

Capítulo 4

Primeiras investigações: à descoberta do quadrado

A organização dos espaços da sala, a medição dos mesmos espaços através de elementos não convencionais, o recurso a objectos como a corda, o fio de lã, a fita métrica, são processos que a adoptar irão proporcionar à criança a promoção das aprendizagens matemáticas pré–investigativas. Além disso, permitem a abordagem à identificação e reconhecimento de formas geométricas básicas que constituirão o início da composição de figuras geométricas (DEB, 1997).

As actividades que se irão descrever, estão relacionadas com o reconhecimento das propriedades e formulação de hipóteses sobre a figura geométrica **o quadrado**. Será utilizada a nomenclatura AQ que significa actividade do quadrado, na classificação das respostas relativas ao trabalho de investigação.

Actividade nº	Conteúdo matemático.	Tarefa
6: Completar o quadrado Tipo: Resolução de problemas Materiais: Lápis de cor Grupo de: 5 crianças	Noção de número, como quantidade, e Associação termo a termo	Foi solicitada a construção de quadrados de tamanhos diferentes, utilizando lápis de cor de tamanhos iguais. Foi colocado um lápis em cima da mesa na posição horizontal, colocando-se a questão: Quantos lápis mais serão necessários para construir um quadrado? Na segunda situação foram colocados dois lápis na horizontal e noutra ainda foram colocados três lápis. Na terceira situação, as crianças já pegaram em múltiplos de três lápis, utilizando tantos múltiplos quantos os necessários para a execução do quadrado. No final de cada situação realizaram a contagem dos lápis necessários a cada tipo de quadrado, chegando à conclusão de que precisavam de mais três no primeiro caso, mais seis no segundo, e mais nove no terceiro
7: Medir quadrados Tipo: Resolução de problemas Grande grupo	Característica de quadrado como figura que tem 4 lados iguais, Introdução à medida, Noção relativa de tamanho.	Tendo a sala um tapete onde estavam texturados vários quadrados, foram estes aproveitados. Assim, duas crianças, pegando num pau de giz, fizeram o contorno de um quadrado de 1x1 e 2x2. Uma terceira fez um terceiro quadrado no tapete sem que se tenha servido das linhas pré definidas do mesmo. A Educadora questionou as crianças quanto às diferenças e semelhanças entre os três quadrados. Aproveitando o facto de terem referido que os quadrados têm os lados todos iguais foram instigados a provar a afirmação, decidindo medir os lados. (Anexo 2)
8: Elaboração de quadrados Tipo: Resolução de Problemas Material. Folha de revista Grupo: 6 crianças	Noção de quadrado	A actividade de fazer o quadrado utilizando uma folha de papel de revista, foi realizada em pequeno grupo e inicia-se quando a educadora fornece uma folha de papel a cada criança questionando: - Quantos quadrados será possível fazer com esta folha?

Tabela 7: Actividades propostas na fase inicial, preparatórias da investigação com padrões

4.1. Resultados na actividade de completar um quadrado.

AQ₁) Os sistemas perceptivos são chave inicial para estabelecer relações.

Na primeira situação a criança está limitada ao campo das percepções e de acção. Existe coordenação de modo que cada produção verbal corresponde à produção de um elemento unitário. As crianças parecem ter um comportamento activo na contagem, e chegam ainda ao nível da identificação de propriedade de congruência. Completam o quadrado colocando um lápis de cada vez, embora se notasse que possuíam vários lápis na mão.

A Luana refere: - **Lápis um, lápis dois, e lápis três (apontando-os).**

A Inês respondeu então: - **Precisamos de mais três lápis.**

Joana retorquiu: - **Temos então um quadrado de quatro lápis.**

Na segunda situação procedem por estimação perceptiva, pegaram em três lápis, e colocaram-nos de acordo com o mesmo princípio.

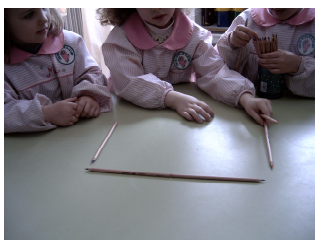


Figura n.º1: Completar o quadrado utilizando três lápis

AQ₂) A comparação visual é suficiente para verificar erros na conjectura, mas algumas crianças têm a capacidade geral de olhar a propriedade por ela mesma o que envolve representações significativas além da atribuição simples.

Novas ideias devem ser entendidas e interpretadas à luz do conhecimento existente da criança, baseado na sua experiência anterior. O mecanismo de aprendizagem envolve uma combinação entre o uso de procedimentos e o desenvolvimento de representações em memória (Olivier, 1999).

[A primeira reacção da Luana foi a de **pegar em três lápis tal como na primeira situação e dispô-los dentro do mesmo princípio.**

A Bruna de imediato atalhou: - **Não é um quadrado; o quadrado tem lados iguais.**

[De seguida **pegou num lápis de cada vez e foi completando o quadrado, colocando os lápis dois a dois, tanto no sentido vertical como no sentido horizontal**].

AQ₃) Na terceira situação reconhecem relações de equivalência entre conjuntos como o facto que, ao aumentar um lápis no lado inicial, implica que em cada lado aumenta um. As crianças pegam em múltiplos de três lápis, utilizando tantos múltiplos quantos os necessários para a execução do quadrado.

As perguntas da educadora: - **Como se passou do três para o seis? -, Sobem o nível geral de exigência, mostrando que há crianças no grupo que conseguem relacionar os aumentos dos quadrados com os múltiplos de três.** Conseguimos ver que há um conhecimento matemático superior, existe um contexto de contagem, onde se faz uma correspondência termo a termo de um conjunto com as designações na sequência numérica.

Após um pequeno silêncio o Gonçalo disse **dos três para o seis precisamos do lápis quatro, do lápis cinco e do lápis seis. Então este é o lápis quatro, este o lápis cinco e este o lápis seis, disse apontando-os.**

As falas das crianças dão lugar a um certo “tipo de abstracção, que projecta para um nível superior as acções interiorizadas para o plano do pensamento ou representações mentais, reorganizando neste plano as coordenadas das acções” (Mason, & Wilder, 2004).

Esta ideia foi aproveitada para colocar os numerais em frente dos lápis respectivos, tendo a educadora feito a colocação dos mesmos no primeiro quadrado e as crianças no segundo e terceiro, tal como mostra a figura.

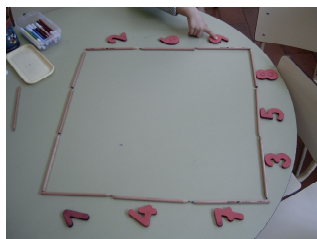


Figura n.º2: Colocação dos numerais no quadrado

AQ₄) Os símbolos são considerados como aproximação de um trabalho de competência investigativa surgindo os primeiros argumentos/prova e generalizações.

Inês: - **Um quadrado pequeno, um médio, e um grande.**

O Gonçalo diz – **O pequeno tem mais três, o médio tem mais seis, e o grande tem mais nove.**

Gonçalo: -**O pequeno leva poucos lápis, e o grande leva muitos lápis.**

Bruna: - **Aumenta sempre três lápis.**

Não se fez a exploração com quatro lápis, pois considerou-se que o 12 seria um número demasiado abstracto para as crianças, exigiria um conhecimento da sequência numérica para cima 10, e a sua representação tornava-se muito difícil nestas idades. O mais importante foi conseguido, que era as crianças fazerem a percepção da relação entre os quadrados “ é grande porque...” Além disso, deu oportunidades para ter argumentos baseados na propriedade.

4.2. Buscar características vira situação que permite padronizar a ideia de medida como característica de atribuição.

Nesta actividade as crianças tiveram a oportunidade de medir diferentes quadrados utilizando vários materiais. Foi realizada em grande grupo. A pretensão desta actividade era a de dar a entender que o quadrado tem quatro lados iguais, fazer a introdução da iniciação à medida, e à noção de tamanho. A actividade começa com a Educadora a questionar as crianças quanto às diferenças e semelhanças entre os três quadrados. De início as crianças falam das características matemáticas das figuras representadas.

Diferenças entre os quadrados	Semelhanças entre os quadrados
Um grande e um pequeno (noção de tamanho)	São feitos de giz (material)
A Bruna revela conhecimento de nível superior, decomposição de figuras; divide o quadrado grande: - tem dois rectângulos, e uma subdivisão: - quatro quadrados pequenos fazem um quadrado grande, relacionando o todo com as partes, como preparação para sistemas de fracções.	Castanho (noção de cor) Tem lados iguais (propriedade do quadrado)

Tabela 8: Características matemáticas do quadrado

AQ₅) As actividades como a dos quadrados dão oportunidade para conjecturas e refutações a partir dos conhecimentos teóricos.

Prova da conjectura **“quadrado tem lados iguais”**. Utilização do material extra-sala (régua). A Bruna controla a situação evocando um conhecimento particular (utilização da régua). O grupo auto-controla a situação, há conhecimento do numeral 12.

[O Henrique **vai buscar uma régua e tenta medir o seu quadrado**. Começa a medir, com início no meio da régua] e diz: - **Dá um número muito grande**.

A Bruna Alves aproxima-se do Henrique e diz: - **Tens que colocar a régua na ponta, sempre no zero, o meu pai ensinou-me**.

Bruna: - **Qual é este número, Elsa?** (Não reconhece o número e pede ajuda)

O Gonçalo aproximando-se diz: - **É doze**.

AQ₆) A verificação ou não das conjecturas é construída socialmente na equipa, com necessidade comunicativa. Estabelecem relações de equivalência designando verbalmente o número de unidade em cada lado

O Henrique e a Bruna continuam a medir os lados, e dizem – **Dá sempre doze, portanto os lados são iguais**.

Aparece a necessidade de comprovação dos resultados, utilizando um material mais do seu quotidiano (lápiz). Enquanto a Inês utiliza uma unidade para medir o quadrado, estipulando que **dá sempre um lápis**, o Henrique necessita de contornar o objecto para verificação.

A Inês pega num lápis, mede e diz: - **Este lado dá um lápis. Torna a pegar no lápis e mede os lados que faltam, referindo: - Este dá, este dá, e este também dá, logo são iguais**.

Henrique intervém dizendo: - **Tens que utilizar mais lápis**.

A Inês encolhe os ombros e coloca um lápis em cada lado dizendo para o Henrique: - **É assim que tu queres?** (Interpreta o que colega pede).

O Henrique responde: - **Assim está um quadrado medido**.

AQ₇) A educadora como construtora do conhecimento. O grupo escolhe o material para medir novo quadrado (legos). A educadora provoca novas descobertas de nível superior (utilização de legos de dois tamanhos diferentes). O grupo faz a prova por tentativas, usando correspondências entre tamanhos (o que sobra corresponde a um lego pequeno). Selecionaram-se catorze legos pequenos e oito legos grandes.

O João Luís diz: - **Existem legos grandes e pequenos, mas podemos medir o quadrado.** [Coloca onze legos pequenos para medir um só lado. Depois volta para o lado oposto e coloca dois legos pequenos e cinco grandes e verifica que o último sai do quadrado].

O João diz: - **Sobra um pouco, e fica a olhar espantado.**

O João Pedro diz: - **Assim não dá, fica maior.**

Joana diz: - **Tens que tirar.**

O João Luís retira um lego pequeno e diz: - **Agora já dá.**

A criança demonstra que o pensamento envolve um estado de dúvida, hesitação, dificuldade mental, dentro do qual se gera o raciocínio, e um acto de procura, perseguição para encontrar o material que resolva a dúvida (Mason & Wilder, 2004).

AQ₈) O conflito sociocognitivo provocado pela situação e as perguntas de verificação da educadora são úteis para estimular a resolução de uma discordância através de coordenação de relações feitas egocentricamente (Kamii & Housman, 2002). O exemplo visado foi a passagem da contagem um a um para a contagem relacional (um grande é igual a dois pequenos).

Educadora pede ao Gonçalo e à Inês para contarem os legos de um lado e do outro. A Inês refere: - **Tem cinco legos, quatro grandes e um pequeno,** o Gonçalo refere: - **Tem onze pequenos.**

Educadora: - **Então os lados não são iguais, um dá cinco outro dá onze.** (Instigou a dúvida)

A Bruna Alves lembra: - **Mas este lado tem legos grandes.**

Educadora: - **Muito bem, e quantos legos pequenos precisamos para ficar igual a um grande?** (Queria que fizessem a correspondência entre tamanhos, um grande igual a dois pequenos).

AQ₉) A gestão do silêncio começa no Pré-Escolar para ajudar as crianças a controlar com liberdade as situações. O grupo auto-controla a situação, transformando o problema em elementos de uma unidade (lego pequeno).

(Silêncio no grupo)

A Bruna Fernandes diz: - **Se pusermos legos pequenos temos mais legos. Retira os legos grandes e vai buscar à caixa legos mais pequenos.**

As cabeças do grupo voltam-se no sentido daquilo que a Bruna Fernandes está a fazer, e começam a contar. **Agora já dá onze, viva, respondem com alegria.**

Inês diz: - **Podemos utilizar outros objectos mas tem que ser da mesma idade [tamanho].**

AQ₁₀) Gerir o conhecimento não significa que vamos chegar ao descobrimento certo. Mas basta valorizar a necessidade de controlo.

O grupo não consegue estabelecer a relação que a unidade grande era duas vezes a unidade pequena. Não verificam a relação que 11 legos pequenos são equivalente a 5 legos grandes e um pequeno, não fazendo a explicitação global entre as relações. A criança tem de comparar o todo com uma parte, tem que realizar duas acções mentais opostas ao mesmo tempo – dividir o todo em duas partes e juntar as partes de volta em um todo (Kamii & Housman, 2002). Elas devem ser capazes de pensar no todo e nas partes ao mesmo tempo, coisa que não acontece, fizeram substituição transformando tudo em uma unidade.

AQ₁₁) As crianças vão construindo o seu conhecimento criando uma estrutura mais geral e profunda, criando e coordenando relações, fazendo a formulação de conjectura e prova.

João Luís: - **Agora temos que medir os outros lados.**

A Joana volta-se para o João Luís e responde: - **E vais ver que dá sempre onze legos.** (Conjectura)

O João Luís e a Bruna Fernandes **colocam os legos nos lados que faltam, e confirmam as onze unidades.** (Confirmação)

AQ₁₂) Os processos de verificação e prova são diversificados mas reflectidos colectivamente e permitem avançar em conteúdos específicos como a medida. Na medição do terceiro quadrado, propuseram-se medi-lo utilizando uma corda. Por tentativas fazem medição como se descreve.

[A Luana tenta medir o quadrado pegando na corda a partir do meio da mesma. Ao fazer o contorno do quadrado, verifica que a ponta da corda não coincide com o final da medição que teria de executar, ou seja, sobrava corda. A conclusão é a de que metade da corda é maior que a soma dos lados do quadrado. Entretanto a Luana puxa a corda para trás de modo a fazer coincidir a ponta da corda com o ponto onde tinha iniciado a medição. Pede à Bruna Fernandes para segurar a corda em cada vértice do quadrado, para que esta não volte a sair da sua posição correcta e depois pega na tesoura, corta a corda, de seguida entrega a corda à educadora referindo].

Luana: - **Ai tem a medida do quadrado.**

Educadora: - **O lado do quadrado mede isto tudo?** (Para reflectir que o pedido era o lado do quadrado)

A Bruna Alves responde: - **A Luana mediu todos os lados do quadrado.**
(Clarifica e explicita o que foi medido)

Educadora: - **Será que agora consegues medir só um lado do quadrado?**

AQ13) O sentido comum vira método de controlo habitual para os argumentos de confrontação colaborativa, vai mais além de simples estratégias de resolução.

[A Luana faz uma nova tentativa, e mais uma vez inicia a medição pelo meio de nova corda. Verificando que sobra muito retira a corda, começa a medir de novo não pelo meio mas por uma parte da corda com aproximadamente um terço do comprimento desta, mesmo assim verifica que sobra ainda bastante corda]. Utiliza o método que consta na memória imediata (Mason & Wilder, 2004).

A Bruna envolve-se na tarefa, é quem provoca ajuda à Luana, compartilha um método de medição, há cooperação entre as crianças.

Bruna. - **Para medir qualquer coisa temos que começar pela ponta.**

A Luana, a Bruna Fernandes e a Bruna Alves **medem os lados do quadrado da Catarina colocando os fios correspondentes a cada medição uns ao lado dos outros.**

Argumentação e Prova: A criança só faz **Verificação**. Tiraram ilações de haver fios de tamanhos diferentes.

Henrique comenta: - **Os fios não são todos iguais.**

O João Luís diz: - **Pois é, uns são maiores do que os outros.**

A Joana comenta: - **O quadrado da Catarina não tem bem os lados iguais, mas é um quadrado** (Identifica outras características próprias de um quadrilátero).

AQ14) O diálogo mediado pela educadora fornece oportunidades para relações entre ideias e conceitos. “*Eu faço, eu vejo*”; isto subentende a compreensão do paralelismo por superposição. Existe uma acção reflexiva que provoca uma relação de congruência entre as crianças. Trata-se de um momento importante para a passagem para o simbólico.

A educadora lança novo desafio de modo que o grupo pense e reflita sobre o fenómeno da noção de proporcionalidade/equivalência entre objectos que as leve ao seu entendimento.

Educadora pede para que sejam postos os fios todos deitados seguidos uns dos outros. **Depois pede à Luana e à Bruna Fernandes para colocarem o primeiro fio paralelamente aos quatro fios.** (A educadora pretende demonstrar equivalência entre a relação)

A Bruna Fernandes perante a situação comenta: - **Medimos muito bem o quadrado, deu igual.** (Compreensão do paralelismo)

A educadora, como membro do grupo, estabelece **conexões** entre os conteúdos. Reforça mais uma vez o **conceito de divisão**.

Educadora pegando no primeiro fio, dobrou-o ao meio, e cortou-o. O mesmo fez às duas partes que ficaram, com os quatro fios colocando paralelamente com os anteriores.

4.3. Os problemas do desenho e construção são precedentes importantes para um trabalho investigativo.

A educadora propõe uma tarefa aberta com um grau de dificuldade elevada. Utilizando uma folha de revista as crianças tentarão responder à questão.

Quantos quadrados será possível fazer com esta folha de revista?

Passaremos a descrever as estratégias utilizadas para a resolução do problema.



A criança dobra um pouco a folha no sentido horizontal, faz uma segunda dobra sobre a primeira e faz o quadrado: - **Já fiz um quadrado**

Figura n.º3: Formação do quadrado por estimativa e dobragem

AQ15) O nível sobe de complexidade, a criança encontra uma solução que revela um desenvolvimento matemático de nível superior. **A criança pensa no geral, pela afirmação que faz no exemplo.**

A Bruna dobra, faz um pequeno triângulo, recorta o excedente, desdobra o triângulo e diz: - **dois triângulos fazem um quadrado.**



Figura n.º4: Formação de dois triângulos e corte

AQ₁₆) Tendo as crianças iniciado a actividade, o apoio da educadora vai no sentido de os ajudar a ultrapassar certos bloqueios ou a tornar mais rica a sua investigação (Ponte, Ferreira, Varandas, Brunheira & Oliveira, 1999).

A educadora propõe novas directrizes no sentido de ajudar no processo de aprendizagem. Cabe à criança decidir se aceita essa directriz.

Educadora: - **Será que na biblioteca existe algo que te possa ajudar a resolver o problema?**



A Catarina coloca o livro em cima da folha, faz o contorno, e corta o quadrado desenhado.

Aplica um processo conhecido noutra situação (Mason & Wilder, 2004).

Figura n.º5: Formação do quadrado por contorno e corte

AQ₁₇) Reconhecer objectivos e transpor as suas propriedades (congruência e igualdade) por cópia ou repetição dá oportunidades de respeito às estratégias ou generalizações como normas de resposta às perguntas “conseguem fazer”.

O objecto é responsável por novas soluções. Em interacção, as crianças constroem aprendizagens

As crianças pegam e embrulham o livro. Fazem os vincos do livro, retiram-no, e dobram a folha pelos vincos: - **cá está outro quadrado.**



Figura n.º6: Formação do quadrado por estimativa e dobragem

AQ18) Os problemas abertos ricos conseguem forçar com naturalidade novos desafios. Um par de crianças tenta elaborar um novo quadrado sem recorrer ao objecto (livro) buscando um algoritmo de construção para mostrar aos outros. As expressões “também conseguimos” são uma amostra de generalidade. Se conseguimos temos **um procedimento.**

Durante esta actividade verifica-se grande entusiasmo pelo facto do novo método voltar norma, que **o raciocínio**, espírito **de iniciativa**, espírito de grupo, e uma grande diversidade de estratégias fazem parte do **fazer matemática**. Então as crianças aprendem que nem só estratégias diferentes são importantes mas também os argumentos que servem para conferi-las e refutá-las.

1. As crianças dobram a folha ao meio no sentido horizontal, voltam a dobrar a parte que fica desta vez no sentido vertical e verificam que dá sempre rectângulo.
2. Dobram a folha ao meio no sentido horizontal, dobram uma extremidade no sentido vertical e verificam que dá rectângulo. Dobram a outra extremidade no sentido vertical e referem: viva, **viva, também conseguimos um quadrado**.

4.4. Resultados Finais

Com a evolução dos trabalhos, fomos colocando às crianças tarefas que apresentavam questões mais abertas, para um trabalho mais exploratório e investigativo. A educadora procurou que as crianças se envolvessem na solução das tarefas e incentivou-as a trabalhar de uma forma mais colaborativa. No decorrer das tarefas as crianças mostraram-se mais atentas aos colegas, procurando escutar as suas ideias, a refutar decisões, e a compreender e aceitar os resultados conseguidos.

O que estava em causa era perceber como as crianças actuavam perante actividades mais abertas, em que eram as governadoras do processo de ensino e aprendizagem, que tipo de relações estabeleciam com os colegas, que estratégias utilizavam para resolver o problema em questão, como é que determinadas noções passavam a fazer parte do senso comum.

Neste conjunto de actividades (formação do quadrado, sua medição, e complementaridade utilizando uma folha de papel) a educadora sobe o nível de exigência para um trabalho próximo de uma actividade de investigação. Em todas as actividades propostas as crianças formaram conjecturas, verificação/prova, argumentando sempre com os resultados obtidos.

A actividade de medição de quadrado surgiu como prova de uma conjectura em que se **defendia que os lados do quadrado representados eram todos iguais**

A Joana volta-se para o João Luís e responde: - **E vais ver que dá sempre onze legos.** (Conjectura)

[O João Luís e a Bruna Fernandes **colocam os legos nos lados que faltam, e confirmam as onze unidades**]. (Confirmação)

Na elaboração do quadrado em que se utilizou uma folha de papel de revista, verificou-se uma grande variedade de estratégias. Algumas crianças mostraram independência e autonomia, enquanto outras estiveram dependentes da ajuda de colegas. Sempre que uma solução era encontrada e comunicada por uma criança, as outras procuravam compreendê-la e testá-la (**processo de verificação**). Verificou-se entretanto que também havia crianças que em termos de desenvolvimento necessitavam de ajuda da educadora para iniciar a actividade. Procuramos nunca dizer o que fazer, estimulando a criança a pensar sozinha, introduzindo pistas ou questões que a ajudassem na resolução do problema. “Educadora: - **Será que na biblioteca existe algo que te possa ajudar a resolver o problema?**”

Bastou a introdução de um elemento novo (livro) para que novas soluções fossem encontradas. Com esta actividade foram realizadas aprendizagens e abordados conceitos de nível superior.