

## APLICAÇÃO DA WEBQUEST “ESCHER E A PROCURA DO INFINITO” NUMA TURMA DO 12º ANO DE ESCOLARIDADE

**Patrícia Alexandra da Silva Ribeiro Sampaio**

Escola básica 2,3 Gil Vicente

patisampaio@gmail.com

**Clara Pereira Coutinho**

Instituto de Educação e Psicologia

ccoutinho@iep.uminho.pt

### Resumo

Na presente investigação concebeu-se, implementou-se e avaliou-se uma experiência de ensino contemplando a extensão e refinamento das concepções de infinito através de uma webquest numa turma do 12º ano de escolaridade. Foram estabelecidas três questões de investigação. A webquest *Escher e a procura do infinito* proporcionará o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo? Proporcionará um ambiente de aprendizagem colaborativo? Poderá contribuir para uma melhor compreensão do infinito? Pela análise dos produtos finais desenvolvidos por cada grupo através da realização desta webquest verificou-se que os alunos desenvolveram a capacidade de organizar e sintetizar informação, aperfeiçoando o trabalho colaborativo, a criatividade, o rigor científico (realizando um poster) e desenvolveram o pensamento crítico. Pela comparação dos pré e pós testes verificou-se ainda uma melhoria considerável dos resultados, denotando-se uma aprendizagem efectiva das concepções de infinito segundo a teoria de cardinais.

### 1. Introdução

Ao longo do tempo o conceito de infinito foi alvo de uma discussão ardente. Desde a Grécia clássica que se tenta definir tal conceito. Demócrito, Zenão, Aristóteles, Arquimedes, Galilei, Bolzano, Dedekind, Cantor, Weierstrass, Poincaré, Hilbert, Borel, Russel, Robinson... são apenas alguns dos matemáticos que se dedicaram a este assunto.

A história do infinito como entidade matemática é controversa e longa. Desde sempre o infinito aparece associado a diversos paradoxos. Aos poucos, alguns dos paradoxos foram sendo eliminados, mas ainda assim não se trata de um assunto sem controvérsia. Muito pelo contrário, é complexo, subjectivo e conflituoso.

Este tema está presente no currículo de Matemática e sofre uma progressiva evolução com o avançar da escolaridade. A noção de infinito é a florada no 3º ciclo aquando do estudo dos conjuntos dos números naturais, inteiros, racionais e reais, e está implícita à noção de número irracional e de função desenvolvida neste ciclo. O infinito é um conceito abordado ao longo do percurso escolar de um aluno de Matemática e já no ensino secundário, esta noção poderá adquirir contornos muito mais formais através do aprofundamento do conceito de função e pela introdução das noções de limite, continuidade, derivada e sucessão, ampliando-se o conceito de número, trabalhando-se com os conceitos de infinitamente grande, de infinitamente pequeno e de limite de uma sucessão, ...

O infinito sempre foi uma constante na obra de Maurits Escher (1898-1972), mas por volta de 1956 as suas obras passam a evidenciar de forma mais clara a representação do infinito num suporte bidimensional. Os seus trabalhos sobre este tema podem ser divididos em três categorias: ciclos, preenchimento de superfícies e limites. Em cada uma das categorias referidas existem obras que, apesar de terem características diferentes, são marcantes e se encontram entre as mais conhecidas. Implícito aos conceitos de ciclo e preenchimento de superfícies está a noção de *infinito potencial* porque é representado um processo que não termina, há um carácter sistemático que sugere um processo ilimitado. Os limites estão associados à redução isomorfa das imagens. Nas obras em que realizou uma redução de dentro para fora, isto é, as formas maiores passam a estar no centro e a redução infinita está na margem de forma circular, resultou uma série intitulada *Limites circulares*, constituída por quatro obras, entre as quais se destaca o *Limite circular III* (1959) como a melhor aproximação de Escher ao infinito, atingindo-se o *infinito actual*.

Tendo em conta que as webquests são *ferramentas cognitivas* que visam um nível de pensamento mais elevado, foi elaborada uma webquest designada “Escher e a procura do infinito” disponível na web pelo URL: <http://patisampaio.no.sapo.pt>. De forma a tornar esta webquest mais apelativa e tendo em conta que o infinito é uma constante da obra de Escher, relacionou-se este conceito com o artista. De acordo com a complexidade do tema e a história controversa que circunda o infinito, a utilização de variadas fontes permite compreender melhor o passado para tentar responder ao desafio presente. Pela realização de uma webquest relacionada com a arte deste artista pretende-se que os alunos descubram a relação entre o mundo de Escher e o conceito matemático de infinito! Através de uma investigação em educação aspira-se, então, analisar as implicações que a utilização de uma webquest pode trazer para uma melhor compreensão deste conceito matemático por parte dos alunos.

## 2. As webquets como ferramentas cognitivas

A tecnologia educativa deve transformar-se numa parte integrante do ambiente de aprendizagem da sala de aula. Já não vivemos na “idade da pedra”, chegamos à “era da informação”. Os estudantes devem construir e relacionar activamente o conhecimento, aprendendo de forma mais autêntica. Jonassen (1996) propõe que quando os estudantes aprendem com tecnologia, esta se transforme numa *ferramenta cognitiva*. Segundo Carr, Jonassen e Yueh (1998: 1), “*ferramentas cognitivas* são aplicações de computador que, quando utilizadas pelos alunos para representar o que eles sabem, necessariamente os envolvem num raciocínio crítico sobre o conteúdo do que estão a estudar”. Os estudantes não podem usar *ferramentas cognitivas* como estratégias de aprendizagem sem reflectirem profundamente sobre o que estão a estudar. Jonassen (1996: 9), entende-as como “ferramentas baseadas no computador ou ambientes de aprendizagem que foram adaptados/desenvolvidos para funcionar como parceiros intelectuais do estudante a fim de acoplar e facilitar o pensamento crítico e aprendizagens mais complexas”.

Face ao ritmo rápido e constante da desactualização do saber e do constante avanço tecnológico, o mundo que nos rodeia exige ao aluno competências do pensar que lhe permitam resolver problemas, procurando soluções inovadoras e adequadas ao contexto. É neste sentido de construção de materiais através do uso do computador que as *ferramentas cognitivas* assumem um papel importante na educação dos nossos alunos. No entanto, não pensemos que se está a caminhar para um ensino facilitador, pois, ao invés, para trabalhar com estas ferramentas é necessário um esforço acrescido por parte dos pupilos, mas que é facilmente recompensado pela clareza de raciocínio que poderão obter.

Trata-se de uma aprendizagem por construção e nunca por reprodução/memorização do saber, através da exploração das potencialidades da tecnologia. Notemos, no entanto, que quem toma decisões de planeamento e de auto-regulação da aprendizagem é o próprio aluno e não o computador. Cada indivíduo é responsável pela sua aprendizagem.

Segundo González-Pienda, Núñez, Rosário, Rúbio e Soares (2004: 16), os professores devem meditar sobre o processo de ensino/aprendizagem e encarar “a aprendizagem como uma experiência pessoal em que o aluno deve participar activa, autónoma, informada e dedicadamente”. Daí a promoção de uma atmosfera indutora da auto-regulação. “Neste sentido, o papel principal dos professores será o de ajudar os alunos a assumir as suas responsabilidades no seu próprio processo de aprendizagem” (González-Pienda et al, idem).

Um ambiente de aprendizagem produtivo é caracterizado por um clima onde os estudantes têm sentimentos positivos sobre si, os colegas e a turma enquanto grupo; pelos processos que respeitam as necessidades dos alunos; as estruturas que permitem aos educandos persistirem nas tarefas escolares e aprofundar o significado social das aprendizagens; pelo procedimento que faculta o trabalho cooperativo com o professor e os companheiros e possibilita a aquisição de competências interpessoais necessárias à realização das exigências escolares e grupais da turma.

No âmbito das actividades propostas na disciplina EDTEC 596, *Interdisciplinary teaching with technology*, na Universidade de San Diego, em 1995, Bernard Dodge (1997 [1995]) criou as webquests, que definiu como sendo “actividades orientadas para a pesquisa em que a informação está toda ou quase toda disponível na Internet, podendo ser completada com videoconferência”. Como sabemos Dodge foi o criador do modelo webquest, mas é de salientar o papel importantíssimo que desempenhou Tom March no desenvolvimento destas ferramentas cognitivas. Ele foi o primeiro colaborador de Dodge neste campo e actualmente trata-se de um dos especialistas no assunto.

As webquests são actividades de grupo, em que se prima pela cooperação de todos os intervenientes. Podem ser desenvolvidas para uma ou várias disciplinas, dependendo do conteúdo que se pretende analisar, embora se considere um óptimo meio para praticar a interdisciplinariedade. Estas actividades são sempre motivadoras e estão disponibilizadas na web, sendo propostas pelos professores para serem desenvolvidas pelos alunos.

Grande parte do sucesso deste instrumento surge com o desafio que é lançado aos seus intervenientes, isto é, “constitui um desafio para professores que, isolada ou colaborativamente, desenvolvem a *WebQuest* pesquisando, avaliando e seleccionando os recursos a fornecer on-line” (Carvalho, 2003: 732), e simultaneamente, constitui um desafio aos alunos, já que estes “ao analisarem a informação nos sites indicados para resolverem as tarefas solicitadas, desenvolvem a sua capacidade de análise e de crítica e familiarizam-se com a estrutura das páginas *Web* e as suas potencialidades” (Carvalho, 2003: 733).

O docente como orientador da aprendizagem, ajuda o aluno a tornar-se responsável pela sua aprendizagem, contribuindo assim para uma maior autonomia do estudante. Através das webquests, o aluno assume o lugar principal na construção do conhecimento. Trata-se do seu envolvimento na realização de um projecto, através da cooperação e colaboração dos colegas, conduzindo-o à recolha, organização, síntese e análise de dados.

Uma webquest é constituída por seis componentes: introdução, tarefa, processo, recursos, avaliação e conclusão. Devendo conter ainda uma página inicial indicando que se trata de uma webquest, o nível de escolaridade para o qual se destina, o nome dos autores, assim como os seus contactos e a data da sua criação. A ajuda ao aluno também é imprescindível e deve estar sempre disponível. Aqui deve constar como funciona o site e aconselhar o aluno a percorrer todas as componentes da webquest antes de a realizar, para obter uma ideia do que terá de realizar e como será avaliado. No menu do site têm de estar presentes todas as seis componentes e este deve estar sempre disponível, para quem estiver a percorrer a webquest poder aceder às suas etapas em qualquer altura. No menu devem ainda estar presentes a ajuda e um link à página inicial. Normalmente o menu surge no lado esquerdo do site ou na parte inferior do mesmo.

Os professores que pretendam desenvolver uma webquest têm sempre de ter em conta três aspectos principais: a duração da mesma, de acordo com a complexidade do tema, respeitar a estrutura de uma webquest e proceder à avaliação desta actividade antes de ser disponibilizada on-line.

### 3. A webquest “Escher e a procura do infinito”

#### 3.1 Concepção da webquest

O desenvolvimento da webquest seguiu as orientações de March (2006 [1998]) sobre a pré-concepção de uma webquest compilada em quatro partes: *as ideias principais, hiperligações a usar, papéis para o desenvolvimento do conhecimento e questões ‘vai/não vai’*.

A primeira parte consiste na identificação das ideias principais da webquest, tendo de se especificar o título, a área curricular, o tópico específico, a questão, o tipo de cognição e as possíveis tarefas.

<b>Título</b>	➔ “Escher e a procura do infinito”
<b>Área</b>	➔ Matemática
<b>Tópico específico</b>	➔ Infinito
<b>Questão</b>	➔ Pretende-se que o aluno relacione o infinito com a obra de M.C. Escher
<b>Tipo de cognição</b>	➔ Pensamento de alto nível (dimensão 3 de Marzano, 1992)
<b>Tarefas</b>	➔ Realização de um poster

Quadro 1: Ideias principais da webquest.

Numa segunda fase, recolhe-se uma pequena amostra dos sites que pretendemos usar, para saber se existem recursos na Internet que permitam aos alunos terminar a tarefa e explica-se como os iremos utilizar.

<b>Título</b>	“Evolução do conceito de infinito”
<b>URL</b>	<a href="http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/cantor/histinfinito.htm">http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/cantor/histinfinito.htm</a>
<b>Como o vou usar</b>	Exploração da história da Matemática

<b>Título</b>	“M. C. Escher – the official website”
<b>URL</b>	<a href="http://www.mcescher.com">http://www.mcescher.com</a>
<b>Como o vou usar</b>	Exploração da obra de M. C. Escher

<b>Título</b>	“Goggle”
<b>URL</b>	<a href="http://images.google.pt/images?q=m+c+escher&amp;hl=pt-PT&amp;btnG=Procurar+imagens">http://images.google.pt/images?q=m+c+escher&amp;hl=pt-PT&amp;btnG=Procurar+imagens</a>
<b>Como o vou usar</b>	Imagens da obra de M. C. Escher

Quadro 2: Três hiperligações da webquest.

Na terceira fase explicam-se quais os papéis que os alunos devem desempenhar dentro do grupo.

<b>Aluno 1</b> ➔	Descobrir um pouco da história do infinito Desvendar um pouco da obra de M. C. Escher: ciclos e limites Elaborar o poster
<b>Aluno 2</b> ➔	Descobrir um pouco da história do infinito Desvendar um pouco da obra de M. C. Escher: preenchimento de superfícies Escolher imagens Elaborar o poster
<b>Aluno 3</b> ➔	Informar-se acerca do conceito de infinito Desvendar um pouco da obra de M. C. Escher: ciclos Escolher imagens Elaborar o poster
<b>Aluno 4</b> ➔	Informar-se acerca do conceito de infinito Desvendar um pouco da obra de M. C. Escher: preenchimento de superfícies e limites Elaborar o poster

Quadro 3: Papéis dos alunos.

Por fim, é proposto um conjunto de questões às quais devemos responder afirmativamente.

Curricularmente, o tópico vale o esforço e tempo necessários para construir esta webquest?	Sim	O infinito faz parte do currículo de Matemática.
O potencial nível de cognição/aprendizagem dos alunos, vale a pena o nosso esforço e o deles para realizar esta webquest?	Sim	Nos alunos do ensino secundário.
Está entusiasmada com a actividade?	Sim	É uma maneira interessante de abordar o assunto.
A web oferece tanto de modo que o seu uso seja razoável?	Sim	Está repleto de recursos variados.
A questão pergunta algo importante para as pessoas do mundo real?	Sim	O infinito sempre inquietou matemáticos, filósofos, poetas, ...
A resposta à questão está aberta à interpretação/ argumentação/ hipóteses?	Sim	O tema sempre gerou muita controvérsia.
O tipo de pensamento elevado de transformação que irá transpirar nas mentes dos alunos foi identificado?	Sim	O infinito não é intuitivo, tem de ser aprendido. Trata-se da dimensão 3 de Marzano.
A maioria dos professores tem acesso à tecnologia e tempo necessários para apoiar a tarefa proposta?	Sim	Todos.
Existe informação suficiente na web para suportar os papéis?	Sim	A web fornece óptimos recursos.
Trata-se mesmo de uma webquest?	Sim	Outro formato não se aplicava.

Quadro 4: Questões obrigatórias na idealização de uma webquest.

Analisada a versão da webquest em desenvolvimento e confirmados os critérios apresentados por Dodge em 1995 e por March em 2003 considerou-se que esta estava em condições de ser publicada.

### 3.2 Caracterização da webquest

Tendo por objectivo alcançar um nível de pensamento mais elevado, foi então elaborada uma webquest intitulada “Escher e a procura do infinito” disponível na web pelo URL: <http://patisampaio.no.sapo.pt>, através da qual os alunos podem consultar um vasto leque de recursos sobre Maurits Escher e o infinito, contribuindo assim para a construção do conhecimento. Tendo em conta a complexidade do tema e a história controversa que circunda o infinito, a utilização de variadas fontes permite compreender melhor o passado para tentar responder ao desafio presente.

De seguida, descreve-se, sucintamente, o tema, os destinatários, a duração e a estrutura desta ferramenta cognitiva.

#### 3.2.1 Tema

Tal como a introdução da webquest faz referência (figura 1), o conceito de infinito sempre foi controverso, levantando diversos paradoxos. Tendo em conta que o infinito é um tema curricular sobre o qual vale o tempo e o esforço necessários para a construção de uma webquest e o nível de cognição a atingir, potencialmente, pelo aluno é merecedor de tal esforço, a escolha do tema recaiu sobre o infinito. De forma a tornar a webquest mais apelativa e tendo em conta que o infinito é uma constante da obra de Maurits Escher, relacionou-se este conceito com este artista, daí o título desta aventura na web: “Escher e a procura do infinito”.



Figura 1. Introdução de “Escher e a procura do infinito”.

#### 3.2.2 Destinatários

O conceito de infinito está presente no currículo dos alunos que frequentam Matemática, mas de uma forma mais explícita na Matemática A. Esta noção não é intuitiva, tratando-se mesmo de um conceito bastante complexo, daí a webquest visar os alunos do ensino secundário e não os do básico. De acordo com os programas de Matemática A deste nível de ensino, “os estudantes poderão realizar trabalhos individuais ou em grupo de História do Cálculo Diferencial” (Silva, Fonseca, Fonseca, Lopes, Martins, 2002b: 5) – área intrinsecamente relacionada com a história do conceito de infinito –, assim como “os estudantes poderão realizar trabalhos sobre a extensão do conceito de número” (Silva et al, 2002b: 8) noção também associada ao infinito e aos seus paradoxos.

#### 3.2.3 Duração

De acordo com a complexidade do conteúdo e a faixa etária dos alunos a quem se destina, esta webquest é caracterizada como sendo de longa duração. Os alunos deverão analisar profundamente uma quantidade de informação, transformando-a de algum modo, de forma a assimilarem e serem capazes de criarem algo novo. Deste modo, esta ferramenta cognitiva deverá ser aplicada entre uma semana a um mês.

#### 3.2.4 Estrutura

Agora que já foi descrito o tema, os alunos a quem se destina e a sua duração, é necessário explicitar algumas das características intrinsecamente relacionadas com a estrutura da webquest.

Na página inicial do site (figura 2) disponibiliza-se uma *informação ao professor* que explica o que é uma webquest, quem foi o seu mentor, em que âmbito deve ser aplicada, quais os destinatários e indica a bibliografia necessária ao aprofundamento da temática quer on-line quer impressa.



Figura 2. Página inicial de "Escher e a procura do infinito".

Activando a hiperligação que permite ao aluno *entrar nesta aventura*, acede-se à introdução e simultaneamente ao menu (figura 3) que está sempre disponível no lado esquerdo da página, que integra as seis componentes da webquest: introdução, tarefa, processo, recursos, avaliação e conclusão, assim como a ajuda ao aluno que lhe explica quais são as características gerais das componentes da aventura na web, como as deve percorrer e que o trabalho deve ser realizado em grupo colaborativamente.



Figura 3. Menu de "Escher e a procura do infinito".

Na introdução refere-se uma questão problemática e convida-se o aluno a descobrir o mundo de Maurits Escher, sendo o infinito uma constante da sua obra. Na tarefa explicita-se que o trabalho realizado por este artista em torno do infinito pode ser dividido em três categorias: ciclos, preenchimento de superfícies e limites, consistindo a tarefa na elaboração de um poster tendo em conta cada uma dessas categorias. A tarefa é perfeitamente executável e conduz a uma reflexão profunda sobre o tema.

Pretende-se que os alunos ao realizarem esta webquest desenvolvam a capacidade de análise, classificação, avaliação, sejam capazes de comparar perspectivas diferentes, construir argumentos persuasivos, resolver problemas através de argumentos do tipo *se/então*, ...

A clareza do processo é imprescindível, cada etapa deve estar perfeitamente descrita, ou seja, os alunos sabem o que devem realizar em todas as etapas. Como tal, elaborou-se um pequeno quadro que distribuía entre os diferentes elementos do grupo os subtemas a tratar na pesquisa (quadro 5). Cada grupo poderia seguir esta orientação ou não, de acordo com a sua própria gestão.

Tarefa		Alunos
Descobrir um pouco da história do infinito		A e B
Informar-se acerca do conceito de infinito		C e D
Desvendar um pouco da obra de M. C. Escher		todos
Relacionar a obra de M. C. Escher com o infinito	ciclos	A e C
	preenchimento de superfícies	B e D
	limites	A e D
Escolher imagens		B e C
Elaboração do poster		todos

Quadro 5: Excerto do processo de "Escher e a procura do infinito".

Por vezes, o processo está associado aos recursos, como é o caso. Cada recurso apresenta a sua importância, relacionando-se intrinsecamente com a tarefa em causa e os conteúdos abordados. As hiperligações escolhidas tiram partido do uso da Internet e são variadas. De acordo com os diversos subtemas, os recursos foram divididos em quatro categorias: infinito, M. C. Escher, imagens e pavimentações. Para cada um destes tópicos, há uma pequena descrição dos mesmos (quadro 6), seguida de um leque variado de sites disponíveis para pesquisa. Há que salientar que tendo em conta o nível etário dos alunos que deverão realizar esta webquest, nem todos os recursos se apresentam em português, havendo alguns em inglês.

Tema	Descrição
Infinito	Os debates acerca do infinito foram uma constante da escola grega, mas só no século XIX, com Georg Cantor, é que o infinito actual foi aceite como objecto de estudo na Matemática aquando de uma explicação racional dos paradoxos que o envolviam.
M. C. Escher	Maurits Cornelis Escher, nasceu a 17 de julho de 1898, em Leeuwarden, no norte da Holanda. O reconhecimento público da sua obra não foi imediato, tendo sido reconhecido apenas em 1951! Num artigo de 1959, após diversos trabalhos, Escher decidiu escrever como se pode representar nos limites de uma folha de papel o infinito como um todo e como um processo.
Imagens	As obras de Maurits Cornelis Escher representam uma outra visão da Matemática!
Pavimentações	À nossa volta existem múltiplas pavimentações do plano e por volta de 1936, aquando da viagem a Espanha de Maurits Cornelis Escher, este decidiu dedicar parte da sua obra ao estudo das pavimentações do plano.

Quadro 6: Excerto dos recursos de “Escher e a procura do infinito”.

Na avaliação são apresentados os critérios de avaliação tanto qualitativos como quantitativos, medindo o que os estudantes aprendem, o trabalho de grupo e o individual, assim como a realização da tarefa. Por fim, a conclusão indica as vantagens da realização da webquest, desafiando os alunos para uma nova pesquisa.

### 3.3 Avaliação da webquest

Antes de ser disponibilizada on-line uma webquest tem de ser avaliada. Para tal pediu-se a dois professores de Matemática do ensino secundário que analisassem *Escher e a procura do infinito* e preenchessem a grelha de avaliação proposta por Bellofatto, Bohl, Casey, Krill e Dodge (2001) sobre a estética, a introdução, a tarefa, o processo, os recursos e a avaliação da webquest.

Quanto à componente estética, as próprias investigadoras se certificaram que esta ferramenta cognitiva respeitava todos os pormenores mencionados na lista *fine points* proposta por Dodge (1999).

## 4. Estudo de caso

A concepção e a implementação de “Escher e a procura do infinito” inserem-se num trabalho de investigação que visa avaliar o potencial da utilização do formato webquest na aprendizagem do conceito matemático de infinito. O estudo é multifacetado, envolvendo a recolha de dados de cariz qualitativo e quantitativo, porque acreditamos que é na complementaridade metodológica que melhor será possível compreender os aspectos múltiplos que estão subjacentes à aprendizagem de um conceito tão complexo como é o caso do infinito.

A actividade teve início no dia 18 de Abril de 2006 e terminou no dia 18 de Maio do mesmo ano. Participaram no estudo os 16 alunos de uma turma de 12º ano de escolaridade. A amostra foi de conveniência já que se tratavam dos alunos de uma das investigadoras. Na primeira sessão os estudantes foram informados do trabalho de investigação que iria ser desenvolvido e foi-lhes solicitado o preenchimento de um questionário que pretendia avaliar as concepções de infinito que tinham. Na segunda sessão foi apresentada a webquest e até à sétima os alunos trabalharam em grupo realizando as actividades propostas. Na oitava sessão os alunos preencheram o segundo questionário. Ao longo destas sessões, cada grupo produziu um poster sobre o conceito de infinito, relacionando este tema com o trabalho de Maurits Escher e a evolução do conceito, tendo sido avaliados segundo os critérios descritos na componente da avaliação da webquest.

### 4.1 Caracterização da amostra

O grupo experimental é composto por 16 alunos do ensino secundário que frequentavam a mesma escola secundária pública. O grupo forma uma turma do 12º ano cujas idades variam entre os 17, 18, 19 e

25 anos, respectivamente, 6, 8, 1 e 1 alunos. Há 75% de indivíduos do sexo feminino e os restantes 25% são do sexo masculino. A amostra foi de conveniência.

#### 4.2 Apresentação e discussão dos resultados

Neste estudo pretendia-se analisar o potencial da utilização do formato webquest na aprendizagem do conceito matemático de infinito. Neste sentido foram estabelecidas três questões de investigação. A webquest Escher e a procura do infinito proporcionará o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo? Proporcionará um ambiente de aprendizagem colaborativo? Poderá contribuir para uma melhor compreensão do infinito?

A webquest “Escher e a procura do infinito” foi realizada em grupo pelos 16 elementos da turma. Deste modo, os alunos foram divididos em 4 grupos de trabalho com 4 elementos cada um. Vamos analisar, primeiramente, o produto final (poster) que eles tinham de produzir em grupo e depois comparar os pré e pós testes de cada grupo.

O grupo 1 mostrou uma boa dinâmica interna aquando da distribuição das tarefas, sendo todos os elementos participativos e trabalhando sempre de forma colaborativa. Na procura de informação, demonstraram uma boa capacidade de pesquisa, recolhendo bastantes dados, organizando-os de forma coerente para depois os compilarem e construírem o seu trabalho. Quanto ao produto final propriamente dito, este apresenta um aspecto gráfico atractivo, com cores e imagens bem escolhidas e uma linguagem objectiva e motivadora. O poster revela alguma criatividade, mas poderiam ter sido mais originais. O produto final revela rigor científico, mas há algumas falhas como a falta de um título, do autor de uma citação e do facto das imagens escolhidas para representar o preenchimento de superfícies não serem da autoria de Maurits Escher. Por outro lado, as imagens que representam ciclos e limites foram muito bem seleccionadas e o texto escolhido suscita a curiosidade do leitor. Deste modo, podemos avaliar positivamente o desempenho deste grupo e considerar que o conceito de infinito foi trabalhado de forma esclarecedora. O quadro 7 sintetiza a avaliação quantitativa realizada a cada elemento do grupo 1 de acordo com a grelha de avaliação disponível na webquest.

<b>Processo</b>				
Capacidade de pesquisa	10			
Organização da informação	10			
<b>Produto final</b>				
Rigor científico	10			
Criatividade	10			
Linguagem	15			
Aspecto gráfico	15			
<b>Trabalho de grupo</b>				
Desempenho do grupo	10			
Desempenho individual no trabalho de grupo	10	7	10	7
<b>Total para cada elemento</b>	90	87	90	87

Quadro 7: Avaliação dos elementos do grupo 1.

Relativamente ao trabalho desenvolvido pelos alunos do grupo 2, verificou-se uma boa dinâmica dentro do grupo e a existência de um respeito mútuo para com as opiniões de cada um, apesar de serem bastante heterogéneos. Foi recolhida a informação essencial para a elaboração do trabalho e esta foi sendo organizada segundo uma estrutura coerente. Optaram por colocar apenas uma imagem de Maurits Escher no centro do poster e deixar o fundo branco, criando um impacto muito positivo nos observadores do material, isto é, o aspecto gráfico é atractivo. A linguagem utilizada é clara e motivadora e os textos referem que desde sempre se pensou sobre o infinito, tendo Escher ido mais longe com os seus desenhos. O produto final revela então criatividade e rigor científico, embora o conceito de infinito pudesse ser mais explorado e o título ser mais original, do que somente, “Infinito”. De uma forma geral, podemos concluir que foi desenvolvido um bom trabalho de grupo que respondeu à tarefa pedida. O quadro 8 sintetiza a avaliação quantitativa realizada a cada elemento do grupo 2 de acordo com a grelha de avaliação disponível na webquest.



<b>Processo</b>				
Capacidade de pesquisa	7			
Organização da informação	7			
<b>Produto final</b>				
Rigor científico	10			
Criatividade	10			
Linguagem	10			
Aspecto gráfico	10			
<b>Trabalho de grupo</b>				
Desempenho do grupo	10			
Desempenho individual no trabalho de grupo	4	10	10	7
<b>Total para cada elemento</b>	68	74	74	71

Quadro 8: Avaliação dos elementos do grupo 2.

Todos os elementos do grupo 3 participaram no desenvolvimento do trabalho de forma muito positiva, sempre repartindo as suas opiniões com os colegas, respeitando as ideias de cada um e a distribuição das tarefas. De salientar que foram o único grupo que decidiu seguir a subdivisão de tarefas proposta no processo. A informação recolhida foi a essencial para a elaboração do trabalho, mas foi sendo organizada de uma forma coerente, permitindo depois uma boa selecção da mesma. O aspecto gráfico do poster é muito bom, havendo uma harmonia presente entre a escolha da cor, do texto e a imagem de fundo. A linguagem é objectiva e motivadora, sendo essencialmente constituída por citações de Maurits Escher, daí a pouca originalidade deste grupo. Não obstante o poster revela criatividade e o título escolhido é muito interessante “Mundos impossíveis” estando intrinsecamente relacionado com a obra de Escher. Aliás todo o trabalho se baseia nele, tendo sido abordado o infinito através das imagens sobre limites, ciclos e gravidade. No entanto, a história do conceito de infinito não é referenciada. Sucintamente, poderemos concluir que este grupo revela rigor científico no seu poster, mas não aborda a componente histórica do conceito de infinito, o que não lhes permitirá um entendimento muito claro dos paradoxos relacionados com o infinito. O quadro 9 sintetiza a avaliação quantitativa realizada a cada elemento do grupo 3 de acordo com a grelha de avaliação disponível na webquest.

<b>Processo</b>				
Capacidade de pesquisa	7			
Organização da informação	10			
<b>Produto final</b>				
Rigor científico	10			
Criatividade	10			
Linguagem	15			
Aspecto gráfico	15			
<b>Trabalho de grupo</b>				
Desempenho do grupo	10			
Desempenho individual no trabalho de grupo	7	7	7	7
<b>Total para cada elemento</b>	84	84	84	84

Quadro 9: Avaliação dos elementos do grupo 3.

O trabalho do grupo 4 foi desenvolvido seguindo a dinâmica de grupo, isto é, cada um dos elementos dava a sua opinião e respeitava a opinião dos colegas, tendo sido dividida a tarefa pelos diferentes intervenientes no trabalho. Demonstraram uma boa capacidade de pesquisa no desenrolar do processo, recolhendo informação diversa sobre os vários subtemas, organizando-a de forma coerente e compilando-a, de forma a efectuar uma boa selecção da informação a utilizar no produto final. Relativamente ao aspecto gráfico, este poderia ser mais atractivo tendo em conta a falta de cor presente no poster, ou seja, o aspecto é agradável, mas não é atractivo. Por outro lado, a linguagem utilizada é objectiva e motivadora. Revela alguma criatividade, mas pouca originalidade. O grupo faz referência à evolução histórica do conceito de infinito e relaciona-o com o trabalho de Escher, revelando rigor científico. O título é um pouco desadequado, “Maurits Escher”, tendo em conta que o poster não aborda o

infinito apenas segundo a perspectiva de Escher. De uma forma geral, podemos concluir que o desenvolvimento do pensamento de nível mais elevado relativo ao complexo tema do infinito foi conseguido. O quadro 10 sintetiza a avaliação quantitativa realizada a cada elemento do grupo 4 de acordo com a grelha de avaliação disponível na webquest.

<b>Processo</b>				
Capacidade de pesquisa	10			
Organização da informação	10			
<b>Produto final</b>				
Rigor científico	10			
Criatividade	10			
Linguagem	15			
Aspecto gráfico	10			
<b>Trabalho de grupo</b>				
Desempenho do grupo	10			
Desempenho individual no trabalho de grupo	10	4	10	7
<b>Total para cada elemento</b>	<b>85</b>	<b>79</b>	<b>85</b>	<b>82</b>

Quadro 10: Avaliação dos elementos do grupo 4.

Agora que se fez uma pequena descrição da avaliação realizada a cada grupo, vamos então visualizar o poster realizado por eles.



Figura 4. Produto final realizado pelos grupos 1, 2, 3 e 4 respectivamente.

Como o intuito de uma webquest é o desenvolvimento de pensamento de nível mais elevado e o tema do infinito apresenta uma complexidade enorme, iremos comparar os resultados obtidos nos pré e pós testes.

As médias das cotações totais obtidas no pré-teste estão compreendidas no intervalo  $]50,60[$ , sendo de 57,75 para o grupo 1; 50,50 para o grupo 2; 54,50 para o grupo 3 e 54,25 para o grupo 4, sendo o primeiro o que apresenta melhores resultados. Os extremos são 51 e 62 para o grupo 1; 26 e 63 para o grupo 2; 39 e 63 para o grupo 3; 41 e 62 para o grupo 4. Evidenciando-se uma grande homogeneidade no grupo 1 com uma distância inter-quartis de 10 e uma grande heterogeneidade no grupo 2 com uma distância inter-quartis de 31.

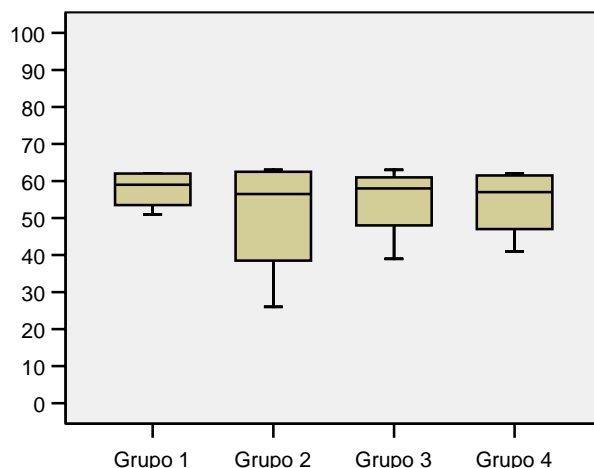


Gráfico 1: Diagrama de extremos e quartis da cotação obtida no pré-teste pelos grupos.

Após a realização da webquest, houve melhorias consideráveis no pós-teste em todos os grupos. As médias agora são 80,50 para o grupo 1, que obteve o melhor resultado; 74,25 para o grupo 2; 75,75 para o grupo 3 e 78,00 para o grupo 4. O máximo é 94 para quase todos os grupos, com exceção do terceiro que obteve um máximo mais baixo, 84. O mínimo já varia conforme o grupo, sendo de 66 no grupo 1; 58 no grupo 2; 69 no grupo 3 e 62 no grupo 4. No pós-teste, o grupo que se mostrou mais homogêneo foi o grupo 3 que obteve uma distância inter-quartis de 13 e o mais heterogêneo foi o grupo 4 que obteve uma distância inter-quartis de 30.

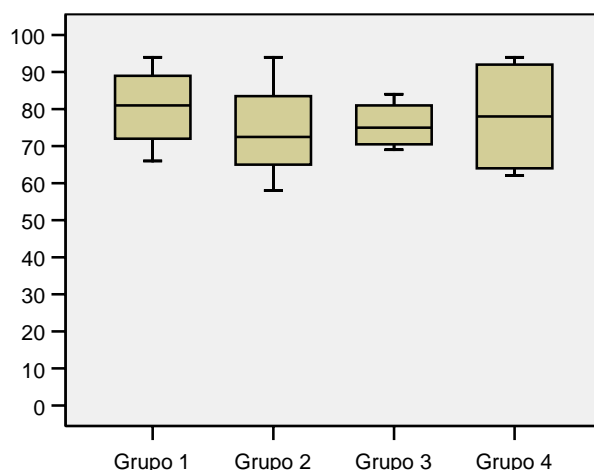


Gráfico 2: Diagrama de extremos e quartis da cotação obtida no pós-teste pelos grupos.

Num âmbito geral, para melhor se conferir a melhoria dos alunos do grupo experimental nas cotações obtidas no pós-teste relativamente ao pré-teste, elaborou-se um diagrama de extremos e quartis para cada teste e colocaram-se lado a lado. Como podemos observar, os extremos são superiores no pós-teste, variando os valores entre 58 e 94 ao invés de 26 e 63. Como seria previsível a dispersão dos resultados também aumentou, já que os alunos têm níveis de aprendizagem diferentes. Assim, a variância e o desvio-padrão passaram de, respectivamente, 113,400 e 10,649 no pré-teste para 139,583 e 11,815 no pós-teste, tal como a distância inter-quartis aumentou de 11 para 22, denunciando-se agora uma grande diferença no conhecimento dos alunos. A média já se cifra em 77,13 ao invés de 54,25.

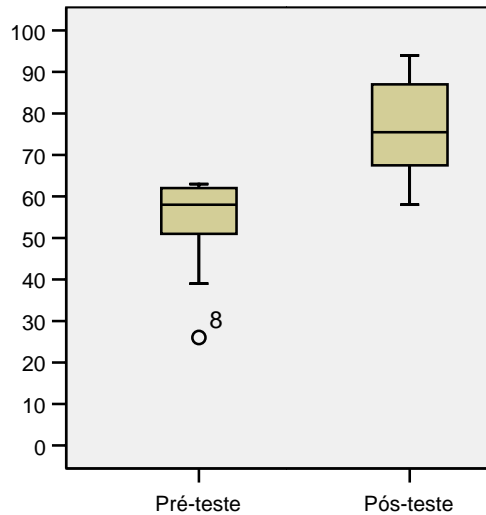


Gráfico 3: Diagrama de extremos e quartis da cotação obtida nos pré e pós testes.

Para confirmar que as diferenças entre os resultados obtidos nos pré e pós testes são estatisticamente significativas, procedeu-se à realização de um teste não paramétrico para dados emparelhados, o teste dos sinais, já que o grupo só é constituído por 16 elementos e a distribuição das cotações obtidas nos testes não são simétricas. Pela análise do nível de significância obtido, afere-se que existe uma diferença significativa entre os resultados do pré e os do pós-teste.

	Pós-teste - Pré-teste
Exact Sig. (2-tailed)	,000(a)

(a) Binomial distribution used.

Quadro 11: Teste dos sinais.

#### 4.3 Opinião dos alunos

Após a realização da webquest foi pedido aos 16 alunos que fizessem um pequeno comentário sobre este tipo de estratégia, isto é, se era agradável/desagradável, quais as vantagens/desvantagens, facilidades/dificuldades, ... Todos formularam a sua opinião e destes, 14 (87,5%) gostaram desta estratégia, tendo 2 (12,5%) ficado indiferentes, abordando apenas as vantagens e as desvantagens do trabalho desenvolvido.

As principais vantagens mencionadas foram o trabalho de grupo (50%), a disponibilização dos recursos dentro da webquest (50%), o menu composto por todas as componentes da webquest estar sempre disponível, não havendo o perigo de se perderem (50%) e a utilização da Internet (37,5%). Também mencionaram que o facto da avaliação estar sempre disponível é muito importante, porque sabem exactamente o que lhes é pedido, podendo responder melhor à tarefa (2 alunos); a utilização de meios informáticos é sempre preferível (2 alunos) e a realização de um poster é uma ideia diferente do habitual (2 alunos). Por fim, as vantagens assinaladas apenas por 1 aluno estão relacionadas com a originalidade da estratégia e a acessibilidade que um trabalho destes tem ao poder ser consultado em qualquer parte.

Relativamente ao aspecto gráfico desta ferramenta cognitiva, 6 (37,5%) alunos mencionaram que a utilização das imagens do Escher a tornava muito apelativa e 3 (18,75%) referiram que o site é bastante atractivo.

As desvantagens detectadas por este grupo experimental prendem-se com a elaboração de um poster (2 alunos), a realização do trabalho em grupo (1 aluno), a utilização da Internet (1 aluno) e a existência de sites em inglês (1 aluno). De salientar que 6 alunos apontaram o infinito como uma dificuldade devido à complexidade do conceito.

É necessário referir ainda que 2 estudantes consideraram que este tipo de estratégia exige mais deles, tornando-se mais difícil, mas simultaneamente torna a aprendizagem mais significativa.

#### 5. Conclusão

Os estudantes consideraram a utilização de uma webquest como estratégia de aprendizagem muito interessante, motivando-os para a aprendizagem e para a criação de um poster. Um dos aspectos mais relevantes nesta ferramenta cognitiva prende-se com o desenvolvimento de conceitos que exigem

pensamentos de nível mais elevado, como o caso do infinito. Notemos que a aquisição de novo conhecimento não implica propriamente um refinamento e uma extensão dos conhecimentos anteriores (dimensão 3 de Marzano, 1992), propósito de uma webquest de longa duração, mas o que acontece muitas vezes é que ambas as informações, a mais antiga e a mais recente, ficam armazenadas, usando-se uma para certas situações e outra para outras. Segundo Moura (1993: 32), “uma simples alteração do simbolismo não formal usado nas aulas e nos livros não resolverá os problemas dos estudantes com as definições formais”, torna-se necessário diversificar as estratégias de aprendizagem.

De uma forma geral, um aluno apenas entra no domínio formal da Matemática no ensino universitário, mas possui uma experiência escolar de vários anos da qual construiu imensas imagens conceptuais, umas correctas e outras não, que constituem o seu saber sobre o infinito. Estas imagens conceptuais não podem ser ignoradas. É necessário compreendê-las e aperfeiçoá-las. Como sabemos, a história do infinito sempre foi muito controversa, aliás ainda é. Como tal esta webquest aborda uma componente histórica muito grande do conceito com o intuito de não ignorar as imagens conceptuais dos alunos.

Assim, comparando os pré e os pós testes do grupo experimental, surge uma melhoria significativa dos resultados. Numa primeira fase, os alunos obtiveram uma média de 54,25% ao realizar o pré-teste e após o trabalho desenvolvido com a webquest a média obtida no pós-teste já é de 77,13%, denotando-se uma subida de 22,88%. Apesar da dificuldade do conceito, como a webquest relacionava o infinito com as gravuras de Escher, no sentido de a tornar mais apelativa, e com a história da Matemática, para compreenderem melhor os seus paradoxos, ocorreu transformação de informação.

Os produtos finais desenvolvidos por cada grupo revelaram criatividade e rigor científico, apresentando uma linguagem adequada e um aspecto gráfico atractivo. As classificações obtidas pelos alunos variaram entre os 68 e os 90 pontos percentuais.

O trabalho de grupo foi uma constante, mas o único grupo que decidiu seguir a divisão da tarefa proposta no processo da webquest foi o grupo 3, tornando-se muito homogéneo na sua aprendizagem. A amplitude dos resultados neste grupo era de 24 no pré-teste e no pós-teste diminuiu para 15, tendo sido o único grupo que diminuiu a dispersão dos resultados.

Os alunos elaboraram então colaborativamente um poster que relacionava a arte de Escher com o infinito e responderam a dois testes sobre as concepções de infinito, um pré e um pós a execução da webquest. Pela análise dos produtos desenvolvidos pelos 4 grupos que formavam a turma, concluiu-se que eles desenvolveram o espírito crítico, criativo e científico, necessários à elaboração de um trabalho, pesquisando e organizando a informação recolhida de diversas fontes. Pela confrontação dos resultados obtidos nos pré e pós testes, verificou-se ainda que houve uma melhoria significativa, mas tendo em conta que a realização da webquest cingiu-se a uma turma do 12º ano de escolaridade, constituída por 16 alunos, os resultados obtidos neste estudo abraçam apenas esta amostra, isto é, esta mesma investigação, com outros alunos, poderá conduzir a resultados diferentes. Além disso, o facto da amostra não ter sido escolhida aleatoriamente torna impossível uma generalização dos resultados. O facto de não se tratar de uma experiência controlada não permite traçar uma relação efectiva entre as aprendizagens observadas e a utilização da webquest. Apesar destas limitações, o estudo realizado constitui um importante contributo sobre a utilização da webquest no ensino/aprendizagem do Infinito, conceito muito descurado nas nossas escolas.

## 6. Bibliografia

- Abrantes, Paulo (2001). *Currículo nacional do ensino básico – competências essenciais de Matemática*. Lisboa: Departamento do ensino básico, Ministério da educação. 57-71. (URL: [http://www.dgide.min-edu.pt/public/compessenc\\_pdfs/pt/Matematica.pdf](http://www.dgide.min-edu.pt/public/compessenc_pdfs/pt/Matematica.pdf) consultado na Internet em 14 de Março de 2006).
- Bellofatto, Laura; Bohl, Nick; Casey, Mike; krill, Marsha; Dodge, Bernie (2001). A rubric for evaluating webquests. (URL: <http://webquest.sdsu.edu/webquestrubric.html> consultado na Internet em 15 de Novembro de 2005).
- Boyer, Carl (1998 [1968]). *História da Matemática*. (2ª edição). São Paulo: Editora Edgar Blücher L<sup>tda</sup>.
- Carr, C; Jonassen, David; Yueh, Hsiu-Ping (1998). Computers as mindtools for engaging learners in critical thinking. In *TechTrends*. Vol. XLIII. nº 2. 24-32.
- Carvalho, Ana (2003). WebQuest: um desafio para professores. In Albano Estrela & Júlia Ferreira (org.), *XII Colóquio da AFIRSE/AIPELF: A formação de professores à luz da investigação*. Lisboa: AFIRSE. Vol. II. 732-740.
- Dauben, Joseph (1990 [1979]). *Georg Cantor: his mathematics and philosophy of the infinite*. New Jersey: Princeton university press.
- Dodge, Bernie (1997 [1995]). *Some thoughts about WebQuests*. (URL: [http://webquest.sdsu.edu/about\\_webquests.html](http://webquest.sdsu.edu/about_webquests.html) consultado na Internet em 14 de Março de 2006).

- Dodge, Bernie (1998). *The webquest page*. (URL: <http://webquest.sdsu.edu> consultado na Internet em 14 de Março de 2006).
- Dodge, Bernie (1999). *Fine points - Little things that make a big difference*. (URL: <http://webquest.sdsu.edu:16080/finepoints> consultado na Internet em 12 de Novembro de 2005).
- Dodge, Bernie (2006). Webquest: past, present and future. In Carvalho, Ana (org.) (2006). *Actas do encontro sobre webquests*. Braga: CIED. 1-7.
- Escher, Maurits (1989 [1959]). Approaches to infinity. In *Escher on Escher exploring the infinite*. New York: Harry N. Abrams, Inc., Publishers. 123-127.
- González-Pianda, Júlio; Núñez, José; Rosário, Pedro; Rúbio, Marta; Soares, Serafim (2004). Processos de auto-regulação da aprendizagem e realização escolar no Ensino Básico. In *Psicologia, Educação e Cultura*. Vol. VIII. nº 1. 141-157.
- Jonassen, David (1996). Computers in the classroom: Mindtools for critical thinking. Ed. Columbus, OH: Merrill/Prentice-Hall.
- Maor, Eli (1991 [1987]). *To infinity and beyond: a cultural history of the infinite*. New Jersey: Princeton university press.
- March, Tom (2003). The learning power of webquests. In *New needs, new curriculum*. vol. LXI. nº 4. 42-47. (URL: [http://tommarch.com/writings/wq\\_power.php](http://tommarch.com/writings/wq_power.php) consultado na Internet em 14 de Agosto de 2006).
- March, Tom (2006 [1998]). *WebQuests for learning: pre-writing your webquest*. (URL: <http://www.ozline.com/webquests/prewrite.html> consultado na Internet em 04 de Junho de 2006).
- Marzano, Robert (1992). Learning-centered instruction: an idea whose time has come. In *A different kind of classroom: teaching with dimensions of learning*. Alexandria VA: Association for supervision and curriculum development. (URL: [http://pdonline.ascd.org/pd\\_online/dol02/1992marzano\\_chapter1.html](http://pdonline.ascd.org/pd_online/dol02/1992marzano_chapter1.html) consultado na Internet em 09 de Setembro de 2005).
- Moura, Maria (1993). *Student's alternative frameworks about the notion of limit*. Tese de mestrado. Cornell university. Associação de professores de Matemática.
- Silva, Jaime; Fonseca, Maria; Fonseca, Cristina; Lopes, Ilda; Martins, Arsélio (2001). *Programa do 10º ano - Matemática A*. Lisboa: Departamento do ensino secundário, Ministério da educação. (URL: <http://www.dgidec.min-edu.pt/mat-no-sec/pdf/A10fNovo.pdf> consultado na Internet em 14 de Março de 2006).
- Silva, Jaime; Fonseca, Maria; Fonseca, Cristina; Lopes, Ilda; Martins, Arsélio (2002a). *Programa do 11º ano - Matemática A*. Lisboa: Departamento do ensino secundário, Ministério da educação. (URL: [http://www.dgidec.min-edu.pt/programs/prog\\_hom/matematica\\_a\\_11\(77\)\\_homol.pdf](http://www.dgidec.min-edu.pt/programs/prog_hom/matematica_a_11(77)_homol.pdf) consultado na Internet em 14 de Março de 2006).
- Silva, Jaime; Fonseca, Maria; Fonseca, Cristina; Lopes, Ilda; Martins, Arsélio (2002b). *Programa do 12º ano - Matemática A*. Lisboa: Departamento do ensino secundário, Ministério da educação. (URL: [http://www.dgidec.min-edu.pt/programs/prog\\_hom/matematica\\_a\\_12\\_\(78\)homol.pdf](http://www.dgidec.min-edu.pt/programs/prog_hom/matematica_a_12_(78)homol.pdf) consultado na Internet em 14 de Março de 2006).