1
-A moda da turma A não pode assumir o valor indicado e a de B pode.	59,5	–
Estatística que melhor representa uma distribuição (dados brutos)	54,0	2,7
Significado das estatísticas num contexto de vencimentos		
-Significado da média.	56,7	2,7
-Significado da mediana.	48,6	29,8
-Significado da moda.	29,7	5,4

Na identificação da moda, para além das respostas não justificadas (5,4%), as respostas erradas tiveram origem na selecção da maior frequência em vez do valor da variável estatística que lhe corresponde (21,6%). No caso da média, para além da apresentação de argumentos não matemáticos para justificar a resposta correcta (8,1%), o erro mais frequente consistiu em calcular a média das frequências (59,5%). Finalmente, 18,9% dos alunos não apresentaram qualquer justificação.

O facto das ‘classificações mais altas terem sido obtidas na turma A’ e/ou de ‘50% dos alunos da turma B terem tido classificação inferior a 13 valores’ esteve na origem da conclusão errada da média não poder ser de 14 valores em ambas as turmas (13,5%)

e da moda não poder ser 15 valores na turma B (43,3%). Além disso, no caso da média, 18,9% dos alunos não apresentaram qualquer justificação e, no caso da moda, 18,9% dos alunos não avançaram nenhuma justificação para a turma A e 32,4% para a turma B. Finalmente, na turma A, a grande maioria dos alunos (75,7%) verificou que 14 não poderia ser a sua moda uma vez que essa classificação não existia.

No caso da selecção da estatística que melhor representa a distribuição, as justificações referidas pelos alunos mostraram-se pouco fiáveis na medida em que justificaram respostas tanto correctas como erradas. Em todo o caso, alguns alunos começaram por determinar as medidas, e encontrando dificuldades na determinação da mediana, que era a estatística apropriada, optaram por escolher a média ou a moda, enquanto outros criaram definições ou contrastaram os dados com o seu conhecimento da realidade.

No significado atribuído à média, 40,6% dos alunos limitaram-se a descrever o algoritmo (divisão da soma dos salários pelo número de trabalhadores) e 27,0% afirmaram tratar-se de um ‘valor médio’. No caso da mediana, para além de 29,8% de alunos que não apresentaram qualquer justificação, referiram-se ao ‘vencimento intermédio’ (24,3%), calcularam a semi-diferença dos valores extremos (5,4%) e afirmaram razões de justiça social (5,4%). Embora a interpretação da moda se tenha revelado mais acessível, ainda assim 24,3% dos alunos associaram-na à maioria, à maior parte ou ao maior número. Por último, sendo pedido um comentário sobre os vencimentos dos empregados, 18,9% dos alunos não indicaram qualquer justificação e, dos restantes, alguns avançaram argumentos não matemáticos (8,1%) e outros produziram comentários recorrendo à média e/ou à moda (43,2%).

4.3. Acontecimentos e comparação de probabilidades

Comparativamente com os temas anteriores, as questões sobre acontecimentos e comparação de probabilidades revelaram-se menos difíceis para os alunos (ver tabela 3). Considerando conjuntamente as percentagens de respostas erradas e não respostas, obtém-se uma percentagem média de 15,1.

Tabela 3. Questões sobre acontecimentos e comparação de probabilidades.

Questões	Percentagem de	
	Respostas erradas	Não respostas
Classificação de acontecimentos (tômbola com números de 1 a 90)		
-Certo.	13,5	–
-Certo.	16,2	–
-Possível mas não certo.	8,1	–
-Possível mas não certo.	2,7	–
-Impossível.	2,7	–
Formulação de acontecimentos (saco com bolas de três cores diferentes)		
-Certo.	21,6	–
-Possível mas não certo.	2,7	2,7
-Impossível.	2,7	–
Número de bolas a extrair de um saco com bolas de três cores diferentes para se obter um acontecimento certo.	59,4	16,2
Comparação de probabilidades em dois sacos com bolas de duas cores		
-Igual número de bolas de uma das cores.	2,7	–
-De um saco para o outro acrescenta-se uma bola de cada cor.	21,6	–
-De um saco para o outro duplicou-se o número de bolas de cada cor.	8,1	–

Na questão de classificação de acontecimentos não foi pedida qualquer justificação. Já quanto à formulação de acontecimentos, verificou-se que os erros resultaram fundamentalmente de respostas que saíram do contexto e procedimento estabelecidos.

Na situação seguinte, em que se observaram dificuldades muito acentuadas, os alunos procederam ao cálculo de probabilidades (27,0%), ao cálculo combinatório (16,2%), iniciaram a extracção pelas bolas menos numerosas (2,7%) e violaram o procedimento prescrito (2,7%). Verificou-se, ainda, que 32,5% dos alunos não avançaram qualquer justificação.

Por último, no caso da comparação de probabilidades, em todas as alíneas, os alunos compararam o número de bolas brancas e pretas ou compararam apenas o número de bolas pretas. Nas duas primeiras alíneas compararam também o número total de bolas, na primeira alínea compararam ainda o número de bolas brancas e na última alínea 8,1% dos alunos não apresentaram qualquer justificação. Considerando todas as comparações, conclui-se que 40,5% dos alunos aderiram a estes raciocínios na primeira alínea, 16,2% na segunda alínea e 5,4% na terceira alínea.

5. Conclusão

Os erros e dificuldades sentidas pelos alunos no presente estudo, em geral,

corroboram resultados de outros estudos, designadamente no cálculo sobre medidas de tendência central (Boaventura, 2003; Cai, 1985; Carvalho, 1996; Li e Shen, 1994; Pollatsek *et al.*, 1981), acerca do significado e interpretação das medidas de tendência central (Boaventura, 2003; Carvalho e César, 2000; Dreyfus e Levy, 1996) e sobre acontecimentos e comparação de probabilidades (Fernandes, 1999; Fischbein e Gazit, 1984; Fischbein *et al.*, 1991; Green, 1993).

À semelhança de outros estudos (e.g., Barr, s/d; Boaventura, 2003; Carvalho, 1996; Sousa, 2002), globalmente, de entre as três medidas de tendência central, a mediana revelou-se a mais difícil, seguindo-se a média e, finalmente, a moda. Além disso, observou-se, nos alunos, a tendência para apresentarem um resultado numérico, ainda que totalmente desadequado, tal como se verificou no estudo de Boaventura (2003).

Nos temas sobre cálculo e significado e interpretação das medidas de tendência central salientam-se as elevadas percentagens de respostas erradas, situação que se agrava quando se consideram as justificações dessas respostas. No caso da comparação de probabilidades, embora se tenham verificado percentagens de respostas erradas muito inferiores, destacam-se percentagens consideráveis de justificações baseadas em comparações entre o número de bolas (Fernandes, 1999). Estes raciocínios, de tipo aditivo, foram mais usados na situação em que conduzia à resposta correcta.

Considerando que os participantes do estudo serão futuramente professores do 1º e 2º ciclos e que fazem parte destes níveis de ensino alguns conceitos elementares de estatística e probabilidades, torna-se imprescindível confrontar os estudantes com estes e outros tipos de problemas, discutindo as suas respostas e fazendo-os reflectir sobre elas. Esta atitude de reflexão, para além de esclarecer dúvidas e promover um debate sobre as dificuldades sentidas, poderá abrir horizontes para um conhecimento mais amplo da diversidade de problemas estocásticos que se podem abordar na sala de aula, permitindo-lhes sair da rotina dos problemas típicos de aplicação directa de fórmulas (Batanero *et al.*, 1997) e orientar os seus alunos na superação de dificuldades que parecem persistir ao longo de toda uma escolaridade.

Referências bibliográficas

Abrantes, P., Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.

- Azcárate, P., Cardeñoso, J. M. e Porlán, R. (1998). Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(1), 85-97.
- Barr, G. V. (s/d). *Some student ideas on the median and the mode*. Recuperado em 17 de Janeiro, 2002, de <http://science.ntu.ac.uk/rsscse/ts/bts/barr/text.html>
- Barros, P. M. (2003). *Os futuros professores do 2º ciclo e a estocástica: Dificuldades sentidas e o ensino do tema*. Dissertação de mestrado não publicada, Universidade do Minho, Braga.
- Batanero, C. (2000). Dificultades de los estudiantes en los conceptos estadísticos elementares: el caso de las medidas de posición central. Em C. Loureiro, O. Oliveira e L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp. 31-48). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática e Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Batanero, C., Rodino, J. D. e Navas, F. (1997). Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios. Versão ampliada do trabalho publicado em H. Salmerón (Ed.), *VII Jornadas LOGSE: Evaluación educativa* (pp.310-304). Universidade de Granada. Recuperado em 15 de Dezembro, 2000, de <http://www.ugr.es/~batanero>
- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P. e Vallecillos, A. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Boaventura, M. G. (2003). *Dificuldades de alunos do ensino secundário em conceitos estatísticos*. Dissertação de mestrado não publicada, Universidade do Minho, Braga.
- Cai, J. (1995). Beyond the computational algorithm: student's understanding of the arithmetic average concept. Em L. Meira e D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th PME Conference* (Vol. 3, pp. 144-151). Universidade Federal de Pernambuco.
- Carvalho, C. (1996). Algumas questões em torno de tarefas estatísticas com alunos do 7º ano. Em A. Roque e M. J. Lagarto (Orgs.), *Actas do ProfMat 96* (pp. 165-171). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Carvalho, C. e César, M. (2000). As aparências iludem: Reflexões em torno do ensino da estatística no ensino básico. Em C. Loureiro, O. Oliveira e L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp. 212-225). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática e Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Cobo, B. e Batanero, C. (2000). La mediana en la educación secundaria obligatoria: un concepto sencillo? *UNO*, 23, 85-96.
- Dreyfus, A. e Levy, O. (1996). Are the notion of mean and related concepts too difficult for 6th and 7th grade biology students? *European Journal of Teacher Education*, 19(2), 137-152.
- Fernandes, J. A. (1999). *Intuições e aprendizagem de probabilidades: Uma proposta de ensino de probabilidades no 9º ano de escolaridade*. Tese de doutoramento não publicada, Universidade do Minho, Braga.

- Fischbein, E. e Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15(1), 1-24.
- Fischbein, E., Nello, M. S. e Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Gall, M. D., Borg, W. R. e Gall, J. P. (1996). *Educational research: An introduction*. New York, NY: Longman.
- Green, D. R. (1983). A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. Em D. R. Grey, P. Holmes, V. Barnett e G. M. Constable (Eds.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics* (Vol. 2, pp. 766-783). Sheffield, UK: Teaching Statistics Trust.
- Lecoutre, M.-P. e Durant, J.-L. (1988). Jugements probabilistes et modèles cognitifs : étude d'une situation aléatoire. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 357-368.
- Li, K. e Shen, S. M. (1994). Students' weaknesses in statistical projects. Em D. Green (Ed.), *Teaching statistics at its best* (pp.42-48). Sheffield, UK: Teaching Statistics Trust.
- Pollatsek, A., Lima, S. e Well, A. D. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 191-204.
- Ponte, J. P. e Fonseca, H. (2000). A estatística no currículo do ensino básico e secundário. Em C. Loureiro, O. Oliveira e L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp.179-194). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática e Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Sousa, O. (2002). Investigações estatísticas no 6º ano. Em Grupo de Trabalho de Investigação (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 75-97). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.