António Costa Canas, João Caramalho Domingues, Luis Saraiva (Eds.)

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática

Volume I

spm
SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

2018

Actas/Anais
do
7.º Encontro Luso-Brasileiro
de
História da Matemática

Volume I

Actas/Anais
do
7.º Encontro Luso-Brasileiro
de
História da Matemática

(Óbidos, Portugal, 15 a 19 de Outubro de 2014)

Volume I

Editores:
António Costa Canas
João Caramalho Domingues
Luis Saraiva

spm
SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

2018

Título **Actas / Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática**

Editores António Costa Canas
João Caramalho Domingues
Luis Saraiva

Edição **Sociedade Portuguesa de Matemática**
Av. da República, 45, 3.º esq.
1050–187 Lisboa
`www.spm.pt`

Data de edição 2018

Paginação João Caramalho Domingues
(com colaboração de António Costa Canas)

Arquivo fotográfico Luis Saraiva

Foto da capa Município de Óbidos

Impressão Copissaurio Repro, Lda.
Universidade do Minho
Campus de Gualtar, Ed. 2
4710–057 Braga

Depósito Legal 443493/18

ISBN 978-989-8243-07-2

Introdução

O 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática está inserido numa série iniciada em Coimbra em 1993, e que, regular e alternadamente, vai tendo lugar no Brasil e em Portugal, movimentando muitas dezenas de pesquisadores dos dois países, a que procuramos sempre agregar investigadores de outras nacionalidades.

Para além das conferências individuais, procurámos que se realizassem simpósios, organizados, sempre que possível, por brasileiros e portugueses em cooperação, sobre temas de interesse comum, e com oradores dos dois países.

Em 2014 houve três temas óbvios para simpósio, devido a efemérides cronológicas: nesse ano celebrou-se o centenário do nascimento de José Sebastião e Silva, com António Aniceto Monteiro talvez o matemático português mais importante do século XX, pelo relevo de que se revestiu a sua acção em Portugal, quer no campo da Matemática quer no do Ensino da Matemática; comemoraram-se igualmente os 150 anos do nascimento de Luciano Pereira da Silva, matemático que tem uma obra de imenso valor sobre a história da Náutica portuguesa, um dos pesquisadores portugueses que no início do século XX mais desenvolveu a investigação nessa área; e celebraram-se internacionalmente os 300 anos do primeiro Longitude Act, um importante facto que apressou a descoberta de um modo de medir a longitude no mar com uma precisão inferior a meio grau.

No 27.º Encontro do Seminário Nacional de História da Matemática, realizado em Junho desse ano na Escola Naval, tivemos uma perspectiva inglesa sobre este último acontecimento; em Óbidos realizou-se um simpósio onde foi igualmente expressa uma visão francesa sobre este tema.

Para além destes três simpósios tivemos um primeiro simpósio sobre a História dos Instrumentos Científicos, hoje uma área importante de pesquisa e divulgação, mas que tem estado omissa dos nossos Encontros, quer nacionais quer Luso-Brasileiros, e que deu indicações sobre o desenvolvimento que tem havido na investigação sobre este tema. Não houve palestrantes brasileiros neste simpósio, mas tratou-se de um facto meramente circunstancial, pois tem havido um intenso diálogo entre pesquisadores portugueses e brasileiros nesta área nos últimos dez anos, e espera-se que de futuro seja possível manter uma secção sobre este tema no Luso-Brasileiro, com uma expressão ajustada à sua importância. Houve igualmente simpósios sobre História da Lógica, História da Cartografia, sobre Henri Poincaré e ainda sobre a História do Ensino da Matemática, um simpósio que já tem tradição entre nós.

Como complemento houve três exposições, todas na Galeria do Pelourinho, sobre as Obras Pedagógica e Científica de José Sebastião e Silva, sobre George Pólya, e sobre Imagens Cartográficas na Amazónia no Século XVIII. Tudo isto enriqueceu o nosso Encontro, e temos, em nome da Comissão Científica, a agradecer uma vez mais a todos os que se prontificaram a organizar os simpósios e os que se ofereceram para trazer exposições para Óbidos, pois muito o valorizaram com o seu trabalho.

Agradecemos ainda à Comissão Organizadora local todo o esforço e dedicação que mostrou para tornar a estada de todos em Óbidos memorável, não só preparando toda a logística necessária a um encontro desta grandeza, mas também elaborando um programa social de grande valor.

Agradecemos também a todas as entidades que apoiaram este Encontro, quer monetariamente quer por outros meios, permitindo-lhe ter a expressão que efectivamente teve.

Muito em particular agradecemos à Sociedade Portuguesa de Matemática, que desde a integração do Seminário Nacional de História da Matemática na SPM, como sua secção autónoma, nos tem apoiado incondicionalmente nas nossas realizações, contribuindo assim para a investigação e a divulgação da História da Matemática em Portugal. A publicação destas Actas, levada a cabo pela Sociedade Portuguesa de Matemática, é possibilitada no seu essencial pelo saldo positivo que houve do Encontro de Óbidos.

Permitam-nos citar aqui os nomes dos presidentes da SPM que apoiaram a nossa actividade, desde a integração do SNHM na SPM: António St Aubyn, infelizmente já falecido, Graciano Neves de Oliveira, Anabela Cruzeiro, Nuno Crato, Miguel Abreu, Fernando Pestana da Costa e Jorge Buescu.

Uma palavra muito especial para a Sociedade Brasileira de História da Matemática, em relação à qual nos ligam muitos laços, profissionais e pessoais, numa caminhada conjunta que este ano faz a bonita idade de 25 anos, e cuja origem podemos localizar numa Escola de Verão realizada em Évora em 1990, em que participou o Professor Sérgio Nobre, o primeiro Presidente da SBHMat, e então aluno de doutoramento do Professor Hans Wussing em Leipzig, embora também encontremos raízes desta colaboração ainda mais longe, num colóquio internacional em Lisboa, durante as celebrações do bicentenário do falecimento do matemático português José Anastácio da Cunha, em 1987, onde participou o professor Ubiratan D'Ambrósio. Em todas as realizações da SBHMat no Brasil os portugueses têm sempre sido acolhidos de forma única. Espero bem que em Óbidos tenham sentido o mesmo carinho e atenção que os portugueses encontram nas realizações da SBHMat no Brasil.

Por fim agradecemos a todos os palestrantes e participantes que submeteram os seus artigos para inclusão nestas Actas, é um facto elementar que a grande riqueza destes encontros está nos seus participantes, e as Actas tentam deixar para a posteridade algo do que de mais importante teve lugar no Encontro, é um reportório de trabalhos de investigação que poderá ser utilizado produtivamente pelos pesquisadores nesta área ou por qualquer interessado em problemas de história e cultura científica.

Em relação aos palestrantes temos a assinalar com pesar o falecimento de dois dos autores de textos durante o processo da publicação destas Actas/ Anais: Maria de Lourdes Bacha e Miguel Jocélio Alves da Silva; o segundo ainda colaborou na revisão do seu texto.

Uma palavra muito especial para os meus colegas do Secretariado do SNHM, João Caramalho Domingues e António Costa Canas, bem como para o nosso colega Henrique Guimarães, do Conselho Geral do SNHM, que tiveram papel importante na elaboração e estruturação do programa do Encontro.

Por último é fundamental agradecer às duas Comissões que fizeram a revisão de todos os textos presentes nestas Actas. Foi um trabalho longo e trabalhoso, mas creio que o resultado final é altamente compensador, pois houve muitos artigos que foram substancialmente melhorados graças às sugestões e comentários dos seus revisores.

Luis Saraiva,
em nome da Comissão Científica (Portugal)

Ficha Técnica do 7.º ELBHM

Organização
Sociedade Portuguesa de Matemática / Seminário Nacional de História da Matemática
Sociedade Brasileira de História da Matemática

Organização Local
Câmara Municipal de Óbidos
Óbidos Criativa

Comissão Organizadora Local
Ana Calçada — Coordenadora local
Celeste Afonso
Humberto Marques
Paula Ganhão

Local
Auditório Municipal, Óbidos
Museu Abílio de Mattos e Silva
Museu Municipal de Óbidos

Apoios
Câmara Municipal de Óbidos
Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais
Centro de Matemática da Universidade de Coimbra
Fundação para a Ciência e a Tecnologia
Óbidos Criativa
Sociedade Brasileira de História da Matemática
Sociedade Portuguesa de Matemática
Transportes Aéreos Portugueses

Comissão Científica

Em Portugal:

António Costa Canas (Centro Inter-Universitário de História da Ciência e da Tecnologia, Centro de Investigação Naval e Escola Naval)

Helmuth Malonek (Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações, Universidade de Aveiro)

Henrique Guimarães (Unidade de Investigação e Desenvolvimento em Educação e Formação, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa)

Jaime Carvalho e Silva (Centro de Matemática da Universidade de Coimbra)

João Caramalho Domingues (Centro de Matemática da Universidade do Minho)

José Francisco Rodrigues (Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais, Universidade de Lisboa)

Luís Saraiva (Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais, Universidade de Lisboa) — Coordenador em Portugal

No Brasil:

António Vicente Marafioti Garnica (Grupo de Pesquisa História Oral e Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Bauru/Rio Claro)

Carlos Henrique Gonçalves (Laboratório de História das Ciências, Tecnologia e Sociedade, UMR7219, Université Paris 7/CNRS, e Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo)

Iran Abreu Mendes (Grupo de Estudos da Complexidade, Universidade Federal do Rio Grande do Norte)

Lígia Arantes Sad (Instituto Federal do Espírito Santo, Universidade Federal do Espírito Santo)

Sérgio Nobre (Grupo de Pesquisa em História da Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro) — Coordenador no Brasil

Tatiana Roque (Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro)

Wagner Rodrigues Valente (Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática, e Universidade Federal de São Paulo)

Nota sobre a revisão científica

Todos os artigos destas actas foram sujeitos a revisão científica. Esta foi feita pela Comissão Científica Brasileira e por uma Comissão de Revisão Portuguesa, que foi constituída especialmente para este efeito e que incluía parte da Comissão Científica Portuguesa.

Comissão Científica Brasileira:
António Vicente Marafioti Garnica; Carlos Henrique Gonçalves; Iran Abreu Mendes; Lígia Arantes Sad; Sergio Nobre; Tatiana Roque; Wagner Rodrigues Valente.

Comissão de Revisão Portuguesa:
António Costa Canas; Carlota Simões; Fernando Ferreira; Fernando Figueiredo; Francisco Roque de Oliveira; Gerard Grimberg; Henrique Guimarães; João Caramalho Domingues; Luis Saraiva; Mária Almeida; Marta Lourenço; Paulo Crawford.

Estas comissões organizaram-se também em subcomissões, conforme se pode ver na informação da página de abertura de cada simpósio ou grupo de comunicações não integradas em simpósios.

Grupo de conferencistas frente ao Mosteiro de Alcobaça, passeio social, 17/10/14

Conferências plenárias não integradas em simpósios

Revisores científicos:
João Caramalho Domingues, Luis Saraiva

Os primeiros matemáticos formados em Coimbra e o Brasil

Silvino da Cruz Curado
Academia Portuguesa da História
silcurado@sapo.pt

Resumo: A Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra foi criada com estatutos exigentes, no âmbito da profunda reforma desta instituição em 1772. A maioria dos matemáticos inicialmente formados foi logo nomeada para as demarcações dos extensos limites do Brasil. O presente trabalho reúne alguns elementos de informação sobre a sua atuação como astrónomos, cartógrafos e administradores, os quais contribuem para uma avaliação positiva do curso que lhes fora ministrado.

Abstract: The Faculty of Mathematics, Coimbra University, was created with advanced statutes, under the broad reform of the Institution in 1772. Most initially trained mathematicians were soon appointed to the demarcation of the extensive limits of Brazil. The present paper brings together some pieces of information about their performance as astronomers, cartographers, researchers and administrators, pointing to a positive evaluation of the course they attended.

Existe um acordo generalizado quanto à extrema necessidade que se verificava, no século XVIII, de reforma da Universidade de Coimbra, problema que não era só português (Ferrão, 1926), sendo certo que os notáveis progressos da Ciência que se vinham desenvolvendo na Europa ocorriam, sobretudo, fora do âmbito universitário.

Entre nós, a Universidade tinha envelhecido e enchera-se de vícios, mas conservava um peso enorme na sociedade, o que lhe permitiu resistir às pressões da Coroa, até para preencher a vaga de professor da única cadeira de matemática prevista, a qual andava sem titular havia sessenta anos!

Só um ministro muito determinado, como o Marquês de Pombal, e com o total apoio de um monarca absoluto, a ponto de o nomear seu lugar-tenente com plenos poderes na "Nova Fundação da Universidade", seria capaz de levar a cabo uma obra de tal envergadura.

Alteraram-se as cadeiras e os programas das quatro Faculdades existentes — Teologia, Cânones, Leis e Medicina — e acrescentaram-se as de Matemática e de Filosofia, ocupando-se esta última, sobretudo, das Ciências Naturais. Dotou-se a Universidade de estabelecimentos que permitissem desenvolver a prática, a investigação e o experimentalismo. E, procurando eliminar vícios e erros passados, substituiu-se a maioria dos professores, chegando a atingir-se a totalidade na Faculdade de Medicina.

Detenhamo-nos, sobretudo, no curso da Faculdade de Matemática, procurando apontar alguns elementos de avaliação da Reforma da Universidade de 1772, utilizando as demarcações de limites do Brasil, decorrentes do Tratado de Santo Ildefonso de 1777, como campo experimental de referência. Naturalmente, a difícil conjugação de tão vastos e variados assuntos não permitirá ir além de ligeiríssimos subsídios.

Na preparação dos avançados estatutos da Faculdade, particularmente difícil dada a gritante escassez de matemáticos, tiveram papel de relevo João Pereira Ramos de Azeredo Coutinho (1722–1799) e o irmão, o Bispo Dom Francisco de Lemos Faria Pereira Coutinho (1735–1822), Reitor da Universidade, ambos nascidos no Brasil e o antigo jesuíta do Colégio da Baía, José Monteiro da Rocha (1734–1819), já secular, que se fizera conhecido pelos seus conhecimentos na ciência dos números.

Antes de passar aos primeiros matemáticos, afinal o objeto desta conferência, considero conveniente recordar alguns elementos referentes à Faculdade que os formou, ao respetivo curso e diferentes graus, procurando dar uma ideia da "bagagem" destes novos profissionais.

Registe-se, ainda, a contribuição da Faculdade para levar a toda a Universidade os benefícios do rigor do método matemático. Assim, além dos alunos "ordinários", destinados à profissão, todos os alunos das restantes Faculdades passaram a frequentar, como "obrigados", ainda que sujeitos a menor rigor, o 1.º ano de Matemática, e os de Medicina também o 2.º e o 3.º. Foi criada a classe de ouvintes "voluntários", destinada aos que apenas se procurassem instruir, num aceno especial à nobreza.

Para ingressar na Faculdade eram exigidos, como preparatórios, o Latim, a Filosofia Racional e Moral e, pelo que se refere à Matemática, apenas o domínio das quatro operações, levando a que boa parte do curso fosse dedicada a matérias que atualmente são ministradas antes do ingresso na Universidade.

O curso tinha a duração de quatro anos, com um Lente por cada, sendo todas as lições dadas, sucessivamente, na mesma sala, pela ordem dos anos, com a duração diária de hora e meia. O 1.º ano, designado por Geometria, incluía também a Aritmética e a Trigonometria Plana. O 2.º ano ocupava-se da Álgebra e do Cálculo. O 3.º, designado então por Foronomia, tratava da Física Matemática. O 4.º ano era dedicado à Astronomia.

Para além destas cadeiras da sua Faculdade, os alunos frequentavam, na Faculdade de Filosofia, como "obrigados", a de História Natural e a de Física

Experimental. Estava ainda prevista uma cadeira de Desenho e Arquitetura Civil e Militar, que também incluía o "risco" de cartas geográficas e topográficas, a qual, em conjunto com um exame sobre ataque e defesa de praças, permitia a entrada na engenharia militar. Aconteceu, porém, que durante muitos anos, não foi possível conseguir professor adequado, pelo que nenhum dos matemáticos a seguir referidos recebeu tal formação, ainda que vários acabassem por ser nomeados engenheiros, desenhassem bem e soubessem elaborar cartas geográficas[1]. Era recomendado o Inglês e o Francês, para seguir o progresso das ciências, e obrigatório o Grego para quem aspirasse ir mais além.

O exame do 4.º ano conferia o grau de "Bacharel" e um exame de todas as cadeiras do curso, o de "Bacharel Formado". Poderia seguir-se um 5.º ano, de repetição, pelo menos, dos 3.º e 4.º anos e a realização dos Atos Grandes, compensados com a colação do grau de "Licenciado". Finalmente, poderia aspirar-se ao grau de "Doutor", a última e maior honra universitária, conferida em solene e luzida cerimónia.

O curso, ainda que parcialmente elementar, mostrava os princípios fundamentais e necessários para cada um, por si mesmo, poder depois fazer maiores progressos. Estimulavam-se os exercícios, a investigação e a incorporação no ensino das descobertas que se fossem verificando.

Para dar vida aos Estatutos eram necessários professores que, pelo que já se disse, não abundavam em Portugal. Em 1772 foram feitos doutores e nomeados lentes: de Álgebra, Miguel Franzini (ca. 1730–1810), professor de matemática na falhada experiência de ensino científico do Real Colégio dos Nobres; de Foronomia, o já referido José Monteiro da Rocha; e de Astronomia, Miguel António Ciera (?–1782), prefeito de estudos do referido Colégio, o qual, como matemático-astrónomo, tinha, anteriormente, prestado excelentes serviços na tentativa de demarcação de limites do Brasil, decorrente do Tratado de Madrid de 1750.

Como não tivesse sido encontrado professor para a Geometria, foi Franzini encarregado de ministrar o respetivo ensino, em 1772, auxiliado pelos outros professores que ainda não tinham alunos. Em 1773, o Marquês de Pombal fez doutorar o 1.º tenente de artilharia, José Anastácio da Cunha (1744–1787), e nomeou-o lente de Geometria. A obra deste militar, matemático autodidata, culto poliglota, poeta e livre-pensador, foi truncada pela Inquisição, desaproveitando-se a sua inegável capacidade de acompanhar e mesmo abrir os então novos caminhos da Matemática.

É altura de passar aos alunos, afinal os destinatários da "nova reformação académica". Ao contrário do que seria de esperar foi bem reduzido o número

[1]Depois de nomeados, receberam orientação específica para tais trabalhos.

de matrículas. Ainda assim, a Universidade formou, nestes primeiros anos da reforma, a elite dirigente do País na regência e reinado de D. João VI e, pouco depois, a que desencadeou a Revolução Liberal de 1820.

Pelo que respeita à Faculdade de Matemática, observe-se o quadro 1.

NOME	1776	1777	1778	DESTINO
José Simões de Carvalho	**Bacharel**	**Doutor**		**Brasil**
Francisco J. Lacerda e Almeida	**Bacharel**	**Doutor**		**Brasil**
António Pires da Silva Pontes	**Bacharel**	**Doutor**		**Brasil**
Manuel José Pereira da Silva	*Bacharel*	*Doutor*		*Lente U.C.*
Manuel Joaquim da Costa Maia	*Bacharel*	*Doutor*		*Lente U.C.*
Viturio Lopes Rocha	*Bacharel*	*Doutor*		*Lente U.C.*
António Francisco Leal	Bacharel			Medicina
Francisco de Oliveira Barbosa		**Bacharel**		**Brasil**
José Joaquim Victorio Costa		**Bacharel**	**Doutor**	**Brasil**
José de Saldanha			**Bacharel**	**Brasil**
D. José Maria de Sousa B. Mourão			Bacharel	Diplomata
Francisco Xavier Veiga			Bacharel	Doutor U.C.
Frei Alexandre Gouveia			Bacharel	Doutor Bispo
José Calheiros de M. e Andrade			Bacharel	Professor
Feliz de Sousa Cardoso e Meneses			Bacharel	?

Quadro 1: Primeiros "bacharéis formados" e "doutores" em matemática, da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra e seus destinos.

Assim, em 1776 houve sete bacharéis formados, dos quais seis foram doutorados no ano seguinte, numa decisão prudente e oportuna para assegurar a continuidade do ensino, e um seguiu medicina. Em 1777 houve dois bacharéis formados, um dos quais também se doutorou. Em 1778, quando surgiu a necessidade de nomear os matemáticos-astrónomos para as demarcações decorrentes do Tratado de Santo Ildefonso de 1777 (Tratado Preliminar de Paz e de Limites, na América Meridional), houve seis bacharéis formados, mas só um ficou disponível para o Brasil.

O quadro assinala a "negrito" os quatro doutores e os dois bacharéis formados nomeados para o Brasil e a "itálico" os 3 doutores que ficaram na Faculdade onde foram substituindo os lentes iniciais.

Como fossem necessários mais dois matemáticos-astrónomos recorreu-se à nomeação de Bento Sanches da Orta (Dorta), (1739–1794), que frequentara o curso como ouvinte "voluntário" e do tenente de artilharia, promovido a capitão no embarque, Joaquim Félix da Fonseca Manso (1751–1814) que, tendo concluído o terceiro ano, completou a sua formação com o estudo da astronomia já depois de nomeado, sem grau académico.

Estavam assim encontrados os oito matemáticos que seriam enviados para o Brasil. Aguardava-os uma longa, dura e arriscada aventura!

A avaliação dos cursos está na ordem do dia, incidindo sobre o que se passa na Universidade e, complementarmente, sobre a aceitação pelo *mercado*, dos seus formados. Proponho que sigamos estes matemáticos e, observando o princípio bíblico "pelos seus frutos os conhecereis", procuremos alguns elementos que indiciem se a sua formação era satisfatória para a sua profissão, para a iniciação à ciência e, ainda, para a pertença à elite dirigente do País.

Comecemos por dar uma ideia muito resumida dos acontecimentos que os levaram ao Brasil.

Em 1680, o Príncipe Regente D. Pedro (depois D. Pedro II)[2] ordenou a fundação da Colónia do Sacramento, em frente de Buenos Aires, na margem norte do Rio da Prata que se propunha povoar e integrar no Brasil. No imediato, esperava conseguir, por meio do contrabando, obter a prata das minas de Potosi, na atual Bolívia, de que o Reino desesperadamente carecia. Deu-se, assim, origem a um gravíssimo conflito com o território espanhol, marcado por repetidos episódios bélicos, alternados com insatisfatórios tratados de paz e de limites que, na verdade, só terminou em 1828, com o reconhecimento, já pelo Império do Brasil, da independência do Uruguai[3].

[2]Governou de 1668 a 1706.

[3]De ressaltar que, em 1750, poucos meses antes do falecimento de D. João V, foi assinado o tratado de Madrid a que se seguiu uma demorada e difícil tentativa de demarcação dos limites nele acordados. Porém, face à discordância quanto aos mesmos, quer do Conde de Oeiras e futuro marquês de Pombal, quer do novo Rei de Espanha, Carlos III (governou de 1759 a 1788),

Dessas contendas, e para o que aqui interessa, é de referir que, em 24 de Novembro de 1777, enquanto D. José se finava em Lisboa, D. Pedro de Cevallos, nomeado primeiro vice-rei do Rio da Prata, no comando de uma formidável expedição enviada de Espanha que incluía 17 navios de guerra e 100 navios de transporte artilhados, transportando uma força de desembarque de cerca de 9.000 homens, tomou, sem luta, a Ilha de Santa Catarina, no litoral brasileiro. Dali partiu, por mar, para efetuar a quarta tomada da Colónia do Sacramento, donde tencionava seguir, por terra, a recuperar o Rio Grande do Sul recentemente libertado pelos portugueses e a fazer a ligação com a Ilha de Santa Catarina que deixara guarnecida.

D. Maria I[4] iniciava, assim, o seu reinado numa hora bem difícil. O parentesco real — a rainha D. Mariana Vitória, viúva de D. José I e mãe de D. Maria I, era irmã do rei de Espanha Carlos III — e o afastamento do Marquês de Pombal fizeram o milagre do acordo para a suspensão das hostilidades, logo em 15 de Junho, e do Tratado de Paz e Preliminar de Limites, assinado em Santo Ildefonso, em 1 de Outubro de 1777.

Carlos III foi sensível aos desejos de paz da sobrinha mas, ao suspender as operações, não permitiu que as vitórias esperadas de Cevallos recuperassem o prestígio internacional das armas espanholas, muito afetado pelo recente desaire da grande expedição de Argel[5] e, por outro lado, a expedição à América acarretou custos enormes ao seu já desfalcado Tesouro.

Tornava-se, por isso, indispensável apresentar à nação espanhola alguns resultados que, de alguma forma, compensassem tão dispendiosa e afinal pouco gloriosa jornada. Foi assim que, tendo sido aceites com pequenas diferenças, na maior parte do seu traçado, os limites do Brasil do Tratado de Madrid de 1750, e depois anulados em 1761, foram os mesmos alterados no Sul, com graves prejuízos para Portugal[6] e para as populações locais que nunca se con-

foram tais limites anulados pelo tratado do Pardo de 1761. Um ano depois, no âmbito da Guerra dos Sete Anos, os espanhóis tomaram, pela terceira vez, a Colónia do Sacramento e apoderaram-se do Rio Grande do Sul até ao canal que liga a Lagoa dos Patos ao Oceano. Sem representação portuguesa, o tratado de Paris de 1763, que pôs fim à dita Guerra, estabeleceu a devolução das conquistas ocorridas mas os espanhóis só entregaram a Colónia, mantendo-se na posse do restante território que tinham ocupado. Ainda que amargurado por estas e outras afrontas, teve o marquês de Pombal que aguardar por 1776 para forçar pelas armas a libertação do Rio Grande, facto que deu origem a uma reação desmesurada de Carlos III.

[4] Governou efetivamente de 1777 a 1792. Atingida por doença mental, passou a governar em seu nome o príncipe D. João (futuro D. João VI) o qual, em 1799, se assumiu como príncipe regente.

[5] Tratou-se de uma operação contra Argel, ninho da violenta e poderosa pirataria que aterrorizava a navegação no Mediterrâneo e suas aproximações. Apesar dos vultosos meios navais e efetivos empregados, foi considerada um desastre desprestigiante, com mais de 5.000 mortos.

[6] No tratado de 1750, a entrega à Espanha da Colónia do Sacramento era compensada pelo

formaram com o sucedido. Salvara-se, contudo, o essencial da meritória obra do santista Alexandre Gusmão[7], fazendo-se letra morta do Tratado de Tordesilhas.

De Lisboa ainda foram indicadas ao nosso embaixador em Madrid e negociador do tratado de 1777 algumas alterações ao texto apresentado pelo governo espanhol, mas a premência da obtenção da paz era tal que logo se acrescentava não se dever arriscar a conclusão do ajuste por tais motivos. Para Aires de Sá e Melo, secretário de estado dos negócios estrangeiros (1777–1785), o que interessava era conseguir a paz, pouco importando mais ou menos umas tantas léguas de território onde este até parecia sobejar. Já para Martinho Melo e Castro, secretário de estado dos domínios ultramarinos (1770–1795), essas mesmas léguas poderiam, por exemplo, ser indispensáveis para a segurança da Vila do Rio Grande ou para a subsistência das populações e a criação do seu gado. E como foi este último a conduzir as demarcações, indicou aos subordinados os pontos em que se deveria procurar atenuar os inconvenientes do tratado e aqueles em que se deveria ser intransigente com exigências e interpretações espanholas que nos fossem desfavoráveis. Do lado oposto, o zelo e ambição de Buenos Aires faziam outro tanto. Nestas condições, as juras de harmonia e boa-fé feitas na Europa tiveram vida curta na América.

Se a negociação do tratado foi rápida, não sucedeu o mesmo com a demarcação dos limites que estabeleceu. Tratava-se de uma tarefa hercúlea, a levar a cabo num ambiente hostil, doentio e desprovido de quaisquer apoios. As distâncias a percorrer eram enormes, muitas vezes por selvas impenetráveis, por terrenos alagadiços, por rios com perigosas cachoeiras, traiçoeiras setas de índios bravios e deserção dos índios "mansos", já saturados de remar. E se eram raros os ataques de perigosos animais, como as onças ou as 61 variedades de cobras venenosas existentes em tal território, eram diários e implacáveis os das nuvens de mosquitos de diversos tipos que infernizavam a vida, transmitiam o paludismo e, por vezes, prostravam toda uma expedição, roubavam a vida a alguns dos seus elementos e forçavam o regresso à base dos restantes, levados apenas pela corrente, sem terem sido atingidos os objetivos.

Salto por cima das imensas dificuldades de comunicação da Península com a América e entre as autoridades dos dois lados da fronteira, envolvidas no processo; da necessidade de fazer chegar àqueles fins de mundo um sem número de artigos que iam dos instrumentos matemáticos e astronómicos ainda a fa-

considerável alargamento do território português até ao rio Uruguai, o que lhe conferia profundidade. Já no tratado de 1777, a fronteira passava muito mais próximo do Atlântico, o que representava considerável diminuição do território e espaço para a defesa.

[7]Diplomata e secretário particular de D. João V, foi o artífice do tratado de Madrid de 1750.

bricar em Inglaterra, aos papéis, tintas e penas de corvo para cartografia e relatórios, aos medicamentos, aos trens de cozinha, etc.; da falta de aceitação do espírito de concórdia do Tratado por protagonistas marcados pela memória de conflitos de séculos, quando não pelas frustrações recentes, por exemplo, do vice-rei Marquês de Lavradio que sonhara levar os limites do Brasil ao Rio da Prata e do vice-rei Cevallos, que fora privado da vitória retumbante que julgava ao seu alcance, os quais tiveram que ser substituídos por acordo das Cortes; e até pela falta de perceção, pelos secretários de estado dos dois países, da grandeza da odisseia, conjugada com a carência local de recursos e dos técnicos adequados para a levar a cabo.

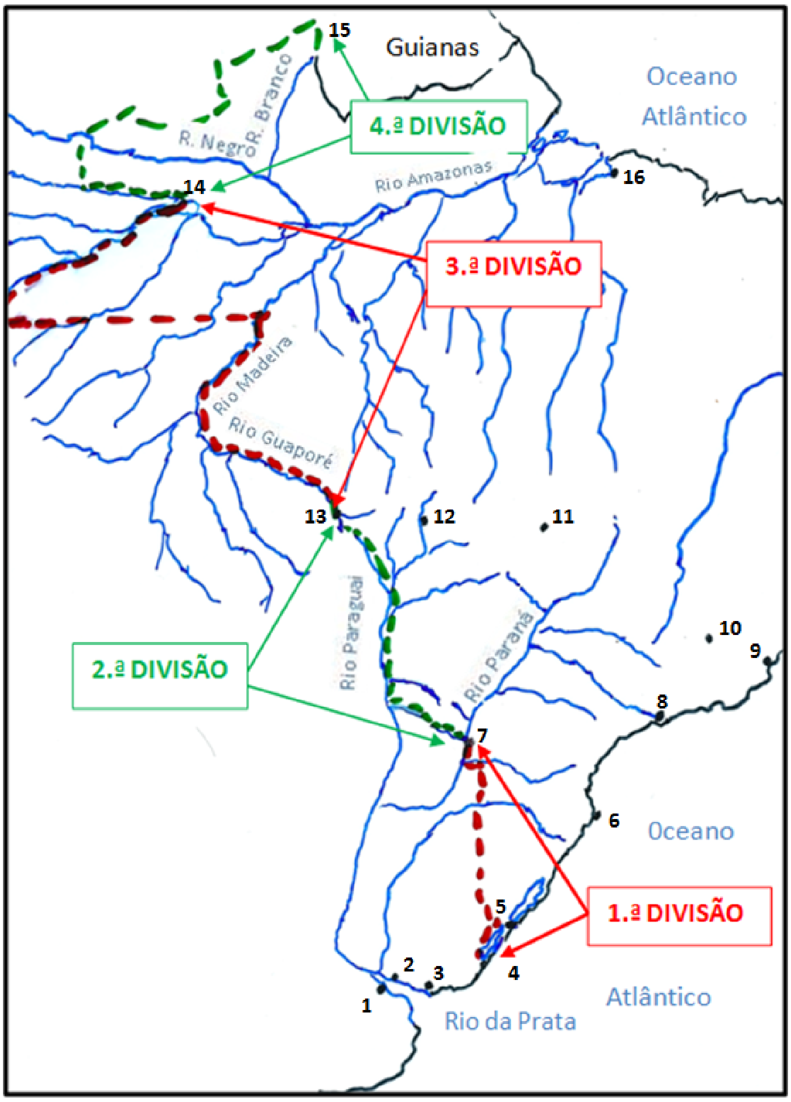
Para se ter uma ideia do que havia a percorrer, bastará referir que a fronteira terrestre do Brasil atual mede cerca de 17.000 Km, distância superior à que vai de Lisboa a Vladivostok. Dessa, a linha ou raia seca, isto é a que não se apoia em rios ou lagos, tem atualmente mais de 7.000 Km e é assinalada por cerca de 6.000 marcos.

Foi a fronteira dividida em quatro Divisões (ver esboço 1), cada uma atribuída a uma comissão de cada País, as quais deveriam trabalhar em conjunto, sob a direção dos governadores das confinantes capitanias ou equivalentes. Cada comissão era constituída por "dois comissários principais, dois engenheiros, dois geógrafos e dois práticos do país, com a comitiva proporcionada", o que permitia o desdobramento em duas subdivisões ou partidas. E é aqui que, finalmente, entram, como geógrafos, os já quase esquecidos matemáticos, a que me referi no início. Tinham a seu cargo a determinação, com instrumentos de difícil transporte e processos astronómicos ainda morosos, da longitude e latitude de pontos que permitissem conferir coerência aos processos topográficos expeditos que os engenheiros militares utilizavam para a elaboração das cartas a seu cargo e das que também passaram a executar.

Pela parte portuguesa foram nomeados, em 1778, os matemáticos constantes do quadro 2.

Apesar da escassez, foi possível preencher os lugares com "a prata da casa", o mesmo sucedendo com os engenheiros militares, diferentemente do que sucedera na tentativa de demarcações decorrentes do Tratado de Madrid de 1750, em que a totalidade dos matemáticos e a maioria dos engenheiros teve de ser contratada no estrangeiro, facto que tirava o sono a Sebastião José de Carvalho e Melo, por temer que se deixassem corromper pelos espanhóis ou indicassem a estranhos os caminhos para as minas.

Não o permite o espaço disponível, nem o bom senso o aconselha, referir os nomes exóticos de tantos acidentes geográficos necessários para descrever e pormenorizar os bem esforçados trabalhos destes homens que primeiro re-



Esboço 1: Sectores das Divisões de demarcação dos limites do Tratado de Santo Ildefonso de 1777.

LEGENDA

1 Buenos Aires	7 Foz do rio Igurei	13 Foz do rio Sararé
2 Colónia do Sacramento	8 São Paulo	14 Boca ocidental do Japurá
3 Montevideu	9 Rio de Janeiro	15 Fronteira com as Guianas
4 Foz do arroio Chui	10 Ouro Preto	16 Belém
5 Vila do Rio Grande	11 Vila Boa de Goiás	
6 Santa Catarina	12 Cuiabá	

NOME	GRAU	DIVISÃO
José Simões de Carvalho	Doutor	Quarta
José Joaquim Vitório da Costa	Doutor	Quarta
António Pires da Silva Pontes	Doutor	Terceira
Francisco José de Lacerda e Almeida	Doutor	Terceira
Francisco de Oliveira Barbosa	Bacharel formado	Segunda
Bento Sanches de Orta (Dorta)	Sem grau	Segunda
José de Saldanha	Bacharel formado	Primeira
Joaquim Félix da Fonseca Manso	Sem grau	Primeira

Quadro 2: Matemáticos nomeados, respetivos graus e divisões das demarcações

ceberam a borla e capelo de cor azul claro, este ornado com a esfera armilar, ou que, simplesmente fizeram o curso matemático. Duros trabalhos logo esquecidos e mal remunerados pelos ingratos que decidem em nome da Pátria. Por todos, escute-se o desabafo do Doutor José Simões de Carvalho, quando, ao fim de vinte e três anos de Amazónia, *dezasseis em penoso desterro nos sertões*, nem sequer lhe pagavam aquilo a que tinha direito. Depois de enumerar os seus valiosos serviços, escreveu:

> *Os penosos trabalhos, pelas desigualdades do tempo, sóis, chuvas, os riscos de vida por numerosas cachoeiras, subir montanhas do Rio Branco a passar, onde se ordenava, lagos de água nos seus campos. Trajectar matos e terrenos desiguais do Uaupés para ir ao Japurá, sobre os baixios da Tejoca e foz do Amazonas, mordido de impertinentes insectos: lembrado isto com o sossego que gozaria o suplicante na Universidade, aonde, por uma consequência natural lhe competia ser admitido e acomodado, pois foi o primeiro dos primeiros doutores graduados em matemática na nova reformada Universidade.*[8]

Farei seguidamente curtas referências à vida de cada um destes matemáticos, definitivamente marcadas pela Divisão a que foram destinados.

Começo pela Quarta Divisão ("da boca mais ocidental do Japurá" no Rio Amazonas até à atual Guiana), por ter sido também nela que se iniciaram os trabalhos, em 1780. O desentendimento entre o comissário espanhol Francisco

[8]AHU, Capitania do Pará, requerimento s. d. anexo ao doc. 9742, de 28-09-1803.

Requena e os portugueses foi imediato, no fundo devido à infeliz atribuição à Espanha de uma cunha em território português, constituída pela mesopotâmia formada pelos rios Solimões e Japurá e a várias opções que deveriam ser tomadas, por acordo, no terreno. As Cortes, ainda que determinassem que os problemas lhes fossem apresentados, preferiam não se confrontar face às queixas recíprocas que lhes chegavam da América, a fim de não interferir nos conflitos europeus ou noutros interesses como, por exemplo, as negociações que levaram a uma nova troca de princesas.

Pela nossa parte, o já referido secretário de estado dos domínios ultramarinos, Martinho de Melo e Castro, muito severo com as comissões portuguesas, obrigou a repetir penosas e perigosas diligências, sempre que não considerou os resultados satisfatórios. Demitiu o 1.º comissário por ter admitido o reconhecimento conjunto do rio Apaporis, que até nem pertence hoje ao Brasil, e passado tempos mandou-o realizar. Como poderiam os isolados sertanejos acompanhar os humores da distante política?

Os matemáticos desta divisão, José Simões de Carvalho e José Joaquim Vitório da Costa, foram sendo promovidos aos postos de capitão, sargento-mor e tenente-coronel engenheiro e desempenharam não só as funções de astrónomos como de cartógrafos. Levaram a cabo inúmeros e arriscados reconhecimentos de que deixaram abundante cartografia que viria a ser da maior utilidade para a fixação dos limites do Brasil independente. Em 1795, depois de muitos desentendimentos, o comissário Francisco Requena regressou a Espanha, ficando as demarcações suspensas sem qualquer documento que o declarasse. Apenas se tinham firmado dois marcos, um dos quais sob protesto dos espanhóis!

José Simões de Carvalho, entre outros trabalhos, ainda cartografou toda a imensa foz do Amazonas, reconheceu os rios que os franceses foram sucessivamente impondo como limites com a sua Guiana, comandou uma expedição, em 1797, àquele território, e foi apanhado pela morte quando, em 1805, subia uma vez mais o Amazonas, nomeado Governador da capitania do Rio Negro, equivalente ao atual gigantesco Estado do Amazonas.

José Joaquim Vitório da Costa, depois de numerosos reconhecimentos no rio Amazonas e seus afluentes e a elaboração das correspondentes cartas geográficas, transitou para a Marinha como capitão-de-fragata, a fim de desempenhar o cargo de Intendente da Marinha e Arsenais Reais da Capitania do Pará. Ainda governou a capitania do Rio Negro de 1806 a 1818 e regressou a Portugal por ocasião da Independência Brasileira, no elevado posto de Chefe de Divisão.

Passando à Terceira Divisão (do alto curso do Guaporé, próximo de Vila Bela, até à foz do Japurá no Amazonas), é de referir que os matemáticos António

Pires da Silva Pontes e Francisco José Lacerda e Almeida, ambos naturais do Brasil, e os correspondentes engenheiros militares começaram por executar reconhecimentos e cartografia nos rios Negro e Branco, afluente e subafluente do rio Amazonas, na área da quarta Divisão, uma vez que os espanhóis estavam atrasados no seu sector. Depois, partindo de Barcelos, levaram seis meses de penosa viagem para chegarem, em 28 de fevereiro de 1782, mais mortos que vivos, a Vila Bela, capital de Mato Grosso. No trajeto determinaram o ponto do rio Madeira a partir do qual o limite seguiria uma linha leste oeste até ao rio Javari, extenso trecho tão difícil de demarcar que, ainda hoje, não existe, na região, qualquer estrada digna desse nome, só havendo ali comunicação ao longo dos afluentes do Amazonas.

Nesta Divisão não chegou a haver contacto entre as comissões dos dois países devido, entre outras dificuldades dos espanhóis, à grande revolta índia de Túpac Amaru, à morte de um seu comissário, às enormes distâncias, difíceis acessos e alguma falta de empenho que consumiu dez anos em estéreis correspondências. Quando, finalmente, pareciam resolvidos a avançar para a fronteira, em 1790, tinha acabado de ser desmembrada a comissão portuguesa, a fim de evitar mais despesas.

Passaram, então, às reclamações contra a ocupação portuguesa de algumas posições que violariam o Tratado, as quais foram subindo de tom até chegar a vistosas mas ineficazes operações militares, por extensão ao Brasil da "Guerra das Laranjas" de 1801.

O problema não era fácil. O texto do tratado de 1777 seguia, ali, o de 1750, escrito este quando pouco se sabia da remota região que ainda não dispunha de povoações. Muito tinha mudado, sobretudo depois da chegada, em 1772, de Luís de Albuquerque Melo Pereira e Cáceres, o "fronteiro insigne", que governaria o Mato Grosso durante 17 anos. Com grande esforço e determinação fez construir povoações e fortificações que garantissem a navegação privativa de grandes troços dos rios Paraguai e Guaporé e conferissem segurança à capital e às indispensáveis comunicações fluviais com S. Paulo. Defendeu junto da Coroa, com grande empenhamento, que se aproveitassem algumas disposições do Tratado e o facto de este ser "preliminar" para alterar a linha nele estabelecida, por forma a dar cobertura ao que, de facto, já estava na posse dos portugueses. Foi esta posição firme que esteve na origem de ser hoje brasileira a faixa de terreno que, contrariando a geografia e a letra do tratado, fica a ocidente dos referidos rios, onde se situam, por exemplo, o lendário Forte Coimbra, Corumbá e Casal Vasco.

Não houve demarcações, como já referi, mas não foram perdidos os oito anos (1782–1790) que tão preparados técnicos passaram naquela ainda pouco conhecida região. António Pires da Silva Pontes e Francisco José de Lacerda e Almeida[9], quer isoladamente, quer sob o comando do capitão engenheiro Ricardo Franco de Almeida Serra, realizaram um notável trabalho de reconhecimento geográfico, sobretudo ao longo dos rios Guaporé, Paraguai e respetivos afluentes, traduzido num conjunto cartográfico impressionante[10], complementado por diários e memórias do maior interesse[11], naquele momento para o Governo distante, e mais tarde, para fundamentar os direitos do Brasil independente. Como tudo está relacionado, refiro que o engenheiro Ricardo Franco de Almeida Serra que, em 1801, se iria cobrir de glória na defesa do Forte Coimbra, e é hoje o patrono dos engenheiros militares brasileiros, tinha tido a seu cargo a condução de grandes obras na reforma da Universidade de Coimbra, enquanto os futuros matemáticos lá faziam o curso. Outro doutorado e contemporâneo em Coimbra, mas em filosofia natural, o baiano Alexandre Rodrigues Ferreira, encontrou-se com todos, em Mato Grosso, quando ali chegou, no decurso da sua Viagem Filosófica na Amazónia, longa de nove anos (1783–1792), que muito beneficiou dos elementos fornecidos pelos matemáticos e engenheiros das demarcações.

Regressados a Lisboa, Silva Pontes e Lacerda e Almeida ingressaram na Marinha como tenentes de mar e foram nomeados lentes da Real Academia de Guardas-Marinhas, origem das Escolas Navais do Brasil e de Portugal. Foram também sócios da Academia Real de Ciências, na qual apresentaram alguns dos seus trabalhos.

A chegada ao governo, em 1796, do contemporâneo em Coimbra, D. Rodrigo de Sousa Coutinho[12], decidiu dos seus destinos. Promoveu-os logo a capitão-de-fragata para, no ano seguinte, nomear Silva Pontes governador da capitania brasileira do Espírito Santo e Lacerda e Almeida governador dos Rios de Sena, em Moçambique. O primeiro ainda viu concluída, sobre sua direção, a primeira carta fiável de todo o Brasil, da maior importância[13], e publicada uma

[9]Diários de viagem em ALMEIDA–HOLANDA, 1944.

[10]Ver ADONIAS, 1963; CORTESÃO, 1971 ou 2009; GARCIA, 2002; e NUNES–ADONIAS 1985.

[11]FERREIRA, 2013, relaciona 17 manuscritos e 4 publicações de Siva Pontes e 22 manuscritos e 4 publicações de Lacerda e Almeida referentes aos seus trabalhos, elaborados pelos próprios ou em colaboração entre si ou com outros demarcadores, cuja pormenorização não é possível neste texto.

[12]Tendo sido Embaixador em Turim (1779–1795), foi um influente e bem preparado secretário de estado da marinha e domínios ultramarinos (1796–1801), Presidente do Erário Público (1801–1803) e, já no Brasil, secretário de estado dos negócios estrangeiros e da guerra (1808–1812, ano da sua morte). Em 1808 foi elevado a 1.º conde de Linhares.

[13]"Carta Geographica de Projeção Espherica Orthogonal da Nova Lusitania ou America Portuguesa, e Estado do Brazil". Conhecida por "Nova Lusitania", não foi impressa, e só foram feitos 3 exemplares. Disponível na Internet.

sua tradução de obra inglesa sobre o emprego da geometria na construção naval[14]. Depois, exerceu com acerto o seu governo de 1800 a 1804, falecendo no Rio de Janeiro em1805.

Francisco José de Lacerda e Almeida é, de todos estes matemáticos, aquele de quem a História Pátria guarda memória. E também a teria na História Universal se a morte o não tivesse colhido, em 1798, ao realizar a primeira travessia científica de África, de Moçambique para Angola, quando, depois de muitos sacrifícios, já se aproximava dos afluentes do Rio Zaire que, facilmente, o conduziriam ao Atlântico. "Mártir da Ciência" lhe chamaram. Livingstone, que viria a colher os louros da travessia, mas em sentido contrário, só o conseguiu 55 anos mais tarde! Lacerda e Almeida, nascido e atuante no Brasil, recebeu o grau de doutor e ensinou em Portugal e foi cair, ao serviço da Coroa e da Ciência, no centro de África[15]. "Malhas que o Império tece", escreveu o poeta.

Regressemos ao Brasil, para dizer que também na Segunda Divisão (da foz do Igurei, na região das conhecidas cataratas do Iguaçu, até ao rio Guaporé) não houve demarcações. Toda a questão girou em volta da negação, pela Espanha, da existência do referido Igurei que constava do Tratado, pretendendo substituí-lo por outros rios mais a norte, o que punha em perigo a ligação de São Paulo com Mato Grosso e representava apreciável perda de território. Segundo os portugueses, só quando os demarcadores da Primeira Divisão concluíssem os seus trabalhos com a identificação da foz do Igurei no Paraná, poderia nela começar os seus a Segunda Divisão, sob a direção do Governador de S. Paulo.

Os matemáticos da Segunda Divisão só em 1781 chegaram ao Rio de Janeiro. Tratava-se do bacharel formado Francisco de Oliveira Barbosa, natural do Brasil, e de Bento Sanches de Orta que, tendo frequentado o curso como voluntário, como já se referiu, demonstrara os seus conhecimentos ao pretender ingressar no Exército como engenheiro. Tinham o mesmo vencimento que os doutores, o qual era superior ao de capitão engenheiro. Deveriam permanecer na capital, realizando observações, até que se considerasse próxima a demarcação que lhes competia. Lá permaneceram 7 anos, até 1788, quando seguiram para S. Paulo.

Os seus trabalhos distribuíram-se pela meteorologia, pela astronomia, pelo apoio à cartografia e, ainda pela utilização dos seus conhecimentos em aplicações práticas ou na investigação, tendo sido muitos deles publicados nas Me-

[14] Autor George Atwood. Título em português, "Construcção, e analyse de proposições geométricas, e experiências practicas, que servem de fundamento á architectura naval", Lisboa, 1798.

[15] Almeida–Múrias, 1936; Eça, 1951.

mórias da Academia das Ciências[16] de que ambos foram sócios, enquanto outros se encontram, por exemplo, na Coleção Pombalina da Biblioteca Nacional[17].

Um texto da Universidade Federal do Rio de Janeiro afirma "que a Meteorologia Brasileira teve origem, cientificamente" com as campanhas de medidas meteorológicas destes dois astrónomos. Neste aspeto, foi sobretudo Sanches de Orta que, com uma paciência e perseverança excecionais, fez, durante muitos anos, as medições de variados elementos referentes ao clima e ao tempo, sete vezes por dia, de duas em duas horas, tendo registado longas séries que não serão vulgares, para a época, noutras paragens.

Pelo que toca à astronomia, para além das observações de rotina, fizeram, por exemplo, previsões de eclipses do sol e da lua e da passagem de um cometa, seus horários e desenhos mostrando a forma como iam ser vistos localmente, etc., cruzando depois os dados obtidos com os doutros astrónomos em Portugal.

Como exemplo da determinação da longitude e da latitude de vários pontos referem-se os destinados à elaboração da carta de "Parte da Costa do Brasil"[18], de São Paulo à Ilha de Santa Catarina. Oliveira Barbosa escreveu "Notícias da capitania de S. Paulo"[19], nas quais descreveu a navegação para Mato Grosso e seus rios, cachoeiras, peixes, aves, outros animais, etc.

Sanches de Orta leu na Sociedade Literária do Rio de Janeiro a "Memória sobre a produção do frio artificial", na qual referiu vários químicos e físicos estrangeiros e citou Franklin relativamente à dissolução de sais e à evaporação, mostrando, pelo menos, estar atualizado. De acordo com um professor da Universidade de São Paulo[20], devem-se-lhe as primeiras análises químicas, de âmbito científico, das águas daquela cidade, realizadas em doze fontes, determinando as que eram impróprias para consumo humano ou para outros fins. O seu elogio foi feito na Academia de Ciências pelo versátil matemático, Francisco de Borja Garção Stockler[21], sendo publicado com o de vultos como Martinho de Melo e Castro ou Guilherme de Valleré.

Falta, ainda, fazer referência à Primeira Divisão (da foz do Chuí à foz do Igurei) que foi, de facto, a única a ser percorrida pelas partidas portuguesas e es-

[16] FARRONA, 2001, relaciona e comenta essas Memórias.

[17] Existem trabalhos destes matemáticos nos Códices 633, 642, 686, 721, 753 desta Coleção. No Arquivo Histórico Ultramarino, nos documentos das Capitanias do Rio de Janeiro e de São Paulo, também existem correspondência e trabalhos.

[18] Reproduzida em NUNES–ADONIAS, 1985, pp. 436–437.

[19] Revista do Instituto de História e Geografia Brasileiro, tomo V, 1863, pp. 22–35.

[20] Júlio César Bellingieri, Anais do Museu Paulista, v. 12, 2004.

[21] STOCKLER, 1805.

panholas, não sendo difícil adivinhar os graves desentendimentos verificados entre elas por ser ali que foi imposto um drástico recuo lusitano, em zona várias vezes disputada pelas armas e já ocupada por populações portuguesas muito ativas na procura das terras que permitissem a criação de gado. Martinho de Melo e Castro, ao contrário do que por vezes sucede no futebol, pretendia ganhar no "campo" das demarcações, parte do que se havia perdido na "secretaria" das negociações (ver esboço 2). Do lado espanhol, sobretudo a nível local, também houve ambições sem razão que criaram, posteriormente, problemas com a Argentina que o Brasil independente resolveu a seu contento, através de arbitragem internacional, com o precioso apoio da cartografia e diários dos matemáticos de Coimbra[22].

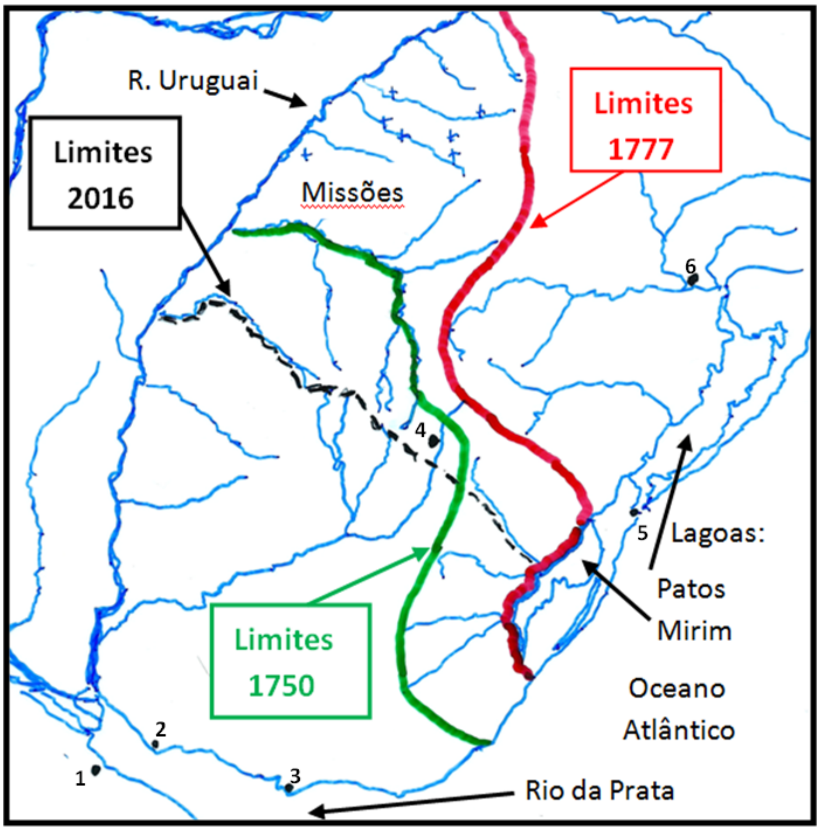
Foram eles o capitão de artilharia Joaquim Félix da Fonseca Manso que, não tendo formalmente terminado o curso, foi nomeado em igualdade de condições com os restantes, e o bacharel formado em matemática José de Saldanha, também bacharel em filosofia.

Só em 1784 tiveram início as demoradas demarcações. Saldanha, que ingressaria no Exército em 1790 como capitão engenheiro, dirigiu a sua partida durante a maior parte do tempo, acumulando as funções de comissário, cartógrafo e astrónomo, em condições de prolongado desconforto. Na outra partida, Fonseca Manso, também não teve uma missão mais cómoda nem mais rápida. Ainda por lá os apanhou a "Guerra das Laranjas" de 1801 da qual resultou a tomada, pelos portugueses, do território dos Sete Povos das Missões[23] e de outros que o Tratado lhes negava mas são hoje do Brasil. Já majores, tanto Saldanha como Fonseca Manso governaram e comandaram as Missões no período de grande tensão que se seguiu.

Fonseca Manso teve a seu cargo, nas demarcações, algumas expedições muito difíceis e perigosas. O facto de operar mais próximo do comissário da sua partida retirou-lhe visibilidade mas não os melhores elogios do Governa-

[22] Foi o caso da "Questão de Palmas", disputa de uma área de 30.000 quilómetros, devido a diferente identificação dos dois rios que a limitavam. Tratava-se de uma inconveniente e perigosa cunha cravada no território brasileiro. Ver RIO-BRANCO, 1945, e várias entradas na Internet.

[23] O território das antigas Missões Orientais do Uruguai, administradas pelas autoridades espanholas a partir da expulsão dos jesuítas, em 1767, era atribuído a Portugal, contra a entrega da Colónia do Sacramento, pelo Tratado de Madrid, disposição anulada em 1761. Em 1777, a Espanha tomou a Colónia definitivamente e impôs limites desvantajosos no Rio Grande do Sul. Assim, logo que conhecida a invasão de Portugal pela Espanha, em 1801, forças locais de baixo escalão e irregulares ocuparam o referido território. Para lhe assegurar governo, montar e conduzir a defesa, foram sucessivamente nomeados os então majores Fonseca Manso e Saldanha que ali se distinguiram como militares. Ver CURADO, 2001 e CURADO, 2002, cujos textos poderão ser enviados por e-mail, a pedido.



Esboço 2: Ideia esquemática da "fronteira de vai e vem" do Sul do Brasil. De salientar o território perdido por Portugal no Tratado de Santo Ildefonso de 1777. A fronteira chegou a estar a norte do canal da Lagoa dos Patos, em 1763, e a apoiar-se no Rio da Prata, em 1818. Os limites atuais são tributários da Guerra de 1811 e da Campanha de Montevideu de 1818.

Legenda	
1 Buenos Aires	4 Forte de Santa Tecla
2 Colónia do Sacramento	5 Vila do Rio Grande
3 Montevideu	6 Forte do Rio Pardo

dor, nas suas atestações de serviços. Faleceu com o posto de coronel, no Rio de Janeiro, em 1814.

José de Saldanha, com uma formação mais diversificada, por ser também bacharel em filosofia natural, e maior autonomia, por ausência do comissário e do engenheiro da sua partida, deixou uma marca melhor conhecida das suas atividades na cartografia, nos diários enriquecidos com referências à história natural e notas etnográficas relativas aos então ainda não estudados índios minuanos, na demarcação de sesmarias e em trabalhos científicos destinados à deteção de novos recursos. Destes são exemplos: uma memória sobre o sal de Glauber, o sulfato de sódio então utilizado na medicina, de que ele descobriu uma mina; trabalhos sobre nitreiras naturais e artificiais; e a pesquisa de madeiras indicadas para a construção naval[24]. O seu prolongado acampamento de 14 anos, no que até aí era um ermo, daria origem a Santa Maria, uma das maiores cidades do Rio Grande do Sul. E não seria justo encerrar estas referências sem mencionar o "Mapa Geral da Capitania"[25] que o erudito escritor local Aurélio Porto definiu como "um trabalho monumental, fortemente documentado por levantamentos geodésicos, e que constitui a pedra fundamental da cartografia rio-grandense". Foi sócio da Academia das Ciências.

Tendo feito jus às maiores recompensas, aliás propostas pelo Governador, foi vítima de uma sorte madrasta e de numerosos erros de uma burocracia incompetente. Faleceu, em 1808, em Porto Alegre, injustiçado em promoções e, até, em vencimentos.

É forçoso concluir.

Nas muitas centenas de páginas de correspondência sobre as demarcações que consultei, não encontrei a mais leve referência a falta de competência dos matemáticos para os trabalhos que lhe foram cometidos no âmbito da astronomia, da cartografia ou de aplicações práticas da ciência. Os comissários e os governadores atestaram-lhes, com entusiasmo, os duros, prolongados e perigosos serviços. A maioria foi chamada a desempenhar funções de governo e outras de grande responsabilidade e pertenceu à Academia Real das Ciências, à qual apresentou os seus trabalhos.

Mais tarde, ao firmar as suas extensas fronteiras com os dez países confi-

[24] SALDANHA, 1938. Na extensa notícia biográfica do Dr. José Saldanha que antecede o Diário Resumido, Aurélio Porto, elucida-nos sobre os seguintes pontos: I As demarcações de limites; II Os demarcadores; III José Saldanha; IV Serviços e obras de Saldanha; V O comando das missões; VI Vida íntima de Saldanha. BARRETO, 1976, lista os trabalhos de Saldanha, pp. 1194–1197.

O manuscrito da Memória sobre o Sal de Glauber está no AHU, Capitania do Rio Grande do Sul, doc. n.º 333, de 10 de maio de 1798.

[25] "Mappa corographico da capitania de S. Pedro (...)", disponível em: `objdigital.bn.br/objdigital2/acervo_digital/div_cartografia/car514619/514619.jpg`.

nantes, a competente diplomacia do Brasil tirou o maior proveito da cartografia, diários e memórias elaboradas pelos engenheiros militares e matemáticos das demarcações, aos quais ficou a dever boa parte dos êxitos que obteve nas negociações bilaterais e no recurso a arbitragens internacionais.

Parece, assim, poder concluir-se que, nas difíceis circunstâncias em que foi criada, a Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra teve Estatutos e Lentes iniciais adequados à formação dos técnicos de que a Coroa carecia. Nesse aspeto a Reforma satisfez. De acordo com o método do Livro de Ezequiel, os bons frutos indicavam ser boa a árvore. Já pelo que respeita à investigação, também prevista nos Estatutos, decisões exteriores afetaram-lhe a eficácia.

Obra de três raças, foi contudo aos portugueses, nascidos na Europa ou na América, a quem coube a direção dos penosos trabalhos que garantiram as dilatadas fronteiras do Gigante, quarto maior país do mundo de superfície contínua.

Salve Brasil!

Fontes e bibliografia

Fontes manuscritas

Consultada avultada documentação, que não é viável aqui relacionar, nas seguintes instituições: Arquivo Central de Marinha, Arquivo Histórico Ultramarino, Arquivo Nacional da Torre do Tombo, Arquivo da Universidade de Coimbra e Biblioteca Nacional (Reservados).

Fontes impressas

Coleção II Centenário da Reforma Pombalina, Por ordem da Universidade, Coimbra, 1972.

Tratado preliminar de paz, e de limites na América Meridional (...), Lisboa, Na Régia Officina Typografica, 1777.

Bibliografia

ADONIAS, Isa, *A cartografia da Região Amazónica, Catálogo descritivo (1500–1981)*, Rio de Janeiro, Instituto Nacional de Pesquisas da Amazónia, 2 vol., 1963.

ALMEIDA, Francisco José Lacerda e, HOLANDA, Sérgio Buarque, *Diários de viagem de Francisco José de Lacerda e Almeida*, Rio de Janeiro, Imprensa Nacional, 1944.

Almeida, Francisco José de Lacerda e, Múrias, Manuel, *Travessia de África*, Lisboa, Agência Geral das Colónias, 1936.

Barreto, Abeilard, *As primeiras investigações científicas no Rio Grande do Sul*, Revista do IHGRGS, v. I, 1937, pp. 111–162.

——, *Bibliografia Sul-Riograndense*, Rio de Janeiro, Conselho Federal da Cultura, 1976.

Castro, Duarte Vaz Pinto F. S. Pereira e, *Subsídios para o estudo da execução do Tratado de Limites no Sul do Brasil e durante o governo de D. Maria I*, tese de licenciatura na Faculdade de Letras de Lisboa, policopiada, 1956.

Corrêa Filho, Virgílio, "Luiz de Albuquerque (Fronteiro Insigne)", *Anais do Terceiro Congresso de História Nacional 1938*, 5.º v., IHGB, 1941, pp. 169–251.

——, "Guaporé factor geopolítico", *Anais do Congresso Comemorativo (...) transferência da sede do Governo do Brasil (...)*, 2.º v., IHGB, 1966a, pp. 55–143.

——, "Fronteira Meridional. Frustrações de tentativas demarcatórias", *idem*, 1966b, pp. 146–255.

Cortesão, Jaime, *História do Brasil nos velhos mapas*, Rio de Janeiro, Instituto Rio Branco, tomo II, 1971.

——, *idem,* Lisboa, Imprensa Nacional Casa da Moeda, 2009.

Curado, Silvino da Cruz, "A Guerra de 1801 no Brasil", *Actas do XI Colóquio de História Militar*, Lisboa, CPHM, 2001.

——, "Alguns pontos polémicos na História da Guerra de 1801 no Brasil", *Revista do Instituto de Geografia e História Militar do Brasil*, n.º 88, 2002, pp. 100–118.

Domingues, Ângela, *Viagens de exploração geográfica na Amazónia em finais do século XVIII: política, ciência e aventura*, Lisboa, Região Autónoma da Madeira, 1991.

Domingos, Flávia Kurunczi, *Os diários de viagem de António Pires da Silva Pontes: ciência e diplomacia no interior da América Colonial portuguesa*, ANPUH, 2007. Disponível na Internet.

Eça, Filipe Gastão de Almeida, *Lacerda e Almeida, escravo do dever e mártir da ciência: apontamentos históricos, biográficos e genealógicos*, Lisboa, 1951.

FARRONA, A. M. M., e outros, "The meteorological observations of Bento Sanches Dorta, Rio de Janeiro, Brazil: 1781–1788", *Climate Change*, 2012. Disponível na Internet.

FARRONA, Ana Maria Marin, *Bento Sanches Dorta representante portugués del progresso científico de la Ilustración*, Dissertação de mestrado na FC/UL, 2011. Disponível na Internet.

FERRÃO, António, *A reforma pombalina da Universidade de Coimbra e a sua apreciação por alguns eruditos espanhóis*, Coimbra, Imprensa da Universidade, 1926.

FERREIRA, Nuno Alexandre Martins Ferreira, tese de doutoramento *A institucionalização do ensino da náutica em Portugal (1779–1807), Anexo V - Dicionário biobibliográfico da produção científica de professores das academias náuticas de Lisboa e Porto*, FL/UL, 2013, pp. 38–44. Disponível na Internet.

GARCIA, João Carlos (Coord.), *A mais dilatada vista do Mundo. Inventário da colecção cartográfica da Casa da Ínsua*, Lisboa, CNPCDP, 2002.

GESTEIRA, Heloisa Meireles, "Observações astronómicas e físicas no Rio de Janeiro setecentista (1781–1787)", *Boletim 5 da SBHC*, 2016. Disponível na Internet.

GUERREIRO, Inácio, "Fronteiras do Brasil Colonial. A cartografia dos limites na segunda metade do século XVIII, *Oceanos* 40, 1999a, pp. 32–42.

——, *Os tratados de delimitação do Brasil e a cartografia da época*, Lisboa, Chaves Ferreira Publicações, 1999a.

MAGALHÃES, Joaquim Romero (coord.), *Cartografia e diplomacia no Brasil do século XVIII*, Lisboa, CNCDP, 1997.

NUNES, José Maria de Souza, ADONIAS, Isa, *Real Forte Príncipe da Beira*, Rio de Janeiro, Fundação Emílio Odebrecht, 1985.

PORTO SEGURO, Barão de (Francisco Adolfo de Varnhagen), "Dr. Francisco José de Lacerda e Almeida", *Revista do IHGB* 36, p. II, 1873, pp. 177–184.

——, "Dr. António Pires da Silva Pontes Leme, *Revista do IHGB* 36, p. II, 1873, pp. 184–187.

REIS, Arthur Cezar Ferreira, *Lobo d'Almada um estadista colonial*, Manaus, Estado do Amazonas, 1940.

——, "Limites e Demarcações na Amazónia Brasileira. A Fronteira com as Colónias Espanholas. O Tratado de S. Ildefonso", *Revista do IHGB*, v. 244, 1959, pp. 3–103.

Rio-Branco, Barão do, *Questões de limites: República Argentina*, Rio de Janeiro, Ministério das Relações Exteriores, 1945.

Saldanha, José de, Porto, Aurélio (notícia biográfica), "Diário resumido do Dr. José Saldanha", *Anais da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro*, v. LI, 1938.

Soares, José Carlos de Macedo, *Fronteiras do Brasil no regime colonial*, Rio de Janeiro, Imprensa Nacional, 1944.

Stockler, Francisco de Borja Garção, *Ensaio histórico sobre a origem e progressos das matemáticas em Portugal*, Paris, 1819.

——, "Elogio de Bento Sanches de Orta", *Obras*, Lisboa, Academia Real das Ciências, v. 1, 1805.

Vaquero, J. M., Trigo, R. M., "Results of the Rio de Janeiro magnetic observations 1781-1788", *Annales Geophysicae* 23, 2005. Disponível na Internet.

Veiga, Afonso Costa Santos, *Luís de Albuquerque de Mello Pereira e Cáceres, Governador e Capitão-General de Cuiabá e Mato Grosso*, Arouca, Edição "R. I. R. S. M. A.", 2.ª ed., 2001.

Arquitectura e Matemática em Portugal no séc. XVI. Do *Tratado de Arquitectura* de António Rodrigues (c. 1576)

João Pedro Xavier
Faculdade de Arquitectura da U. Porto
jxavier@arq.up.pt

Resumo: O *Tratado de Arquitectura* (BN, códice 3675), atribuído a António Rodrigues e datado de 1576 e a sua 2.ª versão (BPMP, Ms. 95), datada de 1579 (Moreira, R., 1982), inscrevem-se na tradição dos tratados renascentistas, por sua vez referenciáveis ao texto fundacional de Vitrúvio, *De Architetura Libri Decem* (século I a. C.). Nestes tratados, para além da definição do arquitecto como um especialista do generalismo, implicando o domínio das variadas áreas disciplinares que concorriam e concorrem para o exercício do ofício, era obrigatória a existência de um livro (ou capítulo) sobre *geometria* e de outro sobre *perspectiva*, sendo esta última 'ciência' a grande novidade introduzida a partir das experiências pioneiras de Brunelleschi (1377–1446) e dos frescos de Masaccio (1401–1428). É objectivo desta comunicação dar conta dos temas fundamentais dos livros de geometria e perspectiva que, na linha da literatura congénere, integram o *Tratado de Arquitectura* de António Rodrigues. Alguns edifícios singulares, realizados em Portugal, ilustrarão a relevância do conhecimento da *geometria* — com destaque para o tema da proporção e da quadratura — e da perspectiva — instrumento de representação susceptível de evocar a experiência visual do espaço e a favor da afirmação da qualidade da sua estruturação geométrica — evidenciando a relevância da matemática na concepção e concretização da obra arquitectónica neste período particular da história da arquitectura.

A abordagem que propomos ao tema da relação da arquitectura com a matemática no século XVI terá como referencial a produção teórica e a obra arquitectónica de António Rodrigues (c. 1525?–1590).

A razão da escolha resulta da reavaliação do papel desta personagem, despoletada pela investigação de Rafael Moreira (*op. cit.*), que permitiu elevar o seu estatuto ao primeiro plano da arquitectura portuguesa. Na verdade, bastaria ter notado a excepcionalidade de ter sido arquitecto-mor do reino, com Dom Sebastião, em 1565, sucedendo a Miguel de Arruda, e, a partir de 1575, mestre das obras das fortificações, após a morte de Afonso Álvares, acumulando ambos os cargos durante 15 anos.

Mais do que isto, porém, lhe foi reconhecido. Em termos de obra começou a desenhar-se um quadro consistente de realizações, com destaque para a capela das Onze Mil Virgens de Alcácer do Sal, bem como a autoria, por proposta do mesmo Rafael Moreira, de um *Tratado de Arquitectura* — o códice 3675 da Biblioteca Nacional de Lisboa —, datável de 1576, e do manuscrito Ms. 95 da Biblioteca Pública Municipal do Porto, de 1579, denominado *Proposições Matemáticas*, podendo o segundo ser considerado uma versão, destinada ao prelo, do primeiro.

O códice da Biblioteca Nacional é um *Tratado* ligado "às origens do ensino e da teorização da Arquitectura no nosso país", tendo servido como suporte da "Lição de Arquitectura Militar", que terá começado a funcionar a partir de 1573, sob a responsabilidade do Mestre, no Paço da Ribeira (Moreira, 1982).

> "Paralelamente às lições de Matemática e Cosmografia de Pedro Nunes, António Rodrigues aí ensinaria aos jovens fidalgos, destinados à carreira das armas e da governação, as noções elementares de Geometria aplicada ao desenho arquitectónico e à perspectiva, os princípios teóricos da Engenharia e da Fortificação, os métodos e segredos da arte de edificar bem e barato como convinha ao serviço do rei" (Moreira, *op. cit.*, pp. 75–76).

Note-se que este conjunto de lições, onde também participava o humanista João Baptista Lavanha (1550–1624), terá inspirado o programa de estudos da Academia Real Mathematica, fundada por Filipe II em Madrid e dirigida por Juan de Herrera (1530–1597). Em 1594, por ordem deste soberano, então Filipe I de Portugal, as lições de arquitectura são retomadas no Paço da Ribeira, cabendo a Filippo Terzi (1520?–1597) e ao mesmo Lavanha a sua orientação, havendo no início apenas três "lugares de estudar arquitectura".

Como qualquer tratado de arquitectura da época, o códice da Biblioteca Nacional integra um "Livro de Geometria" e um "Livro de Perspectiva", sendo esta última matéria a grande novidade trazida com o Renascimento [Figura 1]. Ainda assim, será a partir do "Livro de Geometria" que estruturaremos o discurso, recorrendo ao "Livro de Perspectiva" quando for oportuno relevar a importância desta forma de representação do espaço na arte de projectar a "nova" arquitectura, a qual, se dizia à 'antiga', ou seja, à romana (clássica), por contraponto à 'moderna', a arquitectura tardo-gótica considerada caduca.

Ser esperto na Geometria, já que "não se pode fazer nada sem hela", e saber de Música, para entender as proporções das vozes, "porque por estas porposoyse etemdera as proposois que am de ter seus edefisios" são, segundo António Rodrigues, duas das condições indispensáveis, ou partes, para quem "hou-

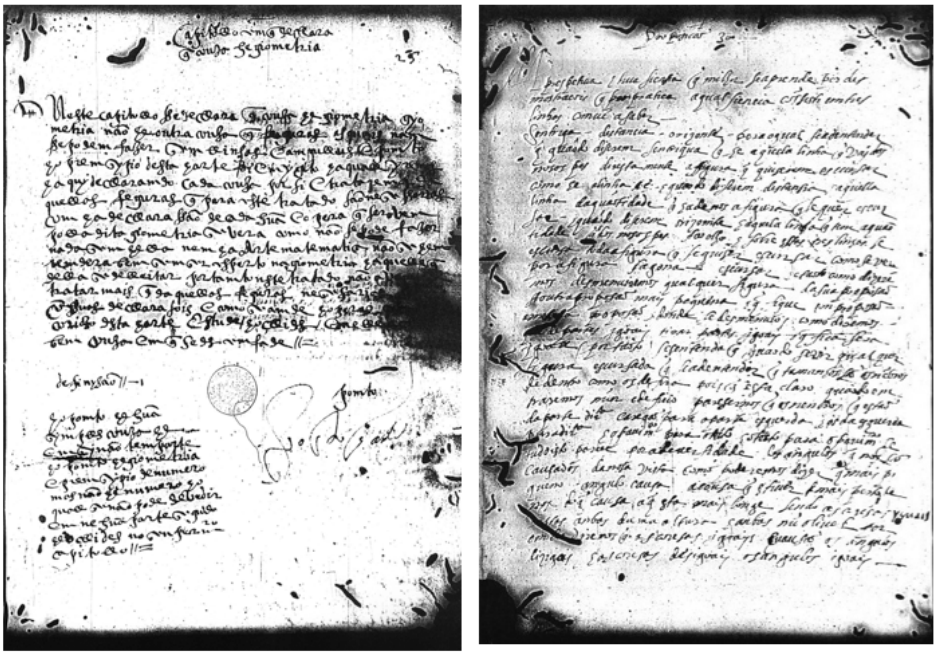


Figura 1: No códice 3675 da BN o "Livro de Geometria" (esquerda) ocupa os fólios 25r–44r e o "Livro de Perspectiva" (direita) os fólios 44v–68r.

ver de fazer profição de arquiteto" (BN, códice 3675).[1] Outras são as demais disciplinas do *quadrivium*, a Aritmética e a Astronomia, e que, com estas, compõem a Arte Matemática. Mas, de todas, é iniludível o primado da Geometria no conhecimento e exercício desta Arte.

"Gyometria não he outra couza que feguras, as quais nam se podem fazer sem linhas, e amgulos, e pomto…" — refere António Rodrigues. É precisamente pelo ponto que se iniciam as definições do *Capitolo* (ou Livro) em que se "declara que couza he Giometria". Depois a linha. A seguir, duas linhas… Que podem ser paralelas, mas que, caso o não sejam, formarão um ângulo. Note-se um caso particular: o ângulo direito (ou recto). Com três linhas, formando ângulos, chega-se ao triângulo, a primeira das figuras poligonais ou direitas. Porque há as convexas e as côncavas no âmbito das quais se enquadra o círculo. Este só será perfeito se obedecer a três condições: ter um centro, ser definido por uma circunferência ("ha qual não tem premsypio nẽ fim") e se desse centro

[1]Tanto estas, como as demais citações em português arcaico, são retiradas deste códice, com a excepção das assinaladas no texto como provenientes do Manuscrito *Proposições Matemáticas* (BPMP, Ms. 95).

a qualquer ponto da circunferência corresponder a mesma distância, ou seja, o raio. Perfeito será também o triângulo de três lados iguais e três ângulos iguais, bem como o quadrado, de quatro lados iguais e quatro ângulos iguais.

Porque o rombo (ou losango) já não o será, por não cumprir a condição da igualdade dos ângulos, nem tampouco o tetrágono longo (ou rectângulo), por falta de igualdade dos seus lados.

Mas relativamente às figuras, mais do que conhecê-las, importa saber construí-las com régua e compasso, primeiro no papel de desenho, depois, multiplicada a escala, sobre o terreno dando cumprimento à *pramta*, ou então, materializadas em traços desenhados sobre um plano vertical fictício que dará lugar a uma fachada delineada na *montea* e/ou à secção do edifício definida no *perfice*. Porque é a finalidade prática da Geometria, a arte de construir no caso, que comanda a ordenação dos saberes: "trataremos daquelas feguras que para este tratado são nesessarias com ha declarassão de cada hũa e o pera que servem". Geometria sim, mas quanto baste. Para quem quiser saber mais fica a recomendação: "quem for coriozo desta harte estude Hoclides, e nele achará bem couza em que se desemfade".

O círculo, sabemo-lo bem, define-se com uma volta completa do compasso. Assumimo-lo na mão de Deus enquanto arquitecto do universo (Murtinho, 2004, p. 107) e emprestámo-lo ao homem para, como arquitecto terreno, desenhar a cidade ideal e a casa divina. Assim terá desenhado Rodrigues, em planta, a projecção da cúpula, qual abóbada celeste, do espaço sepulcral da capela das Onze Mil Virgens, bem como o semicírculo correspondente à sua secção transversal [Figura 2]. Para atingir a translucidez que a torna mágica, terá sido decerto o corte ou perfil, a *parete di dentro* como diria Raffaello di Sanzio, que o ajudou a definir o calibre da concha de mármore rosa de Estremoz de que é feita, até mínimos quase impensáveis. Assim, também, Diogo de Castilho (finais do século XV–1574) e João de Ruão (1500–1580) prefiguraram a igreja de São Salvador dos Agostinhos da Serra do Pilar e o seu claustro, alinhando dois espaços cilíndricos, num sábio jogo de complementaridade, o primeiro coroado com uma cúpula celeste fictícia, feita à imagem do Panteão de Roma, o segundo aberto para o céu real, enquanto Diogo de Torralva (1500–1566) viria a preferir explorar a ambiguidade resultante da intersecção de dois espaços cilíndricos e respectivas cúpulas hemisféricas, na capela de Santo Amaro em Alcântara.

No círculo, como sabemos, podemos inscrever todo o polígono regular, que estará condenado à centralidade por filiação genética, desde um número infinito de lados, situação em que o polígono coincide com o próprio círculo, ao número mínimo de três, onde o polígono é o triângulo perfeito (ou equilátero).

Figura 2: Capela das Onze Mil Virgens, Alcácer do Sal (anterior a 1565), de António Rodrigues

Sabemos como é fácil inscrever o triângulo perfeito no círculo. Basta manter a abertura do compasso. Mas também é possível construí-lo a partir de um lado, conforme descreve António Rodrigues, seguindo Euclides (c. 360–300 a. C.), desenhando dois círculos com centro nos seus extremos e raio igual ao lado, garantindo, deste modo, a equidistância dos vértices. A forma resultante da intersecção desses círculos geradores do triângulo perfeito, que pode ser construído para um ou para o outro lado da base, veio a chamar-se *vesica piscis* tornando-se um símbolo de Deus, como o triângulo, aliás, se associou desde logo à Trindade. Daí que a *vesica* tenha servido para dar forma à nave de muitas basílicas, sobretudo medievais, através do rectângulo que a circunscreve, cuja relação dos lados é de $1:\sqrt{3}$, ou de espaços urbanos como é o caso paradigmático da Praça de São Pedro de Roma (Borsi, 1980), se bem que, genericamente, todas as configurações derivadas do triângulo equilátero e, em particular, as hexagonais, tenham sempre implícita esta razão. Não é o caso de nenhum dos templos projectados por Rodrigues. Mas, ainda assim, é possível detectar a presença significativa do triângulo equilátero na capela das Onze Mil

Virgens na definição do perfil do cone que circunscreve o zimbório que remata a cúpula do sepulcro.

A seguir ao triângulo vem o quadrado perfeito. Rodrigues não explica o procedimento para a sua inscrição no círculo. Talvez porque a construção, a partir das linhas deangulares (ou diagonais), decorre das anteriores. Curiosamente, vai ser a diagonal do quadrado que lhe vai servir para comprovar o teorema da geometria euclidiana referente à soma dos ângulos internos de um triângulo. Rodrigues diz-nos que uma diagonal corta um quadrado em dois triângulos. Tratam-se, na verdade, de dois triângulos rectângulos isósceles, diríamos hoje. Como a diagonal é a bissectriz do ângulo formado por dois lados do quadrado resulta que os ângulos iguais do triângulo terão necessariamente 45°, sendo a soma dos ângulos internos, $2 \times 45° + 90°$, igual a 180°. No caso geral, exposto na proposição imediatamente anterior, é interessante verificar que a prova é dada com base na transposição e soma das medidas dos três ângulos com o compasso para um semicírculo, de modo a perfazer dois ângulos rectos. Ou seja, a demonstração teórica, acessível nos *Elementos* de Euclides, é preterida face à comprovação empírica, colhida nos manuais de geometria prática. Nesta mesma linha se enquadra o recurso a construções aproximadas, inevitáveis quando se intenta dar solução a problemas insolúveis com régua e compasso, como sejam, a do traçado da figura heptágona inscrita numa circunferência ou da quadratura do círculo.

O quadrado, forma claustral por excelência e por regra (podendo ser a excepção que a confirma o claustro circular de Ruão e Castilho) e, por extensão, da praça central da cidade quando não da própria cidade, será porventura, também, a forma-base mais procurada para configurar templos de planta centralizada. Primeiro, devido à sua ligação especial com o círculo que começará, provavelmente, no mito da sua quadratura. Depois, devido à sua capacidade de articulação, sobretudo associativa, assumindo-se como módulo referencial de estruturas mais complexas. Todo o polígono regular se relaciona com o círculo, está visto. Tal como todo o poliedro regular (ou platónico) e semi-regular (ou arquimediano) se relaciona com a esfera. Mas o quadrado e o círculo, e as suas extensões tridimensionais, o cubo e a esfera, têm de facto uma ligação misteriosa e secreta que foi amplificada pela sua associação às dimensões do corpo humano, tendo sido Vitrúvio o transmissor desse vínculo que ganhou dimensão universal sobretudo com a tratadística do Renascimento e a sucessiva aparição de edições impressas, fatalmente interpretativas, do *De Architectura*, a que não faltavam figurações bem diversas para o homem vitruviano. De entre elas merece destaque a da majestosa edição de Cæsare Cesariano (1475–1543) de 1521, não só pela sua qualidade gráfica e pertinência geométrica como pelo

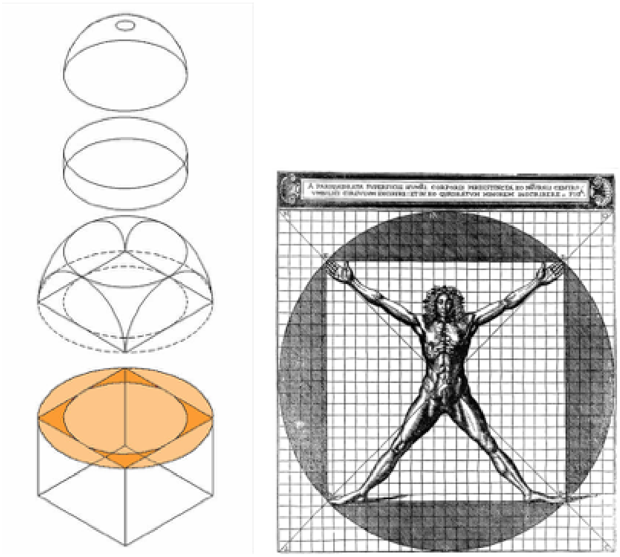


Figura 3: Decomposição volumétrica do espaço sepulcral da capela das Onze Mil Virgens e respectiva projecção horizontal |
Homem Vitruviano. Cesariano, 1521

comentário que a acompanha em que se afirma que, com a figura vitruviana, através da simetria dos membros do corpo humano, é possível medir todas as coisas do mundo e, naturalmente, o templo.

Ora a capela das Onze Mil Virgens e, concretamente, o espaço do sepulcro de Dom Pedro Mascarenhas, é um espécime perfeito de uma família de obras-primas — que inclui, entre outras, as capelas Medicis em San Lorenzo, de Brunelleschi e de Michelangelo (1475–1564) — comensuradas à exacta medida do corpo. Com efeito, a matriz *ad quadratum* e *ad circulum*, aferida ao homem, sinteticamente condensada no desenho de Cesariano, pode ser encarada como a tradução planimétrica da articulação de um volume cúbico com um volume esférico (ou hemisférico), através do sistema de pendentes (ou triângulos esféricos), expressa em projecção horizontal na relação do quadrado com o círculo e na sucessão proporcional que ela desencadeia [Figura 3]. Mas António Rodrigues não ficou por aqui e quis, realmente, que esta unidade tipológica marcante da arquitectura renascentista fosse perpetuada pelo seu Tratado. Assim, na Proposição 42 do seu "Livro de Perspectiva", apresenta-nos uma planta *escursada*, pela primeira regra, de um *edefício* quadrado, onde se denota a presença de uma elipse-círculo circunscrita ao trapézio-quadrado, que uma vez

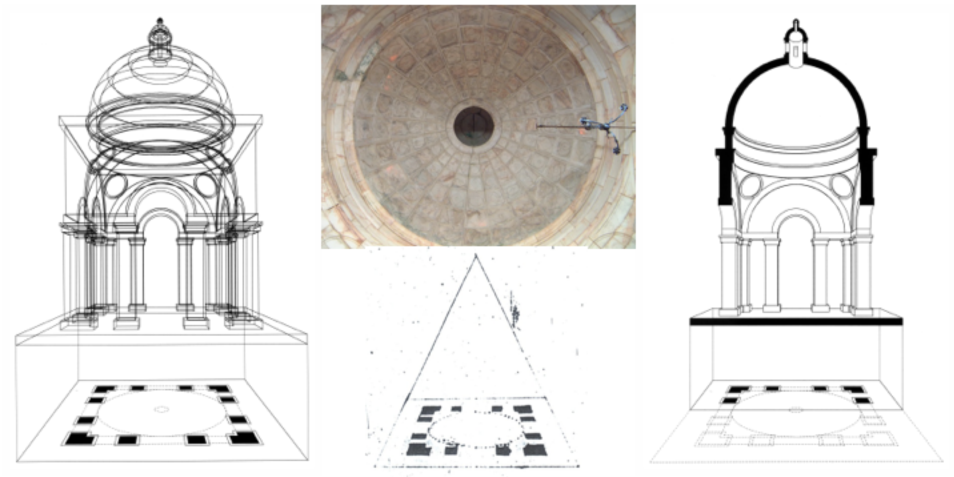


Figura 4: Reconstituição do *edeficio quadrado* da Proposição 42 do "Livro de Perspectiva", através do *escurso* da sua planta e fotografia *di sotto in su* da cúpula da capela das Onze Mil Virgens

elevado, nos revelaria, com a *forza* irresistível *delle linee e degli angoli* da perspectiva, um espaço centralizado, resultante da articulação de um cubo e de uma esfera, muito próximo, claro está, da capela sepulcral do templo de Alcácer (Xavier, 2006) [Figura 4].

Igualmente perfeitos são os quadrados das naves da igreja de Santa Maria do Castelo de Estremoz, da capela do Paço de Salvaterra, da Sala dos Reis do Mosteiro de Alcobaça ou do oratório do Convento de Cristo, réplica da sala quadrangular "tetrástila" vitruviana, entre outros exemplos que poderíamos ilustrar.

O reportório de polígonos regulares, constantes do "Livro de Geometria", construídos a partir da sua inscrição no círculo, conta ainda com o pentágono, o hexágono, o heptágono e o octógono. No "Livro de Perspectiva" aparece também o polígono regular de 16 lados, tal como no "Livro" homónimo de Sebastiano Serlio (1475–1554), cuja construção deriva do octógono.

Prioritariamente, o campo de aplicação destes polígonos deveria ser a arquitectura militar já que, inicialmente, o Tratado era destinado ao fortificador, ou seja, ao arquitecto ou engenheiro militar, sendo depois corrigido para se dirigir genericamente ao arquitecto, cujo perfil importava sedimentar. E, de facto, facilmente os encontramos, sem excepção, no desenho iconográfico de cidades fortificadas, cidadelas ou praças militares, tal como acontece com *I Quattro Primi Libri di Architettura* (1554) de Pietro Cataneo (1510–1574), uma das referências principais de Rodrigues, texto este que dá continuidade a uma tradição iniciada com Filarete (1400–1469) e Francesco di Giorgio Martini (1439–1501). Melhor prova obteríamos fazendo um périplo pelas cidades de colonização que fomos edificando nesse mundo que ajudámos a descobrir, onde reconheceríamos a pertinência deste reportório formal associado à ideia de cidade perfeita, superior e robusta, sedutora e ameaçadora, conforme ao estatuto do conquistador. A maior parte das vezes, porém, este ideal de cidade reflectido nesta pureza formal era corrompido pelos acidentes geográficos e topográficos do melhor lugar, situação com que o pragmatismo, bem português, soube lidar sem sobressalto e até com vantagem, acabando esta "arte" de adaptação ao sítio por ser objecto de teorização e definição metodológica, justamente no *Método lusitânico* (1680) do fundador da Aula de Fortificação, Luís Serrão Pimentel (1613–1679), onde para além das fortificações das praças regulares importava saber desenhar as irregulares.

Mas, como é sabido, talvez com a excepção do pentágono e do heptágono, não é difícil encontrar na arquitectura civil e religiosa exemplos de utilização destas formas na configuração de espaços centralizados, actuando isoladas ou em conjugação. Poderemos evocar, a título de exemplo, a igreja de São João da Foz, cuja capela-mor se individualiza como um pequeno templo de planta hexagonal, a igreja do convento de Bom Jesus de Valverde, cuja matriz planimétrica é uma malha semi-regular constituída por octógonos e quadrados ou a capela do Paço de Salvaterra onde a planta quadrada da nave circunscreve uma cúpula octogonal. Já exemplos de utilização da forma pentagonal, fora da arquitectura militar, só os encontraríamos no estrangeiro, recorrendo a Peruzzi (1481–1537), e a partir dele a Serlio, ou então, em Vignola (1507–1573), mas sempre em situações muito excepcionais.

É o próprio *Tratado* que desfaz quaisquer dúvidas relativamente ao uso preferencial do pentágono pela arquitectura militar, já que é essa a forma do forte de que se apresentam vários desenhos, mostrando diferentes detalhes de um baluarte, como facilmente se comprova verificando que os ângulos formados pelos seus lados são de 108°. Com efeito, a forma *petagona* para além de ter, sob o ponto de visto geométrico, propriedades singulares devido à sua conexão com a proporção áurea — divina para Luca Pacioli (1445–1510) — mereceu reconhecida preferência na construção de fortificações, mais por questões simbólicas, pelo ideal de perfeição que representava, do que propriamente funcionais. Sinal inequívoco da perenidade desta associação será o facto de o pentágono ser a forma-nome do edifício que serve nos dias de hoje de quartel-general da defesa americana.

De qualquer modo, o pentágono teria à época uma aura de inexpugnabi-

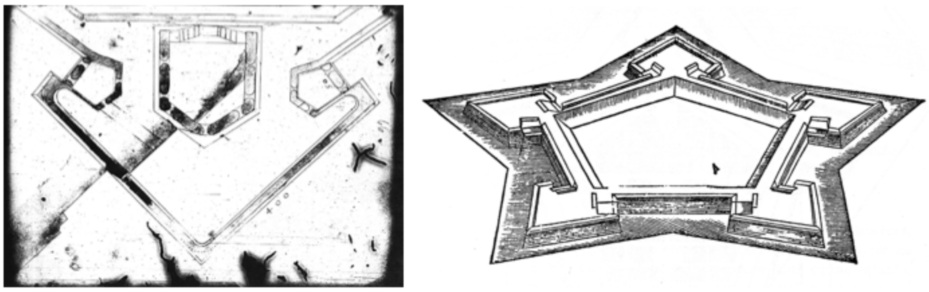


Figura 5: "Livro de Perspectiva", fol. 66r | *Alzato tirato per ordine di prospettiva* de uma *città pentagonale equilatera* — Pietro Cataneo, 1554

lidade decerto derivada das suas propriedades geométricas, que explicará a atenção particular que lhe é dada, quer no "Livro de Geometria", quer no de "Perspectiva". A construção do pentágono inscrito não é a de Euclides, mas sim a construção mais comum, que ainda usamos, e que também se encontra em Cataneo, Serlio, Dürer (1471–1528) ou Pacioli (1447?–1517)/Piero della Francesca (1415–1492). Não é feita qualquer menção à sua relação com a divina proporção, nem mesmo quando se utiliza para a determinação da amplitude dos ângulos dos lados do pentágono três triângulos inscritos isósceles, um com base igual ao lado do pentágono e dois lados correspondentes à diagonal, e os outros dois com base na diagonal e lados iguais ao lado do pentágono, ou seja, os dois triângulos conhecidos actualmente como triângulos de ouro.

No "Livro de Perspectiva" é ensaiada a perspectiva do pentágono e adivinha-se que a pretensão seria a de chegar a um resultado idêntico ao de Pietro Cataneo no *alzato tirato per ordine di prospettiva de uma città pentagonale equilatera*, afinal muito idêntica à que o próprio Tratado inclui conforme atestam as representações planimétricas que o integram [Figura 5].

Para Cataneo além das definições das figuras regulares mencionadas, que implicam os procedimentos construtivos para as desenhar no plano, há ainda uma outra família de figuras que também são alvo da atenção particular de António Rodrigues: os rectângulos. Segundo a definição, o rectângulo, ou tetrágono longo como lhe chama, é uma figura de direitos ângulos que não tem os lados iguais, "porque he mais cõprida que larga". Se os tivesse seria um quadrado perfeito, como é claro. Mas então, se, no rectângulo, há um excesso do comprimento face à largura, porque não quantificá-lo, elegendo o quadrado como módulo? E porque não cuidar especialmente daqueles rectângulos em que esse excesso corresponde a uma parte bem determinada do quadrado? Pois é justamente a partir desta filiação genética relativamente ao quadrado

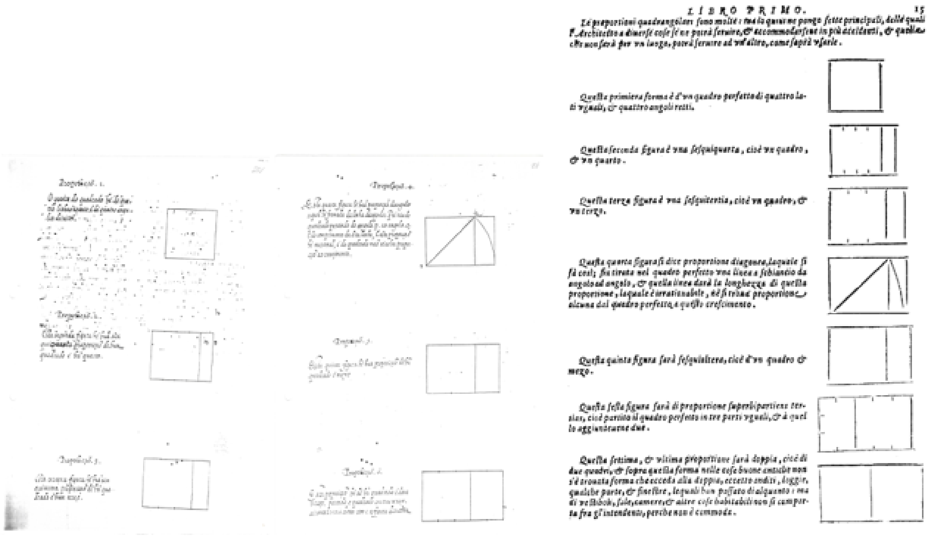


Figura 6: "Livro de Geometria", fol. 25v_fol. 26r (BPMP, Ms. 95), 1579 | Serlio — "Libro Primo", 1545

que os rectângulos serão classificados em função do excesso em causa. Era assim à época, e continua a ser. Aliás, a passagem do "Livro de Geometria" de 1579, onde constam as "proposições" sobre os rectângulos, é praticamente decalcada do "Livro de Geometria" de Serlio, um barómetro seguro do leque de saberes necessário ao "novo" arquitecto [Figura 6].

O ponto de partida é, então, o quadrado, cuja relação entre os lados se exprime matematicamente na razão de 1 : 1. O rectângulo que se lhe segue corresponde a uma "sexquiquarta proposição [*sic*] de hum quadrado e hũ quarto", ou seja, ao rectângulo 5 : 4. O terceiro é uma *sexquitertia* proporção de um quadrado e um terço: o rectângulo 4 : 3. O quarto é gerado tomando a deangular (diagonal) do quadrado como lado maior, ou seja, é o rectângulo 1 : $\sqrt{2}$. Rodrigues dá nota da sua particularidade referindo que esta "proporção he razional, e do quadrado não se acha proporção ao crescimento". Trata-se, na verdade, de um irracional mas ainda não é dessa forma que se identifica. O quinto rectângulo é um quadrado e meio, o rectângulo 3 : 2. Curiosamente, a partir daqui deixa de seguir a terminologia anterior e, por conseguinte, não refere que esta seria uma proporção *sexquialtera.* O mesmo acontece no sexto caso, um quadrado e dois terços, ou seja, o rectângulo 5 : 3, que corresponderia a uma proporção *superbipartienstertias.* Conclui com o quadrado duplo, o rectângulo 2 : 1, que seria o *duplus.*

Aparte o rectângulo $\sqrt{2}$, cujas propriedades matemáticas são interessantes *per se* (depois do quadrado trata-se do primeiro elemento da série de rectângulos dinâmicos ou incomensuráveis), todos os demais rectângulos escolhidos (que são rectângulos estáticos ou comensuráveis) merecem destaque por serem passíveis de tradução em termos de intervalos musicais bem definidos, considerando que a relação do comprimento com a largura, expressa numa razão de dois números inteiros, corresponde a divisões inteiras do monocórdio. Concretamente, a relação de $1:1$, que realmente não é divisão nenhuma, corresponde ao uníssono; se pinçarmos a corda do monocórdio e, a seguir, a dividirmos numa relação de $3:2$ e a pinçarmos de novo, será produzido um som situado uma quinta, ou diapente, acima do primeiro; a divisão $4:3$ dará uma quarta, ou diatesserão; a $5:4$ uma terceira maior; a $5:3$ uma sexta maior; a $2:1$ uma oitava, ou diapasão.

É neste sentido que se percebe o apelo de Rodrigues para que o arquitecto fosse músico. Porque ao entender a proporção das vozes entenderia as proporções que haveriam de ter os seus edifícios! Era este o objectivo: dimensionar os espaços segundo determinados intervalos musicais. Desse modo se conferiria musicalidade aos edifícios, em linha com a tradição, que vai de Leon Battista Alberti (1404–1472) a Friedrich Schelling (1775–1854), de considerar a arquitectura como música congelada ou petrificada (Hersey, 2000), sendo esta musicalidade, ademais, um dos factores determinantes da sua beleza, por ser também a forma de reflectir a harmonia musical inerente ao próprio universo.

Se é indiscutível que a linguagem dos arquitectos era a dos músicos, e vice-versa, se não releia-se o *Memorandum* (Wittkower, 1995), do frade veneziano Francesco Giorgi (1466–1540) para San Francesco della Vigna (1535), a verdade é que, aparte aquele apelo, não se denota nos Livros de Rodrigues qualquer exploração explícita desta interdependência, se bem que exista uma referência reveladora, logo na primeira definição do "Livro de Geometria" de 79, ao famoso teórico renascentista da música Franchino Gaffurio (1451–1522), considerado um especialista em questões de arquitectura pelos seus contemporâneos. Lembre-se a sua requisição como consultor das obras da catedral de Milão. Da sua obra *Theorica musicae*, de 1492, ficou célebre a gravura quadripartida ilustrativa da descoberta das consonâncias musicais. Estas são as consonâncias que Alberti adoptou, no *Re Aedificatoria* (1550), no elenco das *areae* a seguir para garantir a consonância dos espaços, selando, por esta via, o casamento da música e da arquitectura. Note-se porém que, para além do uníssono, do diapasão, do diapente e do diatesserão que envolvem os números musicais, 1, 2, 3 e 4, e constituem o *tetractys* pitagórico (para os pitagóricos o *tetractys* é a figura numérica que expressa a soma dos quatro primeiros números, $1+2+3+4=10$, sendo entendida como a origem de todas as coisas), a que Platão (427–347 a.C.) emprestou toda a sua autoridade, Rodrigues considera também a terceira e a sexta maiores, que implicam o número 5, intervalos igualmente consonantes que não estão contemplados no sistema musical grego mas são facilmente explicáveis à luz dos novos desenvolvimentos da teoria musical ocorridos no século XVI.

A capela das Onze Mil Virgens é um excelente exemplo de aplicação destas consonâncias. Em primeiro lugar das consonâncias pitagórico-platónicas. De facto, é a partir dessas consonâncias que se joga o dimensionamento matricial da capela e, concretamente, a relação da nave com o sepulcro. De facto, atendendo a que a nave é um quadrado duplo e o sepulcro um quadrado, no que se pressente a sombra do Templo de Salomão, podemos dizer que estamos em presença de uma nave-diapasão e de um sepulcro-uníssono e de que a relação entre a nave e o sepulcro pode ser vista, ou ouvida, como um diapente, basta que consideremos o comprimento do templo, excluído o altar, como a corda de um monocórdio e a divisão desse comprimento a 2 : 3, como o momento de paragem, de um percurso iniciado à entrada, sob o arco triunfal. Das outras consonâncias tem pertinência o recurso à terceira maior, figurativamente o rectângulo 5 : 4, que encontramos na secção transversal da nave, na planimetria do altar e da sacristia, e no dimensionamento de algumas tabelas e vãos [Figura 7]. A sexta maior, o rectângulo 5 : 3, limita-se ao vão do pórtico de entrada.

Curiosamente, nem este, nem o pórtico principal da igreja de Santa Maria da Graça de Setúbal, têm a mesma proporção do pórtico que Rodrigues desenhou no “Livro de Geometria” de 79, o qual, por sua vez, é subsidiário do célebre pórtico que fecha o *Libro Primo* do Tratado de Serlio. Apesar das pequenas diferenças, a identificação do pórtico do Tratado de 79 com o de Serlio começa na construção geométrica que o estrutura e dita as relações proporcionais das suas medidas (Xavier, 2006). Trata-se do diagrama do *helicon* (o *helikon* era um antigo instrumento musical grego, cujo nome deriva do Monte Helikon, a Casa das Musas) de Cláudio Ptolomeo (c. 90–c. 168), um instrumento concebido para ilustrar a razão dos acordes aos iniciados na matemática (March, 1998). Permite a trissecção do quadrado e de qualquer figura rectangular, pelo que também pode servir para, num duplo quadrado, “fazer hũ olho para dar luz” num “templo dedicado a nosso senhor ou a qualquer dos seus sanctos”. Aplicado ao pórtico inscrito no quadrado cujo lado se tomou para largura da nave, dita que a figura do vão seja um rectângulo 2 : 1, ou seja, um diapasão. E assim, “por esta regra, ficaraa em sua debita proporção, cõ tal que os mẽbros de que for

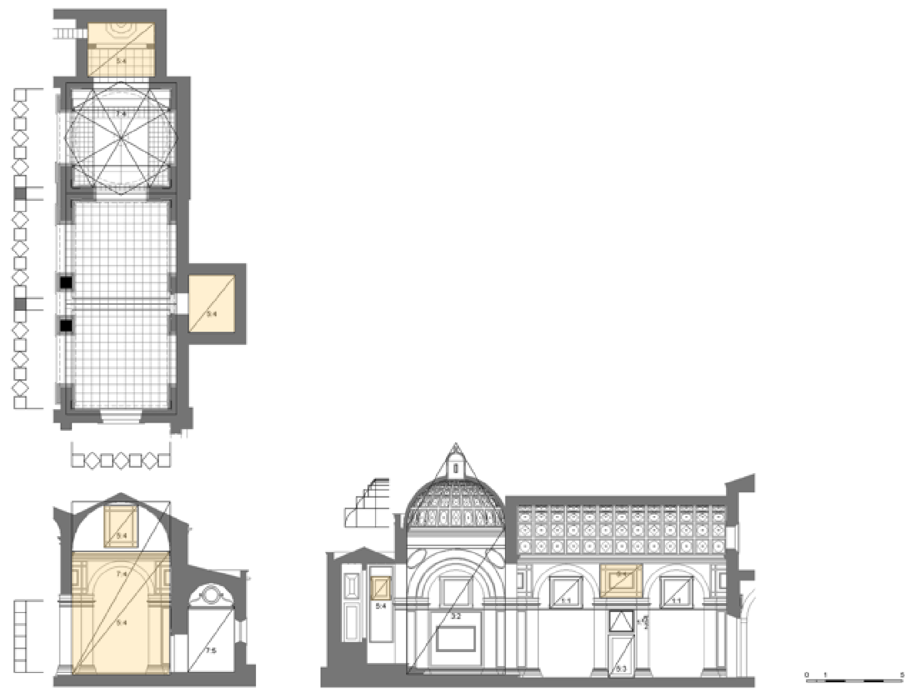


Figura 7: A presença do rectângulo 5 : 4 na dimensão de espaços e elementos arquitectónicos da capela das Onze Mil Virgens

ornado o portal não saya fora das linhas deãngulares .a.b.c.d, e o architeto não será vituperado das ruins lingoas" (BPMP, Ms. 95) [Figura 8].

Voltando a Alcácer, convém notar que as relações musicais não são exclusivas por que, como já mostrámos, existem relações *ad quadratum*, incomensuráveis, que nos levam até à dimensão do pilar, cuja secção quadrada constitui o módulo base do templo. Módulo a que se chega e de que se não parte, dada a necessidade de ajustamento à preexistente igreja do convento de Santo António. De qualquer modo, podemos dizer que a estrutura primária da capela das Onze Mil Virgens obedece a uma partitura musical de consonantes, à qual se sobrepõe uma estrutura secundária que envereda em relações estritamente matemáticas baseadas na duplicação do quadrado que, caso fosse lícito prolongar a analogia musical, seriam consideradas dissonâncias. Mas há, pelo menos, um tema e variações. Em Santa Maria da Graça, ao contrário, parece verosímil que seja o dimensionamento global do edifício que tem essa matriz *ad quadratum* [Figura 9].

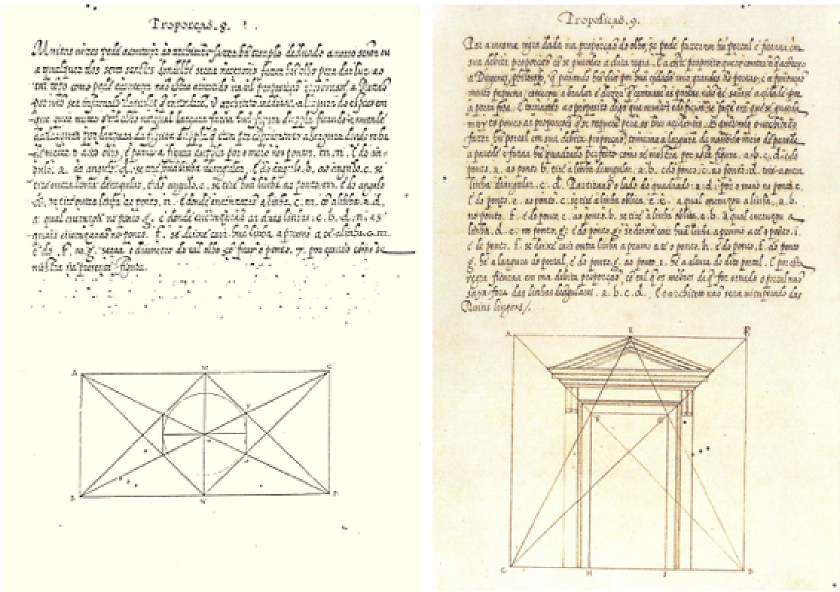


Figura 8: Proposições 8 e 9 (BPMP, Ms. 95)

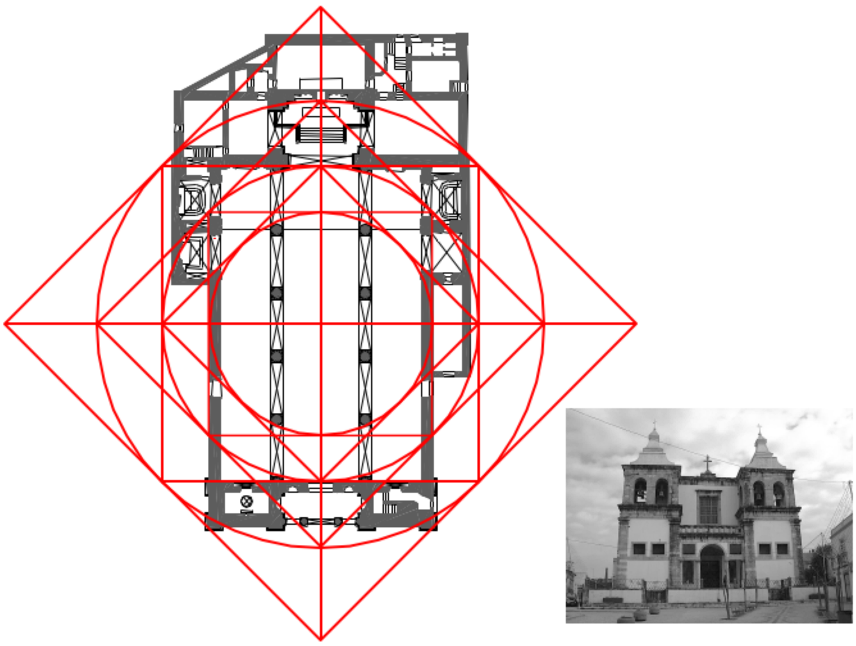


Figura 9: Igreja de Santa Maria da Graça, Setúbal, 1565 — António Rodrigues

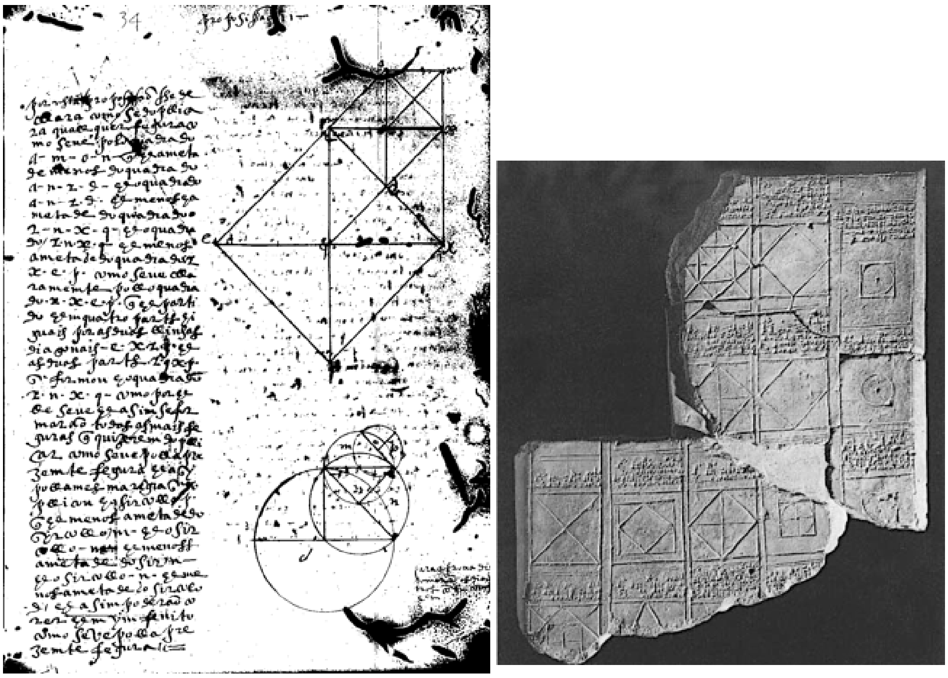


Figura 10: *Ad quadratum* e *ad circulum* no "Livro de Geometria", fol. 34r e numa terracota mesopotâmica (c. séc. XVIII a. C.)

A origem desta construção proporcional, tratada em três proposições do "Livro de Geometria" de 76, e em quatro do de 79, perde-se nos confins do tempo [Figura 10]. Pitágoras (séc. VI a. C.), aplicando o teorema que veio a ter o seu nome, constatou a impossibilidade de medir a diagonal do quadrado e, assim, abriu a porta aos números incomensuráveis. Vitrúvio diz que foi Platão, com um dos seus "muitos e utilíssimos raciocínios", quem nos deu a chave para duplicar a área do quadrado sem ter que medir a diagonal, já que "ninguém, com efeito, consegue aí chegar por números". Diversos monumentos e vilas romanas confirmam a presença recorrente desta construção geométrica. Villard de Honnecourt (séc. XIII) não a esquece e mostra-nos como se pode fazer a sua aplicação no dimensionamento de um claustro. E, naturalmente, não há tratado do Renascimento que não lhe faça referência, ou implicitamente a use, a começar em Alberti. Como tal, está patente em múltiplos edifícios, a variados níveis, com destaque para o pequeno templo de San Pietro in Montorio de Bramante (1444–1514).

Outro dos temas do "Livro de Geometria" de Rodrigues refere-se à quadra-

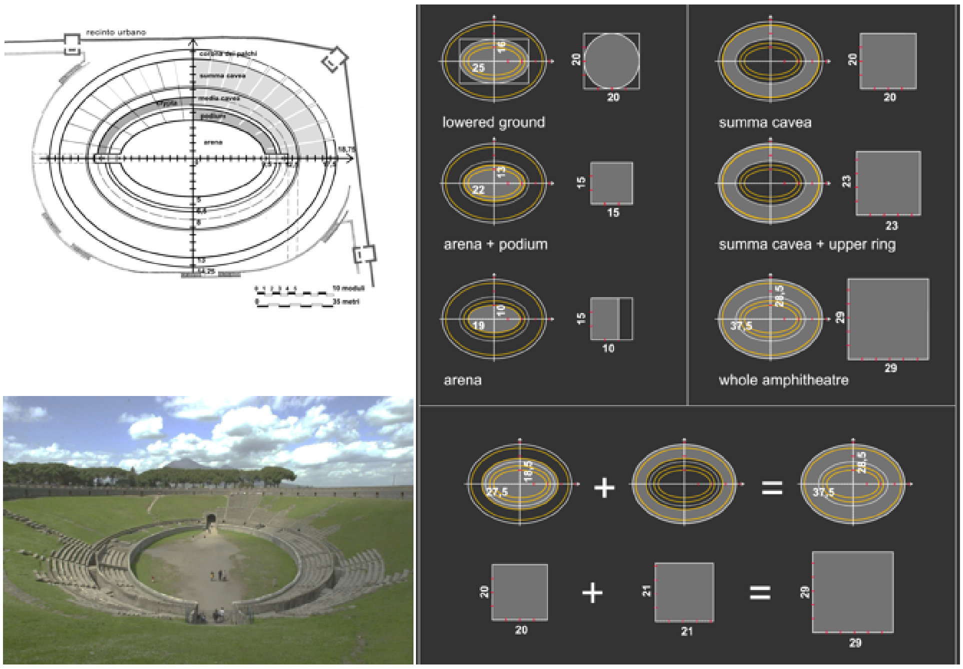


Figura 11: Anfiteatro de Pompeia, 65 a. C. — desenhos de Sylvie Duvernoy

tura, ou *redução* de uma superfície a outra superfície (para seguir a linguagem do autor), na linha da literatura coeva, a qual mais não faz do que reafirmar a centralidade desta questão no debate e na prática arquitectónicas.

Com efeito, desde a Antiguidade, são conhecidos exemplos de procura de igualdades de áreas de diferentes figuras, bem como da igualdade de volumes, assumindo, naturalmente, o quadrado e o cubo, o papel de unidade referencial e mesmo de medida.

Destes problemas sobressai a "quadratura do círculo", problema insolúvel com o uso estrito da régua e compasso, mas perfeitamente alcançável no plano prático através de construções aproximadas, a ponto de se poder considerar que, para um arquitecto, este problema nunca foi problema nenhum!

Um caso notável na história das quadraturas arquitectónicas será o anfiteatro de Pompeia, construído no ano 65 a.C., estudado por Sylvie Duvernoy (Duvernoy & Rosin, 2006). Segundo esta investigadora a área da elipse do anfiteatro pode ser decomposta na área da coroa elíptica correspondente à *summa cavea* e aos palcos e na área da elipse coincidente com a media cavea. Quadrando cada uma destas figuras obtemos quadrados de lado 29, 21 e 20, respectivamente. Ou seja: um terno pitagórico! [Figura 11].

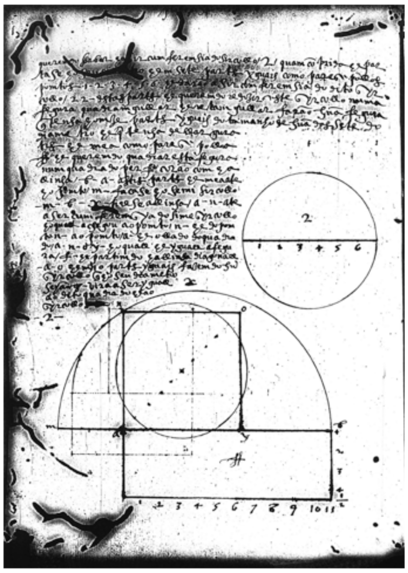


Figura 12: “Quadratura do círculo”, “Livro de Geometria”, fol. 36v

Na proposição 16, na sequência do tratamento de vários problemas de *redução* de figuras — de triângulo a rectângulo, de rectângulo a quadrado — António Rodrigues apresenta-nos uma das múltiplas soluções aproximadas para o famoso problema da “quadratura do círculo” [Figura 12].

Entre vários exemplos, colhidos na arquitectura portuguesas do século XVI, em que parece verosímil encontrar um quadrado com a mesma área de um círculo, um recurso poderoso para potenciar um filão de significações, destacamos a Ermida de Nossa Senhora do Monte da Quinta da Penha Verde, analisada em detalhe por Débora Moreira, na sua dissertação de mestrado (Moreira, D., 2010).

Com efeito, este templete de planta centralizada, erigido no Monte da Lua — Sintra — por Dom João Castro, para seu próprio mausoléu, revela, na relação da planta redonda da nave com a planta quadrangular da capela-mor, uma igualdade de áreas entre a forma circular correspondente ao limite interior da nave e o quadrado que circunscreve o corpo da capela-mor. Desta primeira quadratura derivam uma sucessão de outras que permitem definir o cilindro exterior do templete e o espaço interior da capela-mor [Figura 13].

Note-se que a quadratura de partida se cruza com a definição da estrela de David, definida pelas 6 semi-colunas que pontuam o espaço interior cilíndrico, coroado com cúpula hemisférica, indiciando que poderá ter sido este o cami-

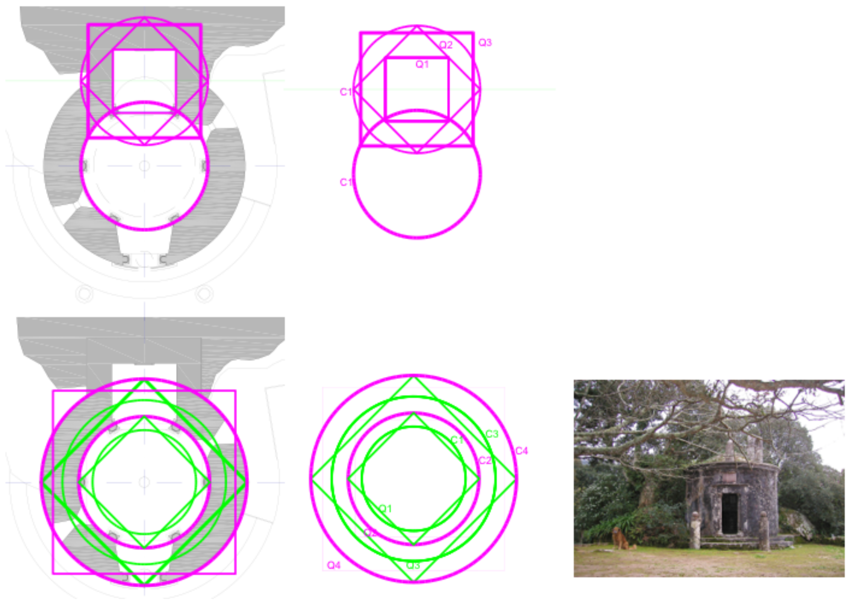


Figura 13: Ermida de Nossa Senhora do Monte da Quinta da Penha Verde, c. 1543; esquema compositivo baseado na quadratura, segundo Débora Moreira

nho para resolver o tal problema que, para um arquitecto, verdadeiramente nunca o foi!

Deste modo engenhoso se relaciona três figuras geométricas: círculo, triângulo e quadrado. Como explica Francisco de Holanda (1517–1585), "a fegura do triângulo cabe na semelhança da Divindade e assi a quadrada e a redonda, que é a mais capaz e perfeita" (Deswarte, 1987, p. 13, citado por Moreira, D., 2010, p. 107).

Bem revelador da pretensão deste monumento se afirmar como veículo da unificação do céu e da terra — a sua lápide comemorativa é inequívoca ao considerá-lo um "símbolo das regiões celestes e terrestres" — é a surpreendente coincidência, da sua estrutura geométrica com as gravuras do Primeiro e do Quarto Dia da Criação de Francisco de Holanda, um dos assíduos frequentadores do círculo neoplatónico que gravitava em torno do Infante Dom Luís e Dom João de Castro e se reunia neste local mágico, famoso, justamente, pela observação dos céus (Moreira, D., 2010, pp. 115–123).

Se já alguns historiadores apontavam que a autoria deste edifício poderia ser de Holanda, creio que após o estudo de Débora Moreira, poderemos estar certos dessa atribuição.

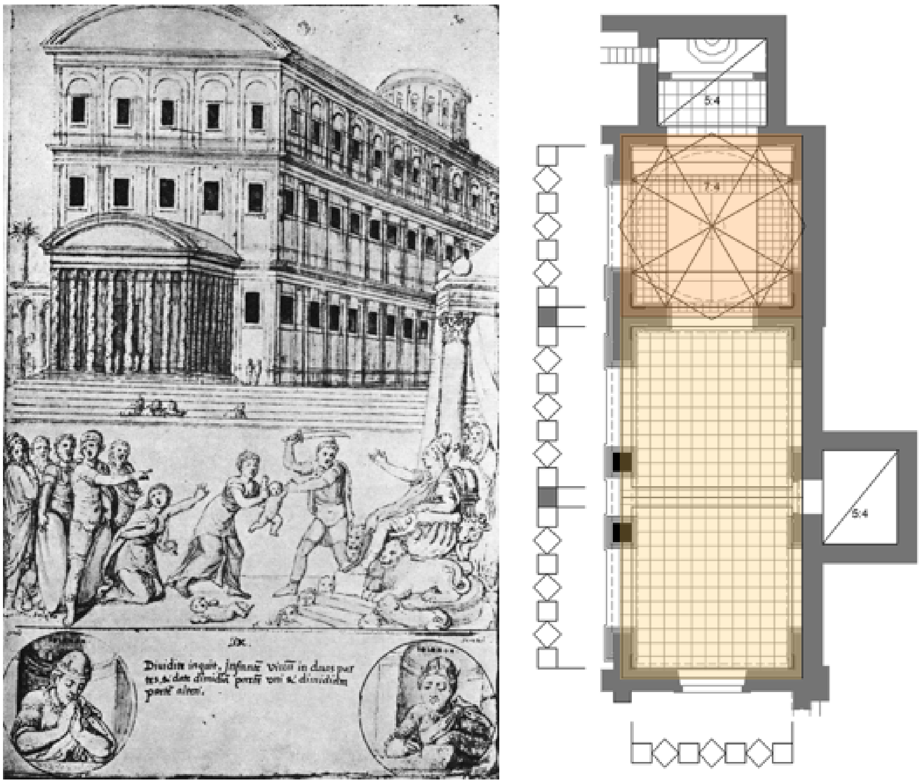


Figura 14: Francisco de Holanda — Templo de Salomão, *De Aetatibus Mundi Imagines*, fol. 30r, 1573 |
Capela das Onze Mil Virgens, nave (2) : (1) sepulcro

Francisco de Holanda, esse grande artista e teorizador, que de Roma trouxera registos das suas antigualhas e o perfume de Michelangelo, e que, sendo já António Rodrigues arquitecto-mor do reino, clamava junto de Dom Sebastião, pelas fábricas que faleciam à cidade de Lisboa. Algumas acabariam por chegar, não com Dom Sebastião que se perdeu no nevoeiro, mas... com Filipe I de Portugal, por obra de Juan de Herrera e Filippo Terzi: São Vicente de Fora e o perdido torreão do Paço.

Entretanto Holanda, com a sua religiosidade exacerbada pelo avançar da idade e a da desilusão, redireccionava o seu interesse para as antiguidades do mundo judaico, legando-nos a sua reinterpretação do templo de Salomão, com as mesmas proporções da esplêndida capela de Alcácer talhada em mármore de Estremoz pela mão inspirada de Rodrigues [Figura 14].

A mesma mão que, por escrito, deixara duas avisadas recomendações, a quem

> "houver de fazer profição de arquiteto: **he nesessario ser esperto na Giometria** e **hemtender a prespetiua pera que por hela amostre ho esterior he ho ymterior do edefisio!...**"

Bibliografia

Abreu, Susana, *A Docta Pietas ou a Arquitectura do Mosteiro de S. Salvador, também chamado Santo Agostinho da Serra (1537–1692): conteúdos, formas, métodos conceptuais*. Porto: FLUP, 1999. Dissertação de mestrado em História de Arte.

Alberti, Leon Battista, *Della Pittura*. Org. por Cecil Grayson. Bari: Laterza, 1980 (1.ª ed. 1436).

Alberti, Leon Battista, *L'Architettura* [*De Re Aedificatoria*]. Org. por Renato Monelli e Paolo Portoghesi. Milano: Edizioni il Polifilo, 1966 (Reprodução em fac-símile de *De Re Aedificatoria*. Florença: s/e, 1550).

Borsi, Franco, *Bernini Architetto*. Milão: Electra Editrice, 1980.

Cataneo, Pietro, *I quattro primi libri di architettura di Pietro Cataneo Senese*. Vinegia: In casa de figlivoli di Aldo, 1554.

Della Francesca, Piero, *De Prospectiva Pingendi*. Org. por G. Nicco-Fasola. Florença: Casa Editrice Le Lettere, 1984 (1.ª ed. in Libri, Guglielmo, *Histoire des Sciences Mathematiques en Italie*. Paris: s/e, 1841; reprodução anastática da edição Sansoni de 1942).

Deswarte, Sylvie, *As imagens das idades do mundo de Francisco de Holanda*. Trad. Maria Alice Chicó. Lisboa: INCM, 1987 (*De Aetatibus Mundi Imagines*, 1573).

Durero, Alberto, *De La Medida*. Org. por Jeanne Peiffer. Fuentes de Arte. Madrid: Ediciones Akal, 2000 (1.ª ed. *Unterweysung der Messung mit dem Zirkel und Richtscheyt in Linien, Ebenen und ganzen Körpern*. Nuremberga: s/e, 1525).

Duvernoy, Sylvie, Rosin, Paul L., "The Compass, the Straightedge, and the Computer". In *Nexus VI: Architecture and Mathematics*. Eds. Sylvie Duvernoy, Orietta Pedemonte. Turin: Kim Williams Books, 2006, pp. 21–34.

Gaffurio, Franchino, *Theorica musicae*. Milano: Philippium Mantegatium, 1492.

Hersey, George L., *Architecture and Geometry in the Age of the Baroque*. Chicago: The University of Chicago Press, 2000.

Holanda, Francisco de, *Álbum dos Desenhos das Antigualhas*. Org. por José da Felicidade Alves. Lisboa: Livros Horizonte, 1989.

Holanda, Francisco de, "Da Fabrica que falece ha cidade de Lysboa". In Segurado, Jorge, *Francisco D'Ollanda*. Lisboa: Edições Excelsior, 1970, pp. 67–128 (Reprodução em fac-símile da ed. de 1571).

Honnecourt, Villard, *Le carnet de Villard de Honnecourt*. S/d. Acessível em `http://classes.bnf.fr/villard/feuillet/`

March, Lionel, *Architectonics of Humanism. Essays on number in architecture*. Chichester: Academy Editions, 1998.

Moreira, Débora, *Ermida de Nossa Senhora do Monte da Quinta da Penha Verde*. Porto: FAUP, 2010. Dissertação de mestrado em Arquitectura.

Moreira, Rafael, *Um tratado português de arquitectura do séc. XVI (1576–1579)*. Lisboa: FCSH-UNL, 1982. Dissertação de mestrado em História de Arte.

Murtinho, Vítor, "Compasso e Prudência". In Tavares, Domingos, *Philibert Delorme. Profissão de Arquitecto*. Porto: Dafne Editora, 2004, pp. 103–117.

Pimentel, Luís Serrão, *Método lusitânico de desenhar fortificações das praças regulares e irregulares*. Dir. da Arma de Engenharia e do Serviço de Fortifiicações e Obras do Exército. Lisboa: Imprensa Nacional — Casa da Moeda, 1993 (Reprodução em *fac-símile* da ed. de Lisboa: Impressão de António Craesbeeck de Mello, 1680).

Proposições Matemáticas. BPMP, Ms. 95. Acessível em `http://arquivodigital.cm-porto.pt/Conteudos/Conteudos_BPMP/MS-95/MS-95.htm`

Serlio, Sebastiano, *Tutte l' Opere d'Architettura, et Prrospetiva di Sebastiano Serlio Bolognese. Diviso in sette Libri. Dam. Gio. Domenico Scamozzi Vicentino*. Org. por M. Morales Fernández e A. B. Santa-Eulalia. Oviedo: Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos de Asturias, 1986 (Reprodução em fac-símile de Vinegia: Presso Heredi F. de' Franceschi, 1600).

Tratado de Arquitectura. BN, códice 3675. Acessível em `http://purl.pt/27112`

Vitruvio Polión, Marco, *De Architectura*. Trad., com., e ilustr. por Caesare Caesariano (1521). Org. por A. Bruschi, A. Carugo e F. Fiore. Libri Rari V. Milano: Edizioni il Polifilo, 1981. (Reprodução em fac-símile de *Vitruvio De Architectura translato commentato et affigurato da Caesare Caesariano*. Como: Gottardo da Ponte, 1521).

Watts, Carol Martin, "The Square and the Roman House: Architecture and Decoration at Pompeii and Herculaneum". In *Nexus. Architecture and Mathematics*. Ed. Kim Williams. Fuccechio: Edizioni dell'Erba, 1996, pp. 167–181.

Wilson-Jones, Mark, *Principles of roman architecture*. New Haven: Yale University Press, 2003.

Wittkower, Rudolf, *Los fundamentos de la arquitectura en la edad del humanismo*. Trad. de Adolfo Gómez Cedillo. Alianza Forma, 129. Madrid: Alianza Editorial, 1995 (1.ª Ed. *Architectural Principles in the Age of Humanism*. Academy Editions, 1949).

Xavier, João Pedro, "Geometria e Proporção". In Tavares, Domingos, *António Rodrigues. Renascimento em Portugal*. Porto: Dafne Editora, 2007, pp. 103–119.

Xavier, João Pedro, *Sobre as origens da perspectiva em Portugal. O* Liuro de Prespectiua *do Códice 3675 da Biblioteca Nacional, um* Tratado de Arquitectura *do século XVI*. Porto: FAUP Publicações, 2006.

Simpósio
José Sebastião e Silva

Organizadores:
Jaime Carvalho e Silva, José Francisco Rodrigues

Revisor científico:
Luis Saraiva

The birth of functional analysis: the contributions of Italian mathematicians

Angelo Guerraggio
Insubria University, Varese, and Bocconi University, Milan
`angelo.guerraggio@unibocconi.it`

Abstract: Vito Volterra (1860–1940) is one of the main pioneers of functional calculus. Volterra presented the notion of "functional" or — to use his own expression — of "functions that depend on other functions" and geometrically "functions of lines" in some Notes at the Accademia dei Lincei in 1887, where he also introduced the differential calculus for functionals which he developed up to the Taylor's formula.

What moved Volterra to undertake this innovative work is emblematic of his creativity and profound spirit of innovation that would accompany his research all throughout. However, even in his abstraction, Volterra never forgot his background in mathematical physics, and he was always moved by the desire to actualize his ideas.

Volterra was not the only mathematician contributing to the development of functional analysis at the end of 19th century in Italy. Still today we remember the inputs by Cesare Arzelà (1847–1912), Giulio Ascoli (1843–1896), Giuseppe Peano (1858–1932) and above all Salvatore Pincherle (1853–1936).

The golden age of Italian mathematics was harshly interrupted by the outbreak of First World War. Several reasons, both within and outside the research area, hampered the level of excellence that Italian mathematics had reached, between the end of 19th century and the beginning of 20th century, in the realm of real and functional analysis, algebraic geometry, and mathematical physics.

The study on the presence and relevance of these various causes is an interesting case-study of the ups and downs of a mathematics school. In the specific case of functional analysis, Volterra's choices on the direction of his research, the lack of any direct scholar, and his numerous political commitments all played any important role. In the 1920–30s, Italian mathematics looked quite far from the core of the discipline. It would re-emerge on the scene later, with a new generation of researchers.

Resumo: Vito Volterra (1860–1940) foi um dos principais pioneiros do cálculo funcional. Volterra apresentou a noção de "funcional" ou — para usar as suas próprias palavras — de "funções que dependem de outras funções" e em termos geométricos "funções de linhas" nalgumas Notas na Accademia dei Lincei em 1887, onde introduziu igualmente o cálculo diferencial para funcionais, que desenvolveu até à fórmula de Taylor.

O que levou Volterra a levar a cabo este trabalho inovador é representativo da sua creatividade e do profundo espírito de inovação que acompanharia a sua investigação, ao longo da sua vida. Contudo, apesar da sua capacidade de abstração, Volterra nunca se esqueceu da sua formação em física matemática, e foi constantemente movido pelo desejo de que as suas ideias fossem aplicáveis.

Volterra não foi o único matemático a contribuir para o desenvolvimento da análise funcional, no final do século XIX, na Itália. Ainda hoje em dia são recordados os contributos de Cesare Arzelà (1847–1912), Giulio Ascoli (1843–1896), Giuseppe Peano (1858–1932) e especialmente os de Salvatore Pincherle (1853–1936).

A Idade de Ouro da matemática italiana foi bruscamente interrompida pelo deflagrar da Primeira Guerra Mundial. Diversas razões, tanto internas como externas à investigação, reduziram o nível de excelência que a matemática italiana tinha atingido, entre o final do século XIX e o início do século XX, nas áreas da análise real e funcional, geometria algébrica, e física matemática.

O estudo da presença e da relevância destas diversas causas é um interessante estudo de caso acerca dos avanços e recuos de uma escola matemática. As opções de Volterra na forma como direcionou a sua investigação, a ausência de discípulo direto, e os seus diversos envolvimentos politicos; todos estes fatores desempenharam um papel importante, no caso específico da análise funcional. Nas décadas de 1920 e 1930, a matemática italiana encontrava-se muito mais afastada do cerne da disciplina. Voltaria a entrar em cena mais tarde, com uma nova geração de investigadores.

This paper stemmed from a survey on the origin and first developments of functional analysis in Italy, for the full understanding of which we would need to dig into some historical background. Italy became one country in 1861, when the Kingdom of Sardinia/Piedmont (a region which is located in the north-western part of our country) extended to the rest of the peninsula, becoming the Kingdom of Italy. At that time, Rome (headquarters of the Papacy) and Veneto, a region in the north-east still under control of the Austrian-Hungarian Empire, were still not included: Veneto was conquered in 1866, and Rome became an integral part of the Italian kingdom (and later its capital) in 1870. Starting from the 1880s, Italy expanded its territory outside of Europe, through the first colonial adventures and the war against Turkey in 1911–12, through which Italy won Libya and the Dodecanese islands in the Aegean sea. In 1936, Italy also conquered Ethiopia, but this already occurred under the Fascist regime, which lasted from 1922 to 1943, when Mussolini lost his power and Italy disengaged itself from the alliance with Hitler's Germany.

When Italy became one country in 1861, Italian mathematics of course existed (Lagrange was actually born in Turin), but was not very developed. As such, we can actually make the beginning of Italian mathematics coincide with the end of the wars of Risorgimento and the creation of the new country with Turin (and later Florence and Rome) as the capital city. Mathematicians of the first generation in Italy were very few. We could mention, among others, Francesco Brioschi, Enrico Betti, Luigi Cremona, Eugenio Beltrami, Felice Casorati, Ulisse Dini and few others. Most of the first generation mathematicians had actually actively participated in the wars of Risorgimento against Austria, and applied the same passionate engagement to the civil and political arena, to build up — almost from scratch — the country after independence. They looked out at the other European countries — in particular France and Germany — as a model for the development and modernization of Italy, including for what concerns the scientific field. Italy at that time — we are talking about the 1860–1870s — was a poor rural country, where industrialization was moving its baby steps, students and professors were very few, and the literacy rate was less than 30% with even lower percentages in the less developed areas of the South.

The first generation of mathematicians, whose studies began to be appreciated also abroad, paved the ways for a second generation of scholars, which is also labelled as the "golden age of Italian mathematics". To frame it in time, we are talking about the decades between the 19th and 20th century. In this period, the Italian school can be considered the third most important in the world, after the German and French ones, reaching a high level of excellence in less than 50 years. Italian mathematicians became well known in various fields: algebraic geometry — with the very important inputs of Guido Castelnuovo, Federigo Enriques and Francesco Severi on algebraic surfaces and varieties; real analysis — with Vito Volterra, Giuseppe Peano, Giuseppe Vitali, Leonida Tonelli, Guido Fubini and their contributions towards a greater rigour with a focus on the theory of measure and integration, and the calculus of variations; differential geometry and the connection between mathematical physics — with Tullio Levi Civita who, following an invitation by Felix Klein, co-authored with Gregorio Ricci Curbastro an article in 1900 on the *Mathematische Annalen* which is considered as the manifesto of sensorial algebra. Besides the contributions by these mathematicians to the discipline, we should mention the role they played in the societal and cultural life of Italy at that time. The period between the end of 19th and the beginning of 20th century saw some outstanding mathematicians trying to export the power of their language and their scientific rationality outside the border of the discipline, sometimes far away from their fields.

Provided that comparing mathematicians coming out of different research areas is extremely challenging, we can claim Vito Volterra (1860–1940) to have been the most important and most influential Italian mathematician in the first decades of the 20th century until 1930s. It was thanks to him that the first pioneering studies on functional analysis occurred. Vito Volterra was the founder of this discipline or, if you prefer, was the first and most significant contributor to the origins of functional analysis. The three Notes entitled "Sopra le funzioni che dipendono da altre funzioni", which were published on the proceedings of the *Accademia dei Lincei* [Volterra 1887a], are particularly noteworthy. At that time, Volterra was 27 years old. He had graduated in Physics at the *Scuola Normale* of Pisa in 1882 and had become the year after full professor of Rational Mechanics there. As a student in his early years, Volterra was particularly fascinated by the lessons by Ulisse Dini, who had published in 1878 the *Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali* and who was committed to introduce in Italy the new rigour which featured the analytical studies in Germany. In this regard, we could look at the papers Volterra wrote when still a student (in February 1880 and April 1881 respectively) and published on the *Giornale di matematiche* by Battaglini. In these Notes, Volterra contributed to the definition of *small set*, using as an example a subset of $\mathbb{R}$ nowhere dense and at the same time with non-zero measure [Volterra 1881]. Volterra also wrote about the definition by Riemann of definite integral, showing — through an example of a derivable function with bounded but not integrable derivative — that in general the operations of derivation and integration are not one the opposite of the other [Volterra 1889]. Proceeding in his studies at the *Scuola Normale*, Volterra was increasingly accompanied by Enrico Betti, shifting thus his focus towards the field of mathematical physics. This admittedly also occurred because of the challenges that Volterra was facing to regularly meet Dini, who was more and more absorbed by his political engagement in Rome. In 1882, Volterra thus graduated with Betti with a dissertation on hydrodynamics.[1]

The three Notes of 1887, thanks to which studies on functional analysis started, do present the concept of functional as a generalization of the ordinary concept of function. Here, the correspondence is not anymore between two real numbers, but between a function and a real number, or again between a curve and a real number — as Volterra would point out later that year in two other articles still published on the proceedings by the *Accademia dei Lincei* and entitled "Sopra le funzioni dipendenti da linee" [Volterra 1887b]. Volterra introduced the functionals to deal with "those quantities which depend on all

[1]For more details about Volterra's life and his scientific activity, one can see the biography [Guerraggio and Paoloni 2012].

the values that one or more functions of one variable may assume in an interval". Volterra, however, did not use the term *functional*, which would be introduced only later, at the beginning of the following century, by Hadamard. As we understand from the titles of his articles, Volterra spoke of "function that depends on other functions" or "function that depends on lines", pointing out however the difference from the concept of "function of functions" or "composite function".

Volterra was driven to the definition of a functional by both internal and external motivations. The internal motivations are linked to the solution of partial differential equations and to some studies in complex analysis; the external motivations were given by "the many experiments in physics and mechanics" where the concept of functional can be spontaneously looked at. The first paper starts with the promise of "some considerations which help clarify some concepts which I believe important to introduce for an extension of the theory by Riemann on the function of complex variables, and that I think could help also in other research fields", to continue with "when dealing with a lot of questions of physics and mathematics, and in the integration of partial differential equations, we may have to consider some quantities which depend on all the values that one or more functions of some variables assume in an interval. For example, the temperature of a point on a conductor foil depends on all the values that the temperature assumes in the contour. This idea is familiar to the physicists. It comes out spontaneously when we think about some electrical phenomena".

Of course, Volterra did not stop at the definition of functionals. He intended to set up a calculus similar to the one that allows working with functions: the notions of limit and continuity, the definition and the calculation of derivatives and so forth, until Taylor's formula. In particular, the goal of the Notes in 1887 was to set up a differential calculus for functionals similar to the one known for the functions of one real variable, and that was at that time getting more precise also for the real functions of more real variables.

The shift from having the formula of the differential (in analogy with the differential $df = f'(x)\,dx$ of a real function $y = f(x)$) to the identification of the class of the differentiable functions will get us to the articles of 1911 by Fréchet, and the rigorous definition of the differential for functions of n variables. In the 1880s, the articles by the German mathematicians Harnack, Pasch and Holder started off with the formula of the differential, given for granted that the mere existence of first derivatives ensures its existence (as it occurs with the functions of one variable). Only later, they would infer the features of differentiable functions in terms of approximation, perhaps requiring the continuity of the first partial derivatives. Then it is no wonder that Volterra's goal is the extension to the functionals of the formula:

$$df(x) = \operatorname{grad} f(x) \cdot dx = \sum_{i=1}^{n} f'_{x_i}(x)\, dx_i$$

which gives the first differential of a function of n variables. Volterra gets this result by showing the equality:

$$\delta y\,[\varphi(x)] = \int_A^B y'\,[\varphi(x), t]\,\delta\varphi(x)\,dt$$

where $\delta y\,[\varphi]$ is labelled as the differential of the functional y (it is the first order term of its variation, generated from the variation $\delta\varphi$ of the function φ) and y' is what Volterra defines as the functional derivative of y. This functional derivative is defined as the limit for ε and h converging to 0 of $\Delta y/\sigma$, where σ is the area obtained through a variation attributed to the independent variable, ε is the upper bound of this variation, and h is the length of the neighbourhood of a generic point t. The analogy and the generalization of the related formula of the real analysis are visible at each step. The operation of integration generalizes the operation of sum, and the functional derivative plays the same role as the partial derivatives.

We could make some critical remarks about the procedure followed by Volterra. We can also note that the domain of functionals is not yet a generic set, but it is specifically defined by the continuous functions of one variable. The metric — although this term was, of course, not yet used at that time (the term *metric space* was introduced by Hausdorff in a book of 1914) — is exclusively the one of the upper bound. But in any case it was the first time that functionals (or functions that depend on other functions) were explicitly mentioned. It was also the first time that somebody developed a calculus on the functionals, which — already in the Notes of 1887 — was extended to the derivatives of higher order and got to the Taylor formula. It was, again, introduced for the first time what would come to be known as the variation/differential of Gâteaux or Gâteaux-Lévy, with the objective of defining the above quoted theorem of representation, and not really to study the formal properties of the differential, nor to specify the class of the differentiable functions. The variation/differential of Gâteaux or Gâteaux-Lévy is generated by a variation of the independent variable expressed as $y + \varepsilon\theta$, with the parameter ε converging to 0 and θ assigned, clearly evoked in its specific form by the calculus of the variations.

Less obvious, but equally interesting, is the fact that Volterra, after the Notes of 1887, did not deal anymore with the themes of the differential calculus of functionals. This happened because he was not interested in this analysis per se, but as a tool for other researches. Volterra elaborated a specific language, he made it its own, and used it every time he needed it, e. g. when studying differential equations, or extending the theory of Jacobi-Hamilton of the calculus of variations to double integrals, or again when he dealt with the theory of functions of several complex variables. Volterra — we could say — is different from Fréchet. He was not interested in an axiomatic and very generic study of functional spaces and of their structures. He did not really get the importance of specifying the concept of differentiability and the class of differentiable functions. He rather needed a language and a formula to solve specific problems. Volterra gently disputed with Fréchet, who had on his side the wider generality of his approach and of his own definition of differential. Volterra acknowledged the merit of Fréchet's approach, which would be universally acknowledged over time, but did not step back. Still, in the letter to Fréchet of November 17, 1913, he wrote: "of course, I had at that time (1887) so many problems (integral equations, equations with functional derivatives, etc.) that I could not stop at what I thought to be secondary issues such as the application of general concepts that I had posed". This is one of the aspects of the scientific personality of Volterra that more involve our sensibility nowadays. Considering him a pure mathematician rather than an applied mathematician would be very problematic. In Volterra we find the attention to the analytical development that is typical of an analyst, together with the attention of mathematical physics towards the applications. These come from other areas of mathematical research or from the modelling problems from physics or economics or biology. (Let's quote, for example, the pioneering study of the dynamics of populations by Volterra in the 1920s with the model prey-predator). Volterra's modernity is given by his continuous oscillation between these two poles: problems and theories.

Volterra was the main author behind the creation of functional analysis. However, in the same period, in Italy, other mathematicians gave significant contributions in the same direction. As in Volterra's case, all these scholars received their mathematical education at the *Scuola Normale* of Pisa, which played a very important role in the Italian history of mathematics. In 1884, Giulio Ascoli (born in 1843 and deceased in 1896), at that time Professor at the Polytechnic Institute of Milan, published an article on "Le curve limiti di una varietà data di curve" [Ascoli 1884] in the proceedings of the *Accademia dei Lincei*. Cesare Arzelà (born in 1847 and deceased in 1912) improved Ascoli's results in a following article. After a period spent teaching in secondary schools (he was also professor of Volterra at the Technical Institute in Florence), he started his academic career at the University of Palermo. In the period he published the article we are now talking about, he was already professor at the University of Bologna, which remained his final destination. Arzelà was interested in the generalization to functionals of Weierstrass's theorem about the existence of maximum and minimum points of continuous functions, in order to be able to use it for the demonstration of Dirichlet's principle. We are dealing with the first expressions of those methods which will be called *direct methods* in the calculus of variations. In particular, in the article mentioned above, Arzelà introduced the concept of equicontinuous functions and proved that the equicontinuity is a sufficient condition for the existence of a subsequence (of a sequence of equally bounded functions) which is uniformly convergent to a continuous function [Arzelà 1889]. This is the notion of compactness, which Fréchet would present 20 years later under this name. Arzelà himself proved later that the sufficient condition is also necessary. This today is known as Ascoli-Arzelà theorem.

Starting from 1880, Arzelà had been teaching at the University of Bologna, where he worked with Salvatore Pincherle, another Italian mathematician whose name is associated to the development of functional analysis. Before moving to him, in order to follow a more chronological order, I would like to talk a bit about the contribution by Giuseppe Peano (born in 1858 and deceased in 1932). To some extent, and looking in perspective at his development as a mathematician, functional analysis looked very distant from Peano's interests. Peano had been working increasingly more on logics, conceived as a clarifying tool of analysis principles. And when Peano talked about analysis, he meant 'real analysis'. For Peano, logic was instrumental as a solid and rigorous basis for its foundations. However, Peano at that time was still young: he had graduated in 1880 under the supervision of Angelo Genocchi, of whom he became the assistant, at the University of Torino and had not yet become full professor. In 1884, Peano had published the *Calcolo differenziale e i principi di calcolo integrale*, and in 1887 the *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*. The following year, he had published the volume in which we are most interested, which is *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva*. As Peano wrote in his introductory remarks, the goal was to start a calculus on the geometrical bodies, like algebra does with numbers, but a different calculus than the one used in analytical geometry. The goal was to realize an algebraic calculus directly on the geometrical bodies, and not to work on numbers associated to these bodies. Peano thus talked about geometric bodies of first, second, third and fourth type as linear combinations of points, lines, bi-dimensional and tridimensional surfaces. Peano observed that their algebra satisfies the properties of what we nowadays call *vector space*. This particular case brought Peano in his 9th chapter to give an explicit definition of vector space — he talked about linear spaces — not anymore on specific objects, but on systems of whatever bodies. The definition is followed by some examples of vector spaces of finite dimension, hinting at the possibility to have also vector spaces of infinite dimension. We are at the beginning of the study on structures, going from the single to the general, from the study of some specific cases to the general definition. Peano did not come back to this topic anymore in the future. As said, his interest would gravitate towards other directions (logics first), even though he still gave some important contributions to real analysis.

Let's now go back to Arzelà, and the time he was a colleague of Salvatore Pincherle (born in 1853 and deceased in 1936) in Bologna. To understand the development of Pincherle's research, it is worth noting that he had studied in Pisa first and then moved to Berlin to study with Weierstrass. Pincherle too conceived functional analysis as a generalization of the real one, and in particular of the study of linear transformations of vector spaces of finite dimension. In an article [Pincherle 1897] published on *Matematische Annalen* (and in a more organic and extensive way in the volume *Le operazioni distributive e le loro applicazioni all'analisi*, written in 1901 in collaboration with his scholar Ugo Amaldi), Pincherle studied the set of analytical functions. This type of function is defined by the coefficients of its series of powers, i.e. a countable infinity of numbers which can be seen as its coordinates. Pincherle defined *functional operation* any operation that produces an analytic function, when it is performed on an analytic function. Functional operation is an operator defined, and with values in, the infinite (but countable) dimension space of the analytical functions. In particular, Pincherle studied linear operators, which he called *distributive operators* starting from some basic functional operations (multiplication, derivative, substitution).

To some extent, Pincherle was a step ahead, in the direction of a bigger generality, compared to Volterra, for his functions of lines were replaced by more general operators. Pincherle introduced the term *calcolo funzionale,* and spoke in his book of the *geometria dello spazio funzionale*. His style, when describing the principles of functional analysis, is closer to an axiomatic approach. At the same time, the restrictions to analytical functions, to linear operators on them, and above all to the study of their algebraic structure with the clear goal of defining a symbolic calculus of operations, are strong. Those algorithmic features limited the attention devoted to Pincherle, as the focus was on topological structures, and his approach to functional analysis, which was very much linked to analytical functions on which linear operators work, was later set aside when functional analysis dealt with any sets and any correspondences between any sets. At that moment, however, his pioneering study got some attention, and Pincherle was invited to write an article for the German *Encyklopädie* [Pincherle 1906].

The contributions by Volterra, Ascoli, Arzelà, Peano, and Pincherle indicate that Italian mathematicians played a very important role in the first development of functional analysis. This happened until the First World War, and more precisely until Fréchet published his thesis. At that point, functional analysis took a different direction. After the First World War, in the 1920s–30s, Italian Mathematics lived a different course. With one exception, the studies on functional or general analysis declined — or, if you prefer, stagnated —, and in any case did not show any more the great creativity shown a few decades before. There is only one article of this period which is of some interest for us. It was written by Guido Ascoli (born in 1887 and deceased in 1957), former student of the University of Pisa too, then Professor at the University of Pisa and Milan before being chased out from the university in 1938 because of racial issues, and ending his career after the Second World War in Torino. The article by Ascoli, titled “Sugli spazi lineari metrici e le loro varieta’ lineari” and published in 1932 in the *Annali di matematica pura e applicata* [Ascoli 1932], dealt with normed spaces and convex bodies and proved mainly a theorem of separation.

Luigi Fantappié (born in 1901 and deceased in 1956) was maybe the only exception to this stagnating situation. Fantappié, who studied at the *Scuola Normale* of Pisa, started his academic career in Rome, where he had the chance to study with Volterra e Severi. In the following years, he taught at the University of Florence, Cagliari, Palermo and Bologna. In 1934, in the context of the agreements by the Fascist regime for the divulgation of the Italian culture in the world, Fantappié moved to Brazil to develop the University of São Paulo and its Institute of Mathematics. When he came back to Italy in 1940, he was involved in the work of the Center INDAM directed by Severi in Rome.

In the mid-20s, Fantappié elaborated his theory of analytical functionals, i. e. functionals which depend on an analytical function (according to Weierstrass) and on a parameter, and which end up being an analytical function of this parameter. Fantappié intended to use these functionals to study a series of problems derived, for example, from the partial derivative equations. He used a classic approach for differential equations: the principle of superposition. Starting from the value of the functional in correspondence of a curve with one singular point only and from the consideration of its indicator function, Fantappié was able to demonstrate a general theorem of integral representation for linear analytical functionals. After that, in the ‘30s, he developed his theory foremost towards symbolic calculus, taking advantage of the analogies between the calculus of linear analytical functionals and the one of ordinary algebraic quantities. We could make use of the adjective ‘algorithmic’ to label the approach that Fantappié followed, as we did for Pincherle. In the meanwhile, however, the thesis by Fréchet had significantly contributed to move the attention especially towards the topological structures. It is no wonder then that the importance of Fantappié’s approach had been slowly acknowledged. In Italy, in the aftermath of the Second World War, the proximity to Severi and the latter’s political and religious opinions, as the interest for more ample subjects — such as the philosophy of the relativity theory or the search for a unitary theory for physical and biological worlds — which always make mathematicians suspicious (or at least at that time they did) damaged Fantappié’s reputation.

Going to a general evaluation of the contributions by the Italian school to the creation and to development of functional analysis, Fréchet was not entirely wrong when he observed, during the International Congress of Mathematicians in Bologna in 1928, that general analysis had not yet found any adept in our country. Some form of courtesy and historical truth brought him in any case to acknowledge that functional analysis, from which the general one was created, was a fantastic creation of the Italian wit. Looking specifically at functional analysis, the situation that Fréchet observed appeared to have been strongly influenced by the professional choices of Volterra, who had progressively developed other interests in which he significantly invested his time and who decided any way not to create a school around him. In Italy nobody followed Volterra’s ideas for a nonlinear analysis, where theoretical studies could be expanded but were somehow always driven by the problems (mathematical or not) that one has to solve. Nobody even sniffed the new air with the passage from the analysis of functionals to functional (or general) analysis. Functional analysis had become an autonomous discipline, and in the 1930s saw the publication of monographs by Banach, von Neumann, Stone. The next generation of Italian mathematicians — the *Picone’s boys*, the scholars in the school created by Mauro Picone and particularly Renato Caccioppoli — would align to this new trend.

Overall, Italian mathematics between the two World Wars was not particularly bright, compared to the beginning of the century. Italian mathematicians were still very few and thus, when the leaders grew inevitably old or started to decrease their productivity, the change to the next generation was slow and uncertain. In a still mainly rural country (as Italy was in the first half of the century) and with an underdeveloped social structure compared to other nations, mathematics did not receive specific inputs and pressures to accelerate its development and renewal. Not even from the productive sectors, which were still weak and which did not count on the technological innovation for their development.

On top of all this, there was the Fascism. The regime was maybe not specifically and directly responsible for the decreased scientific maturity of the country, for it lasted 'only 20 years'. However, the regime's responsibilities are evident: as it superficially and roughly made its own a utilitarian vision of science. This occurred at a time when mathematics and theories were living a quite exciting and promising period. The regime also promoted nationalism, translating into an uncritical exaltation of the Italian genius, which would not need to confront itself anymore with realism and humility against what was occurring in other countries. Through the primacy of politics, and the political class in power, the regime switched off — even in the community of mathematicians — any intellectual stimulus, and tended to transform the scholars into diligent State bureaucrats. In 1931, the regime forced all the university professors to declare their loyalty, unless they wanted to be fired. Only 12, including Volterra as the only mathematician, decided not to. That moment, and the 1938 racial laws and the dismissal from teaching of all the Jewish professors, are among the darkest pages of our national history. These are also some of the saddest pages of the history of the Italian intellectual movement, for the voices of those who were able to break the silence of the consensus and the fear were very few.

References

Arzelà, C., 1889. "Funzioni di linee", *Rendiconti Accademia dei Lincei*", 1889, pp. 342–348.

Ascoli, Giulio, 1884. "Le curve limiti di una varietà data di curve", *Atti Accademia dei Lincei*, 1883–4, pp. 521–586.

Ascoli, Guido, 1932. "Sugli spazi lineari metrici e le loro varietà lineari", *Annali di matematica pura e applicata*, 1932, pp. 33–81, 203–232.

Guerraggio, A. and Paoloni, G., 2012. *Vito Volterra*, Springer, Heidelberg.

Pincherle, S., 1897. "Mémoire sur le calcul fonctionnel distributif", *Mathematische Annalen*, 1897, pp. 325–382.

Pincherle, S., 1906. "Funktionaloperationen und Gleichungen", *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, II, 1906.

Volterra, V., 1881. "Alcune osservazioni sulle funzioni punteggiate discontinue", *Giornale di matematiche*, 1881, pp. 76–87.

Volterra, V.,, 1887a. "Sopra le funzioni che dipendono da altre funzioni", *Rendiconti Accademia dei Lincei*, 1887, pp. 97–105, 141–146, 153–158.

Volterra, V., 1887b. "Sopra le funzioni dipendenti da linee", *Rendiconti Accademia dei Lincei*", 1887, pp. 225–230, 274–289.

Volterra, V., 1889. "Sui principi del calcolo integrale", *Giornale di matematiche*, 1889, pp. 333–372.

Some relations of José Sebastião e Silva with Belgian mathematicians

Jean Mawhin
Institut de Recherche en Mathématique et Physique
Université Catholique de Louvain
jean.mawhin@uclouvain.be

Abstract: We initiate a study of the relations of José Sebastião e Silva with the Belgian mathematicians Lucien Waelbroeck (Université Libre de Bruxelles), René Matagne (Université de Liège), Marc De Wilde (Université de Liège) and Dominique Meeús (Université Catholique de Louvain). The importance of a conference held in Louvain in 1960 is emphasized, and the mutual influences of the relation are analyzed in the publications of the various authors.

Resumo: Começamos um estudo das relações de José Sebastião e Silva com os matemáticos belgas Lucien Waelbroeck (Universidade Livre de Bruxelas), René Matagne (Universidade de Liège), Marc De Wilde (Universidade de Liège) e Dominique Meéus (Universidade Católica de Lovaina). É enfatizada a importância de uma conferência realizada em Lovaina em 1960, e as influências mútuas desta relação são analizadas nas publicações dos diversos autores.

1 Silva's contributions related to the work of Belgian mathematicians

José Sebastião e Silva (1914–1972) has contributed to various areas of algebra, topology, functional analysis, mathematical education and mathematical history.

Among his many contributions, those connected with the work of some Belgian mathematicians are the following ones:

1. Topological algebras with empty or unbounded elementary spectrum and the corresponding generalized functional calculus
2. Importance of bornology with respect to topology in some problems on function spaces
3. Silva spaces and dual Silva spaces
4. Differential calculus in locally convex spaces

The Belgian mathematicians considered here, whose work is related to or inspired by some of Silva's papers, are Lucien Waelbroeck (especially in the area of topological algebras and bornology), René Matagne (Silva spaces), Marc De Wilde (Silva spaces) and Dominique Meeús (differential calculus in locally convex spaces).

2 Lucien Waelbroeck

2.1 Lucien Waelbroeck's early contributions to topological algebras and symbolic calculus

Lucien Waelbroeck was born near Geneva in 1929, and deceased in Brussels in 2009. After graduating in 1950 in mathematics at the Université Libre de Bruxelles (ULB), he followed in 1950–52 the lectures of Jean Leray at the Collège de France (Paris). In 1954, he defended his PhD thesis at the ULB. During the period 1954–58, he made his military service before becoming a researcher at ULB, and an assistant in the period 1958–60. In 1960, he obtained his habilitation in the same institution. Associate professor at the ULB in 1960–62, he was promoted to full professor in 1962, and retired in 1994. Lucien Waelbroeck was an internationally recognized mathematician, the author of 67 articles or memoirs and 4 lecture notes. He organized many seminars at the ULB and edited several proceedings of international conferences or schools.

In his 1954 PhD thesis *Le calcul symbolique dans les algèbres commutatives* [Waelbroeck, 1954] published in the *Journal de mathématiques pures et appliquées*, Waelbroeck extended Gelfand's spectral analysis of normed algebra to locally convex algebra and symbolic calculus to holomorphic functions of several variables, by using Oka-Cartan's results on functions of several complex variables. His results were presented by Henri Cartan in the famous Bourbaki seminar [Cartan, 1957].

In his 1960 habilitation's thesis *Théorie spectrale des algèbres complètes* [Waelbroeck 1960], published in the *Mémoires in 8.º of the Académie royale de Belgique*, Waelbroeck introduced a new concept of spectrum covering the important cases of non-empty or non-compact spectrum. The corresponding symbolic calculus included Leray's extension of Heaviside's symbolic calculus.

2.2 The *Colloque du CBRM sur l'analyse fonctionnelle* in Louvain

The *Centre Belge de Recherches Mathématiques (CBRM)* was created in 1948 by the Belgian geometer Lucien Godeaux (1887–1975), professor at the University of Liège. Its main activity was the organization of international conferences on selected topics, like algebraic geometry, algebraic topology, differential geometry, functions of several variables, partial differential equations, statistical analysis, number theory, sequences, algebra, functional analysis, … The conferences took place in various Belgian universities, and the proceedings were published. The corresponding series of proceedings gives an interesting picture of the development of mathematics in the period 1950–1970. The participation was on invitation only and the majority of participants consisted in the most famous mathematicians in the area of the conference, completed by a very small selection of Belgian experts or promising researchers in the area. A partial list of participants includes Severi, van der Waerden, H. Hopf, H. Cartan, Leray, Schouten, Lichnerowicz, Kähler, Behnke, Lelong, Serre, Doetsch, Picone, Schwartz, J.L. Lions, Brelot, Choquet, de Rham, Fantappiè, Darmois, Montel, Haupt, Fenchel, Santaló, Mordell, Erdös, Roth, Davenport, Hilton, Thom, Eckmann, Mac Lane, Adams, Whitehead, and shows the high level of the selection.

In May 1960, was organized at the *Université Catholique de Louvain* a *Colloque sur l'analyse fonctionnelle*, to which participated Heinz König, Gottfried Köthe, Jean Leray, José Sebastião e Silva, Guido Stampacchia, Adriaan C. Zaanen, and, for Belgium, Lucien Waelbroeck. This seems to have been the first personal meeting between Silva and Waelbroeck, who reported on his new concept of spectrum, possibly non compact, for some algebras of operators [Waelbroeck, 1960], in a lecture entitled *Étude spectrale de certaines algèbres complètes* [Waelbroeck, 1961a]. The text of this lecture did not mention Silva's contributions to the problem; its bibliography was limited to the books of Gelfand and of Naimark on normed rings, a paper of Leray on fonctions of complex variables and four papers of the author.

In [Waelbroeck, 1960], Waelbroeck had introduced the concept of *b-complete algebra A (algèbre à bornés complète)*, whose structure is defined on the underlying vector space to A in such a way that the product of two complete bounded subsets of A is bounded in A (for example a locally convex quasi-complete algebra). In this more general setting, the spectrum of $a \in A$ cannot be anymore defined, like in Gelfand's theory of Banach algebras, as the complement set of the $s \in \mathbb{C}$ such that $(a-s)^{-1}$ is defined. If $\delta_0(s) = (1+|s|^2)^{-1/2}$, Waelbroeck called $\Theta(s;\delta_0;A)$ the algebra of locally bounded functions from $\mathbb{C}$ to A, having polynomial growth at infinity. The function $a - s \in \Theta(s;\delta_0;A)$ and has no inverse in this algebra; in other words $a - s$ generates in $\Theta(s;\delta_0;A)$ a proper ideal. A real nonnegative bounded function $\delta(s)$ is said to belong to the *spectrum* $\Delta(a;A)$ if the ideal generated by $a - s$, $\delta(s)$ in $\Theta(s;\delta_0;A)$ is the improper ideal. Waelbroeck proved that $\Delta(a;A)$ is a filter on the lattice of real nonnegative functions, and this filter is proper (i.e. the spectrum is not empty).

The new spectrum is related to the classical one in the following way. For each $\delta \in \Delta(a; A)$, let $S_\delta = \{s \in \mathbb{C} : \delta(s) > 0\}$. The family $\{S_\delta\}_{\delta \in \Delta(a;A)}$ is a filter of subsets of $\mathbb{C}$, with an open basis. S belongs to this filter if and only if there exists $u \in \Theta(s; \delta_0; A)$ such that $(a - s)u(s) = 1$ outside of S. So, to $\Delta(a; A)$ is associated a filter $\sigma(a; A)$ whose elements are the subsets S of $\mathbb{C}$ such that equation $(a - s)u(s) = 1$ is solvable with u sufficiently regular. Waelbroeck extended in a similar way the concept of spectrum to the case where a is replaced by a finite family $\{a_1, \ldots, a_n\}$.

In the proceedings, published in 1961, Silva reacted to Waelbroeck's lecture on spectrum in his contribution *La définition de spectre d'un opérateur et les opérateurs à spectre élémentaire non borné* [Silva, 1961a]. Given a locally convex separated vector space E on $\mathbb{C}$, and a linear mapping $\Delta : E_\Delta \subset E \to E$, Silva called *elementary spectrum* of Δ the set of $s \in \mathbb{C}$ such that $\Delta - s$ is not a bijection from E_Δ onto E. Silva wrote [Silva, 1961a, 47, 50]:

> M. Waelbroeck has observed that this notion of spectrum does not allow a generalization of the classical spectral theory, as developed in the case of Banach algebras, and presents as typical example of operators to which one never can apply this theory, the differential operators, whose elementary spectrum is either unbounded or empty (depending upon the spaces they are defined).
>
> The question is now to see how the definition of M. Waelbroeck applies to those operators and, more generally, to the operators Δ with unbounded or empty spectrum, that I have considered in some forms of operational calculus. [...]
>
> M. Waelbroeck has accepted to explain us in detail, how his definition can be adapted to the special case where Δ is the operator D of differentiation, defined in the space of distributions (of one variable) with limited support on the left, and to which applies the operational calculus corresponding to Laplace transform. In the work "Sur le calcul symbolique à une ou plusieurs variables", to appear in *Annali di Matematica*, I use a few ideas of M. Waelbroeck on spectral theory, which allow me to arrive to a synthesis of all types of symbolic calculus that I had considered before.

Köthe's lecture [Köthe, 1961] at the CBRM conference was devoted to a characterization of bornological spaces, that he defined as follows:

> A locally convex space E with topology $\mathcal{T}$ is called *bornological* if every convex subset M of E, which absorbs all the bounded sets of

> E is a neighborhood of zero for the topology $\mathcal{T}$. [...] The property for the strong dual E' of E to be complete is necessary for $E[\mathcal{T}]$ to be bornological. [...] We intend to give a caracterization for the bornological spaces.

Köthe's characterization was stated as:

> A locally convex space $E[\mathcal{T}]$ is bornological if and only if $\mathcal{T}$ is the Mackey topology and the dual space E' is complete for the topology $\mathcal{T}_{C_0}(E)$.

Waelbroeck reacted to Köthe's lecture on bornological spaces in a second contribution *Les espaces à bornés complets* to the proceedings [Waelbroeck, 1961a, 51]:

> In the spectral study of topological algebra, I have been led to introduce some spaces, and some algebras, with bounded sets and with complete bounded sets (*b-spaces, complete b-spaces*). Given their definition, one is naturally led to consider some problems related to the theory of bornological spaces. Allow me to state those problems here.

Silva reacted to Waelbroeck's reaction in his second contribution *Les espaces à bornés et la notion de fonction différentiable* to the proceedings [Silva, 1961b, 57]:

> The remarks of M. Waelbroeck concerning the lecture of M. Köthe are of special interest for me, because I have been led myself to analogous conclusions, in trying to extend to locally convex spaces, real or complex, the notion of differentiable function, as well as the fundamental theorems of differential and integral calculus, and of the theory of functions of several complex variables.
>
> I have convinced myself that, for this generalization, it is the notion of bounded set, more than that of neighborhood (or of semi-norm), which must play an essential role.

Indeed, in the introduction of his seminal paper on differentiable functions between locally convex spaces, Silva had written [Silva, 1956, 743]:

> We convinced ourself that, to obtain a good generalization of the concept of "differentiable function", one must renounce, in the general case, to the continuity condition. [...] It is well known that,

> in locally convex spaces, the property to be bounded, for linear functions, is more general than the property to be continuous. Indeed, it is the notion of *bounded* linear function, which has led us, in a natural way, to the notion of analytical function and, in last analysis, to that of differentiable function.

One can guess from those papers that the discussions during the conference must have been animated between the young passionate Waelbroeck and the established mathematicians Köthe and Silva.

2.3 Waelbroeck's influence on Silva's work

The *Colloque du CBRM* had an important influence on Silva's subsequent work on symbolic calculus. In a memoir published in 1962 [Silva, 1962], and anounced in [Silva, 1961c; Silva, 1961d; Silva 1961e], Silva developed a synthesis of several types of symbolic calculus considered previously, and proposed a "generalization suggested recently by a conference of L. Waelbroeck". If **A** is a locally convex algebra with unit and separately continuous product; a *spectral set* of $\mathbf{a} \in \mathbf{A}$ is any set S of complex numbers such that $(\mathbf{a} - \lambda)^{-1}$ exists for each $\lambda \notin S$ and $\lambda \to (a - \lambda)^{-1}$, $\mathbb{C} \to \mathbf{A}$ is bounded on $\mathbb{C} \setminus S$. The family of all spectral sets of **a** is a filter, the *spectral filter of* **a** and any spectral set of **a** contains Silva's elementary spectrum. Furthermore, in this paper, Silva emphasized the role of bounded sets in the application of symbolic calculus [Silva, 1962, 221]:

> The application of symbolic calculus is often embarrassed by topological problems, in general very difficult, which are completely foreign to the aims of this calculus. To get rid of those superfluous difficulties, it suffices to replace the structures of "locally convex spaces" and of "locally convex algebra" by the much more simple and handy of "b-spaces" and of "b-algebras", proposed by M. Waelbroeck at the Colloque of Louvain.

Silva and Waelbroeck met again at the end of September 1961 at the *Deuxième Réunion du Groupement des Mathematiciens d'expression latine* in Firenze and Bologna. In his lecture *Sur le calcul symbolique des opérateurs à spectre non borné ou vide*, Silva underlined again the influence of Waelbroeck's ideas on his work [Silva, 1961c, 111]:

> The researches of M. Waelbroeck on symbolic calculus have for me a special interest, not only because of the originality and deepness of his results, but also because they have several points of contact

> with my experiences on the same subject. I realized it last year at the occasion of the Colloque sur l'Analyse Fonctionnelle in Louvain.
>
> I have considered some forms of symbolic calculus, concerning operators with unbounded or empty spectrum (in classical sense), which can be subordinated to the very general symbolic calculus of M. Waelbroeck.
>
> On the other hand, the notion of "spectral set", introduced by M. Waelbroeck, allows to formulate, in a rather simple and suggestive way, the symbolic calculi that I have considered.

By contrast, in his lecture *Étude spectrale des b-algèbres* [Waelbroeck, 1961c] at the same conference, Waelbroeck did not mention Silva and made no reference to his work.

A subsequent publication of Silva in 1963 was devoted to an analysis of b-spaces and a comparison with notions introduced by other authors [Silva, 1963]. Once more, Silva acknowledged Waelbroeck's influence.

On the other hand, the references of Waelbroeck to Silva's work only came later and remained rather scarce. The 1967 paper [Waelbroeck 1967] on bounded structures only quotes Silva's 1955 paper on Silva spaces [Silva, 1955]. In his 1971 lecture notes on topological vector spaces and algebras, Waelbroeck just mentioned that [Waelbroeck, 1971, 41]:

> Silva [Silva, 1962] studied the Gateaux and Fréchet differentials in topological vector spaces. He showed they involved some structures similar to those defined here.

and [Waelbroeck, 1971, 58]:

> A b-space with a countable boundedness of type $\mathcal{S}$ is called a "Silva" space, after J. Sebastião e Silva introduced these spaces and showed their importance in applications [Silva, 1955].

In a type of scientifical autobiography of 1982, Waelbroeck just observed that [Waelbroeck, 1982, 547]:

> Silva [Silva, 1956; Silva, 1959, Silva, 1960; Silva, 1962] has constructed operational calculi involving spectral sets with smooth boundaries. What follows could be a technique for constructing such calculi.

The last citations of Waelbroeck about Silva are a short mention in his ultimate work of 2005 [Waelbroeck, 2005, 66–67]:

> J. Sebastião e Silva [Silva, 1955] has considered topological vector spaces E which are unions of increasing sequences of Banach spaces E_n such that for all n the injection $E_n \subset E_{n+1}$ is a compact mapping of Banach spaces. On the union, he has placed the direct limit topology. We redefine his spaces:
> DEFINITION 1.3.9. *A Silva space is a Schwartz b-space whose boundedness has a countable basis.*
>
> Although Silva does not consider bornological vector spaces but topological vector spaces, the two definitions are morally equivalent.

In the bibliography of [Waelbroeck, 2005], there is also an unquoted reference to [Silva, 1962].

Summarizing, after the CBRM conference in Louvain, Silva very often acknowledged, commented, and quoted very explicitly the influence of Waelbroeck's work on his own research. On the other hand, and somewhat surprisingly, Waelbroeck, before the single quotation in [Waelbroeck, 1982, 547] mentioned above, never explicitely mention the use made of his work by Silva. Indeed, Waelbroeck in general favorized quoting and emphasizing his own work in the bibliographies of his papers and books, following the general line clearly expressed in the introduction of his monograph [Waelbroeck, 1971], and which we leave to the reflexion of historians of mathematics:

> Most chapters are concluded by a section "Notes and Remarks", in which the author speaks about the history, the development of the subject. These notes are not 100 percent reliable. But the author belongs to the old-fashioned school, he believes that the history of a subject is part of the context in which the subject should be placed. An unreliable historical survey is better than none. The amount of work that goes into the writing of reliable historical survey is incompatible with the "Lecture Note" idea.

3 Functional analysis at the *Université de Liège* and Silva spaces

3.1 René Matagne

René Matagne was born in 1941 and deceased in 2014. In 1963, he graduated in mathematics at the *Université de Liège (ULg)*, where he became in 1963 an assistant in the department of mathematics. Between 1971 and his early retirement in 2001, he was first assistant in the department of applied mathematics of ULg. He devoted much time to his teaching and his mathematical production was limited to seven papers, all published, with one exception, in the *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*.

Three research papers of Matagne were related to Schwartz and Silva spaces. In [Matagne, 1964a], Matagne developed the theory of Schwartz spaces in the setting of Henri-Georges Garnir's approach of locally convex spaces based upon semi-norms and using only the countable axiom of choice (see [Garnir-De Wilde-Schmets, 1968–1973, 1, v]). Recall that a *Schwartz space* is a separated locally convex topological vector space E such that, for every circled neighborhood U of 0, there exists a circled neighborhood V of 0 precompact for the topology defined by the semi-norm associated to U. This is equivalent to say that, given any neighborhood U of 0, there exists a neighborhood B of 0 such that, for each $\lambda > 0$, V can be covered by a finite number of translations of λU. On the other hand, if $(E_k)_{k\in\mathbb{N}}$ is a sequence of normed spaces and $(T_{k+1,k})_{k\in\mathbb{N}}$ a sequence of bounded linear operators between E_{k+1} and E_k, the *projective limit* $\{E_k, T_{k+1,k}\}$ of the spaces E_k for the operators $T_{k+1,k}$ is the closed vector subspace of $\prod_{k=1}^{\infty} E_k$ defined by

$$E = \{(x_1, x_2, \ldots) \in \prod_{k=1}^{\infty} E_k : x_k = T_{k+1,k}(x_{k+1}) \ (k \in \mathbb{N})\}.$$

A projective limit $\{E_k, T_{k+1,k}\}$ is called a *Silva's dual* if each $T_{k+1,k}$ is compact ($k \in \mathbb{N}$). Matagne showed that a dual Silva's space is a Schwartz space [Matagne, 1964a].

A *Silva space*, a concept introduced by Silva in [Silva, 1955a], is a topological vector space E which is the inductive limit of an increasing sequence of Banach spaces E_n such that, for each n, the injection $E_n \subset E_{n+1}$ is compact. In [Matagne, 1964b], Matagne, according to the main philosophy of Garnir's school, proved the main properties of Silva spaces and of their strong dual by techniques without proving that a space has some property by showing that its dual has the dual property, when this approach required the use of the full Zorn's axiom of choice. The paper [Matagne, 1966] completed, simplified or modified the results of the two previous ones.

3.2 Marc De Wilde

Born in 1940, Marc De Wilde graduated in mathematics at the *Université de Liège* in 1962, and was assistant of Garnir between 1962 and 1969. In 1965, he defended his PhD in Mathematics at ULg [De Wilde, 1965], and his habilitation in the same institution in 1970 [De Wilde, 1969]. First assistant at ULg from 1969 till 1973, he became full professor there in 1973, in the chair of differential geometry, a position held untill his early retirement in 2000. An internationally recognized mathematician, he is the author of some 75 papers in functional analysis and differential geometry, and of several books on functional analysis.

In the course of his researches in functional analysis, De Wilde introduced in 1966 [De Wilde, 1966] a generalization of Silva spaces, by considering the inductive limit of a sequence of locally convex topological vector spaces (E_i) such that the injection $E_i \subset E_{i+1}$ is weakly compact. He proved that

(a) A is weakly compact in $E \Leftrightarrow A \subset E_i$ for some i and is weakly compact there.

(b) A sequence weakly converges in $E \Leftrightarrow$ it belongs to some E_i and weakly converges there.

(c) E is reflexive.

(d) $F \subset E,\ F \cap E_i$ weakly closed in E_i forall $i \Rightarrow F$ is closed in E.

(e) any linear functional on a linear closed subspace L of E, bounded in $L \cap E_i$ for all i is bounded in L for the semi-norms induced by E. In particular, Hahn-Banach theorem applies to such a functional.

Analogous results had been obtained by B. M. Makarov [Makarov, 1958].

In an Appendix to his 1969 habilitation dissertation [De Wilde, 1969], De Wilde developed a theory of countable inductive limits general enough to encompass

1. the strict inductive limits of Dieudonné-Schwartz [Dieudonné-Schwartz, 1949]
2. the inductive limits of Silva [Silva, 1955]
3. their generalizations by Raikov [Raikov, 1957] and Makarov [Makarov, 1958].

4 Dominique Meeùs and Silva's concept of differential

Born in 1943, Dominique Meeùs graduated in mathematics in 1965 at the *Université Catholique de Louvain (UCL)*, and was an assistant at the Department of Mathematics of this institution between 1965 and 1970, the year where he defended his PhD in mathematics with an (unpublished) dissertation on the *Calcul différentiel dans les espaces localement convexes.* After teaching calculus in the first year of mathematics, physics and engineering, he left the university in 1971, for ideological reasons, to become worker in a factory, where he had also an intensive trade union activity until his retirement. This explains why his mathematical production justs consists, besides his thesis, in four short papers.

Silva's concept of derivative for functions defined in a locally convex space, introduced and developed in [Silva, 1956; Silva, 1957; Silva, 1961b] was fundamental for Meeús' work. Let X, Y be locally convex topological vector spaces, and $\mathcal{B}$ an arbitrary collection of bounded subsets of X such that

1. $B \in \mathcal{B} \Rightarrow$ the circled convex envelope $\widehat{B}$ of $B \in \mathcal{B}$
2. $x \in X \Rightarrow \{x\} \in \mathcal{B}$

For any $B \in \mathcal{B}$, denote by X_B the vector subspace of X generated by B with the norm $\|x\|_B = \inf\{\delta; \delta > 0,\ x \in \delta\widehat{B}\}$. The function $f : D \subset X \to Y$, with D open, is called $(\mathcal{B})$*-differentiable at* $a \in D$ if there exists $\Phi : X \to Y$ linear such that for each $B \in \mathcal{B}$, there exists $C \subset Y$ such that $\Phi(B) \subset C$ and

$$\lim_{\|h\|_B \to 0} \frac{\|f(a+h) - f(a) - \Phi h\|_C}{\|h\|_B} = 0.$$

Φ is unique and called the $(\mathcal{B})$-derivative of f at a, and one writes $\Phi := f'(a)$.

In his thesis [Meeús, 1970a] and short note [Meeús, 1970b], Meeús showed how Silva's definition of derivative for functions between locally convex spaces could be seen as a specialization of Frölicher-Bucher's definition given in their monograph *Calculus in vector spaces without norms* [Frölicher-Bucher, 1966], applied to associated spaces with convex bounded sets. He also extended Silva's definition to non open domains. Meeús acknowledged the influence of Silva's work in the Introduction of [Meeús, 1970a, 2]:

> José Sebastião e Silva, in his "Calcul", grounds the definition of derivative of a function between locally convex spaces on the bounded sets of those spaces. This corresponds indeed, as he observed later in "Espaces à bornés et fonction différentiable", to use the structure of convex bounded sets associated to those spaces. If E and F are locally convex spaces, one can define a space with convex bounded sets $L(E, F)$ adapted to our problem of composition [...]. We will see how the spaces with convex bounded sets can be, like the locally convex spaces, considered as special cases of

> pseudo-topological spaces in the line of the "Calculus" of Frölicher and Bucher. Furthermore, Silva's definition for the derivative of a function between locally convex spaces then appears like the specialization of Frölicher and Bucher's definition, not to locally convex spaces themselves, but to their associated spaces with convex bounded sets.

Meeús also gave a reciprocal to Taylor's theorem in the setting of Silva's derivative.

In [Meeús, 1971], after noticing that the classical local implicit function theorem does not extend to locally convex spaces, even metrizable and complete, has considered nonlocal versions, and has used Silva's differentiability in one result on the differentiability of the corresponding explicit function.

In the tradition of the notes in the *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, the papers [Meeús, 1970b] and [Meeús, 1971] do not provide any proof. They can be found only in the unpublished thesis [Meeús, 1970a].

5 Conclusions

The material of the present paper, which is essentially based on published articles or proceedings of conferences, must be seen only as a partial introduction to the relations of José Sebastão da Silva with Belgian mathematicians and their work. It is far from giving a complete description, and leaves many questions open for the historian of mathematics.

For example, it would be interesting to find informations about the following questions:

1. Were there other visits of Silva in Belgium, and in which circumstances?
2. Did some of the mentioned Belgian mathematicians visit Silva in Lisbon?
3. Where there further meetings of Silva with Waelbreock?
4. Does it exist letters between Silva and Waelbroeck?
5. Does it exist letters between Silva and Meeús, Matagne or De Wilde?

Answers to those questions would give a better and more complete picture of the relations of Silva with Belgian mathematicians.

References

Cartan H., 1957, Théorie spectrale des C-algèbres commutatives (d'après L. Waelbroeck [3]), Séminaire Bourbaki 3 (1954–1956), Exposé No. 125, 13 p., Février 1956.

De Wilde, M., 1965, Espaces de fonctions à valeurs dans un espace linéaire à semi-normes, Mém. Soc. Roy. Sci. Liège Coll. in-8.º (5) 13, No. 2.

De Wilde, M., 1966, Sur un type particulier de limite inductive. Bull. Soc. Roy. Sci. Liège 35, 545–551.

De Wilde, M., 1969, Réseaux dans les espaces linéaires à semi-normes. Mém. Soc. Roy. Sci. Liège Coll. in-8.º (5) 18, No. 2.

Dieudonné, J. and Schwartz, L., 1949. La dualité dans les espaces $(\mathcal{F})$ et $(\mathcal{L}F)$, Ann. Inst. Fourier Grenoble 1, 61–101.

Frölicher, A. and Bucher, W., 1966, Calculus in vector spaces without norms. Lecture Notes in Math. No. 30, Springer, Berlin.

Garnir, H.G., De Wilde, M., Schmets, J., 1968–1973, Analyse fonctionnelle, 3 vol. Birkhäuser, Basel, 1968, 1972, 1973.

Köthe, G., 1961, Une caractérisation des espaces bornologiques. In: Colloque sur l'analyse fonctionnelle (Louvain, 25–28 mai 1960), CBRM, Librairie Universitaire, Louvain; Gauthier-Villars, Paris. 39–45.

Makarov, B.M., 1958, Inductive limits of normed spaces. (Russian). Dokl. Akad. Nauk SSSR 119, 1092–1094.

Matagne, R., 1964a, Les espaces de Schwartz. Bull. Soc. R. Sci. Liège 33, 650–665.

Matagne, R., 1964b, Les espaces de Silva. Bull. Soc. R. Sci. Liège 33, 754–768.

Matagne, R., 1966, Les espaces de Schwartz et de Silva. Bull. Soc. R. Sci. Liège 35, 195–201.

Meeús, D., 1970a, Le calcul différentiel et intégral dans les espaces localement convexes, unpublished PhD thesis, Université Catholique de Louvain, Louvain, 125 pp.

Meeús, D., 1970b, Sur la dérivée d'une fonction entre parties d'espaces localement convexes. Comptes Rendus Acad. Sci. Paris A-B 271, A1250–A1253.

Meeús, D., 1971, Fonctions implicites, non locales, dans les espaces localement convexes. Comptes Rendus Acad. Sci. Paris A-B 272, A724–A726.

Raikov, D.A., 1957, Inductive and projective limits with completely continuous mappings. (Russian). Dokl. Akad. Nauk SSSR (N.S.) 113, 984–986.

Sebastião e Silva, J., 1955a, Su certe classi di spazi localmente convessi importanti per le applicazioni. Rend. Mat. e Appl. (5) 14, 388–410. Also in [Silva, Obras II, 183–205].

Sebastião e Silva, J., 1955b, Le calcul opérationnel au point de vue des distributions. Portugal. Math. 14, 105–132. Also in [Silva, Obras II, 315–342].

Sebastião e Silva, J., 1956a, Le calcul différentiel et intégral dans les espaces localement convexes. I, II. Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (8) 20, 743–750; 21, 40–46. Also in [Silva, Obras II, 351–365].

Sebastião e Silva, J., 1957, Conceitos de função diferenciável em espaços localmente convexos. Publicações do Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa, Instituto de Alta Cultura, Lisbon, 65 pp. (multigraphed). Also in [Silva, Obras II, 369–433].

Sebastião e Silva, J., 1959, Sur le calcul symbolique des opérateurs différentiels à coefficients variables. I, II. Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (8) 27, 42–47, 118–122. Also in [Silva, Obras III, 49–59].

Sebastião e Silva, J., 1960, Le calcul opérationnel pour des opérateurs à spectre non borné. Atti Accad. Naz. Lincei. Mem. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. Sez. I (8) 6 (1960), 3–13. Also in [Silva, Obras III, 154–164].

Sebastião e Silva, J., 1961a, La définition de spectre d'un opérateur et les opérateurs à spectre élémentaire non borné, Colloque sur l'analyse fonctionnelle (Louvain, 25–28 mai 1960), CBRM, Librairie Universitaire, Louvain; Gauthier-Villars, Paris, 47–50. Also in [Silva, Obras III, 171–174].

Sebastião e Silva, J., 1961b, Les espaces à bornés et la notion de fonction différentiable, Colloque sur l'analyse fonctionnelle (Louvain, 25–28 mai 1960), CBRM, Librairie Universitaire, Louvain; Gauthier-Villars, Paris, 57–61. Also in [Silva, Obras III, 165–169].

Sebastião e Silva, J., 1961c, Sobre o cálculo simbólico relativo a uma álgebra localmente convexa, Bol. Acad. Cien. Lisboa 33. Also in [Silva, Obras III, 175–181].

Sebastião e Silva, J., 1961d, Sur le calcul symbolique des opérateurs à spectre non borné ou vide, Atti della 2ª Riunione del Groupement de Mathématiciens d'expression latine, Firenze-Bologna (26–30 settembre – 1–3 ottobre 1961), 111–115. Also in [Silva, Obras III, 205–209].

Sebastião e Silva, J., 1961e, Sur le calcul symbolique à une ou plusieurs variables, pour une algèbre localement convexe, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. 30, 167–172. Also in [Silva, Obras III, 199–204].

Sebastião e Silva, J., 1962, Sur le calcul symbolique d'opérateurs permutables à spectre vide ou non borné, Ann. Mat. Pura Appl. (4) 58, 219–275. Also in [Silva, Obras III, 221–277].

Sebastião e Silva, J., 1963, Les espaces à bornés et les réunions d'espaces normés, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) 34, 134–137. Also in [Silva, Obras III, 289–292].

Sebastião e Silva, J., 1985, Obras de José Sebastião e Silva, 3 vol., Instituto Nacional de Investigação Cientifica, Lisbon.

Waelbroeck, L., 1954, Le calcul symbolique dans les algèbres commutatives. J. Math. Pures Appl. (9) 33, 147–186.

Waelbroeck, L., 1960, Étude spectrale des algèbres complètes. Acad. Roy. Belg. Cl. Sci. Mém. Coll. in-8 (2) 31, No. 7.

Waelbroeck, L., 1961a, Étude spectrale de certaines algèbres complètes. In: Colloque sur l'analyse fonctionnelle (Louvain, 25–28 mai 1960), CBRM, Librairie Universitaire, Louvain; Gauthier-Villars, Paris, 29–38.

Waelbroeck, L., 1961b, Les espaces à bornés complets. In: Colloque sur l'analyse fonctionnelle (Louvain, 25–28 mai 1960), CBRM, Librairie Universitaire, Louvain; Gauthier-Villars, Paris, 51–55.

Waelbroeck, L., 1967, Some theorems about bounded structures. J. Functional Analysis 1 (1967), 392–408.

Waelbroeck, L., 1971, Topological Vector Spaces and Algebras. Lecture Notes in Mathematics No. 230. Springer-Verlag, Berlin-New York.

Waelbroeck, L., 1982, The holomorphic functional calculus as an operational calculus. In: Spectral theory (Warsaw, 1977). Banach Center Publ., 8, PWN, Warsaw, 513–552.

Waelbroeck, L., 2005, Bornological quotients. With the collaboration of Guy Noël. Acad. Roy. Belgique. Mém. Cl. Sci. Coll. in-4.º (3) 7.

Acerca da tese inédita de José Sebastião e Silva

António M. Fernandes
IST
amfern@math.tecnico.ulisboa.pt

Resumo: Durante a sua permanência em Roma (1942–1946), José Sebastião e Silva escreveu aquilo que, pouco antes de regressar a Portugal, ainda considerava ser a sua *tese*. O conteúdo dessa *tese*, intitulada *Para uma teoria geral dos homomorfismos* (1944) e que nunca chegou a ser defendida publicamente, corresponde à concretização de uma atitude típica em Sebastião e Silva: a procura da máxima generalidade. Neste caso concreto trata-se de generalizar a estruturas arbitrárias a teoria de Galois.

O propósito deste artigo é o de isolar alguns aspectos envolvendo este trabalho de Sebastião e Silva, esperando que possam despertar interesse historiográfico.

José Sebastião e Silva (JSS) permaneceu em Roma entre 1943 e 1946 na qualidade de bolseiro do *Instituto para a Alta Cultura* (IpAC). Durante esse período, em que se dedicou essencialmente a trabalhar no âmbito da análise funcional terminou, até ao final de 1944, o manuscrito daquela que chegou a pensar seria a sua tese de doutoramento. Essa *tese* permaneceria inédita até à sua publicação, nas *Obras* de JSS, sob o título *Para uma teoria geral dos homomorfismos*.[1] Numa carta endereçada a Hugo Ribeiro, datada de Julho de 1945, JSS dá conta do propósito da *tese inédita*.

> Você já deve saber que enviei dois exemplares da tese para o Instituto. Trata-se ali de estender ao domínio mais amplo possível as ideias de Felix Klein contidas no Programa de Erlanger, efectuando ao mesmo tempo uma natural generalização da Teoria de Galois, com os métodos da Lógica Matemática. A Teoria de Galois trata dos automorfismos das extensões algébricas dos corpos; a classificação de Klein refere-se aos automorfismos dos espaços geométricos, em relação com a Teoria dos grupos de Lie. Pois bem: na minha tese trata-se dos automorfismos de um sistema matemático qualquer.
>
> — Carta de JSS a Hugo Ribeiro, Roma, Julho de 1945[2]

[1] JSS referiu em diversas ocasiões a quase impossibilidade de trabalhar durante o primeiro ano da sua estadia em Roma, pelo que muito provavelmente, os resultados fundamentais desta *tese* já estariam estabelecidos antes da viagem para Itália.

[2] O acesso a esta carta foi-me facultado pela Dra. Anabela Teixeira, a quem agradeço.

Por esta ocasião já JSS havia enviado para o IpAC dois exemplares da *tese inédita*. Nunca chegou a obter nenhuma apreciação do seu trabalho, provavelmente ninguém o leu.[3]

Nesta mesma carta, JSS revela que deu, a pedido de FANTAPPIÉ e de PICONE, duas conferências acerca dos resultados da *tese* (Abril de 1945).

> Depois das conferências, o Severi pediu-me que escrevesse em italiano um resumo da minha tese, sem demonstrações, para o comunicar à Academia Pontificia. Enquanto o redigia, surgiram-me novas ideias que comecei a desenvolver, de modo que a tese se encontra agora completamente superada: só agora se pode dizer que as minhas ideias sobre o assunto atingiram a fase de maturação. Aperfeiçoei os conceitos de definição lógica; simplifiquei as demonstrações; melhorei alguns resultados; corrigi algumas inexatidões que deixei passar, na pressa com que redigi a tese, e, sobretudo, resolvi o problema de que é o caso particular o problema de Wiener: Dado um grupo H de transformações biunívocas dum conjunto U em si mesmo, introduzir em U uma organização, de modo que H seja o grupo dos automorfismos do sistema assim obtido.
>
> — Carta de JSS a HUGO RIBEIRO, Roma, Julho de 1945

As alterações anunciadas são suficientemente importantes para que SEBASTIÃO E SILVA tencione substituir uma parte da *tese* que, entretanto, já havia enviado para Portugal,

> Além disso, vou ver se, aproveitando a partida do Secretário da Legação, consigo substituir uma parte da tese.
>
> — Carta de JSS a HUGO RIBEIRO, Roma, Julho de 1945

A *tese* que integra as suas *Obras* é certamente aquela que corresponde à primeira versão já que se encontra datada de 1944. Não se sabe se as correcções e adendas que planeou fazer terão chegado a Lisboa. O que se sabe é que esta tese nunca chegou a ser defendida. Que apesar de o assunto possuir potencialidade para atrair o interesse generalizado da comunidade matemática, isso nunca aconteceu e que, finalmente, o próprio JSS parece ter abandonado definitivamente este assunto tão logo regressou a Lisboa.

[3] Embora existisse algum contacto com a Lógica no contexto da Filosofia, não existia, no mais ténue dos sentidos, qualquer abordagem à Lógica no contexto matemático. Consequentemente, é praticamente impossível que alguém se encontrasse em posição de se interessar e, sobretudo, de compreender os resultados contidos na *tese inédita*.

Porque não teve a tese inédita verdadeiro impacto?

Os resultados estabelecidos na *tese inédita*, justificariam um impacto científico que, na realidade, ela não teve. Estava em causa a generalização da teoria de GALOIS a estruturas arbitrárias, mesmo que de cariz não algébrico. Além disso, anunciava-se a resolução parcial de um problema que suscitou grande interesse no início do século XX: o problema de determinar uma estrutura a partir da sua geometria, mais precisamente, fixado um tipo de estruturas e dado um grupo G, determinar uma estrutura daquele tipo cujo grupo de automorfismos fosse isomorfo a G. Que razões podem então explicar a ausência de impacto que este trabalho veio a ter no seio da comunidade matemática?

Uma análise historiográfica competente (certamente além das possibilidades do autor deste artigo) acabará por isolar os motivos que justificam este cenário. Apesar disso, gostaria de expôr duas hipóteses que isolada ou conjuntamente, poderão justificar esta circunstância.

A divulgação da tese inédita

Uma razão que eventualmente justifica a ausência de impacto científico da *tese inédita* pode ser encontrada na sua deficiente divulgação. O resumo da *tese*, que acabou por ser submetido à Academia Pontificia, foi alvo de uma recensão da autoria de ALBERT A. BENNETT, publicada no *The Journal of Symbolic Logic*, em Junho de 1949.

Trata-se de um pequeno texto que não excede as 30 linhas. Constitui uma descrição muito resumida (daquilo que já em si era um resumo), que não consegue dar sequer uma pálida ideia dos resultados contidos na *tese*. Apenas são referidos os propósitos do autor e o assunto da *tese*, de uma forma geral. Além disso, apenas se coloca alguma ênfase no tipo de formalismo utilizado — uma teoria de *tipos transfinitos*.

> Uma teoria geral de tipos é introduzida concretamente através da referência ao conceito Cls U que se refere à totalidade dos subconjuntos de um dado universo, U. Apesar de se referirem tipos de ordem transfinita, a ênfase é colocada em tipos de ordem não superior a 2.
>
> — ALBERT A. BENNETT, *The Journal of Symbolic Logic*, Vol. 14, N.º 2, p. 127

É preciso avançar até 1984, para encontrar algo de verdadeiramente substancial no que respeita à divulgação destes resultados. Trata-se do texto de A. J. FRANCO DE OLIVEIRA, publicado na *History and Philosophy of Logic*.[4]

Até esta data, os matemáticos capazes de ler italiano poderiam, eventualmente, ter acesso ao resumo publicado na Academia Pontificia, os outros apenas à recensão de BENNETT que, como já se disse, não podia fornecer senão uma pálida imagem do trabalho de JSS.

Como se depreende a divulgação da tese não foi de molde a tornar o trabalho conhecido. Ainda assim, considerando simplesmente a recensão de BENNETT, o simples facto de estar em causa a plena generalização da teoria de GALOIS, justificaria por si só algum interesse, algo que verdadeiramente parece não ter existido.

Mesmo depois do artigo de FRANCO DE OLIVEIRA ter sido publicado (este sim um verdadeiro esforço de divulgação) só o lógico brasileiro NEWTON DA COSTA revelou algum interesse pelo conteúdo da tese, chegando a publicar um artigo sobre o tema.[5] Mas este episódio isolado não integra nenhum processo tendente a inverter a atitude de indiferença que a comunidade matemática dirigiu ao conteúdo da *tese inédita*. Importa pois complementar esta eventual explicação e procurar razões para além da divulgação que tendo peso, numa primeira fase, deixaria de o ter a partir de certa altura.

De facto, uma segunda razão, esta de carácter mais intrínseco à própria Matemática, pode ter contribuído para a marginalização da tese inédita: o formalismo adoptado por SEBASTIÃO E SILVA.

O formalismo adoptado na tese inédita

Os resultados da tese inédita assentam sobre uma noção básica, a noção de *definibilidade*. Esta noção só pode ser caracterizada convenientemente face a uma linguagem formal. SEBASTIÃO E SILVA adopta uma linguagem de tipos, inspirada (de acordo com o próprio) na teoria de tipos de RUSSELL, que com ela possui necessariamente pontos de contacto mas, ao mesmo tempo, diver-

[4]Num artigo publicado em 1970 na revista *Annals of Mathematical Logic*, GONZALO E. REYS, obtém resultados semelhantes aos de JSS, num contexto muito particular e numa linguagem muito mais fraca que aquela utilizada por Sebastião e Silva — a linguagem de primeira ordem associada à lógica $L_{\omega_1,\omega}$. Ele menciona o resumo da *tese inédita*, descrevendo o trabalho de JSS como sendo um programa semelhante ao seu. Existem contudo diferenças significativas: enquanto JSS buscava a máxima generalidade, tendo por isso recorrido a uma linguagem do máximo poder expressivo, REYES procedia tentando generalizar os resultados de BETH para as linguagens de primeira ordem que, do ponto de vista da expressividade se situam precisamente no extremo oposto.

[5]N. C. A. DA COSTA e A. A. M. RODRIGUES. *Definability and Invariance*, Studia Logica, **86**, pp. 1–30, 2007

gências essenciais. Uma dessas diferenças reside no facto de o formalismo de SEBASTIÃO E SILVA ser altamente infinitário.[6] Outra consiste no facto de JSS utilizar uma teoria de tipos simples (não ramificada) ao contrário do que sucede com o formalismo *russelliano*.

Em Junho de 1902, BERTRAND RUSSELL comunicou a GOTLOB FREGE a inconsistência do sistema formal descrito no seu *Grundgesetze*, consubstanciada na famosa antinomia conhecida como *Paradoxo de* RUSSELL. O efeito da notícia devastou FREGE tanto mais que o segundo volume do *Grundgesetze* já se encontrava numa fase de impressão. Apesar disso, FREGE ainda teve a oportunidade de acrescentar um apêndice contendo algumas contramedidas, numa última tentativa de salvar a integridade lógica do seu sistema.[7]

A comunicação de RUSSELL determinou o fim do programa logicista, na forma concebida por Frege.[8]

Isso não significava, porém que RUSSELL divergisse de FREGE quanto à possibilidade de fundar a Matemática na Lógica, pelo que ele próprio retoma o programa, concebendo um novo formalismo, sem os defeitos do de FREGE. Através da análise da natureza dos paradoxos, num percurso não linear, Russell acabou por se fixar numa teoria de tipos ramificados, um aparato formal que tinha em consideração o denominado *princípio do círculo vicioso*.[9] De acordo com Russell «Aquilo que envolve a totalidade de uma colecção não deve fazer parte dessa colecção».

A resposta de RUSSELL foi, como já se referiu, a teoria de tipos ramificados. Uma teoria onde as relações envolvendo indivíduos de um universo U são classificadas não apenas pelo seu tipo mas, em cada tipo, é-lhes atribuída uma dada *ordem*. O papel desta noção de ordem é precisamente a de restringir a quantificação universal nos termos do princípio do círculo vicioso. Apenas se pode quantificar sobre a totalidade dos objectos de uma dada ordem, de cada

[6]Em todos os aspectos: predicados envolvendo sequências infinitas de objectos; quantificações de sequências infinitas de variáveis; conjunções e disjunções de sequências infinitas de fórmulas. Necessariamente, tudo isto envolve fórmulas de comprimento transfinito.

[7]Viria a revelar-se uma tentativa vã, uma vez que sob a suposição de existirem pelo menos dois objectos, o novo sistema é contraditório. (QUINE, 1955)

[8]O logicismo de FREGE tem origem na sua discordância relativamente à posição de KANT de acordo com a qual a Matemática não seria analítica a priori. FREGE considerava que a classificação de KANT era formulada em termos demasiado vagos e, por isso, desenvolveu os aspectos ligados às linguagens formais e em particular os aspectos relacionados com a noção de quantificador (produzindo a interpretação que, ainda hoje, á a utilizada). Na sequência destas especificações, ele redefine *analítico a priori* como significando *derivável da lógica*, iniciando a partir deste ponto o seu programa logicista.

[9]No artigo *Mathematical Logic as based on the theory of Types* (RUSSELL, 1908), o princípio é isolado depois de uma sistemática análise de uma variedade de paradoxos.

tipo. Esta injecção de *predicatividade* asseguraria, segundo RUSSELL a consistência do sistema. A questão é que esta noção de ordem e, em última análise, a teoria de tipos ramificados na sua versão original, não permitia desenvolver a Matemática.[10] Para contornar esta dificuldade RUSSELL introduziu um axioma que se revelaria extremamente polémico — o *axioma da reducibilidade*. O axioma estabelece simplesmente que dada uma relação de um certo tipo σ e de ordem n, digamos $R^{\sigma,n}$ existe uma relação $S^{\sigma,1}$ do mesmo tipo mas de ordem 1, satisfeita, exactamente, pelos mesmos objectos que satisfazem $R^{\sigma,n}$.[11]

SEBASTIÃO E SILVA adopta uma versão deste *formalismo russelliano*. Contudo adopta desde logo, e sem qualquer tipo de explicação, uma teoria de tipos simples, sem ramificação. Isto apesar de, para RUSSELL, a ramificação constituir um aspecto fundamental do seu formalismo. Estranhamente, JSS que não hesita noutras ocasiões a fornecer explicações e interpretações, sobre esta questão, não explica a sua opção por uma versão não ramificada.

Se por um lado implementou uma versão simplificada do formalismo de RUSSELL, por outro, tornou o sistema mais complexo com a introdução de um carácter infinitário absoluto.

A lógica infinitária tal como a entendemos hoje, enquanto extensão da lógica de primeira ordem é algo que só se desenvolve a partir de 1955. Isto não significa que considerações infinitárias de vários tipos não tivessem ocorrido previamente. Recuando ao *Mathematical Analysis of Logic* (GEORGE BOOLE, 1847), aí recorre-se a uma série infinita para estabelecer a identidade $f(x) = f(1)x + f(0)(1-x)$ (para qualquer função booleana f).[12] BOOLE, que estabelece esta conclusão por outra via, acaba por considerar este argumento mais fraco, dada a impossibilidade de justificar a validade da série.[13] Este exemplo não revela ainda um carácter infinitário intrínseco e estrutural, antes surge como um mecanismo heurístico. Essa natureza é mais clara quando analisamos a linha de SCHRÖDER e PEIRCE. Um e outro entendiam os quantificadores como formas

[10] Em particular, não permite estabelecer a existência do conjunto dos números naturais. (MYHILL, 1974)

[11] O *carácter lógico* do axioma da reducibilidade foi sempre altamente contestado e juntamente com o axioma do infinito acabaram por constituir os principais motivos da falência do programa logicista de RUSSELL e WHITEHEAD.

[12] O argumento é depois repetido no *An Investigation of the Laws of Thought* (GEORGE BOOLE, 1854).

[13] A ideia é simples e consiste em assumir que mesmo neste contexto (o das álgebras de BOOLE) uma função f possui o desenvolvimento $f(x) = f(0) + f'(0)x + (f''(0)/2!)x^2 + (f'''(0)/3!)x^3 + \cdots$. Como numa álgebra deste tipo se tem $x^n = x$, daí resulta: $f(x) = f(0) + x(f'(0) + f''(0)/2! + f'''(0)/3! + \cdots)$. Considerando $x = 1$ na primeira equação, resulta $f(1) - f(0) = f'(0) + f''(0)/2! + f'''(0)/3! + \cdots$. Substituindo na segunda equação, obtemos $f(x) = f(0) + (f(1) - f(0))x$, ou seja, o resultado pretendido.

generalizadas de conjunção e disjunção: fixado um domínio $X = \{ x_i \mid i \in I \}$ o quantificador $(\forall x)\zeta(x)$, por exemplo, é interpretado como:

$$\zeta(x_1) \wedge \zeta(x_2) \wedge \cdots \wedge \zeta(x_i) \wedge \cdots .$$

Analogamente para o quantificador existencial, onde $(\exists x)\zeta(x)$, é interpretado como uma disjunção infinita:

$$\zeta(x_1) \vee \zeta(x_2) \vee \cdots \vee \zeta(x_i) \vee \cdots .$$

Este tipo de interpretação mantém-se pelo menos durante as duas primeiras décadas do século 20. LEWIS (1918), apresenta os quantificadores (seguindo a concepção de PEIRCE) da seguinte forma:

> A expressão $\sum_x \phi x$ representa $\phi x_1 + \phi x_2 + \phi x_3 + \cdots$, com tantos termos quantos os distintos valores de x em ϕ. A expressão $\prod_x \phi x$ representa $\phi x_1 \cdot \phi x_2 \cdot \phi x_3 \cdots$, com tantos termos quantos os distintos valores de x em ϕ. O facto de poderem existir infinitos valores de x em ϕx não afecta a adequação teórica das nossas definições.
>
> — C. I. LEWIS. *A Survey of Symbolic Logic*, 1918

Uma tal postura não era imune a dificuldades, em particular, não era claro o sentido a dar a uma fórmula de comprimento infinito que poderia até envolver uma quantidade não numerável de objectos. LEWIS tenta livrar-se dessas dificuldades, apelando a uma forma de *compacidade*, considerando que qualquer lei algébrica, válida independentemente do número finito de elementos que se considere, permanece válida independentemente do número de elementos envolvidos, mesmo que infinito.

RAMSEY (em 1925), na sequência das suas críticas ao axioma da reducibilidade de RUSSELL, propõe uma teoria dos tipos simples onde é possível considerar funções proposicionais envolvendo um número infinito de argumentos. Neste ponto RAMSEY seguia a opinião de WITTGENSTEIN que considerava legítimas tais funções. A necessidade de uma lógica intrinsecamente infinitária é defendida mais tarde, em 1937, por ZERMELO. Reagindo ao famoso paradoxo de SKOLEM, ele defende que uma lógica finitária é inapropriada para descrever a Matemática já que esta, segundo ele, possui um carácter intrinsecamente infinitário.[14]

[14] O paradoxo de SKOLEM não é um verdadeiro paradoxo mas reflecte uma consequência de certo modo contra-intuitiva que resulta da consideração de linguagem de primeira ordem, em cuja metateoria vale o teorema de Löwenheim-Skolem-Tarski descendente: *se uma teoria T tem um modelo infinito tem modelos de todas as cardinalidades infinitas.* Como consequência a teo-

Apesar da opinião de ZERMELO e da sempre influente opinião de HILBERT, que via na lógica de segunda-ordem o formalismo adequado para proceder à formalização da Matemática, a verdade é que um sistema mais simples — a lógica de primeira-ordem — começava a emergir como um sistema autónomo, ganhando gradualmente protagonismo. De facto, muito pela acção influente de SKOLEM e GÖDEL, tal sistema formal acabaria por se identificar essencialmente com *a Lógica*.

O abandono de sistemas de ordem superior não é um movimento sem consequências. Por um lado perdem-se propriedades como a *categoricidade*.[15] Além disso, são introduzidos, um certo relativismo testemunhado pelo próprio paradoxo de SKOLEM e o fenómeno da incompletude, isolado por GÖDEL. Contudo, este é o único formalismo que possui uma metateoria satisfatória e, consequência disso, uma teoria de modelos substancial. Ora, precisamente, a teoria de modelos constitui o contexto natural para os resultados de JSS. Contudo, ele acabou por adoptar um formalismo onde essa teoria é débil (para não dizer inexistente).

Este é precisamente um aspecto associado à *tese inédita* que merece alguma atenção. É interessante tentar esclarecer as motivações de JSS, primeiro ao escolher um formalismo de tipos, e segundo ao optar por incorporar um carácter infinitário absoluto. Ao descrever a opção por um formalismo de tipos JSS refere-se a essa opção com algum detalhe, referindo a inspiração *russelliana*. A sua escolha é uma teoria de tipos simples, não ramificada. Não deixa de ser curioso que, fora das suas discussões esteja um aspecto central desse formalismo: o *axioma da reducibilidade*. Também não se ocupa com as críticas que entretanto se foram produzindo relativamente a esse axioma, que poderiam de alguma forma justificar a sua opção.

Quanto ao carácter infinitário, que se manifesta duplamente, quer através da consideração de tipos transfinitos, quer da consideração de quantificadores e conectivos infinitários, este parece resultar do desejo de trabalhar na máxima generalidade. JSS não parece consciente das dificuldades que, quer uma linguagem de tipos quer o carácter infinitário do formalismo podem introduzir. Sem estas dificuldades pela frente, a generalização em si mesma não oferece

ria de conjuntos tem um modelo contável M. Os reais desta estrututa, que denotamos por $\mathbb{R}^M$, sendo uma parte da estrutura constituem uma família igualmente contável. Ora isto contraria CANTOR pois este já havia demonstrado que o conjunto dos reais não é contável. A contradição é apenas aparente na medida em que em M não existe nenhuma bijecção entre $\mathbb{R}^M$ e os naturais, logo do ponto de vista de M os reais não são uma família contável.

[15]É possível produzir axiomáticas de segunda ordem que caracterizam tanto os naturais como os reais a menos de isomorfismo (por isso se dizem *categóricas*). Isso, não é possível com linguagens de primeira ordem.

dificuldades e ele fá-la. De qualquer forma, o carácter infinitário teria sempre que ser considerado: da mesma forma que certos espaços lineares têm dimensão infinita também no contexto da *tese inédita*, em certos casos, uma *base lógica* tem que ser infinita e consequentemente, o *predicado irredutível* que a caracteriza, infinitário.

De qualquer forma, quando BENNETT produz a sua recensão do resumo da *tese inédita* a lógica de primeira ordem já era dominante e a teoria de tipos uma relíquia histórica. Pior era o cenário em 1984, quando FRANCO DE OLIVEIRA publicou o seu artigo. Não só a lógica de primeira ordem já era *a lógica*, como se encontrava perfeitamente estabelecido que era a única a possuir uma teoria de modelos satisfatória. Nesta altura, muito dificilmente o tipo de formalismo adoptado na *tese inédita* permitiria que ela captasse a atenção da comunidade de lógicos matemáticos.[16]

Porque parece o autor ter esquecido a sua obra?

Não só JSS continuou, pelo menos até ao seu regresso a Portugal, a referir-se à *tese inédita* como «a sua tese», como a considerava um trabalho da mais elevada relevância. Como o próprio referiu, culminando a descrição do conteúdo da sua tese, na carta já mencionada a HUGO RIBEIRO: «[c]omo vê, a máxima qualidade.» É sabido que SEBASTIÃO E SILVA acabaria por defender uma outra tese, num assunto diverso do abordado na *tese inédita.* Não existem senão especulações acerca das razões que o levaram a proceder desta forma. As verdadeiras razões emergiram certamente da necessidade de se doutorar rapidamente, do seu desejo de obter estabilidade (um facto mencionado em inúmeras cartas) e da total inaptidão por parte da comunidade matemática em Portugal, para apreciar um tal assunto. Durante a sua estadia em Roma, ele terá conseguido reunir os resultados suficientes para a segunda tese e uma atitude pragmática terá ditado o desfecho final.

[16]As lógicas de ordem superior não possuem, como se disse uma metateoria aceitável do ponto de vista da produção intencional de estruturas. Além disso, basta considerar a lógica de segunda ordem (plena) para que o conjunto $\mathcal{V}$ das proposições verdadeiras em qualquer estrutura, seja altamente variável, consoante o universo de conjuntos onde essas estruturas são produzidas. (Dificilmente se poderá considerar como *Lógica* algo que possui um tal grau de entrelaçamento com uma estrutura matemática como é um universo de conjuntos.) Por outro lado, as lógicas infinitárias que, inicialmente, pareciam aceitáveis revelar-se-iam tão problemáticas como as lógicas de ordem superior. Apenas a lógica $L_{\omega_1,\omega}$ onde o carácter infinitário é mantido num nível mínimo ou então fragmentos admissíveis $L_{\mathcal{A}}$, onde as fórmulas consideradas se limitam àquelas que se podem descrever recursivamente, se podem considerar razoáveis. (Contudo, como se mencionou, JSS acabou por introduzir no seu sistema um carácter infinitário absoluto, transcendendo assim toda a possibilidade de razoabilidade.)

Contudo, esta solução pontual, destinada a resolver uma questão do momento, não justifica que JSS nunca mais tenha tentado reabilitar a sua *tese inédita*. Não houve, que se saiba, nenhum esforço de publicação posterior.[17] Porquê?

A *tese inédita* merece seguramente uma análise mais detalhada do seu conteúdo matemático. Em particular, a determinação da potência do formalismo descrito por JSS constitui seguramente uma questão importante.

Convém notar que este tipo de formalismo nunca foi estudado. O próprio SEBASTIÃO E SILVA só o descreve muito informalmente e em muitos aspectos de forma vaga. Não se sabe se um formalismo com um tal poder expressivo não induz uma trivialização indesejada: designadamente fazendo com que todos os objectos sejam definíveis, reduzindo a noção de automorfismo à condição de uma inutilidade. Um exemplo:[18] considerando um universo da teoria de conjuntos (M, E) todos os ordinais seriam, neste formalismo, definíveis. Se fosse possível considerar o menor ordinal não definível α_0, então depois de fixarmos o conjunto $\{\,\xi_\beta(x) \mid \beta < \alpha_0\,\}$ das fórmulas que definem os ordinais $\beta < \alpha_0$ ter-se-ia que a fórmula:

$$\eta(x) \equiv (\forall y)\left[\neg \bigvee_{\beta<\alpha_0} \xi_\beta(y) \Rightarrow x \leq y\right]$$

define o ordinal α_0, originando uma contradição. Não custa extrapolar a partir deste exemplo e avançar para conjuntos de ordinais e, a partir daí codificando apropriadamente os fechos transitivos de cada conjunto, definir cada um deles em última instância. A verificar-se esta situação o formalismo de JSS induz uma trivialização que não ocorre se considerarmos linguagens mais simples.[19] Claro que se considerarmos uma estrutura adequada à teoria pura da igualdade, i.e., cada estrutura é apenas um conjunto com a relação de igualdade, cada permutação induz um automorfismo mas, neste caso um formalismo com a complexidade do de JSS é totalmente desnecessário à constatação deste facto.

Seguramente, a possibilidade de SEBASTIÃO E SILVA ter tomado consciência destas dificuldades justificaria, na impossibilidade de completar a sua teoria

[17]Existe até uma lista de material científico por ele produzido, que não contém qualquer menção à *tese inédita*.

[18]Apresento desde já as minhas desculpas aos leitores menos interessados em detalhes que possam considerar excessivamente técnicos.

[19]De facto, restringindo-nos a um formalismo mais simples, de uma linguagem de primeira ordem, existem modelos de ZF que possuem automorfismos e, abdicando da propriedade de *boa-fundação* podemos recorrer a certas técnicas (ultrapotências) para obter modelos de ZFC com automorfismos.

com os detalhes necessários a um tratamento formal, que ele tivesse abandonado este trabalho. Mas não se conhece nenhuma evidência deste facto.

Nenhuma das objeções especulativas aqui apresentadas deve ser tomada como uma indicação de que as ideias de SEBASTIÃO E SILVA não possam ser, pelo menos em certos casos, recuperadas. Isso poderá ocorrer por duas vias. Em primeiro lugar, fixando para cada tipo de estrutura uma linguagem muito mais modesta que a adoptada por JSS, de modo a que seja possível extrair informação estrutural do tipo de análise que ele propõe (é o que se passa na teoria de GALOIS, por exemplo). Outra via será a da simplificação do formalismo, reduzindo-o a uma linguagem de primeira ordem, mas complicando a estrutura e, tendo esta via alguma utilidade a exploração de universos de conjuntos admissíveis sobre uma estrutura tal como foram descritos por BARWAISE poderá revelar-se interessante.

Conclusão

Este artigo contém questões, mas nada que se pareça com respostas definitivas a essas questões. Como se constata, subsiste muito trabalho por fazer a respeito da *tese inédita* que. Sob certos aspectos este parece constituir o maior desafio historiográfico envolvendo a obra de JOSÉ SEBASTIÃO E SILVA.

Agradecimentos

Agradeço aos Profs. Luís Saraiva e João Caramalho Domingues a revisão e edição deste artigo e as várias sugestões que contribuíram para a sua melhoria.

Bibliografia

[1] JON BARWISE. *Admissible Sets and Structures.* Springer-Verlag, 1975

[2] ALBERT A. BENNET. *Review of Sugli Automorfismi di un Sistema Matematico Qualunque by José Sebastião e Silva.* The Journal of Symbolic Logic, Vol. 14, N. 2, 1949

[3] GEORGE BOOLE. *The Mathematical Analysis of Logic.* Cambridge University Press, 2009

[4] N. C. A. DA COSTA e A. A. M. RODRIGUES. *Definability and Invariance.* Studia Logica, **86**, pp. 1–30, 2007

[5] HEINZ-DIETER EBBINGHAUS e VOLKER PECKHAUS. *Ernst Zermelo — An Approach to His Life and Work.* Springer, 2007

[6] MATTI EKLUND. *On How Logic Became First-Order*, Nordic Journal of Philosophical Logic, **1**, pp. 147–167, 1996

[7] FREDERIC B. FITCH. Towards Proving the Consistency of Principia Mathematica. In *Bertrand Russell's Philosophy*, editado por GEORGE NAKHNIKIAN. Duckworth, pp. 1–18, 1974

[8] AKIHIRO KANAMORI. *Zermelo and Set Theory.* The bulletin of Symbolic Logic, Vol. 10, N. 4, 2004

[9] H. JEROME KEISLER. *Model Theory for Infinitary Logic.* North-Holland, 1971

[10] C. I. LEWIS. *A survey of Symbolic Logic.* University of California Press, Berkeley, 1918

[11] BERNARD LINSKY. *Was the Axiom of Reducibility a Principle of Logic?*. Russell: The Journal of the Bertrand Russell Archives 10, Winter 1990–91, 125–40.

[12] GREGORY H. MOORE. The emergence of first-order logic. Em *History and Philosophy of Modern Mathematics* editado por William Aspray e Philip Kitcher, pp. 95–135. University of Minnesota Press, Minneapolis, 1988

[13] JOHN MYHILL. The Undefinability of the Set of Natural Numbers in the Ramified *Principia.* In *Bertrand Russell's Philosophy,* editado por George Nakhnikian. Duckworth, pp. 19–28, 1974

[14] W. V. QUINE. On Frege's Way Out. Cap. XII de *Selected Logic Papers.* Harvard University Press, Cambridge, Massachussetts, London, 1995

[15] W. V. QUINE. *On the Axiom of Reducibility.* Mind, **45**, n. 180, pp. 498–500, 1936

[16] GONZALO E. REYES. *Local definability theory.* Annals of Mathematical Logic, vol. 1, n. 1, 1970, pp. 95-137

[17] BERTRAND RUSSELL. Mathematical Logic as Based on The Theory of Types. In *Logic and Knowledge: Essays 1901–1950* editado por ROBERT MARSH, The Macmillan Company, NY, 1956.

[18] JOSÉ SEBASTIÃO E SILVA. Para uma teoria geral dos homomorfismos. In *Obras de José Sebastião e Silva,* editado por J. Campos Ferreira, J. Santos Guerreiro e J. Silva Oliveira: INIC, 1985, pp. 135–367

[19] José Sebastião e Silva. Sugli Automorfismi di un Sistema Matematico Qualunque. In *Obras de José Sebastião e Silva*, editado por J. Campos Ferreira, J. Santos Guerreiro e J. Silva Oliveira: INIC, 1985, pp. 105–134

[20] José Sebastião e Silva. *Carta a Hugo Ribeiro* (não catalogada). Roma, Julho de 1945

[21] José Sebastião e Silva e A. J. Franco de Oliveira. *On automorphisms of arbitrary mathematical systems*. History and Philosophy of Logic, Vol. 6, N. 1, 1985

[22] Thoralf Skolem. *Some remarks on axiomatized set theory*. Reimpresso em *From Frege to Gödel*, van Heijenoort, 1967, na versão inglesa traduzida por Stefan Bauer-Mengelberg, pp. 290–301.

SEBASTIÃO E SILVA: DO CÁLCULO SIMBÓLICO ÀS ULTRADISTRIBUIÇÕES

Luis Loura
Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
cantoloura@gmail.com

Luísa Ribeiro
Departamento de Matemática, Instituto Superior Técnico
lribeiro@math.tecnico.ulisboa.pt

Francisco Viegas
Departamento de Matemática, Instituto Superior Técnico

Resumo: Nesta comunicação faremos um breve resumo das contribuições de Sebastião e Silva que consideramos mais significativas na área da Análise Funcional.

Começamos, naturalmente, pelo Cálculo Simbólico ("operational calculus" — funções de operadores) que foi a linha condutora que gerou quase toda a investigação de Sebastião e Silva. Em primeiro lugar temos o espaço dos funcionais analíticos e as álgebras de Banach. O facto daquele espaço ter apenas uma noção de convergência que não provém de uma norma levou Sebastião e Silva ao estudo dos espaços localmente convexos, introduzindo ele próprio uma classe importante destes espaços, hoje chamados espaços de Silva.

O operador D de derivação leva Sebastião e Silva ao estudo da recém-criada teoria das distribuições de Laurent Schwartz. Sebastião e Silva introduz as distribuições de forma original, por via axiomática e, na sequência dos trabalhos de Stanisław Łojasiewicz, introduz noções de valor, fixação de variáveis, limite e integral de uma distribuição.

A necessidade de translações complexas e a correspondente necessidade de dar sentido a expressões da forma e^{ihD} (com h real) levou Sebastião e Silva à criação de espaços de ultradistribuições.

Abstract: In this talk we present a brief view of the works of Sebastião e Silva that we consider most important in the Functional Analysis field.

We obviously begin with the Operational Calculus (functions of operators) because it was the guide line for almost all the research of Sebastião e Silva. First we have the space of Analytical Functionals and the Banach Algebras. As that space have a convergence notion that does not comme from a norm, Sebastião e Silva was led to the study of Locally Convex Spaces and he himself introduced a new class of convex spaces, nowadays known as Silva spaces.

The derivative operator D leads Sebastião e Silva to the study of the new Distribution Theory created by Laurent Schwartz. Sebastião e Silva define the distributions in an original way, axiomatically, and, following the works of Stanisław Łojasiewicz, defines the notions of value, variable fixation, limit and integral of a distribution.

The need of complex translations and consequently the need to give a sense to expressions of the form e^{ihD} (with h real) lead Sebastião e Silva to the creation of spaces of ultradistributions.

1 Introdução

A obra científica do matemático português José Sebastião e Silva[1] é vasta e incide sobre temas diversos: Lógica, Equações Algébricas, Topologia Geral e Análise Funcional. O acesso a esta obra encontra-se muito facilitado devido à publicação pelo Instituto Nacional de Investigação Científica, em 1985, de três volumes intitulados *Obras de José Sebastião e Silva* que contêm fac-símiles de todos os trabalhos científicos deste matemático.

Nesta apresentação debruçar-nos-emos exclusivamente sobre os trabalhos científicos de Sebastião e Silva na área da Análise Funcional, que foi a sua principal área de investigação, procurando salientar as contribuições que nos parecem mais relevantes. Fá-lo-emos não numa perspectiva histórica para a qual não somos competentes, mas sim na qualidade de professores universitários que, tendo trabalhado com discípulos directos de Sebastião e Silva, estudaram a obra deste autor e publicaram artigos científicos com ela relacionados.

Na nossa opinião a investigação de Sebastião e Silva na área da Análise Funcional foi sempre motivada pela criação de um Cálculo Simbólico[2] cada vez mais eficiente. Desta preocupação decorrem os trabalhos sobre os funcionais analíticos, alterando a noção de Fantappiè, e sobre as distribuições e ultradistribuições. Nas secções seguintes faremos uma breve apresentação das contribuições de Sebastião e Silva para cada um destes temas. As nossas referências serão os artigos de Sebastião e Silva reunidos em [4] e o artigo[3] de Gottfried

[1]José Sebastião e Silva nasceu em Mértola a 12 de Dezembro de 1914 e faleceu em Lisboa a 25 de Maio de 1972. Doutorou-se em Ciências Matemáticas na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa no ano de 1949. Foi professor catedrático no Instituto Superior de Agronomia da Universidade Técnica de Lisboa e na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Dirigiu o Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa de 1952 a 1972. Foi eleito sócio efectivo da Academia de Ciências de Lisboa a 21 de Abril de 1966.

[2]Cálculo Simbólico é aqui utilizado no sentido de "Operational Calculus" em inglês, ou seja, realização de funções de operadores.

[3]Agradecemos ao Professor José Francisco Rodrigues o ter-nos facultado este trabalho.

Köthe [1] publicado em homenagem a Sebastião e Silva quando do seu falecimento.

2 Funcionais analíticos

Na sequência dos trabalhos de Fantappiè, Sebastião e Silva define o espaço $\mathfrak{F}[C]$. Seja C um subconjunto compacto não vazio de $\mathbb{C}$; duas funções complexas analíticas definidas em abertos de $\mathbb{C}$ contendo C são equivalentes sse coincidirem numa vizinhança aberta de C. O espaço $\mathfrak{F}[C]$ é o conjunto quociente obtido por esta relação de equivalência. Trata-se de um espaço vectorial no qual Sebastião e Silva introduz a seguinte noção de convergência de sucessões: uma sucessão de termo geral φ_n converge para φ em $\mathfrak{F}[C]$ sse existir uma vizinhança aberta de C na qual φ_n converge uniformemente para φ. Com esta noção de convergência a adição, a multiplicação por escalares e o operador de derivação são contínuos.

Seja $\mathcal{A}$ uma álgebra de Banach e seja $\mathbf{a}$ um elemento de $\mathcal{A}$. O objectivo do Cálculo Simbólico é dar sentido a um novo operador $\varphi(\mathbf{a})$, onde φ pertence a $\mathfrak{F}[C]$.

Teorema. Seja $\mathbf{a}$ um elemento de $\mathcal{A}$. Para que exista uma transformação linear contínua F de $\mathfrak{F}[C]$ sobre $\mathcal{A}$ verificando as três condições seguintes

$$\forall_{\varphi,\psi\in\mathfrak{F}[C]} \quad F(\varphi\psi) = F\varphi.F\psi$$

$$F1 = \mathbf{1}$$

$$Fz = \mathbf{a}$$

é necessário e suficiente que o espectro de $\mathbf{a}$ esteja contido em C. Nessas condições a transformação F é única e dada pela fórmula[4]

$$F\varphi = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{\varphi(\lambda)}{\lambda - \mathbf{a}} d\lambda$$

onde Γ é a fronteira orientada no sentido positivo de um conveniente domínio de holomorfia de φ.

Este resultado, embora muito interessante, levantava duas questões a Sebastião e Silva. Em primeiro lugar qual a topologia adequada ao $\mathfrak{F}[C]$? Em segundo lugar como estender o Cálculo Simbólico por forma a dar sentido a

[4]Nesta fórmula $\frac{\varphi(\lambda)}{\lambda-\mathbf{a}}$ designa o elemento $\varphi(\lambda)(\lambda.\mathbf{1}-\mathbf{a})^{-1}$ da álgebra $\mathcal{A}$.

funções do operador de derivação? Tratava-se de questões próprias daquele tempo (segunda metade da década de 40 do século XX) como se comprova pelo facto da Teoria dos Espaços Localmente Convexos e da Teoria das Distribuições de Laurent Schwartz terem aparecido nessa época. Em 1954 Sebastião e Silva publica dois artigos importantes: um sobre certos limites indutivos e projectivos de sucessões de espaços normados que vieram a ser conhecidos por espaços de Silva, espaços LN^* no caso dos limites indutivos e espaços M^* no caso dos limites projectivos; outro sobre uma nova formulação da Teoria das Distribuições, onde os espaços LN^* e M^* desempenham um papel importante.

3 Espaços LN^* e M^*

Nesta secção descreveremos brevemente os espaços LN^* e M^* e as suas boas propriedades.

Para cada n natural seja E_n um espaço normado; suponhamos que E_n está contido em E_{n+1} com injecção compacta. Seja E o limite indutivo da sucessão de termo geral E_n. Diremos que E é um espaço LN^*. Dentre as propriedades destes espaços destacamos as seguintes: um subconjunto X de E é fechado sse a intersecção de X com cada um dos E_n for fechada em E_n; uma sucessão é convergente em E sse pertencer a um dos E_n e for convergente nesse E_n; E é um espaço de Montel (portanto reflexivo e separado); embora E não seja metrizável no caso da dimensão infinita, toda a aplicação linear de E num espaço vectorial topológico é contínua sse for sequencialmente contínua. O espaço $\mathfrak{F}[C]$, a cujos elementos Köthe sugeriu chamar funções localmente analíticas em C e que Sebastião e Silva passou a designar por $\mathcal{A}[C]$, é um espaço LN^*.

Para cada n natural seja B_n um espaço normado e seja g_n uma aplicação linear compacta de B_{n+1} em B_n. Seja B o limite projectivo correspondente. Diremos que B é um espaço M^*.

Os espaços LN^* e M^* estão intimamente relacionados: o dual forte de um espaço LN^* é um espaço M^* e o dual forte de um M^* é um LN^*.

4 Distribuições

Laurent Schwartz criou a Teoria das Distribuições com a publicação de [3]. Para Schwartz uma distribuição é um funcional linear contínuo sobre o espaço $\mathcal{D}(\Omega)$ das funções complexas definidas num aberto Ω de $\mathbb{R}^N$, indefinidamente diferenciáveis e de suporte compacto. O espaço das distribuições é o dual topológico $\mathcal{D}'(\Omega)$ de $\mathcal{D}(\Omega)$. Embora esta definição seja muito simples, esconde uma dificuldade grande: a topologia do espaço $\mathcal{D}(\Omega)$. Aliás a criação da Teoria das Distribuições só foi possível na sequência de importantes desenvolvimentos na Teoria dos Espaços Localmente Convexos.

Sebastião e Silva necessitava, para o seu Cálculo Simbólico, das distribuições[5] uma vez que o operador de derivação D é linear contínuo de $\mathcal{D}'$ em $\mathcal{D}'$, mas era de opinião que a teoria estabelecida por Schwartz era pouco acessível para físicos e mesmo para alguns matemáticos. Por outro lado a existência de outros modelos de distribuições, para além do de Schwartz, leva Sebastião e Silva a pensar que a melhor forma de introduzir as distribuições é a axiomática. Nesse sentido, passamos a citá-lo (páginas 184–185 do volume 3 de [4]):

> Dans le cas de la théorie des distributions, comme dans d'autres cas, les modèles se sont présentés avant l'axiomatique. Et c'est justement la pluralité de concepts concrets, *ontologiques*, de distribution (comme fonctionnelles, comme séries formelles, comme classes de suites de fonctions, comme couples de fonctions analytiques, etc.), qui suggère d'en extraire la *forme abstraite*, par axiomatisation. Une définition en plus? Oui et non: il s'agit alors de faire une synthèse des définitions "concrètes"; ce qui en résulte sera plutôt *la* vraie définition.

A ideia da axiomática de Sebastião e Silva provém de um resultado de Schwartz: toda a distribuição é localmente a derivada de alguma ordem de uma função contínua. Por outras palavras, dada uma distribuição T e um intervalo aberto e limitado I, existem um inteiro $n \geq 0$ e uma função contínua F tais que $T = D^n F$ em I. Nem todas as distribuições de Schwartz são derivadas de alguma ordem de uma função contínua; mas localmente são-no. Schwartz apelidou de distribuições de ordem finita aquelas que (globalmente) são derivadas de alguma ordem de uma função contínua.

Sebastião e Silva constatou que uma distribuição de ordem finita T não é mais do que um inteiro não negativo n e uma função contínua F, escrevendo $T = D^n F$. Podemos então pensar no produto cartesiano $\mathbb{N}_0 \times C$, onde $\mathbb{N}_0$ é o conjunto dos inteiros não negativos e C é o conjunto das funções complexas definidas e contínuas em $\mathbb{R}$. Mas cuidado: por exemplo, já no caso clássico, $D^2 x^3$ e $D^2(x^3 - x + 1)$ designam a mesma função contínua. Este facto levou Sebastião e Silva a introduzir uma relação de equivalência conveniente em $\mathbb{N}_0 \times C$ e em passar ao quociente desse conjunto por essa relação de equivalência. Mais uma vez, tal como no caso dos funcionais analíticos, surge a necessidade de passagem ao quociente.

[5]Por comodidade de notação consideraremos apenas o caso das distribuições definidas em toda a recta real; a generalização a um aberto do espaço $\mathbb{R}^N$ não tem grandes dificuldades.

Para axiomatizar o espaço das distribuições de ordem finita, em que um modelo possível é o que sugerimos no parágrafo anterior, Sebastião e Silva introduziu os quatro axiomas seguintes:

Axioma 1. Toda a função complexa F definida e contínua em $\mathbb{R}$ é uma distribuição.

Axioma 2. Existe um operador D que a cada distribuição T associa uma distribuição DT, chamada derivada de T, de tal forma que, se T é uma função de classe C^1, então DT coincide com a derivada usual de T.

Axioma 3. Para toda a distribuição T existem um inteiro $n \geq 0$ e uma função contínua F tais que $T = D^n F$, onde D^n é o operador definido por $D^0 T = T$ e $D^n T = D^{n-1}(DT)$ para todo o natural n.

Axioma 4. Seja n um inteiro não negativo e sejam F e G duas funções contínuas tais que $D^n F = D^n G$; então $F - G$ é um polinómio de grau estritamente inferior a n.

Chamamos a atenção para o facto destes axiomas serem naturais para definir axiomaticamente um espaço do qual um possível modelo é o descrito anteriormente. O axioma 1 garante que a noção de distribuição generaliza a noção de função contínua. O axioma 2 garante a possibilidade de derivar qualquer distribuição; no caso de funções que admitam derivada usual contínua, ela coincide com a derivada acabada de definir. O axioma 3 garante que a ampliação do conjunto das funções contínuas foi feita da forma mais económica possível para possibilitar a derivação; não há outros entes para além das derivadas das funções contínuas. O axioma 4 garante que o núcleo do novo operador de derivação D^n coincide com o núcleo do correspondente operador de derivação usual.

As distribuições que não são de ordem finita foram obtidas por Sebastião e Silva usando o princípio da colagem, segundo uma sugestão de Laurent Schwartz, tal como é descrito em [4] (página 216 do volume 2):

> Nous tenons aussi à remercier vivement Monsieur L. Schwartz des renseignements et des conseils éclairés qu'il a été bien aimable de nous donner. C'est lui qui, dans une lettre, nous a suggéré le recollement des morceaux comme moyen pour gagner les distributions d'ordre infini en partant des distributions d'ordre fini. Nous avions essayé de le faire par complétion topologique, ce qui est possible, mais moins naturel.

Para além da axiomática, Sebastião e Silva deu algumas contribuições originais para a Teoria das Distribuições, das quais gostaríamos de destacar as seguintes:

- Definição de limite de uma distribuição num ponto e em $+\infty$ e $-\infty$
- Definição de valor de uma distribuição num ponto
- Os símbolos O e o para distribuições
- Definição de integral de uma distribuição
- Definição da convolução através da fórmula integral
- Definição da transformação de Fourier através da fórmula integral
- Distribuições vectoriais

5 Ultradistribuições

Em problemas relativos a equações diferenciais surge uma questão que não tem solução no quadro das distribuições. Como exemplo consideremos o problema

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} - i\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ u(0, y) = \varphi \end{cases}$$

onde φ é uma distribuição. Formalmente obteríamos

$$u(x, y) = e^{ixD}\varphi = \tau_{-ix}\varphi = \varphi(y + ix)$$

Acontece que, para x diferente de zero, o operador de translação τ_{-ix} não está definido no espaço das distribuições.

Uma vez mais surge o nome de Sebastião e Silva que, em 1958, com a publicação do primeiro artigo do volume 3 de [4], introduz dois novos espaços: o das ultradistribuições temperadas $\mathfrak{U}$ e o das ultradistribuições de crescimento exponencial $\mathfrak{B}$, contendo os respectivos espaços homónimos de distribuições.

Para construir o espaço $\mathfrak{U}$ Sebastião e Silva começa por considerar uma função F definida e contínua em $\mathbb{R}$, de crescimento polinomial, e associar-lhe uma função φ holomorfa no complementar da recta real definida por

$$\varphi(z) = \frac{p(z)}{2\pi i} \int_{\mathbb{R}} \frac{F(t)}{p(t)(t-z)}\, dt$$

onde p é um polinómio sem zeros reais para o qual o integral acima é convergente. Considerando outro polinómio q em condições análogas obtém-se uma outra função ψ tal que $\varphi - \psi$ é um polinómio. Pode então definir-se uma aplicação linear injectiva S do espaço das funções contínuas de crescimento polinomial no espaço $\mathcal{H}(\mathbb{C}\backslash\mathbb{R})/\Pi$ quociente das funções holomorfas no complementar da recta real pelo espaço Π dos polinómios (mais uma vez surge a necessidade de um quociente nos espaços de Sebastião e Silva). Esta aplicação tem uma propriedade importante:

$$S(DF) = D(SF)$$

supondo F e DF funções contínuas de crescimento polinomial. Tendo em conta que toda a distribuição temperada T se pode escrever na forma $T = D^n F$, com F contínua de crescimento exponencial e n inteiro não negativo, Sebastião e Silva define a transformada de Stieltjes S de T por

$$S(T) = D^n(SF)$$

Sebastião e Silva estabelece as seguintes propriedades:

- S é uma aplicação linear injectiva;
- S comuta com as translações reais;
- S comuta com o operador derivação;
- S comuta com o produto por polinómios;
- $[\varphi] = S(T)$ sse: $\quad \exists_{C>0}\exists_{m,n\in\mathbb{N}_0} \quad \forall_{z\in\mathbb{C}\backslash\mathbb{R}} \quad |\varphi(z)| \leq C\frac{(1+|z|)^m}{|\mathrm{Im}\, Z|^n}$;
- $S(\delta) = [-\frac{1}{2\pi i z}]$.

Para cada $n \in \mathbb{N}_0$ seja H_n o espaço vectorial complexo das funções φ definidas e holomorfas em $\{z \in \mathbb{C}; |\mathrm{Im}\, z| > n\}$ tais que $z^{-n}\varphi$ é uma função limitada. Trata-se de um espaço de Banach para a norma $\sup_{|\mathrm{Im}\, z|>n} |z^{-n}\varphi(z)|$. Seja H_∞ o limite indutivo dos espaços H_n; trata-se de um espaço LN^*. Por outro lado, designando por Π_n o espaço dos polinómios de grau inferior ou igual a n, o limite indutivo dos espaços $H_n\backslash\Pi_n$ coincide com o espaço $H_\infty\backslash\Pi$ e é também um espaço LN^*. Sebastião e Silva chama a este espaço o espaço das ultradistribuições temperadas, designa-o por $\mathfrak{U}$ e identifica $\mathcal{S}'$ com o subespaço $S(\mathcal{S}')$ de $\mathfrak{U}$. Os operadores de derivação, de translação complexa e de produto por um polinómio definem-se de modo natural em $\mathfrak{U}$. Assim, por exemplo

$$\tau_i\delta = \left[-\frac{1}{2\pi i(z-i)}\right].$$

O dual topológico de $\mathfrak{U}$ é o espaço das funções complexas inteiras de decrescimento polinomial nas faixas horizontais.

Consideremos agora os elementos de $\mathfrak{U}$ que têm um representante φ que se prolonga como analítica ao complementar de uma bola centrada na origem e que é nulo no infinito. É imediato ver que esse representante é único. Designemos então por $\mathfrak{U}_0$ o subespaço de $\mathfrak{U}$ formado por tais elementos; Sebastião e Silva designou-o por espaço das ultradistribuições de suporte compacto visto ter provado que ele contém o espaço das distribuições de suporte compacto. Com a topologia adequada (que não é a induzida pela de $\mathfrak{U}$) é um espaço LN^*.

O espaço $\mathfrak{U}_0$ relaciona-se com as séries de multipolos

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \delta^{(n)}$$

Sebastião e Silva afirmou que as ultradistribuições de suporte compacto são os elementos de $\mathfrak{U}$ representáveis como séries de multipolos em que os coeficientes verificam a condição

$$\limsup \sqrt[n]{n!|c_n|} < +\infty$$

resultado que veio a ser demonstrado posteriormente por Silva Oliveira [2]. As séries de multipolos verificando esta condição são, aliás, as únicas convergentes em $\mathfrak{U}$.

Quanto ao espaço $\mathfrak{B}$ das ultradistribuições de tipo exponencial, de que $\mathfrak{U}$ é um subespaço, e embora não detalhemos a sua construção, não podemos deixar de assinalar que a transformação de Fourier (convenientemente definida nesse espaço e que generaliza a transformação usual) é um isomorfismo vectorial e topológico de $\mathfrak{B}$ em $\mathfrak{B}$.

Bibliografia

[1] KÖTHE, G.: "J. Sebastião e Silva et l'analyse fonctionnelle". *An. Fac. Ci. Univ. Porto* **56** (4), (1973), 339–349.

[2] OLIVEIRA, J. S.: *Sobre certos espaços de ultradistribuições e uma noção generalizada de produto multiplicativo*. CMAF, Textos e notas 29, Lisboa, 1983.

[3] SCHWARTZ, L.: *Théorie des Distributions*, vol. 1 e 2. Hermann, Paris, 1951.

[4] SILVA, J. S.: *Obras de José Sebastião e Silva*, vol. I, II e III. Instituto Nacional de Investigação Científica, Lisboa, 1985.

A polêmica entre Bento Caraça e Sebastião e Silva

João Tomas do Amaral
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo
jamaral.cosin@uol.com.br

Resumo: Trataremos da polêmica entre dois dos maiores vultos da cultura e da ciência portuguesa do século XX, ocorrida nos anos de 1942 e 1943, nas páginas da revista Gazeta de Matemática, atualmente publicada pela Sociedade Portuguesa de Matemática. Essa polêmica contrapõe e alinha Bento de Jesus Caraça — a grande referência da cultura em Portugal — e José Sebastião e Silva — o maior matemático português do século XX — ao discutirem sobre o ensino de logaritmos no ensino secundário [médio].

Na revista Gazeta de Matemática foram publicados os artigos em que Bento Caraça e Sebastião e Silva abordaram concepções, conceitos e ideias que desfilaram com respeito e elegância sobre a teoria dos logaritmos no ensino secundário [médio]. A origem da polêmica surge com a publicação do artigo de Sebastião e Silva ao argumentar sobre a importância da aprendizagem das tábuas de logaritmos, mas Bento Caraça propõe que esse ensino pode ser desenvolvido pela utilização da calculadora.

A partir das divergências iniciais até o final da polêmica, constata-se a existência de um alinhamento de concepções sobre os fins do ensino e da aprendizagem de Matemática na formação dos educandos do ensino secundário. Portanto, essa polêmica constitui-se numa importante viagem intelectual e cultural. Uma possibilidade para compreendermos quanto menor é a divergência — tábuas de logaritmos ou calculadoras — em detrimento da convergência sobre a importância da cultura matemática para todos, tão bem expresso na obra "Conceitos Fundamentais da Matemática", de Bento Caraça.

Introdução

Bento de Jesus Caraça, ao longo de sua trajetória de vida, esteve envolvido em várias controvérsias e polêmicas. Nesses momentos — desgastantes e produtivos —, sempre, estiveram, como partícipes, desafetos, admiradores e amigos. Algumas dessas controvérsias e polêmicas estão registradas em cartas, jornais e revistas da época, e se apresentam como uma grande oportunidade de aprendizagem por estabelecerem-se num diálogo que buscava a consolidação de um ponto de vista diferente, bem como na tentativa de conciliação quanto ao alinhamento de teses opostas. O conflito estabelecido entre aqueles que possuem posições diferentes, tendo em vista as suas mais variadas razões, sempre se constitui em solo fértil para a geração de campos de confronto sobre concepções, conceitos e ideias, pois é intrínseco e próprio da natureza da controvérsia e da polêmica. Assim, aconteceu com Bento de Jesus Caraça e o seu mais importante livro — "Conceitos Fundamentais da Matemática" —, pois, após a publicação de seus dois primeiros volumes, no âmbito da coleção denominada de Biblioteca Cosmos, surgiram algumas análises e posicionamentos que se concretizaram em questões de base para alguns debates como o ocorrido no Jornal Novidades. Bento Caraça manteve outros confrontos intelectuais com leitores, articulistas de jornais, autores da Biblioteca Cosmos, autoridades políticas do governo da época, e ainda, entre outros com alguns fraternos admiradores e amigos como António Sergio (Filosofia Platônica abordada, nos volumes I e II, da obra "Conceitos Fundamentais da Matemática"), Gago Coutinho (Teoria da Relatividade), Germano Rocha (Matemática Elementar), Hugo Baptista Ribeiro (Formação de Professores — centrado nos Conceitos Fundamentais da Matemática ou Matemática Abstrata) e José Sebastião e Silva (Ensino de Logaritmos).

Trataremos dessas circunstâncias de confronto intelectual e cultural, de uma das controvérsias e polêmicas, que desencadearam importante discussão teórica que, direta ou indiretamente, está vinculada ao livro "Conceitos Fundamentais da Matemática", na qual Bento Caraça trilhou a sua argumentação no sentido de apresentar elementos esclarecedores aos pontos agudos dessa polêmica. Bento de Jesus Caraça, sempre que o fez, buscou transformar a discussão em um ponto fortemente pedagógico para que se constituísse não em perda de tempo, mas em um processo que viabilizasse as condições necessárias para a ampliação da cultura geral — tanto para os envolvidos diretamente na controvérsia quanto para os leitores que, atentos, acompanhassem o desenrolar das ideias. Certamente, as referidas controvérsias e polêmicas não fecharam as questões discutidas, porém, possibilitaram aos leitores formar uma opinião mais consistente acerca dos temas discutidos, pois situações de embates são importantes e têm a sua utilidade como elementos para consolidar uma trajetória para todos na conquista de melhor qualidade intelectual e social.

A polêmica

A polêmica que abordaremos, na qual Bento Caraça está diretamente envolvido, ocorreu com o amigo e matemático José Sebastião e Silva. Essa polêmica teve início e desenvolvimento na revista Gazeta de Matemática, entre julho de 1942 e janeiro de 1943. Assim, Sebastião e Silva, ao publicar, no volume 11 dessa revista, em julho de 1942, o artigo "POR QUÊ? ...", detona o início de um importante debate de ideias entre dois expressivos professores de matemática do século XX, com intensa atuação tanto nos caminhos da cultura quanto no ensino de Matemática em Portugal. Esse artigo tem, como alvo, a busca de explicações para certos fatos que estão relacionados, de maneira direta ou indireta, com o ensino da matemática e, para os quais, a procura pelas justificativas tem se constituído em uma trajetória completamente inútil. José Sebastião e Silva apresenta seis questionamentos, dos quais abordaremos somente aquele que, de fato, desencadeia toda a polêmica com Bento Caraça. Os argumentos de Caraça, nesse episódio, reforçam o seu compromisso com o conteúdo e a formatação pedagógica e metodológica contida no livro "Conceitos Fundamentais da Matemática", bem como a sua concepção de que a Matemática deva ser um elemento da cultura geral e acessível a todas as pessoas. É com este intuito que destacaremos alguns pontos desta polêmica, cujo tema central é o ensino de logaritmos para o ensino liceal português, equivalente ao atual ensino médio brasileiro. A discussão tem início com a proposta formulada por Sebastião e Silva na questão III, tendo em vista que os alunos do ensino médio deveriam aprender a construir uma tábua de logaritmos, como trajetória para uma compreensão deste conteúdo, principalmente quando os resultados não são números inteiros. Essa polêmica inicia-se com os questionamentos apontados a seguir contidos na questão III:

> Por que não é ensinado nos liceus [ensino médio] um processo elementar de construção duma tábua de logaritmos? Pois não é verdade que, só deste modo, o aluno pode adquirir uma noção exata de logaritmo dum número, no caso (e este é o que mais interessa) em que o logaritmo não é inteiro? E não é também verdade que se desfaz assim aquele *mistério*, tão nocivo à formação mental do aluno, duma tábua cuja utilidade se conhece, mas que *não se sabe* como pode ser construída? (SILVA, 2002, p. 232, acréscimo nosso).

José Sebastião e Silva acrescenta a esta questão uma nota de rodapé acerca dos cálculos referentes aos logaritmos com três ou quatro decimais, que entende ser um bom pretexto para se discutir com os alunos sobre as noções de aproximação nos cálculos numéricos. Essa nota afirma que:

> Podíamos indicar um processo muito simples, constituindo em sucessivas extrações de raízes quadradas. Os cálculos não são muito trabalhosos desde que se disponha duma tábua de quadrados. Conviria que os alunos fizessem, pelo menos, o cálculo direto do logaritmo dum número dado, com 3 ou 4 decimais — ótimo pre-

> texto, também, para ministrar noções concretas a respeito da aproximação nos cálculos numéricos. (SILVA, 2002, p. 232).

Bento Caraça, na revista Gazeta de Matemática, volume 11, julho de 1942, na secção Pedagogia, publica uma "NOTA" em resposta ao inicial artigo de Sebastião e Silva. Nessa nota, Caraça esclarece que as indagações realizadas por Sebastião e Silva são importantes por se constituírem em um depoimento crítico acerca de algumas particularidades relativas ao ensino secundário. Caraça acrescenta que a atitude de Sebastião e Silva deveria ser seguida por outros professores, contando com as páginas da referida revista como veiculo de divulgação e ponto de convergência das discussões no sentido de uma futura reforma, absolutamente necessária, do denominado novo sistema de ensino. Além desta tentativa de despertar as reflexões acerca da qualidade do ensino secundário, Bento Caraça também vai ao ponto nevrálgico da polêmica, pois discorda de Sebastião e Silva, propondo algumas questões para reflexão, nas quais estão presentes, inicialmente, as suas discordâncias, ao afirmar que:

> Como começo de discussão, devemos manifestar a nossa discordância da orientação mostrada pelo Dr. Sebastião e Silva na sua 3.ª interrogação. Está porventura ao alcance dos alunos do Liceu [ensino médio] o processo pelo qual *efetivamente* se constroem as tábuas de logaritmos? Ainda que estivesse, que vantagem haveria em mostrar como se pode construir um instrumento que encontramos já construído no mercado? Quantos são os alunos do liceu [ensino médio] que mais tarde se ocuparão da *construção* de tábuas de logaritmos? (SILVA, 2002, p. 233, acréscimo nosso).

Caraça, a partir destas questões, busca reflexões que respondam e orientem aos efetivos interesses sobre o ensino de Matemática na formação das pessoas. Enfatiza que os conteúdos, os métodos e a finalidade do ensino da matemática escolar devem atender as particularidades de cada época. Nesta discussão, aborda, também, a importância de se ensinar temas necessários, sem perder tempo com conteúdos que não acrescentam elementos para a formação das pessoas por intermédio da ampliação da cultura geral com ênfase na apresentação das ideias fundamentais. Cita, como exemplo de conteúdo necessário, a significância, na época, de se manusear uma régua de cálculo, o que se apresentava como uma técnica significativa para a vida cotidiana. Assim, Bento Caraça expunha argumentos que colocavam em dúvida a forma como se ensinavam os logaritmos e apontava o declínio das tábuas de logaritmos, o que, atualmente, encontra-se em total desuso, sendo, muitas vezes uma nobre desconhecida da maioria das pessoas, inclusive de professores de Matemática.

Do mesmo modo, discorreu sobre a necessidade de o conhecimento estar acessível para todos, como elemento da cultura geral. Neste sentido, Bento Caraça apresentou os seus argumentos:

> [...] duvidamos de que as tábuas de logaritmos, como instrumento de trabalho, conservem por muito tempo a soberania que tiveram. Em certos ramos de **aplicação da Matemática à vida corrente** [cotidiana], a **tábua de logaritmos está hoje de largo ultrapassada pela máquina de calcular** (nos cálculos atuariais, por exemplo). **Cada época cria e usa os seus instrumentos de trabalho conforme o que a técnica lhe permite**; a técnica do século XX é muito diferente da do século XVI, quando os logaritmos apareceram como necessários para efetuar certos cálculos. O ensino do Liceu [ensino médio] que é, ou deve ser, ***para todos***, deve ser orientado no sentido de proporcionar a ***todos*** o manejo do instrumento que a técnica nova permite. (CARAÇA, 2002, p. 234, grifo e acréscimo nosso e itálico do autor).

José Sebastião e Silva publica na revista Gazeta de Matemática, número 12, de outubro de 1942, novo artigo denominado "A TEORIA DOS LOGARITMOS NO ENSINO LICEAL" apresentando resposta à "NOTA", de Bento de Jesus Caraça. Neste artigo, seus argumentos concordam com os de Bento Caraça sobre o valor formativo da Matemática para a totalidade dos alunos, mas discordam quando discorre sobre a importância da teoria dos logaritmos no ensino liceal [ensino médio], mantendo o foco sobre a importância de se ensinar aos alunos a construção de tábuas de logaritmos com três ou quatro casas decimais; ainda ao final, em nota, reforça sua discordância quanto ao tema central da polêmica, mas declara o seu apoio a Bento Caraça na atitude de se estabelecer uma reforma no ensino de matemática em Portugal. Sebastião e Silva, neste artigo, apresenta reflexões contrárias às de Caraça, ao afirmar que:

> [...] é indiscutível que a Matemática deve desempenhar no ensino liceal [ensino médio] um papel essencialmente formativo. Pouco interessa que o aluno fique a conhecer muitos teoremas e os processos de resolução de muitas classes de problemas [...]. Exige-se, evidentemente, um mínimo de informação matemática, a aquisição duma técnica segura de cálculo elementar (numérico algébrico); mas isso pouco deverá ser, comparado com o trabalho de criação dos hábitos de raciocínio, de abstração, de disciplina mental, que distinguem a formação matemática. E é ainda manifesto que esse mínimo de informação se refere quase exclusivamente

> aos alunos que vão seguir determinados cursos, enquanto os benefícios da formação matemática interessam à ***totalidade*** dos alunos. (SILVA, 2002, p. 238–239, grifo e acréscimo nosso, itálico do autor).

José Sebastião e Silva, ao argumentar sobre a importância da construção das tábuas de logaritmos, assevera que, mesmo que o aluno não chegue a construir uma dessas tábuas, terá a convicção de ser capaz de concretizar essa execução, apesar de ser uma atividade cansativa; representa uma oportunidade para consolidar o sentido de autoconfiança e compreensão de que a Matemática e seus instrumentos não são produtos resultantes de magia ou de entes sobrenaturais, mas sim um resultado produzido pelo homem para o homem, ou seja, a Matemática é uma produção essencialmente humana. Afirma, também, que esse exercício de produção dos materiais didáticos é um dos mais poderosos agentes do ensino e da aprendizagem, produzindo, no aluno, o mesmo sentimento de satisfação quanto ao de um investigador na busca de um resultado em sua trajetória de pesquisa. Sebastião e Silva, mesmo que indiretamente, de certa maneira converge para a intencionalidade de Bento Caraça — desenvolvimento de uma abordagem da Matemática que se constitua em um imprescindível elemento da cultura geral para todos os alunos, ao assumir que:

> Mesmo que o aluno não chegue a construir uma dessas tábuas, ficará (e é isto o fundamental) a ter a legítima convicção de que ***seria capaz de a construir, se tanto quizesse***, — e deste modo se evita o seu complexo de inferioridade, perante um instrumento que não se deve, positivamente, a artes mágicas — que não foi criado por entes sobrenaturais, mas ***por homens***! [...] o prazer que fruirá, trabalhando com seus aparelhos, é um dos mais poderosos agentes de que pode socorrer-se a boa pedagogia. Esse prazer tem algo de semelhante à emoção que se apodera do investigador (pensamos em Pasteur, neste momento ...), ao pressentir o êxito das suas pesquisas — mesmo que daí não venha a resultar nada que possa exprimir-se em unidades do sistema monetário. Ai da Ciência, ai da Humanidade — se deixasse de haver gente ***sonhadora***, capaz de sentir emoção! (SILVA, 2002, p. 244–245, grifo e acréscimo nosso, itálico do autor).

José Sebastião e Silva, ao finalizar o seu artigo, reforça a sua discordância com Bento Caraça no que tange ao ensino das tábuas de logaritmos no ensino liceal, mas mantém o seu apoio à atitude de seu oponente quanto à necessária reforma do ensino de Matemática, bem como aborda o manejo de instrumentos como régua de cálculo e a sua gradual substituição pelas máquinas de calcular. Afirma que:

> As considerações precedentes são, em grande parte, o produto da nossa legítima reação, a várias críticas que nos foram dirigidas a propósito da nossa 3.ª interrogação, formulada na secção pedagógica do n.º 11 da "G. M." [revista Gazeta de Matemática]. Em especial, referir-nos-emos às observações feitas no mesmo número, pelo Sr. Prof. Bento Caraça, com quem estamos em desacordo neste ponto — mas a quem apoiamos na enérgica atitude que tem mantido a favor duma reforma do ensino das matemáticas em Portugal. Algumas de suas observações acerca do nosso ponto de vista referem-se à necessidade de ensinar, a alunos do ensino liceal [ensino médio], o manejo da régua de cálculo, e à gradual substituição dos logaritmos pela máquina de calcular. (SILVA, 2002, p. 245, acréscimo nosso).

Durante a polêmica Sebastião e Silva comenta que seu posicionamento estava embasado na opinião de Félix Klein (1849–1925) ao sugerir, em artigo publicado na revista Gazeta de Matemática, número 12 (nesta edição há artigo de Dirk Struik sobre logaritmos extraído de sua obra "Concerning Mathematics"), que os alunos deveriam aprender a construir uma tábua de logaritmos, e também recomendou para construção de tábuas de logaritmos a leitura do livro "Les Mathématiques pour tous" (1939), de Lancelot Hogben, no capítulo "Coment furent découverts les logarithmes". Sebastião e Silva, também, reforçou seus argumentos a partir de citações de alguns matemáticos e cientistas referenciais, entre outros, como Leibniz, P. Dirac, e Darwin. Bento Caraça publica na Gazeta de Matemática, número 12, de outubro de 1942, "RESPOSTA ÀS CONSIDERAÇÕES ANTERIORES" como retorno aos fatos de Sebastião e Silva por seu artigo "A TEORIA DOS LOGARITMOS NO ENSINO LICEAL", mas incialmente refutando o jogo das citações e propondo um novo caminho para a continuidade das discussões nos seguintes termos:

> É pouco do meu gosto esse jogo da *citaçãozinha.* [...] Por isso, vou propor ao Dr. Sebastião e Silva outro jogo: que deixemos em paz o Leibniz, e o Pasteur, e o Klein e que, como homens do nosso tempo e do nosso meio, analisemos, com cuidado e sentido das realidades, o problema em questão. (CARAÇA, 2002, p. 246, itálico do autor).

Neste artigo, Bento Caraça apresenta, pedagogicamente, argumentos em que há concordância com o seu oponente, principalmente sobre o valor formativo da Matemática para a totalidade dos alunos; mas mantém o ponto discordante em torno da importância de se ensinar aos alunos do ensino liceal [ensino médio] a construção de tábuas de logaritmos com três ou quatro casas decimais. Discorda que, em algum momento, tenha solicitado a retirada do ensino de logaritmos do ensino secundário, bem como indica que este conteúdo deve ser ensinado sob os aspectos teórico, cultura geral e prático; ainda ao final, em nota, registra a sua satisfação pelo declarado apoio de seu oponente quanto à necessidade de reforma do ensino de matemática. Bento Caraça, neste artigo, apresenta argumentos contrários a certos posicionamentos de Sebastião e Silva ao afirmar que:

> O ensino liceal [ensino médio] é dirigido a ***todos***, quer vão ou não frequentar mais tarde cursos superiores e deve ter, consequentemente, por objetivo fornecer os elementos da cultura geral e a capacidade de atuação indispensável a todo o cidadão. Esta me parece que deve ser a sua finalidade — ***formar cidadãos*** — e não formar matemáticos, ou físicos, ou geógrafos, ou alfaiates [especialistas]. Nessa formação, a matemática desempenha um papel de primeiro plano quer pela disciplina mental que pode contribuir para criar, quer pela **cultura geral** que o conhecimento dos seus conceitos e métodos proporciona, quer ainda pelas suas aplicações práticas imediatas à vida corrente [cotidiana]. (CARAÇA, 2002, p. 246–247, grifo e acréscimo nosso e itálico do autor).

Bento Caraça, adiante, acrescenta argumentos nos quais concorda com o seu oponente, quando este aponta o aspecto formativo da Matemática, mas não o acompanha quanto a conduzir ao hábito de pensar matematicamente e no estudo do desenvolvimento lógico das teorias, pois são alunos do curso liceal [ensino médio] que apresentam uma capacidade de recepção e de sensibilidade ao fato matemático limitado por um condicionamento próprio desta faixa etária. Ele argumenta que:

> [...] quando o Dr. Sebastião e Silva diz que o ensino liceal [ensino secundário] da Matemática deve ter um objetivo essencialmente formativo, concordo com ele [Sebastião e Silva], mas já o não posso acompanhar quando pretende que ele [ensino liceal da Matemática] deve levar ao hábito de ***pensar matematicamente*** e ao estudo do ***desenvolvimento lógico das teorias.*** [...] em face de mentalidades médias de menos de 17 anos. (CARAÇA, 2002, p. 247, grifo e acréscimo nosso, itálico do autor).

Bento Caraça, em seu artigo "Respostas às Considerações Anteriores" (1942), elenca uma trajetória pedagógica para a apresentação dos logaritmos no ensino secundário, bem como esclarece, em nota final, sobre a sua satisfação quanto ao fato de Sebastião e Silva registrar o seu apoio ao movimento de reforma do ensino de Matemática, tendo em vista o fato de nunca lhe ter explicitado esse importante apoio, embora tenham desfrutado de várias circunstâncias e locais. Argumenta que:

> O Dr. Sebastião e Silva diz na nota final do seu artigo que **apoia na atitude que tenho tomado dentro da Comissão Pedagógica da Sociedade Portuguesa de Matemática por uma reforma do ensino secundário** [de Matemática]. Como nunca tinha dado por isso, apesar de nos termos muitas vezes encontrado em ocasiões e locais em que ele [Sebastião e Silva] poderia ter dado a esse movimento a cota parte do seu esforço, registro agora o fato com satisfação. (CARAÇA, 2002, p. 255, grifo e acréscimo nosso).

Bento Caraça, no mesmo artigo, encerra a sua participação nesta polêmica com Sebastião e Silva acerca do ensino de logaritmos no ensino secundário calcada na importância da construção de tábuas de logaritmos com três ou quatro decimais, conforme o desejo de defesa de seu oponente; porém, Sebastião e Silva publica na revista Gazeta de Matemática, número 13, de janeiro de 1943, o artigo "ACERCA DO ENSINO DOS LOGARITMOS" em resposta ao referido artigo de Caraça. Este artigo, de fato, encerra a polêmica entre ambos, embora o conteúdo deste diálogo continue a suscitar interesse pela qualidade e nível dos argumentos apresentados durante todo o processo por ambos oponentes, tanto pelo ponto de vista do conteúdo quanto por seus aspectos didáticos e pedagógicos — não só dos logaritmos, mas também, de outros conteúdos matemáticos. Sebastião e Silva desenvolve argumentos, sem a companhia de seu interlocutor, sustentando isoladamente consistentes ideias sem as significativas e certamente esperadas contra-argumentações. Essa atitude de Bento Caraça permite entendermos que não havia mais nada a acrescentar à polêmica, pois tivera acesso antecipado ao artigo de Sebastião e Silva, por ser responsável pela secção de Pedagogia na referida revista. Essa postura é enfatizada por Bento Caraça na revista Gazeta de Matemática, número 14, de março de 1943, na secção de Pedagogia, em descrição de rodapé junto à "NOTA", conforme os seguintes argumentos:

> Publicamos no último número [n.º 13] da "Gazeta" [revista Gazeta de Matemática] um extenso artigo [ACERCA DO ENSINO DE LOGARITMOS] do Dr. Sebastião e Silva sobre o ensino de logaritmos

> no Liceu [ensino secundário]. **Como nele** [ACERCA DO ENSINO DOS LOGARITMOS] **não vejo nenhum facto novo que permita avançar ou esclarecer a discussão do problema pedagógico que aqui** [revista Gazeta de Matemática] **debatera, abstenho-me de o comentar**. (CARAÇA, 1943, p. 12, grifo e acréscimo nosso)

Assim, ao retornarmos para o conteúdo do artigo "ACERCA DO ENSINO DE LOGARITMOS", destacaremos alguns dos argumentos assumidos e desenvolvidos por José Sebastião e Silva neste seu último artigo, cita o artigo "Como estudar Matemática" publicado na revista The American Mathematical Monthly, e traduzido na Gazeta de Matemática n.º 12, de fato sem a companhia intelectual de Caraça, com posicionamento supostamente contrário às reflexões de Bento Caraça, mas certamente com um excelente nível de convergência de concepções, conceitos e ideias, ao afirmar que:

> A intervenção crescente da Matemática na vida moderna e a influência decisiva no progresso dos povos constituem realidades a que não podem manter-se estranhos regimes de ensino. "***Se o Mundo não precisa dum número muito grande de professores de Matemática, precisa, no entanto de muitíssimas pessoas que possam fazer uso inteligentemente da Matemática***". Sim, é cada vez maior o número de profissões que, em países civilizados, requerem uma **sólida cultura matemática**, e a capacidade de aplicar inteligentemente a Matemática. Mas tal **cultura** e tal capacidade não se adquirem facilmente — é esta a verdade — sem uma preparação liceal [ensino médio], em que seja banida toda a estreiteza de vistas tendente a formar ***indivíduos automatizados na aplicação de receitas***. (SILVA, 2002, p. 259–260, grifo e acréscimo nosso, itálico do autor).

Mais adiante, José Sebastião e Silva apresenta uma reflexão em que defende um ensino que favoreça as aptidões individuais objetivando melhorar a qualidade de vida das pessoas — para o bem de todos. Postura não que deve ser entendida como desprezo pela cultura geral; admite que convém estimular o interesse por questões de ordem geral e favorecer o hábito pela leitura — sem exageros. Afirma que seu pensamento está em consonância com sua atuação, considerando o seu contexto para enfrentar os problemas do seu tempo e espaço. Assim, Sebastião e Silva e Bento Caraça parecem não estar tão distantes em muitos pontos de vista — entre eles a importância da cultura Matemática para todos. São argumentos de Sebastião e Silva que:

> ***Ensino idêntico para todos***, é um princípio talvez muito cômodo para o professor; mas, ***para o bem de todos***, há que substituí-lo por este outro: ***ensino que favoreça, tanto quanto possível, às aptidões de cada um.***[...]. Não quer isto dizer que se deva desprezar a **cultura geral**. Convém estimular, em certa medida, o interesse por questões de ordem geral, e, sobretudo, favorecer hábitos de leitura. Mas não exageremos! Subsiste entre nós um culto perigoso pelo enciclopedismo, e da multiplicidade de aptidões — como se fossemos felizes contemporâneos de Descartes ou de Leonardo da Vinci. Será preciso lembrar que não é esse culto a maneira mais adequada de evitar o acréscimo de incompetência? [...]. E é pensando assim que julgo ser ***homem do meu tempo, virado para os problemas do meu tempo e do meio em que vivo***. (SILVA, 2002, p. 261–262, grifo nosso e itálico do autor).

Sebastião e Silva, ao se encaminhar para o final de seu artigo "Acerca do Ensino dos Logaritmos" (1943), certamente, apresenta novos pontos de convergência para com as intenções de Bento Caraça quanto à importância de a Matemática ser integrante da cultura geral das pessoas. Seus argumentos também se identificam com os de Caraça quando da apresentação do prefácio do livro "Conceitos Fundamentais da Matemática", pois afirma:

> A Matemática não se constrói dum bloco [...]. E é bom que o aluno se habitue a considerar esta ciência como um "evoluir" e não como qualquer coisa de acabado e perfeito; como "obra de homens para homens", em que ele [homem] poderá vir a colaborar, e não como generosa dádiva dos deuses. Só assim o "caráter convencional de toda definição" matemática deixará de repugnar ao espírito do principiante, porque foi preparado o terreno psicológico, favorável à aceitação de tais convenções, ***adaptadas a um certo fim***. Só deste modo conseguirá por termo [fim] à lenda, que se criou, **da aridez e do tecnicismo** estreito da Matemática. Só então deixaremos de ouvir a pessoas cultas esta impertinente pergunta: "Pois ainda há que descobrir em Matemática?" A Matemática não é então um assunto esgotado? (SILVA, 2002, p. 271–272, grifo e acréscimo nosso, itálico do autor).

Bento Caraça e Sebastião e Silva encerram a polêmica, divergindo quanto ao ensino das tábuas de logaritmos no ensino secundário, mas demonstrando grande região de contato quanto ao ponto de vista pedagógico da Matemática, bem como de sua importância para a formação da cultura geral de todas as pessoas. Certamente, existe uma enorme região de contato pedagógico e metodológico entre ambos, apesar das divergências, contudo, os argumentos de Sebastião e Silva, no artigo "Bento Caraça e o ensino da Matemática em Portugal", publicado na revista Vértice, números 412, 413, e 414, expressam uma análise sobre a importância da atuação do amigo e oponente — Bento Caraça — para o ensino e a aprendizagem de Matemática, ao destacar que:

> Na verdade, ele [Bento Caraça] não foi um investigador, isto é, não foi um criador de ciência. [...]. O que devemos admirar, sim, é o seu esforço de autodidata, as suas invulgares qualidades de trabalho, [...]. E sinto-me inclinado a admitir que, sob esse aspecto, a sua atividade foi realmente criadora; isto é, sou levado a pensar que Bento Caraça criou, efetivamente um ***estilo de ensino de matemática***, de que eu próprio sou beneficiário. [...]. Um seu primeiro aspecto que chamava a atenção era o de apresentar a Matemática, como se fosse uma obra de arte, numa nova linguagem — viva, clara, incisiva, cativante. (SILVA, 2002, p. 274, grifo e acréscimo nosso e itálico do autor).

A polêmica entre Bento de Jesus Caraça e José Sebastião e Silva a partir das divergências sobre a forma de apresentação — tábua de logaritmos, régua de cálculo ou calculadora — da teoria logarítmica no ensino secundário desaguou ironicamente na constatação da existência de significativos pontos de convergência sobre o ensino de Matemática. Esse diálogo intelectual e pedagógico, entre duas das mais importantes figuras da cultura e da ciência portuguesa do século XX, embasado na maneira de se apresentar a teoria dos logaritmos, é um expressivo momento de forte sentido humanista fundamentado no respeito e na maturidade acadêmica.

Conclusão

O desenvolvimento dos argumentos expressos na polêmica entre Bento de Jesus Caraça e José Sebastião e Silva também se apresenta como importante instrumento para comprovar que Caraça e a obra "Conceitos Fundamentais da Matemática", desde a sua publicação inicial, conseguiram despertar inspirações pedagógicas e didáticas. Esta obra de Bento Caraça apresenta fundamentos pedagógicos que se coadunam com argumentos encontrados na referida polêmica acerca do ensino de logaritmos, pois em ambas estão presentes traços de sua convicção no tocante ao ensino de Matemática integrar de forma significativa a cultura geral das pessoas. Tal posicionamento pedagógico deve enfocar as ideias fundamentais da Matemática com embasamento em seus aspectos históricos e filosóficos em detrimento de um ensino preponderantemente técnico. A polêmica tem seu centro de discordância no âmbito da construção das tábuas de logaritmos e do uso de réguas de cálculo e/ou calculadoras. Indiscutivelmente, houve períodos em que as tábuas de logaritmos tiveram o seu apogeu como instrumento obrigatório no ensino deste conteúdo, bem como encontraram o seu declínio em virtude do surgimento e do uso crescente das réguas de cálculo. Este instrumento de cálculo, também importante em sua época, teve o seu período de apogeu entrando em desuso com o surgimento e a popularização das máquinas de calcular e na sequência com as calculadoras eletrônicas. Nesse sentido, indiscutivelmente, o tempo se fez e faz senhor colocando as coisas no devido lugar, e ainda por sedimentar a clareza de visão e convicção de Bento Caraça que assertiva e frontalmente afirmou que "Cada época cria e usa os seus instrumentos de trabalho conforme o que técnica [tecnologia] lhe permite.". Esta assertiva caraciana, assinalada durante a polêmica com José Sebastião e Silva, bem como o conjunto de convicções apresentado permitem constatar que o debate honesto e de alto nível entre intelectuais desta envergadura moral é significativamente contributivo para o bom desenvolvimento e aprimoramento cultural e das ideias que cercam o tema central. A discussão de concepção ao abranger o cerne da divergência, e ainda os vários pontos de convergências, tornasse em um importante instrumento de diálogo intelectual tendo em vista a troca de ideias e de experiências, a vontade de evolução dos conhecimentos e a disponibilidade para aprender com o seu interlocutor gerou este significativo momento da história da cultura e da matemática em Portugal.

Bibliografia

AMARAL, J. T. *Bento de Jesus Caraça — Uma Visão Sobre o Valor Humano e o Valor Social da Matemática e Suas Implicações no Ensino.* 2014. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.

CARAÇA, B. J. Pedagogia — Nota. *Gazeta de Matemática*, n.º 11, Lisboa, p. 16, 1942.

CARAÇA, B. J. Pedagogia — Resposta às Considerações Anteriores. *Gazeta de Matemática*, n.º 12, Lisboa, p. 14–17, 1942.

SEBASTIÃO E SILVA, J. Bento Caraça e o Ensino da Matemática em Portugal. *Diário de Lisboa*, Lisboa, 25 de junho de 1968, pp. 19–20.

SEBASTIÃO E SILVA, J. *Textos Didácticos*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002, v. 3.

Simpósio
Henri Poincaré

Organizadora:
Tatiana Roque

Revisores científicos:
Gerard Grimberg, Paulo Crawford, Tatiana Roque

Henri Poincaré: analogias e reducionismo mecanicista, mecânica celeste e os fundamentos da mecânica estatística, 1888–1894

João Príncipe
IHC / CEHFCi — Universidade de Évora
jpps@uevora.pt

Resumo: O objectivo principal deste artigo é mostrar a evolução da opinião de Poincaré sobre a redução mecanicista da termodinâmica, evolução, com resultados notáveis para a física, que ocorre num período curto em torno do ano de 1890. Poincaré começou por se interessar pela termodinâmica e sua relação com a mecânica, inspirando-se nas analogias de Helmholtz dos sistemas monocíclicos. Após um período de cepticismo em relação à teoria cinética, estudou atentamente algumas das memórias de Maxwell e contribuiu para os fundamentos da mecânica estatística. Aqui mostramos que as contribuições de Poincaré para os fundamentos da mecânica estatística estão intimamente relacionadas com o estabelecimento de analogias com seus trabalhos em mecânica celeste e com seu interesse pelas probabilidades e seu papel na física.

1 Introdução

Em 1909 Émile Borel afirmou que a atitude de Poincaré enquanto investigador ficava bem caracterizada ao o descrever como um conquistador e não como um colonizador. Os tempos rápidos destas conquistas ficam bem exemplificados ao se estudar uma pequena porção da obra científica de Poincaré, durante um curto período de tempo. É o caso que aqui vos trago, ao considerar o interesse de Poincaré pela relação entre a termodinâmica e a mecânica, considerando o curto período compreendido entre 1888 e 1894. Quando, no quadro dos seus cursos na Sorbonne, Poincaré vai ensinar pela primeira vez termodinâmica ele ignora os trabalhos de Maxwell e de Boltzmann sobre mecânica estatística. Ao considerar as relações entre a mecânica e a termodinâmica, em particular a questão da redução mecanicista do príncipio do aumento de entropia ele apresentará as analogias de Helmholtz e concluirá pela incompatibilidade entre mecânica e irreversibilidade; o seu cepticismo em relação à teoria cinética irá rapidamente modificar-se e Poincaré irá dar importantes contributos para os fundamentos da mecânica estatística estabelecendo pontes inusitadas com os seus trabalhos em mecânica celeste.

2 Poincaré e os sistemas monocíclicos

Em Março de 1885 Poincaré é nomeado para a cadeira de mecânica física e experimental da Faculdade de Ciências de Paris (Sorbonne). Em Agosto de 1886, ele sucede a Gabriel Lippmann na cadeira de física matemática e de cálculo das probabilidades. Isso representa um ponto de viragem na sua pesquisa. O curso do primeiro semestre de 1887–88 é dedicado às teorias matemáticas da luz, muito em especial às várias teorias do éter. No curso do segundo semestre de 1888 ele aborda as teorias electrodinâmicas e a teoria electromagnética da luz de Maxwell; em 1890, no seu curso de electricidade e de óptica tratará da teoria de Helmholtz e das experiências de Hertz. Com efeito, Poincaré abordou sempre tópicos recentes nos seus cursos, demonstrando uma grande abertura em relação à física estrangeira, atitude relativamente pouco comum no contexto parisiense, e portanto francês. Sempre que possível, foi apresentando teorias alternativas e estabelecendo comparações entre as mesmas, numa perspectiva de pluralismo téorico, atitude que decerto lhe foi inspirada por Maxwell.[1]

A posição inicial de Poincaré, relativamente à questão do reducionismo mecânico dos princípios da termodinâmica, que era a de desconfiança em relação às explicações baseadas em hipóteses atómicas, fica bem resumida nas palavras seguintes do prefácio do seu tratado de termodinâmica:

> '[As] teorias ambiciosas de há 40 anos atrás, carregadas com hipóteses moleculares... O longo espectáculo das tentativas pelas quais o homem chega à verdade é muito instrutivo em si. Observe-se o importante papel desempenhado pelas várias ideias teóricas ou mesmo metafísicas, agora abandonadas ou consideradas como duvidosas... Os dois princípios [da termodinâmica: conservação da energia e aumento da entropia em sistemas naturais isolados], apoiados agora em sólidas experiências, sobreviveram a essas frágeis hipóteses, sem as quais eles talvez não tivessem sido ainda descobertos. Assim, o arco é libertado desses andaimes quando ele está completamente construído.' [Poincaré, 1892a, V, XIV]

Poincaré refere-se aqui sobretudo à física laplaciana, baseada na suposição de que a matéria é constituída por átomos centros-de-força. O programa laplaciano foi bem sucedido no caso da mecânica dos meios continuos, na hidrodinâmica e na teoria do éter luminoso, além de que permitia uma cosmovisão, uma

[1] Ver Príncipe, 2012.

visão unitária da física; ele contou com geómetras distintos, ao longo de todo o século XIX, como Laplace, Poisson, Cauchy, Navier, Saint-Venant, Boussinesq.[2]

No fim do seu curso de termodinâmica, no ano lectivo de 1888–89, Poincaré considera a questão da compatibilidade entre o mecanismo e a termodinâmica, analisando as analogias mecânicas, propostas por Hermann von Helmholtz entre o segundo princípio e os sistemas monocíclicos descritos no formalismo hamiltoniano. Helmholtz, a partir de meados da década de 1880 passou a considerar o princípio da menor acção como o princípio fundador de toda a física, vendo no método de Lagrange da teoria electromagnética de Maxwell (para obter as equações sem detalhar o modelo do éter) um exemplo paradigmático disso, visão compartilhada por Poincaré. O uso do princípio da menor acção permite não postular modelos atómicos específicos, uma vez que ele determina a evolução do sistema sem introduzir explicitamente mecanismos não observáveis. O uso de analogias em física, nomeadamente a sua importância heurística, tinha sido posto em relevo por Maxwell nas várias considerações epistemológicas insertas nos seus artigos; o derradeiro Helmholtz deu também especial relevo ao carácter parcial do nosso conhecimento, designando por imagens, 'bild', aquelas representações que não correspondem à realidade porque são analogias parciais (uma imagem representa o semelhante pelo semelhante, enquanto que um signo tem carácter arbitrário).[3]

Helmholtz, em memórias publicadas em 1884 e 1886, distingue dois grupos de coordenadas generalizadas: aquelas que mudam muito lentamente as q_a, e aquelas que variam muito rapidamente, as q_b. Os parâmetros que variam muito lentamente podem ser controlados por um observador macroscópico (por exemplo, o volume, ou o centro de gravidade de um corpo). Num sistema monocíclico, admite-se a existência de determinadas relações entre as velocidades das diferentes partes do sistema, de modo que esses movimentos periódicos são descritos por uma única coordenada; os movimentos rápidos que prosseguem sem alterar a configuração do sistema são semelhantes às rotações de piões, ou a vórtices em fluidos. Esta teoria fornece um análogo da segunda lei da termodinâmica (para processos reversíveis) se for assumido que a temperatura corresponde à energia cinética. Isto é sugerido pela teoria cinética dos gases, como Helmholtz observou em seu primeiro artigo.[4] A analogia com

[2] Ver Príncipe, 2008, Conclusions.

[3] Sobre 'bild' ver Schiemann, 2009, 196–198. Sobre Maxwell e as analogias ver Príncipe, 2010. O interesse de Poincaré por Helmholtz remonta pelo menos a 1887, estando ligado ao interesse comum pelo estatuto epistemológico das geometrias métricas que permitem a livre mobilidade dos corpos sólidos, tema sobre o qual é habito, no contexto da filosofia das ciências, referir a posição de Poincaré como 'convencionalismo geométrico'.

[4] 'Hier tritt die Analogie mit der kinetischen Gastheorie schon sehr deutlich heraus. Die Tem-

a irreversibilidade resulta de comparar os movimentos térmicos das moléculas a movimentos estacionários escondidos (correspondendo a sistemas ditos incompletos, onde a energia cinética contém potências ímpares das velocidades generalizadas). No caso dos piões, o pião que está a rodar distingue-se de um pião parado devido à sua capacidade de suportar a acção de forças externas que tendem a alterar a direcção do eixo de rotação. Helmholtz imagina que um pião que roda possa estar encerrado em uma concha, mantendo-se, assim, invisível e inviolável por seres humanos.[5]

Não se deve confundir as analogias mecânicas entre o segundo princípio e os sistemas mecânicos periódicos monicíclicos, desenvolvidas por Boltzmann, Clausius e Helmholtz, com modelos concretos de movimento térmico, em especial o da teoria cinética. Essas analogias são analogias formais e nada implicam sobre a natureza precisa do movimento que é o calor.[6]

No fim do ultimo capítulo do seu tratado de termodinâmica, cujo título é 'Redução dos princípios da termodinâmica aos princípios gerais da mecânica', Poincaré, através de um argumento bastante geral, mostra que a analogia criada por Helmholtz não pode explicar os fenómenos irreversíveis.[7] Na sua nota aos *Comptes Rendus* 'Sobre as tentativas de explicação mecânica dos princípios da termodinâmica', ele pergunta: 'Podemos ... ao representar o mundo como composto de átomos ... explicar porque o calor não pode passar de um corpo frio para um corpo quente?' [Poincaré, 1889, 550] A sua resposta será implicitamente negativa. Poincaré, no seu raciocínio admite que, se os processos naturais obedecem simultaneamente às equações da mecânica e ao princípio de Carnot, então deve haver uma função $S(q, p)$ 'que deve ir constantemente aumentando e que nós chamamos entropia'. Portanto deve-se verificar:

$$\frac{dS}{dt} = \sum \left(\frac{\partial S}{\partial q} \frac{dq}{dt} + \frac{\partial S}{\partial p} \frac{dp}{dt} \right) = \sum \left(\frac{\partial S}{\partial q} \frac{\partial H}{\partial p} - \frac{\partial S}{\partial p} \frac{\partial H}{\partial q} \right) > 0.$$

peratur θ ist der lebendigen Kraft proportional', Helmholtz, 1884a, fim do §3. Martin Klein nota que Helmholtz tinha reconhecido que o movimento térmico não é estritamente monocíclico: 'Eu afirmei desde o princípio que o movimento térmico não é estritamente monocíclico', tradução do Helmholtz, 1884a, 757; ver Klein, 1972, 67.

[5]Poincaré 1892a, 442. Um exemplo em que a força viva deixa de ser proporcional ao quadrado da velocidade é o de uma roda que pode rodar em torno de um eixo e que está equipada com um regulador de força centrífuga; se a velocidade angular for aumentada, as bolas do regulador afastam-se do eixo aumentando o momento de inércia: Poincaré, 1892a, 431.

[6]Boltzmann foi o primeiro a desenvolver estas ideias num artigo publicado em 1866; ver Boltzmann 1866. Um resumo destes ideias é dada por Truesdell, 1975, 59–60.

[7]As memórias de Helmholtz são explicitamente citadas no início da Nota. A demonstração é retomada no tratado Poincaré, 1892a, § 328 e seguintes.

Ou ainda, utilizando os parênteses de Poisson,

$$\frac{dS}{dt} = \{S, H\} > 0.$$

Poincaré acredita ser possível provar a impossibilidade de tal desigualdade admitindo que 'o sistema, permanecendo isento de qualquer acção externa, está sujeito a ligações tais que a entropia é capaz de atingir um máximo'. Poincaré termina a nota com a seguinte conclusão:

> 'Devemos, portanto, concluir que os dois princípios, o do aumento da entropia e o da menor acção (compreendido no sentido Hamiltoniano) são irreconciliáveis. Se Helmholtz mostrou, com admirável clareza, que as leis de fenómenos reversíveis podem ser consequência da dinâmica, parece provável ser necessário ir procurar noutro lugar a explicação dos fenómenos irreversíveis, renunciando pois às hipóteses familiares de mecânica racional a partir das quais obtivemos as equações de Lagrange e de Hamilton'. [Poincaré, 1889, 553]

Poincaré irá mudar rapidamente de opinião.

3 Poincaré e a teoria cinética dos gases de Maxwell

Poincaré começou a se interessar pela teoria cinética dos gases através da leitura das memórias de Maxwell, o que provavelmente está relacionado com o seu interesse pelas teorias iónicas do eletromagnetismo (incluindo a de Lorentz), uma vez que o desenvolvimento de uma microfísica teórica e experimental favorecia as teorias atomísticas de calor. Em 1893, Poincaré lê atentamente a memória de Maxwell de 1866 (na qual se obtém a equação de Boltzmann) e formula uma objecção correcta ao raciocínio de Maxwell que justificava a lei da expansão adiabática de um gás.[8] Este interesse crítico incidirá rapidamente sobre os fundamentos da mecânica estatística. Poincaré vai estar principalmente preocupado com as justificações mais abstractas da distribuição de equilíbrio, da equipartição e da tendência para o equilíbrio. Ou seja, vai favorecer a abordagem dos *ensembles* através da formulação de Hamilton da mecânica e da hipótese ergódica e ele vai rapidamente encontrar a relação com um teorema sobre o problema dos três corpos.

[8]Trata-se do Poincaré, 1893b; ver a referência a esta crítica em Boltzmann, 1896, nota à fórmula (187), também Príncipe, 2008, § 10.4.1. Sobre as contribuições de Poincaré para o electromagnetismo e para a teoria dos electrões ver Darrigol, 2000, cap. 9, sobretudo § 9.3.3.

3.1 O artigo 'Le mécanisme et l'expérience'

Poincaré fala pela primeira vez da importância do seu teorema de recorrência para as tentativas mecanicistas de redução do princípio de Carnot no artigo 'O mecanismo e experiência' (1893), publicado na edição inaugural da *Revue de Métaphysique et de Morale*. A experiência mostra que na natureza há 'um monte de fenómenos irreversíveis' que parecem difíceis de conciliar com a redução mecanicista. Poincaré divide os mecanicistas em dois grupos. De um lado Helmholtz, que não usa raciocínio estatístico e do outro os ingleses partidários da teoria cinética dos gases de Clausius-Maxwell. Falando de Maxwell, ele observa:

> 'A irreversibilidade aparente dos fenómenos naturais seria o resultado de que as moléculas são muito pequenas e demasiado numerosas para o carácter grosseiro dos nossos sentidos… Maxwell introduziu a ficção de um 'demónio', cujos olhos são subtis o suficiente para distinguir as moléculas, e cujas mãos são pequenas e rápidas o suficiente para as detectar e mover. Para um tal demónio… não haveria dificuldade em conseguir fazer passar o calor de um corpo frio para um corpo quente… A teoria cinética dos gases é até agora a mais séria tentativa de conciliação entre o mecanismo e experiência'. [Poincaré, 1893a, 536]

Poincaré acrescenta que a teoria cinética não é incompatível com o seu teorema de recorrência:

> 'Um teorema fácil de estabelecer diz-nos que um mundo limitado sujeito apenas às leis da mecânica, retornará sempre a um estado muito próximo do seu estado inicial. Pelo contrário, de acordo com as leis experimentais aceites (se lhes for dado um valor absoluto e se se quiser levar as suas consequências até ao extremo), o universo tende para um estado final, do qual ele não poderá escapar. Neste estado final… todos os corpos estarão… à mesma temperatura. Será que se notou que as teorias cinéticas inglesas podem escapar a esta contradição? O mundo, de acordo com elas, tende inicialmente para um estado onde ele vai ficar um longo tempo sem aparente mudança… mas ele não ficará aí para sempre… ele permanecerá aí apenas durante um tempo enorme, tanto maior quanto mais numerosas forem as moléculas. Este estado não será a morte definitiva do universo, mas uma espécie de sono, do qual ele acordará depois de milhões de milhões de séculos'. [Poincaré, 1893a, 536]

Este teorema e o estatuto do mecanismo serão discutidos por Zermelo e Boltzmann em 1896. Este último afirmará, como Poincaré, que os retornos, para os sistemas macroscópicos habituais, estão para além de nossa experiência.[9]

3.2 O teorema da recorrência

O famoso teorema da recorrência de Poincaré surge formulado na célebre memória 'Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique', coroada pelo prémio do rei Oscar II da Suécia a 21 de Janeiro de 1899.

3.2.1 O problema dos três corpos

O problema dos três corpos é um dos mais famosos da mecânica: três pontos materiais interagem gravitacionalmente, estando livres de se mover no espaço; temos de encontrar os seus movimentos para determinadas condições iniciais. Entre 1750 e o final do século XIX, centenas de artigos foram publicados sobre este assunto. A memória premiada de Poincaré teve duas formulações (1889 e 1890), apenas a segunda tendo sido publicada. O conceito de estabilidade de um sistema, inicialmente definido pelo confinamento das variáveis que definem o sistema foi substituído, em 1890, pela de Poisson: o ponto móvel, P, (que descreve por exemplo um planeta) deve retornar, ao fim de um tempo suficientemente longo, senão à sua posição inicial, pelo menos, a uma posição tão próxima quanto se deseje da sua posição inicial (é este o sentido de recorrência).[10]

Algumas soluções periódicas já eram conhecidas. Poincaré estudou soluções não periódicas (soluções assintóticas e duplamente assintóticas) e desenvolveu métodos qualitativos. Essas soluções não periódicas são infinitamente improváveis, mas 'tomadas em conjunto com as soluções periódicas... formam por assim dizer a trama do tecido muito denso constituído pela totalidade das órbitas gerais'. [Von Zeipel, 1921, 308][11]

---

[9] Ver Brush, 1976, § 14.7, 632–640.

[10] Sobre a história do problema, ver Whittaker, 1899 e Barrow-Green, 1997. A primeira versão, de 1889, foi impressa, mas não publicada devido à detecção de um erro crucial na prova de estabilidade; sobre a evolução do conceito de estabilidade dos sistemas de equações em Poincaré ver Roque, 2011. É na segunda versão que o teorema de recorrência desempenha um papel decisivo na economia de memória, consultar Robadey, 2006.

[11] Eis um exemplo de órbita assintótica, em um sistema que é composto por um Sol, a Terra e por duas luas de massa infinitesimais: 'Suponha-se um observador na Terra e, lentamente, girando sobre si mesmo, a fim de olhar constantemente para o Sol. O Sol vai aparecer-lhe imóvel e a Lua L_1 cujo movimento é periódico parecer-lhe-á descrever uma curva fechada C. A Lua

3.2.2 A noção de invariante integral

A demonstração do teorema de recorrência usa a noção de invariante integral, que foi criado por Poincaré no contexto de sua pesquisa sobre equações diferenciais de sistemas hamiltonianos. Recordemos a sua definição. Seja $\frac{dx_1}{X_1} = \frac{dx_2}{X_2} = \cdots = \frac{dx_n}{X_n} = dt$, um sistema de equações diferenciais. Seja $x_1^0, \ldots, x_n^0$ um ponto qualquer de um domínio $D(0)$ com k dimensões. Este conjunto de pontos ocupará num outro instante t um outro domínio a k dimensões, $D(t)$. Um integral k-dimensional sobre o domínio $D(t)$ é um invariante integral de ordem k do sistema de equações se o valor deste integral for independente de t. O exemplo típico é o do volume constante de uma parte específica de um fluido incompressível. Para um sistema Hamiltoniano com n graus de liberdade, Poincaré mostrou que:

$$I_1 = \int \sum_i dq_i dp_i, \quad I_2 = \int \sum_{i,k} dq_i dp_i dq_k dp_k, \ \ldots,$$
$$\ldots, \quad I_n = \int dq_1 dp_1 dq_2 dp_2 \ldots dq_n dp_n,$$

são invariantes integrais. Em particular o integral I_n é um invariante integral correspondente à condição de incompressibilidade do fluido no espaço de fases (teorema de Liouville).

Poincaré começa por provar o seguinte teorema. Seja um espaço N-dimensional e admitamos que o hipervolume é um invariante integral; se o ponto P *permanece a distância finita* e se se considerar uma região g_0 qualquer deste espaço, por mais pequena que seja esta região, haverá trajectórias que a atravessarão uma infinidade de vezes.[12]

De acordo com o seu estudo das soluções assintóticas, Poincaré conhecia trajectórias possíveis sem a propriedade de recorrência. A prova do teorema acima parece não deixar espaço para essas trajectórias. É necessário harmonizar os dois resultados; Poincaré irá estabelecer a natureza excepcional destas soluções instáveis: 'Haverá um número infinito de soluções específicas do problema que não serão estáveis... no sentido de Poisson; mas haverá uma infinidade que serão estáveis. Acrescento que as primeiras podem ser consideradas

L_2 então descreverá para ele uma espécie de espiral cujas espiras vão ficando cada vez mais apertadas, aproximando-se indefinidamente da curva C'. Poincaré, 1891, *Œuvres* 8, 532–533.

[12] A demonstração mostra que o volume total da sequência das regiões do espaço que são as sucessoras na época t_0+nt dos pontos contidos na época t_0 na região g_0 se torna infinita caso não haja recorrência (ver Poincaré, 1890, Œuvres vol. 7, 316). O cálculo dos tempos de recorrência é um problema delicado sobre o qual Poincaré, que eu saiba, nada publicou.

excepcionais'. [Poincaré, 1890, Œuvres 7, 313–314] Poincaré exprimiu isso utilizando o conceito de probabilidade definida como fornecendo a medida de uma região. As trajectórias excepcionais têm probabilidade zero; isto é, o carácter quase periódico está quase sempre presente na evolução de um sistema conservativo.

A demonstração do teorema de recorrência (e do seu corolário), que tem uma natureza não-construtiva, é, na história de teoremas em matemática, um dos primeiros exemplos em que uma propriedade é demonstrada como sendo válida para 'quase todos' os objetos de uma classe. Hoje traduz-se o carácter excepcional das trajectórias sem recorrência, dizendo que elas são um conjunto de medida nula. A teoria da medida que foi desenvolvido por Borel, Lebesgue e outros, é posterior à memória de Poincaré. A evolução da teoria ergódica está intimamente ligada a estes desenvolvimentos.[13]

Poincaré fará uso de outros resultados das suas pesquisas em mecânica celeste para iluminar os fundamentos da mecânica estatística. Aqui eu limitar-me-ei à consideração de um seu teorema sobre o carácter excepcional desempenhado pela energia enquanto integral das equações de um sistema conservativo.

3.3 Um teorema sobre os integrais não uniformes

O teorema de Liouville implica que o movimento do ponto representativo define uma transformação pontual contínua que conserva a extensão em fase. Na abordagem dos *ensembles*, isto implica que a função de distribuição correspondente ao estado estacionário deve permanecer constante ao longo de cada trajectória. Assim, a distribuição de equilíbrio deve, de maneira geral, ter a forma

$$\rho_0(q, p) = F(E, y_2, \ldots, y_{2n-1}),$$

F sendo uma função arbitrária dos integrais y_i (que são funções dos p e dos q que permanecem constantes ao longo de cada trajectória) do sistema das $2n$ equações de Hamilton para um sistema conservativo. Maxwell, em 1879, crê que é a hipótese ergódica que justifica que a função F só dependa da energia.

[13]Veja-se, por exemplo, Boyer e Merzbach, 1968 e von Plato, 1994. Para mais detalhes sobre a relação entre a teoria da medida e a teoria da integração, ver o texto Hawkins, 1980. George Birkhoff, um dos matemáticos que mais contribuíram para a teoria da ergodicidade, em uma conferência intitulada 'Probabilidade e sistemas físicos' (1931), considerando o problema das trajectórias excepcionais (e a falta de sentido físico, uma vez que é impossível determinar com rigor as condições iniciais), elogiou Poincaré por ter sido o primeiro a ter, de modo intuitivo, feito considerações sobre acontecimentos 'de probabilidade 1'; isto é, de ter considerado, em problemas de mecânica teórica, conjuntos de medida nula; ver von Plato, 1994, 110.

Boltzmann e Maxwell estavam conscientes do carácter problemático desta hipótese. Boltzmann reflectiu muito sobre a justificação da hipótese ergódica e portanto sobre o 'desaparecimento' dos $2n-2$ integrais primários, e é provável que essas reflexões o tenham feito pôr em dúvida a validade desta hipótese para o caso geral dos gases compostos de moléculas poliatómicas.[14]

Cerca de 1890, Poincaré formulou um teorema afirmando a não uniformidade dos integrais, excepção feita para o da energia, das equações canónicas da mecânica celeste. Este resultado diz respeito aos métodos perturbativos para resolver as equações de Hamilton. Este teorema ilumina um dos principais problemas relativos aos fundamentos da mecânica estatística clássica — a justificação do papel da energia na função de distribuição. Estamos diante de uma questão difícil e muitas vezes ignorada.[15] O capítulo V do primeiro volume dos *Nouvelles méthodes de la Mécanique céleste* (1892) é dedicado à não-existência de integrais uniformes das equações canónicas. Consideremos um sistema mecânico conservativo, descrito por $2n$ parâmetros: n coordenadas q e n momentos conjugados p. Poincaré admite que o sistema mecânico é estável no sentido de que nenhuma partícula abandona uma zona limitada do espaço. É fácil definir energia cinética, energia potencial e energia total. As $2n$ equações canónicas admitem $2n-1$ integrais independentes do tempo. Estes integrais são funções geralmente não uniformes: 'As equações canónicas da mecânica celeste só admitem (com excepção para alguns casos excepcionais que serão discutidas separadamente) o integral da energia como integral analítico e uniforme'. [Poincaré, 1892b, 8 e 253] Um integral uniforme das equações de Hamilton é uma função dos p e dos q que permanece constante no decurso da evolução do sistema. Pelo teorema, a energia é o único integral 'bem-comportado'; os outros são funções não-analíticas com descontinuidades e comportamentos 'bizarros'. Um integral não uniforme das equações canónicas pode tomar um valor infinitamente próximo de um valor dado na vizinhança de qualquer ponto do espaço de fases.[16]

Este resultado figurava já na memória sobre o problema dos três corpos (1889–1890). Poincaré considerou aí as tentativas para integrar as equações

[14] Boltzmann duvidou desde cedo da validade da hipótese ergódica, razão pela qual ele preferiu voltar em 1871 a uma generalização da *Ansatz* de Maxwell. Ao adoptar os ensembles, ele preferiu não os justificar pela ergodicidade mas pelo facto empírico de que o comportamento termodinâmico de um sistema não depende das condições iniciais para condições externas termodinâmicas dadas; ver: Gallavotti, 1995, § 3, Barberousse, 2000, cap. V, 158.

[15] Max Born, no seu livro sobre a mecânica dos átomos, de 1925, cita este teorema como evidência da existência de uma contradição no uso da teoria das perturbações. Brillouin, 1964, cap. IX, discute a importância deste teorema. Ver também Arnold, 1979, Anexo 8.

[16] Ver também Brillouin, 1964, 109.

da mecânica celeste por séries trigonométricas cuja convergência não estava comprovada. Ele mostrou que as séries introduzidas por Hugo Gyldén e Anders Lindstedt eram divergentes. Esta divergência era consequência do resultado geral acima: a ausência de outro integral analítico e uniforme que não o integral das forças vivas para as equações da dinâmica.[17]

Léon Brillouin nota que a não-analiticidade está intimamente ligada à não separabilidade:

> 'Esta condição [estabelecida pelo teorema de Poincaré] resulta em descontinuidades nas soluções obtidas pelo método de Hamilton-Jacobi. Isto pode ser explicado pela seguinte afirmação: Para um determinado problema mecânico com conservação da energia e sem dissipação, pode-se encontrar algumas variáveis que podem ser separadas no sistema. Quando isso tiver sido feito, fica-se com o núcleo duro de variáveis não-separáveis. É aqui que se aplica o teorema de Poincaré, que especifica que a energia total é a única expressão representada por uma função matemática bem-comportada. Muitas outras quantidades podem aparecer como 'constantes' de um certo movimento, mas elas não podem ser expressas como integrais analíticos e uniformes. Isto significa que qualquer tipo de modificações no problema pode provocar uma mudança abrupta e repentina dessas 'constantes'. Esta descontinuidade pode ser o resultado de uma mudança muito pequena em qualquer dos parâmetros das equações mecânicas, ou, igualmente, resultar de pequenas alterações das condições iniciais'. [Brillouin, 1964, 128]

Para Léon Brillouin: 'O teorema de Poincaré contém a justificação da mecânica estatística de Boltzmann, que deve ser aplicada quando (e apenas quando) a energia total é o único integral primário bem-comportado'. [Brillouin, 1964, 125–126] De facto, é razoável supor que as forças entre as moléculas e as interacções com as paredes são distúrbios que suprimem qualquer degenerescência num desenvolvimento nas variáveis acção-ângulo.

[17]Consultar Robadey, 2006, 22, 25–26, 31 e Barrow-Green, 1997, § 5.9. A prova que Poincaré dá do seu teorema supõe a existência de soluções perturbativas multi-periódicas não degeneradas pelo método de Delauney (variáveis acção-ângulo). Ele mostra por absurdo que se houvesse um outro integral uniforme, que não o da energia, a nulidade do parêntesis de Poisson conduziria a relações impossíveis para os seus coeficientes de Fourier nas sucessivas ordens de perturbação. Note-se que a validade do teorema de Poincaré tem sido questionada por autores modernos. Kolmogorov publicou em 1954 um teorema contrário ao de Poincaré. Arnold e Moser generalizaram o resultado de Kolmogorov e formularam um teorema conhecido pela sigla KAM. Ver: Moser, 1962; Arnold, 1963; Cercignani, 1998, 158.

Poincaré nada fez para que este seu teorema fosse conhecido pelos físicos. A sua discussão sobre o significado e alcance do princípio da conservação da energia, no prefácio do seu tratado de Termodinâmica (1892) não menciona este resultado. Apenas no seu artigo de 1894 sobre a teoria cinética há uma alusão breve quando afirma que a energia é o único integral uniforme completo para o tipo de sistemas para os quais o postulado de Maxwell, de que o ponto representativo percorre toda a extensão em fase acessível, é razoável [Poincaré, 1894, 253]. Este resultado permaneceu nas sombra durante décadas, pelo menos até aos anos de 1920, e é ignorado na maioria dos tratados de mecânica estatística.[18] Ele diz também respeito ao problema dos limites da capacidade de previsão em mecânica clássica.

Referências e bibliografia seleccionada

Arnold, V. I., 1978/1989. Mathematical methods of classical mechanics, Springer-Verlag, Berlin. 2.ª edição de 1989.

Barberousse, A., 2000. La Physique face à la probabilité, Paris, Vrin.

Barrow-Green, J., 1997. Poincaré and the three body problem, The American Mathematical Society and the London Mathematical Society, New-York and London.

Bierhalter, G., 1993. Helmholtz's mechanical foundation of thermodynamics. In Cahan, 1993, 432–458.

Boltzmann, L., 1866. Über die mechanische Bedeutung des zweiten Haupsatzes der Wärmetheorie. Kaiserliche Akademie der Wissenschaften zu Wien, matematisch-naturwissenschafliche Klasse, Sitzungsberichte, 53 (2), 195–220.

Boltzmann, L., 1896. Vorlesungen über Gastheorie I. Theil, Leipzig, Barth. A edição francesa, de 1902, é: Leçons sur la théorie des gaz, première partie, traduites par A. Gallotti avec une introduction et des notes de M. Brillouin, professeur au Collège de France, Gauthier-Villars, Paris.

Borel, E., 1925. Mécanique statistique classique, Gauthier-Villars, Paris.

Born, M., 1925/1927. Vorlesungen über Atommechanik, vol. 2, Springer, Berlin; tradução inglesa de 1927, The mechanics of the atom, Bell, London.

[18]Borel é um dos raros autores que enunciou este teorema no seu tratado de mecânica estatística, Borel, 1925, 20.

Boyer, C. B. e Merzbach, U. C., 1968. A History of Mathematics, 2nd ed., Wiley, New York.

De Broglie, L., 1948. Diverses questions de mécanique et de thermodynamique classiques et relativistes, texte manuscrit d'un cours avec une préface par George Lochak, Springer, Berlin.

Brillouin, L., 1956. Science and Information theory, Academic Press, New York.

Brillouin, L., 1964. Scientific Uncertainty and Information, Academic Press, New York.

Brush, S. G., 1965–1972. Kinetic Theory, vols. 1, 2, 3, Pergamon, Oxford.

Brush, S. G., 1976. The kind of motion we call heat, 2 vols., Elsevier Science Publishers — North Holland, Amsterdam.

Cahan, D. (ed.), 1993. Hermann von Helmholtz and the foundations of nineteenth-century science, University of California Press, Berkeley.

Darrigol, O., 2000. Electrodynamics from Ampère to Einstein, Oxford University Press, Oxford.

Darrigol, O. e Renn, J., 2000. The emergence of statistical mechanics. Contribution to the Enciclopedia Italiana.

Gallavotti, G., 1994. Ergodicity, ensembles, irreversibility in Boltzmann's and beyond. Journal of statistical physics, 78, 1571–1589.

Grattan-Guinness, I, 1980/1984. From the calculus to set theory, 1630–1910: an introductory history, Princeton University Press; tradução castelhana de 1984 por M. M. Perez, Alianza editorial, Madrid.

Hawkins, T., 1980. The origins of modern integration theory. In Grattan-Guinness, 1984, 194–234.

Helmholtz, H. 1882–95. Wissenschaftliche Abhandlungen, 3 volumes, Barth, Leipzig.

Helmholtz, H., 1884a. Studien zur Statik monocyklisher Systeme. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenchaften zu Berlin, 6 März 1884, 159–177; texto n.º 115 de Abhandlungen.

Helmholtz, H., 1884b. Principien der Statik monocyklisher Systeme. Journal für die reine und angwandte Mathematik, 97, 111–140 e 317–336; texto n.º 116 de Abhandlungen.

Helmholtz, H., 1886. Ueber die physikalische Bedeutung des Princips der kleinsten Wirkung. Journal de Crelle, 100, 137–166 e 213–222; texto n.º 120 de Abhandlungen.

Klein, M. J. 1972. Mechanical explanation at the end of the nineteenth century. Centaurus, 17, 58–82.

Maxwell, J. C., 1866. On the dynamical theory of gases. Philosophical Magazine, 32; também in Philosophical Transactions 157 (1867) 49–88. In Maxwell, J. C., 1890. The collected papers of J. C. Maxwell, Cambridge University Press, Cambridge, n.º XXVIII, 26–78.

Von Plato, J., 1994. Creating modern probability, Cambridge University Press, Cambridge.

Poincaré, H., 1887. Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie, Bulletin de la Société Mathématique de France, 15, 203–216.

Poincaré, H., 1889. Sur les tentatives d'explication mécanique des principes de la thermodynamique. Académie des Sciences. Compte rendus hebdomadaires des séances, 108, 550–553; Œuvres 10, 231–233.

Poincaré, H., 1890. Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique. Acta Math. 13, 1; Œuvres 7, 262.

Poincaré, H., 1891. Le problème des trois corps, publié le 15 janvier 1891. Revue Générale des Sciences, 2, 1–5; Œuvres 8, 529.

Poincaré, H., 1892a. Thermodynamique, leçons professées pendant le premier semestre de 1888–89, (1.ª ed. de 1892; 2.ª de 1908) George Carré ed., Paris.

Poincaré, H., 1892b. Les nouvelles méthodes de la mécanique céleste, volume 1 (os vários volumes são publicados entre 1892 e 1899); trad. inglesa da Dover, New York; reedição Albert Blanchard, Paris.

Poincaré, H., 1893a. Le mécanisme et l'expérience. Revue de Métaphysique et de Morale, 1, 534–537.

Poincaré, H., 1893b. Sur une objection à la théorie cinétique des gaz. Académie des Sciences. Compte rendus hebdomadaires des séances, 116, 1017–1021; Œuvres vol. 10, 240–243.

Poincaré, H., 1893c. Sur la théorie cinétique des gaz. Académie des Sciences. Compte rendus hebdomadaires des séances, 116, 1165–1166; Œuvres 10, 244–245.

Poincaré, H., 1894. Sur la théorie cinétique des gaz, Revue Générale des Sciences, 5, 513–521; Œuvres 10, 246–263.

Poincaré, H., 1954. Oeuvres de Henri Poincaré, 11 volumes, Paris.

Principe, J., 2008. La réception française de la mécanique statistique, thèse doctorale dirigée par Olivier Darrigol, Université Paris Diderot (Paris 7), Paris.

Principe, J., 2010. L'analogie et le pluralisme méthodologique chez James Clerk Maxwell. Kairos Journal of philosophy and science, 1, 55–74.

Principe, J., 2012. Sources et nature de la philosophie de la physique de Henri Poincaré. Philosophia Scientiae, 16 (2), 197–222.

Robadey, A., 2006. Élaboration d'un énoncé qui porte sur le degré de généralité d'une propriété: le travail de Poincaré autour du théorème de récurrence, REHSEIS, Paris.

Roque, T., 2011. Stability of trajectories from Poincaré to Birkhoff: approaching a qualitative definition. Arch. Hist. Exact Sci. 65, 295–342.

Schiemann, G., 2009. Hermann von Helmholtz's Mechanism: The Loss of Certainty. A Study on the Transition from Classical to Modern Philosophy of Nature. Translated by Cynthia Klohr. Archimedes. New Studies in the History and Philosophy of Science and Technology, Vol. 17, Milton Keynes: Springer Science + Business Media B.V. Trata-se da tradução da tese de doutoramento do autor de 1997, em alemão.

Truesdell, C., 1975. Early kinetic theory of gases. Arch. Hist. Exact Sci., 15, 1–66.

Whittaker, E. 1899. Report on the progress of the solution of the problem of three bodies. Reports of the British Association.

Von Zeipel, H., 1921. L'œuvre astronomique de Henri Poincaré. Acta Mathematica 38, 309–385; também in Œuvres de Poincaré 11, 262.

Zermelo, E. 1896. Über einen satz der Dynamik und die mecanische Warmetheorie. Annalen der Physik, 57, 485–494; trad. inglesa in Brush, 1966, vol. 2, 208–217.

Poincaré e os limites da lei de Newton: o desafio empírico das anomalias observacionais

María de Paz
Universidad de Sevilla
maria.depaz@hotmail.com

Resumo: Este artigo considera o problema da gravitação na transição do século XIX para o XX, analisando o curso de Poincaré "Les limites de la loi de Newton". Neste artigo expõem-se apenas as principais anomalias observacionais que questionaram a lei do inverso do quadrado e as soluções mais populares tal como apresentadas pelo próprio Poincaré. Esta apresentação dos limites da lei de Newton mostra que a obra de Poincaré não só constitui um contributo para a análise do problema mas é também uma ferramenta de indubitável valor histórico porquanto dá a conhecer as dificuldades relativas à lei, bem como as soluções de vários autores. Além disso, o conhecimento dos problemas observacionais é indispensável para compreender o desenvolvimento posterior deste importante tema da gravitação e contestar histórias mais comuns da ciência que apresentam de um modo radical a transição entre a física newtoniana e a teoria da relatividade geral.

Abstract: This paper considers the problem of gravitation in the transition from 19th to 20th century, through the analysis of Poincaré's course "Les limites de la loi de Newton". Here I will only describe the main observational anomalies that put into question the inverse square law. This characterization of the limits of Newton's law illustrates that Poincaré's work is not only a contribution to study the problem, but also an undoubtedly useful historical tool given the scrutiny of difficulties and solutions provided by several authors that he offered in that course. Besides, the awareness of the observational problems is essential to understand the later development of such an important topic as gravitation and also to challenge common histories of science that present the transition from Newtonian to relativistic physics as a radical change.

1 Introdução

Dado o seu caráter de *força de atração à distância*, poucos conceitos foram tão problemáticos e polémicos como o de gravitação, e logo aquando da publicação dos *Principia* de Newton em 1687. O século XVIII esteve marcado pelos debates entre cartesianos e newtonianos no que diz respeito ao estatuto da

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 137–156

força de gravitação por um lado e, das condições de universalização da lei de Newton, pelo outro lado, de modo que pudesse garantir-se a sua aplicabilidade ao mundo estelar e não só planetário. Assim, se por um lado, se pensavam as dificuldades mecânicas de uma possível generalização da gravitação para os corpos que se encontram fora do sistema solar, por outro, os partidários e detratores de Newton e Descartes discutiam o estatuto ontológico e epistemológico de um conceito físico que, embora fosse de indubitável utilidade para dar razão dinâmica às leis de Kepler, desafiava abertamente os mais básicos pressupostos de uma descrição ortodoxamente mecânica do mundo.

Um dos principais triunfos da mecânica foi, sem dúvida, mediante a aplicação da lei de gravitação newtoniana, a explicação e predição dos fenómenos astronómicos na disciplina denominada mecânica celeste. A teoria de Newton explicava o funcionamento da gravitação sem descrever exatamente a causa da atração dos corpos, mas durante o século XIX e com o sucesso das obras de Laplace e Lagrange, a polémica que tinha existido entre newtonianos e cartesianos sobre o estatuto desta força apagou-se. Contudo, este estatuto não ficou clarificado, de forma que, após a introdução da teoria eletromagnética na qual as ações são explicadas por contiguidade, houve quem propusesse uma analogia para o tratamento de fenómenos gravitacionais. Consequentemente, no último terço do século XIX produziu-se uma proliferação de teorias gravitacionais que voltaram a questionar o estatuto desta força.

Assim, na época de Poincaré, a gravitação é um conceito polémico por várias razões. Primeiro, o caráter de 'força de atração à distância' é sempre problemático e desde 1850 propõem-se teorias mecânicas da gravitação que implicam a ação de um meio (ação contínua) ou a existência de partículas que transmitem a força por contato (ação descontínua). Segundo, na teoria eletromagnética de Lorentz, a de maior sucesso naquele momento, o princípio de relatividade funciona para forças de origem eletromagnética. Mas se a gravitação não for uma de elas, pode existir uma diferença entre a força eletromagnética e a gravítica, assim como nos seus respetivos campos e isto poderia pôr em perigo esse princípio. Para que a gravitação possa entrar neste esquema será preciso elaborar uma teoria de campo que modifique o seu estatuto enquanto ação à distância e que possa ser afetada pelas mesmas transformações que permitem deixar invariantes as equações de Maxwell para o campo eletromagnético (as transformações de Lorentz)[1]. Ora, isto não pode ser feito sem modificar a lei de Newton. Por último, existe uma razão observacional que põe em perigo o estatuto desta lei: trata-se da existência de várias anomalias astronómicas, en-

[1]Cf. Lorentz (1900), pp. 559–574.

tre as quais a mais grave é o avanço secular do periélio de Mercúrio[2]. Naquela época foram propostas numerosas teorias para dar conta desta perturbação, das quais discutiremos as principais.

Assim, a análise dos limites da lei de Newton situa-se no ponto de intersecção de duas disciplinas: a matemática e a física. Em primeiro lugar, durante todo o século XIX, a mecânica celeste, enquanto ciência que se ocupa do cálculo das posições e movimentos dos astros, é uma disciplina puramente matemática, desenvolvida a partir do cálculo racional lagrangiano. Em segundo lugar, esta deve conjugar-se com a astronomia de posição ou observacional, disciplina mais empírica, levada a cabo nos observatórios astronómicos, e consistente na recolha de dados a partir da observação do céu e na elaboração de mapas sobre a localização dos astros. Em último lugar, qual a natureza da força de atração que governa os movimentos dos planetas é uma questão completamente física, ou seja, a compreensão da gravitação em termos de força de ação à distância ou ação por contato, assim como no que diz respeito ao seu mecanismo de transmissão (se existir), é da mesma índole daquela associada à força eletromagnética e, neste sentido, foram principalmente os físicos que trataram esta questão.

Para não alargar o presente artigo, focaremos a nossa atenção exclusivamente numa das questões assinaladas, a saber, os problemas observacionais e as possíveis soluções aos mesmos.

No seu curso *Os limites da lei de Newton*, Poincaré começa por perguntar pelo objetivo da mecânica celeste, sendo este a curto prazo «prever as posições dos astros para os astrónomos e navegadores»[3]. Além disso, o seu objetivo final «é resolver esta grande questão e saber se a lei de Newton explica, por si própria, todos os fenómenos astronómicos»[4]. Trata-se, definitivamente, de determinar a sua validade e campo de aplicação, para o qual é preciso examinar, em primeiro lugar, as principais divergências entre esta lei e a observação. Neste sentido, Poincaré decide não considerar algumas anomalias que afetam os pequenos planetas (planetoides) e centrar-se nos grandes planetas, em particular, aqueles que estão mais próximos do Sol. Assim, assinala o avanço do periélio de Mercúrio, do periélio de Marte e dos nodos de Vénus. Acrescenta a estas discrepâncias a aceleração secular do movimento médio da Lua e a ace-

[2]As perturbações seculares são aquelas alterações nas órbitas planetárias que se somam indefinidamente não dando lugar a compensações. Em contraposição a estas existem as perturbações periódicas que são aquelas que não constituem uma variação fundamental dado que são compensadas após um certo período de tempo.

[3]Poincaré (1953), p. 122.

[4]Poincaré (1953), p. 122.

leração do cometa de Encke[5]. Poincaré considera que os problemas mais urgentes que a teoria newtoniana não consegue explicar são o movimento do periélio de Mercúrio, a aceleração secular da Lua e a aceleração irregular do cometa de Encke. Cada um destes problemas ocupará uma secção do artigo, sendo a última a conclusão.

2 O avanço do periélio de Mercúrio

Por volta de 1850 o estado de perfeição e capacidade de previsão da mecânica celeste era tal que não se sonhava em corrigi-la. A teoria newtoniana da gravitação exigia que as órbitas dos planetas não fossem estacionárias, pois eram perturbadas por corpos vizinhos. Graças ao cálculo e ao aumento da precisão das técnicas de observação, cada desvio orbital podia ser medido com grande exatidão ou ser deduzido da teoria[6]. É deste modo que a mecânica celeste e a astronomia de posição se conjugam pois, por vezes, eram os matemáticos que proporcionavam aos astrónomos os cálculos necessários de forma que pudessem orientar os seus instrumentos na direção indicada pelas coordenadas deduzidas, como no caso da descoberta de Neptuno em 1846. Outras vezes eram as observações que guiavam os matemáticos de forma a que pudessem corrigir os seus cálculos.

Porém, este estado de perfeição viu-se ameaçado a partir de 1859 quando o diretor do Observatório de Paris, Urbain Le Verrier, publicou a descoberta do avanço anómalo do periélio de Mercúrio[7]. Efetivamente, no seu ponto mais próximo do Sol a órbita deste planeta move-se na mesma direção que este, em princípio, por causa da interação de Mercúrio com o resto dos corpos do sistema solar. Contudo, o avanço da órbita é considerado anómalo porque, mesmo tomando em conta a influência gravítica dos astros próximos, especialmente de Vénus, existe uma discrepância entre os cálculos e a observação de 38″ de arco por século. Em 1882 os cálculos de Le Verrier foram corrigidos pelo astrónomo americano Simon Newcomb aumentando o excesso de precessão do periélio de Mercúrio a quase 43″ de arco por século[8].

Com a precisão técnica da altura, tal diferença entre o cálculo e a observação dificilmente poderia dever-se a erros observacionais[9], pelo que eram re-

[5]Poincaré (1953), p. 124.

[6]Cf. Roseveare (1982), p. 16.

[7]Cf. Le Verrier (1859), pp. 1–195.

[8]Newcomb (1882), p. 473.

[9]Segundo Roseveare (1982), p. 21, os erros observacionais admissíveis nos meados do século XIX eram cerca de um segundo de arco na medição da posição de um planeta.

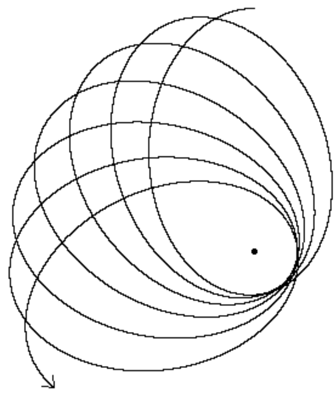


Figura 1: Desenho de órbita elíptica com precessão.

queridas explicações alternativas. Estas poderiam ser de dois tipos: ou bem tentava-se encaixar esta discrepância dentro do esquema conceptual newtoniano, ou bem era proposta uma alternativa a este esquema, ou seja, uma modificação da lei de Newton. Este é o modo em que Poincaré divide estas duas classes de explicação: newtonianas e extra-newtonianas[10]. No presente artigo limitar-nos-emos apenas às hipóteses que não pretendem desviar-se da mecânica newtoniana. Estamos assim perante um processo de incorporação de novos factos experimentais a uma teoria já constituída, e este é precisamente o procedimento escolhido por Le Verrier. Tomando em conta este objetivo, é preciso utilizar o esquema conceptual de que dispomos. Em primeiro lugar, contamos com a linguagem matemática adequada, ou seja, o cálculo lagrangiano que permite comparar as coordenadas calculadas com as observadas. Em segundo lugar, contamos com um princípio que se considera bem estabelecido: a lei do inverso do quadrado. Assim, Le Verrier propõe:

> «Se as Tábuas [astronómicas] assim constituídas não concordam rigorosamente com o conjunto das observações, de modo nenhum estaremos tentados a acusar a insuficiência da lei de gravitação universal. Nos nossos dias, este princípio tem adquirido um grau tal de certeza que já não é permitido alterá-lo; e, se encontrarmos um fenómeno que este não explique completamente, não se pode

[10]Cf. Poincaré (1953), p. 124.

> culpar o próprio princípio, senão alguma inexatidão na sua aplicação ou alguma causa material cuja existência nos tem escapado»[11].

Efetivamente, Le Verrier pensou que modificar a lei de Newton não era uma opção teórica aceitável, pelo que preferiu considerar hipóteses alternativas, tais como a possível inexatidão em alguns cálculos ou 'uma causa material'. Tomando em conta a primeira destas duas ideias, examina a possibilidade de ampliar a massa de Vénus. Este planeta, por ser o mais próximo de Mercúrio, é o causador de grande parte das perturbações da sua órbita, pelo que um erro no cálculo da sua massa poderia ser o responsável pelas discrepâncias no avanço do periélio daquele. No entanto, para que esta alteração funcionasse, seria preciso que não produzisse perturbações adicionais noutros planetas, tais como na órbita da Terra, o que não acontece, pelo que Le Verrier abandona esta primeira opção e, de modo análogo ao que tinha sucedido nas perturbações anómalas de Urano que levaram à descoberta de Neptuno, este astrónomo considera a hipótese de um planeta intramercurial.

A possibilidade de existir um planeta entre a órbita de Mercúrio e a do Sol tinha já sido proposta anteriormente por razões diferentes. A primeira proposta é a partir da observação de algumas protuberâncias no disco solar durante um eclipse em 1842. O astrónomo francês Jacques Babinet interpretou estas protuberâncias, as quais denominou 'nuvens ígneas', como massas planetárias[12], e considerou a maior delas como um planeta e as outras como planetoides. Foi Babinet quem pela primeira vez chamou Vulcano ao suposto planeta intramercurial.

Perante a possível existência de um novo corpo celeste, Le Verrier propõe-se a tarefa de calcular a sua massa de modo que possa ser responsável pela perturbação secular na órbita de Mercúrio. No entanto, o valor obtido era demasiado grande para um corpo que não tivesse sido já avistado e, dada a controvérsia no que diz respeito aos dados obtidos por Babinet que eram, em princípio, os únicos, Le Verrier afirma:

> «Tais são as objeções que podemos fazer à hipótese da existência de um planeta único, comparável a Mercúrio pelas suas dimensões e circulando dentro da órbita deste último planeta. Aqueles a quem estas objeções parecerem demasiado graves, serão conduzidos a substituir este planeta único por uma série de asteroides cujas ações produzirão, em suma, o efeito total do periélio de Mercúrio»[13].

[11]Le Verrier (1849), p. 2.
[12]Cf. Babinet (1846), p. 282.
[13]Le Verrier (1859), p. 105.

Contudo, a história de Vulcano não termina aqui pois, posteriormente, Le Verrier teve notícia de que um astrónomo amador, Edmond Lescarbault, tinha observado tal planeta[14]. O diretor do observatório de Paris comprovou a fiabilidade destas observações. Após ficar satisfeito, dedicou-se à investigação da órbita de Vulcano e em 1876 publicou um estudo detalhado da mesma que predizia os futuros trânsitos[15]. No entanto, Vulcano não voltou a ser avistado. Embora a procura deste planeta continuasse ainda durante algum tempo, as objeções à sua existência eram numerosas, principalmente acerca do seu tamanho e falta de observação. Assim, em 1882, Félix Tisserand, sucessor de Le Verrier na direção do observatório de Paris, escreve:

> «Convém assim voltar à ideia dada primeiro por Le Verrier, a saber: que existe um anel de asteroides entre Mercúrio e o Sol; as razões teóricas que militam em favor da existência deste anel não perderam nada da sua força»[16].

Tanto Le Verrier como Tisserand consideraram esta hipótese como a alternativa possível a Vulcano. Contudo, manifesta algumas objeções teóricas que são apresentadas por Poincaré:

> «Se o anel estivesse no plano da eclíptica, deveria alterar o movimento do nodo [de Mercúrio]; portanto, haverá que admitir que o plano do anel é o da órbita de Mercúrio aproximadamente: explicaria assim o movimento do nodo de Vénus.
>
> Mas Newcomb considera que um anel que tenha uma tal inclinação não poderá subsistir; os elementos osciladores deste anel sofrerão perturbações que tenderão a afastá-lo do plano da órbita de Mercúrio»[17].

O plano da eclíptica é o plano da órbita da Terra em torno do Sol, sendo a eclíptica a curva que descreve a trajetória solar, supondo assim que o movimento aparente do Sol é coplanar com o da órbita da terra. Portanto, se a órbita do anel estivesse situada nesse plano, significaria que seria coplanar à do nosso planeta. Mas Mercúrio não está situado nesse plano, pelo que uma cintura ou anel de matéria com a massa necessária para produzir a perturbação do periélio e localizado nessas coordenadas deveria alterar também o movimento

[14] Cf. Lescarbault (1860), pp. 40–45.
[15] Cf. Le Verrier (1876).
[16] Tisserand (1882), p. 771.
[17] Poincaré (1953), p. 147.

dos nodos de Mercúrio. No entanto, de acordo com a teoria newtoniana estes carecem de avanço anómalo. Em consequência, o anel de asteroides deve ser coplanar à órbita de Mercúrio para não produzir uma nova perturbação da qual a teoria não consiga dar conta. Contudo, Simon Newcomb encontrou uma objeção fundamental a este anel de asteroides:

> «Se o plano médio do grupo [de asteroides] fosse coincidente em alguma época com o de Mercúrio, não poderia permanecer assim permanentemente, senão que os planetas de diferentes órbitas agrupar-se-iam com o tempo perto do plano invariável do sistema planetário. De novo, se a coincidência tivesse lugar com a órbita de Mercúrio, não teria lugar em relação ao plano de Vénus, e o plano do movimento desse planeta estaria sujeito à variação secular»[18].

Definitivamente, o anel tenderia a situar-se no plano da eclíptica devido à influência do resto de planetas. Nesta posição perturbaria os nodos de Mercúrio, o que já sabemos que não acontece.

Após rejeitar esta opção para explicar o avanço do periélio de Mercúrio, Newcomb propõe a possibilidade de que o Sol não seja uma esfera perfeita, senão um elipsoide cujos pólos estejam ligeiramente achatados[19]. Esta hipótese tem duas explicações possíveis: ou bem é a própria matéria interior do Sol a responsável desta elipticidade, ou bem é devida à massa da coroa solar. Contudo, tanto Newcomb como Poincaré mostram o fracasso de ambas as conjeturas, dado que na época podia ser medida com precisão a diferença entre os raios polar e equatorial do Sol, sendo o resultado desta medida um achatamento demasiado ligeiro para dar conta dos 43 segundos de arco requeridos[20].

Newcomb considera ainda uma última possibilidade como causa material desta anomalia. Trata-se de uma cintura de matéria situada entre Mercúrio e Vénus. Um anel nesta posição poderia também dar conta das anomalias dos nodos de Vénus, sempre que tivesse a inclinação precisa para explicar estas e não produzisse novas perturbações nos nodos de Mercúrio. No entanto, um grupo de corpos do tamanho requerido e com a inclinação necessária, em lugar de explicar o avanço dos nodos de Vénus, produziria um movimento retrógrado dos mesmos, o que invalida esta possibilidade[21].

Outra solução analisada por Poincaré é a hipótese da luz zodiacal. Trata-se de um fenómeno observável: consiste numa luz leve e difusa, percetível no céu

[18] Newcomb (1882), p. 475.
[19] Cf. Newcomb (1882), p. 476.
[20] Cf. Poincaré (1953), p. 144.
[21] Newcomb (1895), p. 117.

noturno, que parece estender-se desde o Sol até à órbita da Terra. Considerava-se que esta luz resultava de uma certa quantidade de matéria em torno do Sol. No entanto, Poincaré descartou esta hipótese:

> «O efeito da luz zodiacal, que se estende para além da órbita de Mercúrio, seria assimilável ao efeito de um conjunto de anéis: a parte situada entre o afélio e o periélio de Mercúrio seria prejudicial, dado que produziria um movimento retrógrado; a outra parte seria útil. Mas encontramos as mesmas objeções que para o anel intramercurial»[22].

Ou seja, considerou que a matéria responsável pela luz zodiacal ou bem se encontrava no plano da eclíptica, em cujo caso perturbaria os nodos de Mercúrio, ou bem se situava no plano da órbita deste planeta, cuja posição seria instável por causa das perturbações dos outros planetas. Contudo, em dezembro de 1906 o astrónomo diretor do observatório de Munique, Hugo von Seeliger, publicou um artigo no qual retomava a ideia da luz zodiacal como responsável tanto do avanço do periélio de Mercúrio como do dos nodos de Vénus e além disso dava conta da conhecida 'objeção cosmológica'[23]. Esta objeção relaciona-se com a aplicabilidade da lei de Newton ao conjunto do universo para além do sistema solar. E, embora não referida por Poincaré, é relevante por duas razões. A primeira é que foi uma objeção importante discutida na época, pertinente para o estado da questão astronómica que estamos a expor. A segunda tem que ver com a questão proposta por Poincaré no início do seu curso de astronomia: quais é que são os limites da lei de Newton, isto é, se é ou não aplicável ao conjunto do universo.

De acordo com a teoria newtoniana, a matéria encontra-se uniformemente distribuída no universo. Ora, se este é infinito, como se pensava na altura, então, em função da lei de gravitação universal, os corpos estariam submetidos a infinitas atrações, o que causaria, em último termo, um colapso gravitacional[24]. Esta é a 'objeção cosmológica'. Este problema foi assinalado por Seeliger em 1895 e levou-o a propor uma alteração à lei de Newton[25]. Porém, em 1906 considerou que a hipótese da luz zodiacal, combinada com algumas suposições adicionais, poderia explicá-lo sem modificar a lei. Analisou a possibilidade de existirem vários anéis de matéria em diferentes pontos do sistema solar. Ao calcular as inclinações adequadas para não produzir novas anomalias, propôs em última instancia a existência de dois elipsoides de pequenas

[22] Poincaré (1953), p. 147.
[23] Cf. Seeliger (1906), pp. 595–622.
[24] Cf. Norton (1999), p. 307.
[25] Cf. Seeliger (1895), pp. 129–136.

partículas matérias, um deles no interior da órbita de Mercúrio e outro exterior a este planeta, o qual se estendia até à Terra. As provas observacionais (a existência da luz zodiacal) encaixavam com esta dupla solução.

O maior problema desta hipótese era saber se a luz zodiacal, sendo de baixa luminosidade, poderia ser causada pela quantidade de matéria requerida para dar conta das anomalias nas posições de Vénus e Mercúrio[26]. No entanto a controvérsia desta questão não impediu o sucesso da hipótese, aliás considerada como a mais plausível nos anos anteriores ao aparecimento da teoria einsteiniana da relatividade geral[27].

Seeliger tentou dar resposta à objeção cosmológica em 1909, num artigo no qual analisava a aplicabilidade da teoria newtoniana a todo o universo. Para evitar o colapso gravitacional, propôs um coeficiente de absorção para a gravitação, do qual seriam responsáveis corpos mais massivos do que a Terra[28]. Deste modo, evitava o facto de que os corpos tivessem que estar submetidos a infinitas atrações, mas ao mesmo tempo a introdução de um coeficiente de absorção implicava uma certa modificação da teoria newtoniana, embora não da própria lei do inverso do quadrado, pelo que Seeliger considerou que a sua proposta continuava dentro do esquema newtoniano.

Apesar da aceitação geral desta hipótese pelos astrónomos, Poincaré rejeitou a possibilidade de que a luz zodiacal explicasse o avanço do periélio de Mercúrio por causa da difícil inclinação do anel na posição requerida[29].

A última hipótese para a anomalia mercurial discutida por Poincaré é a da luz zodiacal, mas, antes de expormos os problemas relativos ao movimento da Lua, destaquemos a solução de Poincaré para o problema de Mercúrio:

> «Nenhuma destas hipóteses dá conta dos fenómenos observados de uma maneira satisfatória. É preciso, portanto, retomar a hipótese de um anel que circula entre Mercúrio e Vénus e admitir que Marte é perturbado por outro anel ou pelos pequenos planetas»[30].

Em consequência, a hipótese que tinha sido descartada por Newcomb é a escolhida por Poincaré como a melhor explicação. A razão desta escolha é que Poincaré postulou uma opção diferente a respeito da posição da órbita deste grupo de asteroides. Em vez de se encontrar no exterior da órbita de Mercúrio, a cintura material estaria situada no mesmo plano, entrelaçada com ela e o seu

[26] Cf. Roseveare (1982), p. 71.

[27] Cf. Eisenstaedt (2003), p. 155.

[28] Cf. Seeliger (1909), pp. 260–280.

[29] Provavelmente Poincaré não conhecia a obra de Seeliger, dado que o seu curso é de 1906–1907 e o artigo de Seeliger foi publicado em dezembro de 1906.

[30] Poincaré (1953), p. 149.

raio seria o semieixo maior da mesma e teria pouca excentricidade em relação a ela[31]. Nesta posição poderia dar conta do avanço do periélio de Mercúrio sem provocar a retrogradação dos nodos de Vénus.

3 A aceleração secular da Lua

O movimento da Lua preocupou astrónomos de todos os tempos. Em primeiro lugar, porque se trata do nosso satélite, especialmente relevante para o cálculo dos movimentos do nosso planeta. Em segundo lugar, sendo um corpo pequeno, seria difícil computar a sua órbita com exatidão, dado que não só é afetada pela influência gravítica do nosso planeta, mas também pela dos outros corpos, principalmente pelo Sol. Desde os tempos de Halley conhecia-se a existência de uma certa aceleração no movimento deste satélite, aproximadamente de doze segundos. Laplace pensou que a perturbação se devia a duas desigualdades periódicas: uma causada pelo Sol, a outra pela assimetria da Terra no equador[32]. No entanto, entre 1853 e 1859 o astrónomo britânico John Couch Adams manifestou um erro nos cálculos de Laplace, concluindo que as perturbações só podiam explicar a metade da aceleração lunar, faltando assim seis segundos por explicar[33]. É da discussão destes seis segundos que se ocupa Poincaré.

Entre as soluções propostas, Poincaré estuda primeiro a teoria das marés de Cowell. Dado que a Lua tinha um efeito nas marés, Cowell pensou que este efeito seria significativo como causa de uma desaceleração do movimento da Terra, o qual provocaria pela sua vez um efeito sobre a Lua, sendo o seu movimento médio mais lento[34]. Consequentemente, a anomalia é justificada a partir de uma 'aceleração aparente' da Lua; isto significa que o valor medido se deve à posição do observador na Terra, e dado que esta sofre uma desaceleração do seu movimento por efeito da Lua sobre as marés, então pareceria que o nosso satélite tem um movimento médio mais rápido. No entanto, esta solução não é satisfatória, porque a diminuição do movimento terrestre para obter os seis segundos requeridos de aceleração lunar deveria ser o dobro do que Cowell calculou, pelo que além de considerar o efeito das marés oceânicas seria preciso tomar em conta as marés internas do globo terrestre. Esta é precisamente a solução do matemático e astrónomo inglês George Darwin.

[31]Cf. Poincaré (1953), p. 144.
[32]Cf. Roseveare (1982), p. 18.
[33]Cf. Poincaré (1953), p. 149.
[34]Poincaré (1953), p. 155.

Nos dois primeiros volumes dos seus *Scientific Papers*[35], Darwin realiza um estudo pormenorizado da relação entre as marés e a influência gravítica da Lua e do Sol nelas. Na altura não era fácil medir com precisão os efeitos das marés, pelo que decide combinar dois métodos para o cálculo destes. O primeiro consiste no que denomina 'teoria do equilíbrio', baseado na suposição de que a água na Terra teria a mesma posição em cada instante se os centros da Terra e da Lua estivessem nesse instante nas suas posições reais mas em repouso relativo[36]. O problema deste método é que a sua aplicação é difícil por causa do efeito produzido na hora e altitude das marés pela distribuição da terra e da água no nosso planeta[37]. Para resolver este obstáculo, Darwin utiliza um segundo método a que denomina 'teoria corrigida do equilíbrio', segundo o qual se trata de ter em conta essa distribuição. Para isto estabelece os limites da terra a partir das altitudes e longitudes conhecidas nos distintos portos e determina uma série de constantes que são as mesmas para um mesmo porto em todo tempo, baseando-se nas observações das marés durante um ano ou mais nesse porto. Graças a estas constantes, pode determinar aproximadamente a posição da maré[38].

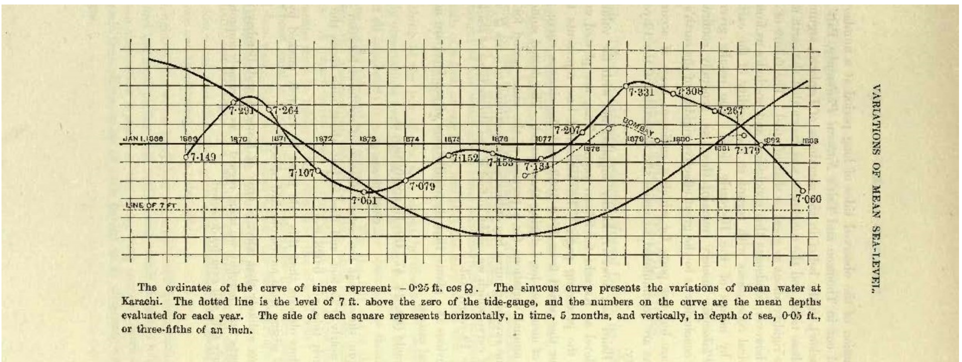


Figura 2: Variações médias do nível do mar. Cf. Darwin (1907), p. 117.

Com estes elementos determina as atrações das marés pela Lua e pelo Sol, que causam um aumento no período de rotação da Terra e também na translação da Lua em torno da Terra. Por causa da insuficiência desta solução, postula ainda a teoria de que a Terra tem um núcleo viscoso e imperfeitamente elástico

[35]Cf. Darwin (1907) e Darwin (1908). Estas obras são uma compilação de artigos publicados anteriormente por este autor. O primeiro é intitulado *Oceanic tides and lunar disturbance of gravity* e o segundo *Tidal friction and cosmogony.*

[36]Cf. Darwin (1907), p. VI.

[37]Cf. Brown (1909), p. 74.

[38]Cf. Darwin (1908), p. VII.

com marés internas[39]. Embora Darwin reconheça a impossibilidade de testar empiricamente esta hipótese, considera que o grau de correção dos resultados matemáticos justifica a sua plausibilidade[40].

Ainda que Poincaré julgue justificado o procedimento de Darwin, além de aceitar esta possibilidade, aponta outras duas:

> «Poderíamos ainda considerar o facto de que a Terra é um íman e a Lua provavelmente também; sendo os dois corpos condutores. Quando os ímanes se movem na proximidade dos condutores, dão lugar a correntes de Foucault que jogam o papel de travões; também haveria assim uma diminuição da rotação da Terra.
>
> Suponhamos os corpos celestes reduzidos a pontos e que não exista nenhum meio resistente; não haveria perda de energia: o princípio de Carnot não encontraria aplicação. Mas os corpos celestes não são pontos materiais, e as diferentes partes não podem agir umas sobre as outras sem perda de energia. Igualmente, se os fenómenos físicos fossem independentes da posição respetiva dos astros, também não haveria perda de energia»[41].

Ou seja, Poincaré propõe uma tripla solução. Primeiro examina a ideia de Darwin de que sejam as marés (lunares e solares, externas e internas) as responsáveis pela anomalia, mas perante a impossibilidade da demonstração empírica da hipótese suplementar a respeito da viscosidade do núcleo do nosso planeta (para explicar as marés internas), estima que há outras opções. A segunda alternativa consiste em ponderar os efeitos do magnetismo terrestre e lunar na desaceleração do movimento terrestre, a qual poderia ser responsável pelo aumento aparente da velocidade da Lua. O efeito do campo magnético da Terra é difícil de computar e no momento em que Poincaré escreve não existiam ainda resultados definitivos sobre ele, pelo que a ideia de que a força magnética que interage entre a Lua e a Terra seja a responsável da anomalia no movimento médio era perfeitamente razoável[42].

A última das opções refere a relação entre astronomia matemática e física. Na mecânica celeste, enquanto disciplina matemática, o tratamento dos corpos é em termos de pontos-massa. No entanto, isto é só uma ficção matemática e os astros são, de facto, corpos físicos, pelo que é preciso admitir que no

[39] Cf. Poincaré (1953), p. 161.

[40] Cf. Darwin (1908), p. VI

[41] Poincaré (1953), pp. 168–169.

[42] Em 1910, o britânico Ernest Brown estudou este efeito em detalhe, demostrando que era de facto insuficiente. Cf. Brown (1910), pp. 529–539.

seu movimento perdem uma certa quantidade de energia. É no cálculo desta energia que entra em jogo o princípio de Carnot ou princípio da degradação da energia, segundo o qual não é possível que um processo de intercâmbio de calor seja cíclico, isto é, manifesta a não reversibilidade dos fenómenos naturais[43]. Considerar a teoria das marés no âmbito das perturbações lunares significa que as marés produzem uma certa fricção, que gera calor. No curso desta ação, como no de qualquer outro processo termodinâmico, ocorre uma perda de energia que supõe o aumento da entropia do universo. Esta perda poderia causar um certo arrefecimento da Terra, de forma que justificasse assim a desaceleração do seu movimento, provocando a aceleração aparente do movimento médio da Lua.

A maior parte das soluções propostas à anomalia lunar, encontrava-se dentro do esquema clássico da gravitação newtoniana. De facto, a resposta final a este problema também não se separa desta conceção: na década de 1920 foram corrigidos os dados que Darwin tinha calculado para a fricção das marés, mostrando-se assim que estas eram as responsáveis pela suposta aceleração da Lua[44]. Em consequência, esta perturbação não exigia uma nova teoria da gravitação tal como era pensado pela maior parte dos especialistas.

4 O cometa de Encke

A órbita deste corpo celeste foi calculada em 1818 pelo astrónomo alemão Johann Franz Encke. Trata-se do cometa de período mais curto que se conhece: cerca de 3,3 anos. Além disso, a sua importância prende-se com o facto de a sua translação passar muito perto de Mercúrio, o que permite calcular a massa desse planeta, e também de apresentar uma aceleração secular aparentemente inexplicável, sendo assim um desafio adicional à lei do inverso do quadrado[45]. O primeiro a postular uma causa para esta anomalia foi o próprio Encke, que supôs a existência de um meio de densidade variável (uma espécie de éter) que arrastava o cometa no seu movimento e produzia a inexplicável aceleração secular.

O astrónomo sueco Oskar Backlund concluiu que este meio não existia e propôs como causa do aumento da velocidade do cometa um anel de matéria com um movimento próprio situado nas proximidades do seu afélio e com um movimento tangente à sua órbita:

[43]Cf. Poincaré (1905), p. 130.
[44]Cf. Roseveare (1982), p. 4.
[45]Cf. Poincaré (1953), p. 169.

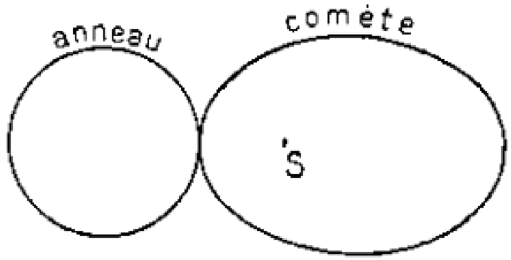


Figura 3: A solução de Backlund ao cometa de Encke, desenho de Poincaré. Cf. Poincaré (1953), p. 176, fig. 28.

Se a densidade do anel é variável, as diferenças nas acelerações do cometa poderiam ser explicadas. Para Poincaré esta solução é um tanto arbitrária por pressupor que a densidade de matéria varie com a exatidão necessária para produzir a aceleração requerida do cometa[46]. Por esta razão foram apontadas outras possibilidades.

Friedrich Bessel pensou que o cometa emitia matéria em forma de projeções que provocavam a sua propulsão no sentido inverso às mesmas, sendo assim lançadas na direção contrária ao Sol, de forma que impulsionassem o cometa na sua direção[47]. Uma vez mais, aos olhos de Poincaré é pouco provável que as emissões de matéria fossem responsáveis pela aceleração anómala, nessa quantidade exata.

Por último, Carl Charlier considerou que o cometa tinha um duplo núcleo e que houvesse um movimento de atração entre os dois núcleos. Isto geraria uma aceleração de um dos núcleos que puxaria o outro, causando o aumento anómalo da velocidade do cometa. Para Poincaré esta é a ideia que apresenta mais vantagens, pois o núcleo duplo poderia causar a difusão no espaço de certa quantidade de matéria, dando origem a chuvas de meteoritos ou estrelas cadentes[48].

Tal como acontecia com a anomalia lunar, todas as teorias propostas para explicar a aceleração anómala do cometa de Encke encaixavam dentro do esquema da teoria newtoniana da gravitação. Efetivamente, nenhuma destas anomalias supunha uma ameaça para a lei do inverso do quadrado:

[46] Cf. Poincaré (1953), p. 176.

[47] Cf. Poincaré (1953), p. 176.

[48] O astrónomo Fred Whipple conseguiu explicar a anomalia do cometa de Encke a partir da sua composição: um conglomerado instável de gelo. Esta instabilidade causava, de facto, certa perda de matéria, responsável pela chuva de meteoritos conhecida como Táurides. Cf. Whipple (1940), pp. 711–745.

> «Eram consideradas como anomalias sérias dentro da teoria gravitacional mais ampla, que incluía não só a lei da força central, mas também leis adicionais e hipóteses que governam a aplicação dessa lei da força às condições reais concernentes ao sistema solar»[49].

5 Conclusão

A pertinência das soluções propostas às anomalias para o estado da questão da gravitação na transição do século XIX ao XX e a preocupação de Poincaré justifica-se pelo facto de que dizem respeito às condições materiais de composição dos corpos (como o hipotético núcleo duplo do cometa de Encke), à conjunção da aceleração lunar, ou ao possível efeito de outras forças físicas conhecidas mas cuja influência era dificilmente calculável nesse momento (como no caso do magnetismo sobre o movimento da Lua). É por isto que a mais problemática de todas elas é a do periélio de Mercúrio, dado que, perante as outras, não era facilmente determinável se o erro se encontrava na própria lei do inverso do quadrado ou se, como acontecia com as outras anomalias, se devia também a hipóteses adicionais da teoria mais ampla da gravitação. De facto, a anomalia mercurial questiona a aplicabilidade da lei de Newton e, embora Poincaré proponha uma solução dentro do esquema newtoniano, não foi a adotada pelos cientistas das várias áreas (astrónomos e físicos). Mas, justamente, esta foi uma das questões que mais motivou a procura de soluções alternativas à teoria newtoniana.

Juntamente com a anomalia de Mercúrio, encontramos o sempre presente problema da causa da atração gravitacional. Estas duas preocupações fundamentais constituem o núcleo do motivo pelo qual nesses anos se propuseram numerosas teorias alternativas à newtoniana. Desde 1850 foram propostas várias teorias gravitacionais[50]. Estas têm por objetivo fundamental proporcionar um suporte teórico à lei do inverso do quadrado, ou por meio da introdução de mecanismos transmissores da força, ou por meio de certos coeficientes que modificam a lei original de Newton, ou ainda, no caso de alguns cientistas muito ambiciosos, através de uma conceção generalizada segundo a qual todas as forças, incluindo a gravitação, têm uma origem eletromagnética, e,

[49] Roseveare (1982), p. 4.

[50] Prova disto são as obras de William Taylor "Kinetic theories of Gravitation" onde é apresentada uma lista de vinte e uma teorias (1877), de John Bernhard Stallo *The Concepts and Theories of Modern Physics* (1882), na qual se acrescentam nove à lista dada por Taylor e de Jonathan Zenneck "Gravitation" (1903), onde se discutem mais de vinte teorias.

por conseguinte, a lei do inverso do quadrado é modificada de acordo com os pressupostos da eletrodinâmica. Estas últimas tentativas foram agrupadas na denominada "visão eletromagnética da natureza", defendida, pelo menos parcialmente, por cientistas tão prestigiados como Hendrik Lorentz[51]. Porém, a discussão pormenorizada de todas estas teorias está fora do âmbito deste artigo.

A existência das anomalias observacionais aqui consideradas e dos problemas teóricos brevemente apontados permite desmentir uma certa posição comum nas explicações gerais da história da ciência, da qual as seguintes afirmações são uma amostra:

> «No século XIX, a doutrina da atração universal tornar-se-á um dogma da ciência. Permanecerá assim até ao aparecimento da teoria einsteiniana da gravitação»[52].
>
> «Em geral não havia razão teórica para prosseguir estas especulações [sobre a gravitação] até ao surgimento da teoria da relatividade»[53].

Efetivamente, como afirma Dugas, é durante o século XIX que a teoria newtoniana adquire um estatuto privilegiado graças à sua capacidade preditiva, principalmente por causa da precisão no cálculo das órbitas dos novos habitantes do sistema solar (novos planetas, cometas, satélites, etc.). Contudo, não é completamente certo que possua esse carácter de 'dogma científico', pois como mostrámos neste artigo, existiam sérios problemas que a puseram em questão, do que são prova as soluções alternativas que brevemente mencionámos. Além disso, é falso afirmar que nenhuma razão teórica justificava a modificação da teoria newtoniana, dado que o problema de considerar a gravitação como 'atração à distância' reapareceu com força nesse período histórico[54] e uma das principais causas para a proposta das teorias alternativas é, justamente, o estatuto epistemológico e ontológico de tal força. A outra, como também tentámos mostrar neste artigo, é a discrepância entre a teoria e a observação nos movimentos astronómicos, principalmente no que diz respeito ao avanço do periélio de Mercúrio.

[51] Cf. Lorentz (1900) e McCormmach (1970). Nesta linha situam-se também os trabalhos prévios de Mossotti e Zöllner, cf. Renn e Schemmel (2007), p. 7.

[52] Dugas (1950), p. 208).

[53] Hesse (1961), p. 225.

[54] Cf. de Paz (2014), pp. 262–285.

Referências

Babinet, J., 1846. “Mémoire sur les nuages ignés du soleil considérés comme des masses planétaires”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, 22, 281–286.

Brown, E. W., 1909. “Darwin’s scientific papers”, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 16 (2), 73–78.

Brown, E. W., 1910. “On the effects of certain magnetic and gravitational forces on the motion of the moon”, *American Journal of Science*, 29, 529–539.

Darwin, G., 1907. *Scientific Papers. Vol. 1: Oceanic tides and lunar disturbance of gravity*, Cambridge, Cambridge University Press.

Darwin, G., 1908. *Scientific Papers. Vol. 2: Tidal friction and cosmogony*, Cambridge, Cambridge University Press.

de Paz, M., 2014. *Mecânica e Epistemologia em Henri Poincaré*, Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa e Universidad Complutense de Madrid.

Dugas, R., 1950. *Histoire de la mécanique*, Neuchâtel, Éditions du Griffon. (Reed. 1996, Paris, Éditions Jacques Gabay).

Eisenstaedt, J., 2003. *The Curious History of Relativity: How Einstein’s Theory was lost and found again*, Princeton, Princeton University Press.

Hesse, M. B., 1961. *Forces and Fields: The Concept of Action at a Distance in the History of Physics*, New York, Dover Publications.

Lescarbault, E., 1860. “Passage d’une planète sur le disque du soleil observé a Orgères (Eure-et-Loir). Lettre à M. Le Verrier”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, 50, 40–45.

Le Verrier, U., 1849. “Nouvelles recherches sur les mouvements des planètes”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, 29, 1–3.

Le Verrier, U., 1859. “Théorie du mouvement de Mercure”, *Annales de l’Observatoire impérial de Paris (Mémoires)*, 5, 1–195.

Le Verrier, U., 1876. “Examen des observations qu’on à présentées, à diverses époques, comme pouvant appartenir aux passages d’une planète intramercurielle devant le disque du soleil”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, 83, 583–589, 621–624, 647–650, 719–723.

Lorentz, H. A., 1900. "Considerations on gravitation", *Proceedings of the Section of Sciences, Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam*, 2, 559–574.

McCormmach, R., 1970. "H. A. Lorentz and the Electromagnetic view of Nature", *Isis*, 61, 459–497.

Newcomb, S., 1882. "Discussion and results of observations on transits of Mercury from 1677 to 1881", *Astronomical Papers prepared for the use of the American Ephemeris and nautical Almanac*, 1, 367–487.

Newcomb, S., 1895. *The elements of the four inner planets and the fundamental constants of astronomy, Supplement to the American Ephemeris and nautical Almanac*, Washington, Government Printing Office.

Norton, J. D., 1999. "The Cosmological Woes of Newtonian Gravitation Theory", in Goenner, H., Renn, J., Ritter, J. y Sauer, T. (eds.) *The Expanding Worlds of General Relativity (Einstein Studies vol. 7)*, Boston, Basel, Berlin, Birkhäuser, 271–322.

Poincaré, H., 1905. *La Valeur de la Science*, Paris, Flammarion. (Reed. 1970).

Poincaré, H., 1953. "Les limites de la loi de Newton", *Bulletin astronomique*, 17, 121–178, 181–269.

Renn, J. e Schemmel, M., 2007. "Gravitation in the Twilight of Classical Physics: An Introduction", in Renn, J. (ed.) *The Genesis of General Relativity*, vol. 3: *Gravitation in the Twilight of Classical Physics. Between Mechanics, Field Theory, and Astronomy*, Boston Studies in the Philosophy of Science, Dordrecht, Springer, 1–18.

Roseveare, N. T., 1982. *Mercury's perihelion from Le Verrier to Einstein*, Oxford, Clarendon Press.

Seeliger, H. von, 1895. "Über das Newton'sche Gravitationsgesetz", *Astronomische Nachrichten*, 137, 129–136.

Seeliger, H. von, 1906. "Das Zodiakallicht und die empirischen Glieder in der Bewegung der innere Planeten", *Sitzungsberichte der Mathematisch-Naturwissenschaften Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München*, 36, 595–622.

Seeliger, H. von, 1909. "Über die Anwendung der Naturgesetze auf das Universum", *Scientia. Rivista di scienza*, 6, pp. 225–289. Trad. fr. "Sur l'application des lois de la nature a l'univers", supplément, 89–107.

Stallo, J. B., 1882. *The concepts and theories of modern physics*, New York, D. Appleton and Company.

Taylor, W. B., 1877. "Kinetic theories of gravitation", *Annual report of the Boards of Regents of the Smithsonian Institution for the year 1876*, Washington, Government Printing Office, 205–282.

Tisserand, F., 1882. "Notice sur les planètes intra-mercurielles", *Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'an 1882*, 729–772.

Whipple, F., 1940. "Photographic Meteor Studies III. The Taurid Shower, *Proceedings of the American Philosophical Society*, 83, 711–745.

Zenneck, J., 1903. "Gravitation", *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, vol. 5, Leipzig, 25–67.

A GEOMETRIA NA OBRA DE HENRI POINCARÉ

Isabel Serra
Centro de Filosofia das Ciências da Universidade de Lisboa
imserra@fc.ul.pt

Resumo: Uma das singularidades da obra de Henri Poincaré (1854–1912) é a presença da geometria que, marcando todo o seu trabalho em ciência e em filosofia, permite vislumbrar uma linha de unidade e permanência — mas também de inovação — no seu percurso universalista. Esta ideia de que a geometria tem um papel singular na obra de Poincaré será aqui desenvolvida a partir das suas investigações em diferentes épocas: as equações diferenciais no primeiro período da sua carreira; a física no início do século XX ; e a filosofia das ciências a partir de 1887.

Abstract: One of the singularities of the Henri Poincaré (1854–1912) work is the presence of geometry that allows to draw a line of permanence and also innovation in the diversity of his interests. This idea that geometry has a unique role in the work of Poincaré will be developed here from his investigations at different times: differential equations in the first period of his career; physics in the early twentieth century; and philosophy of science from 1887.

1 As equações diferenciais e a geometria

A obra de Henri Poincaré tem sido, desde há cem anos, objecto de inúmeros estudos de história e filosofia da ciência. Contudo, o seu pensamento é tão rico que parece haver sempre aspectos que não foram contemplados na literatura, apesar do carácter quase exaustivo do conjunto de alguns trabalhos.

Jeremy Gray dedica uma parte significativa das suas quinhentas páginas de história das equações diferenciais a descrever e a enquadrar os resultados de Poincaré na matemática da época (Gray, 1981). As inovações no domínio das equações diferenciais que tais resultados documentam foram posteriormente analisadas (Gray, 1982), isto após a descoberta de manuscritos inéditos de Poincaré nos arquivos da Academia das Ciências de Paris (Poincaré, 1880, 1997). Entre tais resultados figura a descoberta das funções automorfas e ainda o papel fundamental que a geometria euclidiana desempenha nas funções de variável complexa. Esses manuscritos são os três "suplementos" de um trabalho que Poincaré apresentou em 1880 à Academia das Ciências de Paris num concurso destinado a premiar progressos no estudo das equações diferenciais.

O estudo detalhado que acompanhou a publicação desses manuscritos inéditos (Gray & Walter, 1997) permite destacar alguns aspectos do trabalho de Poincaré sobre equações diferenciais, que já haviam sido abordados na tese de Jeremy Gray (Gray, 1981). Um desses aspectos, completamente original e inesperado, é a utilização das geometrias não euclidianas num problema de equações diferenciais. Caracterizando de forma sucinta essa utilização, Gray escreveu recentemente (Gray, 2012, p. 179) que Poincaré, num dos seus "suplementos" pouco mais fez do que usar uma transformação geométrica para obter um triângulo recto a partir de um triângulo de lados circulares. Ao escolher esta forma de relatar a descoberta de Poincaré, Gray dá relevo à simplicidade mas também à singularidade desse procedimento inovador. O que ele, Gray, foi capaz de perceber e de fundamentar em seu estudo da história das equações diferenciais (Gray, 1981).

No século XIX houve uma grande evolução nos métodos de tratamento das equações diferenciais. Essa evolução consistiu, em particular, no uso da geometria com a finalidade de estudar o comportamento qualitativo das soluções dessas equações. Em 1878 a investigação na área era considerada suficientemente importante para ser escolhida pela Academia das Ciências de Paris como tema de um prémio de investigação (Gray & Walter, 1997, p. 3).

O estudo geométrico das equações diferenciais havia começado na França com C. Briot (1817–1882) e J. C. Bouquet (1819–1885); todavia, em 1878 os últimos resultados inovadores deviam-se ao matemático alemão L. Fuchs (1833–1902). O método de Fuchs, inspirado na construção das funções elípticas por Jacobi (1804–1851) foi publicado durante os anos 1880–1881. Apesar das virtudes do método, Fuchs comete alguns erros e não consegue levá-lo até ao fim (Tazzioli, 2010).

Vai ser Poincaré que, partindo da crítica dos resultados de Fuchs, elabora a teoria a que ele chama das "funções fuchsianas"; teoria que o conduz a uma grande descoberta, a da relação entre equações diferenciais e geometria não euclidiana. Anos depois, ao analisar o seu trabalho, Poincaré refere o ponto essencial por onde passou, exactamente o mesmo que Fuchs: "Foi a analogia com as funções elípticas que me serviu de guia em toda a investigação" (Poincaré, 1921, p. 41).

Retomando o trabalho de Fuchs, Poincaré mostrou que as funções fuchsianas, tal como as elípticas, são invariantes mediante certas transformações de variável no plano complexo; e o que é mais importante, o conjunto dessas transformações define um grupo, que coincide com o grupo de deslocamentos da geometria não euclidiana.

Apesar desta descoberta, Poincaré não ganhou o prémio. Talvez o júri não lhe tivesse dado o valor que ele merecia... De qualquer forma, o seu resultado permitiu-lhe progredir rapidamente no seu estudo (Gray & Walter, 1997, 15) e, mesmo sem o prémio, a descoberta trouxe-lhe mais fama entre os matemáticos do seu tempo do que qualquer outra em equações diferenciais (Gray, 2012, 179).

Mas mesmo que relevantes do ponto de vista da história da matemática, não são nem a eficiência nem a popularidade da sua descoberta os aspectos que agora importam. O que se pretende aqui sublinhar é o valor epistemológico da sua invenção, pelo facto de ter relacionado entre si duas áreas distintas da matemática. A relação estabelecida criou, desde logo, um novo terreno fértil para a aplicação e o desenvolvimento dos novos métodos da teoria de grupos (Gray, 1984, 10) o que, naturalmente, teve repercussões significativas na matemática. No entanto, a invenção de Poincaré não teve efeitos apenas na matemática, mas também na física, como mais adiante se verá.

A escolha desta primeira descoberta de Poincaré para ilustrar a relação do seu trabalho com a geometria deve-se, obviamente, à natureza geométrica dessa descoberta; mas serve também outro propósito, o de caracterizar a inventividade do matemático. Este exemplo mostra que a capacidade de relacionar conhecimentos, precisamente uma das características do seu trabalho, se manifestou logo na parte inicial da sua carreira científica, num período em que os seus conhecimentos não tinham, naturalmente, a extensão e a profundidade próprias de uma longa experiência de investigação. Apesar disso, Poincaré adiantou-se, nos seus resultados, a outros matemáticos mais velhos e talvez melhor posicionados do ponto de vista da cultura matemática. De facto, ao situar esta descoberta no contexto do conhecimento matemático da época, tal como é descrito pelos dois prestigiados historiadores da matemática aqui citados, Jeremy Gray e Scott Walter, é difícil compreender que outros investigadores bem mais conhecedores das equações diferenciais, da geometria de Riemann e das geometrias não euclidianas, como Fuchs ou Klein (Gray & Walter, 1997, 15), não tenham chegado antes de Poincaré aos mesmos resultados.

Como foi possível que Poincaré, estando no início da sua vida de investigador — evidenciando ainda, como nota Gray, "uma ignorância dramática da matemática do seu tempo", que "não cita Schwarz" e parecendo "não conhecer o trabalho de Riemann, Dedekind e Klein nem mesmo o de Hermite", seu professor (Gray, 1981, 298) — tenha mesmo assim chegado a um resultado tão inovador?

É certo que esta pergunta é em grande parte retórica; todavia, poderá ter alguma utilidade se permitir esboçar algumas respostas que, mesmo sendo incompletas, ajudem a explicar um pouco melhor a natureza do seu génio. Ora, têm surgido na última década alguns trabalhos de carácter histórico-filosófico que, incidindo sobre o conjunto da obra de Poincaré e não apenas sobre alguns aspectos específicos, abrem novas perspectivas de interpretação acerca da natureza da sua criatividade. (Rollet, 2007; Ly, 2008; Serra, 2014).

Vendo a questão à luz destes desenvolvimentos, defendemos que um dos aspectos da obra de Poincaré que melhor parece caracterizar a sua inventividade residirá na sua extraordinária capacidade de encontrar ligações entre diferentes domínios científicos (Serra, 2013). O cruzamento de áreas de conhecimento, que teve um papel decisivo na sua vida científica, viria a tornar-se também uma das condições de desenvolvimento da ciência actual. Nesse sentido, podemos dizer que a capacidade de cruzar conhecimentos de Poincaré está em avanço relativamente à sua época. Com efeito, quem analisar o conjunto da sua obra poderá constatar que o seu universalismo não se deve apenas ao facto de ter estudado assuntos diferentes mas sobretudo à forma como os relacionou entre si.

No entanto, essa capacidade não pode, evidentemente, ser considerada como a única causa dos seus resultados. É também possível encontrar outras razões, recorrendo à ideia de "intuição matemática" e usando como inspiração as palavras do próprio Poincaré. Bastantes anos depois da sua descoberta dos anos 1880, quando começou a ser possível fazer um balanço da sua obra, Poincaré foi solicitado a falar e a escrever sobre a sua intuição científica, uma questão que despertava o interesse dos psicólogos da sua época. Na conferência *L'invention mathématique* que fez no *Institut Général de Psychologie* (Poincaré, 1908-b) surgem referências à intuição, à sensibilidade, ao instinto natural de elegância matemática, ao trabalho do inconsciente, mas também à disciplina, à atenção, à vontade, ao consciente. Todas essas características da invenção matemática referidas por Poincaré podem justificar que, de acordo com o seu próprio relato (Poincaré, 1908, 363), um dia, "ao subir para a carruagem", ele tenha feito a ligação entre as equações diferenciais e as geometrias não euclidianas.

Esse episódio, podendo ser olhado como um mero "fait-divers" que não acrescenta nada à história da matemática, tem de facto um enorme simbolismo. Não será por acaso que Poincaré, na sua conferência sobre a intuição científica, escolhe relatá-lo, e que os historiadores da matemática têm vindo também a referir o episódio. De certo modo ele representa não apenas a invenção matemática mas a científica em geral, onde a intuição aflora em instantes de clarividência.

Na obra de Poincaré, a relação entre equações diferenciais e geometria não se limitou, contudo, ao caso das funções automorfas. Concretizou-se ainda noutros trabalhos entre os quais o conhecido "problema dos três corpos" (Poincaré, 1881; 1882; 1885; 1886). Aqui a contribuição inovadora consistiu em estudar o comportamento global das curvas-solução da equação diferencial, em vez de se limitar ao estudo local como já havia sido feito por Briot e Bouquet. A consciência da importância dos resultados obtidos levou-o a fazer referência, nas suas publicações, "ao vasto campo de descobertas que se abre aos geómetras" (Poincaré, 1881, 377). As soluções obtidas no problema dos três corpos são também famosas, embora não tivessem tido na altura da sua publicação o mesmo impacto que a aplicação das geometrias não euclidianas. Mas desta vez, pelo seu resultado, Poincaré será agraciado com o prémio do rei Óscar II da Suécia.

A generalidade dos resultados deste trabalho e a importância das suas consequências só mais tarde se viriam a revelar plenamente, com a descoberta e o estudo dos fenómenos caóticos. Mas, já em 1908, Poincaré dá a primeira definição do que actualmente se chama "caos":

> "Pode acontecer que pequenas diferenças nas condições iniciais, causem grandes diferenças nos resultados finais. Um pequeno erro nas primeiras produziria então um grande erro nos últimos. A previsão torna-se então impossível" (Poincaré, 1908-a, 62)

Os primeiros trabalhos de Poincaré aqui referidos — os estudos de equações diferenciais — conduziram-no à geometria e também à topologia. Segundo as suas próprias palavras, a escolha da topologia radicou na sua "convicção de que seria um meio para abordar um problema importante em teoria de grupos" (Poincaré, 1921, 101). Ou seja, foi partindo das equações diferenciais que Poincaré fez estudos geométricos e topológicos. E será a partir destes últimos que se lançará à abordagem da teoria de grupos, continuando assim a investigar geometria.

2 A Física e a Geometria

A noção de grupo foi usada por Poincaré em vários domínios mas, segundo Gray, "em nenhuma dessas áreas ele parou para estudar os grupos em detalhe. Era a ideia de grupo e não a teoria de grupos que o interessava" (Gray, 2012, 186). Esta tese de Gray permite levantar a hipótese de que Poincaré se tenha apercebido da importância da ideia de grupo na ciência, talvez através do seu estudo da geometria.

No seu próprio trabalho essa ideia, que esteve presente desde os seus primeiros estudos sobre equações diferenciais, veio a revelar-se valiosa também no seu estudo da física. Mas a sua importância na física prolongou-se muito para além do trabalho de Poincaré, acabando por se afirmar inequivocamente nos domínios da relatividade e da física quântica.

De acordo com Olivier Darrigol (Darrigol, 2000, 352) Poincaré começa a interessar-se pela física quando é nomeado professor de física matemática na Sorbonne, em 1886. Podemos no entanto sugerir que a sua ligação à física, embora não concretizada, terá começado muito antes, provavelmente com o seu interesse pela ideia de grupo, que lhe permitirá obter resultados inovadores, também nessa disciplina. Aliás, o "espírito matemático" sempre abriu novas vias para o conhecimento na ciência, como o próprio Poincaré assinala ao reflectir sobre as relações entre a física e a matemática: "as profundas analogias, que os olhos não vêem mas a razão adivinha, são percebidas pelo espírito matemático que esquece a matéria para olhar apenas a forma pura." (Poincaré, 1905, 106).

Um bom exemplo dessa capacidade de ver "formas" puras é ter percebido, pela primeira vez, que um conjunto de equações físicas esconde uma estrutura de grupo. Foi esse um dos resultados do trabalho de Poincaré na electrodinâmica. A utilização das geometrias não euclidianas e da teoria de grupos no estudo das equações diferenciais já tinha sido inovadora, apesar de constituir apenas uma relação entre dois domínios da matemática. Ora o estudo da electrodinâmica vai conduzir Poincaré a usar, também na física, a noção de grupo.

A ligação entre matemática e física na obra de Poincaré é um tema que foi já intensamente estudado (Ly, 2008). Aqui iremos considerar apenas o caso da electrodinâmica. Tal como afirma Darrigol (Darrigol, 2000, 352), o interesse de Poincaré pela física parece ter sido de facto despoletado pelo ensino do electromagnetismo na Sorbonne. Nas suas aulas apresentou as teorias de Maxwell, mas também outras formulações do electromagnetismo, como por exemplo as de Helmholtz, Hertz, Lorentz, etc., por vezes de forma mais clara que os seus autores (Darrigol, 2000, 353–4). Do seu estudo da electrodinâmica resultou um livro de ensino (Poincaré, 1901), que ainda hoje é útil no contexto da história do electromagnetismo. O estudo da física levou-o a escrever também textos de reflexão sobre várias matérias, que se tornaram famosos do ponto de vista da história e filosofia da ciência. Alguns desses textos foram integrados nas suas obras de síntese e reflexão e que são, em grande parte, constituídas por artigos já antes publicados: *La Science et l'Hypothèse* (Poincaré, 1902), *La Valeur de la Science* (Poincaré, 1905) et *Science et Méthode* (Poincaré, 1908-a)

Em "L'état actuel et l'avenir de la physique mathématique" (Poincaré, 1905, 123–147), um dos poucos textos de Poincaré traduzidos em português (Serra e Paz, 2012, 77–119), ele demora-se a caracterizar a crise da física do seu tempo, uma crise que associava, em particular, ao princípio de relatividade (Darrigol, 1995, 1). Essa crise manifestava-se pela situação de "perigo" em que se encontravam os princípios da física e que, de acordo a sua visão da história da ciência, definem o essencial do conhecimento científico nessa matéria (Poincaré, 1905, 129; Serra e Paz, 2012, 87). Mesmo o princípio de relatividade que havia sido "não somente confirmado pela experiência mas também pela teoria das forças centrais" (...) "foi demolido" por efeito do estudo dos fenómenos electromagnéticos (Serra e Paz, 92; Poincaré, 2005, 132).

Quando Lorentz publica em 1904 as equações do campo electromagnético num referencial em movimento (Lorentz, 1904, 173–97), usa uma transformação de variáveis que Poincaré considera de acordo com a desejada "invariância" e o princípio da relatividade. Ele demonstra que as equações dessa transformação, que designou por "transformação de Lorentz", definem um grupo. Este é resultado puramente matemático , mas ao qual ele vai dar também um sentido físico, mostrando que as leis de Maxwell são covariantes por acção da transformação. Ou seja, a chamada transformação de coordenadas de Lorentz permite dar às equações de Maxwell a mesma forma em todos os referenciais de inércia (Poincaré, 1906), o que é um resultado muito importante do ponto de vista da física. Segundo Reignier, esta conclusão constitui "a essência do Princípio da Relatividade" (Reignier, 2004, 9). Poincaré deduziu ainda a expressão, na sua forma exacta e moderna, das coordenadas, do campo, da velocidade da carga e da corrente, variáveis que definem o grupo de invariância das equações de Maxwell às quais se associa a transformação de Lorentz. Usando a estrutura de grupo, determinou ainda o invariante quadrático e introduziu a coordenada imaginária tempo para a qual as transformações se tornam rotações quadri-dimensionais (Darrigol, 2000, 364).

Do ponto de vista físico, o significado do procedimento de Poincaré foi o de mostrar que o princípio de relatividade é uma consequência da invariância das leis da física por acção de um grupo; ou seja, resulta das suas propriedades de simetria. Tal procedimento conduziu-o a uma versão da teoria da relatividade restrita com base no grupo de transformações de Lorentz, que é publicada no artigo *Sur la dynamique de l'électron* (Poincaré, 1906).

Alguns autores afirmam que Poincaré formulou a simetria do espaço-tempo antes de Einstein; outros consideram que não se pode falar em prioridade, dado que o seu trabalho é essencialmente matemático. A controvérsia acerca da prioridade foi, em todo o caso, desencadeada não pelos dois cientistas mas pelos historiadores da ciência.

Não será, no entanto, aqui discutido qual o papel de Poincaré na emergência da relatividade que, aliás, tem sido objecto de inúmeras publicações

(Darrigol, 2004, 6–7). O que se pretende aqui não é descrever exaustivamente a contribuição de Poincaré para a relatividade, mas apenas pôr novamente em destaque a utilização que ele fez da geometria, e em particular da noção de grupo, agora num problema da física.

O que está em causa neste exemplo de aplicação da noção de grupo não é tanto o resultado, mas a ideia, o método, e a forma poincareana de criar, cruzando conhecimentos de diversas áreas, usando objectos matemáticos de forma inovadora. Ao aplicar a noção de grupo à transformação de Lorentz, o que foi realmente uma inovação, Poincaré é conduzido a um resultado também inovador, tal como havia acontecido nas equações diferenciais, mas agora na física.

A importância da aplicação da geometria na física não se limitará, contudo, aos resultados de Poincaré. Viria, de facto, a ultrapassar largamente este caso: a teoria de grupos e as simetrias acabariam por tornar-se instrumentos e objectos fundamentais na física. Pelas ressonâncias que veio a ter no futuro, a descoberta de Poincaré é actualmente evocada através do nome "grupo de simetria Poincaré" (Wigner, 1967, 15–19), assim chamado por Eugene Wigner (1902–1995). O grupo de Poincaré define o conjunto das transformações que conservam a estrutura do espaço-tempo em relatividade restrita.

A teoria de grupos, a noção de simetria e sua relação com as leis de conservação adquirem importância também na física quântica durante o século XX, a partir da década de 1920, através do trabalho de Eugene Wigner e de Hermann Weyl (1885–1955). Estes exemplos sugerem que a ideia de Poincaré acerca da importância da noção de grupo seja uma extraordinária intuição.

Na relatividade, as ideias de Poincaré contribuíram para o trabalho desenvolvido por Hermann Minkowski (1864–1909) cujos resultados, por sua vez, influenciaram Einstein e viriam a ser um elemento essencial na descoberta da teoria da relatividade geral (Walter, 2007, 6)

O reconhecimento do alcance das ideias de Poincaré e da sua importância na física do século XX levaram Richard Feynman (1918–1988) a escrever num dos seus livros, precisamente no capítulo dedicado à "simetria das leis físicas", que "foi Poincaré quem teve a ideia de analisar o que se pode fazer às equações sem as modificar. Foi o primeiro a reparar nas simetrias das leis físicas » (Feynman, 1989, 121)

A ideia de aplicar a noção de simetria às leis da física estabelece a ligação entre dois períodos distantes no trabalho de Poincaré, o dos primeiros tempos de investigação nos anos 1880, e o de 1905, já na maturidade. No parágrafo seguinte ver-se-á que essa ligação construída através da geometria foi também fundamental no seu pensamento filosófico.

3 Da Geometria à Filosofia

Quando em 1880, logo no início da sua carreira, Poincaré aplica as geometrias não euclidianas no estudo das equações diferenciais, não só lhes dá um novo estatuto na matemática mas abre também uma via importante no seu percurso pessoal. De facto a sua filosofia da geometria parece ter origem nesses primeiros trabalhos (Rougier, 1920, 147), embora, naturalmente, tenha sido influenciada também pelos debates da época em torno da coerência lógica e do significado físico das geometrias não euclidianas (Walter, 1996, 89).

A filosofia da ciência de Poincaré é frequentemente designada por "convencionalista", pois as suas reflexões sobre a geometria conduziram à noção de convenção, que viria a ter um papel essencial nas suas ideias, também no domínio da física. No entanto Poincaré nunca atribuiu a si próprio a designação de convencionalista. A ideia de convenção é sugerida quando das suas primeiras reflexões acerca da equivalência de várias geometrias, estando incluída nas observações finais do seu artigo *Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie* (Poincaré, 1887, 214–215). Foi posteriormente apresentada de forma mais explícita em vários artigos e figura nas suas obras de síntese já referidas (Poincaré, 1902; 1905; 1908)

A geometria não euclidiana, quando Poincaré a aplica pela primeira vez no estudo das funções fuchsianas, não estava ainda muito divulgada entre os matemáticos, sendo até então considerada como uma curiosidade lógica, ou como um "simples exercício mental, interessante para um filósofo, mas sem qualquer utilidade para um matemático" (Poincaré, 1921, X–XI). Também os físicos, até aos finais do século XIX, não lhe viam qualquer utilidade. Na física, para além do obstáculo que consistia o carácter abstracto da geometria não euclidiana, o seu interesse parecia ser muito limitado, dado que se considerava estabelecida a confirmação empírica da natureza euclidiana do espaço. (Walter, 1996, 91).

A aplicação da geometria não euclidiana ao estudo das equações diferenciais veio mudar o estatuto de "curiosidade" que lhe era atribuído. Essa aplicação despertou o interesse dos matemáticos pelas novas geometrias, o que teve inevitáveis repercussões nos meios académicos. Durante os anos 1880–90 inicia-se um processo de compreensão e aceitação e das geometrias não euclidianas, que passam a constituir uma nova disciplina em várias universidades (Walter, 1996, 95). A par desta difusão de conhecimentos, outro factor seria determinante na evolução do pensamento acerca da geometria: o desenvolvimento da teoria de grupos, e em particular o trabalho de Félix Klein (1849–1925) e de Sophus Lie (1842–1899).

Durante os anos 1870 e 80, Klein e Lee haviam unificado as diferentes geometrias usando o conceito de grupo de transformação (Klein, 1891, 87) e tinham também posto em evidência que a geometria se reduz ao estudo de um grupo (Lie,1888–93). De acordo com Klein, cada geometria, euclidiana ou não euclidiana, é caracterizada pelo grupo de transformações que lhe corresponde, ao qual estão associados certos invariantes. Nesse sentido, uma dada geometria equivale a outra e o que as diferencia são o grupo de transformação e os respectivos invariantes. Ora, na época em que desenvolveu o estudo das funções fuchsianas, Poincaré conhecia já esse trabalho sobre as geometrias não euclidianas, embora seja difícil, do ponto de vista histórico, determinar qual a origem desse conhecimento (Gray e Walter, 1997, 15–16). Mas, também para ele, tal como para Klein e Lie, a geometria se reduzia ao estudo de um grupo.

A ideia de equivalência das geometrias constituiu para Poincaré uma fonte de reflexão filosófica e foi, inegavelmente, o ponto de partida do seu "convencionalismo geométrico", que até aos dias de hoje tem desencadeado uma grande variedade de interpretações (Giedymin, 1992, 423–443).

Poincaré baseia o seu primeiro artigo sobre os fundamentos da geometria (Poincaré, 1887), no trabalho de Sophus Lie, citando-o várias vezes. No seguimento dos resultados matemáticos a que chegou coloca a seguinte questão: serão as hipóteses fundamentais da geometria "factos experimentais, juízos analíticos, ou sintéticos *a priori*?" e acrescenta: "devemos responder negativamente a estas três questões", não formulando qualquer alternativa. Mas alguns anos depois as suas ideias estão suficientemente amadurecidas para enunciar a tese convencionalista (Poincaré, 1891).

No seu artigo sobre geometrias não euclidianas (Poincaré, 1891), que foi transcrito no capítulo III em *La Science et l'Hypothèse* (Poincaré, 1902), a interrogação formulada anteriormente aparece como uma afirmação: "Os axiomas geométricos não são nem julgamentos sintéticos *a priori*, nem factos experimentais, são *convenções*" (Poincaré, 1902, 66). Acrescenta ainda que a geometria euclidiana não é mais verdadeira do que qualquer outra, apenas é "mais *cómoda*".

Para Poincaré a questão de determinar qual a verdadeira geometria do espaço físico não tem sentido. Seria equivalente a perguntar se as coordenadas cartesianas são mais verdadeiras que as polares. Todavia, esta posição filosófica não irá despertar na comunidade científica as mesmas reacções positivas que tivera a aplicação das geometrias não euclidianas, desenvolvida uma década antes. Antes pelo contrário, as teses convencionalistas encontraram larga oposição (Walter, 1996, 89–90), dado que o convencionalismo tornava inútil a discussão sobre a natureza do espaço físico, e apresentava para esse problema uma solução aparentemente “anti-realista”.

No século XIX a geometria era naturalmente interpretada como a ciência do espaço, sendo o espaço concebido como uma entidade real. Do ponto de vista da filosofia, mesmo para os empiristas, a geometria descrevia a realidade, embora resultasse de conhecimentos *a priori* e independentes da experiência (Torreti, 1984, 244). Claro que a existência de geometrias não euclidianas, e a equivalência entre as várias geometrias, veio recolocar a questão da natureza do espaço. Ora o convencionalismo de Poincaré dava uma resposta para um dos aspectos fundamentais dessa questão, o das relações entre geometria e espaço. A afirmação que a escolha de uma geometria é puramente convencional tira todo o sentido à pergunta: será que a geometria do espaço física é euclidiana ou não euclidiana? Mas os geómetras, que não queriam abandonar a possibilidade de estabelecer empiricamente a estrutura geométrica do espaço, rejeitavam a solução convencionalista de Poincaré.

O convencionalismo geométrico de Poincaré ainda menos agradava aos físicos, para quem o espaço — naturalmente uma entidade ainda “mais real” do que para os matemáticos — tinha uma relação directa com a geometria. Para Hermann von Helmholtz (1821–1894), por exemplo, a geometria não era simplesmente uma base de trabalho da mecânica, deveria ser construída em conjunto com ela (Torreti, 1984, 169).

O convencionalismo de Poincaré não se vai limitar, contudo, à geometria. A ideia de convenção irá estender-se à física (Poincaré, 1902, 128), como solução para as dificuldades relativas às leis e princípios da mecânica. Essa extensão compreende inúmeros aspectos e cambiantes que foram já estudados com pormenor no contexto da filosofia (da Paz, 2014, 109–139).

O convencionalismo de Poincaré tem vindo a ser objecto, até hoje, de interpretações várias, e mesmo contraditórias entre si. Embora haja autores que neguem à sua filosofia qualquer relação com o realismo (Ly, 2008, 606–7) outros colocam-no no campo do “realismo estrutural” (da Paz, 2014, 129). Esta corrente da filosofia actual está associado ao nome de John Worrall (1946–) que afirma ter encontrado o seu realismo estrutural nas ideias de Poincaré (Ladyman, 2014).

É interessante reparar como é abundante a literatura filosófica dedicada às ideias de Poincaré, embora a sua obra filosófica constitua apenas uma pequena parte das suas publicações. Esta abundância mais estranha se torna sabendo que a sua filosofia é considerada como resultando do seu trabalho em matemática e física, que se foca essencialmente nos fundamentos e princípios científicos (Rollet, 1999, 6).

É impossível negar que os temas que Poincaré estudou como cientista foram uma inspiração para as suas ideias filosóficas. Sem dúvida que abordou questões essenciais para a matemática, a física, e até para a educação matemática (Poincaré, 2005, 27–40) usando, inevitavelmente, a sua experiência como matemático. Nesse sentido, a sua filosofia está ligada à criação científica: as suas fontes de reflexão são sempre os problemas em torno da ciência. Ele não é um filósofo que apresente uma visão sistemática das questões fundamentais da filosofia, nem sequer das da filosofia das ciências. No entanto, o seu pensamento, as suas escolhas e a sua evolução parecem tocados pelo espírito universal da filosofia, o que pode justificar não só a "atracção" que os filósofos têm pelas suas ideias como também o seu percurso universalista.

Conclusão

As três questões aparentemente díspares do trabalho de Poincaré aqui apresentadas — equações diferenciais, electrodinâmica e filosofia — convergem num ponto: o das suas ideias sobre a geometria, onde as novas geometrias e a ideia de grupo tiveram um papel central. Podemos encontrar a geometria também noutras investigações de Poincaré, mas a peculiaridade dos exemplos aqui tratados justifica a sua escolha. No caso das equações diferenciais a perspectiva geométrica introduzida por Poincaré foi causa de grande inovação. Na física, o uso da geometria representou o início de uma enorme transformação que se prolongaria por várias décadas. Na filosofia, onde a inovação é mais difícil de caracterizar, o pensamento de Poincaré foi, em particular, uma contribuição importante para reflectir sobre as relações entre geometria e espaço.

Bibliografia

Darrigol, O., 1995, "Henri Poincaré's criticism of *fin de siècle* electrodynamics", *Studies on History and Philosophy of Modern Physics*, 1–4.

Darrigol, O., 2000, *Electrodynamics, from Ampère to Einstein*, Oxford: Oxford Univ. Press.

Darrigol, O., 2004, "Faut-il réviser l'histoire de la relativité ?", *La Lettre de l'Acad. Scienc.*, n.º 14, `http://www.academiesciences.fr/activite/archive/dossiers/Einstein/Darrigol`, consultado em Janeiro, 2015.

Feynman, R., 1989, *O que é uma lei física*, Lisboa: Gradiva, 1989 (tradução de *The character of physical law*, California: MIT Press, 1965).

Giedymin, J., 1992, "Conventionalism, the pluralist conception of theories and the nature of interpretation", *Studies in Hist. and Philos. Sci.* 23 (3), 423–443.

Gray, J., 1981, *Differential equations and group theory from Riemann to Poincare*, PhD Thesis, Warwick. `wrap.warwick.ac.uk/35578/`, consultado em Março, 2015.

Gray, J., 1982, "The three supplements to Poincaré's prize essay of 1880 on Fuchsian functions and differential equations", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences* 32, 221–235.

Gray, J., & Walter, S. (Ed.), 1997, *Three Supplements on Fuchsian Functions* by Henri Poincaré, Berlin: Akademie-Verlag.

Gray, J., 2012, "Poincaré and the idea of a group", *NAW* 5/13, nr. 3, 178–186.

Klein, F., 1891, "Programme d'Erlangen", Paris: *Ann. Ec. Norm. Sup.*, pp. 87–102; 173–199. Ed. original: *Vergleichen.de Betrachlnngen über neuere geomelrische Forsckungen, Programm zum Eintritt in die philosophische Fakultàt*; Erlangen (1872).

Ladyman, J., 2014,"Structural Realism", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Zalta, E.,(ed.), `http://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/structural-realism/`, consultado em Março, 2015.

Lie, S., 1888–93, *Theorie der Transformationsgruppen*, 3 vols., Leipzig: Teubnerg.

Lorentz, H., 1904, *Collected papers*, The Hague: Nijhoff, 1942–44, pp. 173–197.

Ly, I., 2008, *Mathématique et physique dans l'œuvre philosophique de Poincaré*, Thèse, Université Nancy 2.

Poincaré, H., 1881, "Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (I)", *Journal de mathématiques pures et appliquées* 3e série, 7, pp. 375–422.

Poincaré, H., 1882, "Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (II)",*Journal de mathématiques pures et appliquées* 3e série, 8, pp. 251–296.

Poincaré, H., 1885, "Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (III)", *Journal de mathématiques pures et appliquées* 4e série, 1, pp. 167–244.

Poincaré, H., 1886, "Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (IV)", *Journal de mathématiques pures et appliquées* 4e série, 2, pp. 151–217.

Poincaré, H., 1887, "Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie", *Bulletin de la Société mathématique de France* 15, pp. 203–216

Poincaré, H., 1891, "Les Géométries non-euclidiennes", *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 2, pp. 769 – 774.

Poincaré, H., 1901, *Electricité et Optique*, Paris: Gauthier-Villars.

Poincaré, H., 1902, *Science et Hypothèse*, Paris: Flammarion.

Poincaré, H., 1904, "conférence au Congrès d'Art et Science de St. Louis", publicada em *La Valeur de la Science*, cap. VII–IX.

Poincaré, H., 1905, *La valeur de la Science* Paris: Flammarion.

Poincaré, H., 1906, "Sur la dynamique de l'électron", *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 21, 129–176. (Reeditado em *OEuvres de Henri Poincaré*, Vol. 9, 494—550. G. Petiau, ed., Paris : Gauthier-Villars, 1954).

Poincaré, H., 1908-a, *Science et Méthode*, Paris: Flammarion.

Poincaré, H., 1908-b, "L'invention Mathématique", *L'enseignement mathématique*, 10, 1908, pp. 357–371.

Poincaré, H., 1921, "Analyse des travaux scientifiques de Henri Poincaré faite par lui-même", *Acta matematica*, 38, pp. 1–135.

Reignier, J., 2004, "Poincaré synchronization: From the local time to the Lorentz group", *Proceedings of the Symposium Henri Poincaré*, Brussels, 8–9 October 2004. (`www.ulb.ac.be/sciences/ptm/pmif/ProceedingsHP/Reignier.pdf`), consultado em Março, 2015.

Rollet, L., 2007, *Henri Poincaré : Des Mathématiques à la Philosophie, Étude du parcours intellectuel, social et politique d'un mathématicien au début du siècle*, Thèse, Archives – Centre d'Études et de Recherche Henri-Poincaré. (`https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00137859/document`), consultado em Março, 2015

Rougier, L., 1920, *La philosophie géométrique de Henri Poincaré*, Paris: Librairie Félix Algan.

Serra, I., e Paz, M. (Eds.), 2012, *Henri Poincaré Filosofia da Física*, Lisboa: CFCUL.

Serra, I., 2013, "A Transversalidade do Conhecimento na Obra de Poincaré", *Kairos, Revista de Filosofia & Ciência*, 7, pp. 137–151.

Serra, I., 2014, "Henri Poincaré: a scientist inspired by his philosophy", in *Poincaré's Philosopher of Science*, Springer, The Western Ontario Series in Philosophy of Science , Volume 79, pp. 153–166.

Tazzioli, R., 2010, "Fonctions fuchsiennes ou schwarziennes ? Mieux poincaréennes !" (http://images.math.cnrs.fr/Fonctions-fuchsiennes-ou.html), consultado em Março, 2015.

Walter, S., 1996, *Hermann Minkowski et la Mathematisation de la Theorie de la Relativité Restreinte (1905-1915)*, Thèse, Université de Paris. (henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/walter/papers/walter-thesis-1996.pdf), consultado em Março 2015.

Walter, S., 2007, "Breaking in the 4-vectors: the four-dimensional movement in gravitation, 1905–1910". In Renn, J. and Schemmel, M. (Ed.), *The Genesis of General Relativity*, vol. 3., 193–252, Berlin: Springer.

Wigner, E., 1967, *Symmetries and reflections*. Indiana: Indiana University Press.

Recepção e circulação da nova abordagem de Poincaré na mecânica celeste de seu tempo

Tatiana Roque
Instituto de Matemática da UFRJ
tati@im.ufrj.br

Resumo: Nosso objetivo neste artigo será entender o que significa "qualitativo" do ponto de vista dos pesquisadores que trabalharam diretamente com os textos de Poincaré e dar uma ideia da complexidade do problema da recepção desses trabalhos na mecânica celeste de sua época. Utilizo uma metodologia recente da história da matemática que vem sendo denominada "redes de textos" para caracterizar a originalidade da abordagem de Poincaré em termos que façam sentido para a sua época. A metodologia propõe construir redes de textos, a partir de palavras-chave ou referências cruzadas, que possibilitem a identificação das dinâmicas de circulação dos textos e, em particular, de práticas comuns a certo meio social.

1 Introdução

Nosso objetivo neste artigo será entender o que significa "qualitativo" do ponto de vista dos pesquisadores que trabalharam diretamente com os textos de Poincaré e dar uma ideia da complexidade do problema da recepção desses trabalhos na mecânica celeste de sua época.

Poincaré é visto normalmente como o *fundador* da teoria dos sistemas dinâmicos. Em particular, ele teria sido o primeiro a empregar um ponto de vista *qualitativo* sobre as soluções de equações diferenciais. A definição de qualitativo, portanto, é identificada a *topológico*, mas a topologia não era um domínio estabelecido na época. Poincaré foi um dos pesquisadores que colaborou com a constituição desse campo, inclusive por causa do interesse pelos problemas da mecânica celeste e pela necessidade de um novo ponto de vista para resolver equações diferenciais. Sendo assim, definir qualitativo como topológico parece circular.

A questão historiográfica de caracterizar a originalidade da proposta de Poincaré não pode ser respondida pela associação com a topologia, pois essa não era uma subdisciplina da matemática na época de Poincaré. Mesmo seus textos sobre a *Analysis Situs* (Poincaré, 1895), domínio que poderia ser compreendido como uma primeira versão de nossa topologia, começaram a ser publicados em 1895, portanto depois daqueles sobre as curvas definidas por equações diferenciais. Além disso, mesmo que não houvesse esta contradição temporal, a identificação do ponto de vista qualitativo a uma visão topológica não daria conta de caracterizar historicamente a inovação da abordagem de Poincaré.

Como caracterizar a originalidade da abordagem de Poincaré em termos que façam sentido para a sua época? Como discutir a questão da inovação em história da matemática a partir de categorias historiográficas que façam sentido para a nossa época?

Utilizo uma metodologia recente da história da matemática que vem sendo denominada "redes de textos". A proposta tem se desenvolvido principalmente na França e parte do reconhecimento da urgência de encontrar categorias para descrever a dimensão coletiva do trabalho matemático. Diversos períodos e temas da história da matemática têm sido estudados deste modo, por exemplo em (Goldstein, 1999), (Goldstein *et al.*, 2007), (Brechenmacher, 2007b), (Brechenmacher, 2007a) e (Gauthier, 2007). Todos esses trabalhos defendem que, para se ler um texto matemático do passado, sobretudo com o fim de compreender se ele traz ou não alguma inovação, é fundamental restituir uma dimensão coletiva que permita colocá-lo em perspectiva. A metodologia que proponho utilizar começa por construir redes de textos, a partir de palavras-chave ou referências cruzadas, que possibilitem a identificação das dinâmicas de circulação dos textos e, em particular, de práticas comuns a certo meio social.

Essa discussão se insere em uma crítica mais geral sobre as metodologias de pesquisa em história da matemática, e da física matemática, que partem de um olhar retrospectivo sobre seu objeto, identificando sua relevância a partir de transformações que reconhecemos, hoje, como determinantes de um certo modo de fazer matemática. Salta aos olhos, atualmente, a profusão de trabalhos que buscam integrar discussões metodológicas sobre o modo de se fazer história da matemática. Muitos deles empregam estudos de cunho sociológico, investigando o papel de instituições, contextos nacionais ou comunidades específicas no desenvolvimento da matemática. Essas ferramentas da análise histórica permitem vislumbrar a sociabilidade daqueles que se dedicaram à matemática e colocar em evidência a multiplicidade de práticas matemáticas, exercidas por matemáticos de profissão mas também por atores com perfis difíceis de se classificar. Como na história da ciência, é cada vez mais presente o estudo das condições de produção, de transmissão e de recepção dos saberes matemáticos, o que leva a problematizações de cunho cultural.

Investigaremos, então, a questão dos métodos qualitativos dentro do problema mais geral que diz respeito à recepção dos trabalhos de Poincaré em mecânica celeste. O aspecto inovador atribuído restrospectivamente à sua abordagem tem sido considerado com base em uma evolução que compreende mais de um século, dividida em diferentes estágios, com descontinuidades consideráveis:

- um primeiro legado nos trabalhos produzidos nos EUA, por Birkhoff nos anos 1920
- a escola soviética de Andronov e outros (1930)
- Lefschetz em Princeton a partir da Segunda Guerra; e os trabalhos de Peixoto e Smale nos anos 1950 e 1960, desenvolvido por muitos matemáticos brasileiros...

Há diversas interpretações para tais descontinuidades: o papel dos debates formalistas da virada do século XIX para o XX; a importância atribuída à mecânica quântica em detrimento dos problemas usuais da mecânica, e da mecânica celeste em particular, etc. Iremos focar na primeira etapa, ou seja, no período entre Poincaré e Birkhoff, para mostrar que a recepção dos trabalhos de Poincaré foi bem mais complexa do que se entende de costume.

Em um primeiro momento, proponho um tratamento quantitativo dos textos de mecânica celeste entre os anos 1881 e 1899, ou seja, entre o ano de publicação do primeiro artigo de Poincaré e o do último volume de seu livro *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, quando Poincaré já gozava de grande reconhecimento, em particular por ter recebido o prêmio oferecido pelo rei Oscar da Suécia em 1889. Após a construção de uma base de dados contendo os textos de matemática e de mecânica celeste publicados nos principais jornais da época, identifiquei as principais práticas e suas conexões, a partir de referências textuais diretas e indiretas. Em seguida, a partir destas práticas, será possível analisar o papel de Poincaré e a recepção de seus trabalhos dentro do meio social da mecânica celeste de sua época.

2 A estabilidade qualitativa

Segundo Poincaré, diante da dificuldade de se resolver as equações diferenciais que descrevem o movimento dos corpos celeste, é desejável investigar suas propriedades qualitativas. Uma solução qualitativa é legítima por dois motivos distintos: (1) pela sua utilidade na procura das soluções usuais e (2) por si mesmas. No primeiro caso, emprega-se uma comparação com o problema das equações algébricas. Como as informações qualitativas podem ajudar na busca de soluções explícitas?

> Assim, por exemplo, para estudar uma equação algébrica, começamos por procurar, com a ajuda do teorema de Sturm, qual o número de raízes reais: é a parte qualitativa; depois calcula-se o valor numérico destas raízes, o que constitui o estudo quantitativo da equação. (Poincaré, 1921)

No segundo caso, admite-se que informações qualitativas podem fornecer informações importantes para os problemas da mecânica celeste, principalmente a estabilidade do sistema solar.

Veremos um exemplo específico nas definições para a estabilidade. Em 1885, Poincaré reescreve o sistema diferencial considerando o tempo como variável independente e as soluções passam a ser chamadas de "trajetórias".

> Il arrivera alors que la trajectoire ne sera pas une courbe fermée; mais néanmoins elle jouira d'une certaine stabilité: on peut même dire d'une certaine périodicité d'une nature particulière. En effet, soit M un point de la trajectoire, occupé en un temps t par le point mobile. Décrivons autour du point M un cercle de rayon r aussi petit que nous voudrons. Le point mobile partant du point M sortira évidemment de ce cercle, mais il viendra traverser de nouveau ce petit cercle une *infinité de fois*, et cela, quelque petit que soit r. (Poincaré, 1885)

Essa propriedade vai se chamar "Estabilidade de Poisson" nos *Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste* (Poincaré, 1892–1899).

Birkhoff critica esta definição de estabilidade dizendo que a palavra "estabilidade" não é adequada para esta propriedade. Deve-se guardar, portanto, o termo "estabilidade" para outras propriedades. A verificação da estabilidade, para Birkhoff, depende de se determinar regiões nas quais as trajetórias fiquem confinadas. (Birkhoff e Lewis, 1935)

Na verdade, Poincaré havia empregado uma definição com esse espírito quando falava de estabilidade das soluções periódicas (Poincaré, 1892–1899). Deseja-se investigar as soluções do sistema de equações diferenciais

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

na vizinhança de uma solução periódica $x_i = \varphi_i(t)$. Ele considera perturbações da forma $\varphi_i(t) + \xi_i(t)$ e escreve as "equações de variação":

$$\frac{d\xi_i}{dt} = \sum_{j=1,n} \frac{\partial X_i}{\partial x_j} \xi_j$$

Existem n números α_i, chamados “expoentes característicos” da solução periódica. Define-se então que uma solução periódica $\varphi_i(t)$ é *estável* se todos expoentes característicos $\alpha_i = a_i + b_i i$ possuem quadrado real e negativo, ou seja, são imaginários puros. Isto garante que todos os ξ_i permanecem finitos, pois $\xi_i = (\cos(b_i t) + i\,\mathrm{sen}(b_i t))S_{i,k}$, onde $S_{i,k}$ são funções periódicas.

Esse é um primeiro passo, segundo Poincaré, para afirmar que trajetórias vizinhas à trajetória periódica não se afastem. Uma integral deste sistema é uma combinação linear de n soluções do tipo:

$$\xi_1 = e^{\alpha_1 t} S_{1,k}, \ldots, \xi_n = e^{\alpha_n t} S_{n,k}$$

(onde $S_{i,k}$ são soluções periódicas com mesmo período de $\varphi_i(t)$). Estas soluções podem ser escritas como séries trigonométricas absoluta e uniformemente convergentes, o que garante uma estabilidade formal. No entanto, isso só vale para a aproximação linear.

No artigo vencedor do prêmio do rei da Suècia “Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique”, em sua primeira versão (Poincaré, 1889), Poincaré estudou a vizinhança de uma solução periódica instável e pensou ter mostrado que as trajetórias vizinhas ficam confinadas em uma região. Inicialmente, ele analisa a família de soluções assintóticas associadas a uma solução periódica instável por meio das curvas definidas por sua interseção com a superfície de seção. Se estas curvas se fecham, as soluções assintóticas permanecem confinadas em uma dada região do espaço e podemos concluir por um tipo de estabilidade não-formal. Este foi o famoso erro de Poincaré que levou a uma segunda versão do artigo (Poincaré, 1890). Essas curvas assintóticas se interseptam, mas sem formar uma curva fechada. Para mais detalhes sobre o assunto, ver (Barrow-Green, 1997).

Ao propor novas definições de estabilidade, Levi-Civita e Birkhoff mostram a complexidade que aparece no estudo da vizinhança de uma solução periódica estável, o que força uma revisão na definição de estabilidade (Levi-Civita, 1901) e (Birkhoff, 1927). Ambos utilizam muitas das ferramentas fornecidas por Poincaré. Dentre elas, destacamos:

- o método de seção (usado para analisar a vizinhança da solução periódica a partir das intersecões das trajetórias próximas com a superfície de seção)

- as curvas invariantes (que generalizam as curvas K e K' descobertas por Poincaré e que são levadas sobre elas mesmas pela dinâmica)

- as soluções duplamente assintóticas

No livro *Problème général de la stabilité du mouvement*, tese de doutorado de Lyapunov, publicada em russo em 1892 e em francês em 1907, é definida a estabilidade de uma solução de equilíbrio (Lyapunov, 1907). A definição de estabilidade proposta por Lyapunov é mais adaptada à verificação desta propriedade por uma investigação direta do aspecto geométrico do conjunto de soluções, logo ela será vista por Levi-Civita e Birkhoff como mais "qualitativa" do que a de Poincaré.

Em 1901, no artigo citado, Levi-Civita define a estabilidade de uma solução periódica ao modo de Lyapunov. Ele afirma que, nas pesquisas de Poincaré, a instabilidade era *qualitativa* mas a estabilidade era *quantitativa*, pois requeria condições analíticas sobre a natureza das funções (condições formais sobre as funções que apareciam no desenvolvimento em séries). Na definição de Poincaré, há estabilidade na primeira aproximação. Usando aproximações de ordens mais elevadas, Levi-Civita mostra que isto está longe de garantir a estabilidade da solução periódica.

Quando uma solução periódica é tal que os movimentos médios do planetóide e dos outros dois corpos são comensuráveis, o movimento é instável, pois haverá soluções se aproximando e se afastando da solução periódica. Isto quer dizer que o caso considerado "estável" por Poincaré é instável. Levi-Civita mostra ainda que há zonas de instabilidade que se condensam em torno da órbita do planeta.

Birkhoff retoma os trabalhos de Levi-Civita para afirmar que a condição necessária e suficiente para assegurar a estabilidade de um movimento periódico é a existência, sobre a superfície de seção, de infinitas curvas invariantes fechadas tão próximas quanto se queira do ponto fixo. Livro *Dynamical Systems*, de 1927 (Birkhoff, 1927):

> Stability in this fundamental qualitative sense is not to be confused with 'complete formal stability' introduced earlier, and a periodic motion 'of stable type' may or may not be stable.

Diferencia-se então a estabilidade formal, definida por Poincaré, da estabilidade propriamente qualitativa, que seria aquela definida por Lyapunov e Levi-Civita. Escrevi um artigo detalhado sobre as diferentes definições de estabilidade (Roque, 2011), o objetivo aqui é somente mostrar que, do ponto de vista histórico, é insuficiente caracterizar a novidade dos métodos de Poincaré pelo adjetivo "qualitativo" identificado a "topológico".

3 A recepção e a originalidade de Poincaré

A recepção mais antiga dos trabalhos de Poincaré sobre a resolução qualitativa das equações diferenciais é vista normalmente como uma linha ligando seu nome ao de Birkhoff. Daremos algumas indicações para mostrar que trata-se de um fenômeno bem mais complexo.

Usando as redes de textos, cheguei à surpreendente conclusão de que algumas práticas associadas ao método das soluções periódicas, descrito como uma invenção original de Poincaré, já eram empregadas antes dele por diferentes astrônomos, de países distintos, publicando em jornais variados. A questão da originalidade pode ser, assim, problematizada, não para afirmar que Poincaré teria copiado um método já existente, mas sim para caracterizar sua singularidade como um modo particular de se inserir no meio da mecânica celeste de sua época, lançando mão de estratégias que incluem a incorporação de uma linguagem comum no meio dos pesquisadores em mecânica celeste e a produção de desvios semânticos na utilização desta linguagem. Veremos alguns exemplos nesse contexto.

Diante da dificuldade do problema em geral da estabilidade, astrônomos e matemáticos passaram a estudar casos particulares. Um exemplo importante é o *Método das órbitas intermediárias*, proposto por Hugo Gyldén (Gyldén, 1881). Weierstrass já tinha chamado a atenção para a necessidade de verificar a convergência para um intervalo de tempo infinito. Substituir elipses keplerianas por órbitas intermediárias, não descartando a ação do terceiro corpo já na primeira aproximação. Gyldén escreve expressões para cada elemento que define a órbita intermediária. Exemplo de ρ, quantidade da mesma ordem da excentricidade determinando a projeção da órbita de m no plano xy (Ω depende apenas do raio).

$$\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = \beta_0 + \beta_1\rho + \beta_2\rho^2 + \dots$$

onde os β_i são da mesma ordem da função de perturbação.

Essa equação é integrada por aproximações sucessivas. Primeiro, encontra ρ_0 integrando a equação abaixo por meio de funções elípticas:

$$\frac{d^2\rho_0}{dv^2} + (1-\beta_1)\rho_0 - \beta_3\rho_0^3 = 0$$

Os próximos passos da aproximação consistem em escrever $\rho = \rho_0 + \rho'$ e determinar ρ' por meio da equação:

$$\frac{d^2\rho'}{dv^2} + (1-\beta_1 - 3\beta_3\rho_0^2)\rho' = \beta_0' + \beta_1'\rho' + \beta_2'\rho'^2 + \dots$$

onde β' não depende de ρ'.

Depois, escreve-se $\rho' = \rho_1 + \rho''$ e encontra-se ρ_1 por meio da equação:

$$\frac{d^2\rho_1}{dv^2} + (1 - \beta_1 - 3\beta_3\rho_0^2)\rho_1 = \beta_0'$$

Em seguida, encontra ρ'' por uma equação similar à usada para achar ρ', ... Ao final, escreve ρ como:

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \dots$$

Cada ρ_i pode ser escrito como uma série puramente trigonométrica:

$$\rho_1 = a_0 + a_1 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{2K} + a_2 \cos 2\frac{\pi x}{2K} + a_3 \operatorname{sen} 3\frac{\pi x}{2K} + \dots$$

Demos alguns detalhes para mostrar a complicação dos métodos de Gyldén. Esse astrônomo era bastante reconhecido, sobretudo por usar métodos analíticos poderosos associados a nomes como os de Weierstrass e Hermite. Poincaré tentou mostrar, entre 1889 e 1905, que as séries de Gyldén não são uniformemente convergentes. Mas sua tentativa era motivada também por acreditar que seria possível evitar as complicações analíticas da abordagem de Gyldén.

Ao defender a importância das soluções periódicas, Poincaré afirma:

> À princípio, parece que este fato não pode ter interesse prático algum. Com efeito, há uma probabilidade nula que as condições iniciais do movimento sejam precisamente aquelas que correspondem a uma solução periódica. Mas pode acontecer que elas difiram muito pouco, e isto ocorre justamente nos casos em que os métodos antigos não se aplicam mais. Pode ser, então, uma vantagem tomar a solução periódica como primeira aproximação, como órbita intermediária, para empregar a linguagem de M. Gyldén. (...) Aliás, o que torna estas soluções tão preciosas é que elas são, por assim dizer, a única brecha por onde podemos tentar penetrar em um lugar tido até aqui como inabordável. (Poincaré, 1892–1899, chap.III, p.82).

Salta aos olhos que Poincaré cita Gyldén mas o método que propõe, que chamaremos "método das soluções periódicas", é inteiramente inspirado no trabalho do astrônomo americano George William Hill, que publicou dois artigos em 1877 e 1878 fornecendo novo tratamento para a Teoria da Lua (Hill,

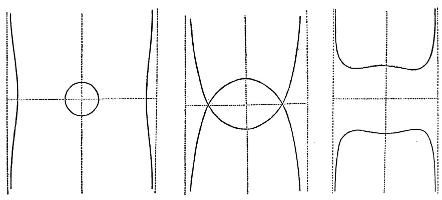
1877) e (Hill, 1878). Isso se dá por duas razões: pela necessidade de novos métodos para a prática da astronomia e de novos quadros teóricos para discutir a legitimidade destas práticas.

Hill usava coordenadas retangulares girando em torno de z e parte de uma solução verdadeira de caso simplificado do problema dos três corpos. Se m é razão entre período da Lua e da Terra e r é a distância da Lua à Terra, temos:

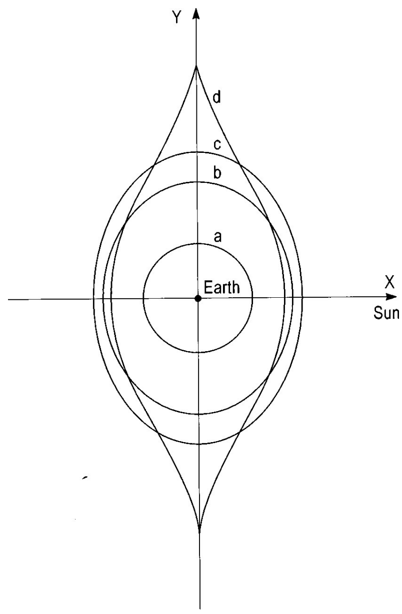
$$\frac{d^2x}{dt^2} - 2m\frac{dy}{dt} + \frac{x}{r^3} - 3m^2x = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2m\frac{dx}{dt} + \frac{y}{r^3} = 0$$

Dois resultados importantes são obtidos por Hill. Em primeiro lugar, o movimento deve ocorrer em região na qual $\frac{1}{r} + \frac{3}{2}m^2x^2 - C \geq 0$.



O segundo resultado consiste em mostrar que, para cada valor de m, existe uma solução periódica, "variational orbit", calculada assumindo que a força de perturbação se anula.



A trajetória real da Lua é construída como pequeno deslocamento da órbita variacional. Hill escreve equações dos incrementos que produzem excentricidade δx e δy. Depois de algumas transformações de variáveis, ele obtém:

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + \Theta\omega = 0$$

ω representa a distância do corpo à órbita periódica no instante t, quando considera-se pequenas oscilações, e o valor de Θ depende da posição relativa da Lua em relação ao Sol. A vizinhança dinâmica da órbita periódica pode ser examinada, assim, por uma linearização das equações do movimento. Veremos como Poincaré utiliza esses resultados.

3.1 Método das soluções periódicas

Mostraremos que esses métodos fornecem um novo tipo de conhecimento sobre as órbitas, a partir de um procedimento para se investigar as órbitas *possíveis* obtidas pela variação dos parâmetros que não era comum na época. Talvez tenhamos aqui uma pista historicamente mais justificada para a caracterização do ponto de vista qualitativo.

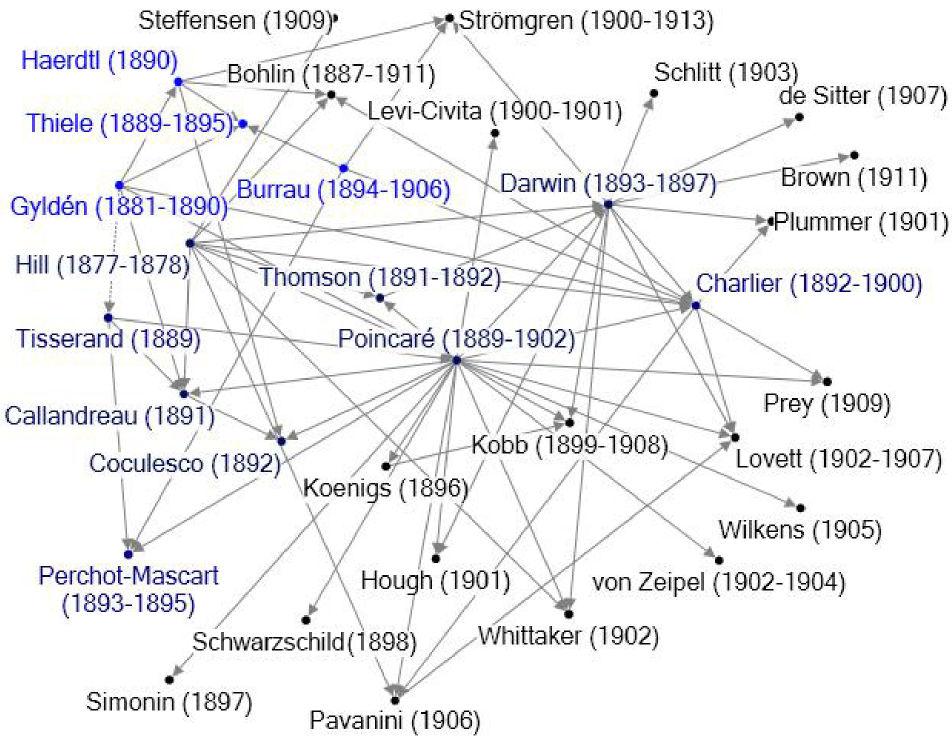
Poincaré desenvolve o método de Hill em duas direções:

- Perturbação analítica das soluções periódicas.
- Análise da vizinhança de uma solução periódica. Estabilidade das soluções periódicas.

São apresentadas duas extensões do teorema de Cauchy, pois Poincaré mostra a continuidade das soluções com a variação de um parâmetro e com a variação das condições iniciais, (Poincaré, 1890) e Poincare-methodes.

Esses resultados serão amplamente utilizados pelos atores na rede de textos que estudo. Em primeiro lugar, para a construção da rede, parti de uma análise escrita por Whittaker, "Report on the Progress of the Solution of the Problem of Three Bodies" (Whittaker, 1899).

Ele afirma que entre 1868 e 1898 houve o desenvolvimento de uma "new dynamical astronomy", da qual participam Poincaré e muitos outros nomes mais ou menos desconhecidos. Todos têm o comum a abordagem de partir do estudo de casos particulares do problema dos três corpos.



Nessa rede, os nomes próprios são autores de textos nos quais pude identificar uma prática das soluções periódicas, que consiste em um modo particular de abordar o problema dos três corpos. As datas entre parêntesis indicam o(s) ano(s) de publicação dos textos nos quais se constata a presença da prática em questão. Um ponto interessante é que esta rede de textos não recobre exatamente a rede de relações entre os indivíduos. Este é um dos pontos mais instrutivos desta abordagem. Ou seja, os textos ligados por suas referências não delimitam as mesmas relações entre os autores que aquelas estabelecidas a partir de suas relações pessoais ou institucionais. Isso se verifica no exemplo acima, pois as conexões traçadas não teriam sido percebidas se a análise tivesse tomado como base um problema determinado por sua unidade epistemológica (como o problema dos três corpos, ou o problema da Lua), nem de teorias matemáticas empregadas por grupos atuando em um certo país, instituição ou publicando em determinados jornais. Além disso, as redes não coincidem com aquelas construídas com base na noção de escola, nem de comunidade no sentido kuhniano.

Apesar do tipo de enquete que proponho ser oposta àquela que focaliza personalidades importantes, ela facilita o acesso a informações acerca do papel desses personagens. A partir do cenário descrito na figura, obtive uma visão mais acurada sobre o papel e a posição de Poincaré no meio da época. Para dar um exemplo, uma das conclusões indica que, no título de sua obra mais conhecida *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, a qualificação de “novos” não se relaciona à inovação de seus próprios métodos, mas daqueles de um multiplicidade de autores cujas abordagens são expostas ao longo dos três volumes do livro, ainda que modificadas por Poincaré.

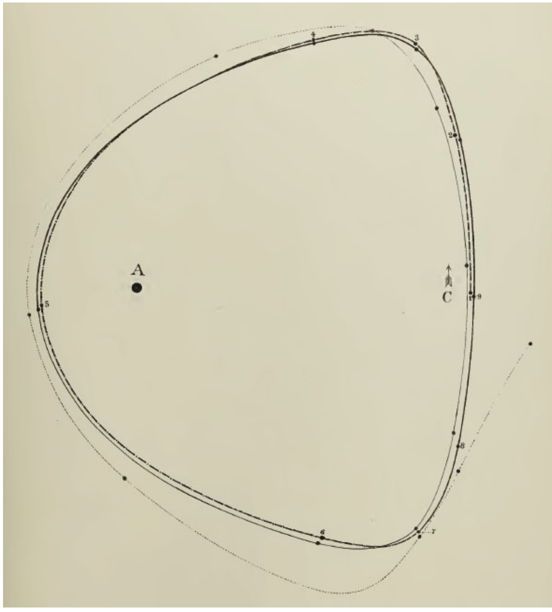
Sabe-se que os modos de se legitimar certas práticas, seja para garantir a entrada ou para excluir determinados grupos de dinâmicas sociais ou institucionais, passam pela constituição de um discurso, de uma linguagem matemática. Por isso é importante compreender a relação de Poincaré com constituição de uma linguagem no contexto da mecânica celeste de seu tempo. Como exemplo, darei detalhes sobre o trabalho de alguns nomes da rede, a fim de mostrar a singularidade da utilização do método das soluções periódicas.

Em 1889, a Academia de Ciências de Copenhague oferece um prêmio para quem responder a seguinte questão:

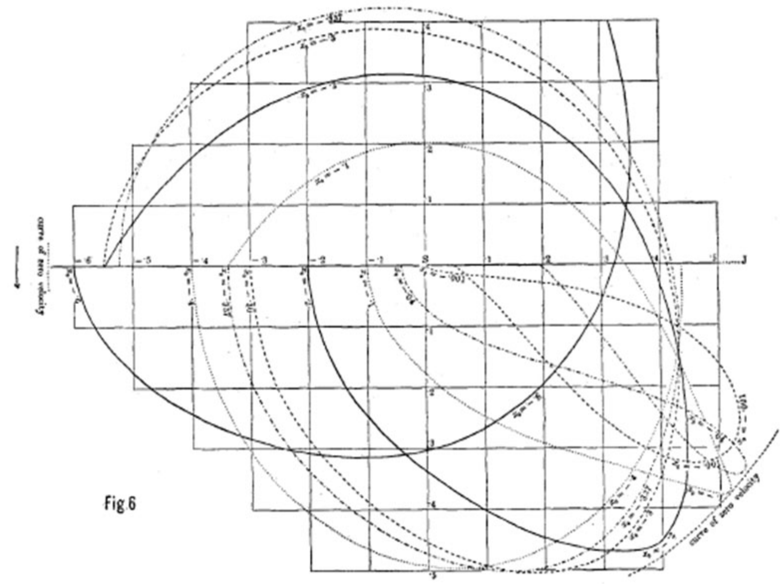
> Deux points A et B ayant des masses égales, les orbites décrites sont circulaires. Un troisième point C, dont la masse est infiniment petite, se meut dans le plan des orbites de A et de B, de manière qu’à l’origine il se trouve sur le prolongement de AB, à une distance de A égale à la moitié de celle qui sépare A de B.

O vencedor é Eduard Freiherr von Haerdtl e o relato sobre seu trabalho foi feito por Thorvald Nicolai Thiele, observando que o autor mostrou que a situação descrita é muito próxima de um movimento periódico, conclusão bastante inesperada. Assim, o autor merece o prêmio, apesar de não ter usado as órbitas intermediárias de Gyldén, o que seria conveniente para provar a utilidade prática deste método (Thiele, 1891).

Para o movimento de C, Haerdtl fornece, no artigo vencedor (Haerdtl, 1892), onze páginas de tabelas, o que era normal em seu tempo. Mas também propõe desenhos descrevendo a vizinhança das órbitas periódicas.



Esses desenhos não eram uma prática comum na época, mas os encontraremos em outros textos da rede, como em (Darwin, 1897).



Analiso com detalhes os textos da rede no artigo que acaba de ser publicado na *Revue d'Histoire des Mathématiques*, volume 253, com título "L'originalité de

Poincaré en mécanique céleste: un réseau de textes employant la pratique des solutions périodiques".

Destaco aqui a conclusão principal que versa sobre um modo histórico, e não retrospectivo, de se caracterizar a singularidade dos trabalhos de Poincaré em seu tempo. O método das soluções periódicas foi amplamente utilizado por autores de diferentes nacionalidades, trabalhando em diversas instituições e publicando em vários jornais. Assim, a metodologia das redes de textos permitiu caracterizar um meio social de caráter micro histórico que foi bastante útil para se investigar a questão da recepção de Poincaré, antes de Birkhoff. Parecia estranho constatar, nos relatos tradicionais, que a primeira recepção da abordagem de Poincaré em mecânica celeste tivesse sido por uma matemática americano trabalhando ao menos 20 anos após Poincaré. Vimos que a circulação dos textos e das práticas de Poincaré se deu de modo distinto, sendo esse matemático ele mesmo parte de uma rede que já existia antes de seus famosos artigos sobre o problema dos três corpos.

Para entender os fenômenos de recepção e circulação de seus textos e para caracterizar a singularidade de Poincaré é preciso analisar o meio da mecânica celeste e as suas estratégias para se relacionar com seus pares. Poincaré exprime, ao mesmo tempo, o desejo de estabelecer uma comunicação profícua com o meio da mecânica celeste e de transformar o campo. Pode ser visto, assim, como o caso limite de uma cultura matemática que iria transformar o valor dado aos desenvolvimentos analíticos e às aproximações por séries.

Referências

BARROW-GREEN, J., 1997. *Poincaré and the Three Body Problem.* Providence, American Mathematical Society, London Mathematical Society.

BIRKHOFF, G. D., 1927. *Dynamical Systems.* Providence, American Mathematical Society.

BIRKHOFF, G. D., LEWIS, D. C., 1935. Stability in Causal Systems. *Philosophy of Science*, **2**(3), 304–333.

BRECHENMACHER, F., 2007a. La controverse de 1874 entre Camille Jordan et Leopold Kronecker, *Revue d'Histoire des Mathématiques.* **13**(2), 187–257.

BRECHENMACHER, F., 2007b. L'identité algébrique d'une pratique portée par la discussion sur l'équation à l'aide de laquelle on détermine les inégalités séculaires des planètes (1766–1874). *Sciences et Techniques en Perspective, IIe série*, **1**, 5–85.

Darwin, G. H., 1897. Periodic Orbits. *Acta Mathematica*, **21**, 99–242.

Gauthier, S., 2007. *La géométrie des nombres comme discipline (1890–1945)*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie.

Goldstein, C., 1999. Sur la question des méthodes quantitatives en histoire des mathématiques : le cas de la théorie des nombres en France (1870–1914). *Acta historiae rerum naturalium nec non technicarum, New series 3*, **28**, 187–214.

Goldstein, C., Schappacher, N., Schwermer, J., 2007. *The Shaping of Arithmetics after C.F. Gauss's Disquisitiones Arithmeticae.* Berlin, Springer.

Gyldén, H., 1881. Sur la théorie du mouvement des corps célestes (Extrait d'une Lettre adressée à M.Hermite). *Comptes Rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences*, **92**, 1262–1265.

Haerdtl, E. F., 1892. Skizzen zu einem speciellen Fall des Problems der drei Körper. *Abhandlungen der Mathematisch-Physikalischen Classe der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften*, **17**(3), 589–643.

Hill, G. W., 1877. On the part of the motion of the lunar perigee which is a function of the mean motions of the Sun and Moon. *Private publication*, Cambridge, Mass., John Wilson and Son. Republicado em *Acta Mathematica*, **8**, 1886, 1–36.

Hill, G. W., 1878. Researches in the lunar theory. *American Journal of Mathematics*, **1**(5), 129–145.

Levi-Civita, T., 1901. Sopra alcuni criteri di instabilità. *Annali di Matematica Pura i Applicata*, **5**, 221–308.

Lyapunov, A. M., 1907. Problème général de la stabilité du mouvement (trad. por E. Davaux). *Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse (2)*, **9**, 203–474. Reimpr. em 1988, Paris: Jacques Gabay.

Poincaré, H., 1885. Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (3e partie). *Journal de Mathématiques (4e série)*, **1**, 167–244. In (Poincaré, 1951–1956), t. I, 90–158.

Poincaré, H., 1889. Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique avec des notes par l'auteur — Mémoire couronné du prix de S. M. le Roi Oscar II. Não publicada.

POINCARÉ, H., 1890. Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique. *Acta Mathematica*, **13**, 1–270. In (Poincaré, 1951–1956), t. 7, 262–479.

POINCARÉ, H., 1892–1899. *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*. Paris, Gauthier-Villars.

POINCARÉ, H., 1895. Analysis situs. *Journal de l'École Polytechnique*, **1**, 1–121. In (Poincaré, 1951–1956), t. 6, 193–288.

POINCARÉ, H., 1921. Analyse des travaux scientifiques de Henri Poincaré faite par lui-même. *Acta Mathematica*, **38**, 1–135. In (Poincaré, 1951–1956), t. 1, i–xxxv.

POINCARÉ, H., 1951–1956. *Œuvres d'Henri Poincaré*. Paris, Gauthier-Villars. Ed. Paul Appel et al.

ROQUE, T., 2011. Stability of Trajectories from Poincaré to Birkhoff: approaching a qualitative definition. *Archive for History of Exact Sciences*, **65**, 295–342.

THIELE, T. N., 1891. Rapport sur un Mémoire envoyé en réponse à une question mise au concours pour l'année 1889. *Oversigt over det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs- Forhandlinger og dets Medlemmers Arbejder i Aaret 1891*, VII–XI.

WHITTAKER, E. T., 1899. Report on the progress of the solution of the problem of three bodies. *British Association for the Advancement of Science Report*, 121–159.

O Cálculo de Probabilidades de Henri Poincaré e a sua influência na visão de Pacheco d'Amorim

Rui Santos

Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria
CEAUL — Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa
`rui.santos@ipleiria.pt`

Resumo: O Cálculo de Probabilidades não é uma das (diversas) áreas fundamentais na investigação de Poincaré. Todavia, além do recurso a diversos seus conceitos na investigação noutras áreas, Poincaré lecionou "Calcul des Probabilités" na Sorbonne no ano letivo 1893–94. As notas das suas aulas foram publicadas em 1896, uma obra notável que mereceu uma segunda edição revista e aumentada em 1912. Nesta edição, além das evidentes inovações e progressos em termos de técnicas matemáticas aplicadas no cálculo de probabilidades, é investigada a noção de aleatório, um conceito que é discutido recorrentemente em algumas das suas obras.

Neste artigo descrevemos algumas das suas interessantes reflexões sobre a probabilidade e a certeza, comentando igualmente a sua influência nos fundamentos do cálculo de probabilidades propostos na tese de doutoramento de Diogo Pacheco d'Amorim em 1914.

Abstract: The Calculus of Probabilities is not one of the (numerous) key subjects in Poincaré research. Nevertheless, besides the use of diverse concepts in the research in other areas, Poincaré taught "Calcul des Probabilités" at the Sorbonne during the academic year 1893–94. The notes on his 22 lessons were published in 1896, a remarkable work that deserved a second revised and extended edition in 1912. Besides the obvious innovations and progress in the mathematical techniques applied in the calculation of probabilities, the randomness concept is discussed, a central issue in some of his works.

This paper describes some of his interesting reflections on probability and certainty, as well as his influence in the foundations of the Calculus of Probabilities proposed in the doctoral thesis of Diogo Pacheco d'Amorim in 1914.

Este trabalho foi financiado por Fundos Nacionais através da FCT — Fundação para a Ciência e a Tecnologia, no âmbito do projeto UID/MAT/00006/2013.

1 Introdução

> "À ce compte, toutes les sciences ne seraient que des applications inconscientes du calcul des probabilités ; condamner ce calcul, ce serait condamner la science tout entière." [Poincaré, 1899, p. 262]

A profunda reflexão do *Essai Philosophique sur la Probabilités* de Laplace [1814] mostrara que há diversos conceitos de probabilidade, nomeadamente quando o objetivo é aplicação a situações concretas, em que a visão frequencista ou mesmo o reconhecimento de que a probabilidade depende da informação prévia, são mais relevantes do que a probabilidade habitualmente apodada de Laplaciana, baseada na equiprobabilidade dos acontecimentos elementares. Todavia, do ponto de vista filosófico, e na tradição das "aplicações morais" da probabilidade, o conceito laplaciano perdurou no desenvolvimento formal da Probabilidade, nomeadamente nas diversas tentativas de estender o conceito ao caso de uma infinidade de acontecimentos elementares e na crítica a essas tentativas, conforme Joseph Bertrand [1888] notavelmente exibe. A formalização do conceito de probabilidade no caso contínuo teria que aguardar os trabalhos de Borel, na primeira década de século XX, que no entanto não continham ainda a resolução satisfatória dos paradoxos de Bertrand. Não é por isso de estranhar que o conceito laplaciano de probabilidade seja central nas lições de Poincaré na Sorbonne (Paris), bem como nos diversos ensaios em que abordou a probabilidade. As notas das suas 22 aulas, redigidas por Albert Quiquet, foram publicadas em 1896 [Poincaré, 1896], uma obra notável que mereceu uma segunda edição revista e aumentada em 1912. Para além das evidentes inovações e progressos em termos de técnicas matemáticas aplicadas no Cálculo de Probabilidades, a discussão da noção de aleatório é uma presença constante nas suas obras, como ilustra o XXI capítulo de *La Science et l'Hypothèse* [Poincaré, 1902]. Nesta obra, Poincaré discute o conceito de probabilidade, as suas facetas, quer o seu significado subjetivo quer o seu carácter objetivo num grande número de observações, a sua aplicabilidade e razão de existência na Física, a sua extensão ao caso contínuo, entre outras discussões preeminentes na época. Poincaré deixou, deste modo, uma importante marca na evolução da Teoria da Probabilidade, não só pelas técnicas que desenvolveu e transportou para o estudo do aleatório, mas igualmente pelas questões epistemológicas que introduziu nas suas obras.

O Cálculo de Probabilidades não é uma das (diversas) áreas fundamentais na investigação de Poincaré. Contudo, na investigação noutras áreas, sentiu a necessidade de recorrer a conceitos do Cálculo de Probabilidades, como por exemplo:

- Teorema de recorrência — há a necessidade de aplicação do conceito de acontecimento com probabilidade nula aos casos excecionais, para as trajetórias não recorrentes, no problema dos três corpos;
- Teoria cinética dos gases — há a necessidade de recorrer a conceitos da Mecânica/Física Estatística, devido à complexidade dos movimentos;
- Método das funções arbitrárias — há a necessidade de explicar o equilíbrio assimptótico para a distribuição uniforme, independentemente da distribuição que caracteriza o seu estado inicial;
- Teoria dos erros das observações — há a necessidade de explicar a convergência para a gaussiana e, por conseguinte, o recurso à função característica.

Apesar de, de facto, não ser um tema central, Poincaré discute o conceito de probabilidade e a noção de aleatório em algumas obras, entre as quais, além da compilação das suas lições na Sorbonne [Poincaré, 1896] (único livro unicamente dedicado a esta temática), destacam-se duas:

- "Réflexions sur le Calcul des Probabilités" [Poincaré, 1899], cujo texto é republicado como "Chapitre XI — Le Calcul des Probabilités" na obra *La Science et l'Hypothèse* [Poincaré, 1902], e
- "Le Hasard" [Poincaré, 1907], que corresponde ao "Chapitre IV — Le Hasard" da obra *Science et Méthode* [Poincaré, 1908] e à "Introduction" da segunda edição, publicada em 1912, de Poincaré [1896].

Estas são as obras que estão na base do presente trabalho, nas quais se encontram reflexões críticas sobre a probabilidade e a certeza, bem como sobre as metodologias de construção do conhecimento sem recorrer a termos técnicos da área. Nelas encontramos a exposição do seu conceito de aleatório, bem como a justificação do papel desempenhado pelos fenómenos aleatórios na Física.

Por outro lado, Diogo Pacheco d'Amorim defende em 1914 a sua tese de doutoramento na Universidade de Coimbra, intitulada *Elementos de Cálculo das Probabilidades* [Pacheco d'Amorim, 1914], na qual apresenta uma visão original dos fundamentos da probabilidade e suas aplicações. Apesar das poucas referências utilizadas na sua tese (unicamente a Bernoulli [1713], Laplace [1814], Bertrand [1888], Poincaré [1902] e Borel [1909]), o que dificulta a identificação das principais influências presentes na sua construção, é notória a presença da visão de Poincaré.

Deste modo, com o objetivo de contextualizar o estado da arte do Cálculo de Probabilidades no final do século XIX, começamos por fazer um breve resumo de alguns dos principais marcos da sua História (Secção 2). Na Secção 3 são descritas as principais ideias patentes nas discussões sobre probabilidade, aleatoriedade e certeza nas referidas obras de Poincaré. A influência da visão de Poincaré na construção de Pacheco d'Amorim é analisada na secção 4. Por fim, as principais conclusões são resumidas na Secção 5.

2 A Probabilidade até ao início do século XX

De forma a contextualizar as ideias de Poincaré, iremos, nesta secção, apresentar uma breve caracterização do Cálculo de Probabilidades no final do século XIX, recorrendo a algumas das principais referências da História da Probabilidade e da Estatística (para uma análise mais aprofundada, consulte-se, por exemplo, Santos [2013] para uma descrição resumida, ou Hacking [1975] e Stigler [1986] para uma apresentação mais pormenorizada).

A célebre correspondência entre Blaise Pascal e Pierre de Fermat no verão de 1654 (cf. Pascal [1654]), impulsionada pelos problemas propostos por Antoine Gombaud, mais conhecido por Chevalier de Méré, atraiu diversos matemáticos para esta nova temática. Deste modo, decorridos três anos, ocorre a publicação do primeiro livro sobre o Cálculo de Probabilidades de Christiaan Huygens [1657], seguindo-se alguns outros trabalhos igualmente baseados na resolução de problemas relacionados com os jogos de azar, entre os quais se destaca, pela sua influência, o livro de Montmort [1708]. Por outro lado, ao longo do século XVII verifica-se paralelamente uma crescente observação e coleção de dados, nomeadamente de tabelas de mortalidade (consulte-se, por exemplo, os trabalhos realizados por John Graunt, John de Witt e Edmond Halley, entre outros), sendo cada vez mais notória a regularidade das frequências relativas quando temos um conjunto com um número elevado de observações (cf. Hald [2003]). Começou, desta forma, a tornar-se evidente que os resultados dos jogos de azar não são os únicos fenómenos aleatórios.

No início do século XVIII é publicado *Ars conjectandi* de Jacob Bernoulli [1713], uma obra póstuma na qual surge, pela primeira vez, a libertação do Cálculo de Probabilidades da sua dependência dos jogos de azar, através da dedução do primeiro teorema de convergência estocástica (Lei Fraca dos Grandes Números) o qual permitiu estabelecer um elo de ligação entre a Teoria da Probabilidade e a realidade (permitindo justificar, deste modo, a observada estabilidade das frequências relativas nas tabelas de mortalidade). Em 1738, na segunda edição de Abraham de Moivre [1718], surge o primeiro Teorema Limite Central, ainda restrito a provas de Bernoulli (atualmente denominado Teorema de De Moivre-Laplace), no qual surge a distribuição Normal ou Gaussiana (ainda como uma aproximação da binomial, sem existência autónoma).

Já na segunda metade do século XVIII, no artigo póstumo do reverendo Thomas Bayes [1764], surgem as probabilidades inversas (Regra de Bayes) que nos permitem atualizar a distribuição inicial (*a priori*) em função da informação obtida pela observação do fenómeno (informação amostral) obtendo-se, deste modo, a distribuição atualizada (*a posteriori*). Este resultado é basilar na fundamentação da inferência estatística, justificando que, com base na informação obtida pela observação de um fenómeno aleatório, é possível tirar conclusões acerca das probabilidades associadas a cada acontecimento. Resultado que é redescoberto em Laplace [1774], de uma forma mais abrangente, aplicando a diversos parâmetros (não apenas à proporção de sucessos) e sugerindo uma metodologia geral de inferência estatística baseada na probabilidade inversa. Em 1812 Laplace publica a *Théorie Analytique des Probabilités*, a sua obra prima nesta área, na qual surge o primeiro Teorema Limite Central de âmbito geral — a soma de muitas quantidades pequenas será caracterizado pela lei de Gauss — o qual fundamenta a aplicação da Lei de Gauss como a Lei dos erros. A "Introduction" da segunda edição (1814) desta obra foi publicada separadamente com o título *Essai Philosophique sur les Probabilités*, onde são apresentados os principais conceitos e regras para a aplicação do Cálculo de Probabilidades, contribuindo, igualmente, para libertar a Teoria da Probabilidade da sua inicial dependência dos jogos de azar.

> "en les appliquant aux questions les plus importantes de la vie, qui ne sont en effet, pour la plupart, que des problémes de probabilité."
> [Laplace, 1814, p. *i*]

A obra de Laplace foi extremamente influente, não só pela sua genialidade, mas também devido às várias edições de Lacroix [1816], uma obra com objetivos didáticos, na qual são apresentadas as principais ideias de Laplace, nomeadamente a sua definição de probabilidade, análise dos problemas das probabilidade das causas (inversa) e teoremas de convergência estocástica, apresentando ainda algumas aplicações concretas, tais como aos seguros e aos testemunhos em tribunal. Deste modo, a importância da Teoria da Probabilidade na análise Estatística começa a ser evidente ao longo do século XVIII.

Antoine Augustin Cournot [1843] salienta igualmente esta ideia, criando o princípio da impossibilidade no qual os acontecimentos com pequena probabilidade geralmente não ocorrem, definindo os *acontecimentos moralmente certos* como os que têm probabilidade de pelo menos $\frac{999}{1000}$ e os *acontecimentos moralmente impossíveis* cuja probabilidade de ocorrência é inferior a $\frac{1}{1000}$. Cournot é igualmente pioneiro ao destacar na sua obra a existência de duas visões distintas de probabilidade, uma subjetiva (que denominou por *probabilité*), que depende do nosso nível de conhecimento e, portanto, distinta de indivíduo para indivíduo, e uma objetiva (que denominava por *chance*), a qual considerava ser uma medida da possibilidade física de ocorrência de cada resultado.

Todhunter [1865] e Gouraud [1848] fazem uma descrição pormenorizada das principais interpretações e aplicações do Cálculo de Probabilidades até meados do século XIX.

> "Comment oser parler des lois du hasard ? Le hasard n'est-il pas l'antithèse de toute loi ? En repoussant cette définition, je n'en proposerai aucune autre." [Bertrand, 1888, p. *vi*]

No final do século XIX, Joseph Bertrand [1888] apresenta diversos paradoxos na teoria da probabilidade, demonstrando a ambiguidade existente em alguns dos seus conceitos básicos, tal como a escolha *au hasard*. Este livro é a principal referência no final do século XIX em França, e foi a base para as aulas de Poincaré na Sorbonne em 1893–94. Poincaré [1896], que corresponde aos apontamentos das 22 aulas lecionadas, surge como o sucessor da obra de Bertrand, tornando-se a obra principal em França sobre o Cálculo de Probabilidades, contendo aproximadamente os mesmos desenvolvimentos, estrutura e temas que Bertrand [1888], apesar de serem utilizados estilos distintos. A segunda edição, publicada em 1912, é ainda mais desenvolvida, tendo sido concluída alguns meses antes da sua morte em julho de 1912.

Deste modo, no início do século XX não existe uma definição geral de Probabilidade, recorrendo-se no caso discreto à definição clássica de Probabilidade (quociente entre os números de acontecimentos elementares favoráveis e acontecimentos elementares possíveis) e no caso contínuo à definição geométrica de Probabilidade (quociente entre a medida da região favorável e a medida da região possível). Todavia, estas definições só podem ser aplicadas quando o universo tem medida finita e se verifica a equiprobabilidade[1], a qual é baseada no princípio da simetria e no princípio da razão insuficiente de Bernoulli e Laplace. Este princípio, cuja aplicação era muito contestada, foi enunciado por Bernoulli [1713], considerando que, caso não exista fundamento para

[1]Hacking [1975] identifica a origem da utilização da equipossibilidade (ou equiprobabilidade) num *memorandum* intitulado *De incerti aestimatione* de Leibniz que data de 1678.

suspeitar que um acontecimento possa ser mais provável que outro, então podemos considerar que todos os resultados têm a mesma probabilidade. Este polémico princípio deu origem a diversos paradoxos na Teoria da Probabilidade (consulte-se, por exemplo, Székely [1986]), tais como os apresentados por Bertrand [1888], nomeadamente em aplicações com universo infinito, numerável ou não (contínuo). Por outro lado, aplicações controversas, tais como à veracidade de testemunhos em julgamentos (cf. Condorcet [1785] e Poisson [1837]) ou à probabilidade de o sol nascer no dia seguinte tendo em consideração a informação que nasceu nos últimos cinco mil anos (cf. Laplace [1812] e Bertrand [1888]), fizeram cair o Cálculo de Probabilidades em descrédito.

Apesar das referidas questões epistemológicas, há inequivocamente uma crescente importância dos fenómenos aleatórios na Física, como David Hilbert [1902] destaca ao incluir a fundamentação da Probabilidade num dos 23 desafios que propõe durante o Congresso Internacional de Matemática de Paris em 1900, os quais deveriam nortear a investigação em Matemática durante o século XX. Uma ideia que certamente Poincaré subscreve (cf. Poincaré [1902]).

> "Cela pourra être vraisemblable, cela ne pourra pas être rigoureusement certain. De là le rôle considérable que joue dans les sciences physiques la notion de probabilité. Le calcul des probabilités n'est donc pas seulement une récréation ou un guide pour les joueurs de baccara, et nous devons chercher à en approfondir les principes." [Poincaré, 1902, p. 6]

Analisemos, então, as principais ideias que Poincaré partilha sobre o Cálculo de Probabilidades na sua obra, nomeadamente em relação à intervenção do aleatório e à definição de probabilidade.

3 O Cálculo de Probabilidade de Henri Poincaré

Nesta secção iremos descrever as principais ideias apresentadas por Poincaré ao longo das referidas obras, nomeadamente em relação à origem e aplicação do aleatório, à distinção entre probabilidades objetivas e subjetivas, à sua dependência do nosso grau de ignorância, à distinção entre uma probabilidade na vizinhança da unidade e a certeza, ao grau de generalidade de um problema, à sua visão crítica da aplicação do princípio da razão insuficiente e à importância das probabilidades das causas.

3.1 A origem do aleatório

> "Les phénomènes fortuits sont, par définition, ceux dont nous ignorons les lois." [Poincaré, 1907, p. 258]

Poincaré [1907] considera que é legítimo considerar que há intervenção do aleatório em três situações. Em primeiro lugar, pelo desconhecimento de uma pequena causa que produz um grande efeito (efeito borboleta), apontando como exemplo, entre outros, a dispersão de asteroides e o problema da roleta. Notemos que esta ideia está na base da origem da Teoria do Caos, outra área na qual Poincaré deu contributos significativos. Em segundo lugar, pela existência de instabilidade devido à complexidade das causas, o que impossibilita uma justificação determinística, como ilustram a teoria cinética dos gases ou a mistura de líquidos. Por fim, quando há a intervenção de uma causa que tinha sido negligenciada na modelação do fenómeno. Deste modo, a sua noção de aleatório está sempre associada à instabilidade de equilíbrio (*l'équilibre instable*) ou do movimento (soluções de equações diferenciais), uma visão inovadora na época, claramente distinta da visão aleatória dos fenómenos. Deste modo, para Poincaré não seria necessário recorrer à probabilidade caso não fossemos ignorantes (ver Secção 3.3 sobre o nosso grau de ignorância), pois caso contrário todos os fenómenos poderiam ser caracterizados através de modelos determinísticos.

> "Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effect considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effect est dû au hasard." [Poincaré, 1907, p. 259]

3.2 Probabilidades objetivas *versus* subjetivas

> "… les événements se sont répartis conformément aux lois du calcul des probabilités. C'est là ce que j'appellerai la probabilité objective, et c'est ce phénomène qu'il faudrait expliquer."
> [Poincaré, 1899, p. 263]

Poincaré [1902] considera que existem dois tipos de probabilidades, a objetiva e a subjetiva. A probabilidade subjetiva é obtida quando aplicamos a um caso concreto, a acontecimentos isolados, como por exemplo na determinação da probabilidade de ganharmos a próxima aposta em determinado jogo. Por outro lado, a Probabilidade objetiva só é determinada após a obtenção de um grande número de observações, nas quais os acontecimentos ocorrem em conformidade com as leis do Cálculo de Probabilidades, nomeadamente os teoremas de convergência (em particular a Lei dos Grandes Número e o Teorema Limite Central).

Deste modo, ao contrário de diversos outros autores franceses, como Laplace [1812], Poisson [1837] ou Borel [1914], que aceitam as duas definições de probabilidades, para Poincaré é unicamente a última definição que deve ser investigada. Por conseguinte, na sua visão, será através da observação repetida do fenómenos que iremos caracterizar o fenómeno, defendendo, portanto, uma visão frequencista da probabilidade.

3.3 Grau de ignorância

> "Si nous connâissions exactement les lois de la nature et la situation de l'univers à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même universe à un instant ultérieur"
>
> [Poincaré, 1907, pp. 259–260]

Conforme previamente referido, para Poincaré, se não fossemos ignorantes, não seria necessário recorrer à probabilidade, pois tudo seria determinístico. Deste modo, considera que conhecendo a lei da natureza bem como a caracterização do seu instante inicial poderemos prever com exatidão a caracterização do universo para qualquer outro instante. Por conseguinte, a probabilidade está relacionada com a nossa ignorância, considerando, então, que há três distintos graus de ignorância.

No 1.º grau de ignorância estão os problemas de Matemática, nos quais detemos toda a informação, como por exemplo quando pretendemos calcular a probabilidade de a quinta casa decimal do logaritmo escolhido à sorte numa tabela ser igual a 9.

> "... ce qui est hasard pour l'ignorant, n'est plus hasard pour le savant. Le hasard n'est que la mesure de notre ignorance."
>
> [Poincaré, 1907, p. 258]

Contudo, na Física o nosso grau de ignorância é superior uma vez que o estado de um sistema num dado momento depende de duas informações: o seu estado inicial e a lei pela qual esse estado evolui. Assim, se ambos forem conhecidos é um problema matemático, e estaremos no 1.º grau de ignorância.

No 2.º grau de ignorância desconhecemos o estado inicial, mas temos o conhecimento das leis, onde o cálculo de probabilidades permite investigar o fenómeno.

Por fim, no 3.º grau de ignorância, desconhecemos o estado inicial e as leis, pelo que nada pode ser feito (nem o recurso ao cálculo de probabilidade poderá permitir-nos modelar o fenómeno e efetuar previsões).

3.4 Probabilidade *versus* certeza

> "Mais la probabilité est souvent assez grande pour que pratiquement nous puissions nous on contenter. Mieux vaut prévoir sans certitude que de ne pas prévoir du tout." [Poincaré, 1902, p. 171]

Será que, mesmo que observemos um fenómeno um grande número de vezes e ele tenha sempre um comportamento em conformidade com determinada teoria, podemos afirmar inequivocamente que essa teoria é válida, com toda a certeza? Ou poderá apenas ser uma mera coincidência da sorte? Poincaré, seguindo um raciocínio análogo ao de Bernoulli [1713] e Cournot [1843] (princípio da impossibilidade previamente referido), considera que é nos acontecimentos de probabilidade elevada (onde as exceções têm probabilidade diminuta) que está a utilidade do Cálculo de Probabilidades. Deste modo, tendo em consideração a impossibilidade de alcançarmos, em alguns fenómenos, uma lei certa, é preferível ter uma lei provável que nenhuma lei.

3.5 Grau de generalidade

> "La généralité peut être poussée plus loin encore : on peut se demander la probabilité pour qu'une fonction satisfasse à une condition donnée ; il y a alors autant de cas possibles qu'on peut imaginer de fonctions différentes. C'est le troisième degré de généralité, auquel on s'élève, par exemple, quand on cherche à deviner la loi la plus probable d'après un nombre fini d'observations."
> [Poincaré, 1899, p. 263]

Poincaré considera que existem três níveis distintos de generalidade do problema. No 1.º grau de generalidade teremos os fenómenos com um número finito de possíveis resultados, como por exemplo num lançamento de um dado. O 2.º grau de generalidade é constituído pelos fenómenos com um numero infinito (numerável ou não numerável) de possíveis resultados, como por exemplo a escolha aleatória de um ponto dentro de um círculo. Por fim, no 3.º grau de generalidade teremos a probabilidade de uma função verificar determinada condição, como por exemplo quando procuramos a lei mais provável depois de analisarmos um número finito de observações de um fenómeno. Para Poincaré, os problemas classificados no 3.º grau de generalidade são os mais interessantes e complexos. Por conseguinte, a definição de probabilidade não deve ser restrita aos casos anteriores (finito, infinito numerável e contínuo), como era norma (com a definição clássica e geométrica de probabilidade).

3.6 Princípio da razão insuficiente

> "Nous voilà donc réduits à définir le probable par le probable."
> [Poincaré, 1899, p. 262]

Poincaré é bastante crítico relativamente à exigência de equipossibilidade, questionando como é que é possível sabermos que dois casos são igualmente possíveis/prováveis. Considera que unicamente poderá ser através da definição de uma convenção. Assim, se por convenção considerarmos a equipossibilidade dos resultados, então o problema reduz-se a um problema de aritmética e álgebra (e o nosso resultado será indiscutível). Contudo, se quisermos aplicar a um caso concreto, então teremos de provar que a nossa convenção é legítima, sendo esta a principal dificuldade da aplicação do Cálculo de Probabilidades. Deste modo, Poincaré é muito crítico relativamente ao recurso ao Princípio da razão insuficiente, bem como à sua aplicação em Bertrand [1888] onde os paradoxos surgem pela utilização de convenções distintas na resolução do mesmo problema.

Todavia, Poincaré considera que, nos casos em que a distribuição limite (uniforme) não depende da distribuição inicial, a utilização da equipossibilidade é legítima. Refere-se, por exemplo, à utilização do método das funções arbitrárias, através da qual demonstrou que haverá um equilíbrio assintótico que converge para a uniforme independentemente da distribuição do estado inicial. Deste modo, em algumas aplicações, a hipótese da equipossibilidade pode ser considerada pois com a repetição da experiência um grande número de vezes haverá um equilíbrio assintótico independente da convenção adotada.

> "Enfin, les problèmes où le calcul des probabilités peut être appliqué avec profit sont ceux où le résultat est indépendant de l'hypothèse faite au début" [Poincaré, 1899, p. 269]

3.7 Probabilidades das causas

> "Ce sont là les problèmes dits de probabilité des causes, les plus intéressants au point de vue de leurs applications scientifiques."
> [Poincaré, 1899, p. 264]

Por vezes, em vez de conhecermos as leis e pretendermos prever os acontecimentos, conhecemos os acontecimentos e pretendemos determinar as leis que os regem, i. e., conhecer as causas através do conhecimento dos efeitos. Poincaré considera que é através desta metodologia (aplicação da regra de Bayes) que, observando o fenómeno, devemos deduzir as probabilidades das causas (*la probabilité a posteriori*).

> "Je joue avec un monsieur que je ne connais pas; il a donné 10 fois et il a tourné 6 fois le roi; quelle est la probabilité pour que ce soit un grec? c'est là un problème de probabilité des causes.
> On peut dire que c'est le problème essentiel de la méthode expérimentale." [Poincaré, 1899, p. 264]

3.8 A influência de Poincaré

De facto Poincaré não aborda o problema da axiomatização da Probabilidade (que viria a ser resolvido por Kolmogoroff [1933] recorrendo a conceitos da Teoria da Medida que ainda não estavam totalmente disponíveis na época de Poincaré, os quais foram desenvolvidos por Borel, Lebesgue, Fréchet, Carathéodory, entre outros) mas inequivocamente reabilita a credibilidade do Cálculo de Probabilidades. Deste modo, a sua influência é notória nas principais obras francesas (e não só) do Cálculo de Probabilidades, como ilustram os tratados de Bachelier [1912], Borel [1914] ou Lévy [1925]. Além dos avanços significativos da escola francesa no início do século XX, surgem igualmente diversos trabalhos inovadores proveniente da escola russa de São Petersburgo. Contudo, não há qualquer referência a esses trabalhos nas obras ocidentais (em particular nas francesas) até à publicação do tratado do matemático italiano Guido Castelnuovo [1919]. Por conseguinte, Poincaré parece desconhecer os avanços presentes nas obras de Tchebychef, Bernstein, Markoff, Liapounoff, entre outros.

> "La grande opera di Tchebychef e della sua scuola... (Markoff, Liapounoff,...) si accorgerà che essa costituisce il maggior contributo portato al calcolo delle probabilità dopo Laplace."
> [Castelnuovo, 1919, p. XXII]

Assim, com o desconhecimento generalizado da obra russa no ocidente, a influência da obra de Poincaré foi ainda mais significativa, sendo inequívoca em Portugal. Na Secção 4 vamos analisar um caso particular, a tese de doutoramento de Diogo Pacheco d'Amorim, que corresponde ao segundo doutoramento da área das Probabilidades e Estatística defendido em Portugal. O primeiro, também fortemente baseado em Bertrand [1888] e Poincaré [1896], foi de Sidónio Paes [1898], que viria a ser Presidente da República Portuguesa em 1917–1918. A sua tese investiga a teoria dos erros das observações e é mais uma prova da forte influência que a escola francesa tinha em Portugal na época. José de Sousa Pinto [1913] apresenta uma construção filosófica para a determinação das probabilidades, com recurso à inversa das Leis de Bernoulli, considerando estas probabilidades (que denominou por "probabilidades dos fenómenos") um "fecundo recurso scientífico" enquanto que as "probabilidades aleatórias" (quando a equipossibilidade é evidente e, como tal, a definição clássica de probabilidade pode ser aplicada) "apesar do superior desenvolvimento da sua analyse, representam um meio restricto, artificial e como quasi separado do campo scientifico" sendo, portanto, a sua utilidade restrita quase unicamente aos jogos de azar. Esta interessante discussão filosófica é, de igual modo, nitidamente influenciada pelos trabalhos de Poincaré. Mesmo a tese de doutoramento de Reis [1929], numa altura em que as obras da escola russa eram já conhecidas e outros desenvolvimentos tinham surgido, continua a eleger como base os trabalhos de Laplace [1812], Bertrand [1888], Poincaré [1896] e Borel [1909].

4 A influência de Poincaré na construção de Diogo Pacheco d'Amorim

> "O presente volume que mais se poderia chamar — *Uma tentativa de racionalização do Cálculo de Probabilidades* — põe em especial relevo uma proposição a que, até hoje, ninguém deu a importância devida — a proposição *tirar, à sorte, um elemento de uma classe*, ou *lançar, à sorte, um ponto numa região*.
> Partindo dela, a teoria das probabilidades pode reduzir-se a uma sucessão de proposições e definições, como qualquer outro ramo das Matemáticas Puras." [Pacheco d'Amorim, 1914, p. *ix*]

Diogo Pacheco d'Amorim (1888–1976), Professor da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra, defendeu a sua Tese de Doutoramento na Universidade de Coimbra em 1914, intitulada *Elementos de Cálculo das Probabilidades*[2]. Pacheco d'Amorim, no prefácio da sua tese, nitidamente expõe que pretende pôr em ordem os fundamentos da Probabilidade com base na clarificação da noção de extração ao acaso através da definição de um fenómeno

[2] Uma tradução para Inglês, editada e anotada por S. Mendonça, D. Pestana e R. Santos, está disponível em `http://www.estg.ipleiria.pt/~rui.santos`. Uma análise crítica pormenorizada desta obra pode ser consultada em Santos [2008].

padrão. Uma visão que manteve e que ainda está presente, apesar de com outros fundamentos, nomeadamente o recurso a conceitos da Teoria da Medida, nas sebentas que redigiu na década de 1950 na Universidade de Coimbra (cf. Pacheco d'Amorim [1956–57]).

4.1 Fenómeno Padrão

> "Poincaré diz mesmo que ela, por si só, não tem significação nenhuma. Ora a verdade é que ela tem um sentido muito preciso e claro quando nós mesmos somos os agentes das tiragens ou lançamentos e isso permite-nos construir a teoria das probabilidades com toda a clareza e rigor." [Pacheco d'Amorim, 1914, p. *ix*]

Pacheco d'Amorim, em resposta à crítica de Poincaré acerca da falta de clareza do conceito *escolha aleatória*, cria o fenómeno padrão para acabar com qualquer ambiguidade neste conceito, defendendo que *escolher, à sorte, um elemento do espaço amostra* tem um significado claro quando nós somos os agentes da escolha (de forma a garantir a sua aleatoriedade) e possuímos total conhecimento do espaço amostra (de forma a conhecermos a lei que caracteriza essa escolha). Por conseguinte, sob estas hipóteses, já não é necessário recorrer ao polémico princípio da razão insuficiente, uma vez que conhecemos a lei da probabilidade que caracteriza o fenómeno (que não é obrigatoriamente uniforme) sendo, por esta razão, toda a sua construção das regras do Cálculo de Probabilidades efetuada sob as condições do fenómeno padrão (i.e., com o conhecimento do domínio e da lei de probabilidade associada a cada escolha aleatória). Por fim, na conclusão da sua obra, apresenta a metodologia geral para transformar as restantes situações neste caso.

4.2 O ponto livre *versus* o ponto imagem

Nas condições do fenómeno padrão conhecemos a forma como a escolha aleatória é efetuada, pelo que Pacheco d'Amorim distigue entre a probabilidade de um ponto lançado diretamente numa região (*ponto livre*) e a da sua imagem (*ponto imagem*) recorrendo ao conceito de lei de probabilidade. Deste modo, considera que num ponto livre toda a região será caracterizada pela equipossibilidade (distribuição uniforme). Todavia, o ponto imagem, que resulta da aplicação de uma transformação a um ponto livre, não é obrigatoriamente caracterizado pela equipossibilidade, podendo ser caracterizado por qualquer distribuição, numa construção que pode ser considerada uma versão incipiente do Teorema da Transformação Uniformizante, um dos resultados atualmente centrais na Teoria da Probabilidade, em particular na simulação. Portanto, nesta visão, os fenómenos podem ser caracterizados por qualquer distribuição, não sendo a aplicação do cálculo de probabilidades restrita às definições clássica e geométrica, as quais unicamente são válidas na situação de equipossibilidade.

4.3 Classificação do nosso grau de ignorância

Pacheco d'Amorim, tal como Poincaré, considera que existem três graus de ignorância. No primeiro caso conhecemos a região (espaço amostra) e a lei (estamos nas condições do fenómeno padrão), pelo que tudo pode ser deduzido pelas regras da Matemática. No segundo grau conhecemos a região mas desconhecemos a lei (a probabilidade ou densidade associada), pelo que teremos de estimar esta lei de forma a reduzirmos estes fenómenos aos do primeiro caso. Por fim, no terceiro caso desconhecemos quer a região quer a lei, pelo que teremos de estimar a região de forma a reduzirmos estes fenómenos ao segundo caso (e, posteriormente, ao primeiro caso). Assim, para Pacheco d'Amorim, é igualmente no recurso aos teoremas de convergência e às probabilidades das causas que, através da observação do fenómeno, podemos passar do segundo ou terceiro caso para o primeiro, obtendo uma aproximação com uma probabilidade tão próxima da unidade quanto seja pretendido (desde que seja possível obter mais observações do fenómeno em análise).

4.4 Redução ao Fenómeno Padrão

Como utilizar o Cálculo de Probabilidades quando as hipóteses do fenómeno padrão não se verificam? No caso de informação incompleta Pacheco d'Amorim considera que devemos, através da informação que temos do fenómeno em análise, adotar uma lei *a priori* e testá-la através da observação do fenómeno. Assim, caso o fenómeno se comporte de acordo com a lei adotada, teremos o fenómeno descrito. Caso contrário, devemos estimar as probabilidades (ou densidades) associadas a cada resultado com base nas leis de Bernoulli, uma vez que estes teoremas permitem obter uma aproximação que será tão próxima quanto seja pretendido (uma vez que vai melhorando com a dimensão da amostra).

Por outro lado, caso a escolha seja efetuada por outro agente, não poderemos sequer certificar a sua aleatorização. Neste caso devemos analisar se, de facto, a escolha é aleatória. Pacheco d'Amorim considera que, se a sequência de observações está de acordo com as leis de Bernoulli, então pode ser considerada proveniente de uma escolha aleatória, pois mesmo que o fenómeno não seja efetivamente aleatório o seu comportamento é análogo ao dos fenómenos aleatórios e, como tal, poderá ser modelado pelas mesmas ferramentas. Caso não seja considerada uma escolha aleatória, então não faz parte do campo de análise da Teoria da Probabilidade. Neste raciocínio Pacheco d'Amorim apresenta uma ideia pioneira de teste de aleatoriedade, considerando igualmente que esta teoria deveria ser aplicada aos fenómenos que, não sendo realmente aleatórios, têm um comportamento semelhante.

4.5 Probabilidade *versus* certeza

Para Pacheco d'Amorim o recurso às Leis de Bernoulli permite obter uma aproximação, sendo o valor obtido distinto do verdadeiro valor "pelo hiato que separa a probabilidade da certeza" [Pacheco d'Amorim, 1914, p. 162]. Deste modo, salienta a diferença entre certeza (inatingível em fenómenos aleatórios) e uma probabilidade igual a um (ou tão próxima da unidade quanto pretendamos), considerando, tal como Cournot [1843] e Poincaré [1896] que, para fins práticos, podemos ignorar os acontecimentos com probabilidade ínfima (de probabilidade quase nula). Por conseguinte, considera que são estas probabilidades de valor elevado, vizinhas da unidade, que podem servir de guia para nos auxiliar na tomada de decisões sob meios de incerteza, pois é nelas que está a utilidade prática do Cálculo de Probabilidades.

4.6 Influência de Poincaré em Pacheco d'Amorim (1914)

Em primeiro lugar destaquemos que Pacheco d'Amorim cria o fenómeno padrão, conceito central na sua construção, de forma a responder a Poincaré, fundamentando, sob estas hipóteses, a clareza do conceito *escolha aleatória*. Além desta referência à obra de Poincaré, podemos constatar que as visões de Poincaré e de Pacheco d'Amorim são ambas, por um lado, frequencistas, porquanto restringem a modelação de fenómenos à sua observação e comportamento em consonância com os teoremas de convergência estocástica, mas, por outro lado, bayesianas, tendo em consideração que consideram que a probabilidade depende do nosso grau de ignorância (para Pacheco d'Amorim a probabilidade condicional é o conceito primitivo, sendo a probabilidade absoluta um caso particular, uma vez que considera que qualquer probabilidade está condicionada à informação que detemos) e que a regra de Bayes é a ferramenta adequada para atualizar a distribuição associada a um fenómeno em função da informação obtida na sua observação. Por conseguinte, a construção de Pacheco d'Amorim baseia-se igualmente na ideia de equilíbrio assintótico, medido pela conformidade das observações às Leis de Bernoulli, apresentando ainda uma forma objetiva de julgar se houve efetiva intervenção do acaso nas extrações feitas por outrem. Apresenta, deste modo, ideias embrionárias de simulação (apesar de Gosset [Student, 1908] recorrer já à simulação na modelação de fenómenos) e de testes de hipóteses para avaliar a aleatoriedade em situações concretas, por comparação com um padrão de probabilidade que emerge por aplicação de teoremas-limite.

5 Comentário final

O aumento do peso do Cálculo de Probabilidades no trabalho de Poincaré sugere o aumento da investigação e desenvolvimento desta teoria, o que terá influenciado diversos matemáticos nesta área, entre os quais destacam-se Bachelier, Borel e Lévy. Em Portugal a sua influência é igualmente notória em todas as obras da época, tendo-se neste artigo destacado a sua influência na tese de doutoramento de Diogo Pacheco d'Amorim, um trabalho que apesar de apresentar interessantes reflexões sobre o Cálculo de Probabilidades e suas aplicações, não usufruiu de divulgação internacional.

Referências

Bachelier, L., 1912. *Calcul des Probabilités.* Gauthier–Villars, Paris.

Bayes, T., 1764. An essay toward solving a problem in the doctrine of chances. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 53, 370–418.

Bernoulli, J., 1713. *Ars Conjectandi.* Basle.

Bertrand, J., 1888. *Calcul des Probabilités.* Gauthier–Villars, Paris. (2.ª edição publicada em 1907)

Borel, É., 1909. *Éléments de la Théorie des Probabilités.* Albin Michel, Paris.

Borel, É., 1914. *Le Hasard.* Librairie Félix Alcan, Paris.

Castelnuovo, G., 1919. *Calcolo delle Probabilità.* Albrighi, Segati & C., Roma.

Condorcet, M. 1785. *Essai sur l'Application de l'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix.* Paris.

Cournot, A., 1843. *Exposition de la Théorie des Chances et des Probabilités.* Librairie de L. Hachette, Paris.

Gouraud, C., 1848. *Histoire des Calculs des Probabilités Depuis ses Origines Jusqu'à nos Jours.* Librairie D'Auguste Durand, Paris.

Hacking, I., 1975. *The Emergence of Probability: a Philosophical Study of Early Ideas about Probability Introduction and Statistical Inference.* Cambridge University Press, Cambridge.

Hald, A., 2003. *History of Probability and Statistics and their Applications Before 1750.* John Wiley & Sons, New Jersey.

Hilbert, D., 1902. Mathematical problems. *Bulletin of the American Mathematical Society* 8, pág. 437–479.

Huygens, C., 1657. *Libellus de Ratiociniis in Ludo Aleae*, translation by W. Browne in 1714.

Kolmogoroff, A.N., 1933. *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie.* Ergebnisse der Mathematik, Berlin. (Trad. Inglesa: Kolmogoroff, A.N., 1956. *Foundations of the Theory of Probability.* Chelsea, New York.)

Lacroix, S., 1816. *Traité Élémentaire du Calcul des Probabilités.* Bachelier, Paris. (2.ª edição de 1822, 3.ª edição de 1833)

Laplace, P., 1774. Mémoire sur la probabilité des causes par les évènemens. Trad. Inglesa: Stigler, S. M., 1986. Laplace's 1774 memoir on inverse probability. *Statistical Science* 1 n.º 3, 359–378.

Laplace, P., 1812. *Théorie Analytique des Probabilités.* Courcier, Paris.

Laplace, P., 1814. *Essai Philosophique sur la Probabilités.* Courcier, Paris. (correspondendo igualmente à "Introduction" da segunda edição da *Théorie Analytique des Probabilités*)

Lévy, P., 1925. *Calcul des Probabilités.* Gauthier–Villars, Paris.

De Moivre, A., 1718. *The Doctrine of Chances or, a Method of Calculating the Probabilities of Events in Play*, London. (2.ª edição de 1738; 3.ª edição de 1756).

Montmort, P. R., 1708. *Essay d'Analyse sur les Jeux de Hazard.* Jacque Quillau, Paris. (2.ª edição de 1713)

Pacheco d'Amorim, D., 1914. *Elementos de Cálculo das Probabilidades.* Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra.

Pacheco d'Amorim, D., 1956–57. *Cálculo das Probabilidades.* Imprensa da Universidade de Coimbra, Coimbra.

Paes, S., 1898. *Introdução à Teoria dos Erros das Observações*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Matemática, Universidade de Coimbra.

Pascal, B., 1654. Correspondance avec Fermat. In *Les Lettres de Blaise Pascal: Accompagnées de Lettres de ses Correspondants*, publiées par Maurice Beaufreton (1922), Éditeur Scientifique, Paris.

Pinto, J., 1913. Noções de calculo das probabilidades para o estabelecimento das bases da estatística. *Annaes da Academia Polytechnica do Porto* VIII.

Poincaré, H., 1896. *Calcul des Probabilités*. Gauthier–Villars, Paris. (2.ª edição publicada em 1912 e 2.ª edição aumentada e revista publicada em 1923)

Poincaré, H., 1899. Réflexions sur le Calcul des Probabilités. *Revue Générale des Sciences Pures et Apliquées* 10, 262–269.

Poincaré, H., 1902. *La Science et l'Hypothèse*. Flammarion, Paris.

Poincaré, H., 1907. Le Hasard. *Revue du Mois* 3, 257–276.

Poincaré, H., 1908. *Science et Méthode*. Flammarion, Paris.

Poisson, S., 1837. *Recherches sur la Probabilité des Jugements*. Bachelier, Paris.

Reis, M., 1929. *Cálculo das Probabilidades*. Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra.

Santos, R., 2008. *Probabilidade Circa 1914 e a Construção de Diogo Pacheco d'Amorim*, Tese de doutoramento, Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

Santos, R. 2013. *A Estatística Tem uma História*. Sociedade Portuguesa de Estatística, Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa e Instituto Nacional de Estatística, Lisboa.

Stigler, S. M., 1986. *The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty Before 1900*. The Belknap Press of Harvard University Press, England.

Student, 1908. The Probably Error of a Mean. *Biometrika* 6, 1–25.

Székely, G.J., 1986. *Paradoxes in Probability Theory and Mathematical Statistics*. D. Reidel Publishing Company, Budapest.

Todhunter, I., 1865. *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*. Cambridge, London.

Simpósio
História da Astronomia

Organizador:
Fernando Figueiredo

Revisores científicos:
António Costa Canas, Fernando Figueiredo

Découvrir le Bureau des longitudes (1795–1932), institution méconnue, à travers les procès-verbaux des séances, la géodésie et Henri Poincaré

Martina Schiavon
Coordinatrice du projet ANR «BDL 1795-1932»
Archives Henri-Poincaré / P.R.S.T., UMR 7117-CNRS, Université de Lorraine (France)
`martina.schiavon@univ-lorraine.fr`

Resumo: Criado em 1795, o *Bureau des longitudes* ainda existe. Entre 1795 e 1932, foi um corpo de peritos e um comité de aconselhamento do Estado, participando na administração da ciência e da tecnologia francesas ao mesmo tempo que era seu porta-voz na cena internacional; desempenhou um papel de primeiro plano na organização e desenvolvimento da astronomia e da mecância celeste, na adopção do sistema métrico decimal, na definição e concretização de medidas de tempo, na emissão e transmissão de sinais horários, no desenvolvimento da física do globo e da geodesia dinâmica e na organização das grandes expedições científicas. No entanto, a sua longa história continua amplamente desconhecida pelos historiadores, pelos cientistas e, em geral, pelo grande público. Actualmente dispomos dum corpo de arquivos digitalizado duma riqueza excepcional que permite seguir as diversas actividades científicas do *Bureau des longitudes* e ainda a evolução institucional da ciência e da tecnologia, entre patrocínio e profissionalização, confrontação com os pares e relações pessoais: as minutas (*procès-verbaux*) das sessões, digitalizadas para o período 1795–1932. Este arquivo contem numerosos manuscritos redigidos pelos seus prestigiados membros (Laplace, Poincaré, Lagrange, Arago, etc.), alguns dos quais totalmente desconhecidos por parte dos investigadores.

Este artigo apresenta por um lado o estado do nosso conhecimento actual sobre o *Bureau des longitudes* (1795–1932), assim como um resumo dum estudo (conduzido por uma equipa internacional de investigadores) sobre esta instituição científica que se apoia sobre as minutas. Por outro lado, tomando como exemplo a admissão de Henri Poincaré ao *Bureau* em 1893, o meu propósito é mostrar como as minutas permitem precisar melhor o seu percurso científico. Em particular, estes arquivos ligam estreitamente a sua actividade científica às questões estudadas no seio do *Bureau des longitudes* por uma população de

On September 2016, the French government granted a 4-year funding (ANR) to the project "Le Bureau des longitudes (1795–1932): de la Révolution française à la Troisième République". Piloted by Martina Schiavon (Université de Lorraine, coordination), Laurent Rollet (Université de Lorraine) and Nicole Capitaine (Observatoire de Paris – Bureau des longitudes), this ANR ressembled 34 French and foreign researchers (for more details see: `https://histbdl.hypotheses.org/a-propos`).

actores considerados secundários na história das ciências, e cujo estudo prosopográfico tem actualmente uma grande importância heurística: os oficiais da marinha e da artilharia, os fabricantes de instrumentos de precisão, que foram também membros do *Bureau des longitudes*.

Abstract: Founded in 1795, the Bureau des longitudes still exists. Between 1795 and 1932, it has been a collective place of expertise and an advisory committee for the government. It furthermore participated in the administration of French science and technology, and it was its official representative abroad. It played a primary role in the organization and development of astronomy and celestial mechanics, the adoption of the decimal metric system, the definition and realization of time scales, the emission and transmission of time signals, the development of earth physics and dynamical geodesy and the organization of major scientific expeditions. Nevertheless, its long history keeps largely unknown to historians, scientists and even to the public. We now have an exceptional digitized archive to study the various scientific activities of the Bureau des longitudes and also the institutional evolution of French science and technology (from patronage to professionalization, from personal relationships to confrontations with peers) on the long term: the minutes (procès-verbaux), digitized for the period 1795–1932. This archive contains a large set of manuscripts written by its prestigious members (Laplace, Poincaré, Lagrange, Arago, etc.): most of them remain still unknown to the research community.

This paper firstly dresses an inventory of our actual knowledge on the Bureau des longitudes (1795–1932) and presents a work in progress (realized by an international team) on the history of this scientific institution founded on its minutes. Secondarily, taking as example Henri Poincaré's admission to the Bureau in 1893, my aim is to show how the minutes allow us to precise his scientific career. In particular, it is nowadays possible to link his scientific activity to the questions studied inside the Bureau des longitudes by a population whose role is generally considered only secondarily in science, and whose prosopographical study has actually a great heuristic importance: the navy and artillery officers, the precision instruments makers, all Bureau des longitudes's members.

Introduction

> « Les calculs faits au Bureau des longitudes sur la population nous autorisent à soustraire encore de la masse totale deux millions de petites filles, jolies à croquer ».
>
> (Honoré de Balzac, 1840, p. 29)

En 1840, l'écrivain Honoré de Balzac (1799–1850) illustre avec humeur et finesse l'image populaire d'un Bureau des longitudes, institution qui se reconnait par la rigueur et la précision de ses calculs. Crée le 25 juin 1795 (7 messidor an III) à l'initiative de l'abbé Henri Jean-Baptiste Grégoire, le Bureau des longitudes a alors pour mission de « reprendre la maîtrise des mers aux Anglais » grâce à l'amélioration de la détermination des longitudes en mer, de constituer un comité consultatif à la disposition de l'État et pour certains problèmes scientifiques, de calculer les éphémérides, et de publier la Connaissance des Temps et un Annuaire propre « à régler ceux de la République » (Grégoire, 1795, éd. 1909). Il a également la tutelle de l'Observatoire astronomique de Paris, un lieu fédérateur des savoirs qui jouit, à l'époque, d'un prestige indéniable. En 1854, date de sa séparation de l'Observatoire, le Bureau des longitudes couvre déjà un spectre large des savoirs scientifiques comme la mécanique céleste, la cosmologie, les sciences physiques... Vers la fin du 19ᵉ siècle, ses compétences s'élargissent notamment aux domaines de la physique du globe et de la géodésie dynamique. Instance d'expertise et de conseil pour l'État, il est à ce moment un acteur majeur de l'administration des sciences et des technologies françaises et un porte-parole de celles-ci sur la scène internationale. Il a joué un rôle de premier plan dans l'organisation et le développement de l'astronomie et de la mécanique céleste, dans l'adoption du système métrique décimal, dans la définition et la réalisation d'échelles de temps, dans l'émission et la transmission de signaux horaires, dans le développement de la physique du globe et de la géodésie dynamique, et encore dans l'organisation des grandes expéditions scientifiques (Capitaine, 2011).

Le Bureau des longitudes existe toujours et siège quai de Conti, à Paris. Au cours de ses plus de 220 années d'histoire il a connu de moments de crise, comme en 1854 lorsqu'il s'est séparé de l'Observatoire astronomique de Paris. On a alors menacé de le supprimer, mais parce ses membres ont su revendiquer son rôle essentiel d'expertise technique pour l'Etat, il a retrouvé sa place parmi les institutions scientifiques existantes.

Une particularité du Bureau des longitudes, entre 1795 et 1932, est d'avoir rassemblé une grande partie de l'élite mathématique et astronomique française, avec des marins, des officiers militaires et des fabricants d'instrument de précision. Siège d'un pouvoir à géométrie variable, il a ainsi fonctionné comme une petite académie techno-scientifique, en réalisant le point de rencontre de divers types d'interventions et de contrôle réalisés par les savants parisiens (Schiavon, 2015).[1] Bien que parmi ses membres figurent des prestigieux scien-

[1]Bien que d'un point de vue historique ce ne soit pas simple de donner une définition précise de ce qu'est une *institution scientifique* (car cette définition dépend du contexte historique et de la période considérée), dans le cas du Bureau des longitudes le terme semble pertinent. A la différence du *Board of Longitude*, en effet, ses membres sont des fonctionnaires salariés par le gouvernement : dans la période considérée, le Bureau des longitudes fonctionna de fait comme

tifiques et malgré sa longue existence, à l'exception que pour des courtes périodes ou des études spécifiques, le Bureau des longitudes n'a pas encore fait l'objet d'une étude de la part des historiens des sciences et des techniques.

Cet article se propose, dans un premier temps, de donner quelque raison à cet oubli et de dresser un état de nos connaissances actuelles sur le Bureau des longitudes. Je présenterai également les projets de recherche qui nous ont permis de réunir et de mettre à la disposition des chercheurs un corpus d'archives d'une rareté exceptionnelle et sur lequel on peut désormais appuyer une histoire de cette institution scientifique sur la longue durée : les procès-verbaux des séances de 1795 à 1932 (date limite qui permet une libre communication des documents).

Dans un deuxième temps, en m'appuyant sur les procès-verbaux, je donnerai un aperçu d'une étude en cours sur Henri Poincaré membre du Bureau des longitudes. En prenant comme exemple une étape dans la vie d'un grand mathématicien bien connu, je n'ai pas la prétention de reconstituer sa carrière scientifique entre 1893 et sa mort, mais plus simplement de montrer que nos connaissances sur Poincaré peuvent être mieux affinées et précisées grâce à ce corpus archivistique. Je montrerai comment le principal mérite de cette source est qu'elle permet une écriture de l'histoire qui n'anticipe pas sur le succès scientifique de grands scientifiques : ainsi nous pouvons suivre le progrès de leur raisonnement scientifique presque au quotidien, tout en considérant les débats d'actualité.

1.1 Le Bureau des longitudes : imiter le *Board of Longitude* britannique ?

> « Les succès des Anglais à diverses époques, et spécialement dans la guerre de 1761, n'ont que trop prouvé que la supériorité de la marine décide souvent des résultats de la guerre. Une des mesures les plus efficaces pour étouffer la tyrannie britannique, c'est de rivaliser dans l'emploi des moyens par lesquels cet État, qui ne devait jouer qu'un rôle secondaire dans l'ordre politique, est devenu une puissance colossale. Or les Anglais, bien convaincus que sans Astronomie on n'avait ni commerce, ni marine, ont fait des dépenses incroyables pour pousser cette science vers le point de perfection » (Grégoire, 1795).

Dans son discours fait à la Convention nationale sur l'établissement d'un

une « petite académie ». Par leur présence assidue aux séances, les membres ont réalisé pour le gouvernement un important travail de conseil et d'expertise techno-scientifique (Schiavon, 2015).

bureau des longitudes, l'Abbé Henri Baptiste Grégoire (1750–1831) souligne les objectifs purement pratiques de la nouvelle institution, qu'il lie au problème de la détermination de longitude en mer et donc au *Board of Longitude* britannique. Il s'agit de donner une impulsion stratégique à la France dans une concurrence maritime avec la Grande-Bretagne, c'est pourquoi Grégoire se réfère au nom du bureau britannique créé avec un *Longitude Act* par la reine Anne d'Angleterre en 1714. Le *Board* eut pourtant une vie d'un peu plus de cent ans (il fut supprimé en 1828) ainsi que des fonctions et une organisation très différentes du Bureau : il s'agissait d'un groupe de commissaires réunis en raison de leur fonction et avec une fréquence irrégulière afin de débloquer un prix à toute personne ou groupe de personne ayant trouvé une solution au problème de la détermination de longitude en mer avec une certaine précision.[2]

Tout comme son homologue britannique, le Bureau des longitudes se voit confier le calcul des éphémérides ainsi que leur publication dans la *Connaissance des temps.* Il garde également la tutelle de tous les instruments d'astronomie qui appartiennent à la Nation. A la différence du *Board,* le Bureau doit constituer un comité consultatif à la disposition de l'État pour certains problèmes scientifiques; publier un *Annuaire* propre « à régler » le calendrier de la République; il a enfin sous sa responsabilité l'observatoire astronomique de l'Ecole militaire ainsi que la tutelle de l'Observatoire astronomique de Paris. Les liens du Bureau avec l'astronomie sont ainsi très forts : au sein de l'observatoire, le Bureau a le rôle de constituer une bibliothèque astronomique alors qu'un de ses membres se chargera d'un cours d'astronomie. La loi précise également le financement nécessaire à son fonctionnement administratif, ainsi que le traitement de ses dix membres parmi lesquels figurent deux

[2]Ce prix pouvait atteindre £ 20 000 si la longitude était déterminée avec une précision d'un demi-degré. Il y avait de moindres récompenses aussi pour des méthodes moins précises ou celles utilisables à 80 miles de la côte. L'*Act* pouvait également concourir à la mise au point d'inventions, pourvu que celles-ci relevaient de la pratique maritime.

Sur le *Board* voir : Sobel, 1995; Andrewes, 1996; Howse, 1997.

Le *Board of Longitude* a été objet d'études diverses dans le cadre d'un projet de recherche portant sur : *The Board of Longitude 1714–1828: Science, Innovation and Empire in the Georgian world* (`http://gtr.rcuk.ac.uk/projects?ref=AH/H015914/1`). D'une durée de cinq ans (2010–2015), ce projet a été mené par le département d'*History and Philosophy of Science* de la *Cambridge University* et par le *National Maritime Museum* : Simon Schaffer (*Cambridge University*) en a été le *Principal Investigator*, Richard Dunn et Rebekah Higgitt les *Co-Investigators.* Les membres associés à ce projet ont contribué à la numérisation des archives du *Board*, désormais disponibles à l'adresse : `http://cudl.lib.cam.ac.uk/collections/rgo14`.

Parmi d'autres publications plus récentes issues du projet : Dunn & Higgitt, 2014a; Dunn & Higgitt, 2014b; Dunn & Higgitt, 2015; Baker, à paraître (voir aussi : `http://gtr.rcuk.ac.uk/projects?ref=AH/H015914/1`).

Sur le *Board of Longitude* (en langue français) voir aussi : Schiavon, 2014a.

prestigieux géomètres : Pierre-Simon de Laplace (1749–1827) et Joseph-Louis Lagrange (1736–1813) ; quatre grands astronomes : Joseph Jérôme Lefrançois de Lalande (1732–1807), Jean-Dominique Cassini (1748–1845), Pierre Méchain (1744–1804) et Jean-Baptiste Joseph Delambre (1749–1822) ; deux anciens marins : Jean-Charles de Borda (1733–1799) et Louis Antoine de Bougainville (1729–1811) ; un géographe, Jean-Nicolas Buache (1741–1825) ; enfin, un « artiste » (à savoir un fabricant d'instruments de précision), Simon Noël Caroché (1767–1813).

Les nombreuses attributions du Bureau des longitudes au moment de sa création rendent cette institution scientifique difficile à appréhender, tout comme son nom « Bureau des longitudes » : ce nom ne renvoie qu'en apparence à la solution d'un problème technique de navigation. Créé sous la période révolutionnaire, le mot « bureau » rappelle en effet une fonction utilitaire de l'assemblée pour la société, à l'image du « Bureau des consultations pour les arts » qui, pendant son existence de 1791 à 1796, récompensait les artisans pour « leurs découvertes et leurs travaux dans les arts utiles » (de Place, 1988, p. 139).[3] Quant à l'expression « des longitudes », au pluriel, elle pourrait bien s'interpréter, ainsi que l'a souligné Derek Howse (Howse, 1977 et 1998), comme la volonté d'étudier un problème *purement scientifique* dans la détermination de la longitude. En suivant ce raisonnement, parler de « longitude » au singulier comme dans le cas du nom britannique n'est pas scientifiquement correct, bien qu'on puisse supposer que dans le cas britannique on sous-entende que tout problème du calcul de la longitude en mer doit se référer au méridien de Greenwich. Si le *Board* se destina à la résolution d'un problème *pratique* dans la navigation, dans le cas français il s'agissait d'abord de se pencher sur un problème plus général, abstrait et même théorique, ce qui souligne qu'on voulait créer une « assemblée savante » destinée en priorité à l'étude de questions d'ordre scientifique. C'est aussi en ce sens qu'en 1872, l'astronome et géodésien Hervé Faye (1814–1902) affirme que le Bureau des longitudes « est une émanation de l'Académie » (Faye, 1872, p. 1721).

En 1793, l'Académie des sciences avait été dispersée (Collectif, 1979).[4] L'Etat ne disposait plus d'aucune assemblée susceptible de l'assister dans les nombreuses expertises d'ordre scientifique et techniques, alors que des questions essentielles demandaient une solution urgente : il fallait en effet s'assurer de la

[3]Le gouvernement confie au Bureau des arts des tâches d'expertise et d'essai, la fabrication de machines coûteuses, la publication d'ouvrages utiles au progrès des arts : sur la question voir : de Place, 1988.

[4]La Convention supprime l'Académie des sciences en 1793 : le 22 août 1795, donc un mois après la création du Bureau des longitudes, les corps scientifiques ou littéraires entre lesquels n'avait existé précédemment aucune liaison, renaissent mais groupés dans l'*Institut national des sciences et des arts* (voir : préface du Collectif, 1979). Sur l'histoire de l'Académie des sciences voir également : Hahn, 1971 ; Crosland, 2002.

création des éphémérides astronomiques nécessaires à la Marine et de la fabrication d'instruments d'observation, de chronomètres, de cartes exactes afin de poursuivre les vastes travaux géographiques. En 1872, Faye nous rappelle aussi qu'au moment de la création du Bureau des longitudes en 1795 les « arts de précision avaient disparu ; plus de haute horlogerie, plus d'instruments d'optique : il fallait le rappeler, les soutenir, les relever. L'Astronomie était désorganisée : le Directeur de l'Observatoire avait été chassé ; l'établissement était en proie à l'anarchie. Le Gouvernement entreprit de satisfaire d'un seul coup à tous ces besoins dont le caractère commun était de dépendre des sciences mathématiques, et il créa le Bureau des Longitudes » (Faye, 1872, p. 1722). Les propos de Faye sont explicites : le Bureau des longitudes a été créé comme une petite académie. Cette hypothèse conforterait la continuité d'usage de son nom, Bureau des longitudes, dans la longue durée alors que le problème de la détermination de la longitude en mer peut se considérer comme résolu et que la navigation ne fait plus nécessairement appel aux procédés de l'astronomie. Cette affirmation d'une institution savante capable d'évoluer et de maintenir un regard ouvert sur de problèmes scientifiques généraux dépassant les seules questions pratiques de la navigation, se confirme par sa composition : ses membres sont choisis parmi les plus prestigieux marins et savants de l'époque, qui occupent les sections des mathématiques de l'Académie des sciences.

1.2 Une histoire négligée

À sa création en 1795, le premier noyau du Bureau des longitudes se composait, comme on l'a dit, de dix prestigieux membres. Au cours de son histoire, le Bureau a permis le travail conjoint de diverses communautés : des mathématiciens (Augustin Louis Cauchy, Joseph-Louis Lagrange, Pierre Simon Laplace, Adrien-Marie Legendre, Joseph Liouville, Siméon Denis Poisson, Émile Picard, Émile Borel, Gaston Darboux, Paul Appell, Henri Poincaré, Paul Painlevé), des astronomes (Félix Tisserand, Hervé Faye, Guillaume Bigourdan, Ernest Esclangon, Benjamin Baillaud, Antoine Yvon Villarceau), des physiciens (Louis de Broglie, Georges Lippmann, Alfred Cornu, Charles Fabry, Aimé Cotton), de grands officiers et marins (Ernest Mouchez, Anatole Bouquet de la Grye, Louis Favé) et des *artistes*[5] (Henry Gambey, Louis Bréguet, Amédée Jobin, J. Fortin, Émile et Jean Brünner[6]).

[5]Le mot est ici employé dans son sens latin. Il dénote ainsi tout domaine dans lequel s'expriment des fonctions créatrices et également dans le sens de savoir-faire. Au Bureau des longitudes, cette place désigne la fonction d'un horloger ou d'un fabricant d'instrument de précision.

[6]Sur les fabricants d'instruments français voir : Brenni, 1993, 1994, 1996a, 1996b, 1996c, 1997.

Cette simple liste de noms suffirait pour établir l'importance du Bureau des longitudes dans le développement scientifique et technologique français. Pourtant cette institution n'a pas encore fait l'objet d'une étude historique sur la longue durée.[7] Les historiens ont généralement donné trop de crédit aux récits historiques d'Urbain Le Verrier (1811–1877) qui considérait les réunions du Bureau des longitudes comme des coquilles vides et sans intérêt. Pour Le Verrier, l'appartenance au Bureau n'était qu'une compensation bien rétribuée pour un faible travail intellectuel. D'une manière analogue, Guillaume Bigourdan (1851–1932), chargé de rédiger une histoire du Bureau des longitudes vers les années 1920, ne décrivait l'institution qu'à l'aune de la tutelle qu'il exerça sur l'Observatoire de Paris et en fonction des travaux accomplis dans le domaine de l'astronomie.[8]

Si on suit donc les récits de Le Verrier ou de Bigourdan, le Bureau des longitudes aurait fait « double emploi » avec l'Académie des sciences, car le gouvernement aurait rétribué deux fois ses plus prestigieux savants.[9] Cette vision encourage une vision de la science comme un jeu de « vainqueurs et de perdants », dans laquelle le Bureau ferait figure d'institution perdante. Or, c'est justement quand on fait ressurgir la complexité de l'histoire contextualisée du Bureau et de ses membres qu'on peut comprendre la très basse considération du Bureau de Le Verrier.[10] On comprend ainsi qu'il était nécessaire pour lui de discréditer le travail accompli par le Bureau des longitudes afin de remettre en cause l'existence propre de cette assemblée et d'en provoquer la destitution, ce que lui aurait permis de postuler à la direction de l'Observatoire de Paris.

En exploitant des procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes dans la période 1795–1854, Jean-Marie Feurtet a réalisé une thèse pour l'Ecole de Chartres intitulée : *Le Bureau des longitudes (1795–1854) : de Lalande à Le Verrier* (Feurtet, 2005). Contrairement à la majorité des historiens qui ont considéré le Bureau des longitudes comme un organisme de direction voir une « lorgnette » permettant d'apporter un éclairage sur l'évolution de l'Observatoire de Paris, Feurtet a étudié pour la première fois le Bureau en tant qu'institution scientifique dont la pensée et l'action lui sont propres, qui fut le vecteur

[7]Divers articles ont croisé l'histoire du Bureau des longitudes. Parmi ceux-ci citons : Débarbat, 2005; Fauque, 1991.

[8]Citons la série d'articles, déjà anciens, de Guillaume Bigourdan sur l'histoire du Bureau et qui contiennent des lettres aujourd'hui perdues : G. Bigourdan, 1929a, 1929b, 1930, 1931, 1932, 1933.

[9]« Indeed one suspects election to many posts in the Bureau as becoming little than a sinecure, although there was a revival of activity in the 1860s » (Crosland, 2002, p. 144).

[10]Voir : « Origines de la haine de M Le Verrier pour le Bureau des longitudes et de l'appui qu'il trouve auprès du Maréchal Vaillant » (Archives nationales de Paris, F/17/3719).

de certains des grands mouvements de la science parisienne, et qui se construisit « une identité au sein d'un tissu scientifique d'Ancien Régime préexistant» (Feurtet, 2005, p. 41). Il est vrai que, pendant sa tutelle de l'Observatoire de Paris entre 1795–1854, le Bureau des longitudes s'est approprié des savoirs et des techniques typiques de l'observatoire astronomique du 18^{e} siècle : un savoir qui s'est notamment appuyé sur une culture de la précision et du quantitatif caractérisée par l'interaction entre instrumentation, méthodes de calcul et théories, ainsi que sur une tradition matérielle cognitive des mathématiques.[11] Mais le Bureau des longitudes s'affranchit ensuite des savoirs de l'observatoire : il est pourtant vrai qu'en se limitant à 1854, l'étude de Feurtet exclut de fait une période décisive pour étudier l'évolution du régime de fonctionnement du Bureau des longitudes en tant qu'institution scientifique indépendante. Par ailleurs, une étude du Bureau des longitudes devrait penser son histoire dans le contexte de la rivalité et de la compétition scientifique et technique internationales.

D'autres études ont croisé l'histoire du Bureau des longitudes : certaines ont reconstitué l'action d'un de ses grands membres (Boistel et alt., 2010; Feurtet, 2010; Dhombres et alt., 2012; Débarbat, 2010; Schiavon, 2010)[12] ou examiné l'institution en insistant sur son rôle de service technique gouvernemental (dans cette perspective d'études partielles autour du Bureau des longitudes : Lamy, 2007; Boistel, 2010a et 2010b; dans un autre registre voir aussi Galison, 2006). Il est vrai que, de la seconde moitié du dix-neuvième siècle à 1932 tout au moins, le Bureau des longitudes constitua un lieu d'expertise scientifique et technique pour l'État. Pour autant, ces études restent déconnectées et nous ne disposons pas encore en France d'une étude qui considère, sur la longue durée, l'action propre du Bureau en tant que petite académie spécialisée et en tant qu'un lieu collectif pour l'administration de la science française.

Nous disposons aujourd'hui de l'ensemble des procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes, de 1795 à 1932 : ces archives rendent ainsi possible

[11] Les savoirs et les techniques de l'observatoire astronomique ont fait l'objet, entre 2003 et 2006, d'un projet ACI porté par David Aubin : `http://www.cnrs.fr/prg/PIR/programmes-termines/histsavoirs/colloque_mai2004.pdf` (pages 113–117); `http://astro-history.hautetfort.com/list/david_aubin_research_groups_aci_et_anr/DAVID-ACI-2005VersionDef.pdf`.

[12] Voir également : Martina Schiavon, « Henri Poincaré au Bureau des longitudes : un aperçu », conférence donnée lors du colloque *Vers une biographie de Poincaré*, Maison des sciences de l'Homme Lorraine, Nancy, le 5 janvier 2012; « Poincaré, membre du Bureau des longitudes, et la géodésie (1893–1912) », intervention dans le cadre de la *Journée de commémoration du centenaire de la disparition de Henri Poincaré (29 avril 1854 – 17 juillet 1912)*, organisée à l'Institut d'Astrophysique de Paris le 9 Juillet 2012 (`http://www.canal-u.tv/video/cerimes/poincare_membre_du_bureau_des_longitudes_et_la_geodesie_1893_1912.10019`).

une telle étude. Il s'agit d'un fonds de 22 000 manuscrits qui a fait l'objet d'un important travail de numérisation et de mise en ligne dans le cadre d'un projet BSN5 financé par le Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche français (voir sa description au paragraphe suivant).

Ces procès-verbaux sont les notes manuscrites (puis progressivement dactylographiées depuis le début du 20ᵉ siècle) des secrétaires successifs du Bureau des longitudes. Ils nous informent en particulier sur les questions débattues durant les séances, sur la correspondance reçue, sur l'élection des membres ainsi que sur les sujets à traiter dans les trois publications dont le Bureau a la charge : la *Connaissance des temps*, l'*Annuaire du Bureau des longitudes* qu'on a déjà cité, et, de 1877 à 1949, les *Annales du Bureau des longitudes*. Les procès-verbaux évoquent diverses recommandations ou questions adressées aux pouvoirs publics ou relatives à des études que les gouvernements successifs lui ont confiées. Ces manuscrits comportent également de nombreuses lettres inédites, des études scientifiques et techniques reçues et/ou rédigées par ses membres, des pré-études soumises à l'appréciation du Bureau avant leur éventuelle publication, ainsi que des études qui n'ont jamais été publiées. Ces documents permettent donc de suivre les activités et l'évolution du Bureau des longitudes au cours du siècle et demi écoulé depuis sa création et constituent une trame incontournable pour comprendre l'évolution institutionnelle de la science et de la technologie, entre professionnalisation et patronage, confrontation avec les pairs et relations personnelles.

En s'appuyant sur les procès-verbaux des séances, il est désormais possible d'étudier, sur la longue durée, la proposopographie des membres du Bureau ou cités dans ses procès-verbaux, la circulation d'instruments scientifiques ou encore l'évolution du statut des fabricants d'instruments de précision. Prenons par exemple le cas des fabricants d'instruments de précision : dans la période 1795–1854, il existe des différences spécifiques entre la France et, par exemple, la Grande-Bretagne ou l'Allemagne. La France n'associe pas les fabricants à son Académie des sciences et, par ailleurs, la Grande-Bretagne assimile ses artisans au sein de la Royal Society mais non au *Board of Longitude*. A l'académie des sciences de Munich, par exemple, les savants sont très partagés sur l'admission de Joseph von Fraunhofer (1787–1826), bien que cet opticien ait obtenu une grande reconnaissance scientifique internationale pour ses travaux (Jackson, 2000, Chapitre 5). Si la collaboration des artisans est généralement reconnue comme essentielle pour l'innovation et pour le développement des sciences et des techniques, des spécificités nationales existent (Schiavon, 2015, p. 71–75). Dans le cas de la France, par exemple, au 19ᵉ siècle une grande partie des fabricants d'instruments de précision se forme, tout comme les officiers et la majorité des scientifiques, à l'Ecole Polytechnique. Les procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes attestent que cette formation joua un rôle essentiel dans l'admission des candidats dans son sein. En s'appuyant sur cette source, il sera donc possible d'étudier le travail des fabricants d'instruments de précision, une population qui demeure encore partiellement méconnue des historiens. De plus, puisque les procès-verbaux du Bureau des longitudes couvrent une longue période, ils ont l'avantage de permettre une étude de l'évolution du statut de l'artisan jusqu'à l'après Première Guerre mondiale, moment où, en France, on assiste au passage d'une production optique artisanale à une en série (Schiavon, 2014, deuxième partie).

Les procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes permettront d'étudier l'ensemble des populations des membres ainsi que des auteurs cités, à savoir des auteurs de seconds rôles, en particulier d'officiers de la marine et de l'artillerie, ainsi que d'anonymes, et dont l'étude prosopographique a une grande portée heuristique.[13]

Citons à titre d'exemple le cas d'Hervé Faye : sa trajectoire de vie et de carrière a récemment été analysée à l'occasion du bicentenaire de sa mort lors d'un colloque organisé par le Centre François Viète de Nantes : *Hervé Faye (1814–1902) ou l'art de la rupture*.[14] Le Faye qui ressort de cette rencontre, n'est pas seulement l'astronome que l'on connaît déjà, mais aussi un géodésien, un mathématicien, un savant qui a eu un rôle de premier plan dans l'administration de la science et de la technologie françaises : tous ces aspects émergent de et par l'étude de l'investissement de Faye en tant que membre du Bureau des longitudes (Schiavon, 2014b ; Boistel, 2014 ;Le Lay, 2014 ; Aubin, 2014).

1.3 Numérisation et mise en ligne des procès-verbaux du Bureau des longitudes (1795–1932)

Aujourd'hui un site web permet le libre accès aux procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes depuis sa création jusqu'en 1932.[15] Ce site est le

[13]Certaines études existent pour les officiers d'artillerie et pour les marins : Boistel, 2010a (ce livre retrace notamment le profil de l'amiral Ernest Mouchez) ; Boistel, 2010b ; Schiavon, 2014.

[14]Colloque organisé à l'Université de Nantes le 26 septembre 2012 dont les actes ont été publiés en 2014 par Guy Boistel, Stéphane Le Gars et Colette Le Lay dans le *Bulletin de la Sabix*, numéro 55, « Hervé Faye (1814–1902) ou l'Art de la Rupture ».

[15]Le site web : « Les procès-verbaux du Bureau des longitudes. Un patrimoine numérisé », accessible à l'adresse : `http://bdl.ahp-numerique.fr`, a été développé par les Archives Henri Poincaré. La mise en ligne des 22 000 documents a impliqué deux tâches principales : d'une part, la création et l'intégration des métadonnées descriptives de type Dublin-Core enrichies pour l'ensemble du corpus numérisés au sein du gestionnaire de contenu web OMEKA ; d'autre

Porte d'accès au Bureau des longitudes et salle des séances
(3e cour de l'Institut de France au 6, Quai de Conti – Paris) de 1875 à 2014.
© Bureau des longitudes

résultat d'une série de projets de recherche qui, débutés en 2012, ont progressivement permis la restauration, la numérisation et la mise en ligne des procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes. Parallèlement, un projet d'étude historique sur le Bureau des longitudes dans la longue durée a été lancé.

Depuis novembre 2012, une pré-opération validée par le comité scientifique de la Maison des sciences de l'Homme Lorraine, *LongiNumEt*[16], a permis de structurer un réseau de chercheurs internationaux et d'organiser à Nancy, les 12 et 13 novembre 2013, deux Journées d'études internationales intitulées « Le Bureau des longitudes (1795–1930), contexte national et international ».[17]

part, l'intégration des transcriptions des procès-verbaux sur ce site web pour la période allant de 1795 à 1854 (7 000 feuillets environ). La transcription des procès-verbaux de la période 1855–1932 est actuellement en cours et demandera de financements ultérieurs pour être achevé : les chercheurs du réseau international ont ainsi déposé, en octobre 2015, une demande d'opération à l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), qui a été validée en septembre 2016.

[16] `http://www.msh-lorraine.fr/index.php?id=669` (consulté en mai 2016).

[17] `http://poincare.univ-lorraine.fr/fr/manifestations/le-bureau-des-longitudes-1795-1930-contexte-national-et-international`; `http://www.msh-lorraine.fr/actualites/details/article/le-bureau-des-longitudes-1795-1930-contexte-national-et-international.html`;

Ces journées, financées par les Archives Henri Poincaré, la MSH-Lorraine et l'Université de Lorraine, ont permis aux chercheurs engagés de faire le point sur les résultats des recherches en cours et ont confirmé le haut intérêt d'une étude sur la longue durée du Bureau des longitudes. Un autre résultat de cette pré-opération est la réalisation d'un pré-inventaire des procès-verbaux des séances entre 1795 et 1932, grâce auquel, en novembre 2013, on a pu répondre avec succès à un appel BSN5 (Bibliothèque scientifique numérique) du ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche pour la numérisation des procès-verbaux du Bureau des longitudes. Portée par le Bureau des longitudes, propriétaire du fonds et intéressé par la préservation de ses archives et par leur exploitation scientifique, ce projet a permis la numérisation intégrale des procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes, depuis la création de cette institution par la loi du 7 messidor an III (25 juin 1795), jusqu'en 1932 – date permettant une libre communication des documents – et la création d'un site web dédié. Le projet de numérisation a été mené en coopération avec trois partenaires essentiels : d'une part, l'Observatoire de Paris, expert en numérisation de fonds astronomiques, qui a assuré la gestion du projet ainsi que le suivi des différentes étapes de la numérisation (restauration des documents, constitution d'un fichier de récolement enrichi, etc.). D'autre part, les Archives Henri-Poincaré (UMR 7117 Université de Lorraine / CNRS) qui a réalisé le site web dédié, le traitement informatique, la mise en ligne des procès-verbaux : actuellement, nous travaillons sur la valorisation du corpus scientifique. Enfin, la Maison des sciences de l'Homme Lorraine, unité de service et de recherche CNRS dont la mission est de soutenir les laboratoires dans la réalisation de leurs programmes de recherche et la diffusion de leurs résultats. Ce projet BSN5 s'est appuyé également sur une collaboration avec le portail des savoirs Paris-Sciences-Lettres ainsi que le TGIR Huma-Num (organisme au sein duquel sera mis en place un stockage pérenne des sources numérisées).[18]

Une opération de recherche intitulée « Les procès-verbaux du Bureau des longitudes, histoire et savoirs (BDL1795–1932) » a été validée scientifiquement par la Maison des Sciences de l'Homme Lorraine pour deux ans (2014–2015). Elle a notamment permis d'organiser une deuxième rencontre internationale, en novembre 2014. Les recherches ont ainsi été élargies d'une part aux techniques mises au point par les fabricants d'instruments et aux communautés d'ingénieurs membres du Bureau des longitudes (voir paragraphe précédent) ;

`http://blogs.rmg.co.uk/longitude/2013/11/16/continental-connections/` (consultés en mai 2016).

[18] Pour consulter en détail le rôle de ces partenaires ainsi que le personnel impliqué dans le cadre du projet BSN5 se reporter à cette adresse (consultée en mai 2016) : `http://bdl.ahp-numerique.fr/projet`.

d'autre part, une nouvelle perspective d'étude s'est imposée : elle examinera le rôle joué par le Bureau des longitudes dans les domaines de la glaciologie, de la météorologie et dans l'étude des variations du niveau de la mer, un volet de recherche capables d'intéresser les historiens de l'environnement. En effet, dès 1819, François Arago (1786–1853) membre prestigieux du Bureau des longitudes, publie dans l'*Annuaire du Bureau des longitudes* un long article traitant des glaces polaires et des diverses expéditions vers les pôles. Il relaye au sein du Bureau les résultats scientifiques de ses amis voyageurs, notamment ceux de William Scoresby (1789–1857), explorateur britannique de l'Arctique, et ceux d'Alexandre Von Humboldt (1769–1859) qui, suite à ses voyages d'exploration du continent sud-américain, met en relation ses mesures astronomiques, météorologiques et magnétiques et ses observations des plantes et des animaux endogènes. À partir de 1832, la « climatologie » s'impose comme un sujet de discussion régulier pour les membres du Bureau des longitudes. L'étude de ces discussions dans les procès-verbaux permet d'établir un état des lieux de l'évolution des connaissances et des débats sur le climat tout au long de la période étudiée. Ce travail historique sur le Bureau des longitudes et le climat ouvre ainsi des perspectives nouvelles pour l'histoire des sciences et des techniques et offre la possibilité d'étudier en détail l'histoire des grands voyages d'exploration et de porter une attention particulière à un nouveau type de science de terrain dans lequel se combinent expérience, équipement et voyage (Rémy, 2007, 2009, 2009a et 2017). Les observations de niveau de la mer commanditées par le Bureau des longitudes, croisées avec celles conservées au sein du Service hydrographique et océanographique de la Marine de Brest pour la gestion du littoral, offriront par ailleurs une source inédite pour contribuer à l'étude du changement climatique (sur ces questions : Schiavon & Rolett 2017).

2.1 Un exemple d'étude possible en s'appuyant sur les procès-verbaux du Bureau des longitudes : Henri Poincaré et la géodésie

Henri Poincaré (1854–1912) est considéré comme un des derniers mathématiciens à posséder une vision générale des mathématiques : spécialiste des mathématiques théoriques, ses contributions en tant que géomètre, physicien et philosophe ont été également mises en évidence.[19] Cette image classique peut se compléter par celle illustrée par Peter Galison : selon cet historien, alors

[19]Voir notamment : Collectif Ed., 2005 ; Bottazzini, 2002. Voir également les éditions de la correspondance d'Henri Poincaré (Nabonnand, 1998 ; Walter et alt. 2007 ; Walter et alt., 2017) ainsi que la biographie de : (Gray, 2013).

que Poincaré était constamment impliqué dans la mesure du temps (problème de la synchronisation notamment), il se situa au croisement de deux univers : « celui, technique, des cheminots, des électriciens et des astronomes, et celui philosophique et scientifique, du cercle de penseurs qu'il fréquentait» (Galison, 2006, p. 239). Pour souligner son propos, Galison affirme aussi que Poincaré considérait « le Bureau des longitudes, prestigieux sanctuaire de la science éclairée depuis la Révolution, comme le point de convergence de la technique et de la science» (Galison, 2006, p. 159). Le cercle de penseurs qu'il fréquentait a ainsi joué un rôle dans la construction de sa pensée. Cependant, probablement parce que Galison n'a pas consulté les séances du Bureau[20], on voit mal quel type d'échange pouvait exister entre Poincaré et « les cheminots, les électriciens et les astronomes » : les articles de la littérature secondaire ou les rapports rédigés au sein d'une commission spécifique (par exemple la *Commission de décimalisation du temps*) masquent les attitudes individuelles et, surtout, ne permettent pas de faire ressortir les arguments souvent conflictuels des acteurs. Ces documents sont en effet rédigés avec une procédure spécifique : masquer le désaccord et fabriquer le consensus. Il s'en suit une vision de la science qui se construit sans discussions et négociations entre les acteurs, ainsi qu'une vision d'avantage exceptionnel du scientifique qui ne dit que la « vérité » d'un phénomène. Dans le cas de Poincaré, à cela s'ajoute l'idée qu'il travailla en solitude. Sans mettre en doute les brillants résultats mathématiques de Poincaré, les procès-verbaux des séances permettent à l'historien de modifier cette représentation de « Poincaré génie solitaire » et, plus généralement, des savants et de la science du passé : l'étude de ces documents précise des modalités de co-construction d'un parcours scientifique de succès, grâce à la collaboration d'interlocuteurs qui disposaient d'une pratique de terrain (Rollet, 2017).

Les procès-verbaux permettent aujourd'hui à l'historien d'étudier le cheminement intellectuel de Poincaré au sein d'une communauté techno-scientifique sans faire recours à des événements postérieurs : comme on le verra au paragraphe suivant, l'admission de Poincaré au Bureau des longitudes de 1893 reposait sur d'autres arguments que sa contribution sur la décimalisation de l'heure et de la circonférence de 1897.[21] Avant de cela, il faut néanmoins

[20]Depuis la bibliographie on constate en effet que les documents d'archives consultés par Galison sont une partie des annexes des procès-verbaux conservés aux Archives nationales (ou les documents qui furent également imprimés pour l'Académie des sciences).

[21]« Seul un as de l'astronomie ayant un pied dans les sphères du génie civil et de l'administration pouvait défendre une réforme radicale des conventions chronométriques. La question bouillonna pendant près d'une décennie dans les milieux de la technologie française. Puis vint Henri Poincaré » (Galison, 2006, p. 194). Après avoir décrit les débats au sein de la conférence de Washington de 1884, qui s'est résolue par la fixation du méridien d'origine passant par Green-

Portrait de Henri Poincaré en 1890 par Eugène Pirou
© Pirou, Eugène, « Portrait de Henri Poincaré en 1890 par Eugène Pirou », *Henri Poincaré – du mathématicien au philosophe*.

préciser ce qu'est un « procès-verbal » du Bureau des longitudes. Destiné au ministre de tutelle du Bureau, ce manuscrit peut être synthétique et cacher parfois certaines intentions des membres. Par sa nature, le procès-verbal ne décrit donc pas, comme une correspondance peut le faire, le déroulement d'une pensée. De même, il peut contenir des expressions impersonnelles et collectives qui masquent parfois les positions et les attitudes individuelles des acteurs (par exemple : « le Bureau », « on », « un membre »). Cependant, ces silences et l'absence notable de certains membres à certaines époques, sont signifiants d'un point de vue de la reconstruction historique : pour l'historien, l'enjeu est de mobiliser d'autres sources d'archives qui deviennent évidentes à la lecture du procès-verbal (une affiliation institutionnelle, la citation d'un article et d'une revue, le renvoi à une discussion au sein de l'Académie des sciences ou de l'Observatoire de Paris, etc.), et qui permettent de dater et de reconstruire des échanges entre les acteurs parfois peu visibles ou implicites. Ces silences constituent ainsi un défi intéressant dans la recherche historique surtout parce que le procès-verbal nous guide dans la recherche d'une source

wich, par ces mots Galison nous laisse entendre que l'élection de Poincaré au Bureau des longitudes fut directement motivée par le désir des Français, après la perte sur le front du premier méridien, d'avoir leur revanche scientifique, technologique et politique avec la décimalisation de l'heure et de la circonférence (Poincaré, 1897). Ainsi, l'admission de Poincaré au Bureau serait en grand partie motivée par le désir qu'il milite pour cette décimalisation sensée laver l'affront du choix du méridien britannique.

complémentaire. Par ailleurs, le procès-verbal original[22] contient des ratures et des corrections, des ajouts et des notes insérées en marge, autant d'éléments qui peuvent indiquer l'existence d'un sujet de débat pour les membres. Enfin, un procès-verbal contient le résultat des votes pour ou contre un certain sujet discuté par les membres, ainsi que de nombreuses lettres et des études la plupart inédites.

En général, les procès-verbaux du Bureau des longitudes permettent la prise en compte de l'individu et de ses interactions avec les institutions scientifiques et technologiques nationales et internationales. Il précise et détaille la manière dont s'inscrit l'individuel dans le contexte, question qu'incite l'historien à l'exercice de l'esprit critique et de la réflexion épistémologique autour de sa discipline.[23]

2.2 Sur l'élection de Poincaré au Bureau des longitudes

L'activité de Poincaré au Bureau des longitudes démarre le 30 novembre 1892, alors qu'il est élu membre académicien à la place du mathématicien Pierre Ossian Bonnet (1819–1892)[24]. Pendant les années 1896 et 1897, Poincaré assume la fonction de secrétaire du Bureau des longitudes et, en 1899, 1909 et 1910, il en est son président.

L'importance que le Bureau des longitudes revêtait pour Poincaré dans la construction de sa carrière de scientifique, se comprend par l'assiduité de sa présence aux séances d'une cadence hebdomadaire. Par ailleurs, depuis son élection, Poincaré fut secrétaire de séance non seulement pendant les deux années de sa nomination à cette fonction, mais à plusieurs occasions, alors qu'il substitue de fait le secrétaire absent. Il ne s'agit pas là d'un détail sans importance, d'une part parce que, par sa fonction de secrétaire Poincaré a rédigé de sa main, entre le 15/02/1893 et le 30/03/1910, environ 165 manuscrits inédits ; d'autre part, parce qu'occuper la fonction de secrétaire signifie, à cette époque, non seulement lire la correspondance et y répondre, mais également posséder une certaine familiarité avec les questions discutées, y compris celles

[22]Nous ne disposons que des copies des procès-verbaux que pour la période 1854–1876.

[23]Ainsi que l'a affirmé Jacques Revel dans son introduction au livre de Giovanni Levi, l'étude des choix des acteurs individuels dans une institution rend possible l'appréhension du social dans une perspective différente : l'individu permet de saisir les « structures invisibles » qui le lient à son temps (Levi, 1989).

[24]Avec Jean-Claude Bouquet et Gaston Darboux, Ossian avait composé le jury de thèse de Poincaré qui portait « Sur les propriétés des fonctions définies par les équations aux différences partielles ». Cette thèse fut discutée à la Faculté des sciences de Paris le 1er août 1879 : `http://poincare.univ-lorraine.fr/fr/elements-de-chronologie-dhenri-poincare` (consulté en mai 2016).

techniques, afin de les résumer correctement au ministre. L'étude des procès-verbaux permet donc de mieux comprendre comment ce mathématicien a pu se familiariser avec des questions d'astronomie, de mécanique céleste (voir ainsi l'étude des spectres des comètes, des mouvements propres des étoiles du système solaire, de la composition du Soleil, du problème d'Arago ou de la détermination de la hauteur d'un ballon, etc.), de physique (l'étude la propagation de l'électricité[25], du fonctionnement d'un tube Geissler, etc.) et aussi d'autres sujets, comme l'étude du mouvement d'un pendule[26], dont Poincaré connaît le mouvement théorique mais qui est présenté par les membres du Bureau dans une démarche expérimentale. Les procès-verbaux permettent enfin de documenter les échanges qu'il a entretenus avec les membres du Bureau : le Poincaré des procès-verbaux se confronte avec une communauté, avec qui il a partagé, discuté, corrigé et validé ses recherches personnelles. La discussion, sous forme d'échange d'informations, de débats ou de l'harmonisation des points de vue d'ordre scientifique et administratif, est beaucoup plus aisée au sein du Bureau qu'à l'Académie des sciences. Ici, en règle générale, les réunions sont beaucoup moins propices au développement et à la discussion des projets et d'idées communs (Feurtet, 2005, p. 50–55).

Nous n'avons pas encore pu établir quelle était la procédure d'élection des membres académiciens au sein du Bureau en 1893. Les procès-verbaux citent des « lettres » de candidature[27] qui ne sont pas pourtant conservées dans le fonds numérisé. Cependant, la procédure semble avoir été en général beaucoup plus souple et expéditive qu'une élection à l'Académie des sciences par exemple. Lors de la séance du 30 novembre 1892, Henri Poincaré est élu, avec 9 voix sur 10, comme membre académicien titulaire au Bureau des longitudes.

[25]Avec d'autres membres du Bureau des longitudes (et notamment Gabriel Lippmann et Alfred Cornu), Poincaré est directeur d'édition de la revue hebdomadaire *L'éclairage électrique*, publiée entre 1894 et 1910.

[26]L'intérêt pour l'étude de la marche d'un pendule remonterait à la jeunesse de Poincaré : ainsi, dans une lettre à sa mère de mai 1874, il reporte qu'il a étudié le mouvement théorique d'un pendule elliptique dont ses camarades de l'Ecole polytechnique ont réalisé l'expérience (je remercie Laurent Rollet pour m'avoir communiqué ce document qui a été publié dans son ouvrage : Rollet, 2017). Cependant, le pendule dont il est question dans les procès-verbaux et qu'on utilise en géodésie, ne sert proprement pas à mettre en évidence le mouvement de rotation de la Terre. Ce sujet occupera Poincaré quand il s'agira d'installer un pendule de Foucault au Panthéon (voir sur la question le chapitre « La polémique sur la rotation de la Terre » in : Ginoux et Gérini, 2012). Dans le cas de la géodésie, le pendule sert notamment à montrer les attractions des couches internes de la Terre, ainsi qu'on l'explique au paragraphe « Sur la géodésie autour de 1892 ».

[27]Voir la note insérée dans le procès-verbal de novembre 1892 : `http://bdl.ahp-numerique.fr/files/original/02c564739169a68e8c04c3f851e03407.jpg` (consulté en mai 1026). Par ailleurs, nous n'avons pas connaissance d'autres archives conservant ces lettres de candidature.

Son concurrent est Paul Appell[28] : ce n'est pas la première fois qu'on voit ces deux mathématiciens, qui sont de bons amis dans la vie[29], se confronter sur le plan professionnel. En 1889, Poincaré avait été lauréat du Grand Prix du roi de Suède pour sa contribution au problème des trois corps (mécanique céleste) alors qu'Appell avait été classé second. Par rapport à son collègue, Poincaré possède une meilleure visibilité sur la scène internationale, sans compter que son élection à l'Académie des sciences, dans sa section de géométrie, remonte à 1887, alors que celle d'Appell est toute récente (7/11/1892). Ajoutons à ceci que, si on considère l'importance de l'étude des applications scientifiques pour le Bureau des longitudes, la formation polytechnicienne de Poincaré était sans doute préférée qu'une normalienne. Le procès-verbal précise que les deux candidats sont présentés par François-Félix Tisserand (1845–1896), l'astronome et mécanicien céleste qui a fondé, avec Bigourdan, Octave Callandreau (1852–1904), et Rodolphe Radau (1835–1911) le *Bulletin astronomique* en 1884.[30] Entre 1884, date de création du *Bulletin*, et 1891, les Henri Poincaré Papers recensent 9 articles de Poincaré.[31] En feuilletant la revue, on trouve qu'il a également présenté son ouvrage *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, paru en 1892 (chez Gauthier-Villars et fils), ainsi qu'un article « Sur l'application de la méthode de M. Lindstedt au problème des trois corps ». Le procès-verbal nous adresse aussi chez Tisserand pour mieux comprendre les coulisses de cette élection : une note rédigée par cet astronome le 2 novembre 1892 (et conservée parmi les Poincaré's Papers) explique les raisons pour soutenir une candidature de Poincaré au Bureau des longitudes. Il fallait combler le manque d'un géomètre capable d'appliquer les théories mathématiques au développement de l'astronomie, explique Tisserand, et il ajoute : « nous lui présenterons bon nombre de questions à résoudre ».[32] Ainsi, le fait que Tisserand soutient Poincaré au Bureau et que Poincaré a publié dans le *Bulletin astronomique* avant

[28]Appell sera élu membre académicien en 1917.

[29]L'amitié de Poincaré avec Appell remonte à l'époque où ils fréquentaient le lycée à Nancy (sur la question voir : Rollet, 2017).

[30]Cette revue, qui absorbe partiellement le *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques* (1870–1884), est publiée sous les auspices de l'Observatoire de Paris et est accessible en ligne sur Gallica (`http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/cb34383098c/date`, consulté en mars 2016).

[31]Deux articles en 1884, trois en 1885, deux en 1886, un en 1889 et un en 1891 (voir la liste complète à l'adresse : `http://henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/bibliohp/index.php?a=on&yr=&yrEnd=1892&art=&bk=&jo=Bulletin+astronomique&myrl=&url=&pg=&pgend=&pb=&ln=Poincar%C3%A9&fn=Henri&el=&e2=&a2=&censor=&bibkey=&action=Chercher` (consulté en mai 2016).

[32]Voir la correspondance édité en ligne consultable dans les Henri Poincaré Papers à l'adresse : `http://henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/chp/text/tisserand-rpt-poincare-1892-11-04.html` (consulté en mai 2016).

1893, font penser que Poincaré a en quelque sorte préparé son entrée au Bureau des longitudes. Ce que ne veut pas dire, comme on le verra, que la mécanique céleste constitue le seul argument capable de justifier l'intérêt porté par les membres du Bureau des longitudes vis-à-vis de Poincaré.

Reste toutefois à expliquer quel avantage pouvait trouver Poincaré pour sa carrière scientifique avec son admission dans cette assemblée. Les procès-verbaux postérieurs à 1893 permettent d'émettre l'hypothèse que Poincaré se soit progressivement familiarisé aux questions d'astronomie *pratique*. En effet, Poincaré prend une partie active aux discussions et ses interventions sont souvent complétées ou corrigées par les membres du Bureau : ainsi, Tisserand le reprend de cette manière : « Tisserand rappelle qu'en astronomie…[33] ». D'autres fois, les membres lui donnent les limites de ses spéculations théoriques : prenons à titre d'exemple, le procès-verbal du 9 mai 1894. A cette séance Poincaré fait une communication sur la théorie des marées à longue période. Celle-ci suscite l'intervention de Bouquet de la Grye et du contre-amiral Georges Ernest Fleuriais (1840–1895) qui lui demande de tenir compte des variations de la densité de l'eau de mer dans sa comparaison entre la théorie et les observations. Fleuriais l'informe que cette comparaison ne devrait se faire qu'au large des côtes, et qu'un appareil a été récemment imaginé à ce propos par l'ingénieur hydrographe Louis Favé (1853–1922).[34]

Sans rentrer dans le détail de la question scientifique, cet exemple montre qu'il existe une interaction entre Poincaré et les membres du Bureau : les procès-verbaux permettent ainsi de préciser la nature de l'engagement scientifique de Poincaré au sein du Bureau, voire de la co-construire presque semaine par semaine depuis 1893.

2.3 Sur la géodésie autour de 1892

Un élément décisif qu'émerge à la lecture des procès-verbaux du Bureau des longitudes est la forte orientation de celui-ci vers les questions d'astronomie « de terrain » ou géodésie. Ainsi, il est possible que les membres du Bureau des longitudes considèrent Poincaré capable de répondre à un enjeu alors crucial : celui de concilier les spéculations théoriques sur la structure interne de la Terre et les observations pratiques de la géodésie dynamique. Ces questions ne sont

[33]« Bureau des Longitudes – Séance du 3 mai 1893 », Les procès-verbaux du Bureau des longitudes, consulté le 3 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/files/show/9913`.

[34]« Bureau des Longitudes – Séance du 9 mai 1894 », *Les procès-verbaux du Bureau des longitudes*, consulté le 17 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/4639`.

Sur Favé voir : Schiavon, 2014 (chapitre 8).

pas éloignées de la mécanique céleste : pour mieux comprendre ces liens, il est nécessaire de revenir à ce que signifie, vers 1892, pratiquer la géodésie.

Ce mot (du Grec « je divise la Terre ») indique la discipline qu'étudie la forme et les dimensions de la Terre. Contrairement à l'idée qu'on peut avoir aujourd'hui de la géodésie, une discipline hautement spécialisée, essentiellement théorique et mathématique, en cette fin du 19ᵉ siècle elle se fait surtout sur le terrain. Elle est par ailleurs indispensable pour confectionner des cartes précises d'un territoire dont la surface dépasse 100 km^2 et dans lesquelles on doit ainsi prendre en compte de la courbure de la Terre. Son action ne peut donc pas se limiter aux frontières d'un pays et ses opérations, les mesures d'un arc de méridien ou d'un arc de parallèle terrestre sont considérées comme nécessaires pour réaliser une cartographie précise d'un Etat ou de l'Europe. A partir de la seconde moitié du 19ᵉ siècle, la géodésie n'est donc plus l'apanage exclusif des « astronomes[35] » (comme au 18ᵉ siècle), mais elle pratiquée, en France, par des ingénieurs géographes du Dépôt de la Guerre, des ingénieurs hydrographes du Service hydrographique de la Marine ou des géodésiens du Service géographique de l'armée. Ce sont eux qui transfèrent des savoirs issus de l'observatoire astronomique sur le terrain : des instruments, dont le cercle réitératif, des méthodes d'analyse des erreurs, des techniques de contrôle des observateurs ou de détermination de l'heure, etc. Ceci n'est pas tout. Le géodésien est tenu de connaître et d'appliquer les méthodes astronomiques de détermination des latitudes, des longitudes et des azimuts, afin de pouvoir placer et orienter sur la surface de la Terre le réseau de triangles dont il calculera les éléments ; il doit être familiarisé avec les observations météorologiques et apprendre à distinguer la nature des roches qui forment la croûte terrestre ; il connaît enfin les divers systèmes de projection adoptés pour la confection des cartes géographiques, etc. En tant que discipline, la géodésie a donc évolué : au 19ᵉ siècle, elle embrasse les sciences géophysiques et la connaissance du sous-sol. Ses acteurs sont des officiers militaires, de véritables collaborateurs des scientifiques et des savants eux-mêmes car ils peuplent la section de géographie et navigation de l'Académie des sciences.

Sur le terrain, on peut faire une distinction, selon les méthodes et les instruments utilisées, entre deux types de géodésie : la première, dite *géométrique,* est pratiquée en France jusqu'à la fin du 19ᵉ siècle. Il s'agit par exemple de mesurer la longueur d'un arc de méridien terrestre (sous-tendant un angle d'un degré) près du pôle et près de l'équateur afin de définir la figure géométrique de la Terre (un ellipsoïde de rotation) et surtout de donner la valeur de son

[35] Le mot est entre guillemets parce qu'il s'agit de Laplace, Clairaut, Méchain, Delambre,... donc il s'agit autant d'astronomes que de mathématiciens.

aplatissement : $f = (a - b)/a$, où a et b sont, respectivement, les demi-axes majeur et mineur de l'ellipsoïde. La géodésie *dynamique,* constitue la seconde manière de pratiquer cette discipline, et s'appuie principalement sur un instrument, le pendule, afin d'estimer la variation de la pesanteur, en intensité et en direction, et déterminer le « géoïde ». A la fin du 19e siècle, le géoïde se définit de manière peu rigoureuse comme « la figure vraie et irrégulière » de la Terre.[36] Couramment pratiquée à l'étranger, notamment en Grande-Bretagne et en Allemagne (Prusse)[37], la géodésie dynamique ne l'est que rarement en France en 1893. En effet, puisque les données de terrain ne s'accordent ni avec les prévisions théoriques, ni avec la valeur d'aplatissement, les Français préfèrent la géodésie géométrique.[38] Cette dernière sert aussi d'appui à la cartographie car elle permet d'établir une triangulation de « premier ordre » du territoire : cela veut dire qu'un arc de méridien (ou de parallèle) est recouvert d'abord par une série de triangles dont les côtés et les angles sont connus avec la plus grande précision possible (triangulation de premier ordre). Ensuite, sur cette triangulation qui s'étende sur la longueur d'un arc de méridien, on appuie des triangles plus grands, jusqu'à recouvrir tout le territoire (triangulation de deuxième, troisième ordre) : déterminées avec une moindre précision (et des instruments moins coûteux comme le théodolite), les triangulations successives à la première permettent le dessin d'une carte du territoire. C'est ce qui explique pourquoi, en 1900, Poincaré affirme à la Société astronomique de

[36]Rappelons qu'aujourd'hui le géoïde est plutôt défini comme la surface équipotentielle du champ de gravité.

[37]Citons notamment les travaux du révérend John Henri Pratt, (Sir) George Biddell Airy, ou encore le capitaine Henri Kater (1777–1835) et le Major Thomas Colby (qui réalisèrent des observations pendulaires pour le *Board of Longitude*; Schiavon, 2014a, p. 218–219).

Voir aussi les travaux de Carl Friedrich Gauss et Friedrich Wilhelm Bessel (Schiavon, 2014, chapitre 1).

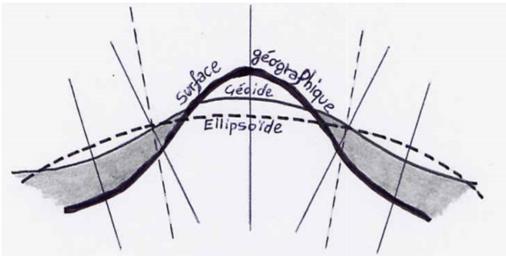
[38]Pour résumer la question rappelons qu'en 1743, le mathématicien Alexis-Claude Clairaut (1713–1765) a trouvé que, sous l'hypothèse que la Terre soit une masse homogène en rotation lente, deux valeurs de la gravité en deux points à latitude différentes suffisent pour déterminer son aplatissement. A partir de ce moment, il y a donc deux manières indépendantes pour calculer l'aplatissement de la Terre : les mesures de longueur d'un arc de méridien et les mesures de gravité. Cependant, cette deuxième méthode, comme on l'a dit, ne connut pas un réel succès en France : en 1825, Pierre-Simon de Laplace (1749–1827) trouvait un désaccord entre l'aplatissement obtenu par des mesures pendulaires et celui obtenu avec de longueurs d'un arc. Bien qu'il réduise ensuite ce désaccord, les savants français préférèrent améliorer les opérations géodésiques de mesure d'une longueur d'arc : pour eux, ce sont ces dernières à donner un aplatissement réel, alors que les observations pendulaires ne donneraient que la valeur de l'aplatissement dans l'hypothèse hydrostatique. En d'autres termes, s'il y avait un accord entre géodésie dynamique et géométrique, la Terre vérifierait bien la condition d'être à l'équilibre hydrostatique. On voit ici comment les données de la géodésie permettent des spéculations sur la structure interne de la Terre (sur la question : Deparis et Degros, 2000).

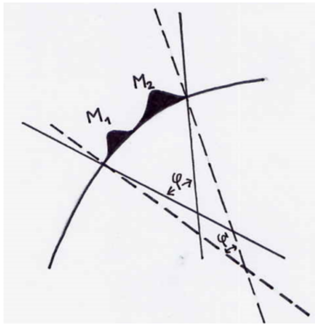
France : « Sans géodésie, pas de bonne carte ; sans bonne carte, pas de grands travaux publics » (Poincaré, 1900). Il faut noter que Poincaré met en évidence, en géodésie, ses implications dans les travaux publics : la prise en compte de l'aspect physique du territoire est une caractéristique du nivellement, nécessaire en géodésie dynamique.[39] Il s'agit alors de réaliser un réseau de repères altimétriques qui seront utiles pour le développement d'un réseau de voies de communications (routes et, à partie de la deuxième moitié du 19e siècle, du chemin de fer), et aussi pour établir en avance le tir d'artillerie. L'étude combinée des mesures pendulaires et de l'aspect physique du territoire permet enfin au savant de spéculer sur la structure interne de la Terre. Cependant, des difficultés se manifestent à l'époque entre la spéculation théorique et les observations géodésiques de terrain : on parle ainsi d'*anomalie* entre la valeur de l'intensité de la pesanteur et de la verticale du lieu. Le pendule permet d'estimer la valeur de cette anomalie[40] qui met en relation la figure géométrique de la Terre (ellipsoïde) et celle « réelle » de la Terre (géoïde) : dans la pratique, on mesure une déviation (ou angle) entre la verticale *normale* à l'ellipsoïde et celle *effective* au géoïde.[41] Cette anomalie est particulièrement redoutable d'une part pour le géodésien car une mauvaise définition de la verticale signifie introduire une erreur importante dans le calcul de la longueur d'un arc de méridien ; d'autre part, l'astronome ne pourra pas installer un instrument d'observation astronomique dans un lieu où existent des anomalies dans l'établissement de la verticale.

[39]Ainsi, la carte de France au 80.000e, dite aussi de l'Etat-major, ne met pas en évidence l'aspect physique du territoire (elle ne comporte que des hachures). Le Bureau des longitudes s'investit ainsi pour la réfaction de cette carte afin d'y mettre en évidence, comme précisé dans le texte, un nivellement de précision qui sert aussi bien à la science (géodésie dynamique) qu'à l'armée (calcul du tir d'artillerie). Sur la question : Schiavon, 2014.

[40]La verticale peut aussi se déterminer avec un fil-à-plomb. On rappelle qu'entre la période d'oscillation du pendule T, la longueur L du pendule, et l'accélération de gravité g, il existe la relation : $T \sim (L/g)\,1/2$. Si T est fixé, alors : $g = CL$, avec $C =$ constant. Sous la condition de T fixe, on peut ainsi déterminer g.

[41]Ainsi, en 1855, Pratt, à côté de l'Himalaya, s'attend une déviation du fil-à-plomb de $28''$ mais il n'en mesure que $4''$. Il imagine ainsi qu'il existe des différences de densité dans la croûte terrestres, des masses volumiques plus faibles sous les montagnes et des masses volumiques plus grandes sous les terres basses (Giovanni Virginio Schiaparelli, « Sulle anomalie della gravità – discorso letto alla Società italiana di scienze naturali di Milanoil 1 marzo 1896 », Archives de l'Observatoire de Brera, 190.1543 F, p. 9–10). De même, vers 1840, Airy pense que la surface extérieure de la terre repose en profondeur sur une mer de lave fluide plus dense et que les montagnes ont des racines sous la surface qui sont beaucoup plus grandes que leur expression de surface, comme un iceberg qui flotterait sur l'eau et dont la plus grande partie resterait sous l'eau. Sous ces conditions, Airy obtient une valeur de l'aplatissement de $1/299$ (pour une étude plus approfondie des relations entre la géodésie et la structure interne de la terre voir : Deparis et Legros, 2000).





A gauche, relations entre la surface géographique, le géoïde et l'ellipsoïde (noter les différentes définitions de la verticale par rapport à chaque surface). A droite, influence de la verticale sur la longueur d'un arc de méridien. Dessins de l'auteure.

Pour les membres du Bureau des longitudes, il est donc urgent de définir d'une manière théorique les variables géodésiques, et notamment la notion de verticale d'un lieu, afin de les comparer avec les données de terrain (et réaliser éventuellement les corrections nécessaires). Par ailleurs, vers la fin du 19e siècle, les instruments sont suffisamment perfectionnés pour mesurer avec une bonne précision la déviation de la verticale.[42] L'écart entre estimation théorique et observation permet ainsi d'émettre des hypothèses sur la structure interne de la Terre : mais il ne s'agit pas d'une démonstration rigoureuse. Dans un souci de rationaliser les observations, les membres du Bureau des longitudes souhaitent concilier les données de géodésie géométrique avec celles de dynamique.[43] Dans la pratique, il s'agit ainsi de déterminer une surface de

[42]Prenons un exemple donné par l'astronome italien Giovanni Virginio Schiaparelli dans son cours de géodésie : placé à la moitié d'un côté de la pyramide de Kheops le fil-à-plomb produit une déviation de 0,7″ ; on peut ainsi estimer à 7″ la déviation obtenue dans le voisinage d'une montagne de la même densité et avec une hauteur de 1500m (Giovanni Virginio Schiaparelli, « Sulle anomalie della gravità – discorso letto alla Società italiana di scienze naturali di Milanoil 1 marzo 1896 », Archives de l'Observatoire de Brera, 190.1543 F, p. 9–10).

[43]Entre la valeur de l'aplatissement et la structure de la Terre il existe de relations (voir aussi la note n. 38) : Alexis Clairaut avait trouvé que l'aplatissement de la surface d'une planète en équilibre ne dépend pas seulement de la vitesse de rotation mais également de la répartition interne des densités. Il avait aussi montré que la connaissance de la valeur de la pesanteur (mesurée à l'aide de l'oscillation d'un pendule) en deux points de latitudes différentes suffisait pour déterminer l'aplatissement du globe dans l'hypothèse de l'équilibre hydrostatique. Cependant, le problème est que les mesures géodésiques et de pesanteur aboutissent à des valeurs de l'aplatissement qui ne concordent pas : cet incompatibilité, comme on l'a dit, met en défaut la théorie de Clairaut et indique que la Terre ne serait pas à l'équilibre hydrostatique. Laplace, qui se servit de nouvelles mesures d'arcs de méridien et de pesanteur pour calculer l'aplatissement, n'obtint

référence, ellipsoïde, et de positionner le géoïde par rapport à cette surface. Or, il se trouve que la géodésie constitue un domaine idéal pour concilier les prétentions des scientifiques, des militaires et des techniciens. Ses données, ses méthodes, ses instruments, permettent de tester les spéculations en mécanique céleste, physique du globe, astronomie, géologie, optique et métrologie, et d'étudier la transmission lointaine des signaux horaires. La géodésie a permis aussi de redonner de la vitalité au Bureau des longitudes et d'affirmer son rôle parmi les sociétés savantes existantes (de plus que l'Observatoire de Paris, le Bureau international des poids et mesures (1875), le Bureau central météorologique (1878), le Service géographique de l'armée (1887), etc.). C'est grâce à Hervé Faye, membre très influent, que le Bureau des longitudes acquiert un nouvel élan : en 1870, Faye a fortement appuyé le capitaine François Perrier qui projetait de prolonger l'arc de méridien passant pour la France jusqu'en Algérie. A cette opération qui visait à rattacher à la France sa première colonie en territoire africain, les membres du Bureau greffèrent une autre opération scientifique demandée avec insistance à l'étranger : la correction de la chaîne méridienne qui traversait la France. Le but : y appuyer une carte géographique précise du pays qui était nécessaire pour le développement des travaux publics. A ce propos, un accord avec le Ministère des Travaux publics permit la création du Service de nivellement de France.[44] Appelé le « restaurateur » de la géodésie française, François Perrier avait été l'homme du compromis : il avait su adapter des instruments et des méthodes de l'observatoire astronomique aux pratiques de terrain, établir un réseau filaire pour la transmission de l'heure, renouveler les instruments et les méthodes de mesure angulaire sur le terrain,

---

toujours pas de valeur cohérente et conclut que la figure de la Terre n'avait pas la forme régulière d'un ellipsoïde. La situation se renverse néanmoins au début du 19e siècle, car les corrections apportées aux mesures d'arc débusquent l'existence de nouvelles erreurs. En 1825, Laplace trouva ainsi, à partir des mesures géodésiques, un aplatissement de 1/308 et, à partir des mesures pendulaires, un aplatissement de 1/310 : comme l'a montré Laplace, la surface ellipsoïdale de référence et le géoïde possèdent donc des aplatissements semblables mais ils ne coïncident pas exactement. En effet, la Terre n'est pas homogène et les masses superficielles et les hétérogénéités de masses internes perturbent la direction de la pesanteur qui s'écarte de la normale à l'ellipsoïde. Le géoïde présente ainsi des ondulations par rapport à la surface de référence dont on cherche à connaître l'ordre de grandeur. Pour plus de détails sur la question voir : Deparis et Legros, 2000.

[44] La Commission des Travaux Publics avait comme objectif de réaliser un nivellement de précision de la totalité du territoire français. Perrier et ses officiers ne réalisèrent pas la totalité de ces opérations de nivellement : en 1884, donc à peu près à moitié des opérations de la méridienne de France, les ministères de la Guerre et des Travaux Publics constituèrent un Service du nivellement général de la France, composé d'officiers spécialement dédiés au nivellement, et qui fut placé sous la direction de Jean Pierre Charles Lallemand (1857–1938), ingénieurs en chef des Mines et ami de Perrier (Schiavon, 2014).

concilier les prétentions des savants astronomes et des officiers militaires et provoquer ainsi l'association de la France, en 1873, à la prestigieuse *Mittel Europäische Gradmessung.*[45] Le Bureau des longitudes entrait avec honneur sur la scène internationale et venait de trouver, dans les officiers géodésiens du Dépôt de la Guerre (transformé dans un Service géographique de l'armée en 1887), des précieux alliés pour la réalisation des opérations géodésiques de terrain (et ceci non pas sans susciter la jalousie des ingénieurs hydrographes et des marins au sein du Bureau[46]).

Ces considérations argumentent bien l'intérêt des membres du Bureau des longitudes vis-à-vis de la géodésie. De plus, elles offrent un bel exemple d'une discipline qui constitua un terrain de collaboration entre scientifiques et officiers : ainsi, on voit que ces derniers, tout comme les marins, ne furent pas, à cette époque, des simples « exécutants des tâches scientifiques » mais des vrais collaborateurs des savants.[47] Les procès-verbaux du Bureau des longitudes constituent de ce fait une source archivistique d'une rareté exceptionnelle car elle nous permet d'argumenter une vision de « la science » qui se construit par un travail conjoint de communautés diverses et avec des acteurs dont le rôle est trop souvent considéré comme secondaire en histoire des sciences. Au sein du Bureau des longitudes, ce cénacle plus intime que l'Académie des sciences, on peut voir comment furent débattus et harmonisés divers points de vue d'ordre scientifique, militaire, technique, politique ou administratif.

2.4 Questions de géodésie discutées au Bureau des longitudes

Entre 1892 et 1900, les membres du Bureau des longitudes se proposent de réaliser une nouvelle mesure d'un arc de méridien en Amérique du Sud.[48] A la fin du 19ᵉ siècle, on lit dans les procès-verbaux des séances qu'il s'agit d'achever

[45]La *Mittel Europaïsche Gradmessung* deviendra successivement l'Association géodésique internationale (voir : Levallois, 1988; Schiavon, 2014, chapitres 1 et 2).

[46]Voir par exemple le cas de l'ingénieur hydrographe Anatole Bouquet de la Grye et de l'amiral Ernest Mouchez.

[47]Sur les acteurs militaires regardés comme de simples « exécutants matériels » de consignes scientifiques, certainement expérimentés en matière de questions techniques, mais pas comme de vrais collaborateurs des savants voir par exemple : Pyenson, 1993 et 1996. L'intérêt de cet historien reste centré sur les sciences et sur les scientifiques, si bien qu'on ne voit pas quelles étaient les valeurs de la précision pour les officiers.

Pour le profil d'un officier militaire étudié en tant que collaborateur des savants voir : Schiavon, 2010; Schiavon, 2014.

[48]Entre 1735–1737, les académiciens Louis Goudin, Pierre Bouguer et Charles Marie de la Condamine avaient été envoyé en Amérique du Sud afin de réaliser une mesure d'un arc de

l'observatoire de Quito « en sorte que la France le prenne en charge » et d'établir une « station astronomique » sur les îles Galápagos – ou plutôt une base de ravitaillement en charbon pour les navires français en transit.[49] On lit ainsi dans les procès-verbaux : « le Ministre verrait avec plaisir une succursale du Bureau des longitudes à Quito ».[50] Depuis 1893, les membres du Bureau des longitudes entament des pourparlers avec Antonio Flores Jijón, ancien président de l'Equateur qui s'est établi en France après la fin de son mandat en 1892 (Schiavon, 2014, p. 134). Le gouvernement français hésite pourtant à débloquer des crédits. Il faut aussi ajouter que si le projet de réaliser cette mission rencontre l'accord des membres du Bureau d'un point de vue scientifique, ce n'est pas le cas pour l'organisation des opérations de terrain et encore moins pour les hommes qui se rendront à Quito. En s'appuyant sur le succès des opérations conduites en France et Algérie, Faye propose de désigner les officiers du Service géographique. Mais cela suscite l'opposition de l'autre corps d'ingénieurs hydrographes spécialisé dans ces opérations. Ainsi, Anatole Bouquet de la Grye, s'oppose fermement à Faye et propose de mesurer un arc de méridien à proximité de l'équateur terrestre au Congo plutôt qu'en Amérique du Sud, ou encore d'envoyer des ingénieurs de l'École des Ponts et Chaussées.[51]

Pour former le personnel envoyé sur le terrain, le Bureau des longitudes possède, depuis 1877, une «école d'astronomie » situé dans le Parc Montsouris à Paris (Boistel, 2010a). Pour la mission à l'équateur, il s'agit de plus de réaliser sur le terrain des mesures pendulaires, dont la procédure est discutée pendant les séances du Bureau. Le physicien Alfred Cornu, par exemple, étudie la marche du pendule astronomique en fonction de la dilatation du fer, ainsi que les applications de l'électricité pour étudier les mouvements pendulaires ; l'astronome Jules Janssen analyse la marche du pendule lorsqu'il opère en hauteur, sur une montagne. Quant à Faye, il est convaincu que les mesures pendulaires constituent le complément nécessaire pour étudier la structure interne de la Terre et découvrir la constitution de ses couches géologiques internes (Schiavon, 2014b). Faye demande ainsi de disposer de nouvelles données pour vérifier ses spéculations théoriques. Enfin, les officiers géodésiens du Service géo-

méridien. Sur cette expédition voir : Taton, 1988 ; Lafuente et Péset, 1984 ; Lafuente et Delgado, 1984a ; Lafuente et Mazuecos, 1897 ; Lafuente, 1988.

[49]« Bureau des Longitudes – Séance du 26 avril 1893 », *Les procès-verbaux du Bureau des longitudes* , consulté le 3 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/4574`. Sur la question des îles Galápagos, voir notamment : Pyenson, 1993.

[50]« Bureau des Longitudes – Séance du 26 avril 1893 », *Les procès-verbaux du Bureau des longitudes* , consulté le 3 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/4574`.

[51]Entre Bouquet de la Grye et les officiers géodésiens du Service géographique le désaccord est aussi ravivé par un conflit au sujet de la priorité dans l'invention du cercle réitératif. Sur la question voir : Schiavon, 2014, chapitre 2.

graphique de l'armée sont très intéressés par l'amélioration de la méthode de transmission des signaux horaires : lors d'une détermination de la différence de longitude entre deux stations, l'officier Gilbert Defforges (1852–1915) a mis au point un pendule que le commandant Robert Emile Bourgeois (1857–1945) a ensuite utilisé à Alger pour s'assurer que la région de Sahel, dans laquelle se situe l'observatoire astronomique, est indépendante de toutes les anomalies que peuvent causer les attractions topographiques. Bourgeois, qui n'est pas encore membre du Bureau des longitudes, est ainsi invité à reporter ses résultats que Poincaré présente aussi à l'Académie des sciences (Bourgeois, 1907).

En tant que secrétaire du Bureau des longitudes, c'est encore Poincaré qu'invite en 1895 le physicien Charles Edouard Guillaume (1861–1938), du Bureau international des poids de mesures, à présenter ses découvertes sur l'invar, un alliage dont la propriété principale est la très faible dilatation. Suite à cette présentation, les membres du Bureau font commander un appareil fabriqué en invar qui sera expérimenté sur le terrain en 1901 par les officiers du Service géographique de l'armée lors de la mesure d'un arc de méridien en Amérique du Sud (Schiavon, 2015, Chapitre 2).

Pendant ces années, les membres débattent aussi sur les propriétés d'un pendule construit par l'officier autrichien Robert von Sterneck (1839–1910). Les membres du Bureau décident ainsi de commander cet instrument. L'officier et explorateur Jean Tilho (1875–1956) l'utilise dans ses travaux[52] ; l'instrument est donc comparé avec le Defforges et Poincaré, en tant que secrétaire, transcrit les résultats de discussions.

Dans la suite, je rentrerai plus dans le détail sur d'autres raisons qui justifient l'entrée de Poincaré au Bureau des longitudes : ceci pour mieux expliquer l'affirmation de Tisserand et pour montrer que Poincaré s'est en quelque sorte préparé pour être admis au Bureau.

Depuis 1885, divers sont les articles de Poincaré au sujet de la géodésie.[53] Sans en faire une étude rigoureuse, mon propos est de montrer comment l'approche théorique de Poincaré peut se mettre en relation avec l'activité des membres du Bureau des longitudes à cette période.

Comme on sait, l'approche de Poincaré ne se limite pas à une stricte analyse théorique de la question : dès qu'il lui est permis, il envisage des applica-

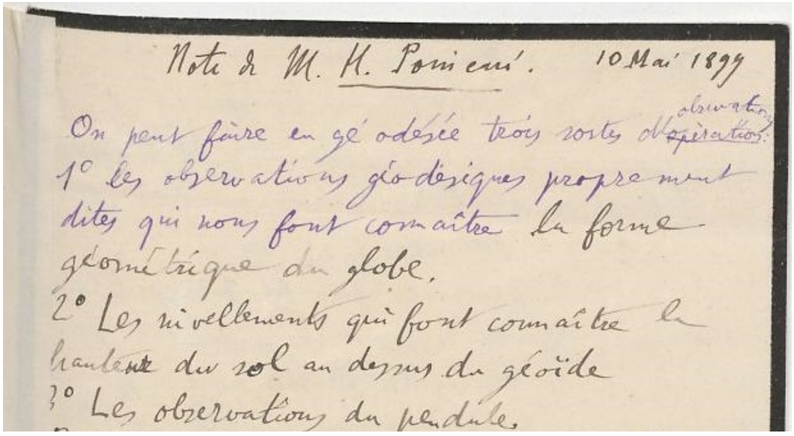
[52]Tilho se distinguera plus tard, pendant la Première Guerre mondiale, dans l'emploi de la télégraphie sans fils dans les mesures géodésiques (voir Schiavon, 2014, p. 672).

[53]En voici une petite sélection : « Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation », 1885; « Sur l'équilibre d'une masse hétérogène en rotation », 1888; « Sur la figure de la Terre », 1888 et 1889; « Les formes d'équilibre d'une masse fluide en rotation », 1892. Une liste exhaustive est disponible à l'adresse : `http://henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/bibliohp/?t` consulté en mai 2016.

tions afin de constater les limites de ses spéculations. Il fait de même en 1885, quand il applique son étude d'une masse fluide en rotation et soumise aux actions de sa propre pesanteur et de la force axifuge par rapport à un axe passant par son centre de masse (Poincaré, 1885). En 1888, il reprend un résultat trouvé par Rodolphe Radau en 1885 (Radau, 1885) : celui-ci a réalisé un changement de variables dans les équations de Clairaut et en a déduit que l'aplatissement de la Terre doit être inférieur à $1/297$. Poincaré généralise le résultat de Radau et, sans introduire une condition stricte sur la densité de la Terre, il établit, toujours sous l'hypothèse hydrostatique, une limite théorique supérieure à l'aplatissement. Poincaré trouve ainsi que tout aplatissement résultant des opérations géodésiques doit être strictement inférieur à $1/297,3$ ($f < 1/297,3$). Or, ce résultat est manifestement en désaccord avec la valeur produite par les officiers géodésiens à l'issue de leur correction d'arc de méridien et de son prolongement en Algérie ($1/292$). En 1892, dans la *Revue des sciences générales et appliquées*, Poincaré synthétise les résultats obtenus sur les formes d'équilibre d'une masse fluide en rotation (Poincaré, 1892). Il demeure critique vis-à-vis des résultats théoriques obtenus et affirme :

> « Les géodésiens concluent à un aplatissement de $1/292$, tandis que l'aplatissement le plus grand qui soit compatible avec la précession observée est de $1/297$. Il est impossible pour le moment de se prononcer sur la valeur des nombreuses hypothèses que l'on peut faire pour expliquer cette divergence. Les mesures géodésiques doivent-elles être révisées ? Doit-on supposer que la Terre n'est pas un ellipsoïde de révolution et que l'aplatissement n'est pas le même suivant les divers méridiens ou dans les deux hémisphères ? [...] Croira-t-on au contraire que la croûte solide est très mince et que l'intérieur, resté liquide, est le siège de mouvements compliquées très différents de ceux que peut prendre un corps solide ? Les calculs de Laplace ayant été faits en regardant la Terre comme un solide invariable, on conçoit que la précession d'un pareil système puisse être très différente de la précession théorique. Enfin, on peut supposer encore que l'aplatissement primitif a été altéré parce que les diverses couches, en se contractant par suite du refroidissement du globe, ont exercé les unes sur les autres des pressions et se sont mutuellement déformées. Mais... il est inutile de multiplier des hypothèses puisque toutes ces questions doivent rester provisoirement indécises» (Poincaré, 1892).

Poincaré ne pense pas que les mesures géodésiques de terrain soient nécessairement erronées : la Terre pourrait ne pas vérifier l'équilibre solide. Si elle


Note de M. H. Poincaré. 10 Mai 1899

On peut faire en géodésie trois sortes d'observations ~~opérations~~

1° les observations géodésiques proprement dites qui nous font connaître la forme géométrique du globe.

2° Les nivellements qui font connaître la hauteur du sol au dessus du géoïde

3° Les observations du pendule.

« [Note d'Henri Poincaré relative à un travail sur la figure de la Terre] », *Les procès-verbaux du Bureau des longitudes*, consulté le 3 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/files/show/11617`

était solide, par exemple, elle ne serait pas ajustée à la distribution des forces centrifuges. Cela dit, sa conclusion est que les mesures de la longueur d'un arc de méridien, malgré tout locales, ne sont plus suffisantes pour définir la figure de la Terre : des nouvelles mesures de terrain sont selon lui nécessaires et ces mesures doivent être réalisées dans les deux hémisphères. Il se demande ensuite sur quelle géodésie, entre la géométrique et la dynamique, doit-on de préférence pratiquer sur le terrain : et là on voit comment, d'un point de vue théorique, Poincaré se propose de justifier les opérations de géodésie dynamique, ce que trouve le soutien des membres du Bureau.

Dans une note manuscrite datée du 10 mai 1899, Poincaré explique aux membres du Bureau que la géodésie actuelle comporte désormais trois types de mesures : les observations géométriques-géodésiques, le nivellement et les mesures pendulaires. Poincaré analyse le pour et le contre de chaque observation de terrain et conclut : « les trois séries d'observations sont solidaires et si deux d'entre elles étaient complètes et parfaitement précises, la troisième deviendrait inutile. Si en effet on développe en séries de Laplace la hauteur du sol au dessus du géoïde, celle du géoïde au dessus de l'ellipsoïde de Clarke, et l'intensité de la pesanteur, il y a entre les trois coefficients correspondants des trois développements une relation linéaire très simple».[54] Il poursuit son raisonnement et analyse la formule proposée pour le pendule par Faye qui n'est

[54] « [Note d'Henri Poincaré relative à un travail sur la figure de la Terre] », *Les procès-verbaux du Bureau des longitudes*, consulté le 3 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/4984`.

qu'approchée sur les continents et n'est plus exacte sur les mers. Il s'en sert ainsi pour conclure que les observations du pendule donneraient une connaissance plus exacte de la Terre que les observations géodésiques mais à condition qu'elles soient réalisées sur toute la surface du globe systématiquement et avec des instruments semblables. Cette idée, exposée en 1899, est développée dans un article publié en 1901 sur le *Bulletin astronomique*. Ici, il précise que réaliser des mesures pendulaires ne veut pas dire abandonner les mesures de longueur d'un arc de méridien :

> « Tout le monde regarde les observations du pendule comme le complément nécessaire des mesures géodésiques ; mais on ne s'est pas toujours rendu exactement compte des véritables relations qui relient ces deux séries de données obtenues par des moyens si différents. Il y a une circonstance qui a probablement déjà été remarquée, mais sur laquelle on n'a peut-être pas suffisamment insisté : c'est que les observations du pendule ne viennent pas seulement nous fournir un complément nécessaire aux mesures géodésiques, mais elles pourraient les remplacer complètement si elles pouvaient être assez multipliées et si elles étaient suffisamment exactes. De même, d'ailleurs, les mesures géodésiques, si elles étaient parfaites, pourraient dispenser des observations pendulaires. Bien entendu, je ne veux pas dire qu'il faut renoncer aux mesures géodésiques. Les deux méthodes d'observations ne sont ni l'une ni l'autre assez précises pour qu'il ne soit pas nécessaire de les contrôler l'une par l'autre. Mais, pour que ce contrôle soit possible, il faut justement se rendre bien compte de la nature de leur dépendance mutuelle. C'est là le but du présent travail » (Poincaré, 1901, p. 5).

Poincaré complète ainsi son raisonnement de 1899, et rend compte d'une manière explicite de la dépendance mutuelle des observations géométriques et dynamiques : il met en évidence qu'il existe une relation mathématique entre mesures géodésiques et mesures pendulaires. Il donne ainsi un fondement à une affirmation de 1884 de Friedrich Helmert qui, avec un pendule Sterneck, avait pu combiner 122 observations pendulaires en condensant toutes les masses extérieures dans une surface située à 21 km en profondeur. On imagine que ce travail d'Helmert, qu'interpolait un petit nombre d'observations de terrain, ne pouvait pas être considéré comme assez général et rationnel par les membres du Bureau. Pour le dire d'une autre manière, l'approche française, plutôt abstraite et théorique, se distingue fortement de celle des Anglo-Saxons par exemple, plus empirique et plus pratique.[55] De même, en considérant les différents protocoles employées en métrologie par Français et Allemands, Kathryn Olesko a montré que les premiers recherchent la « perfection » d'une mesure alors que les seconds sa « reproductibilité » : en d'autres termes, si pour les Français l'étalon métrique est un « idéal mathématique », pour les Allemands (Friedrich Bessel), l'étalon est plutôt « l'expression matérielle du protocole à travers lequel il peut être dupliqué» (Olesko, 1995 ; Schiavon, 2014).

En 1901, Poincaré démontre qu'il existe une surface de compensation dont on peut calculer l'aplatissement ce qui justifie sur le plan théorique la réalisation des mesures pendulaires tout le long de la ligne de méridien. Ceci est très apprécié par les membres du Bureau des longitudes et Poincaré va ainsi inciter les officiers géodésiens envoyés en Amérique du Sud entre 1901 et 1908 à réaliser non pas quelques mesures pendulaires mais un vrai « nivellement pendulaire» (Schiavon, 2014, chapitre 2).

En 1901, alors qu'une nouvelle mesure d'un arc de méridien vient de commencer en Amérique du Sud, Poincaré rend compte de la dépendance mutuelle des mesures géométriques *et* pendulaires. Il souligne d'ailleurs que :

> « les observations du pendule ne viennent pas seulement nous fournir un complément aux mesures géodésiques, mais elles pourraient les remplacer complètement si elles pouvaient être assez multipliées et elles étaient suffisamment exactes. De même, d'ailleurs, les mesures géodésiques, si elles étaient parfaites, pourraient dispenser des observations pendulaires » (Poincaré, 1901).

Pour lui, il ne faut donc pas renoncer aux mesures géométriques mais il faut les contrôler par les mesures pendulaires. Dans son raisonnement la figure de la Terre peut se définir par la recherche du gradient le plus proche ; en revanche, sur le terrain, le géodésien cherchera le géoïde (la « figure réelle de la Terre ») à condition de s'outiller d'une définition rigoureuse de perpendicularité.

[55] Citons à ce propos l'étude de Licoppe sur les usages de la littérature expérimentale en France et en Angleterre entre 1630 et 1820. En France, on fait bien distinction entre le récit d'un événement singulier observé dans la nature (*experimentum*) et la généralisation sur la marche régulière voire universelle du monde (*experientia*), (Licoppe, 1996). Par ailleurs, Galison nous rappelle également l'acharnement de Jules Janssen, lors de la conférence de 1884 à Washington, pour le choix d'un méridien « neutre », fondé sur un choix de la « raison » et de la « science » et non pas motivé par une question purement commerciale : cet historien souligne ainsi à plusieurs reprises la « marche vers la rationalisation » entamé par les Français depuis les Lumières (Galison, 2006, p. 193). Enfin, citons également l'ouvrage de Schiebinger *The Mind has no Sex ?* et dans lequel elle étudie certaines conséquences de cette différente manière de concevoir la science entre les Français et les Anglo-Saxons (Schiebinger, 1991).

Conclusion

La lecture des procès-verbaux du Bureau des longitudes permet de confronter l'avancement dans la réflexion de Poincaré avec les discussions des membres, et de considérer ainsi qu'il y a eu un aller-retour entre théorie et données observés sur le terrain. Poincaré sollicite ainsi les membres du Bureau des longitudes pour mettre à l'épreuve ses théories. En retour, il est interrogé pour « rationaliser » les observations de terrain et surtout pour donner une justification théorique de la nécessité de réaliser des mesures pendulaires. Insistons sur le fait que ces mesures coûtent cher, c'est pourquoi, en 1900, à la Société française d'astronomie, Poincaré affirmait que la précision qu'on recherche en géodésie n'est pas un luxe inutile, et que si l'on posait cette question « à un parlementaire, j'imagine qu'il répondrait : "je suis porté à croire que la géodésie est une des sciences les plus utiles, car c'est une de celles qui nous coûtent le plus cher" » (Poincaré, 1900).

L'exemple de Poincaré membre du Bureau des longitudes, bien qu'ici brièvement illustré, me semble justifier une étude plus approfondie des procès-verbaux : ces documents, ainsi qu'on l'a vu, constituent une source inédite pour étudier, par exemple, les nombreux travaux du mathématicien dans le domaine de la géodésie, dont les mesures sont essentielles pour l'avancement de la mécanique céleste, ainsi que pour l'étude de la formation, de la structure et de l'évolution de la Terre.

Etudier Poincaré à travers les procès-verbaux du Bureau des longitudes permet aussi de montrer que ce mathématicien ne travailla pas dans la solitude. Au sein du Bureau des longitudes, il concilie la position de Faye et des officiers du Service géographique de l'armée avec celle de Bouquet de la Grye ; il va défendre la cause des officiers du Service géographique de l'armée envoyés en Amérique du Sud ; il prend la présidence du Bureau des longitudes en 1899 lors des préparatifs des opérations de terrain et, enfin, il préside la commission de l'Académie des sciences chargée de contrôler les opérations géodésiques en Equateur (Schiavon, 2014, chapitre 2). Poincaré va aussi demander un nivellement pendulaire sur toute la chaîne équatorienne et veut que le commandant Bourgeois soit chargé de ces mesures. Il recommande également l'utilisation du pendule Von Sterneck mais les officiers du Service géographique, qui furent les vrais maîtres des observations sur le terrain, décideront de n'utiliser que l'instrument Defforges. Sur l'opération géodésique en Amérique du Sud et Poincaré, je rappellerai seulement ceci : l'opération répond également à une sollicitation de l'Association internationale de géodésie, dont le Bureau des longitudes est le porte-parole en France. Ainsi, en prenant appui sur les procès-verbaux des séances du Bureau, il est possible d'expliquer tout naturellement comment Poincaré devient le délégué de la France au sein de l'Association et pourquoi il se trouve à occuper, en 1906, la fonction de trésorier. Par ailleurs, à l'issue de la mesure d'arc en Amérique du Sud en 1904, Poincaré se voit impliqué pour défendre la fonction pédagogique de la géodésie à l'Ecole Polytechnique. Alors que le cours d'astronomie et géodésie est menacé de suppression, il consent à en prendre la charge afin de le sauver. Et pour souligner ses faires, au sein du conseil de perfectionnement, il ajoute :

> « Le calcul des probabilités et la théorie des erreurs forment un ensemble très important pour toutes les sciences, et pour tous les genres d'applications : si on les met en Analyse, le Professeur fera évidemment de son mieux, mais sans s'intéresser à un sujet qui, sauf quelques théorèmes, sort évidemment de sa spécialité : on ne peut véritablement pas séparer la théorie des erreurs d'un cours où l'on en montre les plus belles applications. La connaissance des grands instruments d'Astronomie est utile à tous les élèves, on ne voit pas où l'on pourrait les étudier ailleurs qu'en Astronomie et Géodésie ».

Poincaré ne va finalement pas réaliser ce cours mais fut remplacé par le commandant Bourgeois, dont il appréciait la valeur scientifique par sa participation aux séances du Bureau des longitudes et parce qu'il avait dirigé avec succès les opérations géodésiques en Amérique du Sud (Schiavon, 2014, Chapitre 2). Ces faits, parmi tant d'autres, témoignent de l'importance de la géodésie en ce tournant entre le 19e– début 20e siècles.

Bibliographie

Andrewes, William J. H. (éd.), 1996. *The Quest for Longitude*, Cambridge, MA: Harvard University Collection of Historical Scientific Instruments.

Aubin, David, 2014. « Lignes de Faye : la jonction télégraphique Greenwich-Bruxelles-Paris, 1853–1854 », *Bulletin de la Sabix*, 55, numéro spécial coordonné par Guy Boistel, Stéphane Le Gars et Colette Le Lay « Hervé Faye (1814–1902) ou l'Art de la Rupture ».

de Balzac, Honoré, 1840. *Physiologie du mariage ou Méditations de philosophie éclectique sur le bonheur et le malheur conjugal,* Nouvelle édition semblable à celle de la physiologie du goût publié par le même éditeur, Paris: Charpentier Libraire.

Baker, Alexi (éd.), à paraître. *The Board of Longitude 1714–1828: Science, Innovation and Empire*, London: Palgrave MacMillan.

Bigourdan, Guillaume, 1929a. « La réorganisation du Bureau des longitudes, en 1854 et 1862 », in Collectif (Ed.), *Comptes rendus du congrès des sociétés savantes de Paris et des départements tenu à la Sorbonne en 1929*, Paris: Imprimerie nationale, p. 23–24.

Bigourdan, Guillaume, 1929b. « Le Bureau des Longitudes : Son histoire et ses travaux, de l'origine (1795) à ce jour », *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. C.1–C.92.

Bigourdan, Guillaume, 1930. « Le Bureau des Longitudes : Son histoire et ses travaux, de l'origine (1795) à ce jour », *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. A.1–A.110.

Bigourdan, Guillaume, 1931. « Le Bureau des Longitudes : Son histoire et ses travaux, de l'origine (1795) à ce jour », *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. A.1–A.151.

Bigourdan, Guillaume, 1932. « Le Bureau des Longitudes : Son histoire et ses travaux, de l'origine (1795) à ce jour », *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. A.1–A.117.

Bigourdan, Guillaume, 1933. « Le Bureau des Longitudes : Son histoire et ses travaux, de l'origine (1795) à ce jour », *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. A.1–A.91.

Boistel, Guy, Le Lay, Colette et Lamy, Jérôme, 2010. *Jérôme Lalande (1732–1807) : une trajectoire scientifique*, Rennes: Presses universitaires de Rennes.

Boistel, Guy, 2010a. *L'observatoire de la Marine et du Bureau des longitudes au parc Montsouris, 1875–1914*, Paris: Edite-IMCCE.

Boistel, Guy, 2010b. « Un observatoire pour la formation des militaires, des géographes et des explorateurs en plein Paris : l'observatoire de la Marine et du Bureau des longitudes au parc Montsouris, 1875–1915 » in Noë, J. de la & Soubiran, C. (Ed.), *La (re)fondation des observatoires astronomiques sous la IIIe République*, Bordeaux: Presses universitaires de Bordeaux, p. 127–146.

Boistel, Guy, 2014. « Hervé Faye et Ernest Mouchez, ou l'astronomie française entre science et politique à la fin du 19e siècle », *Bulletin de la Sabix*, 55, numéro spécial coordonné par Guy Boistel, Stéphane Le Gars et Colette Le Lay « Hervé Faye (1814–1902) ou l'Art de la Rupture ».

Bottazzini, Umberto, 2002. *Poincaré. Philosophe et mathématicien*, *Pour la*

Science, collection « Les génies de la science », Belin.

Bourgeois, Robert Emile, 1907. « Sur la forme du géoïde dans la région de Sahel d'Alger », communication présentée par Henri Poincaré, *Comptes rendus de l'Académie des sciences.*

Brenni, Paolo, 1993. «H.-P. Gambey (1787–1847)», *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 38, p. 11–13.

Brenni, Paolo, 1994. «Soleil Duboscq-Pellin: a dynasty of Scientific Instrument Makers», in (ed.) G. Dragoni, A. McConnell, E. L'E. Turner, *Proceedings of the 11th International Scientific Instrument Symposium*, Bologna, p. 107–111.

Brenni, Paolo, 1996a. «Soleil, Duboscq and their successors», *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 51, p. 7–16.

Brenni, Paolo, 1996b. «The Brünners and Paul Gautier», *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 49, p. 3–8.

Brenni, Paolo, 1996c. «Louis Clement François Breguet and Antoine Louis Breguet», *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 50, p. 19–24.

Brenni, Paolo, 1997. «Jules Carpentier (1851–1921)», *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 43, p. 12–15.

Capitaine, Nicole, 2011, « Le Bureau des longitudes – Activités et missions issues de son histoire », Conférence donnée à l'Académie de Marine le 23 novembre 2011.

Collectif, 1979. *Index biographique de l'Académie des sciences*, Paris: Gauthier-Villars.

Collectif Ed., 1955. *Le livre du centenaire de la naissance d'Henri Poincaré (1854–1954)*, Paris, Gauthier-Villars.

Crosland, Maurice, 2002. *Science under control: The French Academy of Sciences 1795–1914*, Cambridge: Cambridge University Press.

Débarbat, Suzanne, 2005. « L'Observatoire de Paris, le Bureau des longitudes et les observatoires de provinces », in Boistel Guy (éd.), *Observatoires et patrimoines astronomiques français – Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences*, Lyon: Ecole Normale Supérieure de Lyon, p. 65–87.

Débarbat, Suzanne, 2010. « A propos de la publication du 'Recueil d'observations géodésiques, astronomiques et physiques exécutées par ordre du Bureau des Longitudes de France, en Espagne, en Angleterre et en Écosse, de Biot et Arago' », in Fox, Robert & Joly, B. (Ed.), *Echanges franco-britanniques* *entre savants depuis le XVII^e siècle,* Londres: College Publications.

Deparis, Vincent et Degros, Hilaire, 2000. *Voyage à l'intérieur de la Terre. De la géographie antique à la géophysique moderne. Une histoire des idées*, CNRS éditions.

Dhombres, Jean, avec Débarbat, S. et Sochon, S., 2012. *Pierre Simon de Laplace, 1749–1827 : le parcours d'un savant*, Paris: Hermann – Observatoire de Paris.

Dunn, Richard and Higgitt, Rebekah, 2014a. *Ships, Clocks & Stars: The Quest for Longitude*, National Maritime Museum: Harper Design.

Dunn, Richard and Higgitt, Rebekah, 2014b. *Finding Longitude: How Ships, Clocks and Stars Helped Solve the Longitude Problem*, Glasgow: Collins.

Fauque, Danielle, 1991. « Les origines du Bureau des longitudes », *Cahiers Clairaut*, 55, p. 34–39 ; 56, p. 31–37 ; 57, p. 31–37.

Faye, Hervé, 1872. « Sur la situation actuelle du Bureau des longitudes », *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, LXXV, 26.

Feurtet, Jean-Marie, 2005. *Le Bureau des Longitudes (1795–1854) : de Lalande à Le Verrier*, thèse de l'Ecole nationale de Chartres.

Feurtet, Jean-Marie, 2010. « Lalande, père fondateur du Bureau des Longitudes (1795–1807) », *in* Boistel, Guy, Le Lay, Colette & Lamy, Jérôme (Ed.), *Jérôme Lalande (1732–1807) : une trajectoire scientifique*, Rennes: Presses universitaires de Rennes, p. 51–66.

Galison, Peter, 2006. *L'empire du temps. Les horloges d'Einstein et les cartes de Poincaré* (traduit par Bella Arman), Paris: éd. Folio essais, Gallimard.

Ginoux, Jean-Marc et Gerini, Christian, 2012. *Henri Poincaré. Une biographie au(x) quotidien(s)*, Paris: Ellipses éd.

Gray, Jeremy, 2013. *Henri Poincaré: A Scientific Biography*, Princeton University Press.

Grégoire, Henri-Baptiste, 1909. « Rapport fait à la Convention [...] par le Représentant du peuple, Henri-Baptiste Grégoire, 25 juin 1795 », *Lois, décrets, ordonnances, arrêtés et décisions concernant le Bureau des longitudes*, Paris: Imprimerie nationale.

Hahn, Roger, 1971. *The Anatomy of a Scientific Institution. The Paris Academy of Sciences, 1666–1803*, Berkeley–Los Angeles–London: University of California Press.

Howse, Derek, 1977. «The British Board of Longitude, 1714–1828», *National Ma-*

ritime Museum.

Howse, Derek, 1997. *Greenwich Time and the Longitude*, London: Philip Wilson.

Howse, Derek, 1998. «Britain's Board of Longitude: The Finances, 1714–1828», *The Mariner's Mirror*, vol. 84, n. 4, p. 400–417.

Jackson, Myles W., 2000. *Spectrum of Belief: Joseph von Fraunhofer and the Craft of Precision Optics*, Cambridge, MA / London: MIT Press.

Lafuente, A. et Péset, J. L., 1984. «La question de la figure de la Terre. L'agonie d'un débat scientifique au XVIIIe siècle», *Revue d'histoire des sciences,* 37, p. 235–254.

Lafuente, A. et Delgado, A.J. , 1984a. «La geometrización de la tierra (1735–1744)», *Cuadernos Galileo de historia de la ciencia*, Consejo superior de investigaciones científicas, Madrid: Instituto Arnau de Vilanova.

Lafuente, A. et Mazuecos, A., 1987. *Los caballeros del Ponto Fijo. Ciencia, política y aventura en la expedición geodésica hispano francesa al virreinato del Perú en el siglo XVIII*, España: Serbal CSIC éd.

Lafuente, Antonio, 1988. «L'aventure et la science dans l'Expédition du Pérou (1735–1743)», in H. Lacombe et P. Costabel (sous la direction de), *La figure de la Terre du XVIIIe siècle à l'ère spatiale*, Paris: Gauthier-Villars, p. 139–149.

Lamy, Jerôme, 2007. « Le Bureau des longitudes. La gestion des instruments et les régimes de savoirs au 19e siècle », *Revue d'anthropologie des connaissances*, 2, p. 167–188.

Le Lay, Colette, 2014. « Hervé Faye, diffuseur de l'astronomie », *Bulletin de la Sabix*, 55, numéro spécial coordonné par Guy Boistel, Stéphane Le Gars et Colette Le Lay « Hervé Faye (1814–1902) ou l'Art de la Rupture ».

Levallois, Jean-Jacques, 1988. *Mesurer la Terre. 300 Ans de Géodésie Française. De la Toise du Châtelet au Satellite*, Paris: Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussée.

Levi, Giovanni, 1989. *Le Pouvoir au village. Histoire d'un exorciste dans le Piémont du XVIIe siècle*, Paris: Gallimard.

Licoppe, Christian, 1996. *La formation de la pratique scientifique*, La Découverte éd.

Nabonnand, Philippe (sous la direction de), 1998. *La correspondance entre Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler*, Vol. 1, Birkhäuser.

Olesko, K. M., 1995. «The Meaning of Precision: the exact sensibility in early nineteenth-century Germany», in M. Norton Wise, *The Values of Precision*, Princeton: Princeton University Press, p. 103–134.

de Place, Dominique, 1988. « Le Bureau de consultations pour les arts, Paris, 1791–1796 », *History and Technology*, 5, p. 139–178.

Plongeron, Bernard, 2001. *L'abbé Grégoire et la République des savants*, Paris: éd. du CTHS.

Poincaré, Henri, 1885. « Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation », *Bulletin astronomique*, t. II, p. 109–118.

Poincaré, Henri, 1892. « Les formes d'équilibre d'une masse fluide en rotation », *Revue des sciences générales et appliquées*, n. 23, p. 809–815.

Poincaré, Henri, 1897. « La décimalisation de l'heure et de la circonférence », *Eclairage électrique*, vol. 11, p. 529–531.

Poincaré, Henri, 1900. « La mesure de la Terre et la géodésie française », *Bulletin de la Société astronomique de France*, p. 513–521.

Poincaré, Henri, 1901. « Les mesures de la gravité et la géodésie », *Bulletin astronomique*, p. 5–39.

Pyenson, Lewis, 1993. *Civilizing Mission. Exact Sciences and French Overseas Expansion, 1830–1940*, Baltimore-Londres: The Johns Hopkins University Press.

Pyenson, Lewis, 1996. « On the military and exact sciences in France », in P. Forman, J. M. Sánchez-Ron (éds.), *National Military Establishments and the Advancement of Science and Technology*, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p. 135–152.

Radau, Rodolphe, 1885. « Sur la figure de la terre », *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. 100, p. 972.

Rémy, Frédérique, 2007. *Histoire de la glaciologie*, Paris: Vuibert.

Rémy, Frédérique, 2009. *Histoire des pôles, mythes et réalités polaires aux 17e et 18e siècles*, Paris: Editions Dejonquères.

Rémy, Frédérique, 2009a. « Jean-Baptiste Charcot et l'exploration des mers polaires », *Les dossiers de la Recherche*, 36.

Rémy, Frédérique, 2017. « Le Bureau des longitudes et les glaces polaires », in Schiavon, Martina & Rollet, Laurent (Ed.), *Pour une histoire du Bureau des longitudes*, Nancy: PUN – Editions universitaires de Lorraine.

Rollet, Laurent, 2017. *La correspondance de jeunesse d'Henri Poincaré. Les an-*

nées de formation : de l'Ecole polytechnique à l'Ecole des Mines, 1873–1878, Vol. 4, Birkhäuser.

Schiavon, Martina, 2010. « Geodesy and Map-Making in France and Algeria: Contests and Collaborations between Army Officers and Observatory Scientists », in Aubin, David, Bigg, Charlotte & Sibum, Otto (Ed.), *The Heavens on Earth: Observatories and Astronomy in Nineteenth Century*, Durham-London: Duke University Press, p. 199–224.

Schiavon, Martina, 2014. *Itinéraires de la précision. Géodésiens, artilleurs, savants et fabricants d'instruments de précision en France, 1870–1930*, PUN – éditions universitaires de Lorraine.

Schiavon, Martina, 2014a. « The English *Board of Longitude* (1714–1828) ou comment le gouvernement anglais a promu les sciences », *Archives internationales d'histoire des sciences*, 62, p. 1–168.

Schiavon, Martina, 2014b. « Hervé Faye, la géodésie et le Bureau des longitudes », *Bulletin de la Sabix*, 55, numéro spécial coordonné par Guy Boistel, Stéphane Le Gars et Colette Le Lay « Hervé Faye (1814–1902) ou l'Art de la Rupture ».

Schiavon, Martina, 2015. « The Bureau des longitudes: An Institutional Study », in R. Dunn & R. Higgitt (éds.), *Navigational Entreprises in Europe and Its Empires, 1730–1850*, Cambridge Imperial and Post-Colonial Studies Series, Palgrave-MacMillan, p. 65–85.

Schiavon, Martina et Rollet, Laurent, 2017, *Pour une histoire du Bureau des longitudes (1795–1932)*, PUN – Editions universitaires de Lorraine.

Schiebinger, Londa, 1991. *The Mind has no Sex?*, Harvard: Harvard University Press.

Sobel, Dava, 1995. *Longitude: The True Story of a Lone Genius Who Solved the Greatest Scientific Problem of His Time*, New York: Walker.

Taton, René, 1988. « L'Expédition géodésique de Laponie (avril 1736–août 1737) », in H. Lacombe et P. Costabel (sous la direction de), *La figure de la Terre du XVIII^e siècle à l'ère spatiale*, Paris: Gauthier-Villars, p. 115–138.

Walter, Scott A. (sous la direction de), avec Etienne Bolmont et André Coret, 2007. *La correspondance entre Henri Poincaré et les physiciens, chimistes et ingénieurs*, Vol. 2, Birkhäuser.

Walter, Scott A. (éditeur), Philippe Nabonnand, Ralph Krömer et Martina Schiavon (éditeurs associés), 2017. *La correspondance entre Henri Poincaré, les astronomes et les géodésiens*, Vol. 3, Birkhäuser.

A actividade científica da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica e o problema da determinação das longitudes

Carlos M. Martins
Universidade de Coimbra — Darq
moumartins@gmail.com

Fernando B. Figueiredo
Universidade de Coimbra — CITEUC/CMUC
fernandobfigueiredo@gmail.com

Resumo: A fundação da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica (SRMMG) inscreve-se no quadro internacional de criação de institutos hidrográficos por várias potências marítimas europeias, no final do século XVIII. Contudo, enquanto instituição científica, a Sociedade distingue-se profundamente destas instituições. O novo estabelecimento, como a sua designação indica (Marítima, Militar e Geográfica), foi concebido como uma sociedade científica multidisciplinar, com a intenção de reunir num mesmo organismo os diversos campos do conhecimento científico e técnico e de formar um centro comum para a produção de pensamento e para a organização de informação. O seu propósito ultrapassa o âmbito e a especialização das sociedades hidrográficas que estavam muito envolvidas, no plano teórico, na resolução do problema das longitudes e, no plano da prática, na produção e publicação de roteiros náuticos e de cartografia hidrográfica cientificamente rigorosa para as marinhas de guerra e mercante europeias. Apesar da sua existência efémera, a Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica deixou um vasto corpo de produção, infelizmente em grande parte perdido, profundamente integrado nos temas em debate na comunidade científica internacional. Neste artigo, analisar-se-á a organização e produção da Sociedade, tendo como objecto de estudo a *Taboada Nautica para o calculo das Longitudes*, de José Monteiro da Rocha, indo, assim, ao encontro de um dos principais interesses técnico-científicos da instituição e de um dos seus trabalhos que teve impacto nacional e internacional.

Abstract The foundation of the Sociedade Marítima, Militar e Geográfica (SRMMG, Royal Maritime, Military and Geographic Society) can be inscribed within the international framework of the creation, by several European maritime powers of a sort of hydrographic institutes, in the late eighteenth century. However, as a scientific institution, the SRMMG distinguishes itself from

those institutions. As its name indicates (Maritime, Military and Geographic) the SRMMG was conceived as a multidisciplinary scientific institution gathering together the various fields of the scientific and technical knowledge intended to become a center for the production of thought and information organization. Its purpose is beyond the scope and expertise of the most counterpart foreign hydrography societies, deeply involved, in the theoretical plan, in the problem of the determination of longitudes; and in the practical plan in the publication of sailing directions and rigorous hydrographic charts for royal and merchant European navies. Despite its ephemeral existence, the SRMMG produced a large set of scientific production (unfortunately largely lost), tuned with the major issues of the international scientific community of that time. In this article we will analyse the organization and the scientific production of the SRMMG, taking as a case study the *Taboada Nautica para o calculo das Longitudes* (Nautical table for the determination of Longitudes), of José Monteiro da Rocha. A scientific work that meets one of the main technical and scientific interests of the SRMMG itself and that had a national and international impact.

Figura 1: Domingos António de Sequeira, «Alegoria», 1798, Estampa LI, in Álbum do Palácio de Arroios, Lisboa, Instituto de Alta Cultura, 1956 (à esquerda, D. Rodrigo de Sousa Coutinho; à sua direita, o príncipe D. João; em princípio, o tema alegórico do desenho simboliza o império português, podendo dizer respeito à criação da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica).

1 A fundação dos institutos hidrográficos; um programa dos estados europeus do final do século XVIII

A fundação da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica (SRMMG) em 1798 enquadra-se num conjunto de institutos hidrográficos criados, pouco tempo antes, pelas potências marítimas europeias: o *Sokort-Arkivet*, criado na Dinamarca em 1784; o *Bureau des Longitudes*, criado em França em 1795; o *Admiralty Hydrographic Office,* criado na Grã-Bretanha, no mesmo ano; e a *Dirección de Trabajos Hidrográficos* espanhola, criada em 1797[1].

As razões que levaram ao aparecimento destes estabelecimentos científicos estão ligadas, por um lado, ao desenvolvimento da cartografia hidrográfica e, por outro lado, à política expansionista dos Estados, na segurança das rotas marítimas e comerciais e na conquista de novas possessões coloniais. A instalação de um estado permanente de guerra naval, à escala global, a partir da instauração da República francesa (1793), acelerou a necessidade destes institutos.

O fomento das viagens exploratórias transoceânicas na segunda metade do séc. XVIII foi o precedente para o progresso científico quanto ao conhecimento dos mares. As expedições oficiais organizadas pela Grã-Bretanha, França e Espanha, a partir da década de 1760, tornaram-se possíveis pela conquista de novas ferramentas na determinação da longitude no mar: o cronómetro e as tabelas astronómicas. As expedições vão avançar para os oceanos menos conhecidos, em particular o Pacífico, vão testar as novas ferramentas e cartografar com precisão as linhas de costa, os portos e os baixios. As expedições de Bougainville (1766–69) e de La Pérousse (1785–88), pela França, de Cook (1768–71, 1772–75, 1776–80) e George Vancouver (1791–95), pela Grã-Bretanha, e de Malaspina (1785–88), pela Espanha, marcam o advento das viagens financiadas pelos Estados. Foram expedições de larga escala, com equipas de cientistas especializados em diferentes áreas científicas. A abundante recolha e produção de documentação científica, nomeadamente de cartografia hidrográfica, durante as viagens exploratórias exigiu um planeamento da informação, de forma a ser utilizada posteriormente, o que implicou a construção de instituições próprias.

As cartas hidrográficas usadas pelas marinhas de guerra e mercante eram, na sua maioria, eminentemente práticas e tinham pouca base científica. Eram cartas planas, sem coordenadas geográficas e sem rigor de posicionamento dos lugares, e dependiam, para a sua leitura, de roteiros descritivos. A cartografia existente em circulação tornou-se obsoleta, após a gravação de cartografia hidrográfica rigorosa. Esta nova cartografia, baseada em observações astronómi-

[1] Ver [GONZÁLEZ 2003, 1]

cas e geográficas, com a representação das sondas e da qualidade dos fundos dos mares costeiros e dos estuários de rios, transformou-se num objectivo político das potências marítimas.

O *Atlas Marítimo de España*, de Vicente Tofiño de San Miguel (ca. 1732–1795), publicado em 1787 e 1789 é o exemplo de um trabalho hidrográfico muito influente, pelo modo como combinou operações terrestres e marítimas e pelos métodos de descrição extremamente práticos e concisos — uma das obras-primas da cartografia europeia desta época. A imensa documentação publicada, cartográfica e escrita, estimulou os círculos científicos europeus e o grande público, contribuindo para a institucionalização e disseminação da ciência.

2 A fundação da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica; intenções políticas e objectivos científicos

Se, no plano internacional, a Sociedade estava directamente ligada à criação de institutos hidrográficos, no plano interno, a sua fundação visava o reforço dos estabelecimentos de carácter científico, o incremento da produção técnico-científica e a introdução de hábitos de investigação científica. Desta forma, a nova instituição surge na sequência de uma política continuada de reforma das instituições científicas e de formação de competências nos vários ramos do conhecimento, bases de uma ambicionada política estatal de fomento económico de longo prazo e de sustentação dos interesses económico-administrativos do país e do seu império[2].

Esta política teve início com a Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra (1772), momento decisivo para a modernização do ensino superior e para a institucionalização da investigação científica em Portugal. Entre as grandes inovações da reforma universitária destaca-se a criação dos *Cursos das Sciencias Naturaes e Filosoficas*, com a reforma total da Faculdade de Medicina e a fundação das novas Faculdades de Matemática e de Filosofia Natural (ciências físicas e naturais). São exemplo da continuidade da modernização das instituições científicas a fundação da Academia Real de Marinha (1779), da Academia das Ciências de Lisboa (1779), da Real Academia dos Guardas-Marinhas (1782), do Observatório Astronómico da Academia das Ciências (1787), da Academia de Fortificação, Artilharia e Desenho (1790), do Real Corpo de Engenheiros (1790), do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (1790), do Observatório Astronómico da Marinha (1798), da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica (1798), do Laboratório Químico da Casa da Moeda (1801),

[2]Ver [Martins no prelo].

do Arquivo Militar (1802), do Depósito de Escritos Marítimos (1802) e da Academia Real de Marinha e Comércio do Porto (1803). Estes estabelecimentos, com a excepção da Sociedade, sobreviveram às guerras napoleónicas e, sendo objecto de reformas e transformações, grande parte chegou aos dias de hoje.

A Sociedade aparece, assim, numa altura em que existia uma elite de quadros formados na Universidade de Coimbra e nas Academias da Marinha e do Exército, com sólida formação académica e profissional, a que se juntavam vários oficiais da Marinha e do Exército de diferentes países europeus que se encontravam ao serviço de Portugal, na última década do século XVIII.

2.1 D. Rodrigo de Sousa Coutinho e a reorganização da secretaria de Estado da Marinha

Embora integrada no contexto geral da evolução das instituições científicas portuguesas, a Sociedade surge num momento específico. As intenções políticas e os objectivos científicos que presidiram à constituição da Sociedade enquadram-se nas reformas iniciadas por D. Rodrigo de Sousa Coutinho (1755–1812), assim que tomou funções como ministro da Marinha, em 1796 (Fig. 1).

Neste ano, o ministro promulgou a Carta de Lei de 26 de Outubro, onde procedeu a uma ampla reforma da secretaria de Estado da Marinha, dando nova forma ao Conselho do Almirantado e criando a Junta da Fazenda da Marinha[3]. O regimento delegava no Conselho do Almirantado a actualização do conhecimento das costas marítimas e dos centros portuários; mandava proceder aos trabalhos hidrográficos para que houvesse cartas das costas de Portugal e planos dos portos e barras, devendo ser tomado por modelo o *Atlas Marítimo de España,* de Vicente Tofiño; competia, ainda, ao Conselho propor os portos do Reino onde se fariam novas embarcações e os que deveriam usufruir de obras marítimas, como diques e molhes. Deste modo, D. Rodrigo de Sousa Coutinho incluía na lei medidas específicas para o território, manifestando interesse em campos de acção que viriam a estar presentes na Sociedade.

Logo no ano seguinte, em 1797, o ministro daria os primeiros passos nesta direcção. Chamou o matemático e astrónomo Francisco António Ciera (1763–1814) para proceder ao levantamento hidrográfico do porto de Lisboa, trabalho que este realizaria com os seus colaboradores nos trabalhos geodésicos, os engenheiros militares Carlos Frederico Bernardo de Caula (1766–1835) e Pedro

[3]Foram ainda reordenadas a Real Fábrica da Cordoaria e a Inspecção dos Armazéns em Coina; criada a Inspecção e Direcção dos Pinhais Reais e um Corpo de Engenheiros Construtores. Ver [SILVA 1828, 305–313].

Folque (1757?–1848)[4]. Em 1798, D. Rodrigo de Sousa Coutinho deu autorização para o exame do porto de Portimão, com vista à realização de um plano para o seu desassoreamento e melhoramento, um projecto que viria a ser desenvolvido pelo engenheiro militar Baltazar de Azevedo Coutinho (ca. 1766–?). Ainda no mesmo ano, o ministro fundaria o Observatório Real da Marinha, um estabelecimento previsto desde a criação da Academia Real de Marinha e que viria a ficar agregado à Sociedade Marítima, Militar e Geográfica[5].

2.2 Os trabalhos preparatórios para a implementação da Sociedade e o debate Puységur-Dupuis sobre o modelo da nova instituição

Na Companhia dos Guardas-Marinhas foram realizados trabalhos preparatórios para a construção da nova instituição. Dirigidos por José Maria Dantas Pereira (1772–1836), capitão-de-fragata e professor de Matemática da Academia dos Guardas-Marinhas, os trabalhos compreenderam a reunião e catalogação de documentação cartográfica. O objectivo principal era a organização de um mapa-globo, contendo o levantamento de cartografia qualificada já existente e a selecção dos territórios marítimos e costeiros mais urgentes a cartografar para o serviço da navegação. O aspecto mais exigente era a definição dos métodos para a construção de cartografia hidrográfica, tema que era objecto de vivo debate internacional e que veio a ser tratado nas sessões da Sociedade. A isto, juntava-se a intenção de editar um novo roteiro náutico, corrigindo e actualizando o roteiro de Manuel Pimentel, *Arte de Navegar*. Os esforços dos homens da Marinha, inspirados principalmente nos trabalhos de Claret de Fleurieu (1738–1810) e de Vicente Tofiño, eram todos dirigidos para a criação de um instituto puramente hidrográfico[6].

Para conceber o modelo de instituição, D. Rodrigo de Sousa Coutinho escolheu António Jacinto de Chastenet de Puységur (1752–1809), oficial imigrado francês integrado na marinha portuguesa[7]. O conde de Puységur teria proposto uma sociedade agregada à secretaria de Estado da Marinha, orientada

[4]Este mapa perdeu-se; apenas existe uma versão de 1812, adaptada e acrescentada por Marino Miguel Franzini.

[5]O Observatório Real da Marinha foi criado por alvará de 18 de Março de 1798, ficando sob a Inspecção do Conselho do Almirantado, representado por Pedro de Mendonça de Moura; a sua direcção foi confiada ao capitão-de-fragata Manuel do Espírito Santo Limpo; ver [Reis 2009].

[6]Ver [Pereira 1828]

[7] Antoine Hyacinthe de Chastenet, conde de Puységur, foi oficial da Marinha francesa e emigrou para Inglaterra após a revolução francesa. Integrou a Marinha inglesa e depois a portuguesa. Das relações de trabalhos da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica constam três memórias de sua autoria. Regressou a França em 1803, tendo-se dedicado ao magnetismo.

para a produção cartográfica, onde haveria um arquivo que era simultaneamente um estabelecimento para o desenho e gravação; este arquivo e gabinete de desenho seria composto por vários oficiais da Marinha e do Exército e presidido pelo marquês de Nisa (D. Domingos Xavier de Lima, 1765–1803), conceituado almirante da Marinha portuguesa. O modelo de organização era baseado em institutos hidrográficos já existentes, cuja direcção pertencia a uma figura de prestígio da Marinha, com experiência naval e domínio da cartografia.

Nesta fase inicial de construção do modelo de sociedade, a constituição do gabinete de desenho e gravação cartográfico era uma peça fulcral e decisiva da nova instituição pois pretendia-se preencher um vazio existente em Portugal no que respeita à impressão e publicação de cartografia. Para a concepção do gabinete de desenho, D. Rodrigo de Sousa Coutinho chamou Luís André Dupuis (?–1807), geógrafo e gravador, de origem francesa, professor de desenho e gravura na Academia de Fortificação, Artilharia e Desenho e membro do Real Corpo de Engenheiros com experiência em gravação de cartas geográficas e hidrográficas em vários países da Europa[8]. Dupuis, que Sousa Coutinho pretendia que dirigisse os trabalhos de desenho e gravação, contestou o modelo proposto por Puységur. Considerava que o responsável pelos trabalhos cartográficos deveria ser o director do gabinete de desenho e gravura e que deveria ser criado um 'comité' de membros da Sociedade com conhecimentos na matéria — uns teóricos, outros teórico-práticos — para analisar e rever as cartas a serem gravadas. Considerava, ainda, que este estabelecimento deveria ter um carácter militar ao serviço dos vários departamentos do Estado, à imagem do depósito de cartografia de França, e onde se distinguissem em particular as incumbências da Marinha e do Exército[9].

A divergência entre oficiais da Marinha e do Exército resultou na criação de uma estrutura mais próxima de uma academia do que de um instituto de carácter científico. A presidência era honorífica e havia somente um secretário que era responsável pelo arquivo e pela biblioteca. Por sua vez, ficou consagrado o cargo de director dos trabalhos de desenho, gravura e impressão cartográfica cuja atribuição recaiu em Luís André Dupuis que teve de deixar o ensino de desenho para se dedicar a tempo integral ao gabinete de gravação, sendo o único

[8]Luís André Dupuis foi geógrafo gravador do duque Charles de Lorraine (1712–1780), governador dos Países Baixos austríacos de 1744 até 1780. Foi posteriormente engenheiro e gravador no Hermitage, durante quatro anos, ao serviço da imperatriz Catarina II da Rússia (1729–1796). Veio do exército russo para Portugal em 1794, por intervenção de Luís Pinto de Sousa, para substituir António José Moreira (ca. 1751–ca. 1794) na cadeira de desenho da Academia de Fortificação e aí criar uma aula de gravação.

[9]Ver Luís André Dupuis para [D. Rodrigo de Sousa Coutinho], 17 de Maio de 1798, Arquivo Histórico Ultramarino, CU-Reino, Cx. 32, pasta 22.

funcionário da instituição. O gabinete de desenho ficava separado do arquivo, um modelo muito distinto dos institutos hidrográficos contemporâneos. A intenção de criar um instituto puramente hidrográfico, à imagem dos institutos europeus, não se concretizou e tudo indica que D. Rodrigo de Sousa Coutinho pretendia uma instituição que abarcasse não apenas a hidrografia mas incorporasse outros campos do saber, nomeadamente os geográficos, militares, estatísticos e administrativos[10]. Diz José Maria Dantas Pereira, no seu discurso de introdução aos trabalhos da Sociedade, pronunciado no dia de abertura e após o discurso inaugural de D. Rodrigo de Sousa Coutinho:

> «Eu não trato das utilidades consideraveis, que sempre acompanhão tudo o que concorre para facilitar, simplificar, e segurar os transportes, ou as communicações, assim marítimas, como terrestres; influindo conseguintemente no commercio, nas rendas, na adiministração, e no estado relativo dos diversos povos; tão somente me basta que sejão ponderadas as vantagens privativas das boas cartas hydrographicas, e geographicas.»[11]

2.3 Os campos de acção da Sociedade e a sua missão pública

A Sociedade foi concebida como um espaço para o aprofundamento das políticas de fomento, tanto no campo das ideias como das acções concretas do Estado. Segundo as palavras de D. Rodrigo de Sousa Coutinho, os interesses da Sociedade estendiam-se «a todos os grandes objectos políticos, administrativos, de fazenda, militares, marítimos, comerciais, e de agricultura e artes»[12]. Por esta razão, a Sociedade foi criada como uma estrutura intergovernamental, presidida pelos quatro membros do governo. Funcionava nas instalações do Arsenal da Marinha e a sua administração económica pertencia à Junta da Fazenda da Marinha, dependendo da secretaria de Estado da Marinha. O novo estabelecimento estava assim directamente ligada à acção do ministro Sousa Coutinho, constituindo um lugar privilegiado de exposição pública das suas políticas de fomento económico para o território continental e para os domínios ultramarinos[13].

[10] A ideia de criar uma instituição que reunisse o conhecimento técnico para a intervenção no território foi formulada por D. Rodrigo de Sousa Coutinho em 1787, quando era embaixador de Portugal no Reino da Sardenha; ver [Martins 2014, 592–598] .

[11] [Pereira 1828].

[12] Ver o Discurso de D. Rodrigo de Sousa Coutinho, de 22 de Dezembro de 1798, in [Coutinho 1993, 2, 179–188].

[13] Ver os cinco discursos in [Coutinho 1993, 2, 179–212].

Sousa Coutinho tinha a intenção de reunir num mesmo organismo os diversos campos do conhecimento científico e técnico e de formar um centro comum para a produção de pensamento e para a organização de informação. Procurava associar os trabalhos de conhecimento do espaço do Império (cartografia hidrográfica) com os trabalhos de conhecimento do território continental (levantamentos geodésicos da Carta Geográfica do Reino e cartografia topográfica do Exército). A estes, associavam-se os trabalhos de transformação do território, com as obras hidráulicas de melhoramento dos portos e encanamento de rios e as obras militares de fortificação. Estes vários campos de acção reflectem a tentativa de integração de territórios distintos — o espaço marítimo e colonial e o espaço continental; reflectem, também, a vontade de fusão de trabalhos complementares — levantamentos hidrográficos e topográficos e obras públicas civis e militares.

A diversidade de objectivos manifesta-se no âmbito alargado da instituição, pensada como um instituto astronómico, hidrográfico, geográfico, militar e cadastral; como uma academia científica, com sessões públicas de apresentação de trabalhos e de discussão crítica, atribuindo prémios anuais; e como um organismo para prestar apoio ao governo.

Os motivos que levam à opção de constituir uma estrutura tão abrangente inserem-se na intenção de D. Rodrigo de Sousa Coutinho de reunir em torno da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica os vários programas para o território continental, a decorrer nas diferentes secretarias de Estado (Marinha, Guerra e Reino). Em particular, visava associar os trabalhos hidrográficos da Marinha, às operações geodésicas da Carta Geográfica do Reino, trabalhos sob a tutela da secretaria de Estado dos Negócios Estrangeiros e da Guerra, bem como às obras públicas para o fomento dos transportes e da agricultura, programa centralizado na secretaria de Estado do Reino.

2.4 A Sociedade e os seus associados; uma composição heterogénea

O corpo de sócios da instituição reflecte a vontade política de congregar múltiplas valências. A Sociedade era composta na sua maioria por oficiais da Marinha e de Engenharia e por professores das várias escolas de ensino superior (Universidade de Coimbra e Academias da Marinha, dos Guardas-Marinhas e de Fortificação, Artilharia e Desenho), num total de cerca de 70 membros. Juntavam-se na Sociedade, matemáticos, astrónomos, naturalistas, engenheiros e militares que se encontravam a trabalhar em Portugal. Não faziam parte da instituição quadros do Estado que estavam a trabalhar no Brasil ou em outros territórios coloniais. Por sua vez, imigrados franceses integrados no Exército e na Marinha de Portugal eram também membros da instituição. As principais áreas de conhecimento e de actividade dos sócios abrangiam astronomia e matemática, ciência naval e militar, cartografia e geodesia, engenharia hidráulica e florestal e geografia e estatística[14].

Para estes quadros dispersos pelo País, a Sociedade constituiu um espaço colectivo de produção e de crítica científica e técnica. Estabeleceu, também, um espaço de sociabilidade intelectual e de intercâmbio cultural e científico, dimensão visível tanto no acompanhamento dos temas em debate nas comunidades científicas europeias como no estabelecimento de contactos e troca de informação com alguns dos seus cientistas.

3 O funcionamento interno da Sociedade

3.1 A secção Hidrográfica e a secção Militar e Geográfica

A Sociedade Marítima, Militar e Geográfica organizou-se em duas classes: a Hidrográfica e a Geográfica e Militar. Esta organização não correspondia a uma divisão rígida em virtude das múltiplas intersecções entre hidrografia e geografia[15]. Francisco António Ciera e Manuel Pedro de Melo, membros muito activos da Sociedade, são exemplo de sócios que apresentaram trabalhos relativos a ambas as secções. Mesmo as listagens anuais das memórias, organizadas pelo secretário da Sociedade, Francisco de Paula Travassos, não assinalam esta divisão[16]. Destas listagens e de algumas memórias ainda existentes, compreendem-se os temas das sessões de trabalho, onde o debate e reflexão, o confronto de ideias, a exposição comparativa, o exame crítico e o espírito analítico foram constantes.

Da secção hidrográfica, faziam parte astrónomos, matemáticos e homens da ciência náutica, dentre os quais se encontravam profissionais da marinha de guerra, do exército ou professores do ensino superior. Da secção militar e geográfica faziam parte professores, técnicos e engenheiros que estavam a trabalhar nos vários programas de fomento, nomeadamente no mapa de Portugal,

[14] Ver a relação de membros da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica, de 1802, in [Caixaria 2006, 495–496]. Ver a lista de membros, de 1807, in [Almanach 1807, 588–592].

[15] É exemplo o título da memória do conde de Robien, «Memoria sobre os inconvenientes do estabelecimento de Juntas fixas das duas Classes da Sociedade», 28 de Fevereiro e 6 de Junho de 1799.

[16] Reuniram-se as relações impressas dos trabalhos apresentados à Sociedade dos anos de 1799, 1800, 1801 e 1802. Foram registadas 21 sessões de trabalho no ano de 1799, 15 no ano de 1800, 16 no ano de 1801 e 10 no ano de 1802.

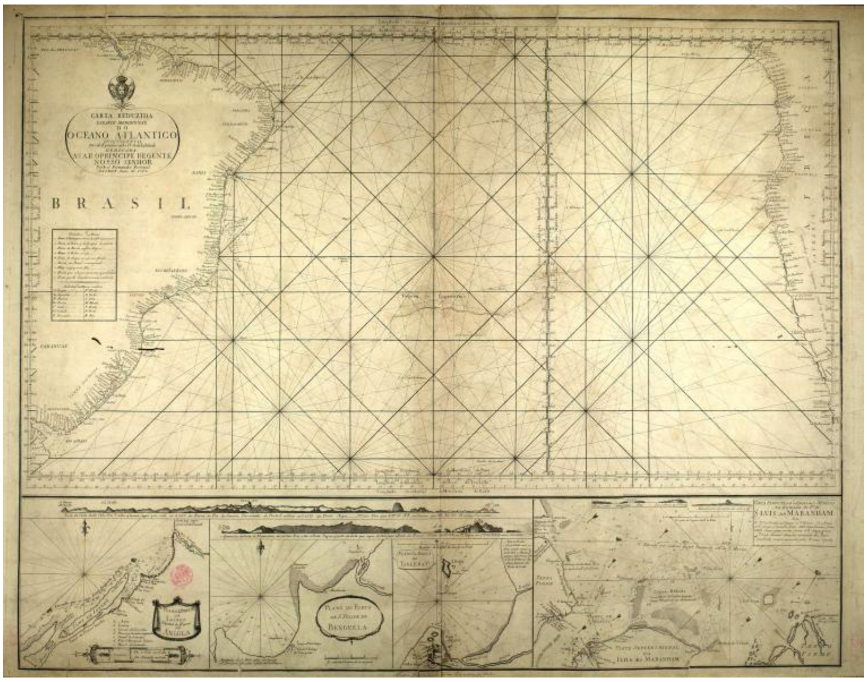


Figura 2: PORTUGAL, José Fernandes, Carta reduzida da parte Meridional do Oceano Atlântico ou Occidental desde o Equador athe 38°-20′ de latitude. A S. A. R. O Principe Regente Nosso Senhor, Lisboa, Theotonio José de Carvalho, gravador, 1802, Biblioteca Nacional de Portugal, C. C. 915 R.

na demarcação das Comarcas, nos projectos de obras públicas e de fortificação, nos trabalhos mineiros e florestais e nas operações estatísticas.

Atendendo aos trabalhos produzidos pelos sócios, a secção Hidrográfica foi a mais activa, com vários assuntos tratados colectivamente ao longo dos anos de funcionamento da Sociedade, assegurando a regularidade e continuidade da instituição. A secção Geográfica e Militar teve uma presença muito irregular e a participação de modo colectivo só aconteceu no primeiro ano de trabalhos, em 1799[17]. A fraca participação dos quadros desta secção não será explicável pelas dificuldades financeiras destes anos (em Janeiro de 1800 foram suspensas

[17] Não se conhece a totalidade dos trabalhos produzidos pela Sociedade e são poucos aqueles de que se sabe a sua existência. Nas relações impressas das memórias da Sociedade estão registados 43 trabalhos em 1799, 22 em 1800, 30 em 1801 e 38 em 1802. Para os anos de 1803 a 1805 é mais difícil de se ter dados objectivos. No ano de 1803 terão sido apresentados cerca de 15 trabalhos, no ano de 1804 cerca de 10 e no ano de 1805 cerca de 11, embora estes três últimos anos apresentem muitas dúvidas de identificação. No total teriam sido apresentados cerca de

todas as obras públicas do País) ou pela crescente situação de conflito militar (a invasão do território continental pelas tropas espanholas em Maio de 1801); dever-se-ia, possivelmente, a tensões internas à própria Sociedade.

As matérias de estudo e análise mais presentes na secção Hidrográfica foram as de astronomia náutica (observações e tábuas astronómicas; cálculo das longitudes); instrumentos náuticos (em particular das agulhas de marear); cartas hidrográficas nacionais e estrangeiras e roteiros de navegação; reconhecimento da costa portuguesa e brasileira; medições das marés nos portos e costa portuguesa; e táctica naval. À secção Hidrográfica cabia ainda a missão de acompanhar os trabalhos de desenho e de cálculo das cartas hidrográficas, da responsabilidade de Luís André Dupuis.

Várias memórias foram objecto de trabalhos críticos, normalmente realizados por três diferentes colegas, dando a entender que se tratava de uma metodologia de trabalho desta secção. São exemplo, a *Carta reduzida da parte Meridional do Oceano Atlântico*, da autoria de José Fernandes Portugal (Fig. 2), ou a *Taboada Nautica*, de José Monteiro da Rocha (Fig. 5), ambas objecto de várias memórias críticas.

Na secção Militar e Geográfica, os temas de estudo mais presentes foram os de construção e desenho de cartas topográficas militares, assoreamento costeiro e modernização dos portos marítimos e, ainda, economia energética. Esta secção tinha ainda como missão acompanhar os trabalhos de desenho e de cálculo das cartas geográficas, tal como aconteceu com a *Carta dos principaes triangulos das operaçoens geodezicas de Portugal* da autoria de Francisco António Ciera (Fig. 6).

As sessões da parte Militar decorreram entre Janeiro e Março, tendo como tema único cartografia topográfica militar. Os métodos de levantamento e de representação cartográficos ocuparam a parte mais significativa do debate em que colaboraram membros do Exército e do Corpo de Engenheiros. As sessões da parte Geográfica realizaram-se entre Junho e Agosto e tiveram como tema geral o melhoramento dos portos. Vários membros do Real Corpo de Engenheiros apresentaram projectos e memórias sobre portos marítimos e encanamento de rios onde os problemas do grave assoreamento da costa portuguesa foram dominantes. A memória mais significativa, e que viria a ser premiada pelos sócios, foi a de Reinaldo Oudinot, *Memoria sobre as causas da afluencia das arêas nos Rios, e nas Praias; e meios de as diminuir, e os seus estragos, com a applicação á restauração de alguns Portos deste Reino*, apresentada a 20 de Junho.

169 trabalhos durante os sete anos de funcionamento regular da instituição. Ver [Mota 1972, 16, 249–305]; [Pereira 1832, 62–67].

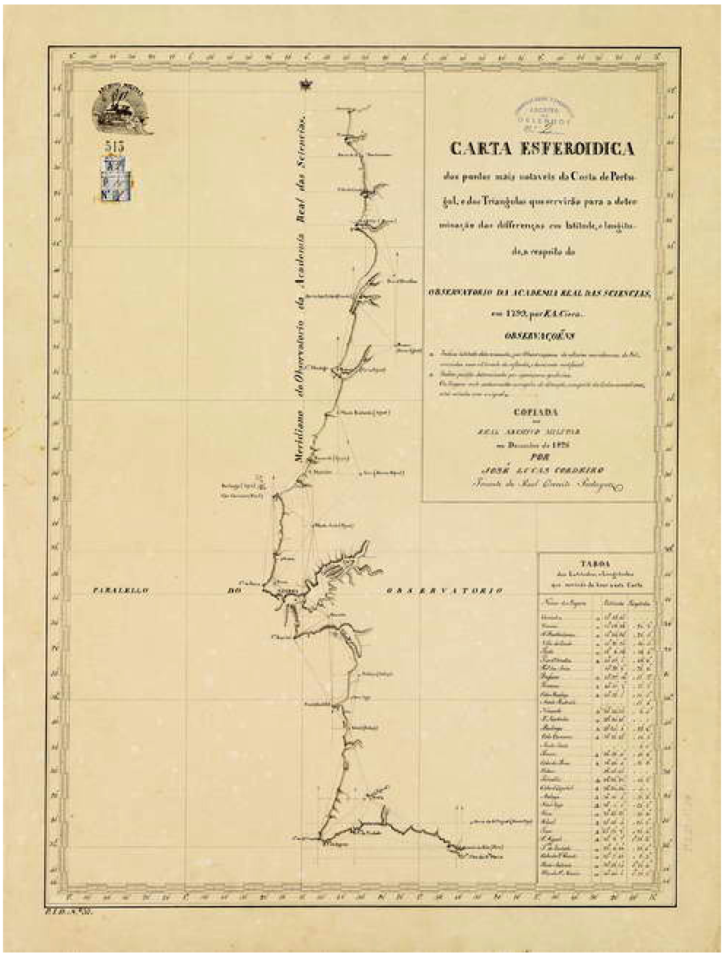


Figura 3: Francisco António Ciera, Carta esferoidica dos pontos mais notaveis da costa de Portugal, e dos triangulos que servirão para a determinação das differenças em latitude, e longitude, a respeito do Observatorio da Academia Real das Sciencias, 1799 (Copiada no Real Archivo Militar em Dezembro de 1826 por José Lucas Cordeiro, Tenente do Real Exercito Portuguez), Gabinete de Estudos Arqueológicos de Engenharia Militar da Direcção Geral Infra-estruturas do Exército, 4100-2A-24A-111.

No primeiro dia de Agosto de 1799, aquando da conclusão do debate sobre os portos marítimos, Francisco António Ciera apresentou na Sociedade o resultado dos seus últimos trabalhos para a construção da Carta Geográfica do Reino, com uma memória intitulada: *Exposição das observações e seus resulta-*

dos sobre a determinação dos principais portos e cabos da costa de Portugal. Esta memória, igualmente premiada, é uma explicação do mapa da costa de Portugal, onde estão assinaladas as triangulações e as latitudes e longitudes dos pontos mais relevantes (Fig. 3)[18]. Este trabalho teve a participação de Reinaldo Oudinot, nomeadamente no posicionamento do porto de São Martinho e do porto do Douro. Os resultados das observações de Francisco António Ciera foram da maior importância na época vindo a ser publicados pela Universidade de Coimbra em 1803, nas *Efemérides Astronómicas*, e pela *Dirección Hidrográfica* espanhola, em 1809[19].

3.2 O arquivo e biblioteca da Sociedade

A Sociedade tinha o dever de manter um arquivo e uma biblioteca junto do local das sessões públicas, o Arsenal da Marinha. No seu depósito, eram guardados os trabalhos dos sócios (ou enviados à Sociedade) e o material cartográfico e projectos de obras públicas com relevância para o serviço da instituição e do Estado[20]. Um exemplo, entre muitos, foi o do projecto para a abertura da barra de Aveiro, de Reinaldo Oudinot e de Luís Gomes de Carvalho, apresentado ao governo e ao príncipe em 1802. D. Rodrigo de Sousa Coutinho, após a aprovação do projecto mandou guardar os originais e depositar uma cópia na secretaria de Estado da Fazenda e outra na Sociedade.

O espólio da Sociedade foi objecto de uma classificação cuidada, subjacente a um espírito metódico de organização arquivística, revelador de uma nova forma de entender o papel de um organismo vocacionado para a produção de informação e apoio à acção governativa[21]. A sua organização foi coordenada pelo secretário da Sociedade, Francisco de Paula Travassos (1765–1833), matemático, professor da Academia da Marinha e que viria a ser membro do Real Corpo de Engenheiros[22]. As relações das memórias e trabalhos apresen-

[18] As latitudes foram obtidas por séries de observações astronómicas realizadas com o 'Circulo de Reflexão' de Lenoir e as longitudes procederam de operações geodésicas.

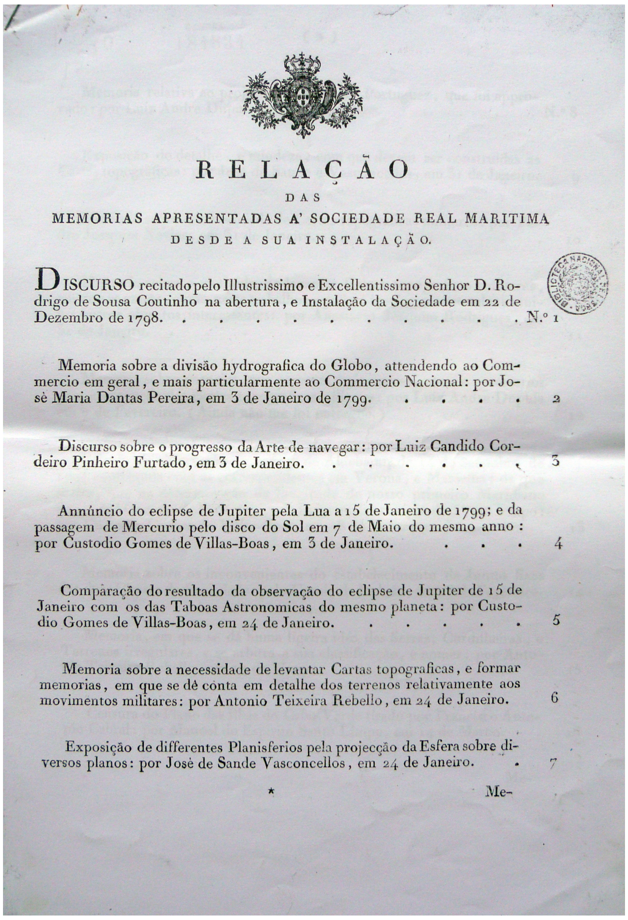
[19] Ver «Posición de Lisboa y de otros puntos de la Costa de Portugal por Don Francisco Antonio Ciera», in [Espinoza e Tello 1809, 1, 85–94].

[20] Ver [Cunha 1967, 72, 57–67].

[21] Sobre a organização arquivística e classificação cartográfica foram registadas as seguintes memórias: Francisco de Paula Travassos, *Exposição do inventário classificado das cartas e planos hidrográficos existentes no Depósito da Secretaria da Sociedade Real Marítima*, 29 de Agosto de 1799; Manuel Travassos da Costa Araújo, *Exposição da comparação das posições das diferentes Cartas do Deposito, indispensavel para a analyse das mesmas Cartas; e particularmente das que entrão na 3.ª Carta da nossa Divisão Geral*, 28 de Novembro de 1799.

[22] Francisco de Paula Travassos constitui um bom exemplo do funcionário do Estado que circula por várias instituições académicas e científicas. Doutorado pela Universidade de Coim-

tados à Sociedade, impressas para os anos de 1799 a 1804, são o único testemunho existente dos modelos de inventariação construídos por Francisco de Paula Travassos (Fig. 4).



RELAÇÃO

DAS

MEMORIAS APRESENTADAS A' SOCIEDADE REAL MARITIMA

DESDE A SUA INSTALAÇÃO.

DISCURSO recitado pelo Illustrissimo e Excellentissimo Senhor D. Rodrigo de Sousa Coutinho na abertura, e Instalação da Sociedade em 22 de Dezembro de 1798. . . . . N.º 1

Memoria sobre a divisão hydrografica do Globo, attendendo ao Commercio em geral, e mais particularmente ao Commercio Nacional: por Josè Maria Dantas Pereira, em 3 de Janeiro de 1799. 2

Discurso sobre o progresso da Arte de navegar: por Luiz Candido Cordeiro Pinheiro Furtado, em 3 de Janeiro. 3

Annúncio do eclipse de Jupiter pela Lua a 15 de Janeiro de 1799; e da passagem de Mercurio pelo disco do Sol em 7 de Maio do mesmo anno: por Custodio Gomes de Villas-Boas, em 3 de Janeiro. . . . 4

Comparação do resultado da observação do eclipse de Jupiter de 15 de Janeiro com os das Taboas Astronomicas do mesmo planeta: por Custodio Gomes de Villas-Boas, em 24 de Janeiro. 5

Memoria sobre a necessidade de levantar Cartas topograficas, e formar memorias, em que se dè conta em detalhe dos terrenos relativamente aos movimentos militares: por Antonio Teixeira Rebello, em 24 de Janeiro. 6

Exposição de differentes Planisferios pela projecção da Esfera sobre diversos planos: por Josè de Sande Vasconcellos, em 24 de Janeiro. . 7

* Me-

Figura 4: SOCIEDADE REAL MARÍTIMA MILITAR E GEOGRÁFICA, Relação das Memorias apresentadas à Sociedade Real Marítima desde a sua instalação, Lisboa, Na Officina da Casa litteraria do Arco do Cego, 1799, p. 1

bra em Matemática (1788–10–26), e aí *opositor*, ingressa na Academia da Marinha como professor (1798–10–25), pouco dias depois de ser nomeado secretário da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica (1798–10–03); torna-se oficial da Marinha, vindo a ser transferido posteriormente para o Real Corpo de Engenheiros (1802–08–07). Sócio efectivo da Academia das Ciências, deixou uma importante obra publicada como matemático.

3.3 O Gabinete de Desenho, Gravura e Impressão das Cartas Hidrográficas, Geográficas e Militares

O Gabinete de desenho, gravura, e impressão de cartografia era uma parte essencial do projecto da Sociedade. A instituição designava-se de *Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica para o Desenho, Gravura, e Impressão das Cartas Hidrográficas, Geográficas e Militares*, por ser esta a sua vocação. Dirigido por Luís André Dupuis, o Gabinete tinha a função de executar os trabalhos determinados pelas duas classes da Sociedade e dar resposta a todas as tarefas requisitadas pelos vários departamentos do Estado, nomeadamente cópias de desenhos cartográficos para a Marinha e para o Exército. Deveria ainda funcionar como uma escola de formação de quadros especializados no desenho e gravação de cartografia.

O estabelecimento teria as suas instalações na residência do director, de forma a este poder acompanhar continuadamente os trabalhos e dirigir os artistas e desenhadores, tendo assim autonomia funcional relativamente à Sociedade. Oficiais da Marinha dariam suporte aos trabalhos hidrográficos e oficiais do Corpo de Engenheiros dariam suporte aos trabalhos «geográficos, corográficos, topográficos, hidráulicos e militares», ficando estes oficiais encarregados da construção dos desenhos[23]. Haveria ainda artistas gravadores para os trabalhos de gravação de cartografia e de letra.

Pouco se sabe sobre o funcionamento do Gabinete de desenho e gravação, sobre os artistas que nele trabalharam e sobre os trabalhos que foram produzidos no estabelecimento. Ao que tudo indica, o Gabinete, que seria o primeiro em Portugal dedicado à gravação de cartografia, não funcionou de modo estável, com os meios humanos e os recursos adequados à ambição das tarefas.

Um caso revelador das debilidades de funcionamento do Gabinete é dado pelo percurso de dois desenhadores naturalistas, José Joaquim Freire (1760–1847)[24] e Manuel Tavares da Fonseca (?–1825). Ambos trabalhavam no Gabinete de Desenho do Jardim Botânico da Ajuda sob a orientação de Alexandre Rodrigues Ferreira (1756–1815). Na sequência do importante trabalho de construção e desenho da *Carta Geral do Reino do Brasil*, da autoria de António Pires da Silva Pontes Leme (1757–1806), ingressaram nos quadros da Marinha com a missão de se dedicarem ao desenho e gravura de cartas marítimas. Designados para trabalhar com Dupuis, continuaram a trabalhar na Ajuda. Numa representação ao príncipe regente (c. 1803), Joaquim Freire e Tavares da Fonseca apre-

[23] Ver documento de nomeação de oficiais para os trabalhos das cartas marítimas, datado de 18 de Junho de 1799, in Sociedade de Geografia de Lisboa, *Reservados*, 146–Maço 5–29, Docs. 40, 41.

[24] Sobre o percurso profissional de José Joaquim Freire, ver [Faria 2001].

sentaram uma relação dos trabalhos executados entre 1797 e 1803, num total de 51 desenhos (com a excepção dos desenhos considerados secretos), realizados a pedido de D. Rodrigo de Sousa Coutinho[25]. Ou seja, os desenhadores ao serviço de Dupuis estiveram a trabalhar noutro local e para o serviço da secretaria de Estado da Marinha. Durante os anos de 1799 a 1803, período em que o Gabinete esteve em funcionamento, foi realizado muito trabalho pelos desenhadores, principalmente de cópia de cartas geográficas e hidrográficas. Luís André Dupuis, responsável por todas as partes do serviço do Gabinete, refere, numa das suas memórias, a execução de 146 cartas e planos[26].

Também trabalharam com Dupuis dois gravadores, sendo um deles José Lúcio da Costa (1763–?); o outro gravador foi, muito provavelmente, Romão Elói de Almeida, artista que dirigiu a secção de gravadores da Casa do Arco do Cego e que na Impressão Régia se dedicou a mapas e cartas geográficas. Os gravadores só momentaneamente puderam ser utilizados e provavelmente mantiveram a sua ligação à Casa do Arco do Cego (1799–1801) e posteriormente à Impressão Régia, enquanto se construía o exigente processo de desenho inerente às cartas hidrográficas. Estas duas instituições, de algum modo, compensaram as dificuldades de funcionamento do Gabinete de desenho e gravação, publicando trabalhos dos membros da Sociedade, nomeadamente a *Tabuada Náutica*, de José Monteiro da Rocha.

Os discursos de D. Rodrigo de Sousa Coutinho, pronunciados na abertura das sessões anuais, fornecem dados que ajudam a esclarecer os trabalhos que estavam a ser encetados no Gabinete dirigido por Dupuis. No seu segundo discurso, pronunciado a 7 de Janeiro de 1800, Sousa Coutinho, ainda ministro da Marinha, refere que «o nosso hábil Director dos artistas prepara três grandes cartas hidrográficas para a viagem ao Brasil, cujas posições discutidas nas Juntas da Classe Marítima, e executadas debaixo da direcção de um tão grande artista, como o nosso Director, prometem exceder o que até aqui se viu de melhor em tão interessante objecto...»[27]. Apesar do tempo decorrido sem qualquer resultado visível, Sousa Coutinho manteve a confiança em Dupuis. A 19 de Janeiro de 1802, no quarto discurso pronunciado na Sociedade, já como mi-

[25]Ver, de José Joaquim Freire e Manuel Tavares da Fonseca, a carta dirigida ao príncipe e o «Resumo dos Mappas, Chartas Geograficas, e Plantas, que se tem Copiado, e Reduzido, no Real Jardim Botanico, por Ordem do Ill.mo e Ex.mo Senhor D. Rodrigo de Souza Coutinho, desde 26 de Março de 1797 até ao presente de 1803», in [CUNHA 1967, 223–224].

[26]Ver Luis André Dupuis, Mémoire extrait de celui remis à Son Altesse Royale le 12 février 1804 par le quel je rends compte à Sa Royale Personne de ma conduite dans les travaux dont Elle m'a charge de la direction, depuis 1798 jusqu'à ce jour. Remis à Son Altesse Royale le 12 février 1804, Arquivo Histórico Militar, DIV–4–1–16–9, doc. 6.

[27]Ver [COUTINHO 1993, 2, 190].

nistro da Fazenda, Sousa Coutinho referiu: «A paz que acaba de conseguir-se deixa lugar a que Sua Alteza Real faça também realizar por meio de relógios marítimos, e de bons observadores as determinações das posições da costa do Brasil, mais domínios ultramarinos, para o fim de cada vez se aperfeiçoarem as cartas hidrográficas que o nosso hábil companheiro Mr. Dupuis se acha encarregado de publicar, e que brevemente sairão à luz, como ultimamente lhe ouvi dizer, ou em todo ou em parte, quanto ao que toca à navegação das costas da América, e da África ocidental»[28]. O ministro da Fazenda, no seu último discurso dirigido à assembleia, a 29 de Março do mesmo ano, ao exortar os sócios a continuarem os estudos científicos, fez um resumo dos trabalhos da Sociedade e não deixou de manifestar o desagrado pela demora na concretização de um projecto tão determinante para a actividade da instituição e de tanto relevo para a navegação, como era a publicação das cartas hidrográficas. Expressou, seguramente, sem imaginar que seriam das últimas palavras que dirigia à Sociedade:

> «Sua Alteza Real espera grandes frutos, seja na carta do Reino tão sabiamente principiada; seja nas cartas hidrográficas, em que não podemos ainda mostrar a primeira carta que (apesar de que será igual em beleza ao que há de melhor em tal género) mal pode fazer perdoar a lentidão e mora, que tem impedido a sua publicação; seja finalmente no trabalho de exame das marés, e fixação do que se chama *Estabelecimento do porto de Lisboa,* em que podemos publicar observações superiores às que por seis anos sucessivos se fizeram em Brest no princípio do século passado; e que sirvam de novas verificações e base à luminosa teórica ultimamente publicada por de Place, que certamente é uma das mais brilhantes aplicações e provas da solidez do sistema de Newton.»[29]

4 O problema da determinação das longitudes e o contributo de José Monteiro da Rocha

4.1 O problema das longitudes em finais do século XVIII

A determinação das longitudes era essencial para a segurança da navegação e uma questão central não só da náutica como de toda a ciência astronómica do século XVIII. O problema das longitudes tornou-se premente a partir do

[28]Ver [Coutinho 1993, 2, 204].
[29]Ver [Coutinho 1993, 2, 207].

século XV, quando portugueses e espanhóis começam a enfrentar os espaços desconhecidos do Atlântico, dando início às grandes descobertas marítimas. A questão da longitude estava, assim, muito para além de um difícil problema científico ou náutico, e era uma questão de poder político e comercial de domínio dos mares e da terra.

Ao longo da história vários foram os métodos e soluções propostas, mas três (idealizados nos séculos XVI e XVII) haveriam de se destacar: os satélites de Júpiter, as distâncias lunares e o relógio. O primeiro será usado para a determinação das longitudes em terra firme; o segundo será usado bastante satisfatoriamente para a determinação no mar durante o século XVIII e parte do seguinte; e o terceiro, que acabaria por ganhar em facilidade de uso e exactidão de resultados, tornar-se-ia o método de eleição para os marinheiros dos séculos XIX e XX[30]. Só no século XVIII a tão desejada solução para a determinação da longitude no mar é finalmente alcançada, a que não é alheio o estímulo do prémio de 20 mil libras que a rainha Anne (1665–1714) e o parlamento britânico instituíram através do famoso Longitude Act (1714).

Na década de 1760, as duas soluções, mecânica e astronómica, vão competir. John Harrison (1693–1776) constrói um cronómetro marítimo em 1761 (o H4) que permite transportar com precisão a hora do meridiano de referência a bordo. Do lado astronómico a solução é apresentada por Nicolas-Louis de Lacaille (1713–62) que em 1759 apresenta uma memória na *Academie Royal de Sciences* onde propõe de uma maneira rigorosa o método das distâncias lunares[31]. De facto, esta memória marca uma etapa muito importante nas investigações dos astrónomos e pilotos sobre o problema das longitudes. A ideia de Lacaille é adoptada em Inglaterra pelo astrónomo real Nevil Maskelyne (1732–1811), que em 1766 começa a publicação do *Nautical Almanac* (NA) com tabelas de distâncias lunares pré-calculadas de três em três horas para o meridiano de Greenwich. Anos mais tarde, em 1772, Lalande (1732–1807) copia-as para o *Connaissance des Temps pour l'année 1774* mas só a partir de 1789 as distâncias lunares passam a ser calculadas directamente das tabelas astronómicas.

O método das distâncias lunares (considerado um método directo) pressupõe três observações simultâneas: a altura da Lua, a altura do Sol ou de uma outra estrela, e a distância da Lua ao Sol, ou a essa estrela. Seguidamente, é necessário proceder a uma série de cálculos para correcção dessas observações (aparentes), dos efeitos da paralaxe e da refracção, de modo a obter 'observações verdadeiras'. A grande questão que se coloca no método é como determi-

[30] Sobre a história do problema da determinação da longitude há uma extensa produção historiográfica, veja-se por exemplo: [DUNN 2014].

[31] [LACAILLE 1765, 63–98].

nar a distância lunar 'verdadeira'. Para tal, é necessário proceder a uma série de cálculos (à época algo complicados e muito fastidiosos) envolvendo várias tabelas e trigonometria esférica. Na posse do valor da distância lunar 'verdadeira', e consultando nas efemérides os valores das distâncias lunares previamente calculadas para o meridiano de referência, determina-se a hora neste meridiano. A longitude do lugar é então calculada pela diferença horária do meridiano do local (determinada pela altura do Sol ou das estrelas) e do meridiano de referência. Embora sejam Lacaille e Maskelyne que estão na origem da fixação de um protocolo de observações e cálculos das distâncias lunares, a introdução deste método a bordo deve-se a Jean-Charles de Borda (1733–99) que vê publicado em 1779, por Pierre Lévêque (1746–1814), um protocolo por si estabelecido para a aplicação prática e efectiva do método pela marinha[32]. Porém, o esforço de cálculo que a equação subjacente ao método de Borda envolvia era extremamente complexo e demorado sobretudo quando devia ser aplicado a bordo por pilotos cuja formação técnico-científica era algo deficitária. Para facilitar os cálculos, vários matemáticos e astrónomos contribuíram com novas fórmulas que, por vezes, se faziam acompanhar de várias tabelas subsidiárias. Em 1797, o astrónomo espanhol domiciliado em Inglaterra, Mendoza y Ríos (1761–1816), colige 40 fórmulas que na altura eram mais ou menos correntes para a resolução do problema e, anos mais tarde, Charles Guépratte (1777–1857) afirma conhecer cerca de 100[33].

É precisamente no contexto da plena adopção do método das distâncias lunares como método para a determinação da longitude no mar que se insere a *Taboada Nautica para o calculo das Longitudes* (Fig. 5) de José Monteiro da Rocha, bem como outros trabalhos análogos que outros sócios também apresentam nas sessões[34].

[32]É este mesmo método, que ficaria conhecido por 'método de Borda', que as *Ephemerides Náuticas* (EN) da Academia Real das Ciências de Lisboa apresentam no seu primeiro volume: «Método do Cavalheiro de Borda para o cálculo das longitudes no mar, determinadas pelas distâncias da Lua ao Sol, ou às Estrelas» (EN (1789) 1788, pp. 170–81). Este artigo é baseado num outro que o astrónomo francês Edme-Sébastien Jeaurat (1725–1803) publica em 1777 (CDT (1779), pp. 213–223).

[33][Mendoza y Rios 1797]; [Guépratte 1839, 1, 219]. Sobre esta questão veja-se: [Cotter 1975, 305–28].

[34]Conseguimos listar as memórias que se seguem: – «Cálculo da observação do eclipse de Aldebaran de 14 de Setembro de 1794 comparada com as correspondentes em Verona, e Marselha; de que se tira, que na determinação da longitude do nosso primeiro meridiano de $11°\,29'$ Occ. de Paris não pode haver mais erro de $5''$ em tempo: por Custódio Gomes de Villas-Boas»; – «Memória sobre a latitude, e longitude do Porto: por Custódio Gomes de Villas-Boas, em 3 de Outubro»; – «Determinação da longitude de Coimbra, e Confirmação da de Lisboa, por meio da comparação das Observações feitas em Coimbra, e Greenwich em 16 de Novembro de 1777 da ocultação da estrela ξ de Touro: por Custódio Gomes Villas-Boas, em sessão de 8 de Maio de

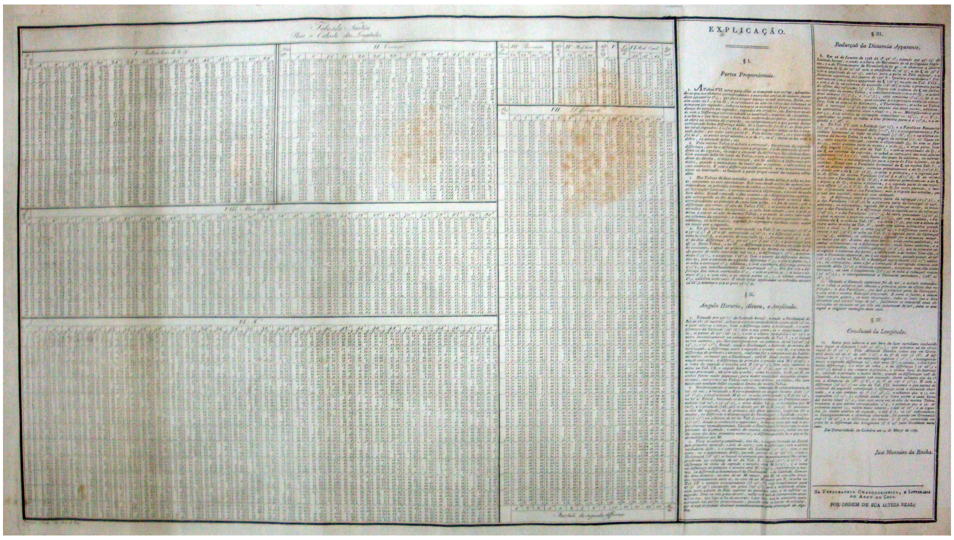


Figura 5: Rocha, José Monteiro da, Taboada Nautica para o Calculo das Longitudes da Universidade de Coimbra em 14 de Março de 1799. Por Ordem de Sua Alteza Real. Vitoriano Sculp no Arco do Cego, Na Typographia Chalcographica, e Literária do Arco do Cego.

1800»; – «Memória sobre a aplicação do Método das alturas correspondentes à indagação das longitudes, e Latitudes Geográficas: por José Maria Dantas Pereira; em Sessão de 29 de Maio de 1800»; – «Cálculo de longitude pela distância da Lua ao Sol, sem observação da distância aparente, feito a bordo da Fragata Tritão: por Joaquim Bento da Fonseca, em Sessão de 28 de Janeiro de 1802»; – «Método para determinar a longitude geográfica, independente da observação da distância aparente: pelo sócio Manoel Ferreira de Araújo Guimarães, em sessão de 25 de Fevereiro de 1802»; – «Parecer sobre o método de determinar a longitude geográfica por distâncias lunares, sem observação da distância aparente: pelo sócio Custódio Gomes Villas-Boas, em Sessão de 9 de Abril de 1802»; – «Informações sobre o cálculo de longitude de Joaquim Bento da Fonseca: pelo sócio José Maria Dantas Pereira, em sessão de 9 de Julho de 1802»; – «Três cálculos de longitude por distâncias, sem observação das distâncias aparentes, e três da variação da Agulha: por Joaquim Bento da Fonseca, em Sessão de 29 de Outubro de 1802»; – «Observações astronómicas feitas para a determinação da longitude do lugar das Salinas, e Ponta do Taipú: por ordem do Governador, e Capitão General do Pará; o Sócio, Excelentíssimo D. Francisco de Sousa Coutinho, em Sessão de 29 de Outubro de 1802»; – «Dissertação sobre os métodos de achar a longitude no mar, e especialmente sobre os relógios marítimos, cujas irregularidades provenientes das variedades de temperatura, se pretende evitar inteiramente, 1805».

4.2 A Tabuada Náutica para o cálculo das longitudes, de José Monteiro da Rocha

José Monteiro da Rocha (1734–1819) é uma das figuras mais relevantes no processo de institucionalização da ciência moderna iniciado em Portugal pela Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra, sendo um dos principais responsáveis pela elaboração do currículo das novas faculdades científicas[35]. Em 1798 integra a Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica (SRMMG) como membro fundador, na qualidade de professor da Faculdade de Matemática, sendo já um dos matemáticos e astrónomos mais reconhecidos e importantes do país. Enquanto professor das cadeiras de Foronomia (1772–1783) e de Astronomia (1783–1804), vinha sendo reconhecido como um dos directos e principais responsáveis pela formação da nova geração de matemáticos e astrónomos portugueses. A sua influência estendia-se, indirectamente, aos quadros formados pelas novas instituições de ensino militar (Academias da Marinha e do Exército), uma vez que grande parte dos seus professores foi formada na Universidade de Coimbra. A sua actividade científica está principalmente ligada à actividade do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (OAUC), que se constituiu como um dos principais centros de investigação do país, publicando periodicamente efemérides astronómicas *'para uso da navegação portuguesa'*, obra reconhecida na Europa pelo seu carácter inovador.

A criação e planificação do OAUC são da responsabilidade directa de Monteiro da Rocha. Pensado inicialmente, nos Estatutos de 1772, como uma instituição para o ensino prático e para o desenvolvimento da própria ciência astronómica, aquando da sua efectiva entrada em funcionamento em 1799, vem a afirmar-se como um verdadeiro observatório nacional, envolvido em questões ligadas aos problemas de navegação, geodesia e cartografia, medições astrométricas e problemas de mecânica celeste, à semelhança de outros observatórios europeus.

Embora a Academia Real das Ciências de Lisboa e o seu observatório construído no Castelo de S. Jorge viesse, desde 1788, a publicar as *Ephemerides Nauticas*[36], copiadas do *Nautical Almanac* inglês para o meridiano de Lisboa[37], o OAUC será o primeiro observatório português com a missão específica de fazer observações sistemáticas e elaborar e calcular efemérides astronómicas[38].

[35] Sobre a vida e obra de Monteiro da Rocha veja-se [FIGUEIREDO 2011].

[36] *Ephemerides Nauticas, Ou Diário Astronómico para o ano de 1789.* Lisboa. Real Academia das Sciencias de Lisboa, 1788. Publicaram-se até ao ano de 1863.

[37] Monteiro da Rocha também está ligado a este projecto da Academia das Ciências, veja-se [FIGUEIREDO 2011, 365–371].

[38] Ver Carta Régia de 4 de Dezembro de 1799, in [EPHEMERIDES ASTRONOMICAS 1803, 1, v–xii].

Nos finais dos anos 1790 Monteiro da Rocha encontra-se completamente envolvido nos trabalhos de acabamento da obra do OAUC[39] e nos cálculos matemáticos e astronómicos das Efemérides Astronómicas do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (EAOAUC) cujo primeiro volume seria publicado em 1803[40]. As EAOAUC forneciam dados astronómicos (em 10 folhas mensais) do Sol, da Lua e planetas e das distâncias lunares (*folhas VIII-IX, distâncias lunares ao sol, às estrelas e planetas*) e, também, à semelhança das suas congéneres europeias, publicavam (principalmente nos volumes de 1803 a 1813) vários artigos de astronomia teórica e prática, bem como diversas tabelas astronómicas. Alguns destes artigos, da autoria de Monteiro da Rocha, seriam traduzidos para francês por Manuel Pedro de Melo e mereceriam boas recensões críticas por Delambre[41].

Um desses artigos, publicado no 1.º volume, diz respeito ao cálculo das longitudes e, essencialmente, ao método das distâncias lunares[42]. Um dos métodos aí apresentado é um método de aproximação e é na sua base o mesmo que apresentou em Março de 1799 na *Taboada Nautica* que oferecera à SRMMG:

> «Este Método é o mesmo, que de outra maneira se propôs na 'Taboada Nautica', e se funda nas fórmulas, [...]. Aqui se repete a mesma solução em diferente forma pela aplicação da Tab. I, que por outra parte se ideou para facilitar o uso da Ephemeride. E nisto se teve em vista a utilidade, que resulta de se multiplicarem as formas, porque uns se ajeitam melhor com uma, e outros com outra: bem entendido, que ninguém deve julgar da facilidade executiva de qualquer Método que seja pelos primeiros exemplos que calcular, porque tudo parece difícil e embaraçado, enquanto se não adquire o hábito de o praticar.»[43]

A *Taboada Nautica* apresenta-se numa folha de papel (87cm×46cm)[44] onde constam 9 pequenas tabelas e um pequeno texto de 'Explicação' do seu uso,

[39] O OAUC havia começado a ser construído em 1773 no sítio do Castelo mas por dificuldades financeiras as obras seriam interrompidas em 1775. Em 1790 um outro projecto foi aprovado para a sua construção no Pátio da Universidade. Estaria pronto em 1799. Veja-se [Martins 2008, 12–15].

[40] Publicaram-se praticamente em contínuo desde 1803 até 2000.

[41] [CDT (pour 1810), 1808, 471].

[42] «Calculo das Longitudes» in [EAOAUC 1803, 1, 213–230]. Neste artigo Monteiro da Rocha apresenta ainda o método das alturas, mas para casos particulares em que se está impossibilitado de determinar as distâncias luni-solares, nos 2–3 dias imediatamente anteriores e posteriores à lua cheia.

[43] [EAOAUC, 1803, 1, 223-4].

[44] Na biblioteca do OGAUC existe um exemplar (cota D-002) emoldurado em Janeiro de 2000, numa moldura tipo Império (dimensões: 104.8cm × 66cm × 1.2cm).

que se divide em 4 secções: I. *Partes Proporcionais*; II. *Ângulo Horário, Altura, e Amplitude*; III. *Redução da Distância Aparente*; IV. *Conclusão da Longitude*. Terá sido apresentada em sessão académica pelo próprio Monteiro da Rocha, em 11 de Abril de 1799[45].

O método apresentado é um método de distâncias lunares em que, fazendo uso das 9 tabelas, é possível reduzir à verdadeira qualquer distância aparente observada. Essas tabelas corrigem a refracção e têm em consideração a figura elipsoidal da Terra na determinação das paralaxes, sendo esta a principal diferença entre a solução proposta por Monteiro da Rocha e a de Borda (há ainda tabelas que servem para cálculos auxiliares).

A exposição do método é feita sob a forma de receituário, à semelhança de outros que Monteiro da Rocha apresenta, tendo por base um exemplo prático e não sendo fornecido o desenvolvimento teórico. Terá sido este o motivo que levou Travassos a escrever uma memória sobre os fundamentos teóricos da *Taboada*:

> «O desejo de conhecer a análise desta solução, que o crédito de seu autor, e a aplicação de discípulo me faziam reputar entre as melhores me obrigou a lançar mão de único meio, que se me ofereceu; que era procurar descobrir pelas mesmas Tábuas, qual tinha sido a fórmula que dera a sua construção. Felizmente consegui; e com o consentimento do Autor fiz publicar em uma Memória impressa por ordem de S. A. R. em 1801.»[46]

Isto parece contradizer Monteiro da Rocha que, nas *Ephemerides Astronomicas*, afirma ter deixado propositadamente o suporte teórico como exercício para Travassos[47]. Seja como for, Travassos considera o método das distâncias lunares apresentado como «muito fácil, e [que] dá aos resultados toda a exactidão possível», considerando-o a par dos melhores à época[48].

4.3 O debate sobre a Tabuada Náutica

O problema das longitudes e a boa aplicação (fácil e fiável) do método das distâncias lunares era assunto que merecia toda a atenção da comunidade científica da época:

[45] Nas relações das memórias apresentadas à SRMMG esta vem referida como: «Uma Folha, que contém várias taboadas para achar a distância verdadeira dos centros de dois astros no cálculo das longitudes; apresentada na sessão de 11 de Abril [1799], composta por José Monteiro da Rocha».

[46] [Travassos 1801].

[47] [EAOAUC 1803, 1, 223-224].

[48] Para mais veja-se [Travassos 1801] e [Figueiredo 2011, 392–434].

> «O problema da Longitude pelas distâncias lunares tem pela sua utilidade merecido a atenção de muitos e grandes Geómetras; e entre as diversas soluções, que dele têm aparecido, a do nosso Sócio, o Conselheiro José Monteiro da Rocha me parece merecer também uma particular atenção. Ele, tendo talvez em vista mais o uso, que dela se podia fazer, do que a sua glória a ofereceu à Sociedade Real Marítima em uma folha que compreende as Tábuas, e as regras necessárias para a sua aplicação, sem a fórmula analítica pela qual se tinha construído.»[49]

A importância do assunto levou a que a *Taboada Nautica* fosse tema de cinco memórias que Paula Travassos apresenta em outras tantas sessões da SRMMG:

- «Explicação da Taboada Nautica, de José Monteiro da Rocha, para o cálculo das Longitudes, pelas distâncias da lua ao Sol, e às Estrelas; e indagação, e Demonstração das fórmulas, que servirão para a sua construção», em Sessão de 9 de Outubro de 1800;
- «Taboadas para facilitar o Cálculo das longitudes pelas distâncias, conforme o methodo dado pelo Sócio José Monteiro da Rocha, na sua Taboada Nautica», em Sessão de 30 de Abril de 1801;
- «Introdução às Taboadas para o cálculo das Longitudes pelas distâncias», em Sessão de 25 de Junho de 1801;
- «Reflexões sobre o mesmo método», em Sessão de 9 de Abril de 1802;
- «Novas reflexões sobre os erros prováveis do método proposto para a determinação da longitude geográfica, pelas distâncias lunares, sem a observação da distância aparente; com a demonstração da pouca influência, que nos métodos de Mr. Borda, e do Sócio José Monteiro da Rocha tem na distância verdadeira os erros das alturas», em Sessão de 14 de Dezembro de 1802.

Infelizmente não foi possível encontrar nenhuma destas memórias. Todavia, Paula Travassos publicará três livros relacionados com a determinação da longitude e métodos de distâncias lunares, relacionados com a *Taboada Nautica* de Monteiro da Rocha[50].

[49] [TRAVASSOS 1803] *introdução.*

[50] [TRAVASSOS 1801] e [TRAVASSOS 1803]. Travassos publicou ainda um outro livro, [TRAVASSOS 1805] onde fornece um método alternativo ao método de Borda e que nos parece ser idêntico

5 A crise financeira, o conflito interno e a desagregação da instituição

Em Agosto de 1803, D. Rodrigo de Sousa Coutinho e D. João de Almeida de Melo e Castro (1756–1814) deixaram o governo. A ausência de D. Rodrigo de Sousa Coutinho facilmente punha em causa a continuidade do projecto da Sociedade não apenas por esta instituição estar longe da sua estabilização e consolidação, de que era exemplo o gabinete de gravação, mas também por estar muito marcada por um projecto político próprio. O governo interino que se seguiu teve de enfrentar uma grave crise financeira no final do ano e no processo de tomada de decisões colocou-se a hipótese de suspender as operações geodésicas da carta do Reino e os trabalhos de gravação das cartas hidrográficas.

Nesta altura, a Sociedade estava envolvida nos trabalhos académicos, na actividade do Observatório Astronómico da Marinha, nas observações e medições das marés (a pedido do Instituto de Paris), na gravação de cartografia hidrográfica e no acompanhamento (ou mesmo na coordenação) da Carta Geográfica do Reino. É no ano de 1803 que sai impressa a primeira e única carta editada pelo Depósito Geral das Cartas Marítimas, Militares, Geográficas, a *Carta dos principaes triangulos das operaçoens geodezicas de Portugal*, da autoria de Francisco António Ciera (Fig. 6), que seria oferecida aos sócios, na sessão de 4 de Fevereiro de 1804 (cerca de cinquenta exemplares)[51].

No clima de incerteza, criado com a hipótese de suspensão dos trabalhos cartográficos, Luís André Dupuis tentou demonstrar a importância das cartas hidrográficas que tinha em mãos, apelando ao governo e ao príncipe a utilidade e indispensabilidade deste serviço para o Estado em particular para uma potência marítima, propondo para a sua manutenção um plano de reforma do gabinete de desenho e gravação. A 4 de Fevereiro de 1804, na mesma sessão em que foi distribuída a gravura da Carta de Ciera, Dupuis tentou dirigir-se à Sociedade, tendo preparado uma memória com a narração dos trabalhos executados desde o fim de 1798 até ao momento em que D. Rodrigo de Sousa

ao 'Segundo Methodo', que Monteiro da Rocha fornece na memória do 'Calculo das Longitudes' publicado no já referido 1.º volume das Ephemerides Astronomicas de Coimbra [EAOAUC, 1803, 224–225] — embora Travassos não faça menção explícita a este ou a qualquer outro método proposto por Monteiro da Rocha.

[51]Esta gravura do Depósito das Cartas Marítimas, Militares, Geográficas veio a ter duas edições posteriores; uma, logo em 1805, em Inglaterra, por Arrowsmith, tendo sido objecto de uma análise crítica num periódico londrino, *The Ecletic Review*, por William Hendry Stowell; outra, em 1837, copiada por João Tomás de Carvalho e Silva e gravada por João Baptista Ribeiro, a partir do exemplar existente na Biblioteca Municipal do Porto, por ordem de Passos Manuel, enquanto ministro do Reino e da Fazenda.

Coutinho deixou o ministério. Porém, a sua leitura foi recusada, indicando um provável sintoma do profundo desentendimento entre o director do Gabinete de Desenho e Gravação e a Sociedade, conflito que até aqui teria sido gerido por D. Rodrigo de Sousa Coutinho[52].

A 10 de Abril de 1804, perante as «adversas urgencias do Estado», o governo interino suspendeu a diligência da Carta Geográfica do Reino, tendo em consideração as grandes despesas já efectuadas e as que ainda seriam necessárias para que se concluísse o trabalho[53]. As cartas hidrográficas acabariam igualmente por ser suspensas, tendo em conta os também consideráveis dispêndios e a contestação que existia na Sociedade em torno deste trabalho.

Estes dois projectos estavam totalmente interligados com a Sociedade e em parte constituíam a base dos trabalhos científicos produzidos na instituição pelas duas secções. A sua interrupção estabelecia um golpe profundo na Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica e, em certa medida, punha em causa a razão da sua existência. Sem estes projectos, para além do Observatório da Marinha, a Sociedade ficava praticamente reduzida a uma academia. Se o Gabinete de Gravação nunca chegou a funcionar de uma forma regular e eficaz, a interrupção da expedição da Carta do Reino, activa durante catorze anos ininterruptos, era de outra gravidade pois a equipa dirigida por Ciera estava a trabalhar em pleno nesta altura, com relevo para os levantamentos topográficos parciais e para a construção em alvenaria de pedra de 23 pirâmides quadrangulares para assinalar de forma permanente a primeira ordem de triangulações nos cumes das serras mais elevadas[54]. A 16 de Abril, dois dias depois da morte do visconde de Balsemão (o político que deu início a estes trabalhos), o visconde de Anadia (1755–1809) instruía os engenheiros militares envolvidos na construção da Carta da suspensão dos trabalhos geodésicos[55].

Numa representação dirigida ao governo, Luís André Dupuis, pela primeira vez, tece críticas abertas ao funcionamento da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica, considerando que esta se desviou das bases da sua actividade, dirigindo a sua atenção indistintamente para matérias exteriores aos objectos

[52] Luís André Dupuis estava a preparar mais de 50 chapas em cobre de que se ignora o paradeiro. Cândido José Xavier, em artigo publicado em Paris, em 1821, revela «que as chapas começadas a abrir em Portugal, por Dupuy, e já consideravelmente adiantadas, com grande desvelo e não pouca despeza do Governo, jazem hoje inuteis e não acabadas em Paris», [Xavier 1821] [11, p. 1, 136–153].

[53] Ver Luís de Vasconcelos e Sousa para o visconde de Anadia, *Aviso Régio*, 10 de Abril de 1804, Arquivo Histórico Militar, DIV-3-1-17-1.

[54] Ver [Martins 2014, 300–304].

[55] Ver do visconde de Anadia para Joaquim da Costa e Silva, Aviso Régio. Suspenção dos soldos e cavalgaduras, aos officiaes que se achavão empregados na Diligencia da Carta Geographica do Reyno, 16 de Abril de 1804, Arquivo Histórico Militar, Liv. 1714, fls. 69–70.

de que estava encarregada e mais próximas de temas do âmbito da Academia das Ciências. Refere ainda motivos que geraram a desunião, indiferença e desencorajamento de muitos dos principais membros, como o da atribuição dos prémios anuais que não era feita com imparcialidade[56].

A Sociedade continuou a funcionar em 1804 e 1805 com a apresentação de trabalhos nas suas sessões. Segundo Dantas Pereira, ainda se imprimiu a *Relação* dos trabalhos relativos ao ano de 1804 mas a *Relação* de 1805 foi distribuída apenas manuscrita. No ano de 1806, já não devem ter existido sessões da Sociedade nas suas instalações, no Arsenal da Marinha.

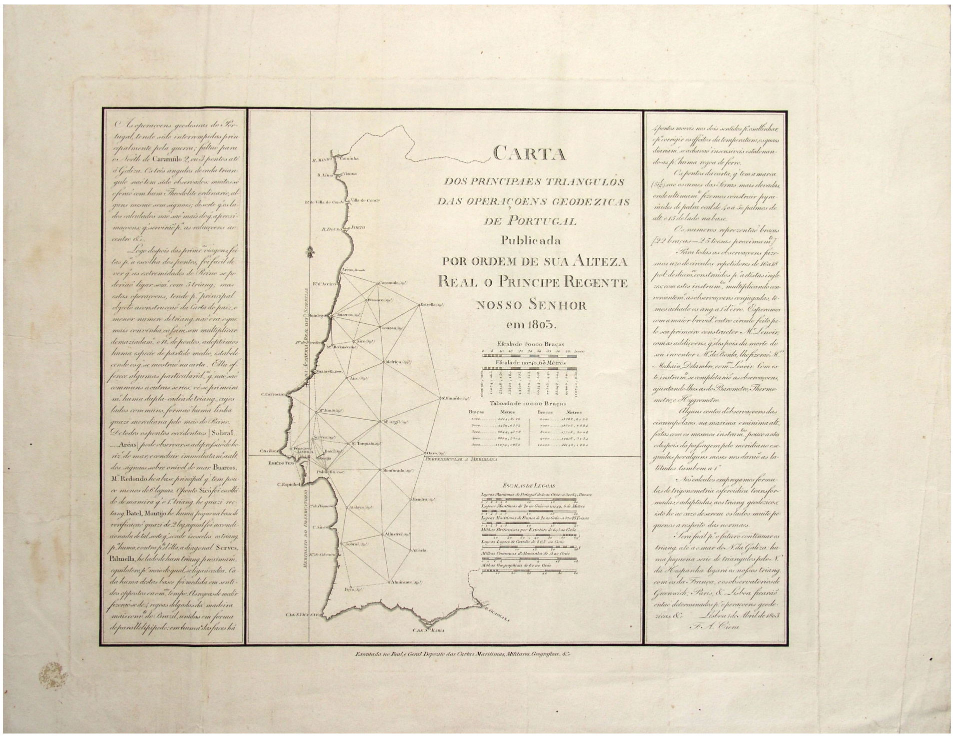


Figura 6: Ciera, Francisco António, Carta dos principaes triangulos das operaçoens geodezicas de Portugal publicada por ordem de sua Alteza Real o Principe Regente Nosso Senhor em 1803, Lisboa, Executada no Real, e Geral Depozito das Cartas Marítimas, Militares, Geográficas, 1 de Abril de 1803.

A partir desta altura, a Sociedade parece extinguir-se aos poucos. Pouco tempo antes das tropas napoleónicas comandadas por Junot (1771–1813) atravessarem a fronteira portuguesa, em direcção à capital (1807–11–17), morre Luís

[56] Ver, de Luís André Dupuis, s. d. [ca. 1804], in [Caixaria 2006, 497–499].

André Dupuis. Com a transferência do governo para o Rio de Janeiro, seguiu a Companhia dos Guardas-Marinhas e a sua Academia, com todo o equipamento, tendo José Maria Dantas Pereira (1772–1836), comandante da companhia, transportado parte do espólio da Sociedade junto com o essencial do Depósito de Escritos Marítimos[57]. Segundo o relato de Marino Miguel Franzini (1779–1861), dois ou três meses depois da chegada dos franceses, o comandante da marinha portuguesa e director do Arsenal da Marinha durante o governo francês, Jean-Jacques-Magendie (1766–1835), assaltou as instalações da Sociedade, tendo levado muito do seu material. A 31 de Janeiro de 1809, já expulso o exército francês e reposta a regência do Reino, baixou ordem do príncipe regente D. João para se encaixotar, com toda a brevidade, os instrumentos e biblioteca do Observatório Real da Marinha, a fim de serem transportados para o Rio de Janeiro[58]. Em Março, todo o material do Observatório embarcava na charrua *Princesa Real*[59]. A partida para o Brasil só se daria a 31 de Janeiro de 1810, tendo entretanto falecido Manuel do Espírito Santo Limpo, o director do Observatório da Marinha, verdadeiro epílogo da Sociedade.

Com a demissão de D. Rodrigo de Sousa Coutinho em 1803, com a interrupção dos trabalhos cartográficos em 1804, com a partida da corte para o Brasil em 1807, com a guerra e com o encerramento do Observatório da Marinha em 1809, o projecto da Sociedade foi desaparecendo. Da interrupção dos trabalhos cartográficos ao encerramento do Observatório, a Sociedade passou da crise à extinção definitiva.

A Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica não chegou a ser o centro de reunião de toda a produção científica e técnica do Estado, como ambicionou Sousa Coutinho. E aquilo que era a essência do projecto da Sociedade, a gravação de cartografia actualizada e rigorosa, ficou reduzida a um único trabalho impresso, a *Carta dos principaes triangulos das operaçoens geodezicas de Portugal*[60]. A ambiciosa vocação multidisciplinar talvez tenha provocado dispersão e mesmo conflitualidade quanto aos objectivos da instituição. No entanto, a Sociedade foi um centro mobilizador e de reunião de cientistas e técnicos de todo o País, onde se criaram condições e estímulos para a produção

[57] Ver [Pereira 1832, 61–62 e 67].

[58] Ver transcrição do documento régio in [Reis 2009, 2009, 52].

[59] Ver o último inventário do Observatório, datado de 10 de Dezembro de 1808, assim como a listagem do material transportado, in [Reis 2009, 56–58].

[60] Sobre o fracasso da edição das cartas hidrográficas, comentou Dantas Pereira no final do seu estudo historiográfico sobre a Sociedade: «Ponderado o que levo referido, não parece notavel, que esta Sociedade instituida tão bem como se colhe do Alvará da sua criação, e principiando com o vigor manifestado pelo precedente relatorio, durasse pouco mais de seis annos, e não produzisse nem huma só carta hydrographica? Quanto se despendeo para se haver tão triste resultado?» [Pereira 1832, 66].

científica. O mais frutuoso exemplo foi a imensa produção *memorialista* durante os seus sete anos de actividade (1799–1805); não menos importante foi a troca de informação entre astrónomos e matemáticos portugueses (José Monteiro da Rocha, Francisco António Ciera, Manuel Pedro de Melo e Manuel do Espírito Santo Limpo) e astrónomos de Paris (Lalande e Delambre) e de Gotta (von Zach), revelando uma nova abertura que em parte foi protagonizada pela convergência de esforços que a Sociedade proporcionou.

Pelo debate interno e externo que provocou e pelos objectivos científicos que alcançou, a Tabuada Náutica de José Monteiro da Rocha, que astrónomos como Maskelyne, Von Zach, Delambre e Lalande conheceram, é um testemunho da produção científica e técnica realizada em Portugal nesta época, profundamente integrada nos temas em debate na comunidade científica internacional.

Referências

ALMANACH para o anno de 1807, 1807, Lisboa, Offic. da Academia Real das Sciencias.

CAIXARIA, E., 2006. *O Real Archivo Militar. Cronologia Histórica e Documental, 1802–1821*, Lisboa, Direcção de Infra-Estruturas, Gabinete de Estudos Arqueológicos de Engenharia Militar.

CONNAISSANCE DES TEMPS pour 1779, 1779, Paris, Imprimerie Royale.

CONNAISSANCE DES TEMPS pour 1810, 1810, Paris, Imprimerie Royale.

COTTER, C. H., 1975. *A History of Nautical Astronomical Tables*, PhD. Thesis, University of London, England.

COUTINHO, D. Rodrigo de Sousa, 1993. *Textos políticos, económicos e financeiros (1783–1811)*, Lisboa, Banco de Portugal.

CUNHA, Rosalina Branca da Silva, 1967. *Documentos diversos sobre a Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica: 1798–1809*, Lisboa, Revista Ocidente, Separata de *Ocidente*, v. 72.

DUNN, R. e HIGGITT, R., 2014. *Finding Longitude. How ships, clocks and stars helped solve the longitude Problem*, Glasgow, HarperCollins Publishers.

EPHEMERIDES ASTRONOMICAS calculadas para o Meridiano do Observatorio da Universidade de Coimbra para o ano de 1804, 1803. Coimbra, Imprensa da Universidade.

EPHEMERIDES NAUTICAS, Ou Diário Astronómico para o ano de 1789, 1789. Lisboa, Real Academia das Sciencias de Lisboa.

ESPINOZA E TELLO, J., 1809. *Memorias sobre las observaciones astronomicas, hechas por los navegantes españoles en distintos lugares del globo: las quales han servido de fundamento para la formacion de las cartas de marear publicadas por la direccion de trabajos hidrograficos de Madrid*, Madrid, En la Imprenta real.

FARIA, Miguel Figueira de, 2001. *A imagem útil: José Joaquim Freire (1760–1847) desenhador topográfico e de história natural: arte, ciência e razão de estado no final do antigo regime*, Lisboa, Universidade Autónoma de Lisboa.

FIGUEIREDO, Fernando B., 2011. *José Monteiro da Rocha e a actividade científica da 'Faculdade de Mathematica' e do 'Real Observatório da Universidade de Coimbra': 1772–1820*, Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra, Portugal.

GONZÁLEZ, Francisco José & MARTÍN-MERÁS, Luísa, 2003. *La Dirección de Trabajos Hidrográficos (1797–1908)*, Madrid, Lunwerg Editores.

GUÉPRATTE, C., 1839. *Problèmes D'Astronomie Nautique et de Navigation*, Brest.

LACAILLE, N-L., 1765. «Mémoire sur l'observation des longitudes en mer par le moyen de la Lune», *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, 63–98.

MARTINS, Carlos M., [no prelo]. «A aplicação da ciência à política do território na transição do século XVIII para o século XIX», artigo a publicar sob coordenação de Ana Cristina Araújo e Fernando Taveira da Fonseca.

MARTINS, Carlos M., 2008. «O Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra, 1772–1799», *Rua Larga*, 21, 12–15.

MARTINS, Carlos M., 2014. *O Programa de Obras Públicas para o Território de Portugal Continental, 1789–1809. Intenção Política e Razão Técnica — o Porto do Douro e a Cidade do Porto*, Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra, Portugal. Disponível em: http://hdl.handle.net/10316/25713

MENDOZA Y RIOS, J., 1797. «Recherches Sur Les Principaux Problèmes de l'Astronomie Nautique», *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 87, 43–122.

Mota, A. Teixeira da, 1972. *Acerca de recente devolução a Portugal, pelo Brasil, de manuscritos da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica: (1793–1807)*, Lisboa, Junta de Investigações do Ultramar, Separata das *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa — Classe de Ciências*, tomo XVI (1972).

Pereira, José Maria Dantas, 1828. *Escritos maritimos e academicos a bem do progresso dos conhecimentos úteis, e mormente da nossa marinha, indústria e agricultura*, Lisboa, Impressão Regia.

Pereira, José Maria Dantas, 1832. *Memoria para a historia do grande Marquez de Pombal no concernente à Marinha: sendo a de guerra o principal objecto considerado*, Lisboa, Typografia da Academia Real das Sciencias.

Reis, António Estácio dos, 2009. *O Observatório Real da Marinha*, Lisboa, Correios de Portugal.

Silva, António Delgado da, 1828. *Collecção da Legislação Portugueza desde a ultima compilação das Ordenações. Legislação de 1791 a 1801*, Lisboa, Typografia Maigrense.

Travassos, Francisco de Paula, 1801. *Explicação da Taboada Nautica para o cálculo das longitudes, offerecida à Sociedade Real Marítima, Militar, e Geográfica, por seu sócio José Monteiro da Rocha, [...]; e indagação das fórmulas, que serviram para a sua construção*, Lisboa, Typographia Chalcographica, Typoplastica, e Litteraria do Arco do Cego.

Travassos, Francisco de Paula, 1803. *Taboas para o calculo da longitude geográfica segundo o methodo de José Monteiro da Rocha*, Lisboa, Regia Officina Typografica.

Travassos, Francisco de Paula, 1805. *Methodo de Reducção das distâncias observadas no cálculo das Longitudes, precedido do exame analytico sobre os methodos de determinar a distancia pelas alturas, e o de reducção de Mr. De Borda*, Coimbra, Real Imprensa da Universidade.

Xavier, Cândido José, 1821. «Mappas compostos pelo Major Joaquim Pedro Cazado Giraldes, e impressos, em Paris, por F. Didot», José Diogo Mascarenhas Neto [dir.], *Annaes das Sciencias, das Artes, e das Letras*, tomo 11, parte 1, A. Bobée, Paris, pp. 136–153.

Simpósio
História do Ensino da Matemática

Organizadores:
Henrique Guimarães, Mária Almeida,
Maria Célia Leme, Wagner Valente

Revisores científicos dos artigos de autores portugueses:
Henrique Guimarães, Mária Almeida

Revisores científicos dos artigos de autores brasileiros:
Comissão Científica no Brasil (v. pág. xi)

História da educação matemática nos primeiros anos escolares: a matemática superior de um ponto de vista elementar?

Wagner Rodrigues Valente
UNIFESP
wagner.valente@unifesp.br

Resumo: O texto aborda as transformações da matemática a ser ensinada nos primeiros anos escolares no período 1882–1971. Para tal, analisa as articulações em diferentes períodos das pedagogias e da matemática organizada para o ensino. Em especial, toma o conceito de elementar como vetor de análise para as transformações operadas na matemática escolar. O estudo conclui que há um movimento das vagas pedagógicas surgidas em finais do século XIX que se contrapõe à tradição racionalista, que caracteriza o elementar de modo dedutivo — da matemática superior deduz-se o que são os seus elementares. Essa contraposição ocasiona um divisor de águas em termos de como, tradicionalmente, é pensado o saber elementar. Na vigência das pedagogias modernas, aponta-se para processos indutivos: serão as experiências dos sujeitos, organizadas e dadas a ler que irão possibilitar a constituição dos elementares, tidos como fundamentos para outras aprendizagens. Essa tendência empirista altera-se em meados do século XX, voltando a ter caráter dedutivo: a matemática moderna aponta quais deverão ser os novos elementares à vista da aquisição de um saber tomado pelo estruturalismo.

Introdução

Este estudo analisa os saberes presentes nos primeiros anos escolares em perspectiva histórica. Em particular, atém-se a discutir a matemática. Já, de início, cabe uma interrogação bastante ampla, para ser respondida pela análise histórica: que transformações sofreu a matemática dos primeiros anos escolares?

A análise histórica necessita de um recorte temporal. Assim, serão consideradas as décadas finais do século XIX, época da introdução da vaga pedagógica do ensino intuitivo, com os estudos de Rui Barbosa (1882); estendendo-se a análise para o momento de ampliação da escolaridade obrigatória, no início da década de 1970, com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, de 1971 – LDB n.º 5692. Recoloca-se, então, a questão, de modo um tanto mais preciso, ainda que amplo, mas em acordo com esta Introdução: que alterações

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 285–297

sofreu a matemática a ser ensinada nos primeiros anos escolares no período 1882–1971?

A emergência de pedagogias modernas e os ensinos de matemática

A análise das transformações ocorridas na matemática dos primeiros anos escolares parece ter um divisor de águas com o surgimento das pedagogias modernas, a partir de finais do século XIX. Tais pedagogias referem-se àquelas ligadas ao ensino intuitivo/lições de coisas e, em tempo posterior, as contidas no movimento conhecido por Escola Nova. Para a matemática, ao que parece, de modo um tanto diferente que para outras rubricas escolares, acrescente-se, ainda, uma verdadeira revolução ocorrida em finais da década de 1950, com o chamado Movimento da Matemática Moderna – MMM.

No primeiro caso — o da pedagogia intuitiva/lição de coisas — cabe protagonismo a Rui Barbosa. Será ele que, ao emitir pareceres em 1882, irá referenciar demandas de modificação nos ensinos dos primeiros anos escolares, com a circulação de propostas para o método intuitivo, objetivado nas lições de coisas[1].

A chegada da República busca instaurar um novo modo de tratar a educação no Brasil. De acordo com a historiadora da educação Maria Cecília Cortez de Souza,

> O monumental relatório e o conjunto de pareceres de Rui Barbosa, propondo a reforma do ensino primário, elaborado em 1882, serviu de guia, fonte e diagnóstico para a grande parte dos republicanos que se preocuparam de uma forma ou de outra, com a instrução pública. (SOUZA, 1998, p. 83)

[1]As *lições de coisas*, forma pela qual o método de ensino intuitivo foi vulgarizado é, na realidade, a primeira forma de intuição — a intuição sensível. O termo foi popularizado por Mme. Pape-Carpentier e empregado oficialmente durante suas conferências proferidas aos professores presentes na Exposição Universal de Paris, em 1867. Pestalozzi também é apontado como referência em lições de coisas, pelo fato deste ter captado os pontos essenciais da renovação pedagógica que as lições preconizavam "[...] as coisas antes das palavras, a educação pelas coisas e não a educação pelas palavras". (...) Sua difusão no final do século XIX gerou a produção de um grande número de manuais escolares para o ensino das lições de coisas, dentre eles podemos citar: *Primeiras Lições de Coisas* de Norman Allison Calkins, publicado originalmente nos Estados Unidos, em 1861 e traduzido por Rui Barbosa, em 1886 (...). Disponível em: `http://www.histedbr.fae.unicamp.br/navegando/glossario/verb_c_licoes_das_coisas.htm` — GLOSSÁRIO — Acesso em 26 de janeiro de 2012).

O ponto principal dos escritos de Rui Barbosa toca no método de ensino. Neles fica declarada uma verdadeira guerra aos processos mecânicos de repetição através da memorização. O trabalho exalta a necessidade de combater essa tradição. Rui Barbosa, de fato, caracteriza-se como um dos construtores da representação que chamamos até hoje de "escola tradicional": uma escola livresca, centrada no professor, com um aparato de avaliação que impõe muita memorização.

Construída essa representação do ensino, que deve ser ultrapassada, Rui Barbosa busca trazer a moderna pedagogia intuitiva para combater esse passado tradicional. E essa ultrapassagem implica na difusão das lições de coisas[2].

Em finais dos anos 1920 ganha vigor a Escola Nova, em suas diferentes nuances e propostas, dentre elas, a da *pedagogia científica.* Uma pedagogia que empresta da psicologia experimental os seus processos e métodos, servindo-se da estatística como referência para a estandardização de conteúdos e avaliação pedagógicos. Desde Alfred Binet[3], pelo menos, tal pedagogia é divulgada entre os matemáticos e professores de matemática[4]:

> Os termos *pedagogia científica, pedagogia experimental, pedologia* são empregados indiferentemente hoje para designar um movimento absolutamente novo de pesquisas que vem sendo produzidas já há alguns anos no mundo pedagógico. (...) A pedagogia nova se distingue sobretudo da antiga pelo grande lugar que ela reserva à observação e à experiência; ela busca substituir as afirmações *a priori* pelos resultados precisos e por números. Esta revolução, se tiver sucesso, não será outra coisa que uma consequên-

[2]Um estudo mais aprofundado sobre o periodo, suas propostas, materiais didáticos etc. para o ensino de matemática nos primeiros anos escolares poderá ser lido no texto de Valente (2011).

[3]Alfred Binet nasce em 1857, em Nice, França. Tem em sua formação estudos muito diversos. Por volta de 1880 passa a dedicar-se a estudos psicológicos. Em 1886, publica *La psychologie du raisonnemnet.* Dirige o laboratório de pesquisa de psicofisiologia da Sorbonne. Desenvolve com Théodore Simon escalas para medir a inteligência, elaborando o conceito de idade mental. Em 1905, apresenta a *Escala Métrica de Inteligência.* De acordo com Almeida (2010, p. 30), "o período *áureo* da recepção de Binet no Brasil está compreendido entre 1906 e 1929, portanto, entre a criação do primeiro Laboratório de Psicologia Pedagógica, idealizado por ele mesmo, e a tradução de Lourenço Filho dos *Testes para a medida do desenvolvimento da Inteligência nas crianças*".

[4]A criação da *CIEM – Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique* / *IMUK – Internationale Mathematische Unterrichtskommission* constitui marco inaugural das preocupações com o ensino de matemática, trazendo-o para o debate no seio da comunidade internacional de matemáticos, a partir de 1908. Mas, é preciso atentar para a existência da revista *L'Enseignement Mathématique*, em tempo anterior à criação dessa Comissão. E é nesse periódico, logo em seu primeiro número, de 1899, onde se pode ler o diálogo estabelecido por Alfred Binet com os interessados no ensino de matemática.

> cia lógica do que tem se passado com a psicologia, e que está em vias de ocorrer em todas as ciências ditas morais, onde vemos o período da verborragia ser substituído pelo período das observações. (BINET, 1899, p. 29–30 — *tradução nossa)*

Entre nós, um dos representantes de maior vulto dessa pedagogia é Lourenço Filho[5]. Esse professor ocupará cargos importantes de direção do ensino, escreverá livros e formulará propostas didático-pedagógicas inclusive para o ensino de matemática[6].

Por fim, nesta brevíssima retrospectiva, que evoca a matemática nos primeiros anos escolares em diferentes tempos pedagógicos, cite-se a formação de grupos de estudo para transformação do currículo de matemática desde o curso primário, a partir da década de 1960, onde há o destaque para o pioneirismo do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática – G.E.E.M., sob a coordenação do professor Osvaldo Sangiorgi[7].

Mencionávamos o divisor de águas... Sim, a emergência dessas novas pedagogias, no contraponto ao que elas próprias iriam cunhar de "pedagogia tradicional" coloca o estudo das transformações dos saberes escolares e, em particular, da matemática no curso primário, num patamar diferente de análise.

Essas vagas pedagógicas, tendo em conta os estudos do pesquisador André Chervel, deverão ser analisadas de modo diverso àquele que normalmente é atribuído às pedagogias: uma função restrita de "lubrificante" (dizer do próprio autor) no processo de ensino. Assim, uma verdadeira revolução epistemológica na forma de analisar os conteúdos escolares é trazida por Chervel. O tema surge quando o autor aborda as relações entre ciência, pedagogia e disciplinas escolares. A concepção comum existente sobre os ensinos escolares

[5]Manoel Bergström Lourenço Filho (1897–1970) tem vastíssima biografia intelectual, ocupando cargos importantes na condução da educação brasileira. Sua trajetória inclui o diploma da Escola Normal de Pirassununga em 1914; a carreira no magistério como professor primário no Grupo Escolar de Porto Ferreira, SP; a docência na Escola Normal de Piracicaba, na Escola Normal de Fortaleza e na Escola Normal de São Paulo. Em outubro de 1930 é nomeado Diretor Geral da Instrução Pública de São Paulo. Nesse cargo, reorganiza e muda sua denominação para Diretoria Geral do Ensino. Transforma a Escola Normal da Praça da República em Instituto Pedagógico. Em 1932, passa a dirigir o Instituto de Educação do Distrito Federal. É considerado um dos principais representantes do movimento da Escola Nova no Brasil (GANDINI; RISCAL, 1999).

[6]Os estudos recentes de Bassinello (2014) e Soares (2014) analisam a produção de Lourenço Filho relativamente ao ensino de matemática para os primeiros anos escolares.

[7]Muitos trabalhos já foram desenvolvidos sobre o tema do MMM. Uma das referências importantes sobre o assunto é a obra coletiva, escrita por cerca de 45 pesquisadores, "O Movimento da Matemática Moderna — história de uma revolução curricular" organizado por Oliveira, Silva e Valente (2011). Na obra, um capítulo especial é dedicado à matemática moderna para crianças.

ancora-se num modo clássico de perceber a pedagogia: um ingrediente facilitador que age sobre os conteúdos produzidos pela comunidade científica, de modo a vulgarizar a ciência para crianças e adolescentes. Tratar-se-ia de uma metodologia, de uma didática, de modos de ensinar os conteúdos para viabilizar a sua aquisição pelos alunos. Segundo essa visão comum, tem-se de um lado os conteúdos científicos e, de outro, os métodos. Em suma: ciências apartadas da pedagogia.

No entanto, o trabalho de André Chervel rompe com essa perspectiva à medida em que faz as seguintes observações:

> Excluir a pedagogia do estudo dos conteúdos é condenar-se a nada compreender do funcionamento real dos ensinos. A pedagogia, longe de ser um lubrificante espalhado sobre o mecanismo, não é senão um elemento desse mecanismo; aquele que transforma os ensinos em aprendizagens (CHERVEL, 1990, p. 182).

A partir dessas ponderações é possível elaborar questões relativas às mudanças na matemática presente nos anos iniciais escolares, tendo em conta que as vagas pedagógicas exercem papel fundamental nas transformações dos saberes escolares. Novamente, pode-se retomar a questão que norteia este estudo, agora reescrevendo-a do seguinte modo: que transformações sofreu a matemática ensinada nos primeiros anos escolares sujeita às vagas pedagógicas ocorridas no período 1882 a 1971?

Pedagogias, finalidades culturais e os ensinos de matemática

Estudar em perspectiva histórica os saberes presentes no nível primário, aqueles que fazem parte da formação dos alunos nos primeiros anos escolares é tarefa árdua, pois implica, necessariamente, conhecer as ambições de uma época, em termos da cultura que se deseja inculcar; e, também, a ações da escola, nesse contexto, nos embates dessas pretensões da sociedade mais ampla, com a cultura escolar. No dizer técnico do mesmo André Chervel, será preciso analisar a díade *finalidades de objetivo* e *finalidades reais*. As finalidades de objetivo expressando as vontades de um tempo escolar, de uma proposta aceita socialmente numa dada época, com uma cultura a ser transmitida. Finalidades reais, referidas àquelas que, de fato, fizeram parte do cotidiano escolar, de um momento da história do ensino, dos elementos que dão sentido aos fazeres da escola, a cultura escolar enfim (CHERVEL, 1990).

Talvez esse primeiro nível de ensino — os primeiros anos escolares, o curso primário, forma escolar existente até o final da década de 1960; primeiros anos do 1.º grau, a partir da década de 1970 — seja o lugar onde mais propriamente se revele a imbricação das pedagogias com as matérias a serem ensinadas. Diferente de graus mais avançados, onde progressivamente, conteúdos de ensino ganham relativa autonomia sobre as pedagogias; nos primeiros anos, reafirmando Chervel, a pedagogia é componente intrínseco aos próprios conteúdos.

Apresenta-se aí, uma dificuldade enorme: como estudar, em particular, um saber presente nas escolas, como a matemática, sem separá-la da pedagogia? Essa dificuldade talvez possa ser expressa, de modo mais sistematizado, na condição de se pensar a matemática presente nos primeiros anos escolares como uma *matéria*, e não como uma *disciplina escolar*. Na análise das diferentes matérias de ensino, pois, desde a chamada escola de primeiras letras, tem-se a tríade: *ler*, *escrever* e *contar*. Num compósito de pedagogia e saberes específicos, as matérias são produzidas historicamente. Assim, a tríade foi escolhida desde tempos longínquos como representantes das matérias fundamentais a serem ensinadas nos primeiros anos escolares. O *contar*, por exemplo, deve ser pensado como um compósito resultante do embate entre as finalidades reais (como a escola pensa a matemática) com as finalidades de objetivo (como a sociedade quer a matemática na escola), num tempo onde prevalece determinadas ideias pedagógicas. Neste texto, o *contar* apresenta-se como uma primeira expressão do que aqui está sendo chamado de "matemática dos primeiros anos escolares".

Assim, retome-se a questão deixada anteriormente, buscando melhor explicitá-la diante dessas últimas ponderações: Que percurso teve a matemática nos primeiros anos escolares em meio às pedagogias intuitiva, escolanovista e estruturalista (MMM)?

As pedagogias modernas, as matérias de ensino e a matemática elementar

As matérias de ensino, em cada tempo escolar, para os anos iniciais escolares, são sempre consideradas como os primeiros passos, os elementos que devem ser ensinados de uma "cultura maior" que precisa ser adquirida pelo indivíduo. E essa aquisição, num dado contexto histórico, será *a partir* da escola; ou, progressivamente, *na* própria escola. Explique-se melhor: numa época onde a escola obrigatória era de quatro anos — o curso primário — os ensinos deveriam suprir àqueles que deles participavam como ferramentas para a vida, e que, com elas, melhor poderiam adquirir outros saberes no mundo real. Assim, por esse tempo, a progressão a uma cultura mais ampla, para a maioria da população, somente é feita fora da escola[8]. Em tempo posterior, com a expansão da escolaridade obrigatória, essa perspectiva muda, sendo os ensinos dos primeiros anos, considerados, em boa medida, bases para os anos seguintes. A progressão em direção a níveis mais avançados de cultura se dá, dessa forma, na própria escola. Mudam as finalidades de objetivo do ensino, e por certo também aquelas reais, com a criação do curso de 1.º Grau de oito anos[9]. Assim, o *contar* que era pensado como útil para as finalidades práticas da vida, passa a ser importante para aquisição de um conhecimento mais sistematizado sobre os números, qual seja, a *aritmética*, vinda a ser progressivamente, e de modo mais aprofundado, a fazer parte dos anos pós-curso primário[10].

De todo modo, sempre as matérias de ensino são consideradas, como se disse, saberes elementares, os primeiros elementos de um saber. E, no caso que aqui se analisa, os primeiros elementos do saber matemático.

Retomando a ideia anteriormente exposta, as pedagogias modernas constituirão um divisor de águas, como se disse, pois irão tratar de modo diferente a concepção de saber elementar. Dito de outra maneira: quando mudam as pedagogias, muda o conceito de elementar. Esse é o sentido maior de serem analisadas as transformações do saber escolar — saber elementar — em face de novas pedagogias. Se assim é, uma nova configuração toma a questão norteadora deste trabalho: Como as pedagogias intuitiva, escolanovista e estruturalista caracterizaram os elementos do ensino de matemática — o *elementar matemático*? Na análise desse *elementar* em cada tempo pedagógico, ter-se-á resposta para as transformações da matemática dos primeiros anos.

[8]É emblemático o texto da Lei Orgânica do Ensino Primário, de 1946, quando menciona, dentre as finalidades desse nível de ensino, no seu Art. 1.º: "(...) proporcionar a iniciação cultural que a todos conduza ao conhecimento da vida nacional, e ao exercício das virtudes morais e cívicas que a mantenham e a engrandeçam, dentro de elevado espírito de naturalidade humana".

[9]Um estudo importante que analisa essa transição para os ensinos de matemática nos anos iniciais é a tese de Denise Medina (2012) intitulada "Do primário ao primeiro grau: as transformações da Matemática nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961–1979) e o conceito de número".

[10]O antigo Exame de Admissão, verdadeiro rito de passagem do curso primário para o antigo curso ginasial, pode ser lido como um modo de verificar se o aluno, para além da iniciação cultural obtida nos primeiros anos escolares, assimilou, no caso do *contar*, bases para os estudos da aritmética a serem ministrados no curso secundário. Veja-se um estudo mais detalhado sobre o tema, na dissertação de mestrado de Rita Machado (2002).

O *elementar matemático* nas diferentes pedagogias

Comecemos pelo começo... A origem histórica da palavra "elemento" remete ao latim *elementum*, vindo do grego *stoikheîon*. A palavra grega significa "o que está alinhado", "numa linha", "numa sequência". Empregada no plural, *stoikheîa* designa os caracteres da escrita, precisamente as letras do alfabeto, dispostas numa sequência, umas das outras. A partir desse sentido inicial, o termo toma o significado de "princípios" ou "elementos fundamentais" (TROUVÉ, 2008, p. 21). Essa análise poderá nos levar, ainda, aos *Elementos de Euclides*: um encadeamento de premissas, teoremas... E nos permite, também, pensar o quanto a ideia de linearidade no ensino está presente na matemática: os chamados pré-requisitos. Um dado tema, depende do tema anterior para ser entendido e assim por diante... Mas, não adiantemos expediente.

No retorno à questão que norteia este texto, buscamos analisar as transformações dos saberes elementares, em particular, do elementar matemático, desde finais do século XIX a meados do século XX. Desse modo, a investigação centra-se nas mudanças nos elementares. E, se assim é, cada pedagogia é responsável por explicitar as matérias que deverão ser ensinadas em um determinada época escolar, os saberes elementares. Coloca-se, como se disse antes, a indagação de como cada vaga pedagógica caracteriza o *elementar*.

O papel de cada pedagogia na caracterização do *elementar* — os saberes que devem ser ensinados primeiramente na escola, na escola elementar — parece ser herdeiro de duas grandes correntes filosóficas: o racionalismo e o empirismo.

No primeiro caso, é possível citar como um representante pedagógico importante, o iluminista, filósofo, matemático e homem politico, engajado na Revolução Francesa, Condorcet. Tal personagem elaborou um sistema completo de instrução pública, integrando graus elementares de ensino aos graus superiores. Nesse sistema, o elementar ocupa lugar estratégico e fundamental: nele repousa o início da progressão em direção aos saberes mais avançados e superiores. Condorcet, com uma concepção enciclopédica e sistematizada do saber, define hierarquias e graus a serem atingidos em cada etapa da escolarização (TROUVÉ, 2008, p. 209–210).

Neste ponto, é interessante citar como Maria Montessori, num de seus primeiros livros[11] se pronuncia sobre essa herança racionalista de pensar a peda-

[11] A educadora e médica italiana Maria Montessori escreveu vários livros, dentre eles *Pedagogia Científica, Educação para um mundo novo, As etapas da educação. Psicogeometria — o estudo da geometria fundado sobre a psicologia da criança* foi publicado em 1934, em Barcelona, Espanha, constituindo um de seus primeiros escritos.

gogia — sem citá-la diretamente —, mencionando como se estabelecia a proposta para os ensinos de aritmética e geometria nos primeiros anos escolares:

> os mestres começarão o ensino pelas linhas, pelos ângulos ou com os números, e o primeiro problema será, antes de tudo, de saber o que é o mais simples; a partir disso, o ensino deverá começar. Eu me lembro de discussões de eminentes professores num congresso de matemática, em que se perguntavam se era mais simples contar os números numa sucessão natural (números cardinais) ou considerá-los segundo a ordem e o lugar que eles ocupam reciprocamente (número ordinais). O problema relativo à ordem dos saberes sucessivos estando resolvido, procedia-se ao ensino; fazer compreender primeiramente, a coisa mais simples e encadear, consequentemente, o precedente com o seguinte, por ordem de dificuldade (complexidade), passando do desconhecido ao conhecido (MONTESSORI, 1934 [2007], p. 14).

Dessa tradição racionalista, é possível dizer, relativamente à matemática, ao elementar matemático, que ele refere-se aos primeiros passos rumo à matemática superior. Encontrado o mais simples, segue-se, numa progressão, aos conteúdos avançados. Em tempos da escola do ler, escrever e contar, a matéria *contar,* por exemplo, refere-se à matemática superior de um ponto de vista elementar[12]. Assim, será por meio do contar que o aluno terá acesso ao conhecimento superior da matemática. O contar constitui um elementar matemático.

As novas pedagogias, vindas a partir do final do século XIX, como a pedagogia intuitiva e o escolanovismo, têm outra herança: o empirismo. E é aqui que se situa o divisor de águas mencionado anteriormente.

Se para Condorcet o princípio do saber, o elementar, é essencialmente epistemológico, encadeado, num todo que deve ser gradualmente ensinado; para Pestalozzi, ao contrário, o elementar é psicológico e empírico (ele refere-se ao um sujeito existencial e sensível). Para Pestalozzi trata-se de partir da existência das coisas para ter acesso às palavras, de acordo com mecanismos considerados naturais. O elementar pestalozziano reside nas simples intuições sensíveis (TROUVÉ, 2008, p. 271–272).

O pensamento de Pestalozzi, como aquele da maioria dos pedagogos renovadores de seu tempo, inscreve-se na perspectiva empirista. Considera que

[12]Por certo, propositadamente, parodiamos o título de livro do matemático Félix Klein que, no início do século XX faz publicar obra com título *A matemática elementar do ponto de vista superior*, destinada a professores, trabalhando com conceitos elementares de modo matematicamente sofisticado.

as simples intuições sensíveis não representam tão somente um dado imediato da consciência, mas é também um princípio do conhecimento (TROUVÉ, 2008, p. 239).

Dessa tradição empirista, em que Pestalozzi é um representante pedagógico de primeira grandeza, poder-se-ia dizer que o acesso à matemática superior depende do elementar empírico, dos primeiras formas sensíveis. Aqui, não é a matemática superior que governa o elementar, determinando-lhe graus de acesso.

Um exemplo notável refere-se à geometria. As *formas*, por exemplo, tomam lugar como primeiras aproximações geométricas, na pedagogia intuitiva, constituindo um elementar. Esse elementar, no entanto, é de outra natureza, diferente daquela vinda da hierarquia do saber matemático, referente a uma simplificação ao máximo da matemática superior. Tal elementar tem origem na intuição sensível da forma (Pestalozzi)[13].

Relativamente ao escolanovismo, igualmente, tem herança empirista. O elementar neste caso também refere-se ao sujeito psicológico, mas não à sua recepção sensível; remete às suas maneiras de ação sobre as coisas. Delas derivam os primeiros passos rumo aos saberes. Neste caso é elucidativo o próprio título da obra de Montessori mencionada anteriormente *Psicogeometria*, uma obra cujo objetivo "não é ensinar geometria, mas ajudar o desenvolvimento do espírito matemático da criança" (MONTESSORI, 1934 [2007], p. 6). O subtítulo do livro é elucidativo: "estudo da geometria fundada sobre a psicologia da criança".

A herança empirista que perpassa as correntes escolanovistas, em especial aquela voltada à pedagogia científica, revela-se de outra maneira que a da pedagogia intuitiva. Seus elementares assentam-se na psicologia experimental de base estatística. Os primeiros elementos virão da estandardização dos testes mentais e daqueles pedagógicos, na formulação de programas mínimos de ensino (BASSINELLO, 2014).

O Movimento da Matemática Moderna, nos termos da análise anterior, parece retomar a herança racionalista. Na perspectiva de uma matemática estruturalista, o grande edifício matemático deverá ser construído a partir de elementares ensinados nos primeiros anos escolares. O expediente é buscar a máxima simplificação da Teoria dos Conjuntos para que possa ganhar os graus inferiores do ensino e servir de base para definição dos números, das proprie-

[13]As intuições sensíveis pestalozzianas irão sistematizar-se nos elementares relativos ao *número*, *linguagem* e *forma*. Eles serão considerados como elementos de todos os saberes. Esses elementos primeiros irão alterar a ordem da escola do ler, escrever e contar. Ela será pensada como o lugar do "falar, sentir e contar" (TROUVÉ, 2008, p. 240).

dades das operações etc. O *contar*, neste caso, parece não ter mais importância como um elementar[14].

Considerações finais

A investigação histórica da educação matemática nos primeiros anos escolares coloca desafios imensos aos pesquisadores. Afinal, como caracterizar a matemática historicamente nos anos iniciais escolares? Cálculo, Aritmética, Geometria, Desenho, Formas, Cartografia, Trabalhos Manuais etc. um conjunto de matérias de ensino produto de pedagogias e saberes, que revelam elementares do saber matemático. Proceder à análise histórica neste caso supõe o trabalho com o conjunto dessas matérias. Além disso, a articulação delas com os processos históricos de leitura e escrita... Enfim, uma tarefa muito árdua.

De todo modo, não cabe a simplificação para a pedagogia, muito menos a autonomia dos saberes face a ela. As pedagogias, os movimentos delas, as vagas pedagógicas são ingredientes que compõem as matérias escolares. Na análise histórica em escala maior, vê-se uma constante redefinição dos elementares.

Retome-se, por fim, a questão condutora deste estudo: que transformações ocorreram na matemática dos primeiros anos escolares sujeita às vagas pedagógicas de finais do século XIX a meados do século XX?

A resposta à questão identifica as transformações na matemática dos primeiros anos em termos de mudanças no que é considerado matemática elementar, elementar matemático. Em síntese, há um movimento das vagas pedagógicas surgidas em finais do século XIX que se contrapõe à tradição racionalista, que caracteriza o elementar de modo dedutivo — da matemática superior deduz-se o que são os seus elementares. Essa contraposição ocasiona um divisor de águas em termos de como, tradicionalmente, é pensado o saber elementar. Na vigência das pedagogias modernas, aponta-se para processos indutivos: serão as experiências dos sujeitos, organizadas e dadas a ler que irão possibilitar a constituição dos elementares, tidos como fundamentos para outras aprendizagens. Essa tendência empirista altera-se em meados do século XX, voltando a ter caráter dedutivo: a matemática moderna aponta quais deverão ser os novos elementares à vista da aquisição de um saber tomado pelo estruturalismo.

[14] Veja-se, a título de exemplo, estudo que tratou do conceito de número nas diferentes pedagogias em Valente (2012).

Referências bibliográficas

ALMEIDA, D. D. M. *Alfred Binet/René Zazzo*. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010. (Coleção Educadores MEC).

BASSINELLO, I. *Lourenço Filho e a matematização da pedagogia: dos testes psicológicos para os testes pedagógicos.* Dissertação (Mestrado em Ciências). São Paulo: UNIFESP, 2014.

BINET, A. La Pédagogie scientifique. *L'Enseignement Mathématique*. Paris: Georges Carré et C. Naud, Éditeurs. 1er Année, nº 1. 15 janvier 1899.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 1990, p. 177–229.

D'ENFERT, R.; VALENTE, W. R. (coords.). *L'enseignement des mathématiques à l'école primaire, XIXe–XXe siècle. Études comparatives, Brésil-France.* Projeto de Cooperação Internacional CAPES-COFECUB, 2014.

GANDINI, R. P. C.; RISCAL, S. A. Manoel Bergström Lourenço Filho. *Dicionário de Educadores no Brasil — da Colônia aos dias atuais.* Rio de Janeiro: Editora da UFRJ/MEC INEP, 1999, p. 365–373.

MACHADO, R. C. G. *Uma análise dos exames de admissão ao secundário (1930–1970): subsídios para a história da educação matemática.* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2002.

MEDINA, D. *Do primário ao primeiro grau: as transformações da Matemática nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961–1979) e o conceito de número.* Tese (Doutorado em Educação). São Paulo: FEUSP, 2012.

MONTESSORI, M. *Psychogéometrie — L'étude de la géométrie fondée sur la psychologie de l'enfant.* Rennes, France: CRELAM/Desclée de Brouwer, 1934 [2007].

OLIVEIRA, M. C. A.; SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. *O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular.* Juiz de Fora: Editora da UFJF, 2011.

SOARES, M. G. *A arithmetica de Lourenço Filho: um estudo sobre as dinâmicas de transformações do saber escolar em face de uma nova pedagogia.* Dissertação (Mestrado em Ciências). São Paulo: UNIFESP, 2014.

SOUZA, M. C. C. C. Decorar, lembrar e repetir: o significado de práticas escolares na escola brasileira do final do século XIX. In: SOUSA, C. P. (org.). *História da educação: processos, práticas e saberes.* São Paulo: Escrituras Editora, 1998.

TROUVÉ, Alain. *La notion de savoir élémentaire à l'école — doutrines et enjeux*. Paris: L'Harmattan, 2008.

VALENTE, W. R. *A matemática na formação do professor do ensino primário — São Paulo, 1875–1930*. São Paulo: Annablume, 2011.

VALENTE, W. R. O que é número? As mudanças na história de um conceito da matemática escolar. *Boletim GEPEM*, v. 61, p. 1–16, 2012.

Os primeiros números no ensino primário rural em Angola à luz do livro do professor (1962)

Cecília Costa
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, UTAD
CIDTFF (Lab. DC&T na UTAD)
mcosta@utad.pt

Paula Catarino
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, UTAD
CMAT – UMinho (Polo na UTAD)
CIDTFF (Lab. DC&T na UTAD)
pcatarin@utad.pt

Resumo: Apoiando-nos no livro do professor para o 1.º Ano do Ensino Primário Rural em Angola, impresso em 1962, damos a conhecer a proposta de abordagem dos primeiros números (de 1 a 9 e o zero) e identificamos aspetos metodológicos veiculados nesse texto. O recurso a materiais concretos do quotidiano dos alunos (materiais didáticos não estruturados), a valorização da comunicação e da participação dos alunos na sua aprendizagem, o jogo como modo de consolidação de aprendizagens, são aspetos a destacar. A interdisciplinaridade verificada na organização e encadeamento das lições e dos temas é uma mais-valia para a consecução das aprendizagens. Reconhecemos neste livro orientações metodológicas claramente diferentes das relativas ao ensino primário em Portugal continental à época.

Abstract: Following the teacher book for 1st Year of Rural Primary Education in Angola, printed in 1962, we investigate the proposed didactical approach of the first numbers (from 1 to 9 and zero) and we identify methodological aspects inserted in this text. The use of concrete materials of students' daily lives (teaching materials unstructured), the value of communication and participation of students in their learning, the game as consolidation mode of learning, are aspects to emphasize. The interdisciplinary verified in the organization and sequence of lessons and themes is an added value to the achievement of learning. We recognize in this book methodological guidelines clearly different from those on primary education in mainland Portugal at that time.

Este trabalho é financiado por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projeto UID/CED/00194/2013 e do projeto Pest-UID/MAT/00013/2013.

1 Introdução

Os livros didáticos têm-se mostrado de grande valor na investigação em educação e a sua análise tem vindo a ser cada vez mais valorizada, em particular, no âmbito da História da Educação Matemática (Choppin, 2004; Valente, 2008).

O caso que estudamos, e que apresentamos em parte neste artigo, tem particularidades que podem contribuir para o conhecimento de como se ensinava, em ambiente rural, às crianças no primeiro ano de escolaridade, na antiga colónia portuguesa de Angola.

Os fundamentos do Ensino Rural Índigena foram estabelecidos pelo Diploma Legislativo n.º 868, de 9 de Janeiro de 1937. Seguiram-se vários ajustes e alterações. Do parecer dado pelo Secretário Provincial Amadeu Castilho Soares a propósito das resoluções do Conselho do Ensino de Adaptação, resultantes da revogação do Decreto-Lei n.º 39 666 de 20 de Maio de 1954, percebem-se os objetivos deste ensino à data do livro em análise. Os programas pretendiam refletir a intenção de dar aos alunos índigenas conhecimentos suficientes da língua portuguesa falada e de promover hábitos sociais necessários à frequência do ensino de tipo europeu com as mesmas possibilidades de sucesso que as crianças com vivência europeia (DPSI, 1962). As palavras seguintes são claras sobre o que se pretendia atingir:

> *Torna-se necessário adoptar resolutamente uma concepção inteiramente nova, que atinja a própria essência da formação primária da criança africana, através de uma escola que faça por ela, desde a base, o que o nosso ensino não-formal na família, no meio social, oferece ao comum das nossas crianças, na idade pré-escolar.* (DPSI, 1962, p. III)

O livro *Didáctica das Lições do 1.º Ano do Ensino Primário Rural*, nos anos 60, era o guia dos professores primários de Angola em regiões rurais. Para além de ter sido essa a razão da sua edição, temos o testemunho de uma antiga professora primária[1], dona do exemplar que analisamos, que afirma ter sido o livro por onde orientou as suas práticas nos anos 60, altura em que lecionou em zonas rurais angolanas.

A análise deste livro permite uma visão dos conteúdos e métodos de ensino veiculados, oficialmente, para esta antiga colónia portuguesa, especificamente para as crianças nativas. Recorremos à metodologia utilizada em Sierra-Vásquez, González-Astudillo e López-Esteban (2002), começando por uma breve referência à organização e grafismo, a que se segue a descrição geral

[1] Mãe da segunda autora deste artigo.

do modo como o tema dos primeiros números é abordado. De seguida analisamos aspetos didáticos. Focamo-nos nos tópicos ligados ao ensino dos primeiros números tratados neste livro. Apresentamos e discutimos as orientações metodológicas usadas, os recursos didáticos, os jogos, etc. que permitiriam à criança construir a noção de magnitude e de número.

Ilustramos estes aspetos, bem como destacamos a preocupação em interligar as várias áreas do conhecimento abordadas no ensino primário rural para reforçar a aprendizagem dos tópicos, em particular dos números. Reconhecemos nesta abordagem orientações didáticas muito diferentes das usadas no continente (Costa, Lopes, Nascimento & Catarino, 2012) e vanguardistas para o contexto português (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008).

Estruturamos este artigo em mais quatro secções. Na secção seguinte efetuamos uma breve descrição do livro; segue-se uma secção dedicada à apresentação da abordagem usada no livro para os primeiros números; na secção subsequente focamos a nossa atenção na interdisciplinaridade promovida pelo modo como as lições estão organizadas e por último, apresentamos as conclusões e tecemos algumas considerações.

2 Breve descrição do livro

O livro *Didáctica das Lições do 1.º Ano do Ensino Primário Rural* (DPSI, 1962) foi editado pela Direcção Provincial dos Serviços de Instrução da Província de Angola, composto e impresso nas Oficinas Gráficas ABC de Luanda, em 1962. De notar que a edição em análise não contém indicação do autor.

Tendo em conta a afirmação, em (Memórias), *A maioria dos livros/manuais escolares com este fim e nesta época foram elaborados por uma equipa de pedagogos liderada por António Almeida Abrantes (...). As ilustrações (...) foram elaboradas por um artista angolano,* e as pesquisas efetuadas por nós noutros manuais de autor da época e para a mesma região, somos de opinião que esta obra deve ter seguido a mesma orientação e que a direção do livro foi de António Almeida Abrantes e, eventualmente, José Freire de Brito Figueiredo (na didática do português) e António Henriques Carneiro (na didática da matemática).

É um livro do professor (referência expressa na capa) e, nos anos 60, era usado para orientação do ensino dos alunos do 1.º ano do ensino primário rural dessa região, em particular das crianças indígenas.

O livro é constituído por dois volumes, o primeiro com cerca de 300 páginas e o segundo 400. O volume 1 está organizado em 26 lições e o volume 2 em 29. As lições iniciam com o *Sumário da Lição* organizado por pontos e rematado por uma máxima, ao que se segue o *Desenvolvimento* de cada ponto indicado no sumário. Há pontos presentes ao longo das lições e outros esporádicos. Entre os primeiros encontramos: aritmética; atividades físicas; canto coral; desenho; doutrina e moral cristãs; jogos; lição de linguagem; modelação e trabalhos manuais. Os segundos são, por exemplo, relativos à abordagem inicial aos números, os quais explicitamos na próxima secção.

Seguimos Sierra-Vásquez et al. (2002) para uma análise do livro. Sintetizamos alguns desses aspetos em seguida. Os volumes não apresentam cores e é usado tipo de letra variado, quer em tamanho, quer em forma. Ao longo do texto, para ilustrar e complementar, existem várias figuras (desenhos/esquemas). O corpo do texto está organizado por pontos (1.º, 2.º, etc.) que servem para orientação do professor em relação ao discurso e atuação em sala de aula. Em vários casos são apresentados possíveis diálogos entre professor e alunos para exemplificar como deve ser a atuação do professor, a sequência a dar aos assuntos e a forma de dinamizar a aula. Este livro contém, como era habitual na época, aspetos intrinsecamente ligados às caraterísticas da educação do Estado Novo (por exemplo, aspetos patrióticos, morais e religiosos, distinção de género, etc.) que não são relevantes para o estudo que aqui nos ocupa.

3 Os primeiros números

O livro é indicado para o 1.º ano do ensino primário rural angolano. Uma equivalência direta para a escolaridade atual levar-nos-ia a pensar que corresponderia ao 1.º ano do ensino básico português (Bivar, Grosso, Oliveira & Timóteo, 2013), no entanto uma leitura atenta dos conteúdos do livro aponta para os últimos anos da educação pré-escolar (ME – DEB, 1997), com as devidas reservas, visto tratar-se de épocas e contextos socioculturais distintos. No caso da construção do conceito de número e da abordagem aos primeiros números, somos de opinião que as propostas apresentadas neste livro são adequadas a crianças da atualidade de 4–5 anos de idade.

Nesta secção apresentamos a sequência que é proposta para o ensino dos primeiros números e aspetos metodológicos relacionados com a noção de unidade e a composição e decomposição de números (estreitamente ligada às operações de adição e subtração de números naturais). De referir que neste livro só são abordados os números de 1 a 9 e o número zero.

3.1 Sequência de ensino dos primeiros números

A forma como o livro está organizado permite-nos perceber o encadeamento proposto para o ensino (e a aprendizagem) dos primeiros números. Na tabela seguinte apresentamos essa sequência que discutimos em seguida.

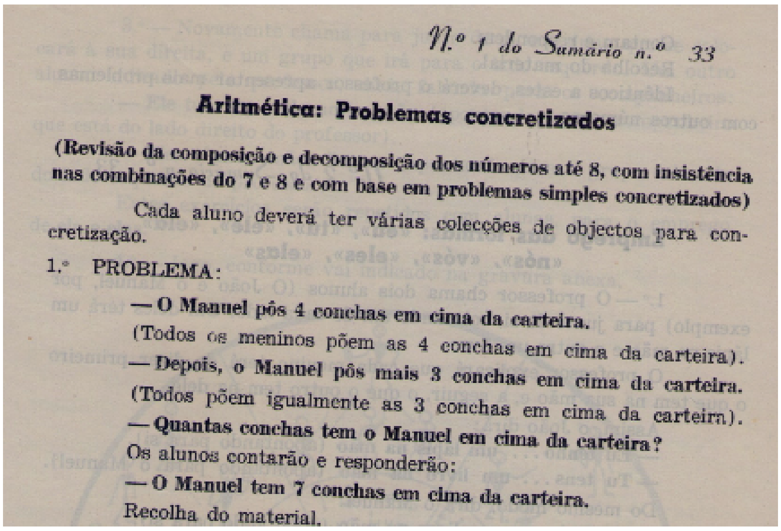
Tabela 1: Sequência de ensino dos primeiros números e assuntos relacionados

Número da Lição	**Conteúdos indicados no sumário** (os números indicam o ponto do sumário)
14	2. Noção de "muito" e "pouco"
15	5. Noção de "mais" e "menos"
20	4. Aritmética: "Muitos", "poucos", "um", (noção de unidade)
21	5. Aritmética: Contagem ("dois")
22	2. Aritmética: Composição e decomposição do número dois; contagem ("três")
23	1. Aritmética: Composição e decomposição do número "três"
24	4. Aritmética: Contagem até 4
25	4. Aritmética: Composição e decomposição do número "quatro"
26	1. Lição de linguagem (Vocábulos: "cabra", "cabrito", "chifres", "pelo", "leite" e "mamar") 3. Aritmética: Concretização de problemas simples, que envolvam adição e subtração, até o número "quatro"
27	6. Aritmética: contagem até 5. 7. Modelação (relacionada com o número anterior)
28	1. Aritmética: composição e decomposição do número 5
29	5. Aritmética: contagem até 6; composição e decomposição 6. Modelação dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6
30	1. Aritmética: o jogo das cadeirinhas
31	1. Aritmética: contagem até 7; composição e decomposição do número 7
32	5. Aritmética: contagem até 8; composição e decomposição do número 8 6. Jogo: a corrida de obstáculos
33	1. Aritmética: problemas concretizados 4. Jogo de aritmética: avaliação rápida, à simples vista, de quantidades (de 1 a 4)
34	1. Aritmética: contagem até 9; composição e decomposição do número 9
35	1. Aritmética: jogo para contagem-recitação; identificação do algarismo com o número 2. Representação algarismal dos números dígitos (em relação com as respetivas quantidades) 4. Exercício de atividade física: marcha para a frente e marcha para trás

Antes de se referir o conteúdo como Aritmética, são trabalhados os (proto) conceitos de "muito" e "pouco" e os de "mais" e "menos", sempre apoiados em material concreto e do quotidiano das crianças (por exemplo, pedras, paus, folhas, feijões). No seguimento chega-se ao "um", ou seja, à noção de unidade, já incluídas no ponto *aritmética.* Em seguida, passam à contagem e à composição e decomposição do número, gradualmente, começando pelo "dois" e de aula para aula, avançando até ao "quatro". A composição e a decomposição de números envolvem a adição e a subtração, ou seja, estas duas operações aritméticas são introduzidas desde o começo da aprendizagem dos números.

Nesta fase, surgem aplicações a contextos concretos, por exemplo, na *lição de linguagem* sobre vocábulos como "cabra", "cabrito", "chifres", ao aproveitar para referir/perguntar o número de patas e o número de chifres destes animais, etc. O final desta primeira fase é dedicado a problemas (*Concretização de problemas simples*), envolvendo os números até ao "quatro".

Trabalhados os números até ao "quatro", é retomada a contagem até ao "cinco" e a composição e decomposição do número "cinco". Este processo repete-se para os restantes números até ao número "nove". Essas lições são intercaladas com jogos, atividades de modelação e problemas concretizados. Na figura seguinte, apresentamos um exemplo de um desses problemas ditos concretizados.


N.º 1 do Sumário n.º 33

Aritmética: Problemas concretizados

(Revisão da composição e decomposição dos números até 8, com insistência nas combinações do 7 e 8 e com base em problemas simples concretizados)

Cada aluno deverá ter várias colecções de objectos para concretização.

1.º PROBLEMA:

— O Manuel pôs 4 conchas em cima da carteira.

(Todos os meninos põem as 4 conchas em cima da carteira).

— Depois, o Manuel pôs mais 3 conchas em cima da carteira.

(Todos põem igualmente as 3 conchas em cima da carteira).

— Quantas conchas tem o Manuel em cima da carteira?

Os alunos contarão e responderão:

— O Manuel tem 7 conchas em cima da carteira.

Recolha do material.

Figura 1: Excerto da p. 71 do vol. 2, relativo a problemas concretizados

3.2 Aspetos metodológicos

A abordagem aos primeiros números começa com o tratamento das noções de "muitos", "poucos" e de "um", recorrendo a material manipulável do quotidiano dos alunos (neste caso, feijões) e a experiências (repetidas várias vezes) envolvendo os sentidos (visão e tato), como se percebe da leitura do excerto seguinte:

N.º 4 do Sumário n.º 20

Aritmética: muitos, poucos, um (noção de unidade)

I

1.º — Material necessário: paus, pedras, folhas, conchas, feijões e outros objectos existentes no meio.

2.º — O professor chamará a atenção dos alunos para dois montes de feijão, de tamanhos nìtidamente diferentes.

3.º — Revolvendo o monte maior, o professor dirá: — **Muitos feijões.** Os alunos repetem: **Muitos feijões** — devendo a pronúncia do s final merecer atenção especial do professor. Se não for possível que todos tenham ao seu lado os mesmos montes, para aliarem o gesto à palavra, o professor chamará todos ou quase todos os alunos para revolverem o monte, enquanto dizem: — **Muitos feijões.**

4.º — O professor revolve, a seguir, o monte pequeno (apenas com meia dúzia de feijões, para que o contraste seja maior), e dirá então: **Poucos feijões.**

Os alunos repetem, de maneira idêntica à indicada na alínea anterior.

Figura 2: Excerto da p. 205 do vol. 1, relativo a "muitos" e "poucos"

A comunicação entre professor e alunos e o incentivo à participação dos alunos é uma constante e neste tópico não é exceção.

A referência ao "um" é sugerida do modo seguinte:

6.º — Tirando *um feijão* de um dos montes, mostra-o aos alunos e diz: **Um feijão (salientando a palavra um).**

Todos os alunos, agora, vão tirar um feijão dos montes, enquanto dizem: **Um feijão.** Já no lugar, o professor ensinará a dizer: **Eu tenho um feijão,** e os alunos repetirão a frase várias vezes, mostrando sempre o feijão que têm em seu poder.

Figura 3: Excerto das pp. 205–206 do vol. 1, relativo ao "um"

Seguem-se atividades de avaliação diagnóstica, para averiguar o grau de consecução da construção intuitiva da noção de quantidade por parte dos alunos, como mostra o excerto seguinte:

> **7.º — Seguem-se exercícios de verificação, apontando o professor, primeiro, o monte com muitos, depois o outro com poucos, e, finalmente, um feijão; os alunos, em voz alta, irão repetindo: muitos, poucos, um.**
>
> **8.º — A seguir, fazer o exercício inverso: um, poucos, muitos.**
>
> **9.º — Repetir as alíneas 7 e 8, para que, intuitivamente, a criança se aperceba da noção de quantidade (muitos ou poucos feijões) e unidade (um feijão).**

Figura 4: Excerto da p. 206 do vol. 1 relativo a "muitos", "poucos" e "um"

A fase final da proposta de abordagem destas noções consiste na execução de exercícios em contextos diversificados (ver figura 5), usando materiais diferentes e, inclusivamente o corpo dos alunos. Considerar o corpo como material didático para aprendizagens variadas, em particular na matemática é algo defendido na atualidade (Costa, Carvalhal & Almeida, 2008; Jensen, 2002).

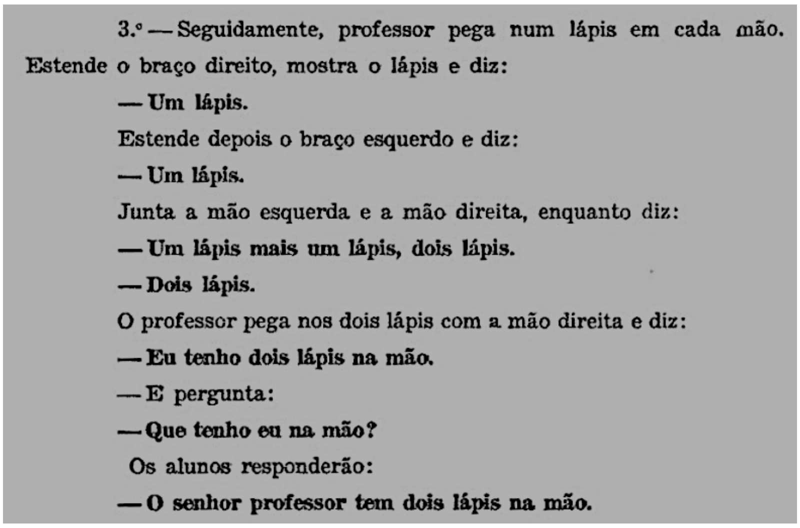
> **10.º — Executar-se-ão vários exercícios semelhantes, com outro material e até com os próprios alunos.**
>
> **11.º — Uma vez percebidas as noções de aritmética desta lição (muitos, poucos, um), o professor ensinará o emprego do vocábulo uma, fazendo vários exercícios durante os quais os alunos tenham de o empregar (uma folha, uma concha, uma pedra . . .).**

Figura 5: Excerto da p. 206 do vol. 1 relativo aos exercícios a efetuar

Na figura 6 ilustramos como é introduzido o número "dois". Para os restantes números até ao "nove", o processo é idêntico.

A proposta de abordagem da composição e decomposição dos números desde o "dois" ao "nove" é idêntica, salvaguardadas as devidas adaptações. Este estudo está estreitamente ligado à adição e subtração.

Apresentamos de forma breve o caso do "quatro" (ver figura 7). Partindo de material concreto (no caso três feijões) o professor retoma a composição e decomposição do número anterior (no caso o três) e vai indicando as diferentes formas de obter esse número, quer através do material manipulável quer desenhando no quadro a representação desse material (com círculos).



3.º — Seguidamente, professor pega num lápis em cada mão. Estende o braço direito, mostra o lápis e diz:

— Um lápis.

Estende depois o braço esquerdo e diz:

— Um lápis.

Junta a mão esquerda e a mão direita, enquanto diz:

— Um lápis mais um lápis, dois lápis.

— Dois lápis.

O professor pega nos dois lápis com a mão direita e diz:

— Eu tenho dois lápis na mão.

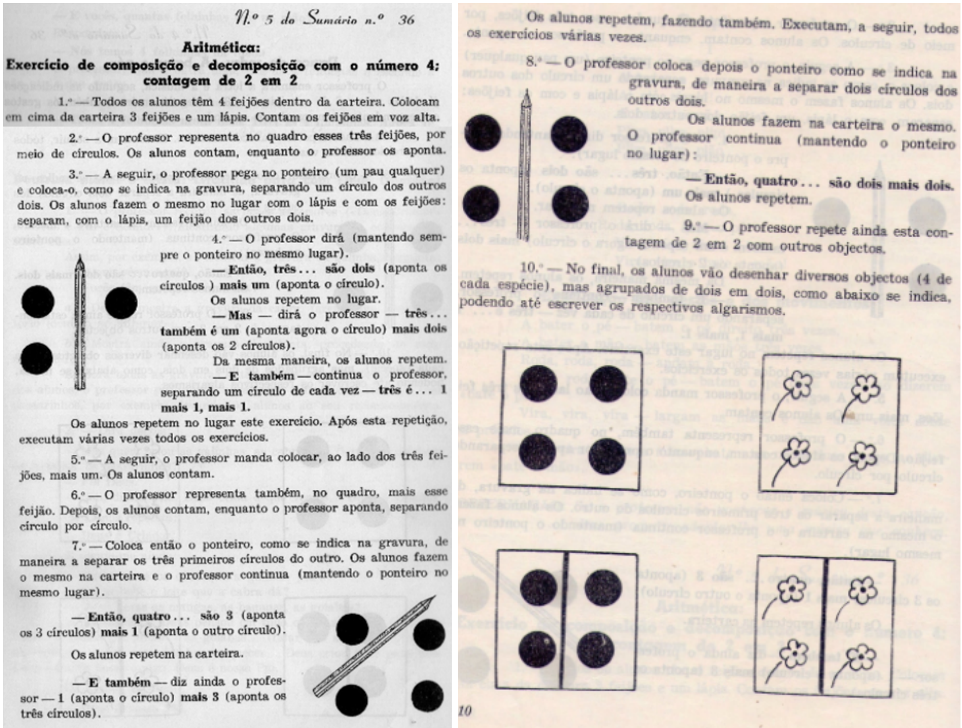
— E pergunta:

— Que tenho eu na mão?

Os alunos responderão:

— O senhor professor tem dois lápis na mão.

Figura 6: Excerto da p. 220 do vol. 1 relativo à introdução do número "dois"



N.º 5 do Sumário n.º 36

Aritmética:

Exercício de composição e decomposição com o número 4; contagem de 2 em 2

1.º — Todos os alunos têm 4 feijões dentro da carteira. Colocam em cima da carteira 3 feijões e um lápis. Contam os feijões em voz alta.

2.º — O professor representa no quadro esses três feijões, por meio de círculos. Os alunos contam, enquanto o professor os aponta.

3.º — A seguir, o professor pega no ponteiro (um pau qualquer) e coloca-o, como se indica na gravura, separando um círculo dos outros dois. Os alunos fazem o mesmo no lugar com o lápis e com os feijões: separam, com o lápis, um feijão dos outros dois.

4.º — O professor dirá (mantendo sempre o ponteiro no mesmo lugar).

— Então, três . . . são dois (aponta os círculos) **mais um** (aponta o círculo).

Os alunos repetem no lugar.

— Mas — dirá o professor — **três . . . também é um** (aponta agora o círculo) **mais dois** (aponta os 2 círculos).

Da mesma maneira, os alunos repetem.

— E também — continua o professor, separando um círculo de cada vez — **três é . . . 1 mais 1, mais 1.**

Os alunos repetem no lugar este exercício. Após esta repetição, executam várias vezes todos os exercícios.

5.º — A seguir, o professor manda colocar, ao lado dos três feijões, mais um. Os alunos contam.

6.º — O professor representa também, no quadro, mais esse feijão. Depois, os alunos contam, enquanto o professor aponta, separando círculo por círculo.

7.º — Coloca então o ponteiro, como se indica na gravura, de maneira a separar os três primeiros círculos do outro. Os alunos fazem o mesmo na carteira e o professor continua (mantendo o ponteiro no mesmo lugar).

— Então, quatro . . . são 3 (aponta os 3 círculos) **mais 1** (aponta o outro círculo).

Os alunos repetem na carteira.

— E também — diz ainda o professor — **1** (aponta o círculo) **mais 3** (aponta os três círculos).

Os alunos repetem, fazendo também. Executam, a seguir, todos os exercícios várias vezes.

8.º — O professor coloca depois o ponteiro como se indica na gravura, de maneira a separar dois círculos dos outros dois.

Os alunos fazem na carteira o mesmo. O professor continua (mantendo o ponteiro no lugar):

— Então, quatro . . . são dois mais dois. Os alunos repetem.

9.º — O professor repete ainda esta contagem de 2 em 2 com outros objectos.

10.º — No final, os alunos vão desenhar diversos objectos (4 de cada espécie), mas agrupados de dois em dois, como abaixo se indica, podendo até escrever os respectivos algarismos.

10

Figura 7: Excerto das pp. 109–110 do vol. 2 relativo à composição e decomposição com o número "quatro"

Depois acrescenta mais um feijão e passa de forma semelhante à composição e decomposição do "quatro" (três mais um, um mais três, dois mais dois e um mais um mais um mais um). Deste modo vai trabalhando a adição e a subtração.

Os aspetos metodológicos aqui referidos para o caso da abordagem dos primeiros números são usados recorrentemente ao longo do livro. A utilização de material manipulável (por exemplo folhas, feijões, paus, frutos, pedras, etc.) como material didático (não estruturado) é uma constante.

Neste livro, a importância dada à comunicação e à participação ativa dos alunos na aprendizagem é uma marca importante, bem como a diversificação de contextos de aprendizagem, dando-se grande relevo a experiências sensoriais. Estes são aspetos de grande atualidade na educação matemática e não eram comuns à data, no ensino primário da matemática em Portugal continental (Costa et al, 2012).

4 Interdisciplinaridade no ensino dos primeiros números

Ao longo do texto é notória a importância dada à interdisciplinaridade. No caso particular da aritmética é feita ligação com lições de linguagem, jogos e exercícios de atividade física e modelação. Em seguida, detalhamos alguns aspetos ligados a estes tópicos.

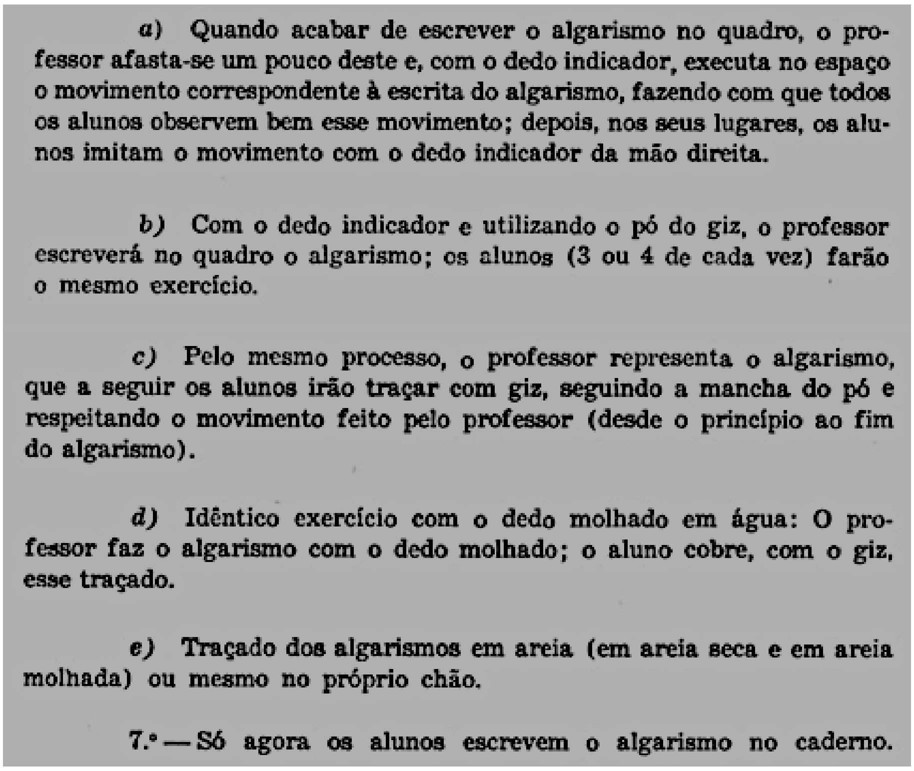
4.1 Atividades de modelação

Entre as diversas lições de modelação referidas no livro, encontram-se algumas explicitamente destinadas ao treino da escrita dos (símbolos dos) números, usando barro, arame maleável e pauzinhos e outras para treino de contagem e da noção de quantidade.

No livro é referido que a maioria dos alunos tem dificuldade na escrita dos algarismos e necessita de treinar recorrendo a processos especiais antes de passar à escrita propriamente dita (DPSI, 1962, vol. 1, p. 207). Esses processos estão referidos na figura 8.

Tais processos são complementados com lições de modelação, nas quais representam os algarismos modelando-os em barro e arame, e construindo-os usando pauzinhos.

Outra lição de modelação diz respeito à construção de um ninho com (cinco) ovinhos, promovendo a contagem e a noção de quantidade. A figura



a) Quando acabar de escrever o algarismo no quadro, o professor afasta-se um pouco deste e, com o dedo indicador, executa no espaço o movimento correspondente à escrita do algarismo, fazendo com que todos os alunos observem bem esse movimento; depois, nos seus lugares, os alunos imitam o movimento com o dedo indicador da mão direita.

b) Com o dedo indicador e utilizando o pó do giz, o professor escreverá no quadro o algarismo; os alunos (3 ou 4 de cada vez) farão o mesmo exercício.

c) Pelo mesmo processo, o professor representa o algarismo, que a seguir os alunos irão traçar com giz, seguindo a mancha do pó e respeitando o movimento feito pelo professor (desde o princípio ao fim do algarismo).

d) Idêntico exercício com o dedo molhado em água: O professor faz o algarismo com o dedo molhado; o aluno cobre, com o giz, esse traçado.

e) Traçado dos algarismos em areia (em areia seca e em areia molhada) ou mesmo no próprio chão.

7.º — Só agora os alunos escrevem o algarismo no caderno.

Figura 8: Excerto da p. 207 do vol. 1 relativo aos processos especiais para treino da escrita dos números

9 mostra as indicações detalhadas que constam no livro em relação a esta lição.

4.2 Jogos

São utilizados explicitamente vários jogos para trabalhar a aritmética, por exemplo para consolidação da aprendizagem dos números de 0 a 9, para treino da contagem de dois em dois ou de três em três e para treino da contagem rápida à vista. Há ainda outros jogos onde também se trabalha aritmética ainda que tal não seja expressamente indicado como, por exemplo, aqueles em que é necessário fazer contagens.

O jogo das cadeirinhas cuja descrição detalhada é apresentada na figura 10 tem por objetivos a identificação do algarismo (símbolo) com o número e reciprocamente.

N.º 7 do Sumário N.º 27

Modelação

(Relacionada com o número anterior)

Preparado o barro, conforme indicações anteriores, o professor explicará que cada aluno irá fazer cinco ovos, para colocarem dentro de um ninho, que também farão com o barro.

Exemplificando, mostrará que os ovos se conseguem fazendo rodar um pouco de barro entre as palmas das mãos, ou entre a palma da mão e a tábua de trabalho. Feitos os ovos, coloca-os à sua frente, contando-os, conforme os for colocando: **um, dois, três, quatro . . . cinco.**

OBSERVAÇÃO: *Todos os alunos fazem igual trabalho, procedendo, no fim, à contagem dos ovos, exactamente como o professor fez.*

— **Agora vamos fazer o ninho para os cinco ovinhos** — dirá o professor.

E, trabalhando o barro, tanto quanto possível só com os dedos, irá mostrando e dizendo como ele se faz.

Concluída a tarefa, cada aluno coloca os ovinhos no ninho, contando, com o professor: **Um ovo, dois ovos, três ovos, quatro ovos, cinco ovos.**

E dizem ainda:

— **O ninho tem cinco ovos.**

Se o professor achar conveniente, e com a finalidade de dar um maior entusiasmo ao exercício, ordenará que todos saiam em fila, levando o ninho que irão pôr ao sol, para a secagem, ao mesmo tempo que cantam (com uma das músicas adequadas e escolhidas pelo professor):

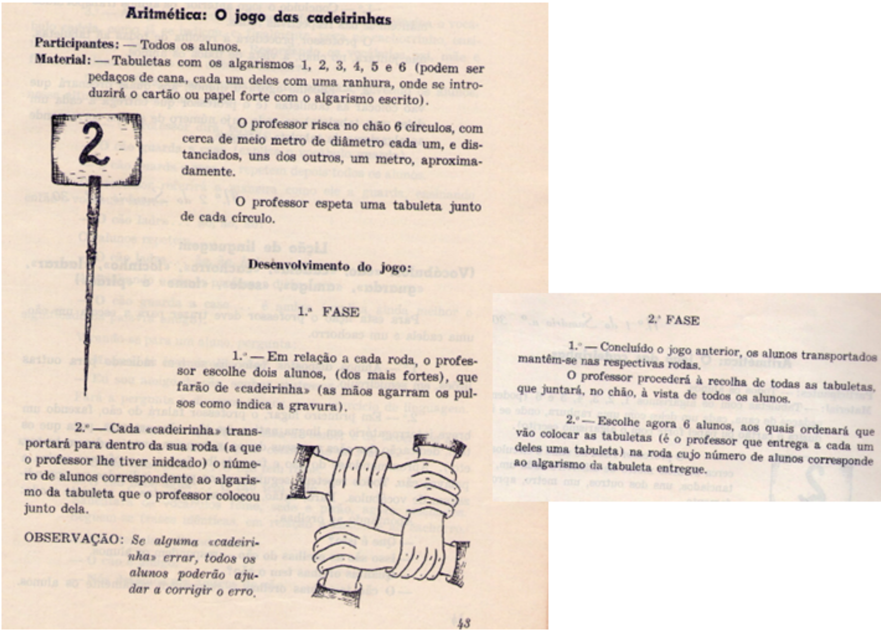
Eu fiz o ninho
Dos passarinhos.
Lá dentro tem
Os cinco ovinhos.

Figura 9: Excerto das pp. 14–15 do vol. 2 relativo à lição de modelação do n.º 7 do sumário n.º 27

O jogo apresentado na figura 11 tem por objetivos a contagem e recitação dos números de 1 a 9 e a identificação do algarismo (símbolo) com o número.

Outro jogo, o da corrida de obstáculos, envolve a contagem de números de 1 a 9 e, depois de dois em dois e de três em três, associando a contagem ao número de colegas por cima de quem saltava de cada vez. As figuras 12 e 13 apresentam o jogo com todo o detalhe.

É ainda de destacar o jogo que trata o tópico *avaliação rápida, à simples vista, de quantidades (de 1 a 4)*, de grande importância para o desenvolvimento



Aritmética: O jogo das cadeirinhas

Participantes: — Todos os alunos.
Material: — Tabuletas com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 (podem ser pedaços de cana, cada um deles com uma ranhura, onde se introduzirá o cartão ou papel forte com o algarismo escrito).

O professor risca no chão 6 círculos, com cerca de meio metro de diâmetro cada um, e distanciados, uns dos outros, um metro, aproximadamente.

O professor espeta uma tabuleta junto de cada círculo.

Desenvolvimento do jogo:

1.ª FASE

1.º — Em relação a cada roda, o professor escolhe dois alunos, (dos mais fortes), que farão de «cadeirinha» (as mãos agarram os pulsos como indica a gravura).

2.º — Cada «cadeirinha» transportará para dentro da sua roda (a que o professor lhe tiver inidcado) o número de alunos correspondente ao algarismo da tabuleta que o professor colocou junto dela.

OBSERVAÇÃO: *Se alguma «cadeirinha» errar, todos os alunos poderão ajudar a corrigir o erro.*

43

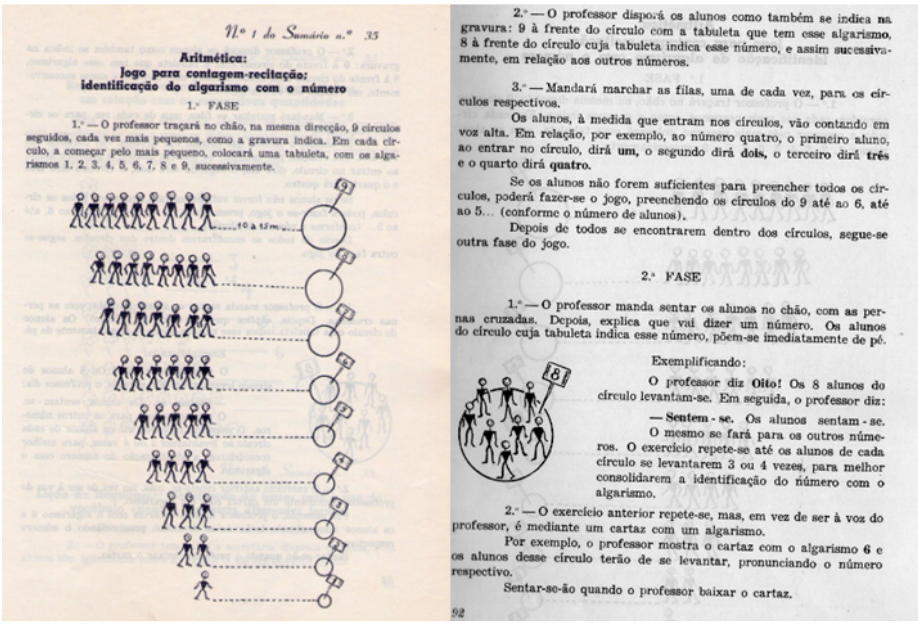
2.ª FASE

1.º — Concluído o jogo anterior, os alunos transportados mantêm-se nas respectivas rodas.

O professor procederá à recolha de todas as tabuletas, que juntará, no chão, à vista de todos os alunos.

2.º — Escolhe agora 6 alunos, aos quais ordenará que vão colocar as tabuletas (é o professor que entrega a cada um deles uma tabuleta) na roda cujo número de alunos corresponde ao algarismo da tabuleta entregue.

Figura 10: Excerto das pp. 43–44 do vol. 2 relativo ao jogo das cadeirinhas



N.º 1 do Sumário n.º 35

Aritmética:
Jogo para contagem-recitação:
identificação do algarismo com o número

1.ª FASE

1.º — O professor traçará no chão, na mesma direcção, 9 círculos seguidos, cada vez mais pequenos, como a gravura indica. Em cada círculo, a começar pelo mais pequeno, colocará uma tabuleta, com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, sucessivamente.

2.º — O professor disporá os alunos como também se indica na gravura: 9 à frente do círculo com a tabuleta que tem esse algarismo, 8 à frente do círculo cuja tabuleta indica esse número, e assim sucessivamente, em relação aos outros números.

3.º — Mandará marchar as filas, uma de cada vez, para os círculos respectivos.

Os alunos, à medida que entram nos círculos, vão contando em voz alta. Em relação, por exemplo, ao número quatro, o primeiro aluno, ao entrar no círculo, dirá **um**, o segundo dirá **dois**, o terceiro dirá **três** e o quarto dirá **quatro**.

Se os alunos não forem suficientes para preencher todos os círculos, poderá fazer-se o jogo, preenchendo os círculos do 9 até ao 6, até ao 5… (conforme o número de alunos).

Depois de todos se encontrarem dentro dos círculos, segue-se outra fase do jogo.

2.ª FASE

1.º — O professor manda sentar os alunos no chão, com as pernas cruzadas. Depois, explica que vai dizer um número. Os alunos do círculo cuja tabuleta indica esse número, põem-se imediatamente de pé.

Exemplificando:

O professor diz **Oito!** Os 8 alunos do círculo levantam-se. Em seguida, o professor diz:

— **Sentem - se.** Os alunos sentam - se.

O mesmo se fará para os outros números. O exercício repete-se até os alunos de cada círculo se levantarem 3 ou 4 vezes, para melhor consolidarem a identificação do número com o algarismo.

2.º — O exercício anterior repete-se, mas, em vez de ser à voz do professor, é mediante um cartaz com um algarismo.

Por exemplo, o professor mostra o cartaz com o algarismo 6 e os alunos desse círculo terão de se levantar, pronunciando o número respectivo.

Sentar-se-ão quando o professor baixar o cartaz.

92

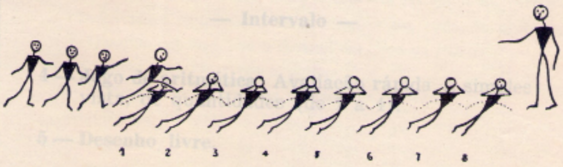
Figura 11: Excerto das pp. 91–92 do vol. 2 relativo ao jogo do n.º 1 do sumário n.º 35

Jogo: A corrida de obstáculos

Material: Nenhum.

Participantes: Todos os alunos.

Formação: Os alunos tomam a posição «de deitado facial» (barriga para baixo, mãos debaixo do queixo), dispondo-se em linha recta, à distância de meio metro uns dos outros, aproximadamente. Os restantes formam em coluna por um, num dos extremos da fila dos alunos deitados (ver a figura).



Desenvolvimento: Ao sinal de começar, o primeiro aluno corre, saltando sucessivamente por cima dos companheiros, enquanto vai contando:

— **Um . . . dois . . . três . . . quatro . . . cinco . . . seis . . . sete . . . oito . . .**

Logo que tenha concluido, senta-se, a assistir, seguindo-se imediatamente o segundo aluno da fila. Quando tiverem saltado todos, os que estão deitados serão substituídos por outros, saltando e contando também.

Figura 12: Excerto da p. 67 do vol. 2 relativo ao jogo *A corrida de obstáculos*

N.º 1 do Sumário N.º 41

Jogo de actividade física: Corrida de obstáculos
(Prática da contagem de 2 em 2, até 8)

Material: Nenhum.

Participantes: Todos os alunos.

Formação inicial: *a*) 8 alunos na posição de deitado facial (ventre para baixo), ao longo de uma linha recta e à distância aproximada de meio metro uns dos outros (ver a gravura do n.º 6 do sumário n.º 32);

b) Os restantes alunos em coluna de 1 (uns atrás dos outros), numa das extremidades.

1.ª FASE

Desenvolvimento: 1.º — O professor exemplificará o jogo, saltando por cima dos alunos, ao mesmo tempo que conta:

— 1... 2... 3... 4... 5... 6... 7... 8.

Quando chegar ao fim, repete a corrida em sentido contrário, contando do mesmo modo.

— 1... 2... 3... 4... 5... 6... 7... 8.

Ao acabar a corrida, o professor vai colocar-se atrás dos alunos que estão de pé e que vão executar os exercícios exemplificados.

2.º — À voz de **começar,** o aluno da frente executa a corrida de ida e volta, contando sempre de cada vez:

— 1... 2... 3... 4... 5... 6... 7... 8.

3.º — Quando o primeiro aluno tiver ocupado a posição indicada, atrás da coluna, o professor dará, de novo, a voz de **começar** para o aluno que se segue.

173

4.º — Proceder-se-á do mesmo modo, para os restantes alunos.

5.º — Quando tiverem executado a corrida, irão para os lugares dos que estão deitados, para que estes possam executar também o exercício.

2.ª FASE

Formação inicial: — 8 alunos, em grupos de dois, na posição de deitado facial, como vai indicado na gravura. A distância entre cada grupo de alunos será agora de cerca de 40 cm.

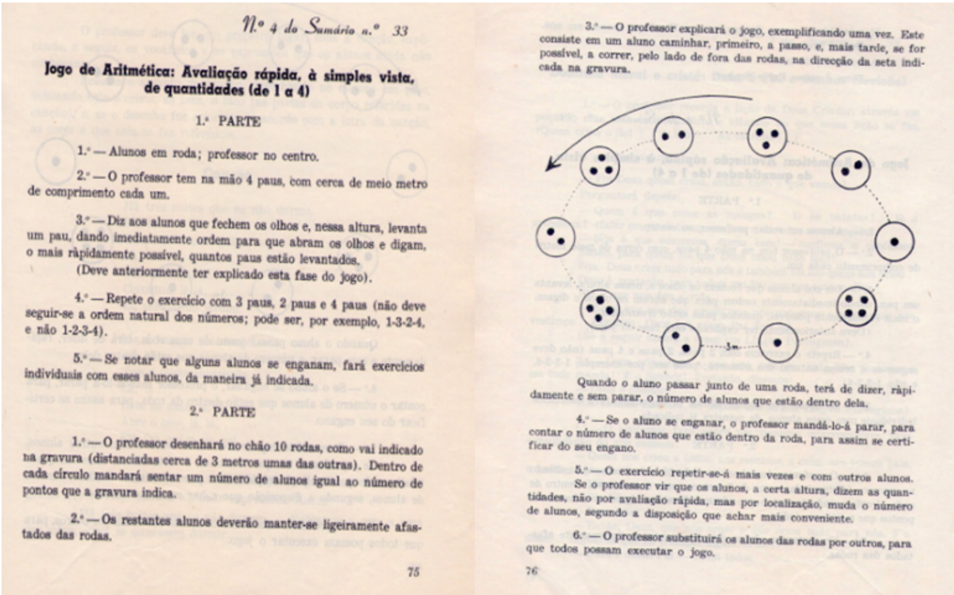
1.º — O professor executa a corrida, contando agora de 2 em 2: **2... 4... 6... 8.**

Repete a corrida de regresso, contando também de 2 em 2.

2.º — Os alunos executarão a corrida, como foi indicado na 1.ª fase, havendo apenas diferença na contagem, que será de 2 em 2.

3.º — Como também foi indicado na primeira fase, os alunos deitados, depois de substituídos por companheiros, executarão o mesmo exercício.

Figura 13: Excerto das pp. 173–174, vol. 2 relativo ao jogo *A corrida de obstáculos* do sentido de número e da noção de quantidade. Na figura 14, encontra-se o(s) jogo(s) descrito(s) com detalhe.



Nº 4 do Sumário n.º 33

Jogo de Aritmética: Avaliação rápida, à simples vista, de quantidades (de 1 a 4)

1.ª PARTE

1.º — Alunos em roda; professor no centro.

2.º — O professor tem na mão 4 paus, com cerca de meio metro de comprimento cada um.

3.º — Diz aos alunos que fechem os olhos e, nessa altura, levanta um pau, dando imediatamente ordem para que abram os olhos e digam, o mais ràpidamente possível, quantos paus estão levantados.

(Deve anteriormente ter explicado esta fase do jogo).

4.º — Repete o exercício com 3 paus, 2 paus e 4 paus (não deve seguir-se a ordem natural dos números; pode ser, por exemplo, 1-3-2-4, e não 1-2-3-4).

5.º — Se notar que alguns alunos se enganam, fará exercícios individuais com esses alunos, da maneira já indicada.

2.ª PARTE

1.º — O professor desenhará no chão 10 rodas, como vai indicado na gravura (distanciadas cerca de 3 metros umas das outras). Dentro de cada círculo mandará sentar um número de alunos igual ao número de pontos que a gravura indica.

2.º — Os restantes alunos deverão manter-se ligeiramente afastados das rodas.

75

3.º — O professor explicará o jogo, exemplificando uma vez. Este consiste em um aluno caminhar, primeiro, a passo, e, mais tarde, se for possível, a correr, pelo lado de fora das rodas, na direcção da seta indicada na gravura.

Quando o aluno passar junto de uma roda, terá de dizer, ràpidamente e sem parar, o número de alunos que estão dentro dela.

4.º — Se o aluno se enganar, o professor mandá-lo-á parar, para contar o número de alunos que estão dentro da roda, para assim se certificar do seu engano.

5.º — O exercício repetir-se-á mais vezes e com outros alunos.

Se o professor vir que os alunos, a certa altura, dizem as quantidades, não por avaliação rápida, mas por localização, muda o número de alunos, segundo a disposição que achar mais conveniente.

6.º — O professor substituirá os alunos das rodas por outros, para que todos possam executar o jogo.

76

Figura 14: Excerto das pp. 75–76 do vol. 2 relativas a um jogo de aritmética

É de referir que os jogos indicados para a aritmética envolvem todos, movimento e atividade física ao ar livre. Aspetos a que atualmente se dá muita importância em termos de aprendizagem (Jensen, 2002) e, em particular da aprendizagem da matemática.

4.3 Aplicações em diversos contextos

Como já referimos, a análise do livro permitiu-nos constatar que, sempre que possível, é sugerida a ligação entre as áreas de estudo, em particular no que diz respeito à matemática (aritmética e geometria). As ligações com a atividade física e os jogos e as atividades de modelação já foram referidas nas subsecções anteriores. Reservamos esta para as ligações às lições de linguagem (que envolvem também a aprendizagem de vocabulário novo).

Também a abordagem usada nas lições de linguagem privilegia a comunicação entre professor e alunos e o recurso a material concreto (incluindo visitas de estudo) ou a gravuras. Nas conversas previstas/propostas é muitas vezes e, sempre que possível, feita a ligação à aritmética, através de contagens em contextos reais. Selecionamos alguns exemplos que apresentamos em seguida nas figuras 15 a 17.

Apontando as orelhas:

— Que é isto?

— Isso são as orelhas do cão — respondem os alunos.

— Quantas orelhas tem o cão?

— O cão tem duas orelhas — respondem novamente os alunos.

Figura 15: Excerto da p. 44 do vol. 2 relativo à lição de linguagem do n.º 2 do sumário n.º 30

— Quantas mesas estão ali?

Um levanta-se e aponta.

Todos dizem:

— Ali está uma mesa.

— E quantas cadeiras estão?

Outro levanta-se e, apontando, conta:

— Uma ... duas ... três ... quatro.

Todos respondem.

— Estão quatro cadeiras.

Figura 16: Excerto da p. 168 do vol. 2 relativo à interpretação de gravuras do n.º 6 do sumário n.º 40

— Quantos pratos estão na mesa?

Um aluno aponta-os, contando:

— Um ... dois ... três ... quatro.

Todos seguem a contagem e dizem no fim:

— Na mesa estão quatro pratos.

— Quantos garfos?

Outro apontará, contando. Todos respondem no fim da contagem

— Na mesa estão quatro garfos.

Faz o mesmo em relação às facas e às colheres.

Figura 17: Excerto da p. 169 do vol. 2 relativo à interpretação de gravuras do n.º 6 do sumário n.º 40

5 Conclusões e notas finais

A análise deste livro permite uma visão dos conteúdos e métodos de ensino veiculados, oficialmente, para esta antiga colónia portuguesa, especificamente para as crianças nativas.

Este livro testemunha aspetos didáticos de vanguarda relativamente ao que se verificava em Portugal continental na época (Costa et al, 2012).

Destacamos a título ilustrativo os aspetos pedagógicos ligados à aprendizagem dos primeiros números. São utilizados vários jogos para a consolidação da aprendizagem dos números de 0 a 9, bem como lições de modelação onde treinam a escrita dos respetivos símbolos com barro, arame maleável e pauzinhos. Uma das áreas do conhecimento que é tida em consideração é a educação sensorial. As atividades planeadas para este efeito envolvem jogos que apelam aos sentidos e à experimentação. Ideias em destaque atualmente e defendidas por Jensen (2002):

> *(...) A investigação actual sobre o cérebro, a mente, e o corpo estabelece relações significativas entre movimento e aprendizagem. Os educadores devem sentir-se determinados a integrarem actividades de movimento na aprendizagem diária. O que inclui muito mais que actividades de manuseamento.* (Jensen, 2002, p. 133)

São sugeridos vários materiais para serem usados pelo professor e alunos, os quais se constituem como materiais didáticos manipuláveis (maioritariamente não estruturados). É, inclusivamente, dado destaque ao corpo dos alunos como material didático a usar. Por exemplo, numa das lições de linguagem dedicada ao ensino dos vocábulos cara, olho, boca, nariz, orelha e cabelo, é sugerida a utilização de um jogo para consolidação desta aprendizagem que recorre ao corpo dos alunos.

Defendemos que a abordagem didática dos conteúdos da aritmética é adequada e atual, constituindo-se este livro como um bom elemento de trabalho para o professor do Ensino Pré-escolar.

Referências

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. C., 2013. *Programa e Metas curriculares. Matemática. Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Brocardo, J., Serrazina, L. & Rocha, I. (Org.), 2008. *O sentido do número: reflexões que intercruzam teoria e prática.* Coleção Educação. Lisboa: Escolar Editora & CIEFCUL.

Choppin, A., 2004. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Revista Educação e Pesquisa*, São Paulo, **30** (3), 549–566.

Costa, C., Carvalhal, I. M. & Almeida, E., 2008. *A Educação Física e a Matemática numa Perspectiva de Integração Curricular: Proposta Transdisciplinar de Integração Pedagógica para o 1.º Ciclo do Ensino Básico.* (Série Didática das Ciências Sociais e Humanas n.º 74). Vila Real: UTAD.

Costa, C., Lopes, I. C., Nascimento, M. M. & Catarino, P., 2012. O ensino da matemática no ensino primário, no século XX: uma escola, em contexto rural, no norte de Portugal. In *Actas do III Fórum Ibérico de Museologia da Educação*, Moreno, Martinez, P. L. & Vicente, A. S. (eds), pp. 211–225. Múrcia: Universidade de Múrcia.

Direcção Provincial dos Serviços de Instrução, 1962. *Didáctica das Lições do 1.º ano do ensino primário rural. Livro do Professor.* Volumes 1 e 2. Luanda: Oficinas Gráficas ABC.

Jensen, E., 2002. *O cérebro, a bioquímica e as aprendizagens: um guia para pais e educadores.* Porto: Asa Editores.

Memórias d'África e d'Oriente, `memoria-africa.ua.pt/Library/LivrosEscolares.aspx?p=1`, acedido em 17/03/2014 às 10:53h.

Ministério da Educação – Departamento de Educação Básica, 1997. *Orientações curriculares para a Educação Pré-Escolar.* Lisboa: Ministério da Educação.

Sierra-Vásquez, M., González-Astudillo, M. T., & López-Esteban, C., 2002. El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática*, **14**.

Valente, W. R., 2008. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. *Revista Zetetiké*, Campinas, **16** (30), 139–161.

Da história à historiografia do livro didático de matemática durante o regime militar brasileiro, aproximações preliminares

Miguel Jocélio Alves da Silva †
Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA – Sobral – Ceará – Brasil
Universidade Federal de São Carlos – UFSCar – São Carlos – São Paulo – Brasil

Maria do Carmo de Sousa
Universidade Federal de São Carlos – UFSCar – São Carlos – São Paulo – Brasil
mdcsousa@ufscar.br

Resumo: Este artigo pretende, de forma inicial e preliminar, refletir sobre alguns aspectos políticos e culturais presentes nos livros didáticos de matemática, os quais frequentaram as escolas secundárias brasileiras no período compreendido entre 1964 e 1984. Ao fazer isto e fundamentados nos estudos de pesquisadores que investigam a história e a historiografia da matemática escolar, em geral, e do livro didático de matemática, em particular, convidamos as comunidades acadêmicas brasileira e portuguesa, que discutem a História da Matemática e suas vertentes, a refletirem sobre o papel do livro didático de matemática, considerando este período histórico, politico e social da vida brasileira, marcada por aguda e profunda ruptura democrática, com significativas consequências na educação e na matemática presente na escola.

Abstract: This article intends to give an initial and preliminary basis, reflect on some political and cultural aspects present in textbooks of mathematics, who attended the Brazilian secondary schools in the period between 1964 and 1984. By doing this and based on studies by researchers investigating the history and historiography of mathematics in general and the teaching of mathematics book, in particular, invite the Brazilian and Portuguese academic communities, discussing the history of mathematics and its variations, to reflect on the role of teaching math book considering this historical, political and social period of Brazilian life, marked by acute and profound democratic rupture, with significant consequences for the education and therefore for math in school.

1 Porque este período histórico (1964–1984)?

Ao escolhermos este período (1964–1984), para tratarmos da temática que envolve o livro didático de matemática, o fizemos por tratar-se de um momento

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 317–332

histórico, político e social da vida brasileira, marcado por uma aguda e profunda ruptura democrática. Este tempo histórico então, por suas caracteristicas, segundo autores como Cunha e Góes (1996), Arapiraca (1979), Tavares (1980), Saviani (2008) e Lira (2010), indicam que teve significativas consequências em todos os setores da sociedade brasileira e também na educação, com reflexos na escola e nos conteúdos curriculares ali presentes, inclusive no conteúdo de ciências e matemática.

Neste sentido, há que se considerar que a matemática presente na escola constitui-se parte desta, como um elemento ali presente, por força de determinações educacionais e políticas mais gerais, como todo o conteúdo curricular que frequenta o espaço escolar. Estes conteúdos não se bastam a si mesmos, mas estão inseridos numa política educacional, que serve a determinados interesses e objetivos, às vezes explícitos, outras vezes, nem tanto. Desta forma, o currículo pode interferir de alguma forma na formação dos jovens que frequentam a escola, influenciando-os, tanto pelo conteúdo em si, como pela forma como este é apresentado, ou até mesmo, por aquilo que é omitido, silenciado.

O golpe militar brasileiro, instituído em abril de 1964 foi um dos mais duradouros da América Latina, pela sua extensão temporal (1964–1984), e que por isto também teve um longo período de atuação contra as liberdades civis e democráticas. Os estudos de Cunha (1996) nos dão uma ideia inicial e panorâmica da dimensão e da extensão das restrições democráticas impetradas pelo golpe militar no Brasil na década de 1960, ao citar um balanço sintético publicado pela imprensa brasileira, nos limites que a recém redemocratização permitia. Este balanço foi publicado logo após a posse do primeiro Presidente da República civil, portanto, após 20 anos ininterruptos de presidentes militares, eleitos indiretamente, sem a participação popular na escolha do principal mandatário do país.

Este breve balanço do regime militar brasileiro apresenta 17 Atos Institucionais[1], 130 Atos Complementares[2], 11 Decretos Secretos[3] e 2.260 Decretos-Leis[4]. Além destas normas jurídicas do regime de exceção, segundo o balanço apresentado por Cunha (1996), tivemos o Congresso Nacional posto em recesso for-

[1]Normas elaboradas pelo regime militar pelo Presidente da República, com o respaldo do Conselho de Segurança Nacional, sem necessidade de aprovação do Congresso Nacional e contrários à Constituição.

[2]Instrumentos jurídicos auxiliares aos Decretos-Lei e complementares aos Atos Institucionais.

[3]Decretos baixados pelo Presidente da República sobre assuntos referentess à Segurança Nacional, sendo publicado no Diário Oficial da União apenas o número do ato e a sua curta ementa, sem o seu conteúdo.

[4]Ordem emanada de uma autoridade — Poder Exectivo — que tem por finalidade dar detalhes a respeito do cumprimento de uma lei, ou seja detalhar uma lei já existente.

çado por três vezes e cassações de dezenas de mandatos parlamentaes. Foram expulsas do país, por razões politicas, 80 pessoas. Em torno de 400 pessoas foram mortas e ainda hoje, há dezenas de desaparecidos e milhares de brasileiros tiveram que deixar o país.

Ainda de acordo com Cunha (1996), a simples acusação a uma pessoa, a um programa educativo, ou a um livro, que tivesse alguma inspiração *"comunista"*, era razão mais do que suficiente para demissão, suspensão ou apreensão. Músicas, peças de teatro e filmes também foram censurados e probibidos durante o regime militar brasileiro.

Este era o clima para a cultura, a arte e a educação no Brasil durante o período da ditadura militar. Era neste cenário que se desenvolvia todo o processo educacional e cultural no nosso país.

2 Os desdobramentos do golpe na educação brasileira

No cenário mais geral que vai se desenhando a partir de 1964, a educação também é um elemento que o compõe, sendo vinculanda às necessidades do mercado e apontando-se para um caminho privatizante, além de serem suprimidas algumas políticas mais gerais estabelecidas no período anterior, para o setor educacional brasileiro.

Entre as políticas que foram abandonadas ou suprimidas, está o Plano Nacional de Alfabetização — PNA[5], que previa um processo de alfabetização em massa pelo "Sistema Paulo Freire", envolvendo a cooperação de orgãos governamentais e diversas entidades da sociedade civil. Ao suprimir este programa o decreto inclusive estabeleceu o recolhimento de todo o seu acervo, provavelmente por considerá-lo subversivo.

O golpe militar de 1964 também interrompeu o I Plano Nacional de Educação — PNE[6], que estava previsto na Lei 4.024/61, conhecida como Lei de Diretrizes e Bases da Educaçao — LDB, que tinha previsão para ser efetivado no período de 1963 a 1970 e cuja tarefa estava sob a responsabilidade do Conselho Federal de Educação.

O golpe militar interferiu em todos os processos da vida política, econômica e social do país, o que segundo Góes (1996), confirma que a tomada do poder pelos militares em 1964 foi uma articulação política com profundas raizes, tanto internas, quanto externas, com vínculos em importantes interesses

[5]O PNA foi instituído pelo decreto 53.465 de 21 de janeiro de 1964 e revogado pelo decreto 53.886 de 14 de abril de 1964.

[6]O PNE estava previsto na Lei 4.024/61. Foi iniciado em 1963 e interrompido pelo golpe militar em 1964.

econômicos e expressivos respaldos sociais. Os que tomaram o poder queriam um caminho aberto para a sua ação e para isto, voltaram sua atenção para calar os setores mais progressistas da sociedade brasileira, das mais diversas formas e com os mais variados recursos de propaganda e de repressão.

Podemos afirmar que, o caráter da educação durante o regime militar brasileiro era notadamente anti-democrático, tendo como centro, o sentido ideológico do governo. De acordo com Lira (2010), a ditadura não perdeu tempo e imediatamente passou a perseguir toda e qualquer manifestação contrária ao regime, tanto nas universidades, quanto nas escolas, criando as comissões de inquérito, que poderiam dirigir os Inquéritos Policial-Militares – IPMs, contra estudantes e servidores. Nas universidades brasileiras, estes inquéritos eram abertos a partir da ordem do Ministério da Educação, que também passou a contratar e demitir os profissionais (professores e servidores), de acordo com os interesses do regime autoritário.

A partir destas referências apresentadas, chegamos a conclusão que, após a instalação do golpe militar brasileiro, muitos educadores foram perseguidos, a partir de suas posições políticas e ideológicas, contrárias ao regime de exceção. Vários foram calados para sempre nas prisões da ditadura, entre mortes e torturas que deixaram marcas indeléveis. As ações do governo golpista tirou da atividade educacional inúmeros profissionais. Uns tantos se exilaram, outros se recolheram à vida particular e vários, expurgados de suas funções pelo regime autoritário, mudaram de atividade profissional.

Mas é preciso considerar, conforme argumenta Arapiraca (1979), que houve uma mobilização de parte dos quadros da *inteligentzia* (grifo do autor) pedagógica brasileira, que se dispôs a assimilar as práticas educativas que foram importadas dos Estados Unidos da América – EUA, para o Brasil, via planos de assistência técnica. Em especial estas práticas educacionais eram aquelas ligadas à efetividade e à eficiência da escola, contando com a postura acrítica deste segmento de educadores *colonizados* (grifo do autor).

Segundo Tavares (1980), os planos de assistência técnica norte-americana, com disponibilização de recursos consideráveis, inclusive, surgiram efetivamente no Brasil após a Segunda Grande Guerra, impulsionados por duas necessidades complementares: a manutenção de áreas de influência e de mercados tradicionais, dado que os norte-americanos viam certa ameaça no fortalecimento dos paises do campo socialista, e a revolução cubana em 1959 alertou o governo dos Estados Unidos, para outras possíveis tentativas de revolução nos outros países da América Latina, a partir de influências vindas da ilha.

Há que se considerar ainda, de acordo com Arapiraca (1979), que a concretude dos planos de assistência técnica norte-americana, com a participação de técnicos importados e de técnicos *colonizados* (grifo nosso), trouxe inequívocas mudanças no sistema educacional brasileiro, do ensino primário à universidade. O ensino primário foi unificado com o ginásio e o colégio foi profissionalizado. Criou-se um novo tipo de escola, modelada nos EUA.

A partir desta perspectiva o regime militar modificou estruturalmente a lei básica da normalização do ensino, e no período mais duro do regime, foi instituída a reforma universitária, que vinha sendo engendrada desde 1966, mas que se consolida a partir de 1969[7]. Ao mesmo tempo, a Lei 5.692 e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, instituídas em 1971, trouxeram alterações importantes para o antigo ensino primário, ensino ginasial e o secundário.

Todas estas mudanças na educação nacional foram elaboradas sem a participação mais ampla dos setores da educação, ou uma discussão mais profunda sobre o sistema educacional brasileiro, a partir de uma perspectiva democrática, popular e participativa. Uma caracteristica marcante deste novo ordenamento jurídico-educacional era a formação de cunho profissionalizante.

De acordo com Cunha (1996), a profissionalização no ensino de 2.º grau, feita pelo regime militar, pretendia acabar com os cursos clássico e científico, que só preparavam para o vestibular, buscando uma profissionalização que fosse terminativa e que pudesse conter a demanda por vagas na universidade. Ainda de acordo com este autor, a profissionalização universal e compulsória, proposta pela Lei 5692/71, proporcionaria aos estudantes concluintes do 2.º grau, já sairem com uma habilitação profissional e facilmente encontrar um emprego, já que o *"milagre econômico"*, pela propaganda do governo militar, prometia empregos e salários crescentes.

Nesta mesma perspectiva profissionalizante Saviani (2008), considera que o objetivo de formar mão-de-obra qualificada era para o mercado de trabalho, consubstanciando, segundo ele, uma visão produtivista da educação, levando a educação para um viés tecnicista.

Para operar esta mudança na educação brasileira, o governo militar foi buscar ajuda estrangeira, a partir da "Aliança para o Progresso". De acordo com Cunha (1996), esta aliança nada mais era que uma estratégia norte-americana para financiar projetos em países que pudessem se alinhar à sua política externa, de forma que estes países ficassem sob a sua influência política e econômica.

Aqui no Brasil a "Aliança para o Progresso" se materializou na educação, através da United States Agency for International Development – USAID, sigla em inglês.

[7] A lei 5.440/68, instituída em 28 de novembro de 1968, que trata da reforma universitária, é efetivada no ano seguinte, pelo decreto 464 de 11 de feveiro de 1969.

3 Os acordos MEC-USAID e sua extensão na educação brasileira

Com a instalação do golpe militar, a repressão se abateu sobre intelectuais comprometidos com as reformas de base. Estas ainda propostas no Governo João Goulart, deposto pelo golpe. A saída então foi pedir ajuda à USAID para operar as mudanças na educação brasileira, tendo inicio a partir dai, inúmeros acordos entre o Ministério da Educação – MEC e a agência norte-americana, o que ficou conhecido como os acordos MEC-USAID.

A USAID foi criada em 1961 pelo Presidente norte-americano, John F. Kennedy, para que funcionasse como um reforço à política externa norte-americana nos paises da América Latina, alinhados com a política externa norte-americana. A USAID então, de forma discreta e até sigilosa, mas intensa, assumiu a tarefa de reoordenação da educação nacional, atuando em toda a extensão da educação brasileira. Para se ter uma idéia, os acordos do Ministério da Educação – MEC, com a USAID cobriram todo o espectro da educação nacional, desde o ensino primário até o universitário.

A questão do sigilo dos acordos era de tal natureza, que um dos grandes educadores brasileiros, Lauro de Oliveira Lima[8], assim se refere a eles

> Não fosse por informações circunstanciais, seria impossível dizer o que vêm fazendo as comissões americano-brasileiras que funcionam em dois pontos da Guanabara, envolvidas por uma cortina de ferro donde não se filtram informações. É a primeira vez, ao que se saiba, que o planejamento educacional de um país é objeto de sigilo para o próprio povo que o utilizará... (LIMA, 1968, p. 08)

É no âmbito destas comisões americano-brasileiras que os acordos MEC-USAID são elaborados e executados, sem que ninguém saiba extamente o teor destes acordos e o seu alcance. Mais adiante Lauro de Oliveira Lima, uma vez mais denuncia que o Ministério da Educação – MEC, não é mais o condutor e executor da política educacional brasileira, afirmando

> O que se sabe, por evidência, é que o centro de gravidade das decisões sobre o ensino do País deslocou-se do MEC, no Palácio da Educação, para a sede das comissões americano-brasileiras, cujos endereços não são acessíveis a qualquer um. (LIMA, 1968, p. 08)

E mais adiante, assevera

[8]Estas referências aparecem no prefácio do Livro de Márcio Moreira Alves, *O be-a-bá dos MEC-USAID*, feito por Lauro de Oliveira Lima.

> Basta dizer que as diretorias de ensino do MEC ficaram acéfalas já há bastante tempo, sem nenhuma perturbação para a administração, o que leva a crer que se trata apenas de transferência de sede e de canais administrativos. (LIMA, 1968, p. 09)

Márcio Moreira Alves também faz uma dura crítica aos acordos e os denuncia, como forma de dominação, afirmando

> Poucos são os que conhecem os textos dos acôrdos firmados entre a USAID e o Brasil no setor educacional. É possível que nenhum brasileiro, autoridade governamental ou não, tenha uma visão conjunta do sistema que êles começam a consolidar. É certo que ninguém sabe que medidas estão sendo tomadas em decorrência dos planos por eles estabelecidos. (ALVES, 1968, p. 17)

Todas estas denúncias à época deixam claro como a educação era tratatada pelo regime militar brasileiro, ou seja, na surdina, às escondidas, sem uma discussão sobre os seus rumos, mas ligada a interesses externos, como uma subsidiária norte-americana. Márcio Moreira Alves confirma esta perspectiva quando afirma

> Resulta que o planejamento educacional traçado através de acôrdos com a Embaixada Americana, que o financiou em grande parte e lhe emprestou o concurso preponderante de técnicos contratados pelo seu Govêrno terá de ser dirigido pelos interesses norte-americanos e não pelos do Brasil. (ALVES, 1968, p. 23)

De acordo com Cunha (1996) os acordos MEC-USAID eram feitos, buscando uma articulação entre os diversos níveis de ensino, fazendo treinamento de professores e a produção e veiculação de livros didáticos.

No período que vai de 1964 a 1968, foi o que houve uma maior intensidade destes acordos MEC-USAID, num total de 12 (doze). Dentre os vários elementos abarcados por estes acordos havia um estabelecido entre o MEC-USAID-SNEL, este último, sendo o Sindicato Nacional dos Editores de Livros. Este acordo foi realizado em 1967, para cooperação na publicação de livros técnicos, científicos e educacionais.

De acordo com Romanelli (1979), neste acordo o MEC e o SNEL teriam apenas a responsabilidade de execução. Os técnicos da USAID teriam todo o controle do processo, desde questões ligadas a estética do livro didático, até a orientação para as editoras comprarem direitos autorais de editores norte-americanos. É no âmbito deste acordo que é criada a Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático – COLTED.

Para reforçar esta perspectiva, Hallewell (2005) afirma que a agência americana, em geral, fornecia o texto original dos livros, ou orientava sua seleção. Obtinha os direitos de tradução, localizava ou recomendava um tradutor, ou até mesmo fornecia a tradução. Quase sempre financiava a publicidade e até mesmo colaborava nos custos diretos de produção dos livros.

De acordo com Hallewell (2005), muitas das editoras beneficiadas com o acordo MEC-USAID-SNEL, foram as que financiaram e apoiaram o golpe de 1964, além de partciparem da campanha de propaganda anticomunista que antecedeu o golpe.

Arapiraca (1979), a partir de documentação disponivel e consultada, afirma que os acordos MEC-USAID expressam de forma clara uma tentativa político-ideológica por parte da USAID de manipular o aparelho escolar brasileiro, na perspectiva de legitimar um processo modernizador da sociedade, com o objetivo de possibilitar um alinhamento geopolítico com o neocapitalismo norte-americano.

É neste cenário educacional, pautado pelos limites do regime militar, que trazemos algumas reflexões sobre o livro didático de matemática, presente na educação escolar deste período. Ao fazermos isto, buscamos compreender o livro didático de matemática, não só como um possível portador de conhecimentos matemáticos neutros, mas também de uma cultura e de uma forma de pensar, que podem ter sido referenciadas pelo contexto político e social em que foram produzidos e socializados.

Diante das referências apresentadas e das reflexões feitas até aqui, vai ficando claro que o livro didático como elemento e parte de todo o processo educacional do período em questão (1964 a 1984), constituiu-se em elemento singular na veiculação para gerações inteiras de crianças e jovens, da perspectiva política-ideológica que estava posta pelo regime militar, de forma explícita ou não, às vezes dita, outras vezes silenciada, omitida, escamoteada.

4 Pressupostos sobre o livro didático

A partir dos estudos de Neto et al. (1974), Oliveira (1984), Freitag (1987), Schubring (2003), Choppin (2004) e Halewell (2005), podemos afirmar que, durante os vários momentos históricos os livros didáticos em geral e também os livros de matemática, podem estar influenciando as formas de fazer e de pensar o ensino e a aquisição da matemática como conteúdo curricular, logo, como são escritos em determinados contextos políticos, sociais, econômicos e educacionais, estão sendo considerados portadores de algumas *"verdades"*, que se apresentam tanto no cotidiano das escolas, quanto no cotidiano das universidades.

De acordo com Choppin (2004), as pesquisas acadêmicas que se tem realizado sobre o livro didático são muito recentes, e incentivadas pelo interesse na identidade cultural, pela afirmação de grupos minoritários, pelo progresso nas técnicas de armazenamento, na difusão de informações e pela constituição de equipes multidisciplinares nas universidades e nos centros de pesquisa.

Mas a despeito da sua recente ampliação e aumento do interesse por esta temática, o autor nos chama atenção para certa complexidade das pesquisas sobre o livro didático, dado a dificuldade de definição deste objeto, além de sua multiplicidade de funções e uma gama variada de agentes e interesses presentes em cada uma das etapas da sua constituição.

Choppin (2004) elenca quatro funções principais, conjuntamente ou isoladas, que pode assumir o livro didático. A primeira é a *referencial ou curricular*, onde o livro didático seria o tradutor fiel de um programa estabelecido. Portador singular de conteúdos educativos, conhecimentos, técnicas e habilidades. A segunda seria a *instrumental*, que coloca em prática métodos de aprendizagem e atividades que buscam facilitar a aquisição de conteúdos, competências e habilidades. A terceira seria a *ideológica e cultural*, função mais antiga e que pode exercer forte tendência à aculturação e doutrinação, podendo ser explícita e ostensiva ou implícita e sútil. A quarta função é a *documental*, onde o livro didático pode possibilitar aos estudantes um conjunto de documentos textuais ou não, contribuindo para o desenvolvimento de um espírito crítico aos seus leitores. É a função mais recente e que carece de um ambiente rico em possibilidades de emancipação, para sua efetivação.

Neste presente trabalho vamos nos deter especificamente, na função ideológica e cultural do livro didático, a partir da contribuição de autores e pesquisadores como, Schubring (2003), Freitag (1987), Oliveira (1984) e Neto et al. (1974), que tratam da educação brasileira e do livro didático no período em foco.

Buscamos trazer algumas reflexões iniciais e preliminares sobre o papel do livro didático de matemática, que chegava à escola no período de 1964 a 1984. A nossa compreensão é que no multifacético universo da pesquisa sobre o livro didático, mesmo focando uma de suas funções, o que não é pouco, entendemos como Freitag (1987), que a análise crítica deste material singular e complexo, não pode ser feita fora do contexto geral do sistema educacional ao qual está inserido, no nosso caso, o contexto do regime militar e ditatorial brasileiro.

5 A função ideológica e cultural do livro didático

Ao tratarmos da função ideológica e cultural do livro didático, devemos como propõe Choppin (2004), buscar refletir não só sobre o que os autores escrevem, mas também aquilo que não está escrito, o que está nas entrelinhas, ou mesmo o que os autores silenciam. Alerta ainda o autor que esta não é uma questão restrita apenas aos livros didáticos de história ou literatura, mas que a análise dos livros didáticos de ciências e na nossa compreensão, o livro didático de matemática está incluso porque apresentam uma visão consensual e normalizada da ciência, e porque não dizer da matemática, onde a controvérsia, o debate, as idas e vindas, as fissuras, as tentativas, os erros, são deliberadamente excluídos dos livros escolares, trazendo um conhecimento pronto e acabado, dando a impressão, tanto para aquele que ensina, quanto para aquele que aprende, que os conhecimentos ali apresentados não passaram por processos que envolviam dúvidas, incertezas e questionamentos.

Aqui, refletimos a partir dos estudos de Caraça (1984), que afirma que, há pessoas que consideram a Ciência, tal qual em livros didáticos, organizada e sequencial, como algo pronto e acabado, sem possibilidades de questionamento, ou seja, para estas pessoas o conhecimento científico apresenta-se finalizado, consensuado e legitimado, cabendo a professores unicamente o papel de transmiti-los e aos estudantes unicamente o papel aceitá-los como verdade científica, imutável, sem ressalvas, sem questionamentos.

Consideramos esta questão relevante, pois ao que parece, o conceito de que, conhecimentos científicos estão prontos e acabados também estão presentes nos livros didáticos de matemática, talvez até mais do que nos livros didáticos de ciências, dado que nos livros didáticos de matemática, há em certa medida, a indicação de que há uma única forma de resolver os problemas apresentados, um único jeito "certo", um só caminho, e que buscar outras possibilidades, outras formas, questioná-los, indagá-los, não seria prudente, nem aceitável.

Ao olharmos para esta questão, podemos compreender também que o livro didático, a despeito de trazer uma perspectiva neutra e objetivada da ciência e da matemática, pode também ser um recurso educacional capaz de provocar mudança nos modos de pensar, agir e sentir dos estudantes, como afirma Neto et al. (1974), dependendo da abordagem que este traz aos conteúdos que apresenta e da forma com os apresenta.

Nos estudos de Oliveira et al. (1984), também encontramos a perspectiva do livro didático como um importante portador político e cultural, dado que reproduz e representa os valores de uma dada sociedade, tanto em relação à sua visão sobre a ciência, a história e a interpretação dos fatos, quanto ao próprio processo de transmissão do conhecimento.

Freitag et al. (1987), afirma que ao tratarmos do livro didático, a partir da sua perspectiva política, devemos compreender que a política do livro didático está entrelaçada, no Brasil, com a política de estado para o livro didático e que, além disso, esta política é uma dimensão particular da política educacional mais geral, e que portanto está inserida nas relações políticas e econômicas da sociedade brasileira.

Neste mesmo sentido Carvalho (2003)[9], infere que o livro-texto tem uma história e o papel e a influência que desempenha, estão imbricados à sociedade de sua época, talvez até, afirma Carvalho (2003), para modificar alguns dos aspectos em que não só o autor, mas a própria sociedade, compreende a ciência, a cultura e o ensino.

Schubring (2003) argumenta que quando Kuhn coloca uma perspectiva social na análise histórica, a partir do conceito de *"comunidade científica"*, o faz como que buscando certa negação da então *"objetividade"*, portanto, tenta ligar o desenvolvimento da ciência aos valores sociais e culturais.

Todos os estudos apresentados, a partir dos autores citados acima, são para fundamentar o pressuposto de que, o livro didático de matemática, em qualquer momento histórico e social, pode apresentar, além da objetividade desta ciência, outros elementos visíveis ou invisíveis, explícitos ou implícitos, oriundos da sociedade em que foi elaborado e formatado. Traz consigo, impregnado em si, os valores e a cultura desta sociedade, com objetivos bem definidos, a partir da política educacional, e também dos condicionantes políticos e sociais presentes no período histórico e político em que o livro foi elaborado e finalizado.

A partir desta perspectiva o que estamos defendendo aqui é que, forma e conteúdo do livro didático trazem consigo, uma unidade, impregnada das implicações presentes na sociedade, na forma como esta concebe a ciência, o ensino, a formação dos estudantes e a perspectiva social que quer manter ou modificar. Portanto, compreender o período histórico em que determinado livro didático foi concebido, produzido e veiculado, é parte importante da compreensão do papel do próprio livro didático, da sua função e dos seus condicionantes educacionais e escolares, mas também políticos e culturais.

[9]Na apresentação do livro de Gert Schubring, *Análise histórica do livro de Matemática — notas de aula*, edição de 2003.

6 O Movimento Matemática Moderna no período histórico em análise

A tese de doutorado de D'Ambrósio (1987), um dos primeiros trabalhos a enfocar o Movimento Matemática Moderna no Brasil, o apresenta como sendo algo que se deu no Brasil, através de um processo de transferência de projetos curriculares elaborados em paises desenvolvidos para países do terceiro mundo. A autora ainda destaca que um dos fatores que contribuiu para esta transferência de projetos e de currículos, foram as agências estrangeiras de financiamento.

Esta perspectiva apresentada pela pesquisadora coaduna-se com todas as reflexões já apresentadas anteriormente em relação ao papel, principalmente dos acordos MEC-USAID, na educação brasileira, notadamente em relação à importação de projetos educacionais, principalmente oriundos dos Estados Unidos.

D'Ambrósio (1987), ainda chama a atenção para o fato de que os programas de Matemática Moderna aqui desenvolvidos tiveram pouca ou nenhuma crítica, o que possibilitou a implementação de um currículo, a partir da referência deste movimento, com algumas inconistências, além da distância entre as idéias defendidas pelos difusores do movimento e a prática real da sala de aula, desenvolvida pelos professores.

Refletindo a partir da perspectiva apresentada pela autora (1987) e tendo como pressuposto que o Movimento Matemática Moderna, chega no Brasil, senão diretamente, mas intermediado por interesses norte-americanos de tutelar a educação brasileira, pode-se compreender a falta de crítica ao Movimento Matemática Moderna, dado o período de restrições democráticas que se vivia neste período.

Búrigo (1989) que também pesquisou o Movimento Matemática Moderna, apresenta em seu estudo outro elemento sobre a relação do movimento com o regime militar, quando constata que este não foi, como outras experiências educacionais, direta e abertamente atingido pela repressão, mas ao contrário recebeu apoio oficial e foi até mesmo incentivada, o que leva a crer que houve uma institucionalização do movimento via currículos e programas, que possivelmente se integraram à política educacional do regime e permitiram que os livros didáticos da Matemática Moderna fossem massificados, entre outros elementos, via livro didático.

7 O currículo e o livro didático de Matemática Moderna no período de 1964 a 1984

É razoável pensarmos que para a produção e circulação de um livro didático de determinado conteúdo, principalmente no período histórico do qual estamos tratando, e que já foi referido aqui, haja a institucionalização de currículos e programas educacionais que o referenciem, sob pena do livro didático não encontrar ressonância e ficar nos depósitos das editoras, pois uma das primeiras premissas para a produção de um livro didático é que este seja utilizado pela maior quantidade de professores e estudantes.

Um indicador importante da presença de um livro didático como portador de conhecimentos específicos, mas também de uma cultura e de um jeito de pensar, pode ser aferido pela sua produção e circulação. Neste sentido Halewell (2005), nos dá uma referência sobre a produção de livros didáticos de Matemática Moderna, a partir de um dos maiores divulgadores desse movimento no Brasil, Osvaldo Sangiorgi. Este professor e lider do Grupo de Estudos em Ensino de Matemática – GEEM, de São Paulo – SP, autor de livros didáticos de Matemática Moderna foi um campeão de vendas, naquele período. Halewell (2005) afirma que este autor chegou a ter 300.000 exemplares vendidos num ano, quando a tiragem dos seus principais concorrentes estava em torno de 80.000 exemplares.

É evidente que para chegar a esta vendagem de livros, Osvaldo Sangiorgi fez todo um trabalho anterior no GEEM-SP. De acordo com Búrigo (1989), a criação deste grupo representou o marco decisivo para a constituição do Movimento Matemática Moderna no Brasil, permitindo uma ampla divulgação do movimento, através de encontros e cursos de formação de professores, a partir da perspectiva do GEEM-SP, sobre a Matemática Moderna em quase todo o Brasil. O trabalho anterior do grupo, articulado com o Ministério da Educação – MEC, com a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e outros estados, foi o caminho que antecedeu a chegada dos livros didáticos de Matemática Moderna, às escolas, aos estudantes e professores.

Além disso, o GEEM-SP tinha atuação efetiva nos Congressos Brasileiros de Ensino de Matematica que se intensificaram na década de 1960, divulgando suas idéias, propostas e mantendo contato com professores de todo o país, que participavam destes eventos.

Sousa (1999), argumenta que os congressos, tanto nacionais, quanto internacionais eram os locais privilegiados para convencer a sociedade, especialmente os professores, de que a Matemática Moderna era viável e importante.

Deles se planejavam estratégias para se propor cursos rápidos, programas modelos e livros-textos destinados aos professores e aos pais.

De acordo com Búrigo (1989), o primeiro livro editado pelo GEEM-SP e que teve como título *Matemática Moderna para o Ensino Secundário* e tinha a chancela do Instituto Brasieiro de Educação, Ciência e Cultura – IBECC, da Universidade de São Paulo – USP e do Programa de Emergência para o Ensino Primário e Médio, trazia textos dos membros do GEEM-SP e uma proposta de programa do grupo para o ensino secundário.

O programa de Matemática Moderna que ia de alguma forma se institucionalizando em grande parte das escolas brasileiras, trazia, segundo Sousa (1999), novos conteúdos, principalmente a Teoria dos Conjuntos, que até aquele momento eram desconhecidos, tanto por professores quanto por estudantes, além de abandonar outros, como a geometria, que praticamente desapareceria. Obviamente que isto precisava se refletir nos livros didáticos, com a introdução dos novos conteúdos e sua nova linguagem e a supressão daqueles conteúdos que poderiam ser abandonados, para que os livros refletissem os objetivos dos reformadores do ensino de matemática e a Matemática Moderna se incorporasse ao conteúdo da escola e às práticas dos professores naquele período.

Podemos inferir que foi este trabalho do GEMM-SP, coordenado pelo Professor Osvaldo Sangiorgi, articulado com os órgãos oficiais de educação, que possibilitou a entrada e a influência do Movimento Matemática Moderna em grande parte das escolas brasileiras, proporcionando o sucesso editorial dos livros de Matemática Moderna elaborados pelo coordenador do grupo.

Valente (2008) confirma o sucesso editorial de Osvaldo Sangiorgi e da sua forma de interpretar as idéias desta proposta quando afirma

> Da segunda metade da década de 1950 até, praticamente, finais dos anos 1980, a Companhia Editora Nacional distribuiu pelo Brasil os livros didáticos de um de seus autores de maior sucesso: Osvaldo Sangiorgi. (VALENTE, 2008, p. 155)

Todos estes elementos apresentados confirmam que a Matemática Moderna teve grande infuência no processo de formação matemática de pelo menos duas gerações de estudantes brasileiros, dado que o movimento perpassou a década de 1960 e 1970 e teve no livo didático, um elemento importante como seu difusor, pois este era portador da proposta que trazia a Teoria dos Conjuntos, como tradução didática da matemática estruturalista, fundamentada em três estruturas-mãe: topológicas, algébricas e de ordem, de acordo com Sousa (1999).

8 Considerações finais

As aproximações e reflexões apresentadas até aqui, a despeito de serem iniciais e preliminares, nos levam a inferir que o livro didático de matemática, que circulou no período histórico em análise, portador de ideias que fundamentaram a Matemática Moderna, pode também ter sido portador de uma forma de pensar e fazer a matemática, mas também de um fazer e agir social, cultural e político. Pode ter contribuido para certa aquiescência e conformação sobre a realidade posta, dado que a forma como a matemática era abordada nestes livros, não possibilitava nem diálogo, nem reflexão.

Temos como pressuposto então que, a circulação dos livros didáticos de Matemática Moderna em quase todo o território nacional, com uma ampla rede de distribuição, não poderia ter ocorrido sem a participação, ou pelo menos, sem o consentimento do estado militar, autoritário e restritivo à democracia, que se instalara no Brasil. Pensamos que nosso papel como professores e pesquisadores, ao analisar a relação do livro didático e o ensino de matemática, no período proposto, é no mínimo refletir sobre os aspectos políticos que se apresentaram neste período, buscando com isto uma problematização que possibilite um deslocamento do olhar e da perspectiva sobre o livro didático de matemática e do que ele é portador.

Referências

ARAPIRACA, José Oliveira, 1979. *A USAID e a educação brasileira: um estudo a partir de uma abordagem crítica do capital humano*. Dissertação de mestrado. Fundação Getúlio Vargas. Rio de Janeiro – RJ.

ALVES, Márcio Moreira, 1968. *O beabá dos MEC-USAID*. Rio de Janeiro – RJ. Edições Gernasa.

BÚRIGO, Elizabete Zardo, 1989. *Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS – Porto Alegre – RS.

CARAÇA, B. J., 1984. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Portugal. Livraria Sá da Costa Editora.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira, 2003. "Apresentação". In (SCHUBRING, 2003).

CHOPPIN, Alain, 2004. "História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte". Tradução de Maria Adriana C. Cappello. *Educação & Pesquisa*, São Paulo – SP, v. 30, n.º 3, p. 549–566, set/dez.

CUNHA, Luiz Antonio, GÓES, Moacyr de, 1996. *O Golpe na Educação*. Rio de Janeiro – RJ. Jorge Zahar Editora, 9.ª edição.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva, 1987. *The dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education*. Tese de Doutorado em Educação, School of Education. Indiana University – Bloomington, Estados Unidos – EUA.

FREITAG, Barbara et al., 1987. *O estado da arte do livro didático no Brasil*. Brasília. INEP.

HALEWELL, Laurence, 2005. *O Livro no Brasil – sua história*. São Paulo – SP: Edusp, 2.ª edição revista e ampliada.

LIMA, Lauro de Oliveira, 1968. "Prefácio". In (ALVES, 1968).

LIRA, Alexandre Tavares do Nascimento, 2010. *A legislação da educação no Brasil durante a ditadura militar (1964–1985): um espaço de disputas*. Tese de doutorado. Instituto de Ciências Humanas e Filosofia, Departamento de História. Universidade Federal Fluminense. Rio de Janeiro – RJ.

NETO, Samuel Pfromm et al., 1974. *O Livro na Educação*. Rio de Janeiro – RJ. Primor/INL.

OLIVEIRA, João Batista Araújo et al., 1984. *A Política do Livro Didático*. Campinas – SP, Summus.

ROMANELLI, Otaíza de Oliveira, 1978. *História da educação no Brasil: 1930–1973*. Petrópolis, Vozes.

SAVIANI, Dermeval, 2008. "O legado educacional do regime militar". *Caderno Cedes*, Campinas, vol. 28, n.º 76, p. 291–312, set/dez.

SCHUBRING, Gert, 2003. *Análise histórica de livros de matemática: notas de aula*. Campinas – SP, Autores Associados.

SOUSA, Maria do Carmo, 1999. *A percepção de professores atuantes no ensino de Matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual*. Dissertação de Mestrado. Campinas, SP.

TAVARES, José Nilo, 1980. "Educação e imperialismo no Brasil". *Revista Educação e Sociedade*, São Paulo – SP, VII, n.º 7, p. 5–52, setembro.

VALENTE, Wagner Rodrigues, 2008. "Livro didático e educação matemática: uma história inseparável". *Zetetiké*, Cempem, FE, Unicamp, v. 16, n.º 30, jul/dez.

História da Educação Matemática: o discurso de Malba Tahan na Educação Básica

Cristiane Coppe de Oliveira, Leonardo Silva Costa
PPGECM / UFU
criscopp@pontal.ufu.br
leonardoprofmat@gmail.com

Resumo: O presente artigo é um recorte das primeiras investigações do projeto de pesquisa de mestrado *História da Educação Matemática e Interdisciplinaridade na prática docente* do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (PPGECM/UFU) com apoio da FAPEMIG. Caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, cujo objetivo é contribuir para a contextualização da Matemática e da História da Educação Matemática no processo de ensino e de aprendizagem. A partir de propostas pedagógicas, organizadas em seis sessões temáticas, elaboradas a partir de ideias apresentadas por Malba Tahan na fonte primária *Al-Karismi* (1946–1951), a investigação propõe uma análise dessa fonte em diálogo com suas potencialidades didáticas para a prática docente em Matemática na Educação Básica. Os primeiros resultados apontaram que os alunos se envolveram com a prática do professor, relacionando alguns termos do discurso tahaniano aos conhecimentos construídos em sala de aula. Acredita-se que o projeto pode colaborar na construção do conhecimento no Ensino Fundamental por meio da História da Educação Matemática.

Abstract: The present article is a cutout of the first investigations of the project of the master research *History of mathematics education and Interdisciplinarity in teaching practice* of the postgraduate program in science and Math Education at the Universidade Federal de Uberlândia (UFU/PPGECM) with support of FAPEMIG. It is characterized as a qualitative research, whose aim is to contribute to the contextualization of mathematics and the history of mathematics education in the teaching and learning process. From pedagogical proposals, organized into sixth thematic sessions, developed from ideas submitted by Malba Tahan in the primary source *Al-Karismi* (1946–1951), the research proposes an analysis of this source in dialogue with their didactic potential for teaching practice in mathematics in basic education. The first results showed that students were involved with the teacher's practice, relating some terms of tahanian speech to knowledge built in to the classroom. It is believed that design can collaborate in the construction of knowledge in elementary school through history of mathematics education.

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 333–349

1 Introdução: tecendo algumas relações entre História e Educação Matemática

Nos últimos anos, diversos pesquisadores, bem como alguns grupos de pesquisa no Brasil, têm se dedicado ao desenvolvimento de trabalhos que buscam aproximações entre a História da Matemática e a Educação Matemática. Outra vertente que emergiu recentemente foi o movimento da História da Educação Matemática, consolidando-se não somente com a defesa de dissertações e teses de doutorado em programas de pós-graduação, mas também com eventos científicos nos âmbitos nacional e internacional.

De acordo com Garnica (2012), é preciso compreender História como o "estudo dos homens no tempo e no espaço" (p. 21). Tal ideia faz-nos pensar que o processo histórico é visto em nossos dias como algo dinâmico, isto é, em contínua transformação, movido pela geração, validação e armazenamento de informações. Nesse sentido, a História pode ser considerada um elemento que subsidia a constituição de outras ciências em seu processo evolutivo e de ensino. Nas palavras de Mendes (2012), o fluxo histórico na Matemática enquanto ciência é relevante, pois pode-se:

> Tomar as análises de documentos, publicações, falas e reflexões dos próprios sujeitos [...] como princípios de validação dos estudos sobre personagens, produção de conhecimento matemático, instituições científicas e a organização da disciplina Matemática em diferentes épocas e contextos, se constituem em um dos fundamentos que tornam a abordagem histórica uma diretriz norteadora das pesquisas na formação de professores de Matemática e no ensino da Matemática, devido ao caráter de refletividade que se pode operar a partir da realização de tais estudos e pesquisas que envolvem a história da Matemática em suas dimensões epistemológicas, sociais e educativas. (p. 70).

Entende-se, desse modo, a História da Matemática como o "diálogo entre História e Matemática" (GARNICA, 2012, p. 33), em busca de compreender as nuances referentes à produção, ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos e no modo como a comunidade dos matemáticos organiza-se na disseminação desses conhecimentos.

No movimento da Educação Matemática, mais especificamente, estudos com a abordagem histórica vêm ganhando destaque desde as últimas décadas, os quais encontram-se presentemente em duas formas de manifestação: a História da Educação Matemática e a História na Educação Matemática.

No que tange à História da Educação Matemática, incluem-se os que, conforme Miorim (2005) caracterizam os "estudos de natureza histórica que investigam aspectos variados da educação matemática, entendida como campo de ação pedagógica ou como campo de investigação" (p. 4). Já a História na Educação Matemática, apresenta os trabalhos que priorizam, por objeto de investigação, formas de participação da história da matemática e/ou da educação matemática, na educação matemática, entendida como campo de ação pedagógica ou como campo de investigação" (MIGUEL e MIORIM, 2002, p. 187–8).

No contexto das pesquisas voltadas para a utilização da História da Matemática em sala de aula, a fim de que o trabalho pedagógico realizado nas escolas seja útil, Miguel (1997) procura enfatizar a demanda da reconstituição dos resultados matemáticos e do contexto epistemológico, psicológico, social, político e cultural em que esses resultados foram produzidos e difundidos através das gerações.

Nessa direção, o autor elenca doze tópicos, nos quais discorre sobre as potencialidades pedagógicas de se utilizar a História da Matemática, constituída ora como fonte, ora como instrumento, que contribui no processo de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos, como se observa no quadro 01.

O autor, mediante a leitura e análise da literatura em Educação Matemática, publicada em revistas reconhecidas nacional e internacionalmente, em resumos contidos nos anais e encontros nacionais e internacionais e demais referências da obra de matemáticos, educadores matemáticos e historiadores da matemática, trouxe outras contribuições mais recentes (MIGUEL, 1997, 1999a, 1999b; MIGUEL e MIORIM, 2004), de modo a justificar a participação da História no processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

Baroni, Teixeira & Nobre (2004, p. 172), destacam o valor e a amplitude da História aos alunos, conduzindo-os à compreensão de que a Matemática vai além de cálculos, regras e procedimentos; apoia diversas necessidades educacionais e promove mudanças. Os autores apontam que o uso da história da Matemática pode servir a diversas situações, tais como:

a) Apresentar a História da Matemática como elemento mobilizador em salas de aulas numerosas ou com alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem.

b) Usar a História da Matemática na educação de adultos, promovendo a oportunidade ao aluno de observar, ao longo da história, o esforço de pessoas para superar dificuldades semelhantes àquelas que eles próprios possam estar vivenciando.

c) Apresentar as ideias da História da Matemática a alunos bem dota-

Quadro 01: Potencialidades pedagógicas da História da Matemática

<table>
<tr><td rowspan="4">A História como uma fonte...</td><td>... de motivação para o ensino e aprendizagem da Matemática.</td></tr>
<tr><td>... de objetivos para o ensino da Matemática.</td></tr>
<tr><td>... de métodos para o ensino e aprendizagem da Matemática.</td></tr>
<tr><td>... para seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de Matemática.</td></tr>
<tr><td rowspan="8">A História como um instrumento...</td><td>... que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino.</td></tr>
<tr><td>... de formalização de conceitos matemáticos.</td></tr>
<tr><td>... de promoção do pensamento independente e crítico.</td></tr>
<tr><td>... unificador dos vários campos da Matemática.</td></tr>
<tr><td>... promotor de atitudes e valores.</td></tr>
<tr><td>... de conscientização epistemológica.</td></tr>
<tr><td>... que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática.</td></tr>
<tr><td>... que possibilita o resgate da identidade cultural.</td></tr>
</table>

Fonte: MIGUEL(1997, p. 73–89) — adaptado pelos autores

dos, que possam estar se sentindo desestimulados perante a classe, satisfazendo ou dando respostas a questionamentos tais como “o quê?”, “como?”, “quando?”.

d) Utilizar a História da Matemática como estímulo ao uso da biblioteca.

e) Humanizar a Matemática, apresentando suas particularidades e figuras históricas.

f) Empregar a História da Matemática para articular a Matemática com outras disciplinas como Geografia, História e Língua Portuguesa (expressão em linguagem, interpretação de texto, literatura).

g) Usar a dramatização ou produção de textos para sensibilizá-los sobre as realidades do passado e presente, apresentando as dificuldades e diferenças de cada época.

Embora tais dimensões possam ser compreendidas como tentativas do estabelecimento de um processo dialógico que chama à cena uma vasta gama de áreas e processos do conhecimento, a História da Educação Matemática procura "compreender as alterações e permanências nas práticas relativas ao ensino e à aprendizagem de Matemática" e estuda tal dinâmica nas salas de aula, o que contribui "certamente para uma melhor compreensão do processo educativo" (GARNICA, 2012 p. 40–43).

Nessa perspectiva, encontra-se a proposta deste texto que apresentará os primeiros resultados da dissertação de mestrado *História da Educação Matemática e Interdisciplinaridade na prática docente,* em desenvolvimento, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (PPGECM/UFU) com apoio da FAPEMIG.

2 Interfaces: o discurso de Malba Tahan na proposta pedagógica brasileira

No contexto dos estudos em História da Educação Matemática e na Educação Matemática, descritos anteriormente, encontra-se as contribuições do professor Júlio César de Melo e Souza — Malba Tahan, considerado uma figura que, na visão de Mantovani e Neto (2012, p. 6) chega a afirmar que seu carisma "conseguia conquistar seus alunos com suas fabulosas histórias e que foi um caso raríssimo de professor que se tornou tão famoso quanto um ator de cinema, ou um jogador de futebol".

Sua obra, publicada por meio de livros, periódicos e demais formas de produção oral ou escrita, remeteu-nos a identificar algumas de suas concepções acerca do ensino e da aprendizagem em Matemática, que ainda hoje, estão na pauta de discussão no cenário educacional. Procurou-se, neste texto, apresentar ideias, ideologias e pensamentos, que aqui denominou-se por discurso tahaniano e suas relações/aproximações com a proposta pedagógica vigente no Brasil no que se refere aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998).

Segundo o referido documento (BRASIL, 1998 p. 24–25), o conhecimento gerado na área do saber matemático é concebido como uma forma de compreensão e atuação no mundo, constituindo-se como fruto da construção humana em constante interação com seu contexto natural, social e cultural.Tal premissa não exclui, ao contrário, impulsiona o trabalho matemático com os indivíduos, desde a mais tenra idade. Para atender a tal premissa, duas forças são indissociáveis, de um lado:

> [...] o permanente apelo das aplicações às mais variadas atividades humanas, das mais simples na vida cotidiana, às mais complexas elaborações de outras ciências. De outro lado, a especulação pura, a busca de respostas a questões geradas no próprio edifício da Matemática.

Com efeito, essas duas manifestações aparecem cotidianamente na vida dos seres humanos, seja "na quantificação do real: contagem, medição de grandezas e no desenvolvimento das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas" (BRASIL, 1998 p. 25), até propiciar a criação de sistemas mais abstratos, ideais, capazes de organizar, revelar e relacionar distintos "fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados quase sempre a fenômenos do mundo físico" (BRASIL, 1998 p. 25).

Desse modo, acredita-se que os PCN consideram o ensino e a aprendizagem em matemática como algo que envolve diversas variáveis, a saber: o aluno, o professor e o próprio saber matemático, de modo a oferecer uma postura reflexiva a cada uma delas (BRASIL, 1998 p. 35–36). Por exemplo, ao professor é de fundamental importância:

- Identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;
- conhecer a história de vida dos alunos, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;
- ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.

Para atender tal prerrogativa, pressupõe-se ser necessário que o professor assuma o papel de mediador, com conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa ciência, tornando-a passível de ser ensinada aos alunos, incentivando o desenvolvimento do próprio potencial matemático em resolver problemas e estabelecer conexões entre os diferentes temas, fornecendo-lhes capacidades práticas de lidar com a Matemática.

À escola, enquanto espaço de construção do saber matemático, acredita-se que sua função é voltar seus olhares para a criança que aprende, não reproduzindo com ela todo o processo de construção conceitual dessa ciência, mas respeitando-a como sujeito que irá construir o seu conhecimento e dar condições que favoreçam essa construção.

Nessa linha de pensamento, justifica-se a importância da construção do conhecimento matemático, bem como sua presença no currículo das escolas, mediante o que Viana (2007, p. 1) chama de duas grandes razões:

1.º) ***A matemática é importante porque está na vida prática, no cotidiano das pessoas***. Isso evidencia os aspectos utilitários da matemática, como na quantificação da realidade (medidas, grandezas, cálculos) importantes na **formação do cidadão.** A matemática está no dia a dia, nas compras, nos salários, nas notícias de jornal, nas estatísticas sobre acidentes, sobre intenção de voto, na porcentagem de aumento do dólar, nas distâncias nos mapas, etc.

2.º) ***A matemática é importante porque desenvolve o raciocínio lógico.*** Isso se verifica quando a pessoa tem a capacidade de entender a própria estrutura formal da matemática, na capacidade de **abstrair, generalizar, projetar [...]** *(grifos da autora)*

A partir dessas duas grandes razões, constatou-se que o discurso tahaniano (do professor Mello e Souza) procurou atender a esses aspectos, considerando que um de seus maiores objetivos era tornar a Matemática mais próxima dos seus interlocutores, despertando o gosto por essa disciplina.

Os PCN apontam alguns caminhos para o fazer matemático na sala de aula, dentre os quais, dois deles evidenciam-se, mediante uma reflexão sobre o discurso tahaniano: o recurso à história da Matemática e a Interdisciplinaridade.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998 p. 42), a História da Matemática pode oferecer importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem ao revelar a ciência Matemática como fruto de "criação humana", quando revela necessidades e preocupações surgidas em diversas culturas, em diferentes momentos históricos, estabelecendo comparativos entre "conceitos e processos matemáticos do passado e do presente" e criando condições para "que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento". (BRASIL, 1998 p. 42)

Além disso, os conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica com grande valor formativo, o que faz da História um instrumento de resgate da própria identidade cultural dos indivíduos, contribuindo positivamente para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

O discurso tahaniano, situado numa concepção de matemática proposta em cultura e momento histórico definidos, vem ao encontro das afirmações descritas anteriormente, justamente como instrumento que corrobora sua busca constante pelo desenvolvimento da autonomia dos alunos em construir ideias matemáticas, em detrimento de uma excessiva memorização e abstração de técnicas, regras e cálculos, tornando essa ciência mais viva e agradável aos alunos.

Acerca das reflexões em torno da interdisciplinaridade, os PCN a apresenta como sendo resultado daquele trabalho que pode surgir em sala de aula na medida em que "o professor se predispuser a traçar no seu planejamento algumas conexões entre os conteúdos matemáticos" (BRASIL, 1998 p. 138).

O professor Mello e Souza trouxe na organização da revista *Al-Karismi* (1946–1951),a perspectiva de um trabalho interdisciplinar em muitos aspectos. Apenas para citar um exemplo, Coppe-Oliveira (2007, p. 105) apresenta um artigo presente no volume 5 dessa fonte primária, que se refere à informação denominada "Curiosidade Astronômica" e descrita na página 71 do sétimo volume da *Al-Karismi.* Tal enunciado está descrito a seguir:

> [...] de que a lua vem retardando, de modo lento, porém seguro, o movimento de rotação da Terra. Por esse motivo, aumenta a duração do dia na proporção de um milésimo de segundo por século. A duração do mês também se estende, porém com mais lentidão.

Para tanto, o documento afirma que se faz necessário estabelecer os objetivos a serem alcançados, de modo a construir seu planejamento selecionando os conteúdos a serem trabalhados, planejando as articulações entre eles, propondo situações-problema mais oportunas ao desencadear desse trabalho e, sobretudo, que tais conexões estejam em consonância com os eixos temáticos de outras áreas do currículo e também com os temas transversais, isto é, "questões de urgência social numa perspectiva de transversalidade" (BRASIL, p. 28).

A partir da revisão de literatura, da consulta de objetivos e propostas dos PCN e das primeiras análises realizadas no processo investigativo do projeto de pesquisa de mestrado já citado anteriormente, tendo como campo uma sala de aula de Matemática do ensino fundamental, buscou-se, nesse texto, estabelecer conexões entre a História e o ensino de Matemática, o discurso pedagógico de Malba Tahan e a prática investigativa na Educação Básica.

3 O processo de investigação: o discurso tahaniano na sala de aula do Ensino Fundamental

3.1 O contexto

A investigação que se refere ao projeto de mestrado desenvolveu-se em uma escola pública da cidade de Ituiutaba no Estado de Minas Gerais. O contexto histórico dessa instituição tem afinidade com a investigação, o que para os seus envolvidos constituiu um fator ainda mais relevante à execução do trabalho investigativo, já que é a escola mais antiga da cidade e a segunda mais antiga da rede estadual de Minas Gerais.

Tal cenário de investigação, de trajetória centenária, foi encontrada na versão mais recente do seu Regimento Geral (ITUIUTABA, 2010 p. 1–4), na perspectiva de

> [...] guardar o passado, marcar o presente e preparar o futuro, construindo o presente, fazendo sua história e oferecendo aos seus alunos o saber, o conhecimento, o uso correto da razão, a excelência de ensino e qualidade.

Nesta escola, encontra-se a sala de aula do oitavo ano, constituindo-se como o principal espaço onde se dá a dinâmica da prática investigativa do professor de Matemática. Tal perspectiva parte da premissa de D'Ambrósio (1989) que numa aula de Matemática deve-se propiciar "ambientes que geram situações em que o aluno deva ser criativo e motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação".

Além dos alunos do oitavo ano, o professor regente das aulas de Matemática foi sujeito da pesquisa, investigando e transformando sua própria prática, enquanto mestrando do PPGECM da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Desse modo, tal profissional, assume a condição de professor-pesquisador, pois relaciona a procura por alterar aspectos da prática que necessitam de mudança, procurando compreender a natureza dos problemas que afetam essa mesma prática, de forma a definir, posteriormente, uma proposta de ação (PONTE, 2002 p. 3–4), condições que são fomentadas ao longo do processo de formação continuada do professor-pesquisador.

3.2 O caminho metodológico

A investigação teve como foco a aplicação de propostas didáticas, divididas em seis sessões, desenvolvidas ao longo do segundo semestre de 2014 nas aulas de matemática do 8.º ano do Ensino Fundamental composta por trinta alunos.

Cada sessão constituiu-se de dois instrumentos metodológicos: as *Fichas de Trabalho (FT)* e o *Relatório-Avaliação.*

As *Fichas de Trabalho* foram idealizadas pelo professor Roberto Ribeiro Baldino em meados da década de 80, mais precisamente no ano de 1983, em turmas de cálculo da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ e da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Campus Rio Claro. Tal instrumento é entendido como sendo uma proposta didático-pedagógica alternativa que se constitui em meio a uma proposta defendida pelo autor denominada Assimilação Solidária – AS em oposição ao ensino tradicional vigente. (BALDINO, 1998, p. 3) define a AS como "uma proposta política, em sentido amplo, em propugnar pela introdução da ética no trabalho da escola", introduzindo a avaliação do processo de trabalho coletivo como critério de promoção e adotando como critério essencial "a medida do tempo, independente da competência matemática atingida".

É interessante ressaltar que o autor não superestima as *Fichas de Trabalho* como se fossem as únicas alternativas a um bom trabalho pedagógico. Pelo contrário, ele reconhece que, "a cada experimentação, elas sofrem ajustes e correções, por isso jamais estarão prontas". O que se pode oferecer é "uma visão de seu estado atual de desenvolvimento" (BALDINO, 1998, p. 1–2).

Um elemento considerado relevante nas FT é sua capacidade de conduzir o trabalho dos alunos em sala de aula, propiciando elementos que ofereçam boas condições à consolidação do processo de ensino e de aprendizagem. Caso contrário, ela pode estar "mal calibrada", gerando situações simultâneas de atendimento para o professor, fator que deve ser evitado, segundo as normas da AS (BALDINO, 2000, p. 6).

O Relatório-Avaliação foi idealizado e proposto por Ubiratan D'Ambrósio, em sua obra *Educação Matemática: da teoria à prática* (1996, p. 61–62), a partir de um processo de pesquisa e reflexão do autor em torno da dinâmica do sistema escolar. Na obra, o autor estabelece uma relação entre a organização e o funcionamento das instituições componentes desse conjunto e suas formas sistemáticas de avaliação:

> Esse sistema é extremamente dinâmico e deve se transformar *pari passu* com as transformações dos vários setores da sociedade. Mecanismos de avaliação são absolutamente necessários. Naturalmente deve-se procurar instrumentos de outra natureza daqueles que vêm sendo erroneamente utilizados para testar alunos, tais como provas, exames, questionários e similares.

Na presente investigação, acredita-se que o *Relatório-Avaliação* constitui-se como um instrumento relevante, devido ao seu objetivo de fazer emergir os discursos dos alunos, a partir das temáticas propostas na Revista *Al-Karismi* e resultantes do trabalho de Malba Tahan. Para cada uma das *Fichas de Trabalho* foi proposto um *Relatório-Avaliação*, de modo a gerar potencialidades para revelar elementos da proposta, do conteúdo e de seus temas geradores, bem como suas expectativas de aprendizagem.

O modelo proposto por D'Ambrósio (1996) inclui os itens nome do aluno, da disciplina e do professor, a data, o tema da aula e sua síntese, a bibliografia pertinente (alguma fonte não citada pelo professor) e comentários do aluno. Segundo o autor, o *Relatório-Avaliação* proporciona uma análise de como a aula foi recebida pelo aluno e considera que o mundo moderno exige a escrita, em praticamente todas as ações, e por intermédio dela o aluno pode reconhecer seu próprio processo cognitivo a partir da utilização desse instrumento avaliativo.

A escolha dos temas para cada sessão foi realizada, tendo em vista sua relevância para a Educação Básica e a intencionalidade de buscas pelo pesquisador no conteúdo da revista *Al-Karismi*. O conteúdo pedagógico proposto para as seis Fichas de Trabalho e seus respectivos temas geradores, são apresentados no quadro 02.

Optou-se, ao longo do processo investigativo, pelo critério de análise do discurso desses sujeitos, originário das seis sessões, que tiveram como referência ideias, propostas e conteúdos presentes na revista *Al-Karismi*. Para tanto, buscou-se os traços discursivos a partir de categorias definidas *a priori* e que, conforme se afirmou anteriormente, constituem Situações de Aprendizagem (SA), de acordo com os critérios apresentados por Baroni, Teixeira e Nobre (2004, p. 172):

- SA I — "Apresentar a História da Matemática como elemento mobilizador em salas de aulas numerosas ou com alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem", isto é, promovendo um discurso voltado para a construção do "pensar matematicamente"

- SA II — "Usar a História da Matemática na educação de adultos, promovendo a oportunidade ao aluno de observar, ao longo da história, o esforço de pessoas para superar dificuldades semelhantes àquelas que eles próprios possam estar vivenciando", de modo a identificar um discurso voltado ao relacionamento da matemática com o contexto social em que vivem.

- SA III — "Empregar a História da Matemática para articular a Matemática com outras disciplinas como Geografia, História e Língua Portuguesa (expressão em linguagem, interpretação de texto, literatura)"; de modo

Quadro 02: Conteúdos e temas geradores de cada uma das *Fichas de Trabalho*

Sessão	**Ficha de Trabalho**	**Área(s) do conhecimento**	**Conteúdo(s)**	**Tema(s) gerador(es)**
1	Conhecendo Malba Tahan	Matemática. História. Literatura.	História de personalida-des.	Narrativas. Biografias.
2	Malba Tahan e a Revista *Al-Karismi*	Matemática. Literatura.	Sistemas de numeração. Noções de Geometria.	Novas tecnologias. Jogos digitais.
3	Como repartir a herança	Matemática	Divisão. Frações. Números decimais.	Economia. Divisão de bens.
4	A cultura dos quadrados mágicos	Matemática. História.	Adição. Contagem.	Aspectos culturais. Jogos. Curiosidades.
5	Matemática e Literatura	Matemática. Língua Portuguesa. Literatura	Álgebra: expressões algébricas. Equações.	Gêneros literários: poesia.
6	Matemática dos mouros e cristãos	Matemática. História. Geografia.	Geometria: circunferên-cia. Cálculo combinatório. Possibilida-des.	História: período medieval. Geografia dos povos mouros. Tradição e práticas religiosas. Aspectos culturais de mouros e cristãos.

Fonte: Elaborado pelo professor-pesquisador que seu discurso tenha ênfase na utilização dos recursos teóricos e metodológicos e da interdisciplinaridade como contributos do próprio processo de ensino e aprendizagem.

No presente trabalho, contemplou-se, em caráter preliminar, a análise da sessão dois: "Malba Tahan e a Revista *Al-Karismi*", composta de uma ficha de trabalho relacionando o conteúdo da revista *Al-Karismi* com o uso de jogos matemáticos e das novas tecnologias, aplicado mediante colaboração de dois graduandos em Matemática da Faculdade de Ciências Integradas do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia – FACIP / UFU.

Foram analisadas *Fichas de Trabalho* de 13 duplas, sobre as quais apresentam-se os resultados de análise, especificamente no item "Comentários do aluno". Separou-se os dados em três grupos, organizados por situações de aprendizagens distintas, conforme descrito anteriormente.

No que se refere à SA I, foram identificados seis FT, onde os alunos evidenciaram alguns aspectos relacionados às contribuições da proposta para o pensamento matemático em certos conteúdos como o sistema de numeração decimal e posicional, as operações com números naturais e inteiros, expressões numéricas e as figuras geométricas. É o que se percebe na fala das alunas R e S, ME e F[1], transcrita[2] a seguir:

> ***Alunas R e S*** *[...] sim, ele contribui para sabermos mais sobre figuras geométricas, números inteiros e raiz quadrada.*
>
> ***Alunas ME e F****: sim, ele representa algo novo no aprendizado com algarismos e expressões.*

Além disso, acredita-se que a proposta da FT contribuiu para fomentar nos alunos uma visão diferente da Matemática, como se pode perceber nos comentários:

> ***Alunas MA e I*** *[...] a Matemática não é tão difícil como parece. [...] ajuda a entender a Matemática mais fácil e compreensiva.*
>
> ***Alunos D e H:*** *[...] ela (a proposta) faz a gente compreender a origem dos algarismos, para que foram usados corretamente.*

Em relação à SA II, identificou-se três trabalhos com aspectos mais evidentes a esse eixo de análise. As FT concentraram suas respostas nas possibilidades de contribuição da proposta didática como alternativa ao aprendizado dos

[1]As siglas utilizadas para denominar os alunos referem-se às iniciais dos nomes dos mesmos. Tal critério foi escolhido para preservar a identidade dos mesmos.

[2]Quando o presente trabalho utiliza o termo transcrita quer dizer que conserva na íntegra o discurso dos alunos, incluindo erros gramaticais, ortográficos ou de sintaxe.

alunos e a influência desse aspecto em seu contexto social e cultural, já que estão constantemente em contato com as novas mídias e com os jogos virtuais caracterizados por altos índices de violência. Também trouxeram um discurso sobre possíveis semelhanças com outros jogos já vistos por eles no mercado. Evidenciou-se tal fato, a partir da fala dos alunos G e P:

> ***Alunos G e P***: *Esse jogo retrata uma diferença entre os outros; eles não retratam violência e vandalismo.*
>
> ***Alunos GU e V***: *O jogo virtual que eu joguei na escola tem tudo a ver com o jogo que eu joguei no videogame*

Em contrapartida, percebeu-se que um dos alunos não percebeu no jogo apresentado na *Ficha de Trabalho* uma tarefa que fosse caracterizada pela aventura e ação, como se vê na fala do aluno B, a seguir:

> ***Aluno B****: As diferenças são enormes; os jogos que eu jogo é mais de aventura e ação; de corrida e luta.*

Tal afirmação apareceu nesse momento da pesquisa, talvez porque o professor-pesquisador não a conduziu de forma a valorizar esses recursos metodológicos com seus pontos positivos na constituição do processo de ensino e aprendizagem, em detrimento de uma excessiva preocupação no conteúdo e na execução da proposta em sala de aula.

Na SA III foram encontrados quatro *Fichas de Trabalho*, nas quais percebeu-se as contribuições do viés da História e dos jogos na constituição da atividade ao ensino e à aprendizagem dos alunos. As respostas dos alunos revelam como os sujeitos conceberam essas ferramentas como educativas, ou seja, como elementos que promoveram o aprendizado em Matemática de forma diferenciada de outras propostas, às quais já estavam acostumados a fazer:

> ***Alunas E e A****: Este jogo é educativo e trabalha bastante com a Matemática. Os jogos [...] agora da internet é muito diferente.*
>
> ***Alunas M e GA****: Não tem nada parecido com os jogos que eu já joguei. É muito mais divertidos.*

Outros alunos apontaram para o fato de a História ter surgido na proposta como elemento facilitador da aprendizagem, conforme depoimento das alunas E e A:

> ***Alunas E e A****: [...] nos ensina como os antigos trabalharam com os números e com o dinheiro.*

Percebeu-se, ainda, que os primeiros resultados da investigação podem revelar no discurso dos alunos algumas contribuições para a construção de uma aprendizagem em Matemática com certo diferencial, por meio da História e dos temas geradores interdisciplinares.

4 Considerações: caminhos a trilhar...

O cenário de investigação apresentado neste trabalho procurou estudar como a História da Educação Matemática, em particular o discurso de Júlio César de Mello e Souza – Malba Tahan, presente na Revista *Al-Karismi* (1946–1951), pôde contribuir para o ensino e a aprendizagem da Matemática de alunos da Educação Básica.

Tal cenário, configurou-se num contexto de metodologias de trabalho na prática docente, envolvendo uma avaliação alternativa — integrante da prática do professor-pesquisador — da utilização de jogos e de tecnologias de Informação, especificamente o computador, dentre outros instrumentos do espaço sala de aula.

As primeiras investigações apontaram que os alunos se envolveram com a prática do professor, relacionando alguns termos do discurso tahaniano aos conhecimentos construídos em sala de aula.

Alguns encaminhamentos podem ser tecidos inicialmente, tendo ciência de novos caminhos que se terá a trilhar. Constatou-se que a História da Educação Matemática pode contribuir para que os alunos se encontrem em um ambiente de investigação para o pensar matemático, relacionar o conhecimento matemático com o contexto sociocultural em que estão envolvidos e utilizarem-se de outros recursos que orientaram e fomentaram o aprendizado de conteúdos disciplinares, tangenciando temas interdisciplinares.

Ao considerar as *Fichas de Trabalho* como uma ferramenta metodológica para o desenvolvimento da pesquisa, verificou-se que o discurso dos alunos revelou possíveis contribuições da pesquisa para o desenvolvimento de bons resultados em seu processo de ensino e aprendizagem, como a influência de um jogo divertido, sem violência e que ajuda a aprender Matemática, com conteúdo que foi utilizado por um professor-autor há mais de 60 anos. Tal constatação, evidencia a relevância da História da Educação Matemática no processo de ensino e de aprendizagem em Matemática.

Outra questão a considerar refere-se ao *Relatório-Avaliação* como instrumento que deu "voz aos alunos" na dinâmica avaliativa do processo educativo, trazendo reflexões acerca da proposta, do professor e deles próprios, de forma a propor mudanças, negociar acordos e dar novo sentido ao que se aprende na escola.

Por fim, os sujeitos vivenciaram algo que lhes pareceu divertido, curioso e, porque não dizer, prazeroso, já que mergulharam numa dinâmica onde a Matemática foi apresentada de modo alternativo (no estilo malbatahânico de ser) aos que eles já estavam acostumados.

Esse resultado inicial, pode ser considerado como a marca registrada do discurso do professor Júlio César – Malba Tahan: tornar a Matemática divertida e curiosa no processo de ensino e de aprendizagem aos seus ouvintes e leitores. Nesse sentido, percebeu-se que o discurso tahaniano vai ao encontro da proposta dos documentos oficiais, à medida em que aponta elementos que podem incentivar essa dinâmica de aproximação dos conteúdos matemáticos ao discurso dos alunos.

Referências

BALDINO, R. R. *Desenvolvimento de essências de cálculo infinitesimal e diretriz didática — Fichas de Trabalho.* In: Desenvolvimento de essências de cálculo infinitesimal. MEM/USU: Rio de Janeiro, 1998.

______________. *Assimilação solidária.* Departamento de Matemática da UNESP, Campus de Rio Claro. Anais do Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro (GPA). Rio Claro, 2000

BARONI, R. L. S; TEIXEIRA, M. V. e NOBRE, S. *A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.* In: BICUDO, M. A. V e BORBA, M. C. Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.* Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, MEC/SEF, 1998.

COPPE-OLIVEIRA, C. *A sombra do arco-íris: um estudo histórico/mitocrítico do discurso pedagógico de Malba Tahan.* Tese (Doutorado) — Ensino de Ciências e Matemática — Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, SP, [s.n.], 2007.

D'AMBRÓSIO, B. *Como ensinar Matemática hoje?* Temas e Debates. SBEM. Ano II, n.º 2, Brasília, 1989, p. 15–19.

D'AMBRÓSIO, U. *Educação, currículo e avaliação.* In: Educação Matemática: da teoria à prática. Papirus: Campinas, 1996.

GARNICA, A. V. M. e SOUZA, L. A. *Elementos de história da educação matemática.* São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

ITUIUTABA, Superintendência Regional de Ensino. *Regimento Geral da Escola Estadual João Pinheiro.* Ituiutaba, 2010.

MENDES, I. A. *Pesquisas em história da Educação Matemática no Brasil em três dimensões.* Quipu, vol. 14, n.º 1, jan–abr. 2012, p. 69–92.

MIGUEL, A. *As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores.* Zetetiké, vol. 5, n.º 8, p. 73–105, jul–dez. 1997.

__________. *Uma investigação acerca de algumas formas de se conceber o papel da História da Matemática na Pesquisa Contemporânea em Educação Matemática.* Campinas: Relatório de Pesquisa. CEMPEM / FE UNICAMP, 1999a.

__________. *Formas especulares e não-especulares de se conceber a relação entre história, epistemologia e educação matemática.* Campinas: Relatório de Pesquisa. CEMPEM / FE UNICAMP, 1999b.

MIGUEL, A. e MIORIM, M. A. *História da Matemática: uma prática social de investigação em construção.* Educação em Revista, n.º 36, Belo Horizonte, dez. 2002.

MIORIM, M. A. *Relações entre história e educação matemática: um olhar sobre as investigações brasileiras.* Anais do 1.º SPHEM – Seminário Paulista de História e Educação Matemática. IME-USP / SBEM-SP. São Paulo – SP, 2005.

PONTE, J. P. *Investigar a nossa própria prática.* In: GTI (Org), Reflectir e investigar sobre a prática profissional. Lisboa: APM, 2002, p. 5–28.

VIANA, O. A. *O conhecimento matemático e o papel da disciplina no contexto escolar.* Texto mimeo. Universidade Federal de Uberlândia, 2007.

A Matemática na Reforma Veiga Simão (1972–1975)

Maria Manuela Subtil Pedro
Agrupamento de Escolas Fragata do Tejo, Moita
mm.pedro@campus.fct.unl.pt

José Manuel Matos
UIED-FCT, Universidade Nova de Lisboa
jmm@fct.unl.pt

Resumo: Neste artigo analisa-se a experiência pedagógica na disciplina de Matemática nos 3.º e 4.º anos do ensino básico (atuais 7.º e 8.º anos de escolaridade em Portugal) entre 1972 e 1975, integrada na Reforma Veiga Simão. Ensaiava-se o alargamento da escolaridade obrigatória de seis para oito anos através da unificação dos dois primeiros anos do ensino técnico com o 1.º ciclo do ensino liceal.

Para o estudo recorreu-se a uma análise documental e a testemunhos de participantes recolhidos por entrevista.

A experiência decorreu durante três anos, ensaiando uma abordagem pedagógica que se pretendia diferente do ensino liceal, visto como demasiado formal, mas mais abrangente do que a especialização pretendida pelo ensino técnico.

No caso particular da Matemática, quanto aos conteúdos, os programas apresentam semelhanças com os dos liceus e ensaiam uma estruturação por objetivos comportamentais recorrendo à taxonomia de Bloom. Ao nível dos métodos, os participantes relatam inovações pedagógicas significativas.

Abstract: This article analyzes the pedagogical experimentation in the teaching of Mathematics during the 3rd and 4th years of middle education (current 7th and 8th year of schooling in Portugal) between 1972 and 1975 which integrated Veiga Simão Reformation. The extension of compulsory education from six to eight years by unifying the first two years of technical education with the 1st cycle of secondary education was put to test during this period.

The study resorted to a documental analysis and the testimonies of participants gathered by interview.

The experiment took place over three years rehearsing a pedagogical approach that was intended to differ from the excessive formality of secondary education, but more comprehensive than the required expertise in technical education.

In the particular case of Mathematics, as to content, the programs were similar to those of high schools and rehearsed a design by behavioral objec-

tives using Bloom's taxonomy. In terms of methods, participants reported significant pedagogical innovations.

1 Introdução

Descreve-se como decorreu a experiência pedagógica na disciplina de Matemática nos 3.º e 4.º anos[1] do ensino básico, que se realizou nos anos letivos de 1972/73, 1973/74 e 1974/75 em Portugal, no âmbito da Reforma Veiga Simão e se traduziu na Lei 5/73, de 25 de julho de 1973 — Lei de Bases do Sistema Educativo[2], que não chegou a ser regulamentada, não tendo entrado em vigor. Essa experiência consistiu na introdução de algumas inovações pedagógicas e na tentativa de modificação da estrutura do sistema educativo, visando nomeadamente a democratização do ensino, numa perspetiva meritocrata e o alargamento da escolaridade básica obrigatória de seis para oito anos, através da unificação dos dois primeiros anos do ensino secundário técnico[3] com o 1.º ciclo do ensino secundário liceal[4] (3.º e 4.º anos).

Neste artigo pretende-se responder à seguinte questão central:

Como decorreu a experiência pedagógica na disciplina de Matemática nos 3.º e 4.º anos do ensino básico nos anos letivos de 1972/73 a 1974/75?

[1]Atuais 7.º e 8.º anos de escolaridade.

[2]Segundo a Lei 5/73, o sistema educativo passaria a englobar a educação pré-escolar, a educação escolar e a educação permanente. A educação escolar compreendia o ensino básico obrigatório, o ensino secundário, o ensino superior e a formação profissional. O ensino básico obrigatório era composto pelo ensino primário de 4 anos e o ensino preparatório também de 4 anos, perfazendo um total de 8 anos. O ensino secundário era dividido em dois ciclos, de 2 anos cada um. O 1.º ciclo de caráter geral, ministrado em escolas polivalentes e o 2.º ciclo de caráter complementar. O ensino superior onde também poderiam ingressar adultos maiores que 25 anos, sem as qualificações académicas habituais, poderia ser de curta duração, longa duração ou pós graduação. Este ensino seria assegurado pelas Universidades, Institutos Politécnicos, Escolas Normais Superiores e outros estabelecimentos equiparados. A Formação Profissional era destinada aos que possuíssem habilitação do ensino básico, curso geral do ensino secundário ou curso complementar do ensino secundário e optassem por essa formação.

[3]O ensino secundário técnico era procurado essencialmente pelas classes sociais mais baixas, que escolhiam cursos técnicos (industriais, agrícolas, comerciais e artísticos) cujo objetivo era ascender a um emprego qualificado e prosperar socialmente. Tratava-se de uma alternativa ao ensino superior. Era um ensino composto por disciplinas de cunho humanístico e disciplinas de cariz científico, paralelamente com disciplinas de índole prática e profissional.

[4]O ensino secundário liceal era preferencialmente pretendido pelas classes altas e médias altas, servindo as elites da população e surgia como transição entre o ensino primário e o ensino universitário, onde posteriormente se ocupavam lugares de topo a nível profissional. No que concerne à organização curricular, tratava-se de um ensino centrado numa formação humanística e científica.

Esta questão compreende um conjunto de outras, de âmbito mais específico, nomeadamente no que respeita à *conceção* da experiência:

• *Qual a política educativa que esteve na origem da criação da experiência pedagógica?*

Relativamente à *preparação* da experiência:

• *Quem elaborou o currículo da experiência? Quem construiu o grupo de trabalho responsável pela elaboração do programa das disciplinas? Como foi feita a escolha das escolas que participaram na experiência? Quais os critérios para lecionar na experiência?*

No que concerne à *experimentação* nas escolas:

• *Quem frequentou a experiência? Os professores sentiam-se com formação necessária para lecionar na experiência? Como foi gerido o tempo letivo e não letivo dos professores? Quais as inovações implementadas nos métodos de ensino? Quais as inovações dos conteúdos programáticos da disciplina de Matemática? Qual o sentimento dominante que a experiência suscitou nos alunos e nos professores?*

Em relação ao que se *manteve* depois da experiência:

• *Qual a política educativa que prevaleceu depois da experiência?*

Foi utilizada uma investigação qualitativa, identificando-se como um estudo de caso numa perspetiva histórica, onde a metodologia adotada para a recolha dos dados teve por base, numa primeira fase, uma análise documental (Programas de 1972; Projeto de Reforma do Sistema Escolar, 1971; Relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico [OCDE]/ Centro de Investigação e Inovação Educacional [CERI]/ Movimentos Internacionais para a Mudança Educativa [IMTEC]/74.02, legislação, bibliografia diversa,...) e numa segunda fase a realização de entrevistas com recurso a um guião a três professoras que lecionaram a disciplina de Matemática, uma professora que lecionou a disciplina Educação Visual, três alunos que participaram na experiência e entrevista aberta à professora Maria da Graça Fernandes, a responsável pelo currículo da experiência e orientação da mesma. A entrevista feita a uma professora que não lecionou a disciplina de Matemática na experiência deveu-se à intenção de verificar se as suas opiniões convergiam ou divergiam com as das professoras de Matemática quanto ao modo de atuar durante a experiência (Pedro, 2013).

2 Conceção da experiência

Nos anos 70, uma escolaridade de seis anos tornava-se insuficiente para um país, como Portugal, que necessitava de preparar pessoal qualificado para responder às exigências de uma economia (em vias de) industrialização, de modo a aproximar-se de outros países da Europa. Houve uma consciencialização de que a educação não se deve subordinar inteiramente à economia, mas que a ausência de progresso educacional contraria o desenvolvimento económico.

Foi neste sentido que Veiga Simão elaborou uma reforma geral do ensino, que se traduziu na Lei 5/73, onde (se procurava) plasmar a democratização do ensino, numa perspetiva meritocrata. Prolongava-se a escolaridade básica obrigatória de seis para oito anos, através da unificação dos dois primeiros anos do ensino secundário técnico com o 1.º ciclo do ensino secundário liceal (3.º e 4.º anos). No ano letivo de 1968/69 já se tinha dado a unificação dos dois primeiros anos do 1.º ciclo do ensino liceal e do ciclo preparatório do ensino técnico profissional, passando a designar-se por Ciclo Preparatório do Ensino Secundário – CPES, que atualmente corresponde ao 2.º ciclo do ensino básico. Unificação essa que contou com inovações nos métodos e nos programas de ensino, que deveriam ter continuidade nos anos posteriores. Pretendia-se uma abordagem ao nível dos conteúdos, diferente do ensino liceal, visto como demasiado formal, mas mais abrangente do que a especialização pretendida pelo ensino técnico (Almeida e Candeias, 2014). Por outro lado, justificava-se a unificação do ensino técnico com o ensino liceal a fim de sanar situações discriminatórias, na medida em que o primeiro usualmente era procurado pelos filhos das classes económicas desfavorecidas e o segundo era escolhido por quem podia ascender à universidade. Tratava-se de duas vias díspares na sua dignidade social, cultural e educativa.

Uma das intenções da Reforma Veiga Simão era constituir uma escolaridade obrigatória de oito anos composta por um ensino primário de quatro anos e um ensino preparatório também de quatro anos, cujo objetivo era retardar a escolha da via escolar ou profissional dos jovens. Nos penúltimos dois anos do ensino preparatório os alunos eram submetidos a um ciclo de observação onde se fazia o acompanhamento da sua evolução psicopedagógica e os últimos dois anos funcionavam como um ciclo de orientação, centrado no desenvolvimento de aptidões e interesses dos alunos de modo a facilitar-lhes a escolha da via escolar ou profissional que melhor se coadunasse com as suas tendências e capacidades. Pretendia-se que neste ciclo, assim como nos outros que o precediam, houvesse um currículo, igual para todos os portugueses, tendo em atenção as competências intelectuais, assim como os interesses, de cada aluno, potenciando um desenvolvimento equilibrado de cada um, através de um apoio personalizado.

Segundo Pedro (2013) foi neste contexto, que foi implementada a experiência dos 3.º e 4.º anos que decorreu numa "primeira leva", nos anos letivos de 1972/73 e 1973/74 e numa "segunda leva" nos anos letivos de 1973/74 e 1974/75.

Os alunos da primeira leva prosseguiram no ano letivo de 1974/75 em liceus ou escolas técnicas, onde frequentaram um 5.º ano sequencial. Na segunda leva os alunos fizeram o 5.º ano experimental, nas escolas preparatórias em continuidade com os 3.º e 4.º anos.

Veiga Simão, consciente do esforço que as famílias faziam, para manter os filhos na escola, ambicionando o acesso à mesma para todos, cria o IASE (Instituto de Ação Social Escolar), assim como decretou o cumprimento da escolaridade obrigatória, gratuita, nas escolas preparatórias públicas e nos postos oficiais da Telescola. Posteriormente, tendo em vista o alargamento de uma escolaridade obrigatória para oito anos, publicou o Decreto-Lei 524/73, de 13 de outubro de 1973, em que declarava a gratuidade do ensino preparatório, assim como os dois primeiros anos do ensino liceal e técnico, inclusive os 3.º e 4.º anos da experiência, enquanto não estivesse generalizado o ensino preparatório de 4 anos.

Segundo os testemunhos das professoras entrevistadas, o Ministério da Educação também disponibilizou verba para a experiência, que serviu para custear material e visitas de estudo, que tinham sempre um carisma interdisciplinar (Pedro, 2013).

3 Preparação da experiência

Segundo Pedro (2013), Graça Fernandes foi a responsável pela criação do currículo e do grupo de trabalho para elaboração dos programas em colaboração com Rui Grácio. Foi elaborado um novo currículo, que contou com a introdução de novos programas em todas as disciplinas. Segundo os Programas, 1972, a distribuição curricular e respetiva carga horária semanal da experiência do 3.º ano, foi a seguinte: Português, Matemática, Educação Física e Trabalhos Oficinais — 4 horas; Língua Estrangeira, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Educação Visual — 3 horas; Educação Musical — 2 horas; Educação Moral e Religiosa — 1 hora.

O grupo de trabalho responsável pela elaboração do programa das disciplinas dos 3.º e 4.º anos teve a composição apresentada na Tabela 1.

Nos Programas (1972) constavam diretrizes ao nível dos conteúdos, dos objetivos e didáticas de ensino, do qual a nossa investigação foi baseada na disciplina de Matemática. No que concerne aos conteúdos programáticos faziam referência aos conjuntos, conjunto dos números racionais relativos, problemas, relações, aplicações, vetores no plano, translações, rotações, simetrias

Disciplinas	Nomes	Origem
Português	Élia Pereira de Almeida	Metodóloga (no CPES) — Professora destacada do Liceu Maria Amália Vaz de Carvalho
	Maria de Lourdes Viegas	Metodóloga na Escola Comercial Veiga Beirão
Inglês	Maria dos Remédios Castelo Branco	Destacada como Inspetora na Direção de Serviços do Ciclo Preparatório
	Aníbal Garcia Pereira	Metodólogo no Liceu Nacional de Pedro Nunes
Ciências Humanas	Maria José Dantas Maia	Professora no Liceu Maria Amália Vaz de Carvalho
	Joel Serrão	Professor no Liceu Passos Manuel
Matemática	Alfredo Osório dos Anjos	Professor no Liceu Pedro Nunes
	Vítor Pereira	Professor numa Escola Técnica (?)[5]
Ciências da Natureza	Magda Botelho	Professora no Liceu Nacional Pedro Nunes
	Rómulo de Carvalho	Metodólogo no Liceu Nacional de Pedro Nunes
Educação Visual e Trabalhos Oficinais	Eugénia Sampaio Viola	(?)[6]
	Betâmio de Almeida	Professor no Liceu Nacional Pedro Nunes
	Marcelo Colaço Moreira de Sousa	Professor na Escola de Artes Decorativas António Arroio

Tabela 1: Composição do grupo de trabalho para elaboração do programa das disciplinas da experiência dos 3.º e 4.º anos, segundo Graça Fernandes.

axiais, isometrias, igualdade de triângulos e régua de cálculo. De modo a introduzir maior rigor na formulação dos objetivos, o programa recorreu à ta-

[5] Graça Fernandes não tem a certeza se Vitor Pereira lecionava numa Escola Técnica.
[6] Graça Fernandes não se lembra da escola onde lecionava Eugénia Sampaio Viola.

xonomia dos objetivos cognitivos de B. S. Bloom, na qual se propunha uma ordem para os sucessivos níveis a percorrer na aquisição dos conceitos. Foi indicado, dentro de parêntesis, o número que correspondia na taxonomia ao nível que se propunha, em cada objetivo. Com vista à aprendizagem da Matemática, eram referidos os seguintes objetivos: 1) Desenvolver a capacidade de matematizar situações da vida real; 2) Desenvolver a imaginação criadora; 3) Criar hábitos de reflexão; 4) Desenvolver as capacidades de análise e de síntese; 5) Desenvolver a aquisição consciente de determinadas técnicas de cálculo; 6) Fomentar o desenvolvimento intelectual dos alunos com vista à aquisição do pensamento operatório; 7) Consciencializar o aluno de que as construções matemáticas são apenas modelos aproximados do real; 8) Proporcionar o conhecimento de oportunidades próximas e futuras em matéria de atividade matemática profissional. Chamava-se a atenção, de que não se tratava de um programa com o objetivo de aquisição de técnicas de resolução de problemas previamente catalogados, do tipo estímulo-resposta, mas sim de um programa em que o aluno através da concretização de certas tarefas, ao aferir as suas conclusões, pudesse chegar por si mesmo a certos conceitos matemáticos. Para isso tornava-se útil, que o aluno na concretização dessas tarefas na sala de aula e até mesmo em provas de avaliação, tivesse a possibilidade de utilizar a régua de cálculo, tabelas, formulários, gráficos e o compêndio (em alguns casos). O ensino da Matemática deveria privilegiar a utilização de meios audiovisuais, resolução de problemas da vida real, o espírito critico, o trabalho de grupo, a interdisciplinaridade e o ensino pela descoberta, característiscas comuns à Matemática Moderna. Recomendava-se a existência de salas adaptadas à aprendizagem da Matemática e provavelmente haveria a intenção de organizar o que hoje denominamos de "Laboratórios de Matemática". Essas salas seriam compostas por mesas individuais, de modo a permitir que se pudessem juntar, para os alunos poderem trabalhar em grupos de quatro ou seis. O quadro deveria abranger toda a largura da sala, tendo uma parte quadriculada. Deste modo, o professor, em função das necessidades, tinha a liberdade de conduzir a aula, adotando uma atitude e metodologias que melhor se adequassem à situação, no sentido da prossecução de objetivos cognitivos, que o aluno pudesse atingir.

Veiga Simão entregou a supervisão dos novos programas a Orlando Ribeiro, professor catedrático de Geografia da Faculdade de Letras de Lisboa. Por sugestão dos autores dos programas, as escolas escolhidas deveriam ter em conta o meio socioeconómico e a diversificação regional, tendo sido estas variáveis estabelecidas por Orlando Ribeiro. Mas, o Diretor Geral do Ensino Básico, Fernando Teixeira de Matos, passou à frente desses critérios e impôs os seus, sem dar qualquer justificação[7]. Foram 19 as escolas escolhidas, algumas das quais não tinham condições materiais necessárias: nem todas tinham equipamento, laboratório, sala para trabalhos de vários tipos, etc.

Para a implementação da experiência, no ano letivo de 1972/73, das 19 escolas escolhidas, 14 foram escolhidas numa zona privilegiada, das quais 8 na região de Lisboa, a saber: Escola Preparatória D. António da Costa — Almada; Escola Preparatória Álvaro Velho — Barreiro; Escola Preparatória Fernando Pessoa — Lisboa; Escola Preparatória Francisco de Arruda — Lisboa; Escola Preparatória Luís António Verney — Lisboa; Escola Preparatória Luís de Camões — Lisboa; Escola Preparatória Manuel da Maia — Lisboa; Escola Preparatória Pedro de Santarém — Lisboa; Escola Preparatória Dr. Leonardo Coimbra — Porto; Escola Preparatória Ramalho Ortigão — Porto; Escola Preparatória Doutor Oliveira Salazar — Viseu; Escola Preparatória André Soares — Braga; Escola Preparatória Afonso de Paiva — Castelo Branco; Escola Preparatória Eugénio de Castro — Coimbra; Escola Preparatória Gil Fernandes — Elvas; Escola Preparatória André Resende — Évora; Escola Preparatória D. Afonso III — Faro; Escola Preparatória Dr. João de Barros — Figueira da Foz; Escola Preparatória D. Dinis — Leiria.

Entretanto, Veiga Simão exarou um despacho sobre o lançamento da experiência, intitulado Lançamento Experimental da Escolaridade Obrigatória de Oito Anos com Novos Programas[8], datado de 9 de Agosto de 1972.

No ano letivo de 1973/74, foram escolhidas mais 19 escolas, ficando 38 escolas com a experiência, das quais 19 com os 3.º e 4.º anos e 38 com o 3.º ano. Essa escolha foi feita novamente com ausência de planificação, tendo, sim, havido um recurso à vontade dos responsáveis das divisões administrativas das regiões, que viam as instalações das escolas nas suas regiões como meio de prestígio pessoal e influência política.

No que concerne ao recrutamento dos professores, os autores dos programas sugeriram enviar aos professores das escolas escolhidas os novos programas, acompanhados de um inquérito, de modo a fazer uma sondagem sobre a sua vontade de participação na experiência pedagógica. A Direção de Serviços do Ciclo Preparatório, no entanto, endereçou convites aos professores com melhor nota no certificado de aptidão para o professorado, para participar na mesma. Para além disso, eram considerados, segundo as indicações dos

[7]Relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico [OCDE] / Centro de Investigação e Inovação Educacional [CERI] / Movimentos Internacionais para a Mudança Educativa [IMTEC]/74.02 — p. 41.

[8]Segundo Graça Fernandes, na entrevista que nos concedeu no dia 27 de fevereiro de 2012, “Novos Programas”, para Veiga Simão, era sinónimo de inovação nos conteúdos, metodologias, didática, etc.

inspetores, os professores com espírito aberto e capazes de uma nova atitude pedagógica. Duas das professoras entrevistadas pensam que esse convite se deveu ao facto de terem realizado estágio pedagógico no CPES, na disciplina de Matemática, no ano anterior, encontrando-se abertas às inovações. Outra das professoras considera que esse convite esteve na base de ter obtido uma boa classificação no estágio.

No ano letivo de 1973/74, perante a decisão tardia de alargar o processo a escolas situadas em pequenas cidades, foi necessário contratar rapidamente professores com pouca preparação científica, sendo que a sua habilitação académica, em muitos casos, não ia além de um bacharelato. No entanto, nas grandes cidades, o critério, embora contestado, foi o mesmo do utilizado no ano letivo de 1972/73.

4 Experimentação nas escolas

A experiência dos 3.º e 4.º anos funcionava em paralelo com os 3.º e 4.º anos nos liceus e escolas técnicas. Segundo os testemunhos das professoras, em geral, os alunos que ingressaram na experiência ambicionavam prosseguir os estudos. Para os alunos, o consentimento dos pais para o ingresso na experiência deveu-se a uma maior proximidade casa/escola, manutenção do grupo de amizades, "mudança de destino" dos filhos e abertura à inovação.

Quanto à formação profissional dos professores, apenas uma das testemunhas admitiu não ter formação académica para lecionar aqueles anos de escolaridade, no entanto, ultrapassou esse obstáculo com o trabalho cooperativo entre colegas.

Os professores que participavam na experiência tinham 12 horas letivas, sendo as outras horas dos seus horários ocupadas em reuniões semanais dos conselhos de turma, onde se elaboravam exercícios interdisciplinares e se tratava da dinâmica da turma, fomentando-se a coordenação de atitudes entre as várias disciplinas. Algumas horas eram dedicadas em reuniões com colegas de outras escolas, do mesmo grupo disciplinar, envolvidos na experiência. No caso da Matemática, nessas reuniões eram elaboradas fichas de trabalho ou restruturadas as que vinham do Ministério da Educação, dado que os alunos não tinham manual.

O trabalho cooperativo que se desenvolveu com os professores de outras escolas era uma metodologia que até ali não era normalmente utilizada.

Também eram feitas reuniões mensais com os autores do programa e professores da mesma área disciplinar de outras escolas, reuniões trimestrais com os autores dos programas, coordenadores, e professores de outras escolas envolvidos na experiência e reuniões com os Encarregados de Educação.

Foi uma experiência que se destacou pela inovação, tanto nos métodos de ensino como nos conteúdos programáticos. Segundo os testemunhos das professoras, no que concerne às inovações bem aceites nos métodos de ensino, destacam as atividades de investigação, conduzindo os alunos à descoberta, trabalho de grupo, interdisciplinaridade, ligação entre os conteúdos teóricos e a realidade, com recurso a visitas de estudo (custeadas pelo Ministério da Educação) ou saídas da sala de aula. Em relação às inovações mal aceites, referem a Taxonomia de Bloom, pois consideram que um aluno é avaliado globalmente e não de uma forma compartimentada. Relativamente às inovações nos conteúdos da disciplina de Matemática, as professoras destacam as relações binárias, noções básicas de funções, isometrias, translações, rotações e simetrias axiais. Uma das professoras comentou que o grupo de Lisboa decidiu não lecionar a régua de cálculo, por considerarem um conteúdo demasiado ambicioso para alunos desta faixa etária (12–14 anos).

No que respeita às memórias da experiência, as professoras realçam o trabalho de grupo, a cultura da aula onde se experimentaram novos métodos de aprendizagem, a interdisciplinaridade, a continuidade pedagógica, o trabalho de equipa, a dedicação à escola, as relações continuadas entre professores e alunos e entre professores, enquanto que os alunos dão maior enfase ao convívio, aos recursos disponíveis, à capacidade de autonomia e iniciativa, as disciplinas diferentes e à diversidade de conteúdos.

Vários são os comentários dos alunos, revelando o sentimento dominante, relativamente à experiência, patente num relatório[9]:

> "Este tipo de ensino abre os olhos para o mundo que nos rodeia e torna-nos capazes de nos interessar pela política e ler um jornal";
>
> "Sabemos criticar os problemas atuais e conseguimos saber o que está correto ou não. Temos ideias";
>
> "No liceu devemos assimilar uma grande quantidade de matéria, enquanto aqui tentamos compreender e refletir. Preferimos estes programas, porque eles são mais atuais, no que diz respeito aos temas estudados, …";
>
> "Tomamos a prática como elemento principal. No lugar da teoria, como se faz no liceu, temos aprendido a criticar as coisas, a ver

[9] Relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico [OCDE] / Centro de Investigação e Inovação Educacional [CERI] / Movimentos Internacionais para a Mudança Educativa [IMTEC] / 74.02

> como elas são, refletir antes de falar, estudar os problemas, fazendo análises profundas e compreender as coisas";
>
> "Insistimos mais na qualidade do que na quantidade" (p. 53).

Também no mesmo relatório é expressa a opinião dos professores relativamente aos alunos (comparações feitas com amigos da mesma idade, de irmãos ou irmãs, não submetidos ao mesmo tipo de experiência):

> "Estão muito mais abertos, mais independentes, mais responsáveis, mais perto dos professores";
>
> "Estão melhor preparados para enfrentar a vida e nunca estiveram tão felizes. As crianças estão mais felizes e trabalham com mais interesse";
>
> "Este método é mais interessante porque dá-lhes uma maior abertura e uma maior cultura geral. É um ensino mais livre" (p. 50).

5 O que se manteve depois da experiência

Segundo a opinião das professoras entrevistadas e conforme o que é relatado na documentação analisada, apesar da experiência dos 3.º e 4.º anos ter corrido bem, ela foi interrompida dado que ocorreu o 25 de abril de 1974. A Reforma Veiga Simão foi posta de parte na medida em que Veiga Simão tinha sido um ministro do regime fascista e a escolaridade obrigatória voltou a ser de seis anos, mas muito do que foi conseguido perdurou no tempo e na memória dos seus atores. Na opinião de três das professoras entrevistadas, registou-se um aproveitamento desta reforma, quando, em 1975, se procedeu à unificação do ensino secundário, terminando de vez com a separação entre o ensino liceal e técnico, apenas ao nível dos cursos gerais.

No entanto, segundo o parecer de uma das professoras, esse aproveitamento não foi muito vantajoso, pois o ensino unificado tinha uma forte componente cientifica, algo que também aconteceu com os 3.º e 4.º anos experimentais, em detrimento de um ensino técnico, que na sua opinião, tão bons profissionais produzia, tendo-se operado aquilo que Rui Grácio chamou de "licealização"[10] do ensino unificado. Por outro lado, uma das entrevistadas participou na realização dos programas de Matemática do ensino unificado tendo referido que o mesmo se decalcou nos programas dos 3.º e 4.º anos da experiência.

[10] Segundo Graça Fernandes, era uma expressão muito utilizada por Rui Grácio.

A relação entre a experiência dos 3.º e 4.º anos e a unificação foi referida por Rui Grácio da seguinte maneira:

> "Revertamos, porém, ao curso geral. As instâncias oficiais comunicaram oportunamente os seus objetivos e o seu currículo, sendo transparente a vontade de superar as funções sociais e as configurações pedagógicas respetivas da organização dos estudos liceais e técnico-profissionais que têm vigorado, marcados respetivamente por um saber académico e enciclopedístico divorciado da prática social e por um fazer utilitarístico sem adequado suporte teórico e científico.
>
> Na experiência inovadora dos 3.º e 4.º anos do ensino preparatório, e seu prolongamento no chamado 5.º ano de transição, encontravam-se (em minha opinião, e creio que na de observadores suficientemente informados e despreconceituosos) ensaios e resultados muito interessantes para o planeamento do curso secundário unificado. Naquela experiência, a fixação do currículo e dos programas de ensino e atividade foi precedida, e deduzida, de uma discussão aprofundada dos objetivos do ciclo global de estudos, bem como de cada uma das disciplinas curriculares. Penso que isso sucedeu então pela primeira vez entre nós, inovando significativamente o costume arreigado, e mesmo obsessivo, de definir "os programas", descurando por inteiro a explicitação dos objetivos e subvalorando o aclaramento do processo de ensino/aprendizagem" (Grácio, 1995, II, p. 409).

No que concerne à democratização do ensino, são várias as opiniões das professoras entrevistadas. Para uma das professoras, iniciou-se uma democratização, nos anos experimentais da reforma, na medida em que houve uma transformação significativa daquilo que era o ensino, tendo havido uma difusão dessas mudanças nos anos seguintes Foi consolidada, na medida em que, por exemplo na sua escola, muitos dos alunos de uma turma da experiência, onde estavam integrados jovens muito desfavorecidos, quase todos, tiraram um curso superior. Outra das professoras considera que não ocorreu uma verdadeira democratização, na medida em que apenas se retardou a entrada para o ensino técnico dos alunos que estavam "destinados" a esse fim. Enquanto outra professora pensa que não houve tempo para ser consolidada essa democratização, nos anos experimentais da Reforma

6 Reflexão Final

"Experiência muito promissora para o desenvolvimento do ensino básico em Portugal" (V. Simão, entrevista pessoal, 17 de dezembro de 2012)[11].

Segundo Pedro (2013), perante os testemunhos e a documentação consultada tratou-se de uma experiência com êxito. No caso da Matemática o sucesso da experiência deveu-se sobretudo ao realce que se deu à investigação, à experimentação, à discussão, a relação entre esta disciplina e a realidade, à interdisciplinaridade, ao trabalho de grupo, ao uso de meios audiovisuais, características inerentes ao Movimento da Matemática Moderna que foi disseminada a partir de 1968, com a criação do CPES. Na opinião do mesmo autor, outra conclusão a tirar deste estudo é que a inovação no ensino não se pode impor por Decreto-Lei, pois é necessário que os seus intervenientes a ela adiram voluntariamente. É também extremamente relevante o fator "clima de escola", isto é, a colaboração entre professores, entre os alunos, liberta de competição e animada pelo espírito de solidariedade. Mas para que tal se possa processar, são imprescindíveis condições de trabalho, nomeadamente horários que permitam a concretização de reuniões e o tempo necessários para o debate coletivo e apropriação individual de saberes e atitudes. Por outro lado, em Matemática, onde se regista um elevado insucesso, a introdução de pequenas mudanças no processo de ensino podem ajudar os alunos a modificar a sua atitude face a esta disciplina. Mudanças essas que muitas vezes são condicionadas pela ausência de incentivos aos professores, como aqueles que foram referidos anteriormente.

Referências

Almeida, M. C., & Candeias, R. (2014). Os programas de matemática do ensino primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário. In A. Almeida, & J. Matos (Eds.), *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835–1974)* (pp. 39–68). Caparica: UIED e APM.

Grácio, R. (1995). *Obra Completa* (3 vols.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Programas (1972) — Decreto-Lei 48547. Lisboa: Ministério da Educação Nacional.

Projeto do Sistema Escolar, 1971.

[11] Entrevista realizada pela primeira autora deste artigo.

Pedro, M. M. S. B. (2013). *A Experiência Pedagógica na Matemática nos terceiro e quarto anos (1972–1975).* Tese de Mestrado. Monte da Caparica: Universidade Nova de Lisboa.

Relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico [OCDE] / Centro de Investigação e Inovação Educacional [CERI] / Movimentos Internacionais para a Mudança Educativa [IMTEC] / 74.02.

Os saberes geométricos no ensino primário brasileiro (1890 a 1970): uma teia de significados

Maria Célia Leme da Silva
GHEMAT – UNIFESP – Brasil
celia.leme@unifesp.br

Resumo: O artigo discute os saberes elementares geométricos do ensino primário no ensino primário brasileiro, desde o final do século XIX até 1970. O processo de constituição do ensino primário preserva características distintas dos demais níveis de ensino. Diferentemente das disciplinas que compõe os ensinos secundário e superior, o curso primário é criado como um compósito de saberes elementares e necessários para o processo de escolarização da criança. Identifica-se uma multiplicidade de terminologia empregada aos saberes geométricos, como geometria, desenho, formas, taquimetria. O estudo analisa como esse amálgama de saberes é produzido nos diferentes momentos históricos, de modo a dialogar com as referências externas. Será possível identificar nesses saberes elementares, similaridade com a disciplina geometria? Será adequado o uso da expressão geometria nos anos iniciais de escolarização?

Abstract: This article discusses the elementary geometric knowledges in Brazilian elementary school since the late nineteenth century until 1970. The constitution process of primary education preserves distinctive features of other levels of education. Unlike the disciplines that make up the secondary and higher education, primary school is created as a composite of elementary knowledge necessary for the child's educational process. Identifies a multiplicity of terminology used to geometrical knowledge, like geometry, design, shapes, taquimetria. The study analyzes how this amalgam of knowledge is produced in different historical moments, in order to dialogue with the external references. You can identify these elementary knowledge, similarity with the geometry discipline? Is it appropriate to use the expression geometry for the elementary school?

Considerações iniciais

O presente texto tem por finalidade analisar os saberes elementares geométricos do ensino primário, no período de vigência dos chamados grupos escolares brasileiros, mais particularmente no período de 1890 a 1970. Procura discutir, refletir e indicar possíveis respostas para a questão: o que se entende por geometria dos anos iniciais? Tal pergunta tem origem nas discussões e debates ocorridos durante o XI Seminário Temático "A Constituição dos Saberes Elementares Matemáticos: A Aritmética, a Geometria e o Desenho no curso primário em perspectiva histórico-comparativa, 1890–1970"[1] . Diante de uma diversidade de terminologias empregadas para as matérias escolares do curso primário brasileiro em que se identificam conceitos geométricos, como desenho, desenho linear, desenho geométrico, formas, geometria, pergunta-se: todas essas matérias escolares são equivalentes? Se não, em que elas se diferenciam? O que se designa por geometria preserva similaridades comparativamente as demais matérias? Que relação a matéria "geometria" do curso primário mantém com a disciplina "geometria" estudada no ensino secundário? Por fim, será adequado o uso da expressão ensino de "geometria" nos anos iniciais de escolarização?

A investigação de saberes matemáticos elementares no curso primário tem se mostrado um processo desafiador aos historiadores da educação matemática, na medida em que os anos iniciais de escolarização carregam particularidades específicas. Valente (2014) elenca as peculiaridades da cultura escolar primária: os primeiros anos escolares, matematicamente falando, têm referência numa matemática primeira, básica, a mais elementar; o professor dos anos iniciais é um profissional polivalente, a ele cabe o trato com variados saberes não organizados em forma de disciplina. O autor também ressalta que a pesquisa em história da educação matemática nos primeiros anos escolares obriga a imersão e conhecimento de uma *cultura escolar não disciplinar* (p. 2). Nesse sentido, dois conceitos chaves — *cultura escolar* e *disciplina escolar* — são postos em relevo e precisam ser incorporados às investigações que focam os primeiros anos escolares.

Os estudos do historiador Dominique Julia (2001) vem subsidiando as pesquisas em História da Educação no Brasil (Faria Filho e Vidal, 2004), assim como a produção da História da educação matemática[2], em especial, na conceituação de *cultura escolar* como "um conjunto de normas que definem co-

[1] Projeto financiado pelo CNPq – Brasil que envolve a participação de pesquisadores de cerca de quatorze estados brasileiros. Os anais do XI Seminário Temático ocorrido no 1.º semestre de 2014 estão disponíveis no site do evento (`http://seminariotematico.ufsc.br/`). Agradeço à pesquisadora Ivanete Santos pelos questionamentos que desencaderam na presente reflexão.

[2] Seguimos a distinção de Valente (2013) entre "Educação Matemática"e "educação matemática": a primeira expressão designa o recente campo acadêmico, lugar de investigações sobre ensino e aprendizagem da matematica. A segunda expressão remete aos processo de ensino e aprendizagem da Matemática desde tempos imemoriais, constituindo-se, assim, em tema de pesquisa dos estudos de história da educação matemática (p. 24).

nhecimentos a ensinar e condutas a inculcar e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos" (p. 10). Julia chama a atenção de que as normas e as práticas não podem ser analisadas excluindo o corpo profissional de docentes que são "chamados a obedecer a essas ordens" (p. 11), a saber, os professores primários e os demais professores. Em outras palavras, fica explícita a relevância dos docentes no processo analítico, assim como a separação do corpo profissional de professores primários aos demais, expressa e evidenciada por formação distinta, sendo que tal separação permeia a compreensão da cultura escolar em cada período histórico.

Quanto a consideração de uma cultura escolar *não disciplinar*, destacado por Valente, retoma-se a noção de disciplina escolar cunhada por Chervel (1990), igualmente difundida e empregada nas investigações históricas do Brasil. Chervel considera que apesar do termo "disciplina" ao longo da história receber diferentes significados, este não rompeu o contato com o verbo disciplinar. Para o autor "uma 'disciplina', é igualmente, para nós, em qualquer campo que se a encontre, um modo de disciplinar o espírito, quer dizer de lhe dar os métodos e as regras para abordar os diferentes domínios do pensamento, do conhecimento e da arte" (p. 05)

Chervel (1990) se recusa a aceitar a concepção dos conteúdos de ensino como vulgarizações ou adaptações da ciência de referência ou ainda como a imagem de uma "pedagogia-lubrificante". Como exemplo, cita que a "teoria gramatical" ensinada na escola francesa não é a expressão das ciência de referência, mas uma gramática escolar que foi historicamente criada pela própria escola, na escola e para a escola. De modo similar, busca-se compreender a "geometria" ensinada nos grupos escolares como um produto historicamente construído pela escola primária brasileira no período em questão. Por outro lado, é preciso considerar a pedagogia como elemento constituinte do mecanismo que transforma os ensinos em aprendizagens na produção do saber escolar, "excluir a pedagogia do estudo dos conteúdos é condenar-se a nada compreender do funcionamento real dos ensinos" (1990, p. 182).

Por fim, Chervel salienta que "tudo muda a partir do momento em que se renuncia a identificar os conteúdos de ensino com as vulgarizações ou com as adaptações, pois as disciplinas de ensino são irredutíveis por natureza a essas categorias" (1990, p. 183) e propõe ao pesquisador o estudo da constituição e funcionamento de uma disciplina escolar, a partir de três conceitos: a sua gênese, sua função e seu funcionamento, os quais considerando os anos iniciais de escolarização, carregam especificidades.

A historiadora Rosa Fátima de Souza discute a função da escola primária no final do século XIX como a de uma "escola popular elevada à condição de redentora da nação e de instrumentos de modernização por excelência" (SOUZA, 2000, p. 12). Novas disciplinas são introduzidas como ciências, desenho e educação física de modo a articularem-se com a linguagem da modernidade. Entretanto, apesar das inúmeras mudanças decorrentes da renovação pedagógica e da constituição de currículos modernos, a distinção entre um ensino secundário de cultura geral para as elites e um ensino primário voltado para a formação dos trabalhadores não se altera, reafirmando as distintas finalidades para cada um dos ensinos. Em síntese, a constituição dos saberes da escola primária é tributária, de uma parte a formação de uma classe trabalhadora de modo a atender o desenvolvimento econômico e social do país e de outra parte, a história da pedagogia, em que a metodologia do ensino cumpre papel relevante:

> mesmo o conhecimento científico, cujo processo de especialização resultou nas disciplinas específicas, foi incorporado na escola primária com características muito peculiares, isto é, em forma de rudimentos ou noções vinculadas fortemente à metodologia de ensino (SOUZA, 2000, p. 15)

Desta forma, na busca de compreender o que vem a ser a "geometria" do ensino primário, se fez necessário investigar uma diversidade de matérias escolares, com designações distintas, e afastar-se da disciplina "geometria" atrelada ao ensino secundário. Em outras palavras, debruçar-se sobre uma *cultura escolar não disciplinada* e identificar o compósito de saberes geométricos produzidos nesta cultura no decorrer dos anos 1890 a 1970. No presente estudo, examina-se a incorporação de três saberes geométricos presentes na escola primária brasileira. Porém, antes de analisar o período em questão, retoma-se os primeiros passos do saber geométrico no curso primário.

Noções de geometria prática — o saber geométrico do Império

O historiador Wagner Valente apresenta no artigo "Tempos de Império: a trajetória da geometria como um saber escolar para o curso primário" os primeiros passos do ensino de geometria na chamada escola de primeiras letras do Império. De acordo com Valente (2012) a introdução dos estudos de geometria vincula-se ao texto de Martim Francisco d'Andrada que por sua vez, é uma adaptação dos escritos de Condorcet. As primeiras noções de geometria propostas por Condorcet para o segundo ano do curso primário consideram que:

> [...] o ensino deverá caminhar para os elementos de agrimensura, que serão desenvolvidos suficientemente para colocar em prática, no terreno, o agrimensor. [...] As crianças serão levadas a praticar a agrimensura na prática, nos terrenos; elas igualmente deverão fazer figuras, seja com régua e compasso, seja à mão livre (Coutel & Kintzler, 1989 apud VALENTE, 2012, p. 76).

Após muitos debates entre os parlamentares, o texto final da primeira lei sobre a instrução no Brasil de 1827 enuncia que "os professores ensinarão a ler, escrever, as quatro operações de aritmética, prática de quebrados, decimais e proporções, *as noções mais gerais de geometria prática*, a gramática da língua nacional [...]" (MOACYR, 1936, p. 189, grifos nossos).

Destaca-se também que o programa do ensino elementar sobre a reforma da capitania de São Paulo, escrito em 1816 e oferecido à Assembleia Constituinte e Legislativa de 1823 traça para as escolas de primeiras letras, um programa de três anos, no qual consta para o 1.º ano as "primeiras noções de geometria, particularmente as que forem mais necessárias à medição de terrenos, e exercícios de traços, figuras a mão e com o compasso e régua (2.º ano)" (MOACYR, 1936, p. 560).

Tudo indica que os primeiros saberes geométricos podem ser identificados com dois significados: um primeiro estritamente vinculado às necessidades do agrimensor, que se traduz pelas medidas de terrenos e um segundo significado submetido à prática de traçados, sejam eles realizados à mão livre ou com instrumentos, e neste sentido, vincula-se ao ato de desenhar. Em síntese, medidas e traçados de figuras constituem os primórdios dos saberes geométricos na escola de primeira letras.

O presente artigo indaga: Como essa herança se apresenta no novo modelo dos grupos escolares criado em 1893 pelo Estado de São Paulo? Outros significados são incorporados? Como os saberes geométricos se constituem neste novo tempo histórico, revestido pela vaga pedagógica defendida pelos republicanos, o chamado método intuitivo ou de lições de coisas?

Taquimetria — o saber geométrico das lições de coisas defendido por Rui Barbosa

Os primeiros anos da República brasileira assinalam mudanças significativas no cenário educacional. Em 1883, Rui Barbosa, relator da Comissão de Instrução Pública, é convidado a redigir dois pareceres[3] sobre a educação pública no Brasil, referentes ao Decreto n.º 7.247, de 19 de abril de 1879, assinado por Carlos Leôncio de Carvalho. Os pareceres são considerados documentos emblemáticos no processo de reforma do ensino primário, servem de referência para os republicanos nos debates e proposições sobre a educação popular no final do Império (SOUZA, 2009).

Em relação ao ensino de geometria, o parecer de Rui Barbosa propõe a conjugação da geometria com as lições de coisas, marca central da metodologia anunciada na proposta de ensino:

> Não seria completa a base comum da educação geral, que a escola popular deve abranger em si, se depois de discernir, debuxar, e modelar as combinações geométricas das linhas, superfícies e sólidos, os alunos não adquirissem certa preparação elementar no cálculo e medição delas. Para este fim introduzimos desde o segundo grau da escola a taquimetria. Inteiramente ignorada até hoje entre nós na prática do ensino, a taquimetria encerra em si o único sistema capaz de tornar a ciência geométrica um elemento universal de educação popular. A taquimetria é a concretização da geometria, é o ensino da geometria pela evidência material, a acomodação da geometria às inteligências mais rudimentares: é *a lições de coisas* aplicada à medida das extensões e volumes (BARBOSA, 1946, p. 290).

Observa-se que os "elementos de agrimensura" são traduzidos na nova vaga pedagógica pela "concretização da geometria", porém reafirma o significado do saber geométrico vinculado ao cálculo de medidas. Sintetizado pelos termos "observar" e "trabalhar", o método lições de coisas proposto por Pestalozzi[4], apresenta o ensino a partir da intuição, e esta se configura como uma atividade intelectual, que não se limita à simples visão e contemplação dos objetos, refere-se ao aprender trabalhando, fazendo, relacionando conhecimentos e atividades práticas (ZANATTA, 2012).

[3]Rui Barbosa apresenta ao parlamento brasileiro dois pareceres em 1882: um sobre a reforma do ensino primário e outro sobre o ensino secundário e superior. O parecer sobre o ensino primário intitulado é de 12 de setembro de 1882, mas a publicação do volumoso incluindo os anexos foi concluída em 1883, data efetiva de aparecimento desse documento (SOUZA, 2009).

[4]Johann Heinrich Pestalozzi (1746–1827), educador suíço, nasceu em Zurich. Quando estudante participou de movimentos de reforma política e social. Conhecido por sua ação como mestre, diretor e fundador de escolas, suas ideias demarcam a Pedagogia Intuitiva, cuja característica básica é oferecer, na medida do possível, dados sensíveis à percepção e observação dos alunos (ZANATTA, 2012).

A dissertação de mestrado de Frizzarini (2014) ao investigar as transformações dos saberes geométricos nos programas dos grupos escolares paulistas conclui que a taquimetria é uma herança de Rui Barbosa que permanece sem restrição em todos os programas primários de São Paulo de 1894 a 1950. Caracterizada como a "concretização da geometria", a taquimetria do curso primário paulista está presente na matéria de Geometria até o programa de 1934 e restringe-se aos anos finais, englobando as noções de áreas e volumes de figuras e sólidos. Tudo indica que a posição ao final do curso primário revela que a taquimetria é determinante à formação profissional do aluno, visto que desenvolve a praticidade dos saberes geométricos.

No programa de 1949/50, a taquimetria é retirada da matéria Geometria e incorporada a uma nova matéria, a Aritmética. O programa de 1949/50 tem as medidas de áreas e volumes altamente exploradas na matéria de Aritmética, nesta são propostos aos alunos que façam os cálculos de áreas e volumes a partir de problemas práticos com objetos do cotidiano da criança, para posteriormente realizar as medições de modo abstrato.

De todo modo, desde a primeira legislação até os anos de 1950, a taquimetria ou a lições de coisas aplicada à medida das extensões e volumes pode ser considerado um dos significados do saber geométrico do ensino primário brasileiro.

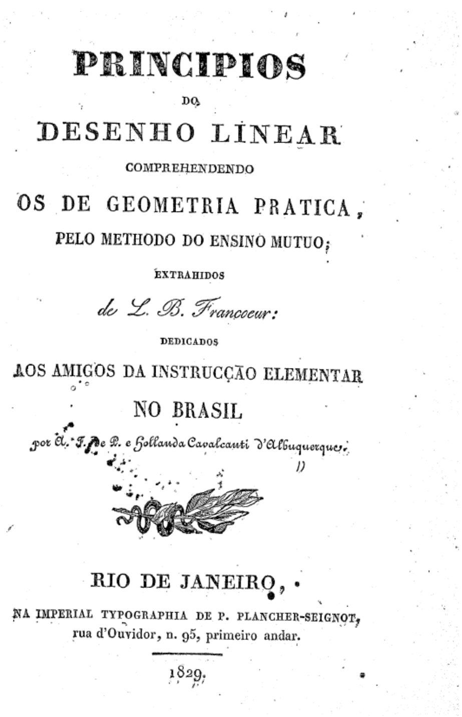
Traços de desenho — o saber geométrico atrelado às construções geométricas

O segundo significado de saberes geométricos herdado dos tempos de Império diz respeito à prática de traçados. Esta herança é evidenciada pela grande proximidade entre as matérias de Geometria e de Desenho, visto que os primeiros manuais de Geometria destinados ao ensino de primeiras letras constituem na verdade, manuais de desenho. Muito provavelmente, o livro *Princípios do Desenho Linear compreendendo os de Geometria Pratica*[5], pelo método do ensino mutuo, extrahidos de L. B. Francoeur, de A. F. de P. e Hollanda Cavalvanti d'Albuquerque, publicado em 1829 tenha sido o primeiro manual de orientação para o ensino de geometria[6].

As atividades de desenho propostas no livro, indicam os passos que o aluno

[5]O livro pertence ao acervo da Fundação Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro. O texto traduzido por Holanda Cavalcanti de Albuquerque analisado pela pesquisadora Gláucia Maria Costa Trinchão (2008) no desenvolvimento de sua tese de doutoramento, que investiga o Desenho.

[6]Um estudo mais aprofundado sobre as atividades que compõe a obra pode ser lido em LEME DA SILVA e VALENTE, 2014.



PRINCIPIOS
DO
DESENHO LINEAR
COMPREHENDENDO
OS DE GEOMETRIA PRATICA,
PELO METHODO DO ENSINO MUTUO;
EXTRAHIDOS
de L. B. Francoeur:
DEDICADOS
AOS AMIGOS DA INSTRUCÇÃO ELEMENTAR
NO BRASIL
por A. F. de P. e Hollanda Cavalcanti d'Albuquerque.

RIO DE JANEIRO,
NA IMPERIAL TYPOGRAPHIA DE P. PLANCHER-SEIGNOT,
rua d'Ouvidor, n. 95, primeiro andar.
1829.

Figura 1: Capa do livro de Albuquerque

deve realizar para traçar figuras geométricas, como por exemplo: dividir um segmento em seis partes iguais; por um ponto fora de uma reta, construir uma perpendicular à reta; construir um triângulo equilátero; construir um trapézio, sendo dadas as bases e a altura; construir um paralelepípedo. Entretanto, as construções devem ser feitas à mão livre, sem uso de instrumentos geométricos pelo aluno, régua, esquadro, transferidor são utilizados somente pelo professor, para verificar a precisão do desenho. O aluno deverá refazer o desenho até que ele obtenha a precisão de uma construção geométrico com instrumentos.

Desse modo, a geometria prática, durante o Império, corresponde ao exercício e treino do olhar e sua transferência precisa ao traçado das figuras geométricas. Os saberes geométricos se apresentam nas construções de figuras geométricas à mão livre com precisão.

Com a República, um novo modelo de instrução pública se instaura, os chamados grupos escolares, que são criados primeiramente no estado de São Paulo, em 1893. No ano seguinte, em 1894, é publicada a primeira obra didá-

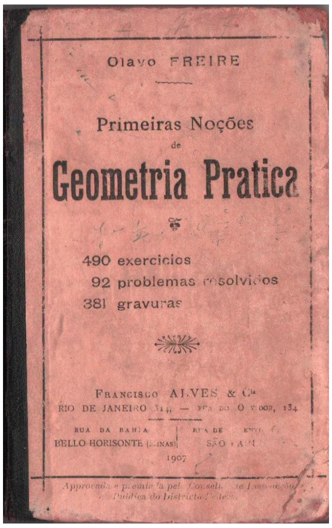


Figura 2: Capa do livro de Olavo Freire

tica para o ensino primário de geometria em tempos republicanos, *Primeiras Noções de Geometria Prática*, de Olavo Freire.

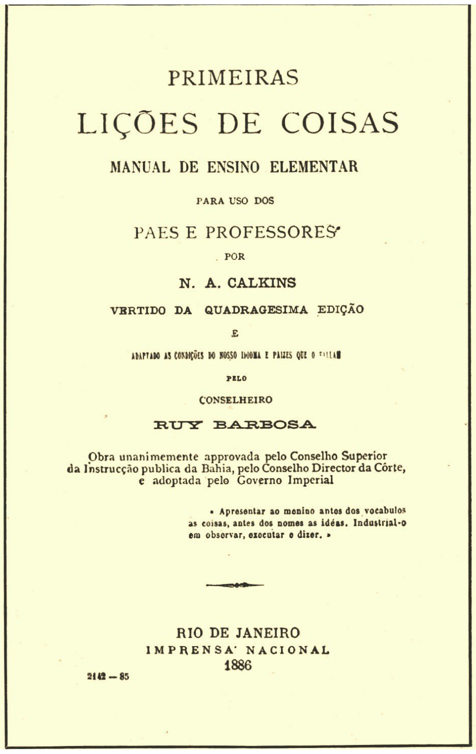
O livro[7] pode ser caracterizado como um livro de construções geométricas com instrumentos, ou seja, régua e compasso. Organiza-se por meio de uma sequência de problemas, desde o problema I — construção de um ângulo igual a outro ângulo dado até o problema XCII — construção de uma hipérbole com compasso sendo dados os focos e os vértices.

Em síntese, a geometria prática permanece vinculada ao desenho, porém a partir de então, com um novo ferramental na construção dos traçados, que corresponde aos instrumentos de construção, mais particularmente, a régua e o compasso. Os saberes geométricos se evidenciam nas construções de figuras geométricas, em que a perfeição é assegurada pelo instrumento e não mais pela observação do aluno.

Formas — o saber geométrico das lições de coisas proposto por Calkins

Para além da taquimetria e os desenhos, um terceiro significado dos saberes geométricos ganha força na chegada no constituição dos grupos escolares, o

[7] Um estudo mais aprofundado sobre as atividades que compõe a obra pode ser lido em LEME DA SILVA e VALENTE, 2014.


PRIMEIRAS
LIÇÕES DE COISAS
MANUAL DE ENSINO ELEMENTAR
PARA USO DOS
PAES E PROFESSORES
POR
N. A. CALKINS
VERTIDO DA QUADRAGESIMA EDIÇÃO
E
ADAPTADO AS CONDIÇÕES DO NOSSO IDIOMA E PAIZES QUE O FALLAM
PELO
CONSELHEIRO
RUY BARBOSA

Obra unanimemente approvada pelo Conselho Superior da Instrucção publica da Bahia, pelo Conselho Director da Côrte, e adoptada pelo Governo Imperial

« Apresentar ao menino antes dos vocabulos as coisas, antes dos nomes as idéas. Industrial-o em observar, executar e dizer. »

RIO DE JANEIRO
IMPRENSA NACIONAL
1886
2142 — 85

Figura 3: Capa do livro de Calkins

estudo das formas. O novo modelo da escola primária é igualmente identificado pela incorporação de um movimento pedagógico reformador, caracterizado pelos método de ensino intuitivo ou lições de coisas. O manual *Primeiras lições de coisas. Manual de ensino elementar para uso dos pais e mestres* é publicado originalmente nos Estados Unidos em 1861, e traduzido por Rui Barbosa em 1886 pela Imprensa Nacional, estrutura-se de modo a explicitar os princípios fundamentais das lições de coisas.

Para Calkins, as lições de formas são merecedoras de lugar especial no curso de instrução primária, pois essas desenvolvem no aluno a capacidade de percepção e observação das propriedades distintivas das coisas, que auxiliarão no decorrer das outras lições. As lições de forma estão organizadas em séries e em passos e além de apresentar um novo saber escolar, o ensino de formas, inaugura uma nova abordagem: o trabalho simultâneo com formas planas e sólidas no decorrer de todas as séries. Na segunda série, por exemplo, três assuntos são propostos como primeiro passo: formas lineares, cantos e sólidos — forma esférica.

Claro está que as formas estudadas nas lições são as formas geométricas, entretanto a finalidade do estudo das lições de coisas proposto por Calkins é de desenvolver faculdades de observar e de exprimir a forma de objetos e não para o estudo de geometria, em particular. O autor ainda ressalta: "Não tenteis incutir na acepção abstrata e em termos abstratos a ideia de linha, como, em classes de geometria, a alunos de mais idade" (CALKINS, 1950, p. 90). Ou seja, o estudo de definições e abstrações concernentes aos saberes geométricos é finalidade da matéria de geometria, destinada somente a alunos em nível mais alto de ensino.

Uma vez mais, pode-se evidenciar a presença de saberes geométricos nas lições de coisas, como uma referência e suporte para o ensino não só da geometria, que será desenvolvida em níveis mais altos de escolarização, mas de todos os demais saberes.

Considerações finais

A análise de três significados distintos para os saberes geométricos presentes no curso primário brasileiro, identificados desde o Império até os primeiros anos da República — taquimetria, desenho à mão livre e desenho com régua e compasso e formas, reitera a especificidade do ensino primário em comparação aos demais segmentos de ensino.

O estudo evidencia que apesar das diferentes denominações de matérias ou saberes a compor as orientações normativas, encontram-se conceitos, definições, temas, propriedades, representações e práticas pedagógicas relacionadas à geometria, sem entretanto se caracterizar como um estudo da disciplina "geometria". Desta forma, optamos por denominar esse amálgama de saberes, próprios da cultura escolar primária como saberes elementares geométricos. Vale considerar que certamente outros significados podem ser atribuídos aos saberes elementares geométricos, na medida em que os estudos avançam.

Retomando as questões iniciais, entendem-se que os saberes elementares geométricos estabelecem similaridades com a geometria do curso secundário, sem, contudo, coincidir com a disciplina de geometria. Suas finalidades são outras, constituídas pela escola de modo a atender demandas nos diferentes momentos históricos. Os saberes elementares geométricos não se configuram como uma redução ou simplificação da disciplina geometria do curso secundário, com processos de constituição e de trajetória distintos.

Referências

ALBUQUERQUE, A. F. P. H. C. *Princípios do Desenho Linear compreendendo os de Geometria Prática pelo método do ensino mútuo.* Extraídos de L. B. Francoeur. Rio de Janeiro: Na Imperial Typographia de P. Plancher-Seignot, 1829.

BARBOSA, R. Reforma do Ensino Primário e várias Instituições Complementares da Instrução Pública. *Obras Completas de Rui Barbosa.* Vol. X, 1883, tomo II. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, 1946.

CALKINS, N. A. *Primeiras lições de coisas.* Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, Obras completas de Rui Barbosa, Vol. XIII, tomo I, 1950.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n.º 2. Porto Alegre, RS, 1990.

FARIA FILHO, L. M. & VIDAL, D. G. A cultura escolar como categoria de análise e como campo de investigação na história da educação brasileira. *Educação e Pesquisa.* São Paulo, v. 30, n.º 1, p. 139–159, jan./abr. 2004.

FREIRE, O. *Primeiras Noções de Geometria Prática.* Rio de Janeiro: Francisco Alves & Cia, 1907.

FRIZZARINI, C. R. B. *Do ensino intuitivo para a escola ativa: os saberes geométricos nos programas do curso primário paulista.* 2014. Dissertação (Mestrado em Educação e Saúde) — Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2014.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação.* Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/jun. n.º 1, 2001.

MOACYR, P. *A instrução e o Império.* 1.º Vol., 1936. Brasiliana Eletrônica. Disponível em: `http://www.brasiliana.com.br/obras/a-instrucao-e-o-imperio-1-vol/pagina/189/texto`. 23 de agosto de 2014.

LEME DA SILVA, M. C. Desenho e geometria na escola primária: um casamento duradouro que termina com separação litigiosa. *História da Educação* (UFPel), v. 18, p. 109–121, 2014.

LEME DA SILVA, M. C. & VALENTE, W. R. (Orgs). *A geometria nos primeiros anos escolares: História e perspectivas atuais.* Campinas, SP: Papirus, 2014.

SOUZA, R. F. Inovação educacional no seculo XIX: a construção do currículo da escola primária no Brasil. *Cadernos do CEDES (UNICAMP)*, Campinas, v. 51, p. 33–44, 2000.

____________. *Alicerces da Pátria: História da escola primária no estado de São Paulo (1890–1976)*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

TRINCHÃO, G. M. C. *O desenho como objeto de ensino: história de uma disciplina a partir dos livros didáticos luso-brasileiros oitocentistas*. Tese (Doutorado em Educação). RS: Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade do Vale do Rio dos Sinos/UNISINOS, 2008.

VALENTE, W. R. Tempos de Império: a trajetória da geometria como um saber escolar para o curso primário. *Revista Brasileira de História da Educação*. Campinas-SP, v. 12, n.º 3 (3), p. 73–94, set./dez., 2012.

VALENTE, W. R. Oito temas sobre História da educação matemática. *REMATEC Revista de Matemática, Ensino e Cultura*. Ano 8, n.º 12, jan./jun., 2013, p. 22–50.

VALENTE, W. R. Editorial. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*. v. 1, n.º 1, 2014. Disponível em: `http://aplicacoes.ifs.edu.br/seer/ojs-2.4.3/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/issue/view/2/showToc`. Acesso em: 04 ago. 2014.

ZANATTA, B. A. O Legado de Pestalozzi, Herbert e Dewey para as práticas pedagógicas escolares. *Revista Teoria e Prática da Educação*, v. 15, n.º 1, p. 105–112, jan./abr., 2012.

Os programas de Matemática do Ensino Primário e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário (1926–1974)

Mária Cristina Almeida
UIED – FCT-UNL / Agrupamento de Escolas de Casquilhos
ajs.mcr.almeida@gmail.com

Rui Candeias
UIED – FCT-UNL / Agrupamento de Escolas Terras de Larus
ruicandeias1@sapo.pt

Resumo: Com o objetivo de conhecermos as propostas emanadas centralmente para o ensino da matemática nos primeiros anos de escolaridade, durante o Estado Novo, neste artigo analisamos os programas de Matemática do Ensino Primário e o programa para a disciplina de Matemática do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário que entra em funcionamento em 1968, e é influenciado pelas ideias da Matemática Moderna. As principais fontes utilizadas são os Diários do Governo. O estudo situa-se no âmbito da história do ensino da matemática, perspetiva que permite aprofundar o conhecimento sobre o ensino desta disciplina. Da análise efetuada foi possível constatar a existência de dois períodos distintos. No primeiro, que vai de 1926 ao pós-guerra, assiste-se a sucessivas simplificações nos conteúdos de matemática, definidos nos programas. Este primeiro período também é caracterizado pela tónica colocada na memorização e repetição recomendada para o ensino da matemática. No segundo período, que tem início no pós-guerra, e em particular a partir de 1964, o regime desenvolve iniciativas visando uma melhoria da escolarização nacional. Estas ações passam por alterações aos programas que incidem no ensino primário elementar, mas especialmente sobre a faixa etária dos 10 aos 12 anos.

Abstract: Aiming to know the centrally issued proposals for the teaching of mathematics in the early years of schooling during the New State regime (Estado Novo), in this article we analyze the mathematics programs of basic primary education and the program for Maths in the Preparatory Secondary School, that starts operating in 1968 and is influenced by the ideas of Modern Mathematics. The main sources used are the Government Diaries. The study is

Excerto aprofundado do texto Almeida, M. & Candeias, R. (2014). *Os programas de Matemática do Ensino Primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário em Portugal*, publicado em Almeida, J. & Matos, J. (Eds.) (2014). A Matemática nos programas do ensino não superior 1835–1974. Lisboa: UIED e APM.

located within the history of mathematics teaching, perspective that allows to deepen the knowledge about the teaching of this subject. The performed analysis it was established that there are two distinct periods. In the first, which runs from 1926 to the post-war, we are witnessing a successive simplifications of the contents defined in the mathematics programs. This first period is also characterized by the emphasis on memorization and repetition recommended for the teaching of mathematics. In the second period, beginning after the war, and particularly since 1964, the regime develops initiatives aiming at improving the national schooling. These actions go through changes to programs that focus on basic primary education, but especially on the age group of 10 to 12 years.

Introdução

O texto aqui apresentado decorre de um trabalho mais amplo do *Grupo de Trabalho sobre História e Memórias do Ensino da Matemática*, da Associação de Professores de Matemática (APM), que recolheu e disponibilizou para consulta num portal, os programas de matemática do ensino não superior de 1835 a 1974. Esse trabalho, coordenado por António José Almeida e José Manuel Matos, foi recentemente editado em livro pela APM (Almeida e Matos, 2014).

Nesta comunicação é feita uma análise dos programas de matemática do ensino primário e do programa para a disciplina de Matemática do *Ciclo Preparatório do Ensino Secundário*, no período compreendido entre 1926 e 1974. São analisados os programas, entendidos aqui como documentos que pretendem regular os conteúdos que são lecionados nas escolas e que são emanados de uma entidade oficial, neste caso, o Ministério da Educação.

Breve contextualização teórica

Os conteúdos de matemática que ensinamos hoje são por vezes questionados não só por professores e por alunos, mas também por outros setores da sociedade. Tais conteúdos constituem parte essencial da disciplina Matemática que, segundo Chervel (1990) "ainda que pareça imune por todos os lados, não é uma massa amorfa e inerte" (p. 198).

O presente artigo situa-se no campo da História do Ensino da Matemática. Tratando-se da história de uma disciplina escolar, apoiamo-nos em Chervel (1990), que nos diz que uma disciplina escolar é uma combinação de vários constituintes, "um ensino de exposição, os exercícios, as práticas de incitação e de motivação e de um aparelho docimológico, os quais, a cada estado da disciplina, funcionam em estreita colaboração, do mesmo modo que cada um deles está, à sua maneira, em ligação directa com as finalidades" (Chervel, 1990, p. 207). As grandes finalidades educacionais variam segundo as épocas e emergem das necessidades da sociedade global cuja evolução acaba por determinar os conteúdos de ensino. Assim, a função das disciplinas escolares "consiste em cada caso em colocar um conteúdo de instrução ao serviço de uma finalidade educativa" (Chervel, 1990, p. 191). Neste contexto, a história dos conteúdos constitui uma componente que possibilita a compreensão da finalidade de uma disciplina escolar. O estudo dos programas ajuda a compreender algumas dimensões que constituem a matemática escolar contemporânea, como por exemplo, os temas, os métodos, os materiais.

Metodologia

As fontes que constituíram a base deste trabalho são os Diários de Governo publicados no período entre 1926 e 1974. Nestes documentos procurou-se localizar essencialmente os programas do Ensino Primário. Os programas são normalmente acompanhados por instruções ou indicações de carácter metodológico. Por isso, para além de revelarem os temas e tópicos matemáticos que deveriam ser abordados no Ensino Primário, a sua sequência de ensino, a integração no todo do programa, e quando surgem ou são suprimidos dos programas determinados temas, mostram-nos também aspetos relacionados com o conhecimento matemático desejável, os métodos a utilizar e os materiais recomendados para o ensino dos conteúdos matemáticos. Estes são os aspetos que serão objeto de uma análise descritiva ao longo do trabalho que aqui apresentamos.

O Ensino Primário e o Ciclo Preparatório do Ensino Secundário no Estado Novo

A mudança de regime que ocorreu com o golpe de estado de 28 de maio de 1926 teve uma forte influência no ensino primário. Algumas disposições que regem o Ensino Primário[1] são alteradas em 1927. Este nível de ensino passa a dividir-se em três categorias: infantil, primário elementar e primário complementar. Só o Ensino Primário elementar (quatro anos) é obrigatório, sendo adotado o

[1] Decreto n.º 13.619, D. G., 100, 17/5/1927, 770–2 e Decreto n.º 13.791, D. G., 125, 17/6/1927, 999–1.002 que não diferem para efeitos deste trabalho.

regime de separação de sexos. Esta alteração reduz o ensino obrigatório de 5 para 4 anos, que estava em vigor desde 1919. Em 1930 decide-se uma nova redução da escolaridade obrigatória[2] dividindo o ensino primário elementar num 1.º grau obrigatório com três classes e num 2.º grau com a 4.ª classe. Em 1938, são apresentadas as bases da reforma do ensino primário, na Lei n.º 1.969[3]. Com esta Lei, o Ensino Primário passa a compreender dois graus: elementar, com 3 classes, e complementar, com 2 classes. Só o ensino primário elementar é obrigatório.

A política educativa do Estado Novo, com Leite Pinto como Ministro da Educação Nacional, reverte algumas das medidas que marcaram o período inicial do regime. Em 1956[4] a estrutura do Ensino Primário é alterada passando a ter apenas um grau, designado por ensino primário elementar e constituído por quatro classes. Numa primeira fase esta alteração representa o alargamento da escolaridade obrigatória de três para quatro anos, para os menores do sexo masculino, sendo posteriormente estendida ao sexo feminino em 1960[5]. O Ensino Primário é ampliado em 1964[6], passando a compreender dois ciclos, um *elementar*, correspondente às quatro classes já existentes, e outro *complementar*, constituído por duas novas classes: *5.ª e 6.ª classes*. A escolaridade obrigatória passa a ser de seis anos para ambos os sexos, dos sete anos aos catorze anos de idade. O aluno tinha que frequentar obrigatoriamente o ensino primário complementar ou o primeiro ciclo do ensino liceal ou o ciclo preparatório do ensino técnico (Almeida, 2013).

O Ciclo Preparatório do Ensino Secundário (CPES) é estabelecido em 1967 e começa a funcionar em Outubro de 1968 em duas modalidades distintas: num caso em ensino direto, presencial e noutro em ensino televisivo. A primeira modalidade chamou-se Ciclo Preparatório Direto, a segunda Ciclo Preparatório da Telescola, ou numa designação abreviada, Ciclo Preparatório TV (CPTV). As modalidades eram idênticas nos objetivos e habilitações que conferiam, compreendiam as mesmas disciplinas, os conteúdos programáticos eram os mesmos, com as adaptações necessárias tendo em vista o meio audiovisual.

[2] Decreto n.º 18.140, D. G., 72, 28/3/1930, 577–8.

[3] D. G., 115, 20/5/1938, 845–7.

[4] Decreto-Lei n.º 40.964, D. G., 284, 31/12/1956, 2.076–87.

[5] Decreto-Lei n.º 42 994, D. G., 125, 28/5/1960, 2.165–207.

[6] Decreto-Lei n.º 45.810, D. G., 160, 9/7/1964, 876–7.

A matemática nos programas do ensino primário elementar

Nos programas do ensino primário elementar de 1927[7] não existe uma disciplina designada por matemática. Os conteúdos de matemática são apresentados nas disciplinas de *Aritmética*, na 1.ª classe, e *Aritmética e sistema métrico*, nas 2.ª, 3.ª e 4.ª classes, assim como na de *Desenho*, *Geometria* e *Trabalhos Manuais* nas 1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª classes. Nestes programas a disciplina de *Aritmética* ou *Aritmética e sistema métrico* surge após a disciplina de *Leitura, escrita, redação e gramática*. Nas 1.ª e 2.ª classes é a última disciplina do programa, nas 3.ª e 4.ª classes antecede as disciplinas *Ciências físico naturais* e *Geografia*. Os conteúdos de cada uma destas disciplinas são apresentados numa lista, sem instruções de caráter pedagógico. Na disciplina de *Aritmética*, na 1.ª classe, os primeiros conteúdos referem-se aos números inteiros inferiores a 100. Este estudo continua na 2.ª classe até ao 1 000 000, acrescentando-se o estudo das quatro operações. Na 3.ª classe é feito o estudo dos números primos e a decomposição em fatores primos e na 4.ª classe é trabalhado o máximo divisor comum e o menor múltiplo comum. A 1.ª classe inclui as frações cujos termos não excedam 10. O estudo das frações continua na 2.ª classe, com frações cujos termos não excedam 100 e frações decimais, e na 3.ª classe com as frações ordinárias, frações decimais com execução das quatro operações e números mistos. O estudo das quatro operações é alargado às frações ordinárias na 4.ª classe. A partir da 2.ª classe os programas incluem o estudo do sistema métrico que se inicia com as medidas de comprimento e de peso. Na 3.ª classe alarga-se o estudo às unidades de área mais vulgares e na 4.ª classe às unidades de volume e de capacidade. A numeração romana, os números ordinais e a leitura da hora indicada por um relógio, e o número complexo[8] resultante, são trabalhados a partir da 2.ª classe. A resolução de exercícios e problemas é um conteúdo comum às quatro classes desta disciplina. A disciplina de *Desenho, Geometria e Trabalhos Manuais* continha conteúdos relacionados com a geometria, como as figuras geométricas simples ou os sólidos geométricos. Nestes programas de 1927, os materiais mencionados na lista de conteúdos estão na sua maioria relacionados com a geometria, como a régua, as figuras geométricas simples, o esquadro, o compasso e o transferidor. Na disciplina de *Aritmética e sistema métrico*, a partir da 3.ª classe um dos conteúdos é o ensino da utilização de um livro de aritmética. Os programas de 1927 são aprofundados através de Instruções Pe-

[7] Decreto n.º 14.417, D. G., 225, 12/10/1927, 1.967–73.

[8] O número incomplexo é aquele que se refere a uma única unidade, e o complexo, a mais de uma unidade, no contexto das medidas de tempo.

dagógicas publicadas quase de seguida[9] em que o conhecimento dos números é considerado uma base essencial. Na *Aritmética* é recomendado um especial cuidado no ensino da 1.ª classe, que, como é salientado, deveria ser feito de maneira muito concreta. É também feito notar que os exercícios de cálculo mental deveriam ser iniciados logo que os alunos conhecessem os números dígitos e prosseguir em sessões curtas e repetidas, para levar à fixação das tábuas das operações, ao conhecimento dos números e ao fortalecimento mental dos alunos. A escrita de números e algarismos só deveria ser feita depois de o professor ter a certeza que os alunos conhecem os números a escrever, concretizando-os ou figurando-os por meio de fichas. Na 1.ª classe são recomendados os exercícios muito numerosos para a fixação das tábuas de somar e de subtrair, assim como os problemas simples envolvendo apenas as operações já aprendidas. Na 4.ª classe recomenda-se que o ensino tome um carácter bastante formal.

Em 1928 são publicados novos *Programas*[10] para o ensino primário elementar. Nestes programas, os conteúdos de matemática são apresentados na disciplina de *Aritmética* e na disciplina de *Geometria,* que é uma disciplina autónoma. Estas disciplinas estão presentes nas quatro classes e aparecem logo a seguir ao programa de *Língua Materna.* Estes programas, para além de apresentarem a lista de conteúdos a trabalhar em cada uma das classes, incluem no final um conjunto de instruções para cada uma das disciplinas. Na disciplina de *Aritmética*, o programa da 1.ª classe inclui os números inteiros até 100 e depois até 1000. São ainda incluídos nesta classe a representação do dinheiro português e as quatro operações no limite numérico indicado. Na 2.ª classe, o programa é claramente simplificado relativamente ao anterior, sendo retirados os conteúdos relacionados com o sistema métrico, que passam a constar apenas nas 3.ª e 4.ª classes. Na 2.ª classe, os números inteiros são estudados até à centena de milhar e são trabalhadas as frações ordinárias cujos termos não excedam 10. Nas 3.ª e 4.ª classes também são reduzidos os programas, onde deixam de constar conteúdos como as potências, números primos, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, regra de três simples. Em *Geometria* são trabalhadas noções simples de volume, superfície, linha e ponto, polígonos, arcos e circunferências e sólidos geométricos. Embora muitos destes conteúdos já constassem da disciplina de *Desenho*, *Geometria* e *Trabalhos Manuais* do programa anterior, a *Geometria* surge neste programa como disciplina autónoma e com um maior número de conteúdos. Os materiais relacionam-se na sua maioria com a geometria, como a régua, o esquadro, o transferidor e o compasso, ou com o sistema métrico, como as balanças e as medidas

[9] Portaria n.º 5.060, D. G., 233, 21/10/1927, 2.047–65.
[10] Decreto n.º 16.077, D. G., 247, 26/10/1928, 2.211–27.

de capacidade. As *Instruções* que acompanham a publicação dos programas contêm uma descrição da forma como devem ser abordados os conteúdos das disciplinas nas diferentes classes. Nas instruções de *Aritmética* para a 1.ª classe recomenda-se um ensino fundado em base concreta com elevação posterior ao domínio abstrato. A noção de número inteiro ou natural é dada ao aluno "(...) primeiro por colecção de objetos ou sinais idênticos, depois na de sons e por fim na repetição de fenómenos da mesma natureza" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1928, p. 2217). A iniciação às operações deverá ser sempre feita com recurso à concretização. Nos problemas, recomenda-se que sejam simples, práticos e numerosos, referindo-se que as crianças devem ser levadas a raciocinar sobre cada enunciado e não recorrendo à memorização. O estudo da *Geometria* começa pela noção intuitiva de volume e dessa base concreta se elevará às noções abstratas. O cubo ou o paralelepípedo são usados como exemplo na abordagem à noção de volume. Na 4.ª classe é feito o estudo do círculo e da circunferência e a avaliação prática da área do triângulo ou de qualquer polígono regular ou irregular pela soma das áreas dos triângulos ou dos triângulos e trapézios em que se decomponha.

Nos *Programas* de 1929[11] consideram-se as três primeiras classes como a base do ensino primário elementar, sendo a 4.ª classe um ensino complementar para aqueles que não possam continuar os estudos. Nestes programas os conteúdos matemáticos fazem parte de duas disciplinas, *Aritmética* e *Geometria*. A *Aritmética* inicia-se na 1.ª classe e a *Geometria* tem início na 3.ª classe. Estas disciplinas estão nos programas logo após a disciplina de *Língua Materna*. Os conteúdos de *Aritmética* são simplificados logo desde a 1.ª classe, que fica reduzida à concretização dos números até 100 e à concretização das quatro operações. Os programas das 2.ª, 3.ª e 4.ª classes desta disciplina mantêm-se quase inalterados, sendo apenas retirados os números ordinais na 2.ª classe. No entanto, é de realçar que os conteúdos de *Aritmética* que correspondem à escolaridade obrigatória são significativamente reduzidos, já que a 4.ª classe se torna complementar, sendo ensino não obrigatório. A disciplina de *Geometria* passa a constar apenas nos programas das 3.ª e 4.ª classes. O programa da 3.ª classe mantém os conteúdos que já constavam no programa da anterior 3.ª classe, com os antigos conteúdos dos programas das 1.ª e 2.ª classes desta disciplina e ainda vai conter alguns conteúdos que constavam anteriormente no programa da 4.ª classe, como o trabalho com a circunferência, o transferidor e a avaliação prática da superfície dos polígonos. O programa de *Geometria* da 4.ª classe fica praticamente reduzido a uma revisão dos conteúdos da 3.ª classe.

[11]Decreto n.º 16.730, D. G., 83, 13/4/1929, 896–908.

As instruções pedagógicas destas duas disciplinas não introduzem alterações significativas relativamente ao programa anterior.

Em 1937 publicam-se novos programas para o *Ensino Primário Elementar* agora constituído pelas três primeiras classes[12], continuando em vigor o programa da 4.ª classe, publicado em 1929. Apesar das alterações anteriores terem procedido a simplificações nos programas, é nesta remodelação que os conteúdos de matemática são reduzidos, principalmente nos três primeiros anos de escolaridade, que entretanto passam a constituir a escolaridade obrigatória. Os conteúdos de matemática estão integrados na disciplina de *Aritmética*, que é a segunda disciplina, logo após o programa de *Língua Materna*. Esta disciplina passa a incluir o sistema métrico e o conhecimento da geometria prática, apenas na 3.ª classe. A redução é particularmente significativa na 3.ª classe, de onde são retirados conteúdos como as condições de divisibilidade por 2, 3, 5, 9 e 10, as frações decimais e as operações com frações decimais. Na geometria também é significativa a redução de conteúdos, deixando de ser trabalhadas na 3.ª classe noções como retas perpendiculares e paralelas, decomposição de polígonos em triângulos ou em quadriláteros e em triângulos, corda, tangente secante, segmento, sector e coroa circulares. Nestes programas não existem referências explícitas a materiais a utilizar no ensino, mas incluem um conjunto de *Observações* para as três classes. No estudo dos números, refere-se que "o conhecimento da formação dos números é o saber contar e a origem do desenvolvimento lógico e progressivo do raciocínio" (*Programas do ensino primário elementar*, 1937, p. 288). Pretende-se que o ensino da numeração comece com "objetos facilmente manuseáveis e partindo de um deles — uma unidade —, os alunos farão repetidos exercícios de composi[ç]ão e decomposição dos números, juntando e tirando primeiro um e depois mais objetos, aliando a estas diferentes operações, o nome dos números resultantes" (Programas do ensino primário elementar, 1937, p. 288). Só depois deste processo seria feito o registo, com a utilização de algarismos. Realçando-se que "no equilíbrio no emprego sucessivo destes processos se põe à prova o tato pedagógico do professor: nem demasiada materialização, que origine preguiça mental, nem demasiada abstração que deixe lacunas intransponíveis para a sequência lógica e dedutiva do raciocínio" (Programas do ensino primário elementar, 1937, p. 288). Estas *Observações* incentivam a repetição e memorização, referindo-se que "todas as crianças devem fazer repetidas vezes, para fixação perfeita do cálculo, a construção das tábuas da adição e da multiplicação", no entanto, também se destaca a importância dos "problemas simples, interessantes, tirados da vida real infantil, que as próprias crianças poderão enunciar, dar-lhes-ão o sentido do

[12] Decreto n.º 27.603, D. G., 72, 29/3/1937, 286–90.

valor utilitário da aritmética" (Programas do ensino primário elementar, 1937, p. 288).

Em 1960 são publicados novos programas para o Ensino Primário[13]. Reconhece-se que os programas em vigor — de 1937 para as três primeiras classes, e de 1929, para a quarta classe — eram já pouco adequados e "não podem corresponder à evolução da vida portuguesa e das técnicas pedagógicas do último quarto de século" (Decreto-Lei n.º 42.994, 1960, p. 1.271). Nestes programas de 1960 os conteúdos de matemática estão incluídos em *Aritmética*, presente nas quatro classes deste grau de ensino, e *Geometria*, nas 3.ª e 4.ª classes e surgem logo após os programas de *Língua Portuguesa*. Salienta-se a extensão dos conteúdos e o pormenor com que são apresentados. Alguns conteúdos retirados anteriormente são retomados, nomeadamente na geometria. O sistema métrico volta a ser trabalhado logo desde a 1.ª classe, contendo algumas alterações como o trabalho com unidades de medida não convencionais. O trabalho com as frações e a relação destas com os números decimais e com as percentagens é outro aspeto que se destaca neste programa. Em relação aos materiais, são mencionados os objetos para contagens, os instrumentos de medida, as moedas e o relógio. O pormenor das *Instruções* para a abordagem dos conteúdos propostos é também relevante. Nas instruções é salientado o papel dos problemas no ensino da aritmética: "[o]s problemas devem considerar situações vividas pelos alunos ou que, pelo menos, estejam ao alcance da sua observação e do seu interesse. As próprias crianças os poderão trazer da vida para a escola, embora seja em geral mais conveniente que o professor os proponha de acordo com o seu critério" (Decreto n.º 42 994, p. 1276).

Ao contrário dos programas de 1937, onde a memorização e a repetição eram considerados aspetos centrais no ensino da aritmética, os programas de 1960 destacam a importância dos alunos resolverem problemas que apresentem reais dificuldades para o nível de desenvolvimento dos alunos. Estas instruções salientam também que não deverá existir uma excessiva repetição.

> Um problema representa normalmente para a inteligência da criança uma real dificuldade. (...) Na resolução de problemas dê-se, quanto possível, preferência ao cálculo mental sobre o cálculo escrito.
>
> Não se repita desnecessariamente um problema já resolvido pelos alunos. Repetir um problema vale tanto como repetir operações (Decreto n.º 42 994, p. 1276).

Os programas do ensino primário elementar são de novo modificados em

[13] Decreto-Lei n.º 42.994, D. G., 125, 28/5/1064, 2.165–207.

1968[14]. Entre o programa de 1960 e o de 1968, não existem muitas alterações nas disciplinas de *Aritmética* e de *Geometria.* No entanto, é de realçar que as *Instruções*, que existem no final dos programas de *Aritmética* e de *Geometria* de 1960, passam a constituir um conjunto de *Observações* nestes programas de 1968. Para além desta mudança de designação, existe apenas uma alteração da terminologia utilizada na multiplicação e na divisão. Onde se utilizava a palavra "grupos" no programa de 1960, passa-se a utilizar a palavra "conjuntos" em 1968 e uma alteração ao nível de conteúdo, deixando-se de trabalhar as percentagens. A substituição da palavra "grupos" pela palavra "conjuntos" poderá estar relacionada com o significado que a palavra "grupo" tinha adquirido no contexto da Matemática Moderna, movimento que viria a influenciar muito os *Programas do ensino primário para o ano lectivo 1974–1975* (Candeias, 2007).

A matemática nos programas do ensino primário complementar

A estrutura do ensino primário complementar aprovada em 1927 compreende duas classes, ambas compostas pelas seguintes disciplinas: Português, Francês, História, Geografia, Matemática e Noções de Escrituração Comercial, Ciências Físico-Químico-Naturais e Desenho e Trabalhos Manuais Comuns[15]. Os conteúdos de matemática estão incluídos nas disciplinas de *Matemática e Noções de Escrituração Comercial* e *Desenho e Trabalhos Manuais Comuns.*

Os Programas do ensino primário complementar e as respetivas Instruções são publicados em 1928[16]. Nestes programas é salientada a nova natureza deste ensino, mais prático em contraste com o anteriormente ministrado, por exemplo em matemática, o aluno destas escolas "não demonstrará os teoremas das operações algébricas, mas saberá efetuá-las, como saberá pôr um problema simples em equação e resolvê-la; não demonstrará as relações dos elementos de um triângulo, mas determinará uma superfície e um volume, quaisquer que eles sejam" (Decreto n.º 14.900, p. 120). Nas Instruções para a execução destes programas é reforçado que o ensino da matemática tem como intenção preparar o estudante para problemas de ordem prática que lhe apareçam no dia a dia. Deve ser um ensino utilitário devendo deixar de se fazer exercícios cujo principal objetivo é exercer a designada "ginástica mental". O professor deve

[14]Portaria n.º 23.485, D. G., 167, 16/7/1968, 1.019–36.

[15]Decreto n.º 13.791, D. G., 125, 17/6/1927, 999–1.002.

[16]Decreto n.º 14.900, Programas de Ensino Primário Complementar D. G., 12, 16/1/28, 119–25 e Portaria n.º 5.155, Instruções para a execução dos programas do Ensino Primário Complementar, D. G., 12, 16/1/28, 125.

ser bastante claro não deixando que os alunos adquiram a atitude da dúvida sistemática, que consideram ser o alicerce da ciência especulativa. Nestas instruções o professor fica a conhecer claramente o que deve, e como deve ensinar em cada classe. Os programas das 1.ª e 2.ª classes do ensino primário complementar são fundamentalmente uma lista de conteúdos a tratar, ressaltando da sua leitura função utilitária da matemática e a importância dada à atividade de resolução de exercícios e problemas. Com efeito, podemos ler nestes programas:

> Revisão dos conhecimentos adquiridos acerca dos números inteiros e fraccionários, das operações executadas sobre os mesmos, das proporções, das noções de geometria. Exercícios muito numerosos, embora simples, de cálculo mental. Exercícios e problemas. (...) Seno, coseno, tangente e cotangente de ângulos não excedentes a 180°. Resolução de triângulos rectângulos. Exercícios: construções e problemas numéricos. (...) Progressões aritméticas e geométricas. Logaritmos vulgares. Exercícios numerosos e problemas. Traçados e emprego de gráficos. Exemplos de resolução gráfica do problema e do emprego de ábacos. Conhecimento e uso de regras de cálculo bastante simples. Percentagem. Bónus. Descontos. Juros simples e compostos. Anuidades. Fundos públicos. Regras: conjunta da divisão em partes proporcionais, de companhia e de liga ou mistura. Conhecimento do emprego de tabelas de juros. Exemplos do estabelecimento de orçamentos simples e de determinação de preços de fabrico e de venda. Exame de algumas tabelas e gráficos de estatísticas demográficas, comerciais, industriais e agrícolas. (Decreto n.º 14.900, pp. 122–4)

Com a ampliação do Ensino Primário efetuada em 1964, foi necessário elaborar novos programas para o ensino primário complementar. Os programas do *Ciclo Complementar do Ensino Primário* são aprovados em 1967[17] a título experimental, referindo-se que dos resultados da sua aplicação poderiam guiar futuros aperfeiçoamentos. A estrutura do Ciclo Complementar do Ensino Primário compreende duas classes, ambas compostas pelas seguintes disciplinas: Língua Portuguesa, História de Portugal, Matemática, Ciências Geográfico-Naturais, Desenho e Trabalhos Manuais Educativos, Moral e Religião, Educação Física e Educação Musical. O ensino da matemática neste ciclo pretendia a aquisição de conhecimentos de aplicação prática, o desenvolvimento das fa-

[17]Portaria n.º 22.966, D. G., 242, 17/10/1967, 1.834–59 e retificados pela Declaração, D. G., 284, 7/12/1967, 2.239–46.

culdades do espírito, a integração dos alunos na realidade da época e da sociedade e eventual prosseguimento de estudos. Cabia ao professor, "estudando o programa na sua letra e no seu espírito, ver até que ponto cada assunto pode servir para se atingirem aqueles objectivos" (Portaria n.º 22.966, p. 1841)

Apesar de não haver referência a escrituração comercial no nome da disciplina continuam a aparecer alguma terminologia e noções comerciais nos novos programas. Os programas da disciplina de Matemática estão divididos em secções, sendo onze em cada classe. A 5.ª classe seria em grande parte revisão de assuntos já antes aprendidos no ciclo elementar, salientando-se que esta revisão devia ser um desenvolvimento que evidenciasse aspetos não conhecidos dos alunos, incluindo novas justificações e novas aplicações. Na 6.ª classe, há uma separação da *Aritmética* e da *Geometria*, sendo o professor aconselhado a alternar as lições destes assuntos como se se tratasse de duas disciplinas separadas. É referida como novidade deste programa o aparecimento no estudo da Aritmética da noção de equação, e da resolução de problemas por meio de equações. Um outro aspeto a destacar é o desaparecimento do estudo das proporções, as 'regras de três' passariam a ser resolvidas pelo método de redução à unidade, enquanto em problemas em que pudessem aparecer proporções ou 'regras de três' estes seriam resolvidos por meio de equações. Manteve-se apenas a noção de proporção. Também desaparece o conteúdo relativo às razões trigonométricas e resolução de triângulos rectângulos, polinómios, resolução de equações do segundo grau e sistemas de equações. Aparecem as propriedades das operações e as frações. Nas observações ao programa recomenda-se ao professor que relacione a matemática com a matéria de outras disciplinas, sendo dadas sugestões de aplicações ao Desenho, às Ciências Naturais e ao Português. Para esta última, com vista à utilização de uma linguagem clara e precisa por parte dos alunos, recomenda-se que eles deveriam efetuar pequenos exercícios escritos que podiam ser, por exemplo, enunciados de problemas da invenção dos alunos e descrição de construções geométricas. Na abordagem de algumas noções de Geometria aconselha-se que sejam utilizadas situações tiradas do ambiente envolvente ou da experiência do aluno e refere-se que o que importa do estudo das propriedades das operações é a sua aplicação ao cálculo mental, cuja prática é recomendada. Preconiza-se ainda que no estudo de alguns assuntos o grau de dificuldade dos exercícios não devia exceder o dos exemplos aí apresentados.

O alargamento do ensino básico através do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário

A criação do CPES deu-se numa altura em que decorriam várias experiências pedagógicas ao nível da Matemática, no âmbito da Reforma da Matemática Moderna, tendo sido o programa do CPES de 1968 elaborado com base nessas experiências.

Nos programas de algumas disciplinas do CPES as metodologias de ensino, preconizavam um ensino ativo e prático, procurando despertar o espírito de observação, a imaginação criadora, o sentido estético, o gosto do empreendimento e do esforço pessoal, assim como o reconhecimento do valor do trabalho (Sousa, 2012; Wielewski e Matos, 2009). No programa de Matemática do CPES explicitaram-se os princípios que presidiram à elaboração do mesmo. Por um lado, procurou-se uma adequação à idade dos alunos, enfatizando uma base intuitiva e concreta para matemática. Nesse sentido, preconizava-se fazer surgir naturalmente os conceitos a partir de exemplos familiares ao aluno, conduzindo-o a elaborar por si os esquemas abstratos da matemática, que depois iria reciprocamente, aplicar em situações concretas da vida corrente (Bento, 2012). Procurou-se ainda adequar o programa às finalidades do ciclo de ensino — que assume um carácter polivalente, imprimindo "ao ensino uma orientação mais próxima das aplicações técnicas" (Portaria n.º 23.601, 1968, p. 1396)[18], permitindo o prosseguimento de estudos, quer por via profissionalizante nas escolas técnicas, quer de acesso ao ensino superior através dos ciclos liceais. Por um lado, procurou-se mudar os tópicos ou seja, pretendeu-se uma reorganização e modernização dos conteúdos, e, por outro lado, os métodos de ensinar matemática.

É ao nível do conteúdo que a disciplina de Matemática do CPES sofreu alterações mais significativas, com uma reformulação inovadora dos programas (Sousa, 2013). A linguagem de conjuntos assume agora um papel preponderante na abordagem da maioria dos conceitos de aritmética e álgebra, sendo ainda aconselhada a introdução moderada e progressiva do uso de letras em igualdades simples. A geometria é simplificada, sendo a sua abordagem mais superficial. O tema central do CPES é o estudo dos números racionais. Consideram-se apenas números racionais absolutos, uma vez que a noção de número negativo só será introduzida posteriormente.

O programa de Matemática do primeiro ano assentava em quatro grandes temas: Conjuntos. Operações aritméticas. Números racionais. Geometria e estava dividido em nove capítulos: Conjuntos e números. Operações com nú-

[18]Portaria n.º 23.601, D.G, 213, 9/9/1968.

meros inteiros. Números racionais. Cálculos com decimais. Medição de comprimentos. Medição de tempos. Medição de velocidades. Introdução concreta à geometria. Elementos de geometria plana. O programa de Matemática do segundo ano estava dividido em sete capítulos: Conjuntos e números inteiros. Grandezas e racionais. Elementos de geometria plana. Medição de áreas. Medição de volumes. Medição de pesos e massas. Proporcionalidade.

A fase da introdução dos programas do CPES não decorreu da forma esperada. No ano inicial o principal problema apontado foi a extensão dos programas, o que levou os serviços de Inspeção do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário, a enviarem constantes indicações e instruções aos docentes e a reformulações nos programas nos anos subsequentes (Bento, 2012, Matos, 2005).

Conclusões

No que diz respeito aos conteúdos a trabalhar no ensino primário elementar, no período em análise destacam-se dois momentos. Dos programas de 1927 até aos programas de 1937 assiste-se a uma redução dos conteúdos a trabalhar, que é particularmente evidente nos programas de 1937, contribuindo para isso o facto da 4.ª classe deixar de pertencer ao ensino primário elementar e obrigatório. Em 1960 é aprovado um novo programa para o ensino primário elementar que retoma alguns conteúdos que tinham sido retirados no programa anterior e acrescenta novos conteúdos. Neste programa de 1960 os conteúdos são apresentados de uma forma mais pormenorizada, constituindo muitas vezes sequências didáticas para o desenvolvimento do trabalho com um determinado conteúdo. Em relação às metodologias e indicações para o ensino os primeiros programas analisados destacam a necessidade da concretização dos conteúdos, principalmente na 1.ª classe. Os programas de 1937 colocam a tónica na memorização e na necessidade da repetição. Com os programas de 1960 dá-se algum destaque à resolução de problemas do dia a dia, embora estes tenham como objetivo trabalhar as quatro operações aritméticas. As referências aos materiais para o trabalhar os conteúdos mantêm-se quase constantes ao longo do período em estudo. Estes materiais relacionam-se muitas vezes com a geometria, ou com o sistema métrico e a utilização de instrumentos de medida. Também são comuns aos vários programas, as referências, mais ou menos explícitas, à utilização de materiais de contagem não estruturados para a iniciação aos números inteiros.

No que concerne ao ensino primário complementar, observa-se nos programas de 1967 relativamente aos de 1928 uma maior compartimentação e especificação dos conteúdos. Algumas das novas noções e conteúdos, bem como os conteúdos retirados, são justificados pelas suas aplicações. No que respeita a indicações para o ensino, ambos os programas salientam que deve procurar--se relacionar a matemática e a matéria de outras disciplinas. Em 1967, para além da anterior, destacam-se as recomendações relativas ao cálculo mental. Nos programas de 1928, os materiais aconselhados são ábacos e réguas de cálculo, enquanto que em 1967 não há referências a materiais a utilizar no ensino.

A inclusão da Matemática Moderna no programa do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário introduziu mudanças significativas ao nível de conteúdos e metodologias em aula. A linguagem da teoria dos conjuntos foi colocada desde o início como via para a compreensão dos tópicos matemáticos. Preconizando-se que o ensino devia adequar-se aos interesses e experiências dos alunos, à sua faixa etária e ao meio envolvente, não se resumindo a uma sistematização lógica de conteúdos. No que refere a materiais a utilizar no ensino, sugeria-se que, se possível, os mesmos se construíssem na disciplina de Trabalhos Manuais.

Referências

Almeida, J. & Matos, J. (Eds.) (2014). *A Matemática nos programas do ensino não superior 1835–1974*. Lisboa: UIED e APM.

Almeida, M. (2013). *Um olhar sobre o ensino da Matemática, guiado por António Augusto Lopes*. Tese de Doutoramento, Universidade Nova de Lisboa.

Almeida, M. C., & Candeias, R. (2014). Os programas de matemática do ensino primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário. Em A. Almeida & J. M. Matos (eds.). *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835–1974)*. Caparica: UIED e APM.

Bento, M. (2012). *A introdução da Matemática Moderna no Ciclo Preparatório do Ensino Secundário em Portugal*. Tese de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa.

Candeias, R. (2007). *Contributo para a história das inovações no ensino da matemática no primário: João António Nabais e o ensino da matemática no Colégio Vasco da Gama*. Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa.

Carvalho, R. (2006). *História do ensino em Portugal: desde a fundação da nacionalidade até ao fim do regime de Salazar – Caetano*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 177–229.

Matos, José Manuel (2005). Aprendizagens no Ciclo Preparatório de 1972: um estudo sobre o sucesso da Matemática Moderna. *Educação e Matemática*, 85, 7–12.

Nóvoa, A. (1996). Ensino primário. Em Rosas, F. e Brito, J. M. (1996). *Dicionário de história do Estado Novo*. Volume I. Venda Nova: Bertrand Editora.

Sampaio, J. (1975). *O ensino primário 1911–1969. Contribuição monográfica*. Volume II, 2.º período 1926–1955. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Sousa, C. (2013). *O Ensino da Matemática no CPES, Análise de Manuais*. Tese de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa.

Wielewski, G. D. & Matos, J. M. (2009). O currículo de Matemática prescrito no Ciclo Preparatório do Ensino Secundário português. Em J. A. Fernandes, M. H. Martinho e F. Viseu (Eds.), *XX Seminário de Investigação Matemática*. Viana do Castelo: Associação de Professores de Matemática, 239–248.

Modernização do ensino da Matemática no ensino liceal em Portugal, na década de 1960

Mária Cristina Almeida
UIED – FCT-UNL / Agrupamento de Escolas de Casquilhos
ajs.mcr.almeida@gmail.com

Resumo: Neste artigo pretende-se compreender como se desenvolveu a modernização do ensino da Matemática, em Portugal, focando o trabalho da Comissão nomeada em 1963 para fazer a revisão do programa da disciplina de Matemática do 3.º ciclo liceal. Para um melhor entendimento das condições que se criaram na educação permitindo a modernização do ensino da Matemática em Portugal, apresentaremos uma breve contextualização político-educativa. Em seguida, faremos um apontamento sobre a reforma da Matemática Moderna num nível internacional destacando momentos que tiveram influência em Portugal. Por fim, analisaremos o papel da OCDE e o trabalho da referida Comissão no projecto de modernização do ensino da Matemática, abordando o programa elaborado por Sebastião e Silva para experiência e os cursos de actualização de professores necessários para uma reforma na educação matemática. Este texto baseia-se na análise de fontes impressas e manuscritas, complementada com entrevistas.

Abstract: This paper aims to understand the ways in which the modernization of school mathematics in upper secondary education came to be, in Portugal, focusing on the work of the Commission appointed in 1963 to reform the mathematics syllabus of the upper cycle of Liceus (3rd cycle). To perceive the conditions that allowed the modernization of mathematics teaching in Portugal, we will begin by presenting an overview of political and educational contexts. Then, we will address the international New Math movement, targeting moments which were influential for the modernization of school mathematics in Portugal. Finally, we analyze the work of the Commission, addressing the mathematics syllabus for experiment organized by Sebastião e Silva and the teacher training courses needed for reform in mathematical education. We based mainly on the analysis of printed and manuscript sources, supplemented with interviews.

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT (Fundação para a Ciência e Tecnologia), no âmbito do projeto PTDC/CPE-CED/121774/2010 ("Promover o sucesso em Matemática").

Introdução

A ideia de que se tornava necessária uma renovação no ensino da Matemática, desenvolve-se no período pós 2.ª Guerra Mundial, particularmente em diversos países europeus e nos Estados Unidos da América. Este movimento internacional conduziu a uma reforma curricular, que ocorre entre a segunda metade da década de 50 e a primeira metade dos anos 70 do séc. XX, e que recebeu o nome de reforma da Matemática Moderna (Guimarães, 2007; Matos, 1989, 2006).

Neste texto pretende-se compreender como se desenvolveu a modernização do ensino da Matemática no ensino liceal em Portugal, a partir do fim dos anos 1950, focando o trabalho da Comissão nomeada em 1963 para fazer a revisão do programa da disciplina de Matemática do 3.º ciclo (Despacho ministerial, Julho de 1963). Os membros da Comissão eram José Sebastião e Silva (presidente), Jaime Furtado Leote, Manuel Augusto da Silva, António Augusto Lopes (vogais).

Para compreender a história do ensino da Matemática partindo da perspectiva da história das disciplinas escolares e da cultura escolar (Chervel, 1990; Julia, 2001) devemos entender a escola não como um simples agente de transmissão de saberes elaborados fora dela, mas como uma instituição que os adapta, os transforma, criando um saber e uma cultura próprias. Chervel (1990) aponta os momentos de reforma como momentos privilegiados para estudar a história das disciplinas escolares. Neste contexto, a reforma da Matemática Moderna é um momento rico para o estudo da história do ensino da disciplina. Valente (2007) indica fontes que permitem a construção de uma história do ensino da Matemática:

> Esses materiais estão reunidos, em boa parte, nos arquivos escolares. Diários de classe, exames, provas, livros de atas, fichas de alunos e toda uma série de documentos estão nas escolas para serem interrogados (...) há os arquivos pessoais de alunos e professores. Neles é possível encontrar cadernos de classe, cadernos de exercícios, rascunhos, trabalhos escolares e toda uma sorte de documentos ligados aos cursos e aulas. (...) Decretos, normas, leis e reformas da educação, constituem material precioso para a análise de como a educação é pensada em diferentes momentos históricos e de que modo se busca ordenar a sua prática. Todo esse conjunto de traços, de documentos sobre o passado, inclui, ainda, dependendo do período histórico a ser estudado, o trato com a história oral, com a pesquisa junto a protagonistas ainda vivos, das práticas

pedagógicas do ensino de matemática realizada noutros tempos. (39–40)

Para ajudar entender as condições que se criaram na educação permitindo a modernização do ensino da Matemática em Portugal, apresentaremos uma breve contextualização político-educativa. Continuamos com um apontamento sobre a reforma da Matemática Moderna num nível internacional destacando momentos que tiveram influência em Portugal. Por fim, analisamos o trabalho da atrás referida Comissão no projeto de modernização do ensino da Matemática, abordando o programa em experiência, elaborado por Sebastião e Silva, e os cursos de atualização de professores. Para elaboração deste texto foram analisadas fontes impressas e manuscritas. A análise foi complementada com entrevistas a António Augusto Lopes (AAL[1]). O levantamento documental foi realizado na Hemeroteca de Lisboa, na Biblioteca Nacional, no Arquivo Histórico da Secretaria-Geral do Ministério da Educação, no Arquivo da Escola Secundária Rodrigues de Freitas e em documentos facultados por AAL.

Contextualização político-educativa

No início da década de 1960, Portugal vivia em regime ditatorial e procurava o desenvolvimento económico, tecnológico e científico que pediam uma maior qualificação da população ativa (Teodoro, 1999). A nível internacional, há organismos que têm um papel importante nas ações educativas nacionais, essencialmente após a 2.ª Guerra Mundial, a UNESCO (desde 1945) e a OECE/OCDE (criada em Paris, em 1948). Em Portugal, a influência que se fez notar, através de encontros científicos e cursos práticos, estudos e relatórios, foi a da OCDE, apoiada pelos sectores industriais, pela necessidade de técnicos especializados e pelos liberais do Estado Novo (Teodoro, 2001).

O sistema escolar português (1948–1968) compreendia o ensino primário (6–9 anos), que era obrigatório, e o ensino secundário, que englobava dois ramos: o ensino liceal e o ensino técnico. O ensino liceal dividia-se em três ciclos — 1.º ciclo (10–11 anos), 2.º ciclo (12–14 anos), 3.º ciclo (15–16 anos). No 3.º ciclo, os alunos preparavam-se para estudos universitários, visando as profissões liberais e quadros técnicos superiores. O número de alunos no ensino liceal era, no começo dos anos 1960, cerca do triplo do de 1930. E, entre 1960 e 1975, o aumento do número de alunos no ensino liceal quase sextuplicou (Nóvoa, 1996).

[1]Ao longo do texto utilizaremos esta sigla para simplificar a leitura.

No que concerne à Matemática ensinada nos liceus, esta estava descompassada com o desenvolvimento tecnológico e com Matemática ensinada na universidade, exigindo a revisão do currículo (Silva, 1969). No período da reforma da Matemática Moderna, a "matemática deveria estar presente como uma das disciplinas principais na formação dos futuros homens de ciência" (Valente, 2003, 247). Num artigo publicado na imprensa periódica Sebastião e Silva justifica a necessidade de "modernização" dos conteúdos da Matemática nos liceus, com a enorme expansão científica e tecnológica que se deu após a 2.ª Guerra Mundial, adoptando, para Portugal, os argumentos empregues pelos defensores do movimento internacional da Matemática Moderna realçando o papel que a matemática era chamada a desempenhar na ciência, na técnica, na indústria, na economia e, em geral na cultura dos países civilizados (*Diário Popular*, 6-3-1963).

Em 1963, foi instituída a Comissão encarregada da atualização dos programas da disciplina de Matemática do 3.º ciclo do ensino liceal. Integravam a comissão José Sebastião e Silva (presidente), Jaime Furtado Leote, Manuel Augusto da Silva, António Augusto Lopes (vogais). O presidente era professor catedrático da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e os vogais eram os professores metodólogos de Matemática nos Liceus Normais de Pedro Nunes, de D. João III e de D. Manuel II, respectivamente.

Apontamento sobre a reforma da Matemática Moderna

Em 1957, teve lugar a conferência de Madrid da Comissão Internacional para o Estudo e Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática (CIEAEM) (Matos, 2006). Os participantes portugueses na conferência de Madrid da Comissão Internacional para o Estudo e Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática (CIEAEM), foram os professores Sebastião e Silva, José Calado, Silva Paulo e Santos Heitor. Sobre a conferência de Madrid, no livro *El material didático matemático atual*, Puig Adam (1958), refere que um dos grupos de trabalho dedicados aos modelos (materiais) contou com a orientação de uma equipa belga da qual fazia parte Servais que mostrou "os colegas dos outros países a dobrar, colar, recortar e soldar" (Adam, 1958, 26). Não se tratava só de mostrar como construir o modelo, o objectivo era partir da concepção do modelo e refletir sobre as operações necessárias para realizá-lo, discutindo quais os materiais mais apropriados, as suas vantagens e desvantagens e quais as consequências didáticas para as crianças. A originalidade dos modelos expostos, especialmente os materiais polivalentes e dinâmicos extraídos do dia a dia surpreendeu os participantes que estavam habituados aos modelos estáticos clássicos de vitrine (Adam, 1958, 27). Esta reunião agitou as águas da renovação do ensino em Portugal, houve comentários das novas ideias sobre o ensino da matemática em diversos artigos e entrevistas, e, nesse mesmo ano, numa sessão pública Calado “perante o Ministro da Educação Nacional da época, Francisco Leite Pinto, reclama o lançamento da reforma” (Matos, 2006, 95).

Em 1963, por iniciativa da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) realiza-se em Atenas uma Réunion Internationale de Travail sur les Nouvelles Méthodes d’Enseignement des Mathématiques. A Reunião decorreu entre os dias 17 a 23 de Novembro, no Hotel Ambassadeurs. Esta Reunião em Atenas teve como principal objetivo

> une présentation et une discussion des programmes d’enseignement des mathématiques, envisagées du point de vue d’une formation scientifique moderne et du problème simultané de la formation des professeurs aux mathématiques modernes. La discussion devait mettre en évidence et contribuer à éclairer les problèmes de reforme et d’adaptation des programmes de mathématiques aux besoins actuels ou á venir, et en même temps rechercher les voies d’une solution possible à ces problèmes. (OCDE, 1964, 312)

Em cada dia da semana as sessões eram dedicadas a um assunto, pelo que as comunicações e a discussão em grupos de trabalho desse dia incidiam sobre a temática prevista (Tabela 1). Nas sessões diárias havia um presidente e um secretário. No dia 18, antes da sessão da manhã, teve lugar na Universidade de Atenas a abertura oficial da Conferência pelo Presidente da reunião professor Papaioannou (Almeida, 2013).

No último dia, o balanço da Conferência foi feito por O. Rindung, tendo sido apresentadas as resoluções, conclusões e observações obtidas nos grupos de trabalho. Sobre as turmas-piloto enfatiza-se a importância de turmas experimentais em matemática com o objetivo de facilitar a introdução de novos métodos. A Conferência recomendou que “every O.E.C.D. country should proceed to modernize its mathematics programmes in the schools as far as rapidly as its training resources allow” (Almeida, 2013, 171). A formação de professores revelava-se fundamental para realizar a modernização dos programas e a renovação pedagógica do ensino da Matemática.

Nesta Reunião, Portugal esteve representado por Sebastião e Silva, Jaime Leote e António Augusto Lopes, que eram elementos da comissão recentemente constituída para estudar a atualização dos programas de Matemática do ensino liceal. António Augusto Lopes ao mencionar a ida à Reunião em Atenas, referiu que Sebastião e Silva teve uma intervenção ativa nos trabalhos

Dia	Assunto
18	*Les nouveaux programmes de mathématiques dans l'enseignement secondaire*
19	*Enseignement des concepts et des méthodes mathématiques modernes*
20	*Expérimentation de l'enseignement des mathématiques modernes dans les classes pilotes*
21	*Le recours aux applications dans l'enseignement des mathématiques*
22	*La formation mathématique des professeurs*
23	Balanço da conferência. Tendo sido apresentadas as resoluções, conclusões e observações obtidas nos grupos de trabalho.

Tabela 1: Assuntos tratados na Reunião de Atenas, realizada em novembro de 1963 (Almeida, 2013).

desenvolvidos, tendo aí apresentado e discutido um programa que estava em início de experimentação em Portugal. Um cronograma da Conferência pode ser consultado na Tabela 2.

18	MANHÃ	*COMUNICAÇÕES* **Vectores**, por L. Pauli; **Conjuntos**, por J. Laub; **Geometria (para primeiros anos)**, por N. Kritikos; **Geometria (ciclo superior)**, por M. Villa; **Álgebra**, por E. G. Begle *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão sobre inovações no âmbito dos programas escolares
	TARDE	*CONFERÊNCIA* **Une répartition moderne des matières mathématiques pour les sections scientifiques des écoles secondaires**, por W. Servais *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão sobre o tema da conferência
19	MANHÃ	*COMUNICAÇÕES* **Recherche de lois**, por M. Beberman**; Relations et fonctions**, por H. Steiner; **Calcul des probabilités**, por L. Raade; **Groupes**, por E. Krisyensen**; Semi-groupes (age 11–12 ans)**, por P. Abellanas. *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão sobre o **ensino das matemáticas modernas**
	TARDE	*CONFERÊNCIA* ***Méthodes et Techniques pour présenter les mathématiques modernes dans l'enseignement secondaire***, por G. Papy *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão sobre o tema da conferência

20	MANHÃ	Os participantes tiveram a oportunidade de presenciar uma **aula numa turma-piloto, do segundo ano do "gymnasium"** (idade 14–15 anos). *GRUPOS DE TRABALHO* **Les classes pilotes pour expérimenter l'introduction de nouveaux programmes. Leurs objectifs, leur mise en oeuvre, leur évaluation**
	TARDE	*GRUPOS DE TRABALHO* Discussão sobre o ensino dos métodos e conceitos novos em Matemática, abordando os seguintes assuntos: **vecteurs; espaces vectoriels; géométrie; démonstration; apprentisage original ou créateur.**
21	MANHÃ	*CONFERÊNCIA* ***Utilisation dans l'enseignement secondaire des notions modernes de mathématiques appliquées***, por M. Pollak *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão em grupos de trabalho sobre o assunto da conferência, com posterior discussão sobre ***La contribuition de l'enseignement des mathématiques à l'enseignement des autres sciences***
	TARDE	*CONFERÊNCIA* ***Les mathématiques considérées comme l'une des humanités***, por H. Athen *GRUPOS DE TRABALHO* Debateram a temática ***Modifications à apporter aux programmes scientifiques pour les sections non-scientifiques de l'enseignement secondaire***.
22	MANHÃ	*CONFERÊNCIA* ***Les mathématiques qu'un professeur doit connaître***, por A. Revuz *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão em grupos de trabalho sobre ***Les connaissances des professeurs***
	TARDE	*CONFERÊNCIA* ***La formation mathématique permanente des professeurs au cour de leur carrière***, por H. Fehr *GRUPOS DE TRABALHO* Debateram a temática abordada na manhã.

Tabela 2: Cronograma da Conferência de Atenas, promovida pela OCDE em 1963 (Almeida, 2013).

A participação portuguesa nesta reunião veio a influenciar a renovação do ensino da Matemática no 3.º ciclo do ensino liceal. Com efeito, Sebastião e Silva mencionará mais tarde que o programa elaborado para experiência no 3.º ciclo liceal teve em atenção as recomendações desta reunião (Silva, 1969).

Modernização do ensino da Matemática no 3.º ciclo liceal

A preparação de uma reforma curricular norteada pelas ideias do movimento da Matemática Moderna começou, em 1963, com a nomeação, pelo então Ministro Galvão Telles, de uma comissão encarregada de realizar estudos e experiências sobre a atualização dos programas da disciplina de Matemática do 3.º ciclo do ensino liceal, que permitissem ver em que termos esses programas deviam eventualmente ser modificados de forma a corresponderem cabalmente às exigências da preparação para o ensino superior, tida em conta a evolução verificada nos últimos anos nos estudos científicos e técnicos em que a Matemática desempenhava o papel de disciplina básica. Para além da identificação das novas matérias que porventura deviam ser incluídas nos programas e das antigas que deviam ser suprimidas, havia outros aspectos que deveriam ser ponderados, como, por exemplo, a definição dos métodos a usar e a determinação do modo de adaptação dos professores à nova orientação que viesse a ser assumida. Os trabalhos da Comissão decorreriam nos anos escolares de 1963/1964 e 1964/1965, devendo ser apresentado o respectivo relatório até 31 de Julho de 1965, acompanhado do projeto dos novos programas que entendesse deverem ser adoptados (Despacho ministerial, Julho de 1963).

Em Dezembro de 1963, foi assinado um acordo entre a OCDE e o Ministério da Educação Nacional, para a criação de turmas-piloto de Matemática Moderna, no 3.º ciclo do Liceu. Este acordo foi fundamental para a concretização de um projecto que Sebastião e Silva designou de Projeto de modernização do ensino da Matemática em Portugal (Silva, 1969).

Um documento proveniente da OCDE — *Committee for Scientific and Technological Personnel Pilot Demonstrations of Modern Science Teaching in Secondary School* — permitiu-nos complementar estas informações veiculadas por Sebastião e Silva, bem como compreender o desenvolvimento deste projeto de atualização dos programas da disciplina de Matemática do 3.º ciclo do ensino liceal que teve o contributo daquela organização. No documento, com data de 21 de Novembro de 1963, é referido que dois países, Portugal e Espanha, tinham apresentado ao Secretariado do Comité propostas para implementação de 'experiências piloto' relativas ao ensino da Matemática, e que as propostas deveriam entrar em funcionamento ainda em 1963 (Almeida, 2013).

De acordo com o documento, as autoridades portuguesas "are most anxious to carry out pilot demonstrations in the modern teaching of mathematics during the academic years 1963–64 and 1964–65" (Almeida, 2013, 178). Estava prevista na proposta a criação de 'Comissões Nacionais' para preparar a experiência, supervisioná-la e analisar os seus resultados. Como detalhes da implementação referem-se:

(a) Pilot experiment in 1963–64: three pilot teachers will be trained, using texts which exist already. In the meantime, pilot texts will be developed in a final form.

(b) Training Session in summer 1964: fifteen pilot teachers will be trained.

(c) Pilot experiment in 1964–65: the actual pilot courses will be held during academic year 1964–65 in ten grammar schools with classes in the second year of mathematics teaching (third cycle). (Almeida, 2013, 178–179)

Em anexo ao documento está uma estimativa dos custos do projeto português, onde estava prevista para despesas com a Comissão nacional uma verba de 18,700 F. Este valor destinava-se a pagar despesas com viagens, ajudas de custo diárias e honorários, relativos a cinquenta dias de trabalho de preparação, supervisão e análise do curso. Para sessões de avaliação do curso estavam atribuídos 3,550 F para despesas com viagens e ajudas de custo diárias, para um total de oito professores. Para sessões de trabalho, ou seja, para formar professores do 3.º ciclo e para o desenvolvimento do material piloto, a verba era de 11,300 F, destinando-se a despesas com viagens, ajudas de custo diárias e honorários dos formadores. A formação destinava-se a quinze professores, estando prevista para o Verão de 1964. Para custos de edição, que incluíam honorários para quatro autores e custos da impressão dos textos piloto a estimativa era de 14,500 F. A verba para as turmas-piloto — leccionação, honorários suplementares para os professores e bibliografia — era de 3,500 F. O orçamento português respeitante a este projeto especial concernente ao ensino da Matemática era de 82,000 F e a contribuição da OCDE foi de 40% (Almeida, 2013).

Atendendo ao mês em que a Comissão foi nomeada por Galvão Telles, ou seja, Julho, e à data do documento relativo à proposta apresentada por Portugal à OCDE, Novembro, pensamos poder dizer que o Ministro já teria constituído a 'Comissão nacional' prevista na proposta, à data de submissão da mesma. Não tendo encontrado documentos posteriores àquele que referimos atrás e relativos a este projeto, não podemos aferir se houve algumas alterações a esta proposta.

Cabia à Comissão apresentar programas e estudar a sua aplicabilidade aos alunos dos nossos liceus. Os programas para a experiência da Matemática Moderna em Portugal, que Sebastião e Silva redigiu para as "turmas-piloto" que começaram a funcionar em 1963–64. Sobre o início e desenvolvimento do projeto, Sebastião e Silva (1969) menciona que, no ano lectivo de 1963/64, funcionaram três turmas-piloto de Matemática Moderna, "a título de iniciação experimental (...), uma em cada um dos liceus normais do país" (Silva, 1969, 6).

António Augusto Lopes facultou-nos um documento manuscrito com a designação de PROGRAMAS DE MATEMÁTICA em EXPERIÊNCIA, onde podemos observar os que terão sido os programas iniciais do Projeto de modernização do ensino da Matemática em Portugal para o 3.º ciclo do ensino liceal. Ao analisar o conteúdo do documento, que passaremos a designar por programas experimentais, podemos observar que apresentam, essencialmente uma relação dos conteúdos a tratar, que inclui temas 'clássicos' e 'modernos'. Devido à sua extensão e especificidade dos termos, optámos por não enumerar a totalidade dos conteúdos, mas alguns assuntos 'modernos' dos mesmos. Assim, temos *Elementos de lógica simbólica* e *Introdução à teoria dos conjuntos*, a iniciar o programa do 6.º ano. Ainda no mesmo ano, *Produto cartesiano, Relações binárias, Noções de semigrupo* e *grupo, descrição axiomática do conjunto* $\mathbb{N}$, *anel e corpo, isomorfismo, Álgebras de Boole e suas aplicações às máquinas de calcular, cálculo de valores aproximados, erro absoluto e erro relativo.* O programa do 7.º ano principia com o estudo dos vectores: se*gmentos orientados e vectores livres, espaço vectorial, determinantes de 2.ª ordem,* entre outros. Entre outros assuntos 'modernos' estão: *números complexos na forma trigonométrica; estudo heurístico, intuitivo da série de Taylor' introdução heurística ao cálculo integral; introdução ao cálculo das probabilidades e da estatística — frequência absoluta e relativa de um atributo numa população e dum acontecimento numa série de provas; conceito empírico de probabilidade e sua caracterização axiomática, no caso finito; algumas ideias sobre estimativas e testes estatísticos.*

Alguns dos itens destes programas experimentais de 1963 têm indicações que, em geral, limitam o âmbito do conteúdo a que se referem. Por exemplo, no programa do 6.º ano, podemos ler "equações lineares (estudo sucinto); resolução de equações ou inequações por factorização (em casos simples)". No programa do 7.º ano, entre outros, aparecem junto aos respectivos conteúdos as orientações seguintes

> continuidade (noções tanto quanto possível simples e intuitivas, com exemplos concretos).
>
> Conceito de derivada (partindo do conceito de declive duma curva num ponto); interpretação física. Regras de derivação. Aplicações: equação da recta tangente a uma curva num ponto; estudo do sentido da variação duma função (estudo intuitivo, com aplicações concretas, especialmente à geometria e à física). (...)
>
> Introdução heurística ao cálculo integral: (...) Alguns exemplos simples de cálculo de áreas e de volumes de sólidos de revolução.

Aplicações concretas a problemas de física. (Almeida, 2013, 222–223)

Na figura 1, apresentamos um exemplo, retirado do programa do 7.º ano:

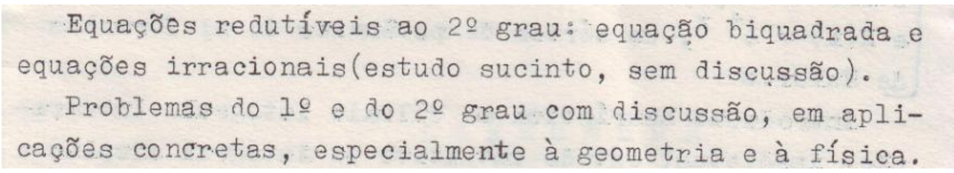

Equações redutíveis ao 2º grau: equação biquadrada e equações irracionais(estudo sucinto, sem discussão).
Problemas do 1º e do 2º grau com discussão, em aplicações concretas, especialmente à geometria e à física.

Figura 1: Programas experimentais (p. 7)

Segundo António Augusto Lopes, os programas e os Texto-piloto eram a base do trabalho. "Nesse [primeiro] ano trabalhámos os detalhes de concretização do programa atendendo à sua lógica estrutural e às ideias que tínhamos em termos do ensino [da Matemática]. (...) Nas reuniões que nós tínhamos e, tínhamos todos os meses, pelo menos, uma reunião, fazia-se uma avaliação, do que cada um tinha feito e como tinha feito" (Almeida, 2013, 224). As palavras de AAL evidenciam que nas reuniões se analisavam as ações desenvolvidas e a desenvolver, nelas também é perceptível o papel de Sebastião e Silva na condução da experiência. Era este último que, embora ouvindo os metodólogos, definia a direção a seguir na remodelação do ensino, ou seja, partindo das lições colhidas da experiência decidia ulteriores modificações na ordenação dos assuntos e na metodologia.

O que foi dito evidencia que as disciplinas escolares são um "organismo vivo" pois "nascem e se desenvolvem, evoluem, se transformam" (Viñao, 2008, 204) e o papel do professor enquanto participante do processo de mudança, i. e., mediador entre o que é proposto e o que é aplicado em sala de aula nos momentos de reforma (Chervel, 1990).

Ao referir-se às reuniões da Comissão durante o segundo ano da experiência, AAL disse

> discutíamos a maneira como os programas estavam a progredir, estavam ser ensinados nas diversas escolas, (...) O Dr. Sebastião e Silva trazia informações sobre as outras escolas, sobre a ansiedade sentida pelos professores ao pôr em prática o programa, trocávamos informações sobre as dificuldades que os alunos sentiam, coordenando entre todos. (...) Era em função disso [dificuldades sentidas] que eram organizados dos cursos que se formavam depois para professores, os cursos de férias. (Almeida, 2013, 225)

A atualização dos professores, especialmente a científica, era indispensável para o sucesso da introdução da 'matemática nova' no ensino. A nova abordagem apresentava a Matemática de uma forma unificada, apoiando-se na linguagem dos conjuntos, dando especial destaque às estruturas algébricas e à lógica. Mas, a preparação científica que licenciatura em Matemática proporcionava aos futuros professores desta disciplina estava desfasada esta nova abordagem. Por este motivo, já em 1957, numa conferência ocorrida no Liceu Pedro Nunes, José Calado, professor de Matemática nesse liceu, defende a abertura de cursos e colóquios sobre Álgebra Moderna, Álgebra da Lógica e Fundamentos da Matemática, a terem lugar nos Liceus Normais. As lições destinando-se aos estagiários (regime obrigatório) e a professores liceais da disciplina (regime facultativo) permitiriam uma preparação dos primeiros e uma atualização dos segundos (Folha e Grácio, 1958). Como a matriz da licenciatura em Matemática só sofre alteração em 1964, no início deste projeto a preparação dos futuros professores de Matemática não se deveria ter alterado significativamente

Nesta área, a "estratégia" utilizada pela Comissão, e patrocinada pela OCDE, foi a promoção de cursos de atualização de professores que visava proporcionar aos professores participantes uma formação adequada para poderem corresponder à tarefa de leccionar um novo currículo. Segundo António Augusto Lopes, em 1964 e em 1965, durante o período de férias estivais, Sebastião e Silva regeu o curso de aperfeiçoamento de professores, no Liceu de Oeiras. Os cursos de atualização para professores do ensino liceal, referidos pelos participantes como Cursos de Oeiras, começaram em 1966, sendo os metodólogos, António Augusto Lopes e Jaime Leote, e Silva Paulo, os orientadores dos referidos cursos. Sobre o processo de seleção dos professores que iriam frequentar os cursos, mencionou

> a Comissão reunia para decidir [quem iria convidar]. E, em face da informação do Currículo do professor dada pela Inspecção [Inspector Carneiro da Silva], e também, em face das nossas informações pessoais ou do conhecimento pessoal que tínhamos dos professores, decidiam-se os professores a convidar. (...) [o curso era] nas férias de Verão, em Oeiras, porque se fosse em Lisboa não havia direito à remuneração da ajuda de custo para os que estavam em Lisboa. (Almeida, 2013, 226–227)

Em cada ano lectivo o Curso tinha duas semanas (dez dias úteis). Os temas que cada um dos três professores iria reger eram combinados com antecedência, bem como os dias em que cada um estaria a gerir o trabalho com os professores participantes. Os formadores mesmo que não estivessem a leccionar assistiam às sessões. No Curso de atualização os professores tomavam contacto com os novos conteúdos, alguns poderiam já ter lido e estudado algumas das matérias a tratar.

De acordo com António Augusto Lopes, cada um dos formadores abordava conteúdos específicos, a questão seguinte pretendeu saber que materiais eram utilizados nesses Cursos. A este respeito AAL referiu que normalmente cada formador utilizava os seus próprios materiais. Mencionou ainda ter elaborado materiais propositadamente para os Cursos, mas que também tinha usado materiais que foram trabalhados em aulas com os alunos das turmas experimentais. Acrescentando que os Textos-piloto também podiam servir de base para os trabalhos.

Entre os documentos pessoais de António Augusto Lopes encontram-se alguns materiais manuscritos referentes ao período de implementação da Matemática Moderna nos liceus, entre estes estão materiais utilizados nos Cursos de atualização de professores. Esta documentação, conforme cabeçalho, é relativa aos Cursos de Oeiras realizados em Setembro de 1967 e Setembro de 1968. Não podemos afirmar que estes foram os únicos materiais entregues aos participantes nestes Cursos, mas pela leitura do título e conteúdo tomamos conhecimento de alguns temas que foram abordados.

Com data de Setembro 1967 temos dois documentos. O primeiro, *Operações binárias. Grupóides. Grupos,* é uma lista de 36 exercícios sobre os temas indicados. O segundo versa dois temas: *Introdução ao cálculo vectorial*, com exercícios numerados de 1 a 8 exercícios (além destes oito exercícios sobre espaços vectoriais estão agrafadas neste documento outros vinte e três exercícios sobre espaços vectoriais — dependência linear, que incluem alguns exercícios com a seguinte referência: Curso de Álgebra linear — 1966 — UP (Universidade do Porto) e, *Relações de ordem*, com 9 exercícios (Almeida, 2013).

No Curso de Oeiras realizado em 1968, temos quatro documentos, um destes, com o título *Operações binárias. Grupóides. Grupos. Transformações geométricas*, integra 56 exercícios, e um outro, intitulado *Anéis e corpos*, tem 36 exercícios. Um documento com o título *Cálculo vectorial*, contêm 19 exercícios, e finalmente, o documento com o título *Cálculo Aproximado*, compreende 7 exercícios. Da análise dos documentos anteriores notámos que alguns dos exercícios propostos eram retirados do Compêndio de Matemática (1.º volume — 6.º ano) redigido por Sebastião e Silva, com efeito, na primeira atividade proposta para o tema Anéis e corpos podemos ler "resolva os seguintes exercícios do compêndio: pág. 274 — I, III, IV, V, VI. Qual o fundamento da sugestão dada para a resolução de IV?" (Almeida, 2013).

Entre os documentos disponibilizados por António Augusto Lopes, encontramos apenas materiais relacionados com conteúdos programáticos. Não encontrámos qualquer documento que referisse metodologias ou didáticas, o que nos levou a questionar sobre o aspecto metodológico e didático. Segundo AAL:

> os professores que faziam o estágio, ficavam com conhecimentos das novas matérias. Mas, os outros professores, digamos, grande parte não as dominavam, podiam já ter estudado alguma coisa, mas não dominavam suficientemente. (...) A preocupação era que os professores ultrapassassem as dificuldades iniciais, que normalmente são as maiores, digamos, que eram o ponto de partida para depois aprofundarem o seu estudo. (...) Não dávamos lições de didáctica, ela era integrada na exposição das matérias, no desenvolvimento do trabalho. (Almeida, 2013, 230)

Aparentemente os Cursos de atualização destinavam-se principalmente a fornecer aos professores convidados conhecimento dos conteúdos no âmbito da Matemática Moderna, mas de forma a que eles adquirissem capacidades para comunicar esses conteúdos apropriadamente aos alunos. No final do Curso os professores participantes não tinham que prestar prova do que fora estudado, António Augusto Lopes refere "não tinha avaliação nenhuma, era um curso de atualização em que se pretendia motivar os professores a continuarem a estudar" (Almeida, 2013, 230).

Matos (2009) referindo-se a práticas de sala de aula de professores do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário (CPES) durante a implementação do programa em 1968/69 escreve: "it is likely that many teachers felt very uncomfortable with a mathematical content they had not experienced previously and just tried to reproduce in class the theoretical approaches of set theory they had been exposed to in in-service short-term courses" (p. 12).

Falando sobre dificuldades quanto à prática lectiva da Matemática Moderna e sobre o alargamento da experiência António Augusto Lopes sublinhou

> A introdução à Lógica devia ser um suporte [para o ensino], não um fim. (...) os professores depois exageraram na transmissão para os alunos. (...) A parte inicial da Álgebra dos conjuntos e a Lógica ensinava-se num mês, mas os professores que não tinham informação apropriada, andavam, andavam, e alguns gastavam muito mais tempo que o necessário. (...) No princípio a experiência estava restrita aos Liceus Normais. Depois a experiência começou a ser alargada esse é, talvez, um dos pontos fracos, havia que esperar

> mais tempo para que os professores fossem mais seguros [científica e pedagogicamente]. (Almeida, 2013, 234)

Aparentemente, tal como aconteceu com os professores do CPES, os professores dos liceus não se sentiam confortáveis a trabalhar conteúdos que não tinham sido trabalhados anteriormente, pelo que dariam mais ênfase a conteúdos onde se sentiam mais seguros.

Sobre programas e orientações tomadas, Sebastião e Silva refere que "têm variado um pouco, conforme os países. A orientação que temos vindo a adoptar, diz-nos S. e Silva, pode situar-se entre a *orientação de carácter mais abstracto seguida na Bélgica* (ver publicação do Centre Belge de Recherches Pédagogiques) e a *orientação de carácter mais pragmático seguida em Inglaterra* (ver por exemplo "The School Mathematics Project", 1967–68, Westfield College, Hampstead, London, N.W.3)" (Silva, 1969, 9–10, sublinhado no original). S. e Silva acrescenta que não era, ainda, "possível atingir o grau de desenvolvimento e de profundidade desses projectos, nomeadamente no que se refere a computadores, programação, estatística, equações diferenciais e aplicações à física" (Silva, 1969, 10).

O 'Projecto de Modernização do Ensino da Matemática no 3.º ciclo dos liceus portugueses' foi avaliado pelo Ministério da Educação Nacional em 1968 (Ventura, 1968).

Conclusões

A implantação da Matemática Moderna em Portugal, iniciou-se com a nomeação ministerial da Comissão de Atualização dos programas de Matemática do 3.º ciclo liceal, em 1963. A experimentação dos programas elaborados por Sebastião e Silva ocorreu primeiramente nos Liceus Normais e foi sendo gradualmente difundida a outros liceus. O trabalho da Comissão era realizado em reuniões convocadas por Sebastião e Silva, que tinham lugar pelo menos uma vez por mês, e os metodólogos envolvidos estudavam os conteúdos a leccionar orientados por Sebastião e Silva, discutiam sobre o modo como tinha decorrido a prática dos conteúdos propostos na reunião anterior e decidiam sobre as atividades que iriam desenvolver. O balanço da aplicabilidade dos programas em experiência era realizado em grupo mensalmente. Nos que terão sido os programas em experiência no 3.º ciclo liceal, para além dos conteúdos 'clássicos' e 'modernos' que os integram, podemos observar algumas breves indicações metodológicas. A nível preparação dos professores, foram realizados Cursos de atualização, cujo funcionamento e decisão sobre os assuntos matemáticos a tratar eram assegurados pela Comissão.

Os construtores do currículo, em particular os autores dos programas, não podem ignorar as condições sociais, políticas e educacionais dos sistemas nos quais o currículo escolar é construído, nem podem esperar introduzir com sucesso currículos que resultaram bem noutro contexto. Howson, Keitel e Kilpatrick (1981) referem que, países que não puderam desenvolver os seus próprios materiais tentaram frequentemente aproveitar currículos já feitos noutros países. Essas importações raramente são bem sucedidas, não só porque os países e os sistemas educacionais são diferentes, mas também porque as suas visões do currículo são diferentes.

No que respeita ao Projeto de Modernização do Ensino da Matemática no 3.º ciclo dos liceus portugueses podemos dizer que foi um projeto original, i. e., foi concebido para o sistema educativo português, reformando os programas do 3.º ciclo liceal que à época existiam, e implementando-os a título experimental, publicando textos, aperfeiçoando professores, tentando melhorar métodos de ensino.

A propósito da experimentação e implementação de programas, Howson, Keitel e Kilpatrick (1981) referem que, as escolas piloto raramente são selecionadas ao acaso. E, normalmente, são convidadas, ou porque os professores da escola são conhecidos dos autores dos programas, ou pela reputação profissional dos seus docentes. Embora esta seja a forma usual para constituir redes de escolas piloto onde se assegure a cooperação e comunicação entre os professores e as entidades responsáveis pela experimentação dos programas, implica, também, uma elevada probabilidade de as escolas selecionadas não terem as características das escolas onde se processa a generalização.

Em relação ao desenvolvimento da reforma da Matemática Moderna em Portugal, no 3.º ciclo do ensino liceal, podemos dizer que houve duas fases: uma primeira de experimentação do programa envolvendo só algumas escolas, com o apoio da Comissão de Estudos para a Modernização do Ensino da Matemática, e, uma segunda fase de generalização às restantes escolas do país. Estas duas fases estão em concordância com caracterização atrás indicada.

Referências

Adam, P. (1958). *El material didactico matematico actual.* Madrid, España: Inspección Central de Enseñanza Media. Ministerio de Educacion Nacional.

Almeida, M. (2013). *Um olhar sobre o ensino da Matemática, guiado por António Augusto Lopes.* Tese de Doutoramento, Universidade Nova de Lisboa.

Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 177–229.

Folha, R. & Grácio, R. (1958). Bom augúrio. *Labor*, 22, 211–218.

Guimarães, H. (2007). Por uma Matemática nova nas escolas secundárias. Perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna. Em J. M. Matos & W. R. Valente (eds.), *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*. São Paulo: Da Vinci / Capes-Grices. Zapt Editora, 21–45.

Howson, G., Keitel, C., & Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum development in mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Júlia, D. (2001). A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação*, 1, 9–43.

Matos, J. (1989). *Cronologia Recente do Ensino da Matemática*. Lisboa: APM.

Matos, J. (2006). A penetração da Matemática Moderna em Portugal na revista Labor. *Union*, 5, 91–100.

Nóvoa, A. (1996). Ensino Liceal. Em F. Rosas & J. M. Brandão de Brito (dir.), *Dicionário de História do Estado Novo*. Venda Nova: Bertrand Editora. Vol. 1, 301–303.

OCDE (1964). *Pour un enseignement rénové des sciences mathématiques modernes. Guide pour enseignants*. H. Fehr (ed), A. Revuz (texte français). Paris: OCDE.

Silva, J. (1969). Projecto de modernização do ensino da Matemática no 3.º ciclo dos liceus portugueses (cópia de documento dactilografado, assinado pelo autor).

Teodoro, A. (1999). *A construção social das políticas educativas. Estado, educação e mudança social no Portugal contemporâneo*. Tese de doutoramento, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias.

Teodoro, A. (2001). Organizações internacionais e políticas educativas nacionais: A emergência de novas formas de regulação transnacional, ou uma globalização de baixa intensidade. Em S. R. Stoer, L. Cortesão e J. A. Correia (eds.), *Transnacionalização da Educação: Da Crise da Educação à "Educação da Crise"*. Lisboa: Edições Afrontamento, 125–161.

Valente, W. (2003). A disciplina Matemática: etapas históricas de um saber no Brasil. Em M. Oliveira & S. Ranzi (orgs), *História das disciplinas escolares no Brasil: Contribuições para o Debate*. Bragança Paulista: EDUSF, 217–254.

Valente, W. (2007). História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *REVEMAT — Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2, 28–49.

Ventura, M. S. (1968). Acerca da avaliação dos resultados da experiência da Matemática Moderna ao nível do 3.º ciclo dos Liceus (cópia de documento manuscrito, assinado pelo autor).

Viñao, A. (2008). A história das disciplinas escolares. *Revista Brasileira de História da Educação*, 18, 173–216.

Fontes

"Renovação do Ensino (1). Uma nova concepção da Matemática inteiramente diferente da tradicional principia a ser conhecida no nosso país". *Diário Popular*, 6 de Março de 1963, 6.

O CONCEITO DE RETA TANGENTE NA OBRA PEDAGÓGICA DE SEBASTIÃO E SILVA

Catarina Mota
Universidade do Minho
catlexmota@gmail.com

Maria Elfrida Ralha
Departamento de Matemática e Aplicações — Universidade do Minho
eralha@math.uminho.pt

Maria Fernanda Estrada
Universidade do Minho
festrada@math.uminho.pt

Resumo: As alterações políticas ocorridas no século XX Português tiveram reflexo direto no sistema educacional e no ensino da Matemática.

Sob alçada do ministro Francisco Leite Pinto é estabelecido, em 1959, um protocolo de cooperação com a OCDE, o Projeto Regional do Mediterrâneo, que tem como um dos objetivos uma reestruturação do ensino Português, pretendendo dotar o país de pessoas com o conhecimento científico e técnico capazes de desenvolverem a economia nacional.

O ensino da matemática é assim reformado, tendo José Sebastião e Silva um papel fundamental nesta reforma ao liderar, no triénio 1964–1966 a equipa responsável pelas alterações curriculares.

Nesta comunicação analisaremos o pensamento pedagógico de Sebastião e Silva a partir do tratamento dado ao conceito de reta tangente a uma curva nas suas obras pedagógicas, dando particular relevo a três aspetos: a introdução do conceito; os exemplos/exercícios propostos; a utilização da história da matemática no ensino.

Abstract: The political changes that took place in Portuguese 20th century had direct impact in the educational system and in Mathematics teaching.

Under the responsibility of the minister Francisco Leite Pinto it's established, in 1959, a cooperation protocol with OCDE, the Mediterranean Regional Project, that had as one of the goals reform the Portuguese educational system,

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CMAT através do FCT Project Est-C/MAT/UI0013/2011 e pela Bolsa de Doutoramento da FCT com a referência SFRH/BD/63176/2009.

aiming provide the country with people with scientific and technical knowledge able to develop the national economy.

The teaching of mathematics is, therefore, reformed having José Sebastião e Silva a fundamental role in this reform leading, in the years 1964–1966 the team responsible by the curricular changes.

In this paper we will analyze the pedagogical ideals of Sebastião e Silva from the treatment given to the concept of tangent line to a curve in his pedagogical works, emphasising three aspects: the concept introduction; the examples/exercises proposed; the use of history of mathematics in teaching.

1 Introdução

José Sebastião e Silva (1914–1972) foi um dos matemáticos e pedagogos que mais se distinguiu no século XX Português.

Do seu trabalho científico destacam-se os cerca de 50 artigos publicados em revistas nacionais e internacionais, na área da Lógica, Análise Funcional e Teoria das Distribuições. A importância destes artigos é de tal forma relevante que os atualmente denominados "Espaços Silva" são assim conhecidos em honra do trabalho desenvolvido pelo matemático português nesta área.

Contudo, nos dias de hoje, José Sebastião e Silva é essencialmente relembrado pelo seu trabalho enquanto professor e pedagogo. Exerceu o cargo de professor no Instituto Superior de Agronomia e na Faculdade de Ciências de Lisboa, embora o seu maior contributo para o ensino da Matemática se deva ao papel que desempenhou na reforma do ensino liceal português na década de 60 do século XX.

Aquando da assinatura do Projeto Regional do Mediterrâneo, projeto assinado entre Portugal e a OCDE e outros países do sul da Europa, para a melhoria do ensino nestes estados, uma das alterações efetuadas foi uma reforma curricular ao nível do Ensino da Matemática. No triénio 1964–1966 José Sebastião e Silva fez parte da equipa responsável por esta reforma. Neste âmbito, como nota Matos (2009), publicou manuais escolares, elaborou guias de utilização dos manuais publicados, organizou formação para os professores de matemática e, com as opções curriculares tomadas, contribuiu de forma direta para a introdução da matemática moderna em Portugal.

Autor de uma vasta obra pedagógica, constituída não só pelos manuais para o ensino secundário mas também por apontamentos para o ensino superior e artigos publicados em revistas, assim como a disseminação dos seus ideais através das ações de formação que deu em Oeiras, Sebastião e Silva di-fundiu nessa sua obra os seus ideais pedagógicos e contribuiu para a formação de uma nova geração de matemáticos e de professores de matemática.

Uma das características de Sebastião e Silva era o rigor com que tratava os conceitos e as definições. Um dos conceitos que mais problemas levanta no seu ensino/aprendizagem é o conceito de reta tangente a uma curva. A importância de uma completa compreensão dos conceitos e das definições tem sido amplamente estudada, sendo o caso da reta tangente um dos mais abordados. Vinner (2002, p. 75–76) e Tall (1990, p. 57) mostram nos seus trabalhos os problemas que surgem no ensino do conceito de reta tangente a uma curva e as consequências que daí podem advir, chamando à atenção que apenas um ensino completo deste conceito poderá evitar os problemas já diagnosticados.

Neste trabalho analisaremos, na sua obra pedagógica, a forma como Sebastião e Silva lida com um conceito elementar (tendo em conta a sua precoce introdução no ensino da matemática) mas que muitas vezes é de difícil aprendizagem. A metodologia seguida nesta análise segue o modelo sugerido por Sierra et al. (2003) e consiste em analisar a obra como um todo (título, ano de edição, destinatários e conteúdos) seguido de uma análise do conteúdo no livro em causa através do modo de introdução do conceito, representações do conceito, sequência do ensino e tipo de exercícios e problemas.

2 A Obra Pedagógica de Sebastião e Silva

A obra pedagógica de Sebastião e Silva é vasta e multifacetada. Desde os manuais escolares, aos apontamentos para o ensino superior, a artigos de opinião sobre as diferentes metodologias de ensino ou a utilização da calculadora, durante toda a sua vida Sebastião e Silva debruçou-se de forma séria sobre o ensino e deu a conhecer as suas ideias e ideais.

Nas diferentes obras/artigos publicados Sebastião e Silva aborda o conceito de reta tangente em três delas: *Transformações Geométricas*, para o ensino superior; *Compêndio de Álgebra*, e *Geometria Analítica e Plana* para o ensino secundário.

2.1 *Transformações Geométricas*

A obra *Transformações Geométricas*, é uma edição, datada de 1950, da Associação de Estudantes da Faculdade de Ciências de Lisboa e foi escrita para os alunos da disciplina de Geometria Descritiva que Sebastião e Silva lecionava nessa altura na Faculdade de Ciências de Lisboa.

Este encontra-se atualmente publicada no primeiro volume dos seus textos didáticos e ocupa, nessa edição (Silva, 1999, I, p. 187–300), 108 páginas seguidas de um índice de duas páginas. É composta por 26 capítulos, 1 apêndice e referências bibliográficas e aborda temas de geometria projetiva e diferencial.

O conceito de reta tangente é abordado em três capítulos distintos: no 14.º capítulo, aquando do estudo das secções cónicas; no 26.º capítulo, aquando da introdução da geometria diferencial; e no 27.º capítulo, no estudo da relação entre o conceito de tangente e de assíntota.

2.2 *Geometria Analítica e Plana*

Geometria Analítica e Plana, obra publicada em 1956, foi o livro único do 7.º ano do liceu[1] nos concursos do Ministério da Educação Nacional de 1957, 1962 e 1967.

Este livro de 138 páginas inicia com uma pequena introdução, onde é feita a distinção entre a Geometria e a Análise, é explicado o significado da geometria analítica e as circunstâncias que levaram ao surgimento deste novo ramo da geometria.

> A matemática compreende dois ramos principais: a *análise*, que trata dos números e das relações entre números (expressa por equações, inequações, etc.), e a *geometria*, que estuda as propriedades relativas a pontos e a conjuntos de pontos (lugares geométricos). (...)
>
> A ideia básica deste método [geometria analítica] — simples como todas as ideias realmente fecundas — consiste em definir a posição de cada ponto por meio dum sistema de números (dois números, em geometria plana, e três, em geometria do espaço), o que permite traduzir integralmente a linguagem da geometria na linguagem precisa e maleável da análise: as figuras geométricas passam então a ser descritas por meio de equações e inequações; os problemas da geometria transformam-se em problemas de álgebra ou de cálculo infinitesimal; os teoremas da geometria tornam-se demonstráveis por meio da análise. (Silva, 1970, p. 5).

Logo após a introdução, surgem as notas históricas, uma das características mais marcantes das obras de Sebastião e Silva e que mostram a importância

[1] O 7.º ano do ensino liceal corresponde ao atual 11.º ano de escolaridade do sistema de ensino português.

por ele atribuída a este ramo da matemática. Nestas notas históricas Sebastião e Silva apresenta uma breve biografia de René Descartes e Pierre de Fermat, os matemáticos que Sebastião e Silva considera como os fundadores da Geometria Analítica. Estas referências históricas são complementadas com indicações bibliográficas que permitem aos interessados (professores e/ou alunos) aprofundarem a história da matemática.

No que se refere aos conteúdos da obra estes encontram-se divididos em 4 capítulos:

1. Pontos e números;
2. Lugares Geométricos e equações;
3. Estudo geral da reta;
4. Estudo elementar das cónicas.

Os diferentes capítulos encontram-se estruturados com a apresentação da teoria, seguida de exemplos. No final do capítulo encontram-se os exercícios e respetivas soluções.

O conceito de reta tangente nesta obra é abordado no último capítulo aquando do estudo da circunferência.

2.3 *Compêndio de Álgebra*

A obra *Compêndio de Álgebra*, escrita em colaboração com J. D. Silva Paulo, tem a primeira edição datada de 1956 e foi o livro único nos concursos do Ministério da Educação Nacional de 1958, 1963 e 1968 para o ensino liceal. Utilizado até, pelo menos, aos anos de 1973 e 1974 é composto por 2 tomos: o primeiro para o 6.º ano[2] e o segundo para o 7.º ano do liceu.

O primeiro volume, composto por 312 páginas, encontra-se dividido em 10 capítulos abordando as seguintes temáticas: conceito de número (números naturais, racionais, reais e complexos); funções reais de variável real; limites de sucessões e de funções; cálculo diferencial; polinómios e frações algébricas.

O segundo volume, composto por 283 páginas, contém 13 capítulos cujas temáticas são: análise combinatória; binómio de Newton; resolução de equações e inequações; resolução de problemas por meio de equações; função exponencial e logarítmica; propriedades e tábuas de logaritmos.

A estrutura destes dois volumes é semelhante à da *Geometria Analítica Plana*: exposição dos conceitos teóricos e exemplos e no final do capítulo são

[2] O 6.º ano do ensino liceal corresponde ao atual 10.º ano de escolaridade do sistema de ensino português.

apresentados os exercícios de consolidação e as respetivas soluções. A diferença centra-se com a introdução, no final de vários capítulos, de notas históricas.

No *Compêndio de Álgebra* o conceito de reta tangente a uma curva é estudado no 1.º volume, aquando da introdução ao cálculo diferencial.

3 O conceito de reta tangente

José Sebastião e Silva trata o conceito de reta tangente abordando-o de duas formas distintas: o conceito de reta tangente à circunferência e o conceito de reta tangente a uma curva geral. A separação deste estudo deve-se às propriedades particulares que a reta tangente à circunferência apresenta, e que não podem ser generalizadas para outras curvas.

É também notória a diferença entre o tratamento dado ao conceito nas obras dedicadas ao ensino liceal e ao ensino superior, decorrentes das diferenças de conteúdos a lecionar. Analisemos em pormenor estes estudos.

3.1 O conceito de reta tangente no *Compêndio de Álgebra*

O conceito de reta tangente surge, no *Compêndio de Álgebra*, associado ao conceito de declive de uma curva na introdução ao Cálculo Diferencial.

O declive de uma curva é apresentado nos seguintes moldes:

> Dados uma curva C, um ponto P_0 da curva e P um ponto móvel sobre a curva, o limite
>
> $$d_0 = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$
>
> dá-nos o **declive da curva C no ponto P_0** (Silva, 1963, p. 217–218).

No sentido de ajudar a clarificar o conceito o autor apresenta uma figura elucidativa (Silva, 1963, p. 217).

Note-se que, na figura, a ideia do movimento se encontra presente, e é representado por setas que indicam as diferentes direções do movimento de aproximação dos dois pontos, e consequente movimento das retas secantes que se aproximam de uma posição fixa — a reta tangente.

Inicialmente a reta tangente é introduzida nos seguintes termos:

> A reta t, que passa por P_0 e tem declive d_0, diz-se **tangente à curva no ponto P_0** (Silva, 1963, p. 217–218).

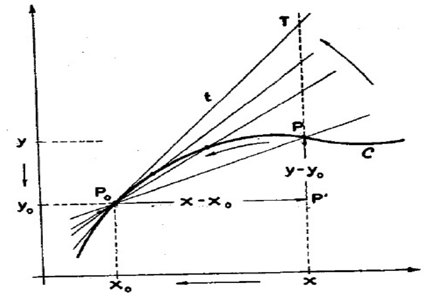


Figura 1: Ilustração do conceito de declive de uma curva.

Contudo, a ideia transmitida pela representação gráfica do declive de uma curva é utilizada para apresentar uma definição alternativa de reta tangente a uma curva num ponto, definição que ainda hoje é a utilizada em vários manuais do ensino secundário.

> Quando um ponto móvel P tende para o ponto fixo P_0, a secante P_0P tende para uma posição limite t, que é a tangente à curva no ponto P_0 (Silva, 1963, p. 218).

Sebastião e Silva dedica-se, em seguida, à análise da existência (ou não) de retas tangentes verticais.

Quando, nesta obra, definiu declive de uma reta (Silva, 1963, p. 217) Sebastião e Silva considerou que as retas verticais tinham declive infinito (1963, p. 217), pelo que neste ponto também considera, de forma análoga, que uma curva genérica pode ter declive infinito. Contudo, impõe uma condição para a existência de reta tangente nesse ponto:

> Se aquele limite d_0 for ∞, diremos que o *declive da curva em P_0 é infinito*. Mas só quando o sinal deste for determinado se pode então falar de «tangente à curva em P_0» (Silva, 1963, p. 218).

Com este resultado Sebastião e Silva restringe a existência de retas tangentes verticais aos casos em que os limites laterais do declive da curva têm como resultado infinito com o mesmo sinal. Com esta distinção é possível a existência de retas tangentes verticais, por exemplo em pontos de inflexão de algumas curvas, mas não se consideram como retas tangentes as retas verticais que podem surgir como limites das secantes em pontos angulosos de certas curvas.

Depois de estabelecer a relação entre o conceito de reta tangente a uma curva num ponto e o conceito de declive da curva nesse ponto, Sebastião e Silva relaciona a reta tangente com a derivada no ponto de tangência da função que define a curva, estabelecendo uma relação direta entre um problema de análise e um problema de geometria.

> A derivada da função $f(x)$ em x_0 é o declive do gráfico dessa função no ponto de abcissa x_0.
>
> Como o declive de uma curva num ponto é, por definição, o declive da tangente à curva nesse ponto, *o cálculo da derivada traduz, em análise, o problema geométrico da determinação da tangente* (Silva, 1963, p. 221).

Ao contrário do que seria de esperar não existe qualquer exemplo ou exercício relativo à determinação da equação da reta tangente ao gráfico de uma função por um dado ponto, embora em vários gráficos apareçam traçadas retas tangentes para facilitar a compreensão da relação existente entre o sinal da derivada e a monotonia da função, ou o sinal da segunda derivada e a concavidade da função. Este facto pode dever-se à não referência no programa (Decreto n.º 39807 de 7 de setembro de 1954 do Ministério da Educação Nacional) ao estudo do conceito de reta tangente pelo que Sebastião e Silva terá optado por não aprofundar esse estudo com a inclusão de exercícios sobre este tema.

O capítulo termina com notas históricas sobre o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral, em particular biografias de Newton e de Leibniz, não sendo contudo referida a questão da determinação das retas tangentes a curvas, problemas que os dois matemáticos trataram.

Sebastião e Silva abordará a determinação da reta tangente a uma curva na sua *Geometria Analítica Plana*.

3.2 O conceito de reta tangente na *Geometria Analítica Plana*

Na *Geometria Analítica Plana* Sebastião e Silva estuda diversas propriedades geométricas recorrendo a equações, nos moldes tradicionais da geometria analítica.

No último capítulo, intitulado "Estudo Elementar das Cónicas", estuda as propriedades das cónicas enquanto lugares geométricos definidos por equações do 2.º grau; estuda então o conceito de reta tangente à circunferência, apresentando no subcapítulo 46, a resolução de problemas relativos a tangentes.

Após o estudo de algumas propriedades da circunferência, Sebastião e Silva dedica-se à determinação da interseção de uma reta com uma circunferência e é neste contexto que apresenta a sua definição de reta tangente.

Começa por fazer notar que, dado uma reta poder ser representável por uma equação de 1.º grau em x e y enquanto uma circunferência é representável por uma equação de 2.º grau em x e y, determinar a interseção de uma reta com uma circunferência se reduz à resolução de um sistema de duas equações em x e em y, o que originará a resolução de uma equação do 2.º grau com uma só incógnita. Assim, é possível dizer que o problema da interseção de uma reta com uma circunferência se reduz à resolução de uma equação de 2.º grau, de coeficientes reais, numa incógnita. Sebastião e Silva analisa então as diferentes soluções desta equação, e nesse contexto define reta tangente nos seguintes termos:

> Como se sabe, uma equação do 2.º grau, de coeficientes reais, numa incógnita, pode ter duas raízes reais (distintas), uma só raiz real (dupla) ou duas raízes imaginárias. Assim, no 1.º caso, a interseção será formada por dois pontos distintos (*a reta é secante*); no 2.º caso, a interseção será formada de um único ponto (*a reta é tangente*); no 3.º caso, a interseção será vazia (*a reta não encontra a circunferência*). (Silva, 1970, p. 107).

A caracterização da reta tangente como a reta que tem um único ponto em comum com a circunferência, embora conhecida desde Euclides, tornou-se generalizada com a introdução da geometria analítica por Descartes e é ainda hoje a definição apresentada em diversos livros de texto aos alunos aquando da lecionação do conceito de reta tangente à circunferência. Seguem-se três exemplos que visam representar as três situações definidas anteriormente.

No subcapítulo seguinte, Sebastião e Silva debruça-se sobre problemas relativos a tangentes à circunferência dividindo-os em dois tipos, que designa de espécies:

> *Problemas de 1.ª espécie:* é dada uma circunferência e pede-se uma reta que seja tangente à circunferência, em dadas condições.
>
> *Problemas de 2.ª espécie:* é dada uma reta e pede-se uma circunferência que seja tangente à reta, em dadas condições. (Silva, 1970, p. 108)

Estes problemas são aprofundados com a apresentação de vários exemplos ilustrativos de cada uma das espécies de problemas. Relativamente aos problemas da 1.ª espécie, são apresentados dois exemplos: o primeiro consiste na determinação da reta tangente a uma circunferência por um ponto da circunferência; o segundo consiste na determinação da equação da reta tangente a uma circunferência por um ponto exterior à circunferência.

Do primeiro exemplo ressalta a nota final onde é estabelecida a correspondência entre a resolução no âmbito da geometria analítica e a resolução recorrendo às derivadas, método que havia sido estudado pelos alunos no ano anterior utilizando o *Compêndio de Álgebra*. Esta constante interligação entre os diferentes conteúdos é uma das marcas das obras de Sebastião e Silva que pretende fornecer sempre aos seus leitores uma visão integradora e completa da matemática e não apenas uma visão compartimentada.

No que concerne ao segundo exemplo, saliente-se a nota que ressalva a existência de tangentes verticais. À semelhança do que havia feito no *Compêndio de Álgebra*, Sebastião e Silva não evita as questões relacionadas com o infinito, salientando-as e esclarecendo-as de modo a fornecer aos alunos uma visão completa do conceito que está a tratar.

Já os problemas da segunda espécie são considerados facultativos, dado não se encontrarem incluídos no programa. O facto de, embora facultativos, Sebastião e Silva os incluir na sua obra mostra-nos a importância atribuída pelo autor a um tratamento completo dos diferentes temas abordados.

Também nestes problemas são apresentados dois exemplos: o primeiro consiste na determinação da circunferência que contém um ponto e é tangente a uma reta num ponto dado; o segundo pretende a determinação da circunferência que contém dois pontos dados e é tangente a uma reta dada.

No primeiro exemplo é de realçar a necessidade da utilização da perpendicularidade entre a reta tangente e o raio da circunferência pelo ponto de tangência, relação que não é nunca referida nesta obra. Contudo, segundo o programa da disciplina de matemática (Decreto n.º 39807 de 7 de setembro de 1954 do Ministério da Educação Nacional) o estudo da circunferência e da reta tangente à circunferência teria já sido estudado no 3.º ano[3], em termos de geometria euclidiana, pelo que este facto seria já do conhecimento dos alunos.

Com estes exemplos Sebastião e Silva termina o estudo teórico do conceito de reta tangente à circunferência. Embora um estudo análogo pudesse ter sido realizado relativamente às outras cónicas, Sebastião e Silva não o apresenta, talvez devido ao facto de se encontrar fora do âmbito do programa.

O estudo do conceito de reta tangente é apenas novamente explorado nos exercícios propostos no final do capítulo. Dos 21 exercícios sobre a circunferência, 7 referem-se ao conceito de reta tangente, sendo que 4 destes são facultativos, uma vez que são problemas da 2.ª espécie. Destes exercícios, salienta-se o diferente grau de dificuldade dos exercícios propostos e os diferentes objetivos que se pretendem atingir com os mesmos.

[3] O 3.º ano do ensino liceal corresponde ao atual 7.º ano de escolaridade do sistema de ensino português.

Os dois primeiros exercícios (exercícios 12 e 13) são exercícios de consolidação de conceitos e procedimentos, sendo análogos aos exemplos de 1.ª espécie apresentados por Sebastião e Silva no corpo do texto. Já o exercício 14, embora também pretenda a determinação da reta tangente a uma circunferência dada, não fornece pontos da reta mas sim uma reta paralela à reta pretendida. Este exercício permite uma revisão dos conceitos relativos a retas paralelas e, mais uma vez, uma interligação de diferentes conceitos estudados no âmbito da disciplina de matemática.

Os exercícios facultativos (exercícios 16 a 19) conduzem à elaboração de raciocínios mais complexos. Enquanto os exercícios 16 e 17 são de consolidação dos procedimentos apresentados nos exemplos dos problemas de 2.ª espécie, os exercícios 18 e 19 exigem uma mobilização constante de conceitos e procedimentos estudados anteriormente e permitem apresentar aos alunos a matemática como uma ciência onde os diferentes temas/conteúdos/conceitos se encontram interrelacionados.

O problema da determinação das retas tangentes a curvas é também referido nas notas históricas que se encontram no início da *Geometria Analítica Plana*.

> Além disso, Fermat foi considerado por Newton um percursor do cálculo diferencial, no seu estudo das tangentes aos gráficos das funções, assunto que também mereceu a atenção de Descartes. (Silva, 1970, p. 14)

Embora Sebastião e Silva não aborde em pormenor esta questão fornece ao leitor a indicação de onde poderá encontrar mais informações sobre o problema da determinação das tangentes, ao referir dois dos matemáticos que mais contribuíram para a resolução deste problema.

Esgotado o estudo do conceito de reta tangente a uma curva no âmbito do programa do ensino liceal, Sebastião e Silva abordará em pormenor este tema no ensino superior, nas suas aulas de Geometria Descritiva na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

3.3 O conceito de reta tangente nas *Transformações Geométricas*

Na obra *Transformações Geométricas*, dedicada a alunos do ensino superior, Sebastião e Silva embora se refira a resultados de geometria euclidiana dedica-se essencialmente ao estudo da geometria projetiva e de homologias[4].

[4] Homologia entre dois planos α e β é uma transformação pontual biunívoca que transforma retas em retas, deixa invariante os pontos de uma reta (eixo da homologia) e tal que retas que

Uma das temáticas estudadas por Sebastião e Silva à custa das homologias são as secções cónicas, começando pela circunferência, e é neste contexto que introduz o conceito de reta tangente:

> Uma reta r se diz *secante* ou *tangente* a uma circunferência $[C]$, conforme o número de pontos comuns a r e a $[C]$ é 2 ou 1. (Silva, 1999, p. 241)

Note-se que esta definição já tinha sido introduzida anteriormente aos alunos no ensino liceal aquando do estudo da geometria analítica, embora na altura, o número de pontos de interseção entre a reta tangente e a circunferência fosse apresentado em termos do número de soluções de uma equação do 2.º grau.

Esta definição é estendida a todas as cónicas e, utilizando as homologias, é estabelecida a relação entre o conceito de reta tangente e o conceito de assíntota, relação facilmente justificada em geometria projetiva.

> Se r é tangente a $[C]$, a imagem $r*$ de r por meio de uma homologia Θ será ainda tangente à imagem de $[C]$ por meio de Θ. Em particular, se j encontra $[C]$ em dois pontos M, N, as tangentes a, b a $[C]$ em M, N serão convertidas por Θ nas tangentes $a*$, $b*$ a $[C]*$ *nos pontos impróprios*[5] $M*$, $N*$. (...)
>
> Diz-se que uma reta é *assíntota* de uma cónica quando é tangente à cónica num seu ponto impróprio. (Silva, 1999, p. 241)

Note-se que esta definição de assíntota estabelece, de modo formal, a relação entre o conceito de tangente e assíntota, relação muitas vezes estabelecida apenas de modo intuitivo.

É em seguida analisado um método para a construção da reta tangente a uma cónica por um dado ponto. O método proposto assenta no conhecimento rigoroso da determinação, apenas com régua e compasso, da reta tangente a uma circunferência por um ponto dado, no facto de retas tangentes serem transformadas em retas tangentes por homologias, e ainda no facto de que qualquer cónica é imagem de uma circunferência por uma homologia. Para análise deste método são apresentados dois exemplos de determinação das tangentes a duas elipses distintas (fig. 3).

unem pontos correspondentes passam todas pelo mesmo ponto (centro da homologia) (Silva, 1990, p. 216).

[5]Pontos impróprios ou pontos de infinito são os pontos que se juntam ao espaço euclideano para obter o espaço projetivo [Silva, 1999, p. 192].

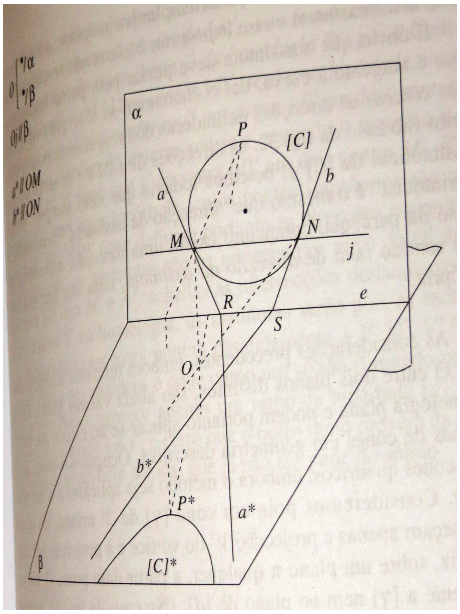


Figura 2: Ilustração da relação entre o conceito de reta tangente e o conceito de assíntota.

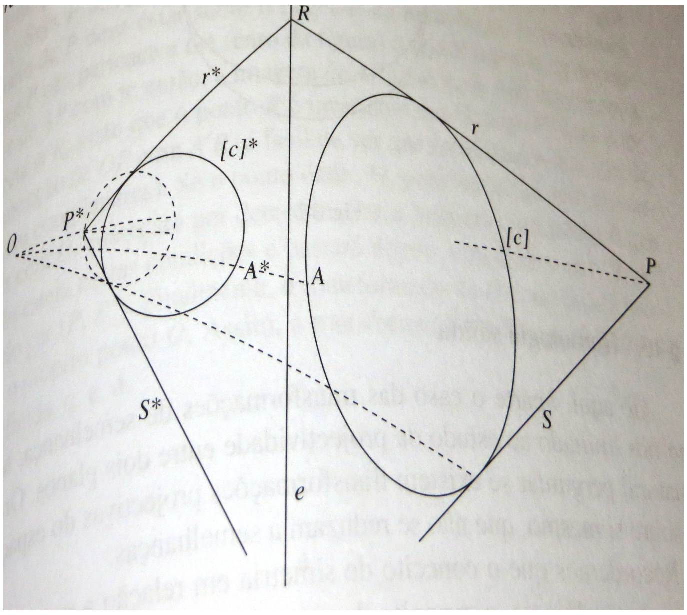


Figura 3: Exemplo da determinação das tangentes à elipse.

O estudo do conceito de reta tangente é retomado, já no final da obra, aquando da introdução de algumas noções de geometria diferencial.

Ainda antes da definição formal, Sebastião e Silva chama a atenção para a impossibilidade de generalização, para qualquer curva, da definição apresentada anteriormente para a circunferência, tentando deste modo evitar que os seus alunos cometam o erro comum desta generalização.

> O conceito de tangente é inicialmente definido, para o caso da circunferência, de maneira elementar. Tal definição pode ainda ser aplicada no caso das cónicas, como se fez no 14.º, mas é inaplicável ao caso de uma linha qualquer. (Silva, 1999, p. 278)

Sebastião e Silva apresenta então uma ideia intuitiva da noção de reta tangente:

> A reta tangente num ponto M é a posição limite para que tende a secante que passa por M, quando o outro ponto da interseção tende para M.

Note-se que esta ideia intuitiva tinha sido já apresentada por Sebastião e Silva no seu *Compêndio de Álgebra* para os alunos do 6.º ano do liceu. Contudo, no *Compêndio de Álgebra* Sebastião e Silva não formaliza o conceito como o faz nas *Transformações Geométricas*, formalização que não está incluída no programa respetivo.

A definição rigorosa do conceito de reta tangente apresentada por Sebastião e Silva em termos de geometria diferencial é:

> Seja C uma linha contínua e M um ponto simples (próprio[6]) de C. É claro que M divide C em duas partes, que podemos chamar *anterior e posterior* a M (supondo a linha C orientada, isto é, percorrida num determinado sentido). Seja agora P um ponto variável de C *posterior* a M; diz-se que a semirreta $\hat{M}P$ (de origem $\hat{M}$) *tende para a posição limite MT ao tender de P para M*, quando, qualquer que seja o número $\epsilon > 0$, se possa sempre associar-lhe $\delta > 0$, de modo que se tenha
>
> $$P\hat{M}T < \epsilon, \text{ desde que } dis(P, M) < \delta;$$
>
> nesta hipótese, diz-se ainda que a semirreta $\hat{M}T$ é *semitangente a C em M, à direita*, e analogamente à *esquerda* (basta considerar um ponto variável de C anterior a M).

[6]Ponto próprio é um ponto do espaço euclideano (Silva, 1999, p. 192).

> Pode acontecer que a linha C admita em M duas semi-tangentes $\hat{M}T$, $\hat{M}T_1$ diretamente opostas; então a reta TT_1 formada pelas duas semi-tangentes é chamada *tangente* a C no ponto M. (Silva, 199, p. 278–279)

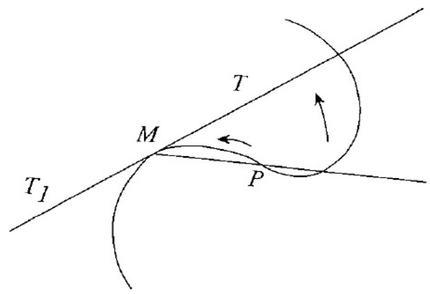


Figura 4: Ilustração do conceito de reta tangente a uma curva.

Note-se que, há semelhança do que se verifica no *Compêndio de Álgebra*, atendendo a que na definição existe a ideia de movimento essa ideia de movimento é transmitida na imagem que pretende ilustrar o conceito definido, pretendendo Sebastião e Silva obter uma representação o mais completa possível do conceito apresentado (fig. 4).

Esta tentativa de formar nos seus leitores uma imagem completa do conceito é reforçado pelos casos referidos após a definição, onde Sebastião e Silva chama a atenção dos seus leitores para alguns dos erros mais comuns relacionados com o conceito de reta tangente:

- Tratando-se de uma linha qualquer C o facto de uma reta r ser ou não tangente a C nada tem que ver com o número de pontos que r encontra C. [Silva, 1999, p. 279]

- A tangente r pode atravessar a linha C no ponto de tangência (fig. 5). (Silva, 1999, p. 279)

- Toda a reta r admite como tangente, em cada um dos seus pontos, a própria reta r. (Silva, 1999, p. 279)

Analisados os diferentes casos onde pode existir reta tangente (pontos regulares) Sebastião e Silva apresenta os casos onde a reta tangente não existe (pontos singulares). De facto, um ponto M de C é singular nos seguintes casos:

- Admite duas semitangentes não colineares (ponto anguloso) (fig. 6); (Silva, 1999, p. 280)

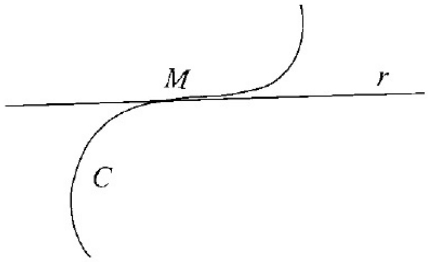


Figura 5: Reta tangente a uma curva num ponto de inflexão.

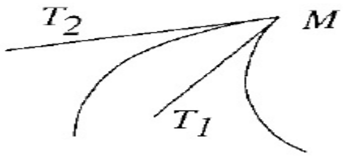


Figura 6: Representação de um ponto anguloso.

- Admite duas semitangentes coincidentes (ponto de regressão) (fig. 7); (Silva, 1999, p. 280)

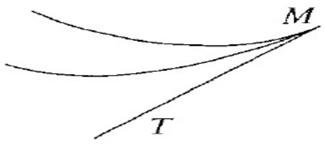


Figura 7: Representação de um ponto de regressão.

- M é um extremo de C com uma semitangente (*ponto de suspensão*) (fig. 8); (Silva, 1999, p. 280)
- Não admite semitangente (fig. 9). (Silva, 1999, p. 280)

A análise de todos estes casos permite que os leitores/alunos concebam uma imagem mental do conceito de reta tangente completo e não estereotipado, eliminando dúvidas e esclarecendo possíveis conflitos mentais entre a definição formal e a sua representação.

Figura 8: Representação de um ponto de suspensão.

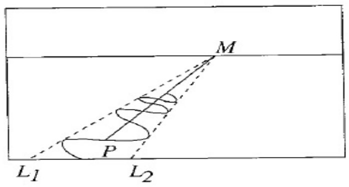


Figura 9: Representação de um ponto que não admite semitangentes.

De salientar também a referência por Sebastião e Silva a curvas que não admitem reta tangente em qualquer dos seus pontos, como é o caso da curva representativa da função de Weierstrass, o que mais uma vez contribui para que o conceito de reta tangente seja completamente entendido e os casos contra--intuitivos sejam tidos em conta e não ignorados. Neste seguimento é também abordado o caso das retas tangentes a pontos múltiplos.

> Se um ponto M é ponto múltiplo de C não faz sentido falar de tangente, mas algumas partes podem admitir tangentes cujo nome se estende. (Silva, 1999, p. 281)

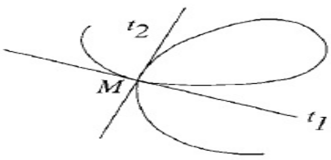


Figura 10: Representação das retas tangentes num ponto múltiplo.

O estudo do conceito de reta tangente é terminado com a análise do carácter projetivo deste conceito: se a reta r é tangente à linha C e não passa pelo centro de projeção O então a imagem de r será tangente à imagem de C pela projeção de centro O.

Note-se que este resultado tinha sido já apresentado no caso das homologias, sendo agora reforçado para o caso da projeção.

Do estudo do conceito de reta tangente efetuado por Sebastião e Silva nas *Transformações Geométricos* destaca-se o rigor e o formalismo das definições, embora sempre complementado com uma ideia intuitiva que pretende ajudar a entender o conceito, assim como a importância atribuída à análise de todos os casos, por mais contra-intuitivos que sejam.

4 Notas Finais

Sebastião e Silva marcou uma geração de alunos e de professores de matemática. Desde os manuais, aos cursos de formação de formação de profesores assim como na lecionação no ensino superior a sua faceta de pedagogo, sempre interessado no desenvolvimento do ensino/aprendizagem da matemática marcou a forma como em Portugal se encarava e ensinava matemática.

No tratamento que Sebastião e Silva deu ao conceito de reta tangente na sua obra pedagógica são visíveis muitos dos ensinamentos que ainda hoje os professores devem ter em conta aquando da introdução de um novo conceito.

A importância do currículo: Ao apresentar alguns exercícios e problemas como facultativos, assim como ao não aprofundar o conceito de reta tangente no *Compêndio de Álgebra*, Sebastião e Silva mostra-nos um profundo conhecimento do currículo que tem para lecionar. Atualmente, os livros de texto substituem muitas vezes o currículo pelo que, o cuidado e a atenção dedicadas por Sebastião e Silva ao currículo devem ser uma lembrança para os professores atuais de que um efetivo conhecimento do currículo é essencial no processo de ensino/aprendizagem;

As definições: Sebastião e Silva adequa a definição de reta tangente que apresenta nas diferentes obras ao ramo da matemática que se encontra a apresentar, assim como ao nível de ensino para o qual a obra se destina. Contudo, saliente-se também a constante interligação entre as diferentes formas de definir o mesmo conceito, numa tentativa de garantir que os seus leitores/alunos entendam que se trata do mesmo conceito e que as propriedades já estudadas não deixam de se verificar apenas por uma alteração de linguagem ou de formalização;

Os exemplos/exercícios: A escolha de exemplos e exercícios que permitem, por um lado a consolidação de conceitos e procedimentos, por outro lado, a interligação de diferentes conceitos e ainda a exploração de todas as possibilidades, e exemplos menos usuais mostram a importância que Sebastião e Silva atribuíu à necessidade de um ensino rigoroso, onde tudo fosse feito para que os leitores/alunos desenvolvessem imagens mentais completas dos diferentes conceitos/conteúdos e se habituassem a investigações exaustivas.

A História da Matemática: A inclusão de biografias nas suas obras para o ensino liceal seguiam uma indicação direta do programa em vigor. Realce-se contudo, a escolha dos matemáticos apresentados por Sebastião e Silva nas suas notas históricas assim como a bibliografia que completa algumas destas notas. Com informações detalhadas não só da vida mas da obra de matemáticos como Descartes, Fermat, Newton ou Leibniz, Sebastião e Silva permite que os seus leitores,em caso de interesse, possam complementar e aprofundar de forma rigorosa os conteúdos abordados.

Face a estes ensinamentos, e no ano em que se celebra o centenário do nascimento de José Sebastião e Silva, resta-nos desejar que os ensinamentos deixados por este brilhante matemático e pedagogo sejam cada vez mais divulgados e tornados prática corrente nas salas de aula dos dias de hoje.

Referências

Decreto n.º 39807 de 7 de setembro de 1954 do Ministério da Educação Nacional. Diário do governo. I Série. N.º 198.

Matos, J. M. (2009). Changing representations and practices in school mathematics: the case of Modern Math in Portugal. Em K. Bjarnadóttir, F. Furinguetti e G. Schubring (Eds.), *"Dig where you stand" Proceedings of a Conference on Ongoing Research in the History of Mathematics Education*, Gardabær, Iceland, June 20–24 2009. Reikyavik: Universidade da Islândia.

Sierra Vázquez, M.; González Astudillo, M. T.; López Esteban, C. (2003). El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática*, vol. 15, núm. 1, abril, 2003, p. 21–49

Silva, J. S. (1963). *Compêndio de Álgebra*. 1.º Tomo. Lisboa. Livraria Popular de Francisco Franco.

Silva, J. S. (1970). *Geometria Analítica Plana*. Lisboa. Empresa Literária Fluminense, L.DA.

Silva, J. S. (1950/1999). Transformações Geométricas. In: *Textos Didácticos*. Vol. I. Lisboa. Fundação Calouste Gulbenkian.

Tall, D. (1990). Inconsistencies in the Learning of Calculus and Analysis. In: *Focus*, vol. 12, 3&4, 49–63.

Vinner, S. (2002). The Role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In David Tall (Ed). *Advanced Mathematical Thinking*. 65–81. New York. Kluwer Academic Publishers.

A presença dos saberes matemáticos desenho e taquimetria no parecer de reforma do ensino primário de Rui Barbosa de 1883

Marcos Denilson Guimarães
Universidade Federal de São Paulo
markito_mat@hotmail.com

Resumo: No final do século XIX o despertar para a questão da educação popular envolveu todo o Ocidente. A concepção de uma escola nova que visasse a formação de um novo homem colocou em debate, entre outras, questões relativas ao método e aos conteúdos de ensino. Nessa época e contexto, desponta a importante figura do intelectual brasileiro Rui Barbosa (1849–1923). Visto como um homem multifacetado, Rui defende a educação popular num parecer intitulado *Reforma do ensino primário e várias instituições complementares da instrução pública* (1883, vol. X, Tomo II) no qual analisa a situação do ensino brasileiro a partir do diagnóstico de outros países. Nesse sentido, examinamos a versão de 1946 com o intuito de identificar que discurso é apresentado por Rui para o ensino dos saberes matemáticos e a defesa que foram feitas a partir deles. Consideradas matérias importantes para o nível elementar de ensino, os saberes geométricos, desenho e medidas elementares — taquimetria, ao que tudo indica, são apresentadas por Rui para atender a um discurso de modernidade, além de estarem fundamentalmente atreladas à formação das camadas populares, do futuro trabalhador e cidadão. O desenho ganha destaque especial por sua finalidade prática, pelo auxílio à escrita e a outros ramos do ensino. Sem esquecer da adoção da taquimetria entendida por ele como a concretização da própria geometria.

1 Considerações iniciais

O despertar, sobretudo, a partir da segunda metade do século XIX para a questão da educação popular envolveu todo o Ocidente. A proposta de garantir uma organização administrativo e didático-pedagógica da escola primária acompanhou um contexto de notórias modificações, principalmente, no seio social, político e educacional de alguns países.

A crença no poder da escola como fator de progresso, de modernização e de mudança social foi alimentado pela produção e circulação de ideias gerados nos países civilizados europeus. Passaram a ser objetos de reflexão política e pedagógica os métodos de ensino, os conteúdos, os programas e as disciplinas componentes, a classificação dos alunos, os materiais escolares, a formação de professores, etc. (SOUZA, 2000). Todo esse aparato amplamente divulgado pelas exposições universais, pelos congressos de instrução pública, publicação de livros, jornais e revistas, ensejava a renovação do ensino e a criação de uma escola graduada direcionada para a escolarização em massa.

Nesse sentido, "as tentativas de universalização do ensino se concretizam e o Estado passa a intervir cada vez mais na educação para constituir uma escola leiga, gratuita e obrigatória" (MORMUL; MACHADO, 2013, p. 278). A educação pública passa, então, a ser vista como um direito comum dos cidadãos, "concebida como um mecanismo eficaz de formar o cidadão para o trabalho" (MORMUL; MACHADO, 2013, p. 278). Vê-se, assim, uma necessidade de instruir a população iletrada para alcançar um nível de conhecimento e de qualificação satisfatórios necessários às exigências da sociedade.

Para a historiadora Marta Carvalho,

> As evidências de que o Brasil se inscreve nesse circuito internacional, a partir da segunda metade do século XIX, são múltiplas. A geração de homens ilustres e ilustrados que assistiu ao fim do Império e à invenção da República empenha-se na modernização do país, fundando escolas e organizando sociedades destinadas a propagar a instrução popular. Essa geração concentra seu interesse de modernização do país em iniciativas de institucionalização de inovações pedagógicas que vinham, por toda parte, imprimindo um novo perfil às iniciativas de instrução pública (CARVALHO, 2011, p. 192).

É neste contexto de homens ilustres e ilustrados empenhados em transformar o Brasil pela força da educação que se insere o baiano Rui Barbosa. Pela defesa de uma educação para as massas populares e de uma, consequente, modernização do país, em face do seu atraso em comparação a outros países, Rui Barbosa deixa sua contribuição num parecer intitulado *Reforma do ensino primário e várias instituições complementares da instrução pública* (1883)[1], considerado por Souza (2000) como uma das primeiras e mais completas obras

[1]Este parecer está dividido em quatro volumes denominados Tomos e organizados da seguinte forma: Tomo I: Prefácio; Capítulo I: Estatística e situação do ensino popular; Capítulo II: Ação do Estado — Ministério da Instrução Pública; Capítulo III: Despesas com o ensino público — sua incomparável fecundidade; Capítulo IV: Da obrigação escolar; Capítulo V: Da escola leiga; Tomo II: Capítulo VI: Liberdade de ensino; Capítulo VII: Métodos e programa escolar; Tomo III: Capítulo VIII: Organização pedagógica; Capítulo IX: Jardins de crianças; Capítulo X: Formação do professorado: Escolas normais; Capítulo XI: Do Museu Pedagógico Nacional; Capítulo XII: Do Magistério Primário; Capítulo XIII: Administração — Inspeção; Capítulo XIV: Conselho Su-

sobre a organização pedagógica da escola elementar primária e sobre política de educação popular produzida no país durante o século XIX.

Para este artigo, tomaremos como fonte principal o Tomo II, e os tópicos seguintes referentes ao verbete *Método e Programa Escolar* — Desenho, Lições de Coisas. Método Intuitivo, Matemáticas Elementares. Taquimetria. Nesse sentido, é objetivo deste trabalho identificar que papel (eis) teve (eram) os saberes elementares Desenho e Geometria para a conformação do ensino primário inserido no processo de modernização política da época. Buscar-se-á compreender por que Rui considerou tais saberes importantes para compor seu parecer. Quais contribuições dariam para o currículo da escola primária?

Em suma, interessa-nos examinar como Rui Barbosa (1849–1923), influente político que foi, conseguiu coadunar suas ideias na elaboração do Parecer de Reforma do Ensino Primário, documento considerado por Johnson (1977) como o mais completo do gênero na história da educação brasileira, uma vez que pretendemos investigar o ensino do Desenho e da Geometria e o papel que tiveram na conformação do ensino primário brasileiro da época.

2 O Parecer da Reforma do Ensino Primário (1883): processo de constituição

A *Reforma do Ensino Primário e Várias Instituições Complementares da Instrução Pública* apresentada no ano de 1883[2] tratou-se de uma extensa produção organizada por Rui. Realizando leituras de muitas obras estrangeiras, sobretudo, francesas e inglesas, visava fornecer elementos para pensar a realidade brasileira face seu atraso cultural em relação aos países mais desenvolvidos. Neste momento, Rui estava imbuído de um duplo sentimento: o de que a educação era a alavanca para a modernização do país e o de que o advento da sociedade moderna exigia uma reorganização didático-pedagógica das escolas primárias (SHIEH, 2010).

A redação destes pareceres (tanto do ensino secundário e superior quanto do ensino primário) tem sua origem na análise do Decreto n.º 7.247, de 19 de abril de 1879, de autoria de Carlos Leôncio de Carvalho, que reformava o ensino primário e secundário no município da Corte e o ensino superior em todo

perior de Instrução Nacional — Conselhos Diretores; Capítulo XV: Construção de Casas Escolares; Capítulo XVI: Do Fundo Escolar; Capítulo XVII: Conselhos Escolares de Paróquia; Tomo IV: Capítulo XVIII: Higiene escolar; Conclusão; Projeto; Apêndices; Bibliografia; índice Onomástico. Entretanto, para este estudo tomaremos para análise a versão de 1946.

[2]Em relação à publicação do Parecer referente aos ensinos secundário e superior, esta foi apresentada em 13 de abril de 1882.

o Império (1882–1889). Segundo Santos (2005), Rui foi escolhido para ser o relator do parecer acerca do referido decreto em substituição a um outro membro da Comissão de Instrução Pública que deveria exercer o cargo de presidente em Pernambuco. Começara então ali um trabalho elaborado a três mãos: o próprio Rui, Ulysses Machado Pereira Viana e Thomaz de Bonfim Spinola.

Fiel às suas pretensões e veemente convencido de que a reforma educacional, naquele momento, era o meio mais viável de efetuar a mudança social tão desejada, o intelectual baiano analisa tal decreto de forma cuidadosa e minuciosa. Discutindo aspectos mais profundos da educação escolar brasileira, ora posicionando-se a favor, ora contra as ideias defendidas por Leôncio de Carvalho[3], observava a urgente necessidade de reestruturação, desde a construção de prédios escolares até o alcance dos melhores métodos. "Dessa forma, defendeu a ideia de privilegiar novos conteúdos, que pudessem colaborar para despertar a curiosidade das crianças e o gosto pelos estudos [...] considerava esses fundamentos imprescindíveis para tornar o Brasil uma nação civilizada" (MORMUL; MACHADO, 2013, p. 289).

Na opinião de Lourenço Filho, os escritos pedagógicos de Rui exerceram influência significativa no pensamento educacional brasileiro. Tanto é que, definiu Rui como "o primeiro a tratar da pedagogia como problema integral de cultura, isto é, problema filosófico, social, político e técnico, a um só tempo" (FILHO, 1956, p. 14). Assim, garante: "quem desejar conhecer Rui, há de conhecer-lhe a obra pedagógica e meditar nela" (FILHO, 1965, p. 15).

Desse modo, a opinião mais comum é que, bastante conhecedor das mudanças políticas que aconteciam nos diferentes países e, do movimento político e científico da época, Rui clamava por uma ideia de liberdade e a de que seu exercício se devesse fundar na instrução popular, buscando compreender a marcha da nova dinâmica social (FILHO, 1965).

Questões como essas levaram Rui a propor um padrão pedagógico baseado num programa enciclopédico fundamentado no princípio da educação integral no qual as matérias escolares deveriam ajustar-se às necessidades da vida moderna, do desenvolvimento econômico e social do país. Tal programa compreendia, entre as matérias de Educação Física, Música e Canto, Rudimentos das Ciências Físicas e Naturais, o Desenho e as Matemáticas Elementares — Taquimetria. São sobre elas que versarão os subtópicos seguintes.

[3]Mais detalhes acerca dos prós e contra de Rui feitos à proposta de Leôncio de Carvalho, ver Mormul e Machado (2013).

3 O desenho e a taquimetria no Parecer da Reforma do Ensino Primário (1883): uma questão também de método

Visionário e defensor de uma escola primária obrigatória, enciclopédica e laica de oito anos de duração, Rui Barbosa pretendia fazer uma reforma dos métodos e do mestre. Em outras palavras, "eis, numa expressão completa, a reforma escolar inteira; eis o progresso todo e, ao mesmo tempo, toda a dificuldade contra a mais endurecida de todas as rotinas — a rotina pedagógica" (BARBOSA, 1946, p. 33).

Nesse sentido, ciente da necessidade de propagar uma educação escolarizada que atendesse às necessidades urgentes da população, tornando-a culta e ao mesmo tempo, engajada na formação para o trabalho, Rui advogava um rompimento com o passado, isto é, com a escola da tríade do ler, escrever e contar, que, ao que tudo indica, não mais correspondia à realidade brasileira. A pedagogia, da qual fazia vítima e escrava a população, estava alicerçada num "ensino vão, abstrato, morto, de palavras, palavras e só palavras" (BARBOSA, 1946, p. 199). Com isso, Rui queria dizer "Cumpre renovar o método, orgânica, substancial, absolutamente, nas nossas escolas. Ou antes, cumpre criar o método" (BARBOSA, 1946, p. 33).

Esses princípios foram embasados ao dar-se conta de que aquele ensino decorativo, mecânico, baseado na automatização do aluno e do mestre não davam conta de desenvolver integralmente a criança. No entendimento de Lourenço Filho (1956) "a filosofia de vida, que transplantava para a sua pedagogia, não se apoiava apenas no racional e no lógico, mas no poder criador do espírito total, como entidade livre. Por isso a metodologia a que deveria tender, seria integral, como integral é a sua pedagogia" (FILHO, 1956, p. 36). Tal pedagogia integral baseava-se em três pontos: o corpo, a inteligência e o sentimento.

O caminho para isso pautava-se na adoção do ensino popular pelo qual a instrução deveria tornar-se um prazer tanto para o professor quanto para o aluno, possibilitando a este último o desenvolvimento de suas faculdades mentais. Assim, era preciso partir de dados concretos e, esquecer das abstrações impalpáveis e das frases e ideias não verificáveis danosas ao ensino. Desse modo, os primeiros passos seriam educar a criança consoante as leis da natureza e reconhecer os sentidos (ver, ouvir, tocar, sentir e cheirar) como o instrumento fundamental da educação. Ou seja, "haveis de educar o menino, como a natureza educou o gênero humano. Eis o princípio, a lei, a ciência de toda a pedagogia racional" (BARBOSA, 1946, p. 51).

Assim, influenciado pelos fundamentos de Pestalozzi[4] e Fröbel[5], defendia uma educação pelos sentidos, como posto a seguir.

> Educar a vista, o ouvido, o olfato; habituar os sentidos a se exercerem naturalmente, sem esforço e com eficácia; ensiná-los a apreenderem os fenômenos que se passam de redor de nós, a fixarem na mente a imagem exata das coisas, a noção precisa dos fatos, *eis a primeira missão da escola*, e, entretanto, a mais completamente desprezada na economia dos processos rudimentares que vigoram em nosso país (BARBOSA, 1946, p. 52, *grifos nossos*).

De fato, por outras palavras, julgava uma das condições cardeais desta reforma escolar, parafraseando Pestalozzi, "fazer da intuição a base de todo o método, de todo o ensino, de toda a educação humana" (BARBOSA, 1946, p. 53).

Nessa escola defendida por Rui, o aluno passaria a discernir as paridades e as diversidades, associar as coisas semelhantes e opor os contrastes. Em resumo, para a formação de seu mundo intelectual bastariam a percepção das semelhanças e a percepção das diferenças entre os objetos do nosso conhecimento, o que levaria-os a adquirir as faculdades perceptivas. Por meio da comparação, da distinção e da combinação, a criança chegaria a compreensão dos caracteres que separam as coisas, à determinação das relações que as comunicam, etc. O ponto de apoio da educação deveria mudar. Deixar de assentar-se exclusivamente no mestre, para fixar-se na energia individual, nas faculdades produtoras dos alunos. É fazer da instrução uma conquista individual do espírito do aluno.

De fato, existe aí nesse discurso, ao que parece, um processo empirista do conhecimento, no qual à criança é oferecido dados sensíveis por meio da observação e na presença de objetos concretos. Segundo Zanatta, tal pedagogia

[4]Pestalozzi (1746–1827), pedagogo suíço, foi um pensador e sobretudo um homem apaixonado pela reforma da educação. Leitor de Rousseau, foi considerado o pai da psicologia moderna e inspirador diretamente de Fröebel e Herbart. Suas ideias sobre a denominada Pedagogia Intuitiva, cuja base são os sentidos pelo meio dos quais se estrutura a vida mental, fizeram eco em vários países, inclusive no Brasil. "Considerava a educação como um processo que devia seguir a natureza, a liberdade, a bondade inata do ser humano, unindo mente, coração e mãos" (SOËTARD, 2010, p. 35).

[5]Fröbel (1782–1852), de infância e juventude difíceis, foi apaixonado pelas ciências naturais e pela matemática. Em 1805, ao ser contratado por uma "escola modelo" de Frankfurt, Fröbel descobre os princípios pedagógicos de Pestalozzi. Aprofundou seu conhecimento sobre as teorias de Pestalozzi em Yverdon entre 1808 a 1810, onde nessa época o Instituto Pestalozzi esteve em auge de sua reputação internacional. Assim, esboçou sua teoria da "esfera" que ao mesmo tempo tratava-se de uma teoria científica e uma doutrina da educação fundada na relação entre o conhecimento subjetivo e o objeto científico (HEILAND, 2010).

"fundamentava-se na psicologia sensualista, cujos representantes afirmavam que toda a vida mental se estrutura baseando-se nos dados dos sentidos, ou, empregando um vocabulário pedagógico, valendo-se do concreto" (ZANATTA, 2012, p. 106).

Considerando que o meio essencial da educação intelectual é a intuição, que o cultivo do entendimento passa pelo cultivo dos sentidos e, que a constituição desse conjunto dá-se propriamente no ensino das lições de coisas, Rui não deixou de enfatizar a necessidade também de uma readequação e/ou reorganização do programa escolar primário para o atendimento e prática de tais ideias. Para ele, de nada adianta somente introduzir no novo programa trechos e/ou partes dos programas antigos. O que de fato deve ser feito "é repudiar absolutamente o que existe, e reorganizar inteiramente de novo o programa escolar, tendo por norma esta lei suprema: conformá-lo com as exigências da evolução, observar a ordem natural, *que os atuais programas invertem*" (BARBOSA, 1946, p. 61, *grifos do autor*).

Tomando a criança como um ser instintivamente observador, afirma que o primeiro passo para o cultivo do entendimento é, justamente, o cultivo dos sentidos, o qual "constitue propriamente *a lição de coisas*" (BARBOSA, 1946, p. 63, *grifos do autor*). Segundo Melo e Machado (2009) o termo "lição de coisas" aparece pela primeira vez, inserido numa lei de reforma do ensino, no Decreto de n.º 7.247, de 1879, instituído pelo ministro Leôncio de Carvalho. Introduzido como uma disciplina, tal termo, ao lado da questão religiosa e dos programas de ensino, provocou debate na sociedade. Mais tarde, ganharia uma nova roupagem com os estudos desenvolvidos pelo próprio Rui, tanto aqui na discussão deste parecer de Reforma do Ensino Primário quanto na tradução e publicação do Manual de Lições de Coisas do norte americano Norman Calkins, nos anos de 1881 e 1886, respectivamente.

Abraçadas e exigidas, como ponto de partida de todo o ensino, defendidas em todos os países adiantados e por todos os pedagogos eminentes (BARBOSA, 1946), as lições de coisas ganham um largo desenvolvimento na escola primária elementar.

> Tem por fim, pois, como se está vendo, as lições de coisas cultivar no menino as faculdades perceptivas, assimilar-lhe ao espírito a arte de observar, adestrá-lo em encontrar, diante de cada objeto, a palavra apropriada, em achar diante de cada palavra, na inteligência, a concepção da realidade correspondente (BARBOSA, 1946, p. 210).

Em suma,

> A *lição de coisas* não é um *assunto especial* no plano de estudos: é *um método* de estudo; não se circunscreve a uma secção do programa: *abrange o programa inteiro*; não ocupa na classe, um lugar separado, como a leitura, a geografia, o cálculo, ou as ciências naturais: é *o processo geral*, a que se devem subordinar todas as disciplinas professadas na instrução elementar. No pensamento do substitutivo, pois, a lição de coisas não se inscreve no programa; porque constitui o espírito dele; não tem lugar exclusivo no horário: preceitua-se para o ensino de *todas* as matérias, como o método comum, adaptável e necessário a todas. A lição de coisas, portanto, segundo a reforma, não acrescenta ao plano escolar *um estudo adicional*; impõe-lhe a aplicação ampla, completa, radical de *um novo método*: *o método por intuição, o método intuitivo* (BARBOSA, 1946, p. 214–215, *grifos do autor*).

Vê-se, desse modo, que Rui entendia a lição de coisas como sinônimo de método intuitivo. Para ele, é pelo uso da intuição que deveria ser ensinado o desenho, a geografia, o cálculo, a gramática, tanto as ciências da natureza quanto o uso da palavra. Sentido um pouco diferente do que foi atribuído por Buisson (1880). Para este, a lição de coisas era a aplicação mais ordinária do método intuitivo no interior da ordem sensível. Poderia ser empregada de duas maneiras: como um exercício à parte, com sua hora reservada no programa; ora, inserindo-a em todas as matérias de ensino.

Mesmo apresentando certa diferença daquele que utilizou para embasar sua argumentação, Rui privilegia a lição de coisas e a defende como a única que daria conta do processo de ensino dos saberes componentes da escola primária brasileira. Ou seja, a lição de coisas foi tomada como um método de estudo, abrangendo o programa inteiro, não ocupando, assim, um lugar separado, um assunto especial no plano de estudos. Nesse sentido, pergunta-se: quais foram as opções, no tocante às matérias de ensino referentes aos saberes matemáticos, apresentadas e defendidas por Rui em seu programa? As suas escolhas estiveram associadas a quais fenômenos? Quais relevâncias trariam para o currículo da escola primária brasileira?

4 O desenho e a taquimetria no Parecer da Reforma do Ensino Primário (1883): elementos de primeira necessidade?

Uma das conclusões a que chegou Lourenço Filho no prefácio que escreveu em seu livro "A pedagogia de Rui Barbosa", de 1956, Edições Melhoramentos, foi a seguinte:

> Aí é apresentado também um curioso problema, insignificante na aparência, mas, pelas reflexões a que pode conduzir, de grande importância na apreensão do pensamento de Rui em matéria de educação: *o da manifesta preferência que concedeu ao ensino do desenho*, no qual, por muitos aspectos, vem a encontrar-se o plano de interseção de todas as ideias pedagógicas que defendeu (FILHO, 1956, p. 12, *grifos nossos*).

Desse modo, vejamos a argumentação que é possível encontrar em seu parecer.

Antes mesmo de finalizar o tópico "Métodos e programa escolar", Rui já sinaliza uma defesa prévia da utilização do desenho nos anos iniciais. Na crítica que tece acerca dos programas de ensino atuais que colocam a leitura e a escrita no primeiro estágio do ensino, revela que a imitação plástica e gráfica das formas, na ordem do desenvolvimento humano, precedeu a escrita. Esta representação pitoresca, puramente ideográfica, representando ideias abstratas por meio de imagens sensíveis, já pressupunha, para ele, a arte de figurar as formas visíveis das coisas. Essa ordem anunciada por ele, refere-se a seguinte descrição:

> Todos os meninos desenham, por um natural pendor dos mais enérgicos instintos dessa idade. Modelar formas, e debuxar imagens: eis a primeira e a mais geral expressão da capacidade criadora nas gerações nascentes. Cabe, pois, ao desenho, no programa escolar, precedência à escrita, cujo ensino facilita, e prepara. Racionalmente, naturalmente, à leitura antecede a escrita, e à escrita o desenho e a modelação (BARBOSA, 1946, p. 64).

Por esta citação, nota-se que Rui afirma que na ordem do desenvolvimento humano, na progressão natural das coisas, o desenho e a modelação devem proceder a escrita. Que outras finalidades reais[6] teriam então o ensino do desenho como componente curricular da escola primária?

[6] O termo finalidades reais está baseado nos estudos de Chervel (1990).

Ao avaliar a importância do ensino do desenho em seu parecer, dando-lhe uma ênfase em 91 páginas (maior que a descrição de qualquer outra matéria), Rui inicia sua argumentação tecendo os seguintes comentários:

> Se carecêssemos de mostrar, por um indício especial, mas decisivo, a que ponto incrível o estado mental dos homens que nos governam se acha alheio às grandes correntes morais que dominam, e caracterizam a civilização contemporânea, bastaria apontar a ignorância, em que jazem as nossas notabilidades econômicas e financeiras, assim como as autoridades diretoras do ensino entre nós — estas quanto à relevância capital deste ramo de instrução *entre as matérias fundamentais do programa da escola elementar* — aquelas quanto ao papel supremo desses estudos, universalizados pela aula de primeiras letras, e desenvolvidos pelas classes de desenho até às escolas superiores de arte aplicada, como fonte de riqueza, como elemento essencial à prosperidade do trabalho (BARBOSA, 1946, p. 105–106, *grifos do autor*).

Vê-se explicitamente por esta longa exposição a aparente preocupação de Rui com a necessidade de esclarecer o potencial educativo colocado no desenho. Tomando a via dos países civilizados, declara as exposições universais como reveladoras desta verdade. Vários foram os países que se lançaram nessa empreitada: Inglaterra (exposição de Londres, em 1851), França (exposição de Paris, em 1867), Áustria (exposição de Viena, em 1873).

Longe de ser o único porta-voz desta discussão, Rui nos apresenta um panorama mundial baseado em dados econômicos, sociais e políticos desses países e, concomitantemente, faz um apelo comparativo com a situação brasileira. Assim como a França, a Inglaterra, os Estados Unidos, a Áustria, apresentaram resultados significativos na produção industrial por causa da inserção do desenho e da arte, reconhecendo nele, um instrumento educativo, princípio fecundante do trabalho e umas das bases primordiais da cultura escolar e propulsoras do desenvolvimento econômico dos estados (BARBOSA, 1946) ambicionava ver isso acontecer no Brasil. Todavia, em nosso país, esse movimento não se deu com a mesma rapidez e concretude. E justifica:

> [...] vivemos ainda, no Brasil, sob o domínio do erro crasso que vê no desenho uma prenda de luxo, um passatempo de ociosos, um requinte de distinção, reservado ao cultivo das classes sociais mais ricas, ou à vocação excepcional de certas naturezas privilegiadas para as grandes tentativas de arte. Não percebem que, pela simplicidade das suas aplicações elementares, ele tem precedência à

> própria escrita; que representa um meio de fixação, reprodução e transmissão de ideias indispensável a todos os homens, e especialmente indispensável às classes laboriosas; que as aptidões naturais, de que depende o seu estudo, são comuns a todos os entendimentos, e de uma vivacidade particularmente ativa nos primeiros anos da existência humana (BARBOSA, 1946, p. 108–109).

Desse modo, afim de “desenhar” um novo padrão de ensino para a escola primária elementar brasileira, Rui utiliza-se de várias referências para justificar suas escolhas. Para Souza (2000), o entusiasmo de Rui pelo desenho fazia eco à opinião dos industriais, dos pedagogos e de autoridades do ensino dos países avançados, que viam a potencialidade de escolarização desse saber profissional para o crescimento econômico do próprio país. Em outras palavras, “a esse conteúdo foi atribuída uma finalidade essencialmente prática que se ajustava às necessidades da indústria e da arte [...] Tratava-se, sobretudo, do domínio de uma aprendizagem técnica, profissional” (SOUZA, 2000, p. 18).

Outra finalidade do desenho era o de auxílio a outros ramos de ensino. Além de profícuo auxiliar no ensino da escrita, acelerando-o com singular rapidez e influenciando no caráter da letra, como já dizia Pestalozzi, o desenho poderia fazer parte também do estudo da aritmética, da geometria e da geografia, visto como indispensável à perícia especial do futuro operário e a prosperidade mercantil do país, bem como, um disciplinador do espírito, da mão e do olho, inclinando a criança à ordem e precisão. Por ser considerado objeto de primeira necessidade, deveria fazer parte de todos os programas, de todas as escolas, quanto obrigatório para todos os mestres.

Do conjunto de argumentos e autoridades, angariados por meio dos relatórios e de leituras, Rui lista seis defesas para o ensino do desenho:

> 1.º Que o desenho é um dote acessível *a todos os homens*, e não um privilégio dos artistas por vocação e profissão;
>
> 2.º Que, na ordem pedagógica, bem como na ordem histórica, o desenho *precede a escrita*;
>
> 3.º Que o seu ensino deve principiar desde os primeiros passos da criança na cultura do espírito, isto é, *desde a entrada no Kindergarten*;
>
> 4.º Que, longe de sobrecarregar o programa, ele o ameniza; longe de retardá-lo, *só lhe faz ganhar tempo*; longe de dificultar os outros estudos, *facilita-os, e auxilia-os enormemente*;
>
> 5.º Que é um elemento *essencial* ao cultivo das faculdades de observação de invenção, de assimilação e retenção mental;

> 6.º Que a sua generalização como *disciplina inseparável da escola popular* é uma das forças mais poderosas para a fecundação do trabalho e o engrandecimento da riqueza dos Estados (BARBOSA, 1946, p. 124, *grifos do autor*).

Por conta de todas essas recomendações, muitos países abriram espaço para o ensino do desenho na educação popular, após metade do século XIX por meio de reformas de instrução elementar. Seu poder foi tão imprescindível que alcançou até os institutos técnicos, as escolas de ofícios, os ginásios, etc. Era o desenho a base do sistema de instrução escolar. Como demonstração da veracidade de todo esse poderio, Rui sinaliza vários países que avançaram nessa "corrida" instrucional a partir da implementação do desenho nas escolas primárias. Exemplos disso foram a Alemanha, a França, a Áustria, a Inglaterra, a Hungria, a Prússia, os Estados Unidos, etc.

Segundo as pesquisadoras Mormul e Machado (2013), Rui acreditava que o ensino do desenho "teria papel fundamental no desenvolvimento da indústria e, consequentemente, o Brasil deixaria de ser fundamentalmente agrícola, ou seja, a introdução do ensino de desenho iria promover a expansão da indústria nacional" (MORMUL; MACHADO, 2013, p. 285).

Nesse caminhar, outras questões são reveladas. Por exemplo, que tipo de desenho é o adotável no ensino escolar? Que método a razão e a experiência impõe a este ramo da instrução primária? Para responder a tais questionamentos, tomou como parâmetros três países: Inglaterra, Estados Unidos e Áustria.

No caso inglês, Rui pontua observações pertinentes referentes ao nivelamento de classes e ao papel dos mestres em identificar a aptidão de seus alunos, construção do horário de ensino e olhar atento para a compostura em sala e na execução de atividades pelos seus discípulos; a possibilidade da criança passar de nível; a duração do ensino. Além disso, para aquilo que nos interessa, o desenho de objetos e de estampas era feito de três modos: desenho de memória (cópias e objetos); desenho de invenção e desenho a tempo fixo.

> O primeiro far-se-á tanto sobre os objetos como sobre as estampas; o segundo versará sobre a composição com os elementos já aprendidos; o terceiro constará de exercícios tirados da escala do ensino imediatamente inferior à capacidade do discípulo. O *desenho a tempo* tem por fim educar no discípulo um golpe de vista rápido e seguro; desenvolver nele o sentimento das qualidades características dos objetos, e combater a indolência em geral (BARBOSA, 1946, p. 147, *grifos do autor*).

De forma geral, a recomendação para a execução desse método baseava-

-se na escolha livre dos alunos pela série de modelos ou estampas que melhor correspondessem às suas aptidões, aos seus interesses e, que nessa construção a exatidão do desenho era obtida progressivamente. Mais ainda, era função do mestre impedir que o discípulo começasse a desenhar qualquer objeto ou cópia, sem antes tê-lo estudado em sua totalidade e nas suas partes, comparando-as entre si; o ensino da perspectiva deveria ser ensinado no fim do curso; e o ensino de modelação fica excluído.

Na Áustria, tem-se a esterilidade do ensino do desenho com régua e compasso. Usava-se o método estigmográfico. Ao que tudo indica, tratava-se de um plano metódico para o ensino do desenho com o objetivo de esquivar os processos de exercício puramente mecânico, sem significado. Com ele, era possível "idear uma transição natural, quase insensível, entre o desenho auxiliado[7] e o desenho a olho, sem recorrer à régua e ao compasso" (BARBOSA, 1946, p. 151). E, o papel para o desenho, segundo tal método, era o quadriculado por conta do formato característico.

Esse método alcançou reconhecimento graças a adoção pelo governo austríaco do compêndio Grandauer intitulado *Elementos de desenho escolar*. Em resumo,

> Tem por objeto este método formar o olho e a mão dos alunos, levá-los a perceberem nitidamente, e discernirem com segurança as formas e os volumes, exercitá-los na representação linear das relações entre as coisas no espaço, na figuração dos objetos terminados por superfícies planas, na das linhas retas e curvas; enfim habilitá-los a desenharem do natural os objetos de formas simples (BARBOSA, 1946, p. 157).

O que é possível observar nesta citação é a presença de elementos da geometria, tais como, as formas e os volumes, auxiliando o ensino do desenho. Outra ideia é a observação, a percepção e o discernimento de tais objetos antes mesmo de sua execução.

Já nos Estados Unidos, Walter Smith foi o criador prático do ensino do desenho na União Americana. Na escola primária era tido o "Desenho a mão livre, desenho por modelos, desenho de memória. Os objetos serão geometricamente desenhados pelo trabalho do mestre na pedra, ou por estampas. Nenhuma noção, por enquanto, de perspectiva" (BARBOSA, 1946, p. 161). Além disso, nas escolas primárias destaque para o desenho de contornos a mão livre, cujo principal objetivo "é ensinar o uso conveniente do material, os nomes das linhas e figuras, educar o olho na avaliação das proporções, e inculcar

[7] Consistia no desenho à régua e compasso.

a percepção do belo nas curvas e conformação dos objetos" (BARBOSA, 1946, p. 162). Há também ressalva para o desenho de contornos por modelo sólido, envolvendo a prática da perspectiva. E, os desenhos de memória. "Partindo de formas geométricas de um tamanho dado, as crianças, por este meio, chegarão até à reprodução inteira dos originais que tiverem imitado, por complicados e miúdos que sejam" (BARBOSA, 1946, p. 162). O mesmo debate é estendido para as escolas médias, superiores e normais.

Percebe-se novamente a presença da geometria, lado a lado, na execução dos vários tipos de desenho. Para Stetson, em declaração feita num relatório de 1874, a geometria "é o único verdadeiro fundamento do desenho, artístico e industrial" (STETSON, 1874 apud BARBOSA, 1946, p. 166). Sem ela, não é possível dar atenção especial ao desenho das formas naturais, pois "Não basta que o aluno aprenda a desenhar as formas geométricas; cumpre, outrossim, que, ao encetar o desenho de objetos naturais e artificiais, saiba estudá-los, e reconhecer a forma geométrica, a que se prende a sua forma particular" (STETSON, 1874 apud BARBOSA, 1946, p. 166).

Diante do esboço apresentado, Rui faz sua defesa pelo ensino do desenho que deveria fazer parte da escola primária elementar. Para ele, mesmo considerando os métodos austríaco e inglês, complementos um do outro, afirma que o ensino do desenho deve começar na escola elementar, entre as crianças de sete anos, pelo método inglês, que se estenderá até a escola do segundo grau, a escola média, onde se principiara o estudo do desenho elementar graduado, pelo sistema austríaco.

Já em relação ao ensino das matemáticas elementares e da taquimetria, a primeira afirmação de Rui é que estes saberes deveriam ser professados pelos métodos concretos. Ainda sobre isso, afirma que na aritmética, o cálculo mental precede naturalmente as operações escritas, o uso formal e metódico dos algarismos. Em outras palavras, ao invés do ensino mecânico da tabuada, defendia o uso do processo racional, mediante a adição e subtração de objetos concretos, de modo que, o ensino do cálculo mental proporcionaria no menino o sentimento, a intuição da proporcionalidade. Era a partir do contato com o objeto a ser estudado que a criança desenvolveria suas capacidades de percepção e suas faculdades de observação e, que partir do concreto para o abstrato configurava-se como uma característica do modelo de ensino intuitivo.

O ensino elementar da geometria também contribui nesse sentido. "É por meio de modelos materiais, de construções gráficas, que há de ter entrada na escola o curso, sempre concreto, intuitivo, figurado, dos elementos desta ciência" (BARBOSA, 1946, p. 289). E adverte:

> Não seria completa a base comum da educação geral, que a es-

> cola popular deve abranger em si, se depois de discernir, debuxar, e modelar as combinações geométricas das linhas, superfícies e sólidos, o aluno não adquirisse certa preparação elementar no cálculo e medição delas. Para este fim introduzimos desde o segundo grau da escola a *taquimetria* (BARBOSA, 1946, p. 290, *grifo do autor*).

Este é o momento que Rui apresenta um novo saber matemático, o estudo da taquimetria. Invenção de Eduardo Lagout, engenheiro de pontes e calçadas, este método, de acordo com o próprio Rui, teria por objetivo proporcionar aos entendimentos menos desenvolvidos o acesso as verdades e as regras mais fundamentais do cálculo geométrico reunindo a esta, segurança e precisão nos resultados. De fato, ela

> [...] encerra em si o único sistema capaz de tornar a ciência geométrica um elemento universal de educação popular. A taquimetria é a *concretização* da geometria, é o ensino da geometria pela evidência material, a acomodação da geometria às inteligências mais rudimentares: é a *lição de coisas* aplicada à medida das extensões e volumes (BARBOSA, 1946, p. 290, *grifos do autor*).

Embora não esclareça com detalhes como a taquimetria deveria ser estudada e praticada no ensino das escolas primárias brasileiras, Rui sinalizando a sua importância e a vontade de que a mesma faça parte do programa dessas escolas. Citando Lagout (1877), conclui: “O método taquimétrico é, portanto, a mais rigorosa, a mais chã, a mais praticável adaptação das leis da pedagogia intuitiva popular da geometria, à instrução geométrica das crianças” (LAGOUT, 1877 apud BARBOSA, p. 292).

Diante do que foi exposto, a proposta engajada por Rui Barbosa buscava, por contemplar o olhar sobre a instrução pública primária, promover uma reforma do método e, também por assim dizer, dos mestres. Além disso, tanto o desenho quanto à taquimetria foram tomados como elementos importantes para o processo de desenvolvimento pelo qual passava o país.

5 Considerações finais

A leitura do parecer de Rui Barbosa sobre a instrução pública primária revela uma preocupação com a escola, principalmente a dos anos iniciais, seu caráter educacional e sua participação na vida social da população. A escola que se desejava construir tinha como ideal a formação do trabalhador e do cidadão, ou seja, a formação de um novo homem em acordo com as exigências do contexto industrial, urbano e mundial. Nesse sentido, para essa escola era imprescindível a inserção de novas matérias de ensino que preparassem os alunos para esta vida "moderna".

Audacioso e leitor de obras e autores importantes, Rui faz uma análise da situação brasileira comparando-a com a de países mais avançados. Nessa interlocução, apresenta sua defesa pela educação integral e enciclopédica, bem como, pelo método de ensino intuitivo, baseado nas ideias do pedagogo suíço Pestalozzi e de seu contemporâneo Fröebel.

Sobre a apresentação dos conteúdos que deveriam fazer parte do novo programa das escolas primárias e, no que diz respeito à matemática, Rui traz significativas contribuições. Enfatizou o ensino do desenho e das matemáticas elementares e taquimetria. Dando ao desenho, um lugar especial de destaque entre os outros saberes, Rui aponta algumas das finalidades que esse ensino poderia provocar. Primeiro, o desenho era tido como elemento de finalidade prática pela importância na cultura geral em todos os graus e, base de toda educação técnica e industrial. Para o operário, a aprendizagem do desenho era tão necessária quanto à leitura e à escrita.

Outra defesa era seu auxílio a outros ramos de ensino. Considerado objeto de primeira necessidade e, de profícuo auxiliar no ensino da escrita, precedendo-a e acelerando-a com singular rapidez e influenciando no caráter da letra, o desenho poderia fazer parte no estudo da aritmética, da geometria e da geografia, visto como indispensável à perícia especial do futuro operário e a prosperidade mercantil do país, bem como, um disciplinador do espírito, da mão e do olho, inclinando a criança à ordem e precisão.

Em relação ao método para o ensino dos tipos de desenho, Rui é a favor do método inglês que consistia no desenho de memória (cópias e objetos); desenho de invenção e desenho a tempo fixo.

Acerca das matemáticas elementares, defende o uso do cálculo mental por meio da utilização de objetos concretos, já que esse precede naturalmente as operações escritas, o uso formal e metódico dos algarismos. E para o ensino da geometria, deixa claro a sua opção pela taquimetria, vista como a concretização da geometria; a própria lições de coisas estendida a medidas das extensões e dos volumes.

A exame aqui realizado teve a intenção de mostrar como o intelectual, jurista, reformador e político Rui Barbosa pensou a educação primária do ponto de vista dos saberes matemáticos. A propósito, será que outros educadores e/ou intelectuais brasileiros tiveram o pensamento e posicionamento similar ao de Rui?

Referências

BARBOSA, R. Reforma do Ensino Primário e várias Instituições Complementares da Instrução Pública. *Obras Completas de Rui Barbosa.* Vol. X. 1883, tomo II. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, 1946.

CARVALHO, M. M. C. (Org.); PINTASSILGO, J. (Org.). *Modelos culturais, saberes pedagógicos, instituições educacionais.* 1.ª ed. São Paulo: EDUSP, 2011. v. 1.

CHERVEL, A. A história das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: *Teoria & Educação*, p. 177–229, 1990.

FILHO, L. *A pedagogia de Rui Barbosa.* São Paulo: Melhoramentos, 1956.

HEILAND, H. Friedrich Fröbel (1782–1852). In: *Friedrich Fröbel.* Tradução e organização: Ivanise Monfredini. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010.

JOHNSON, P. B. *Rui Barbosa e a reforma educacional*: "as lições de coisas". Rio de Janeiro: MEC/Fundação Casa Rui Barbosa, 1977.

MORMUL, N. M.; MACHADO, M. C. G. *Rui Barbosa e a educação brasileira*: os pareceres de 1882. Cadernos de História da Educação (UFU. Impresso), v. 12, p. 277–294, 2013.

SANTOS, F. A. *Rui Barbosa e o ensino no Pedro II*: um discurso pedagógico no Brasil oitocentista — 1880–1885. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005. (Dissertação de Mestrado).

SHIEH, C. L. *O que ensinar nas diferentes escolas públicas primárias paulistas*: um estudo sobre os programas de ensino (1887–1929). São Paulo: Faculdade de Educação, 2010 (Dissertação de Mestrado).

SOËTARD, M. Johann Heinrich Pestalozzi. In: SOËTARD, M. *Johann Pestalozzi.* Tradução: Martha Aparecida Santana Marcondes, Pedro Marcondes e Gino Marzio Ciriello Mazzetto; Organização: GASPARIN, J. L. e MARCONDES, M. A. S. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010.

SOUZA, R. F. Inovação educacional no século XIX: a construção do currículo da escola primária no Brasil. In: *Cadernos Cedes* (UNICAMP), Campinas, v. 51, p. 33–44, 2000.

ZANATTA, B. A. O Legado de Pestalozzi, Herbert e Dewey para as práticas pedagógicas escolares. *Revista Teoria e Prática da Educação*, v. 15, n.º 1, p. 105–112, jan./abr. 2012. Disponível em: `http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/TeorPratEduc/article/view/18569`. Acesso em: 15 ago. 2014.

A Reforma Gomes Cardim e os Programas de Ensino de Arithmética, Geometria e Desenho dos Grupos Escolares Capixabas (1908–1928)

Moysés Gonçalves Siqueira Filho
Universidade Federal do Espírito Santo
siqueira.moyses@gmail.com; moysessiqueira@uol.com.br

Resumo: Trata da Reforma de ensino instaurada no Espírito Santo, Estado localizado na região sudeste do Brasil e que faz fronteiras com o sul da Bahia, leste de Minas Gerais e norte do Rio de Janeiro, por Carlos Alberto Gomes Cardim, nos anos 1908 e 1910, a convite de Jerônymo de Souza Monteiro, então, Presidente do Estado no período de 1908 a 1912. Identifica a imposição, ao professorado capixaba, da aplicação do Método Analítico, incialmente atribuído ao ensino da leitura, agregado ao Método Intuitivo, a todas as matérias componentes do curso primário. Descreve as intencionalidades subjacentes ao Congresso Pedagógico, um dos espaços idealizados para a disseminação dos objetivos precípuos responsáveis pela efetivação das possíveis mudanças concernentes à instrução pública espírito-santense. Considera leis e decretos como mecanismos legitimadores de ideais importados, sobretudo, da capital paulista, alastrados Brasil afora por um grupo de normalistas republicanos. Discute as componentes curriculares Arithmetica, Geometria e Desenho.

Abstract: Talks about the educational reform introduced in the Espírito Santo, state located in the southeastern region of Brazil, which borders on southern Bahia, eastern Minas Gerais and northern Rio de Janeiro, by Carlos Alberto Gomes Cardim in the years 1908 and 1909, at the invitation of Jeronymo de Souza Monteiro then State President in the period 1908 to 1912. It identifies the imposition, the capixabas teachers, the application of Analytical Method, initially assigned to the teaching of reading, added the Intuitive Method, to all matters primary course components. It describes the underlying intentions of the Pedagogical Congress, one of the idealized spaces for the dissemination of the essential goals responsible for making the possible changes concerning public education espírito-santense. Considers laws and decrees as ideals of legitimating mechanisms imported mainly from the state capital, besides sprawled Brazil by a group of normalistas Republicans. Discusses the curriculum components Aritmetica, Geometry and Design.

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 451–466

1 Introdução

> [...] Leitura, Grammatica, escripta, calicraphia, arithmetica, geometria, geographia geral, geographia do Brazil e cosmographia, historia do Brazil, noções de sciencias physicas e naturaes, musica, desenho, gymnastica, exercícios militares e trabalhos manuais [...]

Eram essas as matérias, elencadas no Capitulo II, Art. 20 da Lei n.º 545[1] de 16 de dezembro de 1908, e regulamentada pelo Decreto n.º 230, de 02 de fevereiro de 1909[2], que compunham o ensino das escolas primárias capixabas.

A referida lei estadual fez parte de uma série de providências tomadas pelo, à época, Presidente do Estado, Jeronymo de Souza Monteiro, que, atento aos problemas relacionados à educação capixaba, procurou, ante as condições de atraso, denunciadas, por ele mesmo, ao Congresso Legislativo, solucioná-los. Para que seus intentos fossem efetivados, Monteiro convidou o professor Carlos Alberto Gomes Cardim, "educador entusiasta e jovem, forjado no dinamismo da cultura paulista [...]" (Barreto, 1999, p. 59), para modificar a fisionomia da instrução pública do Estado.

Para Monteiro, Cardim mostrava-se um expoente frente às discussões referentes à educação em São Paulo e sua competência e preparo se alastravam Brasil afora. Cardim Nascera na capital de São Paulo em 10 de fevereiro de 1875, onde diplomou-se, em 1894, pela Escola Normal, tornando-se integrante da chamada geração dos "normalistas republicanos", formada no contexto da reforma educacional paulista, logo após a Proclamação da República. Filho do comendador e maestro João Pedro Gomes Cardim, natural de Setúbal, Portugal e da gaúcha Ana Amélia M. Gomes Cardim, foi autor de diversas obras, entre elas, Elementos de Álgebra [1903], em parceria com João Borges, e "Cartilha Infantil pelo Méthodo Analytico", de 1908 [9.ª edição em 1919]. Faleceu em São Paulo, em 02 de junho de 1938.

Entre as suas convicções e das quais não abriria mão para a implantação da reforma requisitada estava a de que "[...] Dar liberdade aos professores seria implantar a confusão no ensino, por isso que cada cérebro é um capitólio e cada cabeça uma sentença" (Cardim, 1909a, p. 5). Prenúncio este, constatado em suas práticas discursivas em prol da instituição do Método Analítico em detrimento do Método Sintético, considerado tradicional e, portanto, obsoleto. Esse será seu eixo diretor para lançar à classe professoral as vantagens, irrefutáveis, como diria, do ensino analítico intuitivo. Nesse sentido, as lições

[1]Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/114988`
[2]Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/115845`

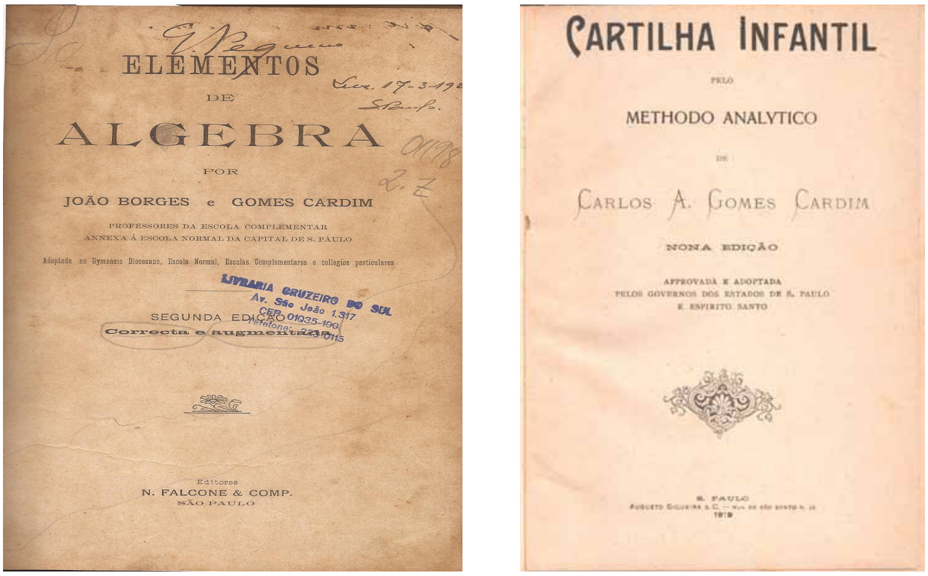


Figura 1: Capas dos livros de Cardim — 1903; 1919

de matemática, em particular, se apresentariam sob a égide do moderno, o que nessa perspectiva as tornariam atraentes e proveitosas.

2 Métodos e Processos: indícios do como ensinar os saberes elementares matemáticos anunciados nos programas do ensino primário capixaba

> [...] O programma de ensino, em que serão **observados com rigor os princípios do methodo intuitivo**, em detalhes, será publicado depois de approvado pelo Presidente do Estado [...] (Espírito Santo, Decreto n.º 109 de 04.07.1908, Capítulo XI, § único).

O desembarque do método intuitivo, na Provincia do Espírito-Santo, se deu por meio do Regulamento da Instrucção Publica, de 15 de setembro de 1882, o qual, também, definia o conteúdo a ser trabalhado e orientava quanto à escolha dos livros de leitura para a educação primária (Gontijo e Gomes, 2013). Tempos depois, os artigos, 88.º do Decreto n.º 4.325, de 16 de abril de 1921[3], e 75.º

[3]Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122504`

do Decreto n.º 6.501, de 20 de dezembro de 1924[4], explicitavam, tacitamente, a obrigatoriedade do ensino intuitivo (Espirito Santo, 1921; 1924).

Vale ressaltar que o ensino amparado pela intuição é devido ao pedagogo suíço Johann Heinrich Pestalozzi (1746–1827) para contrapor a memorização mecânica, prática à época dirigente dos modos de ensino e de aprendizagem dos saberes escolares elementares. O aprendiz, segundo Pestalozzi, adquiriria conhecimento em meio de atividades práticas que oferecessem dados sensíveis à percepção dos alunos, dito de outro modo, os elementos exteriores seriam intuídos pelos sentidos (Pestalozzi, 1898).

As aspirações educacionais, amplamente divulgadas no fim do Império brasileiro e consubstanciadas pela filosofia positivista, convergiriam em busca da cientificidade em detrimento do empirismo, imbricando na "hegemonia dos métodos intuitivos e analíticos para o ensino de todas as matérias escolares, especialmente a leitura" (Mortatti, 2000, p. 78),

Agregar-se-iam, então, ao método intuitivo, as características do analítico, em detrimento ao sintético. Retomavam-se, dessa forma, tensões entre o novo e o velho, entre o antigo e o moderno. Para Mortatti (2000, p. 123) o método analítico é a "maneira de se iniciar o ensino da leitura com unidades completas de linguagem, para posterior divisão em partes ou elementos menores". Para Grisi (1946, p. 3–4) o método sintético, considerado o primeiro historicamente, "é o que consiste no ensino ou aprendizado da leitura e da escrita segundo a ordem de complexidade crescente do material gráfico, a partir dos elementos alfabéticos".

Cardim acalentava dois grandes objetivos: "[...] despertar no magistério público espírito-santense maior gosto e interesse pela elevada missão a seu cargo"; e oportunizar aos professores "[...] acompanharem os progressos do estado e de **praticarem os novos methodos, aqui adotados**" (Monteiro, 1913, p. 63, grifos meus). Em quais espaços tais intenções poderiam, então, ser melhor contempladas?

Muito provavelmente, a organização do Congresso Pedagógico Espírito-Santense, ocorrido de 05 a 14 de junho de 1909, tenha sido um dos espaços dos mais fecundos, considerando o teor das sete sessões, nas quais a programação fora distribuída. As discussões e reflexões, nele efetivadas, partem da leitura à aritmética, entremeadas por assuntos relacionados à educação moral e cívica, como também, por questões mais gerais da educação.

Na conferência de abertura, intitulada *O ensino analytico de leitura e o ensino analytico em geral*, sob sua responsabilidade, Cardim dicotomiza uma hierarquia indiscutível entre os methodos analytico e sintético. Para ele, a este ca-

[4]Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122505`

bia apenas decorar símbolos que nada exprimiam ou significavam, e àquele, a designação de natural e lógico. A justificativa às suas proposições relativas ao *ensino analytico de leitura* considerava

> [...] natural porque [...] com elle, imitamos a natureza". A creança quando começa a balbuciar as primeiras palavras, não distingue os fonemas que as constituem, nem as sylabas que as integra, mas pronunciam o vocábulo completo; [e] lógico, porque, partindo da sentença para o phonema, conserva uma correlação racional, estabelecendo a generalidade decrescente" (Cardim, 1909b, p. 8).

Para corroborar com seu discurso, reproduz alguns trechos, extraídos de uma conferência proferida pelo educador brasileiro João Köpke, em São Paulo, tempos atrás. Segundo Warde e Panizzolo (2010, p. 130) "Além de se dedicar à abertura e manutenção de escolas, bem como para a definição de um novo campo pedagógico, João Köpke foi pioneiro na divulgação e implantação do método analítico para o ensino da leitura e dedicou-se a uma profícua produção de livros de leitura".

Posteriormente, Cardim passou à segunda parte de sua conferência, ou seja, *o ensino analytico em geral*, enfatizando os ensinos de linguagem, calligraphia, desenho e história, para os quais deveriam se transpor as vantagens do ensino analytico de leitura. Para o "[...] o reerguimento do ensino publico espírito-santense [...]", (Cardim, 1909b, p. 8) acabaria por apelar aos professores a divulgação do ensino analytico e intuitivo moderno.

Noutro extremo, o encerramento das conferências coube ao Prof. Joaquim Fernandes de Andrade e Silva, cuja palestra, apesar de intitulada *O ensino de arithmetica na escola primaria*, abarcou, também, o de geometria. Andrade e Silva associou o ensino da arithmética ao método indutivo e enfatizou "[...] a fácil applicação do methodo inductivo na complicada trama da mathematica [...]" (Cardim, 1909b, p. 45–46); em sustento a sua tese, dialogou com Newton, Le Verrier e Galle. Posteriormente, provocou a plateia com três questões: *Terá a mathematica tão grande valor deductivo que compense o esforço de transformar o methodo que lhe é próprio, para adaptal-o ao ensino infantil? Terá a mathematica valor educativo? Prestar-se-á ao desenvolvimento da natureza da creança?* Citou as obras pedagógicas de Trapp, passou por Pestalozzi e Froebel, apreciou o ensino moderno e supôs "[...] ser a mathematica a melhor gymnastica mental [...]". Por outro lado, abordou o ensino da geometria associado ao processo dedutivo, donde demarcou o "[...] principio do ensino superior e o fim da educação primaria [...]", e apropriando-se "da arte poética de Horácio [...], desenvolveu acerca do ensino intuitivo da matemathica na escola primaria" (Cardim, 1909b, p. 47).

Particularmente, em função de minha formação e de meus interesses de pesquisa, procurarei focar, como explicitadas no título deste artigo, as discussões promovidas em três, das quinze matérias que compunham a grade curricular do ensino primário, dispostas nos programas de ensino regulamentados por seus decretos.

3 Os Programas de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo anexa à Escola Normal de 1908 e 1910

> A mathematica, demais sciencias e as outras disciplinas do curso normal têm oferecido todas as attenções dos seus lentes e professores, que continuam a dar ás lições um cunho moderno, tornando-as attrahentes e proveitosas (Cardim 1909a, p. 1).

Cardim, certamente, referindo-se a "[...] dar ás lições um cunho moderno [...]", amparou-se na observação feita pelos pedagogistas de que o método da intuição não seria aplicável unicamente a um pequeno numero de disciplinas e que sua esfera de valor abrangeria grande parte dos conhecimentos humanos. Razão, essa, por sua total adesão ao ensino analytico e intuitivo moderno.

Os programas, ora apresentados, trazem alguns vestígios acerca do método intuitivo, mas nada falam sobre o analítico no que diz respeito aos ensinos de Arithmética, Geometria e Desenho. Há ínfimas modificações nos programas editados, enquanto Gomes Cardim prestava seus serviços no Espírito Santo nos anos de 1908 a 1910. As referidas matérias seriam ministradas, de acordo com a Lei n.º 545, em seu Capítulo II, artigo 12.º em escolas isoladas para cada sexo regida por um professor; por escolas isoladas mixtas regida por uma professora; por escolas noturnas para alunos maiores de doze anos; por escolas reunidas[5]; por grupos escolares[6]; e pela Escola Modelo anexa à Escola Normal.

Optei por transcrever os dois programas de cada matéria, organizados em quadros e em conformidade com a documentação original, mesmo não havendo qualquer modificação entre eles, com o intuito de identificar as permanências, inclusões e exclusões. Assim, por exemplo, os Decretos n.º 118 de 11 de julho de 1908 e n.º 43 de 05 de março 1910b aprovaram os programas de ensino para a Escola Modelo e Grupos Escolares e destacaram os livros adotados para os quatros anos do ensino primário, como segue:

[5] Quando o número de escolas isoladas de cada sexo for inferior a quatro e funcionarão no mesmo prédio.

[6] Quando o número de escolas isoladas de cada sexo for superior a três.

LIVROS ADOPTADOS			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Cartilha Arnold[7]; Primeiro Livro de João Köpke; Segundo Livro de Thomaz Galhardo[8].	Primeiro livro de Puiggari Barreto; Historietas de Pinto e Silva; Segundo livro de Puiggari Barreto; Segundo Livro de João Kopke.	Cousas brasileiras de R. Puiggari; Leituras Moraes de Arnaldo Barreto; Terceiro livro de Puiggari Barreto; Leituras manuscritas de B.P.R.[9]	Terceiro livro de João Köpke; Leitura infantis de F. Vianna; Historias de nossa terra de Julia Lopes; Leituras nacionaes — de Pinto e Silva.

Quadro 1: Livros Adoptados nos Grupos Escolares e Escola Modelo em 1908
Fonte: Diário da Manhã. Edição 263 de 19/07/1908. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

LIVROS ADOPTADOS			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Cartilha Arnold; Primeiro Livro de João Köpke; Segundo Livro de Thomaz Galhardo.	Primeiro livro de Puiggari Barreto; Primeiro livro de histórias infantis de Francisco Viana; Segundo livro de Puiggari Barreto; Segundo Livro de João Kopke.	Cousas brasileiras de R. Puiggari; Leituras Moraes de Arnaldo Barreto; Segundo livro de histórias infantis de Francisco Viana; Terceiro livro de Puiggari Barreto; Leituras manuscritas de B.P.R.	Terceiro livro de João Köpke; Leitura infantis de F. Vianna; Historias de nossa terra de Julia Lopes; Leituras nacionaes — de Pinto e Silva.

Quadro 2: Livros Adoptados nos Grupos Escolares e Escola Modelo em 1910
Fonte: Diário da Manhã. Edição 75 de 19/03/1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

Observando os dois quadros, note-se não haver modificações nos I e IV

[7]A americana Sarah Louise Arnold. A adaptação de sua cartilha para o português foi feita por Manuel Soares de Ornellas e editada por Silver, Burdett and Company, cuja publicação no Brasil data de 1907 (Mortatti, 2000).

[8]Thomas Galhardo assinou contrato com a Alves & Cia. em 6 de setembro de 1894 para publicação do Segundo livro de leitura (Bragança, 2000).

[9]Alfredo Bresser com Romão Puiggari e Ramon Roca, sob a sigla BPR, das iniciais dos sobrenomes (Razzini, 2010).

anos, entretanto, o livro *Historietas de Pinto e Silva* fora substituído pelo *Primeiro livro de histórias infantis de Francisco Viana* no II ano; e o *Segundo livro de histórias infantis de Francisco Viana*, incluído no III ano, ações, essas, ocorridas em 1910. Algumas recomendações foram feitas, apenas para os II e IV anos, e idênticas em 1908 e 1910, como seguem: II Anno: "leitura com expressão e naturalidade muita atenção para a pronuncia das palavras para que não se deixe o alumno omitir nem letra, nem sylaba"; IV Anno: "leitura de versos, de diálogos e de biografias de brasileiros ilustres. Noções de elocução: uso correto da voz". Tais recomendações acionavam a uso da visão e da voz, caracterizando a aprendizagem pelos sentidos, elementos precípuos do ensino intuitivo apregoados por Pestalozzi.

3.1 Arithmetica

ARITHMETICA			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Sommar, subtrahir, multiplicar e dividir números até 10, com auxilio de objetos; Ler e escrever os números até 10; Depois que os alunos conhecerem bem os números dígitos, passe-se a explicar os números ate 100; Quatro operações fundamentais até 100; Calculo mental. Problemas fáceis; Algarismos romanos.	Conclusão dos estudos das quatro operações até 100. Taboada de multiplicação e divisão até a casa de 10, com auxilio de tornos; Ler e escrever numeros compostos de duas classes: unidades e milhares; Casos simples de divisão; Algarismos romanos; Systema métrico: exercícios práticos sobre pesos e medidas; Calculo mental; Exercicios e problemas.	Taboada da multiplicação até a casa de 12, com auxilio do circulo numérico; Estudo complementar completo da multiplicação e divisão de inteiros; Provas da multiplicação e da divisão; Fracções decimaes: ler e escrever números decimaes; Systema métrico: metro, litro, grammo e seus múltiplos e submúltiplos; Calculo mental; Exercicios e problemas	Revisão; Divisibilidade; Fracções decimaes: Denominação comum ás frações decimaes. Alteração no valor dos números decimaes; Maximo divisor comum; Minimo multiplo comum; Fracções ordinárias. Reducção de fracções ao mesmo denominador. Addição, subtracção, multiplicação e divisão de fracções ordinárias; Transformações de fracções ordinárias em decimaes e vice-versa; Dizimas periódicas; Estudo completo do systema métrico decimal;

			Calculo mental; Exercicios e problemas

Quadro 3: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1908

Fonte: Diário da Manhã. Edição 263 de 19/07/1908. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

ARITHMETICA			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Sommar, subtrahir, multiplicar e dividir números até 10, com auxilio de objetos; Ler e escrever os números até 10; Cálculo nas Cartas de Parker; Depois que os alunos conhecerem bem os números dígitos, passe-se a explicar os números ate 100; Quatro operações fundamentais até 100; Calculo mental. Problemas fáceis; Algarismos romanos.	Conclusão dos estudos das quatro operações até 100. Taboada de multiplicação e divisão até a casa de 10, com auxilio de tornos; Ler e escrever numeros compostos de duas classes: unidades e milhares; Algarismos romanos; Systema métrico: exercícios práticos sobre pesos e medidas; Calculo mental; Exercicios e problemas.	Taboada da multiplicação até a casa de 12, com auxilio do circulo numérico; Estudo complementar completo da multiplicação e divisão de inteiros; Provas da multiplicação e da divisão; Fracções decimaes: ler e escrever números decimaes; Systema métrico: metro, litro, grammo e seus múltiplos e submúltiplos; Calculo mental; Exercicios e problemas	Revisão; Divisibilidade; Fracções decimaes: Denominação comum ás frações decimaes. Alteração no valor dos números decimaes; Maximo divisor comum; Minimo multiplo comum; Fracções ordinárias. Reducção de fracções ao mesmo denominador. Addição, subtracção, multiplicação e divisão de fracções ordinárias; Transformações de fracções ordinárias em decimaes e vice-versa; Dizimas periódicas; Estudo completo do systema métrico decimal; Calculo mental; Exercicios e problemas

Quadro 4: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1910

Fonte: Diário da Manhã. Edição 75 de 19/03/1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

O artigo 299, do Decreto n.º 43 (1910a), impõe que “as licções de arithmetica serão exclusivamente práticas e o ensino dos números e da taboada deve ser absolutamente concreto, dando o professor a idéa de quantidade para fazer despertar no alumno a idéa de numero". Em seu artigo 89, parágrafo único, destaca que "As faculdades da creança serão desenvolvidas gradual e harmonicamente, por meio de processos intuitivos, tendo o professor sempre em vista desenvolver a observação".

Para o Primeiro Anno, do Programma de 1910 há a inclusão do *Calculo nas Cartas de Parker,* o que reforça a orientação do ensino pelo método intuitivo. A taboada de multiplicação e divisão deve ser ensinada, no Segundo Anno, nos dois programas, com auxilio de tornos, o que reforça a utilização do concreto. Também, no Segundo Anno, em 1910, excluiu-se o conteúdo *Casos simples de divisão.* Não há outras modificações para os outros anos escolares.

3.2 Geometria

GEOMETRIA			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Esphera, Cubo, cylindro, hemispherio, prisma quadrangular e triangular, estudo quanto á superfície, ás faces e quinas, de modo a desenvolver os sentidos da vista e tacto.	Linhas, superfície, solido; Linha recta, curva, quebrada; Linhas de construcção; Posição absoluta e relativa das linhas; Linhas rectas combinadas: ângulo recto, obtuso; Figuras planas rectilineas, procurando-se descobrir essas linhas nas paredes e nos objetos que estiverem diante da classe.	Figuras circulares em geral; Exercícios e problemas.	Exercicios e problemas fáceis sob medida de superfícies planas e rectilineas; Noções sobre as figuras no espaço; Medidas dos principaes sólidos geométricos, Exercicios e problemas fáceis.

Quadro 5: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1908

Fonte: Diário da Manhã. Edição 263 de 19/07/1908. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

GEOMETRIA			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Esphera, Cubo, cylindro, hemispherio, prisma quadrangular e triangular, estudo quanto á superfície, ás faces e quinas, de modo a desenvolver os sentidos da vista e tacto.	Linhas, superfície, solido; Linha recta, curva, quebrada; Linhas de construcção; Posição absoluta e relativa das linhas; Linhas rectas combinadas: ângulo recto, agudo e obtuso; Figuras planas rectilineas, procurando-se descobrir essas linhas nas paredes e nos objetos que estiverem diante da classe.	Figuras circulares em geral; Exercícios e problemas.	Exercicios e problemas fáceis sob medida de superfícies planas e rectilineas; Noções sobre as figuras no espaço; Medidas dos principaes sólidos geométricos, Exercicios e problemas fáceis.

Quadro 6: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1910

Fonte: Diário da Manhã. Edição 75 de 19/03/1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

Os programas não são rigorosamente idênticos, somente pelo fato da inclusão de "agudo" no II ano de 1910. Vale ressaltar, também, para ambos os programas, as recomendações em desenvolver os sentidos da vista e do tacto, no Primeiro Anno; e descobrir os diferentes tipos de linhas nas paredes da sala de aula, no Segundo Anno. Seriam, ainda, permitidas a utilização do compasso, como também, a observação direta, um dos princípios nucleares da renovação pedagógica, fundamentada nas idéias de Pestalozzi e Fröebel, para os quais a aquisição do conhecimento se daria por meio dos sentidos e da observação (Souza, 2000).

3.3 Desenho

A recomendação feita, para o ensino de *Desenho* nos dois programas, era a de ceder "[...] mais ou menos liberdade aos alumnos" e para que isto ocorresse foi "adoptado o methodo directo. Como preliminar, estabelecer no espírito de

DESENHO			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Inicio do desenho natural, dando-se mais ou menos liberdade aos alunos	Copias do natural de objectos simples e folhas	Copia do natural de flores e de fructos	Copia do natural com estudo de sombra. Animaes, plantas, folhas, flores, paysagens etc. Reproducção de grupos de sólidos geométricos.

Quadro 7: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1908

Fonte: Diário da Manhã. Edição 263 de 19/07/1908. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

DESENHO			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Inicio do desenho natural, dando-se mais ou menos liberdade aos alunos; Desenho Original	Copias do natural de objectos simples e folhas	Copia do natural de flores e de fructos	Copia do natural com estudo de sombra. Animaes, plantas, folhas, flores, paysagens etc. Reproducção de grupos de sólidos geométricos.

Quadro 8: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1910

Fonte: Diário da Manhã. Edição 75 de 19/03/1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

alumnos o habito da observação, da ordem e do asseio nos trabalhos". Os assuntos tratados deveriam ser retirados da vida local e refletir o cotidiano discente, considerando a fauna, a flora ou variados aspectos da vida doméstica, cuja prática se daria com a utilização de lápis preto ou lápis e giz de cores. O conteúdo dos outros anos escolares se manteve idêntico nos dois Programmas, exceto, a inclusão, no Primeiro Anno de 1910, do *desenho original*. Há uma sutil aproximação com a *Geometria*, ao se tratar da reprodução dos sólidos geométricos.

4 Considerações Finais

O Estado do Espírito Santo, sob a presidência de Jerônymo de Souza Monteiro de 1912, e, portanto, por seu intermédio, importara os ideais da reforma educacional promovidas no Estado de São Paulo, em tempos da proclamação da República, para operar modificações na instrução pública. O personagem principal que se colocaria à frente de tal missão, instalou-se em terras capixabas a 29 de junho de 1908, por lá ficando até 1910. Algumas providências, tomadas por meio de uma série de Decretos, o legitimariam agir sob os discursos da pedagogia moderna, sobretudo, com relação à formação dos professores primários, modificando programas de treinamento e metodologia de ensino. A partir do "methodo analytico" e do processo intuitivo, inicialmente, utilizados para a leitura e escrita, desenvolver-se-iam as matérias que compunham o ensino das escolas primárias, dentre elas, Aritmethica, Geometria e Desenho.

Consequentemente, os procedimentos atitudinais para a efetivação dos objetivos, que consubstanciavam a proposta de reforma da instrução pública cabida a Gomes Cardim, implicariam, diretamente, na estruturação dos programas de ensino, os quais, aprovados, em sua "gestão", não dimensionaram como o professor deveria trabalhar este ou aquele conteúdo das matérias que compunham o ensino primário, anteriormente apresentadas, aplicando o método analítico, diferentemente, como se pode notar com o método intuitivo, para o qual, a todo o tempo, foram dados pistas de como proceder, seja nos próprios programas, seja em outros documentos publicados à época ou posteriormente.

Vimos, ainda, que por iniciativa própria, em junho de 1909, Cardim organizou o Congresso Pedagógico Espírito-Santense, com o qual se exaltaram, como também, impuseram-se as vantagens do ensino analytico e intuitivo moderno ao professorado. Penso que a Reforma Gomes Cardim tenha funcionado mais como um mecanismo de controle, de estreita vigilância do Estado, tirando do professorado a liberdade para escolher a metodologia que lhe aprouvesse. Seus princípios permaneceram, com poucas alterações, até 1928, quando Aristeu Borges de Aguiar assumiu o Governo. Atílio Vivacqua, escolhido como Secretário da Instrução, era partidário das ideias pedagógicas da Escola Ativa e, portanto, buscou introduzi-las no sistema de ensino estadual. Com esse objetivo promoveu o Curso Superior de Cultura Pedagógica entre setembro de 1929 e julho de 1930.

A continuidade da pesquisa, ora apresentada nesse recorte, terá, *a priori*, dois objetivos: identificar documentação que demonstre os modos processados para e na aplicação do método analytico na prática pedagógica dos professores primários espírito-santenses; e esclarecer algumas questões, que ainda me são inquietantes, por exemplo: como se estruturavam as atividades para as lições de arithmética, geometria e desenho? O que nestas atividades caracterizavam o método analytico? Terá o método analítico contraposto ao sintético ou dele se reapropriado? Analítico, sintético, intuitivo: o que seria método e o que seria processo?

Referências

Fontes primárias

CARDIM, Carlos Alberto Gomes. 1909a. *Relatório apresentado ao Exmo. Snr. Dr. Jeronymo de Souza Monteiro.* Presidente do Estado do Espírito Santo pelo Snr. Inspector Geral do Ensino Carlos A. Gomes Cardim em 28 de julho de 1909. Victória: Imprensa Oficial, 1909. Acervo: APEES. Disponível em `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/123830`. Acesso em: abril/2014.

______. 1909b. *Acta apresentada ao Exmo. Snr. Dr. Jeronymo de Souza Monteiro pelo Snr. Inspector Geral do Ensino Carlos A. Gomes Cardim na sessão de encerramento dos trabalhos do Congresso Pedagógico Espírito-Santense.* Victória: Imprensa Oficial, 1909. Acervo: APEES. Disponível em `https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/115842`. Acesso em: abril/2014.

ESPÍRITO SANTO. 1908. *Decreto n.º 109,* 04 jul. 1908. Diario da Manhã. Victoria, 1908. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital. Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122510`. Acesso em: agosto/2014.

______. 1908. *Lei n.º 545,* 16 nov. 1908. Victoria, 1908. Acervo: APEES. Disponível em `https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/114988`. Acesso em: abril/2014.

______. 1910a. *Decreto n.º 43,* 05 mar. 1910. Diario da Manhã, Victoria, 1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital. Disponível em: `https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/122261`. Acesso em: agosto/2014.

______. 1910b. Programmas de ensino dos grupos escolares e da Escola Modelo annexa á Escola Normal. *Decreto n.º 43,* 05 mar de 1910. Diario da Manhã, Annexo n.º 2. Victoria, 1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital. Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122315`. Acesso em: agosto/2014.

______. 1921. Regulamento da Instrucção. *Decreto n.º 4.325*, 16 abr. 1921. Diario da Manhã, Victoria, 1921. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital. Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122504`. Acesso em: agosto/2014.

______. 1924. Regulamento da Secretaria de Instrucção. *Decreto n.º 6.501*, 20 dez. 1924. Diario da Manhã. Victoria, 1924 Acervo: FBN — Hemeroteca Digital. Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122505`. Acesso em: agosto/2014.

MONTEIRO, Jeronymo de Souza. 1913. *Exposição sobre os Negócios do Estado no Quadriênio de 1908 a 1912 pelo Exm. Sr. Dr. Jeronymo Monteiro*. Victoria, S. I., 1913. Acervo: APEES. Disponível em `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/123832`. Acesso em: abril/2014.

Fontes Secundárias

BARRETO, Sonia Maria da Costa. 1999. *Políticas Educacionais no Estado do Espírito Santo de 1900 a 1930*: um olhar histórico. Vitória, EDUFES.

BRAGANÇA, Aníbal. 2000. A política editorial de Francisco Alves e a profissionalização do escritor no Brasil. In: ABREU, Márcia (ORG). *Leitura, história e história da leitura*. Campinas: Mercado de Letras, Associação de Leitura do Brasil, São Paulo: Fapesp.

GONTIJO, Claudia Maria Mendes; GOMES, Silvia Cunha. 2013. *Escola primária e ensino da leitura e da escrita (alfabetização) no Espírito Santo (1870–1930)*. Vitória: EDUFES.

GRISI, Rafael. 1946. *O ensino da leitura*: o método e a cartilha. São Paulo: Imprensa Oficial do Estado.

MORTATTI, Maria Rosário Longo. 2000. *Os Sentidos da Alfabetização*: São Paulo 1876/1994. São Paulo: UNESP.

PESTALOZZI, Johann Heinrich (1746–1827). 1898. *Comment Gertrude instruit ses enfants*. 4. ed. Traduit de l'allemand et annoté par le Dr Eugène Darin. Paris: Librairie CH. Delagrave.

RAZZINI, Márcia de Paula Gregório. 2010. São Paulo: cidade dos livros escolares. In: Bragança, Aníbal; ABREU, Márcia. *Impresso no Brasil*: dois séculos de livros brasileiros. São Paulo: Editora Unesp.

SOUZA, Rosa Fátima de. 2000. Inovação educacional no século XIX: a construção do currículo da escola primária no Brasil. *Cadernos Cedes*, ano XIX, n.º 51, novembro/2000.

WARDE, Miriam Jorge; PANIZZOLO, Cláudia. 2010. As fontes do método analítico de leitura de João Köpke (1896–1917). Pelotas: *História da Educação*, ASPHE/FaE/UFPEL, v. 14, n.º 30, p. 127–151, Jan/Abr 2010. Disponível em: `http://fae.ufpel.edu.br/asphe`. Acesso em abril/2014.

A matemática no ensino profissional em Portugal

Alexandra Sofia da Cunha Rodrigues
Instituto de Gouveia — Escola Profissional
alexsofiarod@gmail.com

Resumo: Foi durante a reforma pombalina, que em 1759 se introduziu o ensino profissional em Portugal, com a criação da *Aula do Comércio*. Esta Aula tinha um cariz eminentemente prático e destinava-se a filhos e netos de comerciantes com idade superior a 14 anos. Neste texto são mencionadas as principais reformas do ensino profissional no nosso país, até à Reforma de Galvão Teles, em 1967, que une num só o 1.º ciclo do ensino liceal e o ciclo preparatório do ensino técnico, com o objetivo de alargar a formação básica, para que os jovens não tivessem que optar por uma das duas vias de ensino aos 10 anos de idade. Este foi o primeiro passo para a extinção do ensino profissional em Portugal, cuja reimplementação irá exigir, anos mais tarde, a criação de um novo tipo de escola.

Para cada uma das reformas que restruturaram o ensino profissional em Portugal, entre 1759 e 1967 é identificada qual a importância atribuída à matemática em cada período uma vez que a disciplina foi assumindo diferentes papéis no currículo dos cursos técnicos profissionais. Nas sucessivas reformas implementadas por iniciativa do regime político vigente, houve a gradual alteração do currículo das cadeiras de matemática, aumentando a importância dada à disciplina, que evoluiu de uma matemática mais prática e ligada ao conhecimento técnico a aplicar, para uma matemática mais generalista, que privilegiava a formação integral do futuro técnico de nível intermédio.

Abstract: It was during the pombaline reform of education, that in 1759 was introduced vocational education in Portugal, with the creation of the *Aula do Comércio*. This class had an eminently practical nature and was aimed to children and grandchildren of traders over the age of 14 years. In this paper are describe the main reforms of vocational education in our country, towards Galvão Teles reform, in 1967, which combines in one the 1st degree of secondary education and junior technical education. This was the first step towards the extinction of vocational education in Portugal, which will require reimplementation years later, with the creation of a new type of school.

For each reform that restructured the vocational education in Portugal, between 1759 and 1967 it is identified the importance attached to mathematics in every period since the discipline was taking on different roles in the curriculum of professional technical courses. In successive reforms implemented

at the initiative of the political regime, there was a gradual change in the curriculum of mathematics, increasing the importance given to the subject, which evolved from a practical mathematics linked to technical knowledge for a more general mathematics, that favoured the integral formation of the intermediate level technician.

Apresentação e agradecimentos

Este texto foi escrito para a elaboração de um trabalho conjunto do Grupo de Trabalho sobre História e Memórias do Ensino de Matemática da Associação de Professores de Matemática (GTHMEMat), que resultou na publicação *A matemática nos programas do ensino não superior 1835–1974*, onde se completa com maior detalhe a história dos programas no ensino profissional em Portugal. Encontram-se no mesmo livro outros capítulos sobre os programas, nomeadamente *A matemática no ensino não-superior em Portugal*, *Os programas de Matemática do Ensino Primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário em Portugal* e *Os programas de Matemática do Ensino Liceal em Portugal*.

Para a concretização deste texto, inicialmente, estabeleceu-se uma linha da política educativa em Portugal através da consulta da legislação que permitiu tirar ilações sobre as principais reformas do ensino profissional até ao 25 de abril de 1974. Cruzou-se a informação recolhida com livros que se constituem como referências da História da Educação em Portugal (em particular a história do ensino profissional) e com autores contemporâneos que viveram a criação das escolas profissionais.

No tratamento dos dados foi feita uma leitura crítica dos documentos: quem os produziu, qual o enquadramento político educativo dos mesmos, qual a fiabilidade da fonte utilizada e qual o interesse na publicação do documento (Krippendorf, 2004). Esta análise permitiu a seleção de fontes fidedignas e a interligação de documentos legislativos, analisando-os à luz das políticas educativas em vigor.

Agradeço ao Professor José Manuel Matos que me sugeriu a abordagem deste tema na minha tese de doutoramento (*A matemática no ensino profissional | As práticas e as representações dos professores)* e me convidou para integrar o grupo e a António Almeida, responsável pela recolha da maior parte da legislação utilizada.

A Aula do Comércio e as primeiras escolas técnicas

A primeira medida visando introduzir um tipo de ensino público focado numa formação técnica em Portugal foi tomada pelo Marquês de Pombal que criou a *Aula do Comércio*, cujos estatutos datam de 19 de abril de 1759 [Carvalho, 2008]. O objetivo desta nova instituição escolar era promover a formação no que concerne ao conhecimento de algumas regras da contabilidade e a conversões entre pesos e moedas de Portugal e de outros países. Esta *Aula* destinava-se a alunos com mais de catorze anos, que soubessem ler, escrever e contar e tinha a duração de três anos, sendo dada preferência a filhos ou netos de homens de negócios aos quais era atribuído um subsídio. O programa preconizava o ensino das quatro operações aritméticas, quebrados, regra de três e outras, pesos em todas as praças do comércio, medidas, moedas, câmbios, seguros, fretes, comissões, obrigações, escrituração dos livros por grosso e a retalho.

Seguiram-se outras escolas centradas na formação de profissionais específicos: a *Aula de Náutica* em 1762 e a de *Debuxo e Desenho* em 1779 no Porto, a fundação da *Casa Pia* com uma escola do ensino técnico profissional em 1780, ou a *Aula de Comércio da Corte* criada no Rio de Janeiro em 1809 logo após a chegada de D. João VI [Gomes, 1996]. Embora a formação profissional estivesse essencialmente concentrada nas corporações, o Estado começava a preocupar-se com a criação de escolas para a formação de aprendizes como observamos nas intenções de criação de grandes escolas associadas às fábricas de lanifícios de Portalegre, da Covilhã ou do Fundão. Alguns industriais manifestavam a mesma preocupação como vemos, por exemplo, no alvará referente a uma fábrica de lanifícios na Covilhã que menciona a existência de uma Escola de Fiação em Celorico da Beira [Alvará de 19/8/1788 (`http://www.iuslusitaniae.fcsh.unl.pt/`, 10/5/2014)].

O ensino técnico industrial, comercial e agrícola

A partir de meados dos anos 1830 a convicção de que a formação profissional deveria ser entregue a escolas especializadas que permitissem ao país ultrapassar o seu atraso em relação a outros países europeus começa a tornar-se realidade. Em 1834 foi retirada às corporações a responsabilidade da formação para profissões específicas, e no decreto de criação dos liceus de 1836 é dado ênfase aos "elementos científicos e técnicos indispensáveis aos usos da vida" [Diário do Governo, 275, 19/11/1836, p. 136]. O plano original incluía disciplinas procurando uma formação virada para as aplicações às artes e ofícios, e na Reforma de Costa Cabral em 1844 a *Aula do Comércio* passa a constituir a Secção Comercial do Liceu de Lisboa integrando-a na nova organização liceal da instrução secundária [Rodrigues, 2014].

Vai ser durante a segunda metade do século XIX, num contexto de crescimento económico apoiado por políticas públicas desenvolvimentistas lideradas por Fontes Pereira de Melo (o fontismo), que se concretizará um plano de escolas públicas vocacionadas para a formação profissional. Assim, em finais de 1852 é assinado um Decreto sobre o ensino técnico e industrial, que se assume como o arranque de um processo que confere ao estado um papel mais dinamizador e coordenador, com a finalidade de profissionalizar os homens das artes e ofícios (que soubessem ler e escrever e tivessem idade superior a 12 anos). Com este Decreto, pretende-se responsabilizar o sistema de ensino estatal, considerando que haverá efeitos diretos no desenvolvimento da riqueza pública. Assim, é instituído o referido ensino em Lisboa e no Porto, criando o ensino industrial não superior segmentado em três graus de ensino: elementar, secundário e complementar. A matemática estava presente no primeiro grau, designada por *Aritmética, Álgebra e Geometria* (cadeira lecionada a todos os cursos criados por este Decreto). No segundo grau era lecionada a cadeira de *Geometria descritiva aplicada às artes* e no terceiro grau, não havendo nenhuma cadeira de Matemática, era lecionada a cadeira de *Desenho, Mecânica Industrial, Química Aplicada, Economia e Legislação Industrial.*

Fontes Pereira de Melo organizará também o ensino agrícola em três níveis, distinguindo entre as quintas, as escolas regionais e o Instituto Agrícola em Lisboa, que não incluem ensino de Matemática.

Em 1865, João Crisóstomo de Abreu e Sousa, Ministro das Obras Públicas, regulamenta o currículo das escolas industriais existentes e pretende criar outras em Guimarães, Covilhã e Portalegre [Diário de Lisboa, 1, 2/1/1865] . O decreto reorganiza o ensino em dois níveis, o Geral (comum a todas as artes, ofícios e profissões industriais, dito de 1.º grau) e o Especial (para diferentes artes e ofícios, correspondente ao 2.º grau). Determinava-se que no primeiro grau seriam lecionadas as disciplinas de *Aritmética, Álgebra e Contabilidade e de Geometria Elementar* e no segundo grau duas das disciplinas seriam *Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria e Desenho Linear* e *Geometria descritiva aplicada à indústria, Topografia e levantamento de plantas e Desenho de modelos e máquinas.* Noutro decreto também publicado em 1865 este ministro altera igualmente o ensino agrícola. Limitando-nos ao tema que nos interessa, a matemática elementar passa a fazer parte do ensino teórico do Instituto Geral de Agricultura.

Em 1870 uniformizou-se o nome das duas instituições de formação profissional de Lisboa e Porto e o *Instituto Industrial de Lisboa*, passou a designar-se

Instituto Industrial e Comercial de Lisboa, e passou a incluir o Curso de Comércio que era ainda lecionado no Liceu de Lisboa [Diário do Governo, 1, 3/1/1870]. O *Instituto de Lisboa* possuía dez cadeiras (subdivididas em disciplinas) sendo uma delas *Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria*. Na reorganização do ensino mantiveram-se os dois graus da reforma de 1865, desta feita designados por instrução industrial e ensino especial. As dificuldades do Tesouro Público Português impedem a abertura de escolas industriais noutros pontos do país (tal como tinha sido previsto na reforma de 1865), pelo que o ensino industrial se manteve circunscrito a Lisboa e ao Porto. Só no início de 1887 se estabelece o ensino comercial público no Porto [Diário do Governo, 34, 14/2/1887], incorporado no *Instituto Industrial e Comercial do Porto*. A estrutura dual dos institutos com secções industriais e comerciais será mantida até à reforma de 1911.

A expansão do ensino profissional

Será na década de 1880 e sempre sob a tutela do Ministério das Obras Públicas que se expandirá o ensino profissional ao resto do país. Assim, no início de 1884, sendo Ministro António Augusto de Aguiar, são criadas escolas industriais e de desenho industrial, nos locais do país onde existiam grandes centros de produção [Diário do Governo, 5, 7/1/1884]. A primeira será na Covilhã e terá como objetivo um ensino eminentemente prático, adequado às necessidades das indústrias locais vocacionadas para a tinturaria. Na área da matemática era lecionada a cadeira de *Aritmética, Geometria Elementar e Desenho Industrial* [Henriques, 2003]. O mesmo decreto cria mais oito escolas de Desenho Industrial (três em Lisboa, três no Porto, uma nas Caldas da Rainha e uma em Coimbra).

Até ao fim da década o ensino profissional será gradualmente aperfeiçoado. Em 1887, com Emídio Navarro nas Obras Públicas, é aprovado um plano curricular dos *Institutos Industriais e Comerciais* de Lisboa e do Porto [Diário do Governo, 34, 12/2/1887] que dividiu o ensino industrial em elementar, preparatório e especial. Da mesma forma, dividiu o ensino comercial em elementar, preparatório e superior ou especial, com 28 cadeiras, das quais 25 comuns aos dois institutos. A 26.ª podia ser lecionada no Porto e as 27.ª e 28.ª só poderiam ser lecionadas em Lisboa, cabendo ao Governo escolher as disciplinas que integravam cada curso, assim como elaborar o programa dessas disciplinas. Essa divisão das cadeiras por cursos foi feita ainda nesse ano [Diário do Governo, 214, 24/9/1887]. Para os Cursos Industriais preconizava que se lecionasse *Rudimentos de Matemática* (no Curso elementar), *Aritmética, Álgebra e*

Geometria sintética (no Curso preparatório) e nos Cursos especiais (Curso de condutor de obras públicas, Curso de condutor de minas, Curso de diretor de fábricas, Curso de construtor de máquinas e instrumentos de precisão, Curso de correios e telégrafos) *Trigonometria plana, princípios de Geometria analítica, de Álgebra superior e de Cálculo infinitesimal.* No Curso de desenhador, lecionava-se a 1.ª e 2.ª parte da 6.ª cadeira *Trigonometria Plana e princípios de Geometria analítica* e no Curso de mestre de obras ensinava-se apenas a parte de *Trigonometria Plana.* Os Cursos de mestre de artes mecânicas e mestre de artes químicas não possuíam matemática no currículo.

No que concerne aos cursos comerciais, era lecionada a cadeira *Rudimentos de Matemática* no Curso elementar de comércio, *Aritmética, Álgebra e Geometria Sintética* no Curso preparatório e *Trigonometria plana, princípios da Geometria analítica, de Álgebra superior e de Cálculo infinitesimal* no 2.º ano do Curso superior de comércio. O Curso secundário de comércio, o Curso especial de cônsul e o Curso especial de verificador de alfândega não tinham matemática no currículo.

Segmentando o ensino técnico

Em 1890 inicia-se uma separação entre um tipo de escolas dedicadas a um ensino industrial e comercial e que se poderia designar de ensino secundário pois segue-se ao primário, e um outro mais avançado nas escolas de Lisboa e Porto que irá conduzir, já na República, a instituições de ensino superior. Essa distinção já ocorria desde há alguns anos no ensino agrícola [Rodrigues, 2014].

No início de 1890 [Diário do Governo, 68, 26/3/1890], por sugestão dos conselhos escolares dos institutos industriais e comerciais de Lisboa e do Porto, foram divididas em duas partes a 4.ª cadeira (*Aritmética, Álgebra e Geometria Sintética*) em *Aritmética e Geometria Plana* e *Álgebra, Geometria no Espaço e Trigonometria Plana*, e a 6.ª cadeira (*Trigonometria Plana, Princípios de Geometria Analítica, Álgebra Superior e Cálculo Infinitesimal*) em *Trigonometria Plana* e *Princípios de Geometria Analítica, Álgebra Superior e Cálculo Infinitesimal.*

Iniciando-se com a estadia de João Franco no Ministério das Obras Públicas em 1891 e continuando com os ministros que o sucederam proceder-se-á a uma reorganização global do ensino profissional. Acreditava-se então no papel do sistema educativo na formação de um povo, e na aposta de instruir a classe operária para fomentar o progresso social e económico do país. O processo inicia-se com a reforma do ensino agrícola [Diário do Governo, 227, 9/10/1891] que passa a incluir a disciplina de *Aritmética, Geometria e Agrimensura* no seu curso intermédio. A peça central é um decreto publicado no final de 1891 que segmentava o ensino industrial e comercial em dois sistemas[1]: as escolas industriais disseminadas pelo país destinadas a um ensino inicial e profissional de aprendizes — por sua vez subdivididas em completas, incompletas e elementares — e os institutos industriais e comerciais, estabelecimentos de ensino médio localizados em Lisboa e Porto. Esta reorganização engloba todo o sistema de ensino industrial e comercial, incluindo os institutos, os museus industriais e comerciais e as escolas industriais, pondo fim aos cursos elementares nos dois institutos.

Nas escolas industriais o currículo fica organizado em três secções das quais apenas a primeira incluía uma disciplina que continha aritmética, geometria elementar e suas aplicações comerciais e industriais e física, química e história natural. Os institutos incluem duas disciplinas de matemática: *Aritmética e Geometria Plana* que abrangia a álgebra, a geometria no espaço e a trigonometria plana (estes dois tópicos apenas para os cursos industriais) e *Elementos de Cálculo Infinitesimal* (acompanhada de geometria analítica e geometria descritiva apenas para os cursos industriais). Em 1893, Bernardino Machado regulamenta os cursos e programas previstos no diploma de 1891 [Diário do Governo, 226, 5/10/1893]. Na maioria das escolas são lecionadas as disciplinas de *Aritmética e Geometria*, com exceção das escolas das Caldas da Rainha, Leiria, Peniche, Torres Novas e Faro, nas quais não é ministrada nenhuma disciplina de matemática. Na Escola Brotero em Coimbra as disciplinas acima referidas só são lecionadas aos alunos dos Cursos Industriais de serralheiro mecânico, condutor de máquinas, fabricante de instrumentos de precisão, fundidor, cuteleiro, curtidor e tintureiro. A disciplina de *Aritmética* é ministrada durante dois anos e integra nos seus conteúdos a noção de grandeza, quantidade, numeração oral e escrita, sinais aritméticos, operações, quebrados e operações, sistema métrico, números complexos e potências, proporções e progressões. No segundo ano são lecionados logaritmos, regra de três e outras, regras de cálculos financeiros e equações de 1.º grau a uma incógnita. Na disciplina de *Geometria* no primeiro ano são dadas linhas, medidas, distâncias, ângulos, circunferência e círculo, polígonos regulares e irregulares, áreas de figuras planas, círculo e elipse e cónicas. No segundo ano é tratada a geometria no espaço.

Noutro Decreto [Diário do Governo, 245, 28/10/1893], João Ferreira Castello Branco, Secretário de Estado dos Negócios do Reino, altera a distribuição das disciplinas nos *Institutos Industriais e Comerciais* de Lisboa e Porto, unificando as duas disciplinas de matemática e separando-as da geometria descritiva. As disciplinas de matemática a ministrar são agora 1.ª *Álgebra e geometria. Noções*

[1]Em rigor seriam três, pois o decreto inclui os Museus que não discutimos neste texto.

fundamentais de geometria analítica e cálculo infinitesimal e 2.ª *Geometria descritiva e suas aplicações. Topografia.* Alterações posteriores de 1903[2] e 1905[3] não modificam a arquitetura das disciplinas de matemática.

Esta segmentação no entanto não facilitava o percurso dos alunos que pretendessem transitar de cursos mais elementares para outros mais avançados e a transformação da Escola Primária Superior Rodrigues Sampaio em Lisboa em Escola Técnica Preparatória de acesso aos institutos industriais em 1892 tenta casuisticamente colmatar esse problema [Diário do Governo, 212, 20/9/1892]. O currículo desta escola passa a incluir uma formação generalista da qual faz parte a "matemática elementar, compreendendo a aritmética, a álgebra, a geometria e a trigonometria retilínea, ensinada por processos práticos e por demonstrações da sua aplicação às operações mais usuais do comércio e da indústria" [Carvalho, 2008, p. 695].

O ensino profissional mais elementar foi objeto de uma reestruturação em 1901 [Diário do Governo, 295, 30/12/1901]. Esta incidiu nas escolas de desenho industrial, escolas industriais, escolas preparatórias e escolas elementares de comércio. Boa parte dos cursos incluía a cadeira de *Aritmética e Geometria*, à exceção das escolas de desenho industrial que não tinham matemática nos seus programas.

O ensino técnico e o ensino superior

Embora as escolas politécnicas criadas no início do século XIX procurassem responder a necessidades específicas de formação de profissionais elas rapidamente se converteram nas escolas de formação superior em Lisboa e no Porto concorrendo nas suas áreas com a Universidade de Coimbra. A partir de 1890, como vimos, assistimos a uma repetição deste movimento de criação de escolas técnicas de índole superior, desta vez a partir das próprias escolas profissionais e que culminará em 1911 com a criação de novas escolas superiores que em 1930 se converterão mesmo numa nova universidade.

Assim, após a implantação da República em 1910 o Instituto Industrial e Comercial de Lisboa é desdobrado em duas escolas, o Instituto Superior Técnico e o Instituto Superior do Comércio, separando o ensino superior do ensino médio[4]. O âmbito deste trabalho exclui o ensino superior, pelo que não abor-

[2]Incidiu sobre o Instituto Industrial e Comercial de Lisboa, Diário do Governo, 169, 3/8/1903.

[3]Incidiu sobre o Instituto Industrial e Comercial do Porto, Diário do Governo, 282, 13/12/1905.

[4]Em simultâneo criam-se duas universidades em Lisboa e Porto quebrando o monopólio da Universidade de Coimbra.

daremos aqui a evolução destes dois institutos, concentrando-nos apenas nos graus anteriores.

Numa sistematização promulgada em 1916 [Decreto n.º 2.609-E, Diário do Governo, 179, 4/9/1916, pp. 848-E–BBB] clarifica-se que o ensino técnico elementar compreende: escolas de desenho industrial, escolas industriais, escolas industriais-comerciais, escolas preparatórias, escolas elementares de comércio e escolas de arte aplicada. Exceptuando as de desenho e arte aplicada que não continham matemática, as restantes incluíam um curso de aritmética e geometria de dois anos na maior parte dos cursos[5].

A estas restruturações faltava, no entanto, uma visão de conjunto do sistema que fora entretanto desenvolvido. Será João Azevedo Neves, Secretário de Estado do Comércio durante o regime de Sidónio Pais, que apresenta em 1918 uma perspetiva global do ensino profissional pioneira em Portugal [Decreto n.º 5.029, Diário do Governo, 263, 5/12/1918, pp. 2067–112]. A organização e abrangência deste diploma vão estabelecer uma trajetória para o ensino técnico propondo estratégias para disseminar este tipo de ensino em Portugal, integrando-o no espírito popular e estabelecendo estratégias para atrair à escola jovens e adultos já empregados na indústria e no comércio, e serão um modelo a seguir até ao 25 de abril de 1974 [Carvalho, 2008].

Nesta Reforma, o investimento no ensino técnico e industrial é visível em quatro dimensões de formação. Em primeiro lugar a *Formação para as artes e indústrias regionais*, prevendo a criação de escolas de artes e ofícios nos focos mais importantes do país e privilegiando um ensino predominantemente prático para alunos de todas as idades, incluindo os analfabetos. Numa segunda dimensão a *Formação de operários*, que também é ministrada nas escolas de artes e ofícios. Esta poderá acontecer de forma gradual, com a admissão de alunos menores de 13 anos que tenham feito o exame complementar de instrução primária e a formação de operários feitos, que pretendem aperfeiçoar-se na sua profissão. Este ensino está dividido em três graus: preliminar, geral e complementar. No primeiro ano destes cursos são ensinadas algumas noções de aritmética e geometria, que são desenvolvidas nos quatro anos seguintes. Posteriormente, os alunos iniciam cursos de especialização, com a duração de mais dois anos. A terceira tipologia de formação prende-se com o *Ensino de auxiliares de engenheiros, chefes de indústria e condutores de trabalho*, numa escola preparatória, com cursos de 4 anos. O objetivo desta escola é preparar os alunos para o ingresso nos institutos comerciais e industriais superiores.

[5] O curso preparatório em Lisboa de acesso à Escola de Construções, Indústria e Comércio de Lisboa tinha quatro anos; o equivalente no Porto tinha três; os cursos elementares de comércio tinham um ano.

A última dimensão de formação prevista neste decreto, prende-se com a *Formação de engenheiros a nível superior*, que sai do âmbito dos objetivos deste artigo.

No que respeita ao ensino técnico comercial, João Azevedo das Neves prevê a sua existência para a formação de empregados do comércio e de acordo com a localização do estabelecimento comercial, mantendo a estrutura curricular com um caráter elementar. Nestes cursos serão ministradas noções de aritmética. Para a implementação desta tipologia de ensino por todo o país irá recorrer-se aos professores de instrução primária, para ministrarem a *Aula Comercial*. O ensino comercial completo abrange o 3.º grau elementar, médio e superior, sendo o ensino médio ministrado nos Institutos Comerciais.

O regime proposto por João Azevedo Neves vai-se manter até 1930 com pequenas alterações. A primeira ocorre em 1921 com a criação do *Instituto Industrial e Comercial de Coimbra* [Decreto n.º 7.869, Diário de Governo, 245, 5/12/1921, pp. 1451–3] que terá duas secções, a Industrial e a Comercial e lecionará os cursos de construção civil e obras públicas, máquinas, electrotecnia e o Curso médio de comércio. Em 1923 passa a incluir também o Curso especial de indústrias químicas e minas e o Curso elementar de construção civil como curso especializado. Estes têm nos programas do primeiro ano (respetivamente), *Elementos de Mecânica Racional* e *Geometria descritiva e suas aplicações*. Este Instituto apenas existiu durante 5 anos, sendo extinto em 1926.

Em 1924, o Instituto Industrial e o Instituto Comercial do Porto reúnem-se num só estabelecimento deixando para 1925 a organização dos cursos [Decreto n.º 11.364, Diário de Governo, 271, 18/12/1925, pp. 1846–8]. No primeiro e no segundo ano do Curso geral industrial e do Curso geral comercial são lecionadas, respetivamente a 1.ª e 2.ª parte da primeira cadeira, designadas por *Matemáticas elementares* e *Matemáticas gerais*. Nos cursos especializados a estrutura curricular é variada: no Curso de construção civil e obras públicas, no Curso de máquinas e no Curso de electrotecnia faz parte do currículo do primeiro ano *Geometria descritiva e suas aplicações*. No Curso de minas é lecionada no primeiro ano *Elementos de mecânica racional*. Não existe matemática no Curso de indústrias químicas, nem no Curso médio de comércio, sendo que neste último apenas se leciona *Cálculo comercial* e *Cálculo financeiro*. Uma terceira alteração incide sobre o Curso elementar de comércio que conhece algumas mudanças em 1926[6].

Durante a I República (entre 1910 e 1926) o número de alunos no ensino técnico e industrial duplicou em Portugal, passando de um total de 7.153 alu-

[6]Lei n.º 1.822, Diário de Governo, 220, 14/10/1925, pp. 1287–8; programas no Decreto n.º 11.490, Diário de Governo, 49, 9/3/1926, pp. 204–11.

nos (divididos pelas escolas elementares de ensino industrial e comercial, os Institutos Comerciais e Industriais e as Escolas de Ensino Agrícola) para 14.714 alunos (divididos pelos Institutos Comerciais e Industriais, Institutos Superiores do Comércio, pelo Instituto Superior Técnico e pelas Escolas de Ensino Agrícola) [Carvalho, 2008].

Durante os primeiros vinte anos da Ditadura que vigorou entre 1926 e 1974 poucas alterações foram introduzidas no ensino profissional. Por exemplo, a reforma de 1931 [Decreto n.º 20.328, Diário de Governo, 218, 21/9/1931, pp. 2069–85], levada a cabo pelo Ministro Gustavo Cordeiro Ramos, veio introduzir alterações no ensino industrial e comercial mas, prestando homenagem à reforma de 1918, não pretendeu realizar alterações de fundo mas antes simplificar o sistema (alterando o tipo de ensino e designando as escolas como técnico-profissionais) e dar coerência a uma legislação que com o correr dos anos se tinha tornado dispersa. Foi feita uma reestruturação dos programas e da denominação dos cursos, para tornar mais claro qual a categoria dos técnicos que concluíam o curso no ensino técnico, havendo uma perca de autonomia pedagógica por parte das escolas cuja tendência havia sido iniciada com a reforma de Azevedo Neves [Rodrigues, 2014].

O ensino profissional e o pós-guerra

Entre 1926 e 1940 voltou a duplicar o número de alunos que frequentava o ensino técnico em Portugal. No pós-guerra, com Pires de Lima, será implementada uma grande reforma do ensino técnico, longamente preparada pelo regime de modo a responder aos novos desafios económicos e tecnológicos que se colocavam. O primeiro passo foi a nomeação da Comissão da Reforma do Ensino Técnico, a 29 de julho de 1941 [Decreto n.º 31.431, Diário do Governo, 174, 29/07/1941, pp. 677–679]. Esta Comissão, presidida por Leite Pinto, redigiu um relatório publicado em 1941 onde é feito um balanço ao ensino técnico existente, apontando soluções que integrem uma nova reforma desta tipologia de ensino. O relatório propõe alterações no que respeita ao ensino profissional elementar, que pressupõe uma formação de caráter genérico, permitindo a posterior integração dos alunos no ensino industrial ou comercial. Neste tipo de ensino destacamos o *ensino de aperfeiçoamento*, que é principalmente noturno, próprio de grandes centros com elevada densidade industrial ou mercantil (organizado da mesma forma que os cursos diurnos) e é frequentado principalmente por ativos empregados que pretendem melhorar as suas qualificações. Até à data, este tipo de ensino teria sido ministrado por empresas, não regulado pela administração central, apresentando o relatório como exemplos a Companhia Portuguesa dos Caminhos de Ferro, a Companhia Reunida de Gás e Eletricidade, a Federação Nacional das Indústrias e Moagem e o Sindicato Nacional dos Empregados das Companhias de Seguros. Ainda no âmbito do ensino profissional elementar, também podemos identificar o *ensino de formação*, que funciona a nível diurno, com conteúdos genéricos, sem propósito de especialização precoce e com a duração de 1 a 2 anos. Por sua vez, o ensino de *2.º grau ou complementar* é ministrado nas escolas industriais e comerciais e incluía, além do ensino prático e dos princípios científicos inerentes ao exercício de uma profissão, um estágio que deveria acontecer nas empresas. A Comissão propõe a criação de novos cursos industriais de relojoeiro, electromecânico de precisão, óptico, radioelectricista, radiotelegrafista, ajudante de laboratório biológico e ajudante de farmácia. A maior parte destes cursos tem a duração de três anos, considerando-se que para a formação de técnicos de mecânica de precisão este tempo é insuficiente e a formação tem uma duração maior. Para os cursos comerciais é sugerida apenas a existência de um único curso, designado por Curso geral de comércio e que assegure um saber profissional sólido, permitindo aos formandos a tomada de decisões de âmbito profissional em consciência.

A Lei que estabelece as bases do ensino profissional industrial e comercial[7] determina dois graus para o ensino técnico profissional, industrial e comercial. No 1.º grau (com a duração de 2 anos) existe um ciclo preparatório e de aprendizagem geral, e no 2.º grau são lecionados cursos de aprendizagem e aperfeiçoamento profissional (com a duração máxima de 4 anos). A reforma aumenta o grau de consistência entre as escolas, proporcionando um modelo adaptável aos diversos cursos, mas ao mesmo tempo razoavelmente uniforme no país. Uma das suas grandes inovações é a instituição de um *Ciclo Preparatório do Ensino Técnico*, gerido pela administração central, que se propunha fornecer uma formação generalista aos alunos logo após a escola primária. Este ciclo, com grandes afinidades com o 1.º ciclo liceal (o programa de Matemática é muito semelhante), retardava de facto a formação profissional mais específica [Sousa, 2013]. O ensino elementar agrícola era ministrado de forma sazonal, utilizando as épocas mais convenientes e tinha como objetivo dotar os trabalhadores do campo de conhecimentos gerais e noções técnicas relativas à agricultura, silvicultura e à pecuária.

Nos vinte anos que se seguiram houve diversas alterações pontuais à reforma de Pires de Lima, nomeadamente no que respeita à criação de novos cursos profissionais [Portaria n.º 16198, Diário do Governo, 54, 08/03/1957, pp. 219–

[7] Lei n.º 2.025, Diário de Governo, 137, 19/6/1947, pp. 571–8 com o Estatuto do Ensino Industrial e Profissional, Decreto n.º 37.029, Diário de Governo, 198, 28/8/1948, pp. 844–911.

220], mas que não alteram a estrutura existente. Nos anos 60 aumenta a procura de diplomados dos institutos pelo mercado de trabalho, sendo que consequentemente, em 3 agosto de 1964 é criado o ensino noturno para trabalhadores e em 1965 reabre o *Instituto Industrial de Coimbra* (que só tinha estado em funcionamento entre 1921 e 1926). Mais tarde, os conteúdos das cadeiras, laboratórios e trabalhos gráficos que compõem os cursos dos Institutos Comerciais, são publicados a 25 de janeiro de 1968.

Reforçando a formação generalista no ensino profissional

Em 1967, o Ministro da Educação Nacional Galvão Teles cria o *Ciclo Preparatório do Ensino Secundário* com o objetivo de alargar a formação básica e atrasar o processo de decisão da criança que na reforma anterior teria aos 10 anos que optar por uma das duas vias de ensino, o ensino liceal e o técnico. Este novo ciclo com a duração de 2 anos fundiu num só o 1.º ciclo do ensino liceal e o ciclo preparatório do ensino técnico. Esta alteração estrutural vai provocar a gradual alteração dos planos curriculares dos liceus e das técnicas a partir do ano letivo de 1970/71.

No ensino profissional, esta reforma vai alterar profundamente a Lei de Pires de Lima. Em 1970 são criados *Cursos Gerais* com a duração uniforme de 3 anos que substituem os cursos de aprendizagem e aperfeiçoamento anteriores (existem cursos equivalentes noturnos com a duração de 4 anos). Visa-se uma formação tecnológica básica, mas proporcionando uma formação equivalente ao curso geral dos liceus que terminava no que constitui hoje o 9.º ano de escolaridade. Esta medida pretendia corrigir o início prematuro de uma formação profissional, sem o apoio de um nível de cultura geral mínimo e necessário ao exercício de uma profissão e simultaneamente diminuir as graves assimetrias que se verificavam nas oportunidades de acesso ao sistema liceal ou ao sistema de formação profissional [Ministério da Educação Nacional, 1973].

Em 1971 experimentam-se cursos em escolas da Covilhã, de Braga e de Guimarães que permitissem a continuação dos estudos para além destes cursos gerais permitindo o acesso ao ensino politécnico e em 1973/74 abrem em todo o país *Cursos Complementares do Ensino Secundário Técnico* com a duração de dois anos que davam acesso ao ensino superior (os cursos noturnos equivalentes tinham a duração de 3 anos). Os alunos do ensino profissional passavam pois a poder seguir um percurso escolar até ao ensino universitário equivalente ao dos do ensino liceal.

Nos planos de estudo publicados na sequência desta reforma foi dada muita importância à disciplina de Matemática, que integrava todos os Cursos Gerais. Os programas para os Cursos Gerais incorporavam as abordagens da Matemática Moderna e tinham estado em experiência desde 1967 [Matos, 1989]. Porém a sua integração na tradição das escolas técnicas não foi pacífica [Matos, Novaes & Gabriel, 2009] e diversas circulares dão conta das dificuldades de concretização dos programas[8].

Na maioria dos cursos complementares, a *Matemática* era uma disciplina de caráter obrigatório, lecionada durante os dois anos, à exceção dos cursos complementares diurnos de artes de tecidos e de fotografia/cinema/televisão, nos quais é facultativa e dos cursos complementares de secretariado/relações públicas e artes gráficas, que não tinham matemática no currículo. Foram apresentados novos programas em 1973[9] acompanhados de livros de texto específicos. Embora estes programas tivessem muitas semelhanças com os programas do Curso Complementar dos liceus, estabeleciam diferenças importantes. A análise (ao invés da lógica) era abordada logo no início do curso. Assim, contrariamente aos programas dos liceus, o estudo das funções adquiria desde cedo uma autonomia em relação à álgebra e à lógica.

Notas finais

Especialmente a partir do liberalismo, as épocas de expansão tecnológica e industrial solicitaram ao sistema educativo um papel importante na preparação de técnicos qualificados que pudessem alimentar o crescimento económico.

A análise dos programas de matemática do ensino profissional entre 1759 e 1973 dá-nos uma visão abrangente do papel da matemática na formação de técnicos qualificados. Verificamos que desde uma visão utilitária para disciplina, tida pelo Marquês de Pombal com a *Aula de Comércio*, até uma visão mais generalista e de formação geral com a Reforma de João Azevedo das Neves em 1918, o papel da matemática foi alterado com as sucessivas reformas ao longo dos séculos.

No pós guerra, com Pires de Lima a importância da formação generalista assume ainda maior destaque, pois são instituídos dois graus para o ensino técnico profissional e comercial, sendo que o 1.º grau, com a duração de dois anos

[8]Instruções sobre os programas de Matemática (Ensino Secundário Técnico) (1972). Cursos Gerais. Lisboa: Direção-Geral do Ensino Secundário, Ministério da Educação Nacional; Instruções sobre o Programa de Matemática em vigor no ensino técnico. (1973). Média, 11–12, 11–15.

[9]Cursos Complementares do Ensino Secundário Técnico, programa da disciplina de Matemática (1973). Lisboa: Direção-Geral do Ensino Secundário, Ministério da Educação Nacional.

é de índole preparatória e de aprendizagem geral e o programa de matemática apresenta muitas afinidades com o primeiro ciclo liceal.

Com a criação do *Ciclo Preparatório do Ensino Secundário*, em 1967, há uma nova alteração estrutural do ensino técnico que irá provocar a gradual alteração dos planos curriculares, mantendo-se a formação generalista da matemática, mas aumentando a importância dada à disciplina, pretendendo-se que os jovens tivessem uma formação equivalente ao curso geral dos liceus.

Referências

Carvalho, R., 2008. *História do Ensino em Portugal — Desde a fundação da nacionalidade até ao fim do Regime de Salazar-Caetano* (4.ª Ed.). Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.

Gomes, J. F., 1996. *Estudos para a história da educação no século XIX.* Instituto de Inovação Educacional, Lisboa.

Henriques, M. H. A. C., 2003. *O Percurso da Matemática no Ensino Técnico durante a Monarquia.* Tese de Doutoramento em Matemática apresentada na Universidade Portucalense no Porto, Portugal.

Krippendorff, K. H., 2004. *Content Analysis: An introduction to Its Methodology.* Sage Publications, Londres.

Matos, J. M., 1989. *Cronologia recente do ensino da Matemática.* Associação de Professores de Matemática, Lisboa.

Matos, J. M., Novaes, B. W. D., & Gabriel, L. M. C., 2009. *Recompondo a cultura da matemática escolar: a intervenção da Folha Informativa dos Professores do 1.º Grupo (E.T.P.).* Em J. A. Fernandes, M. H. Martinho & F. Viseu (Eds.), XX Seminário de Investigação em Educação Matemática, pp. 228–238. Associação de Professores de Matemática, Viana do Castelo.

Ministério da Educação Nacional, 1973. *Ensino Secundário Técnico (Cursos Gerais, Cursos Complementares).* Secretaria de Estado da Instrução e Cultura — Direção Geral do Ensino Secundário, Lisboa.

Rodrigues, A., 2014. *Os programas de matemática no ensino profissional.* Em Almeida, A. J. & Matos, J. M. (coord.); A Matemática nos programas do ensino não superior (1835–1974), pp. 92–110. Associação de Professores de Matemática, Lisboa.

Sousa, I., 2013. *Manuais escolares de matemática para o Ciclo Preparatório do Ensino Técnico*. Tese de Mestrado em Ciências da Educação apresentada na Universidade Nova de Lisboa, Portugal.

O ensino de matemática na Casa dos Educandos Artífices do Maranhão (1853–1883)

Waléria de Jesus Barbosa Soares[*], *Silvia Fernanda de Mendonça Figueirôa*[**]
Universidade Estadual de Campinas
walleria_soares@hotmail.com
silviamf@unicamp.br

Resumo: A Casa dos Educandos Artífices do Maranhão, fundada em 1841, pretendia oferecer instrução e ofício aos meninos pobres que andavam pelas ladeiras de São Luís. Mesmo com interesse anterior, somente em 1853 conseguiu, através da criação da disciplina de Geometria e Aritmética aplicada às Artes e Noções Gerais de Aritmética e Álgebra, levar o ensino de matemática às suas salas de aula. Pretende-se apresentar como se deu esse ensino, respondendo à seguinte pergunta: que matemática era trabalhada na Casa dos Educandos Artífices maranhense? Tomamos o período compreendido entre 1853 a 1883 por corresponder aos anos em que a disciplina foi ministrada na Casa. Caracteriza-se a pesquisa como histórica, de metodologia qualitativa, com aportes teóricos de Cabral, Castro, Chervel e Le Goff. Constata-se que a existência de disciplinas que envolveram diretamente a matemática dependia da disposição dos professores que a ministravam, fato que quando não ocorreu, acarretou sua extinção.

Abstract: The House of Craftsmen Students of Maranhão, founded in 1841, intended to offer instruction and craft to the poor boys who walked by the hills of São Luis. Despite previous interest, only in 1853 the teaching of mathematics to their classrooms took place, through the creation of the syllabus of Geometry and Arithmetic applied to General Arts and Understanding of Arithmetic and Algebra. The aim of the present paper is to present how was this teaching, answering to the following question: which mathematics was taught in the House of Craftsmen Students of Maranhão? We take the period from 1853 to 1883 because it corresponds to the years when the discipline was taught in the House. Ours is a historical research, with qualitative methodology, with theoretical contributions of Cabral, Castro, Chervel and Le Goff. It appears that the very existence of the syllabus directly involving mathematics depended on the willingness of the teachers who were in charge of it, a fact that when it did not occur, resulted in the extinction of it.

[*] Orientanda. Aluna do Programa de Doutorado Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática — UNICAMP.

[**] Orientadora. Professora Titular do Depto. de Ensino e Práticas Culturais, Faculdade de Educação, UNICAMP.

1 Introdução

O período que envolve o século XIX apresenta o Maranhão como uma província próspera ao desenvolvimento, seja do ponto de vista comercial seja do ponto de vista literário. Nesse tempo, a capital São Luís viveu bons momentos em sua economia, graças aos períodos de produção de arroz, açúcar e algodão, contribuindo para o desenvolvimento de todo Estado.

O campo literário também se apresentou como relevante devido ao grande número de poetas que viveu e desenvolveu inúmeros trabalhos na capital, fazendo com que São Luís ficasse conhecida, nessa época, como "Atenas Maranhense".

Intimamente relacionada com esses aspectos, a educação maranhense se mostrava, através das escolas, como seletiva, e principalmente voltada para a elite. O Liceu Maranhense fundado em 1838, única escola pública secundária a funcionar durante todo o período oitocentista no Maranhão, era frequentado, em sua grande maioria, por alunos ricos, demonstrando nitidamente essa afirmação.

É nesse cenário que, em 1841, foi criada uma escola destinada aos alunos pobres e desvalidos, na cidade de São Luís, a "Casa dos Educandos Artífices". Objetiva-se, no presente texto, apresentar os vestígios do ensino de matemática nessa instituição. Pretende-se, ainda, resgatar um pouco da memória dessa instituição escolar e de sua prática, com o intuito de aprofundar o conhecimento sobre a matemática escolar das camadas pobres da sociedade ludovicense, no período oitocentista.

Apoiamo-nos na Nova História Cultural, comungando com Chartier [1990], através da concepção de que a história das práticas e das representações deixa vestígios que nos levam a conhecer e compreender o que os sujeitos fizeram com os objetos culturais que lhes foram disponibilizados.

Como a história de uma disciplina escolar requer uso de diferentes fontes, o maior desafio foi encontrar os documentos que continham vestígios da prática investigada. Contou-se então, com fontes primárias como Leis, Regulamentos e Relatórios sobre a educação na Província do Maranhão, além de outros documentos referentes à criação e funcionamento da Casa dos Educandos Artífices no século XIX, que nos permitiram conhecer o currículo para o ensino de matemática da instituição.

Esses documentos foram analisados a fim de construir um quadro do momento histórico naquele determinado local, levando-se em conta o que diz Le Goff [1996]. Juntos, estes documentos compõem

> [...] o resultado de uma montagem, consciente ou inconsciente da

> história, da época, da sociedade que os produziram, mas também das épocas sucessivas durante as quais continuou a viver, talvez esquecido, durante as quais continuou manipulado, ainda que pelo silêncio. O documento é uma coisa que fica, que dura, e o testemunho, o ensinamento que ele traz devem ser em primeiro analisados, desmistificando-lhe o seu significado aparente. [Le Goff, 1996, 548].

Estão entre os principais acervos documentais consultados os seguintes: Biblioteca Pública Benedito Leite, Biblioteca Pública Josué Montelo, Academia Maranhense de Letras, Arquivo Público do Estado do Maranhão e Arquivo da Igreja do Carmo, todos localizados na cidade de São Luís.

A metodologia qualitativa conta com análise documental, seguindo a ideia de Burke [2005] de que "tudo tem história". Ao acreditar que essa história merece ser conhecida, consideram-se os aspectos que a envolvem, e concordamos com Chervel [1990] sobre a influência de uma época na conformação dos conteúdos disciplinares. Ainda, contamos com aportes teóricos de Cabral [1984], dos quais absorvemos as ideias sobre as políticas para a educação em vigor no Maranhão oitocentista, como também de Castro [2007], a partir de quem descortinamos a educação da infância desvalida no Maranhão do século XIX.

Assim, reconhecemos que a história de uma disciplina escolar, em uma instituição que se fez construída por sujeitos e suas contribuições ao longo dos tempos, deva ser conhecida e discutida para que se possa compreender a sociedade através das pessoas, de suas vivências e produções.

2 A Sociedade Ludovicense Oitocentista e a Educação

A sociedade maranhense viveu altos e baixos na sua economia durante todo o período oitocentista. A prosperidade econômica se deveu principalmente à produção e venda de produtos como arroz, açúcar e algodão. Em São Luís se encontrava o maior centro comercial e cultural do Estado, conhecido como Praia Grande (ou Praça do Comércio), concentrando, assim, a riqueza na capital. Este fato contribuiu para o desenvolvimento social e intelectual da cidade.

O reflexo da crescente da economia foi sentido na arquitetura local da cidade. O perfil urbano passou a ser constituído por casarões, em estilo colonial, revestidos por azulejos portugueses. Isso evidenciava a influência portuguesa. Esses casarões serviram de moradia aos grandes fazendeiros maranhenses que compunham a elite da cidade.

Figura 1: Praia Grande ou Praça do Comércio, 1908.
Fonte: Álbum "Maranhão 1908", de Gaudêncio Cunha.

Figura 2: Casarões de São Luís, 1908.
Fonte: Álbum "Maranhão 1908", de Gaudêncio Cunha.

No campo da educação, a cidade recebeu influência das políticas educacionais nacionais, formuladas e aplicadas no Período Colonial, sobre a prática pedagógica de professores. Assim, nas duas primeiras décadas do século XIX, houve escassez de leitura, mas não a sua inexistência. Segundo Galves [2010, 70], "o comércio de livros era feito, em grande parte, em espaços não especializados". Portanto, o acesso à leitura existia, mas era feito predominantemente pela elite.

O cenário da educação começa a mudar com a Lei de Instrução pública de 15 de outubro de 1827, que de acordo com Meireles [1994, 50], determinava "a criação de escolas primárias ou de primeiras letras em todas as cidades, vilas e lugarejos populosos". No Maranhão, o número de escolas passou de 14 para 24.

Em São Luís, nos alojamentos da Igreja do Carmo, foi então inaugurado o Liceu Maranhense, em 1838. Nesta escola, frequentada em sua maioria pela elite, educavam-se os alunos para uma possível vaga na universidade, em especial na Europa. Em 1841, contávamos com a Casa dos Educandos Artífices, para alunos pobres; e, em 1844, o Colégio Nossa Senhora da Glória abraçou a educação escolar para meninas. Este colégio também contava com um espaço para meninos que pretendiam entrar para o Liceu Maranhense. Os meninos tinham mais oportunidades, pois ainda contavam com a educação oferecida nos Colégios Perdigão e Colégio do Pires.

Figura 3: Igreja do Carmo, 1908.
Fonte: Álbum "Maranhão 1908", de Gaudêncio Cunha.

Segundo Castellanos [2010, 124], "a produção, circulação e distribuição de [material] impresso, especificamente os jornais e as revistas foram tomando um lugar significativo e proporções nunca antes vistas na sociedade maranhense". A educação também era estampada em jornais e as revistas traziam artigos sobre o ensino e oferecimento de cursos.

Em 1846, o poeta Gonçalves Dias fundou a Associação Literária Maranhense. Viu-se prosperar a literatura. Na segunda metade do século XIX, São Luís, de acordo com Meireles [1994], transformou-se num ambiente de cultura

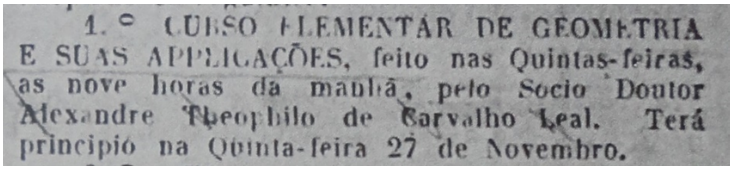

1.º CURSO ELEMENTAR DE GEOMETRIA E SUAS APPLICAÇÕES, feito nas Quintas-feiras, ás nove horas da manhã, pelo Socio Doutor Alexandre Theophilo de Carvalho Leal. Terá principio na Quinta-feira 27 de Novembro.

Figura 4: Anúncio de aula no Jornal “O Archivo”, de 1845.

e requinte. A cidade ficou conhecida como “Athenas Brasileira”, por ser reduto de um grande número de literários. A imprensa cresceu, proporcionando o aumento dos impressos, o que é bem relevante, pois, como é amplamente aceito, a imprensa foi uma das facilitadoras da divulgação e do desenvolvimento dos saberes ao longo da história [Schubring, 2003].

Os ludovicenses acompanhavam também o desenvolvimento das livrarias. Segundo Castellanos [2010, 125], “desde o decênio de 1860 a 1870, a cidade de São Luís tinha quatro editoras, aumentando consideravelmente o número de obras escritas, editadas e lidas, em plena divulgação e aceitação”. Algumas das quais figuravam entre as melhores do Brasil, em termos de impressão.

Em 1867, o número de escolas havia crescido ainda mais e a cidade de São Luís já contava com:

> Collegio São Caetano, Instituto de Humanidades, Lyceu Maranhense, Collegio Episcopal de N. Sr.ª dos Remédios, Collegio Perdigão, Collegio de N. Sr.ª da Glória, Collegio de Santa Anna (para educação de meninas), Collegio de N. Sr.ª da Conceição, Collegio de N. Sr.ª de Nazareth (para meninas). Em relação à instrução eclesiástica existia o Pequeno Educandário, a Casa dos Educandos Artífices, Nossa Senhora do Recolhimento, Asylo de Santa Thereza, Fundição da Cia. de Navegação a Vapor com aulas de torneiro ferreiro, caldeiro fundidor, modelador. [Almanak, 1868, 43].

Porém, com todo esse crescimento, o Maranhão, até o fim do século XIX, apresentava altos índices de analfabetismo. As escolas não eram suficientes para atender a toda a sociedade. Aliás, reforça-se que a parte da sociedade que frequentava a escolas era a camada da elite, formada principalmente por meninos. A outra parte contava com as poucas escolas que a abrigasse.

3 A Criação de uma Escola para Meninos Pobres e Desvalidos

Enquanto o Liceu Maranhense era frequentado quase que exclusivamente pela elite maranhense, surge em São Luís a proposta de uma escola que se autodenominava "para meninos pobres e desvalidos". A "Casa dos Educandos Artífices" do Maranhão foi criada através da Lei Provincial n.º 105, de 23 de agosto de 1841, e inaugurada neste mesmo ano, no mês de novembro, sob a direção de José Antônio Falcão[1].

O prédio que abrigava a escola deveria situar-se longe do centro da cidade, segundo Castro [2007, 189], para "evitar o contato dos educandos com o mundo exterior, onde não pudessem receber influências negativas à sua formação moral, militar e religiosa". Assim, a escola foi abrigada no antigo prédio da Casa da Pólvora, bem distante do centro da cidade de São Luís.

Figura 5: Casa dos Educandos Artífices do Maranhão, hoje Secretaria de Agricultura.
Fonte: Arquivo Pessoal.

A função da escola era proporcionar a aprendizagem de um ofício aos meninos, para que pudessem garantir sua futura sobrevivência e o sustento da família. A idade dos educandos, a princípio, variava de 8 a 17 anos, mas encontramos registros de alunos com 22 anos. Isso fez com que o Regulamento da

[1]Tenente-coronel reformado do Exército, assentou praça em São Luís, juntamente com seu irmão Feliciano Antônio Falcão, em 1831, como cadete no Regimento de Linha. Foi o organizador da Casa dos Educandos Artífices.

Casa, datado de 1848, fixasse a idade dos educandos entre 8 e 15 anos. O alunado deveria vir da periferia, do interior do Estado ou mesmo da Santa Casa de Misericórdia. Deveriam ser crianças, especificamente do sexo masculino, pobres e humildes. Porém, segundo Castro [2007, 227], "era comum a admissão de meninos por meio de influência política, religiosa ou militar junto ao presidente da província. No entanto, nem sempre os que ingressavam por esse meio eram pobres e desvalidos, como exigia a lei".

A organização das atividades no estabelecimento teve como modelo a Casa dos Educandos Artífices do Pará, fundada em 1840. Assim, as atividades se iniciavam às 5h, quando os alunos se formavam no pátio. Das 6h às 8h, frequentavam as aulas de primeiras letras. O café era servido das 8h às 8h30min. Logo após, os meninos se encaminhavam às oficinas, aí permanecendo até o meio dia. O almoço era servido do meio dia até às 13h30min, momento em que os meninos voltavam às oficinas, ficando até às 19h. Então, jantavam, faziam as suas orações e às 20h, finalmente, se recolhiam.

Durante todo o seu funcionamento, a Casa dos Educandos Artífices passou por três direções: de 1841 a 1853, foi diretor José Antonio Falcão (um dos fundadores da Casa, já mencionado); de 1853 a 1864, foi diretor Antonio Pereira Maia[2]; e, de 1871 a 1889, foi diretor Raimundo Jansen Serra Lima[3].

Ainda sobre o seu funcionamento, pode-se observar três momentos específicos:

> a) 1841 a 1851 — criação do estabelecimento, reforma, adaptação e ordenamento do edifício, instalação e ampliação de oficinas em seu interior; b) 1852 a 1870 — melhoria das condições das oficinas e ampliação das disciplinas escolares. Crescimento no número dos educandos; c) 1871 a 1889 — instabilidade financeira do estabelecimento, aumento "desordenado" do número de alunos e encerramento das atividades da casa. [Castro, 2007, 190].

O fato é que a Casa funcionou, na maior parte do tempo, em condições ruins, passou por vários problemas estruturais, sociais, morais (homossexualismo, pedofilia, masturbação), de saúde e principalmente, financeiros. Em alguns momentos, por falta de recursos financeiros, seus administradores tiveram que tomar decisões drásticas, como organizar meios de despachar alunos, suspender o pagamento do diretor ou mesmo demitir professores. Quem

[2]Tenente-coronel, assentou praça em São Luís.

[3]Deputado da Província do Maranhão quando dirigiu a Casa dos Educandos Artífices do Maranhão. No século XX, foi Funcionário da Secretaria de Fazenda do Estado, ocupando os cargos de escriturário, em 1915, e secretário da procuradoria, em 1918. Foi ainda, diretor da Secretaria Geral do Estado ente 1925 e 1928, quando se aposentou.

mais sofria com esses problemas eram os educandos, que se vestiam mal, comiam mal e dormiam mal. Alguns tentavam obedecer às regras da Casa, outros cometiam infrações, sofriam castigos, chegando a ficarem presos na Casa ou mesmo serem expulsos.

As aulas e as oficinas sempre sofreram duras críticas por parte de seus diretores e também por alguns presidentes da província. Achavam que elas não abarcavam a verdadeira finalidade da escola. O declínio da Casa ficou evidente nos cinco anos antes da proclamação da República. Ainda assim, segundo Castro [2007, 335],

> [...] dentre todos os estabelecimentos criados, em especial no Norte e Nordeste, a Casa dos Educandos maranhenses foi a que mais prosperou. Ela teve um período de vida contínuo, boa quantidade de educandos admitidos, número e diversidade de oficinas e de aulas criadas como subsidiárias da aprendizagem [...]. [Castro, 2007, 335].

O fechamento definitivo da Casa dos Educandos Artífices do Maranhão aconteceu no ano de 1889, associado à desaprovação das aulas e oficinas que ali aconteciam e aos desejos políticos de se investir cada vez mais no Liceu Maranhense.

4 Vestígios do Ensino de Matemática na Casa dos Educandos Artífices

Ao buscar os vestígios do ensino de matemática na Casa dos Educandos Artífices maranhense, partiu-se do contexto já apresentado: o Maranhão, no século XIX, viveu o auge do comércio, e assim, uma das principais funções da escola em geral era preparar os futuros trabalhadores para seu ofício. Cabia então ao ensino de matemática, como uma das suas principais tarefas, trabalhar com os conteúdos relacionados para esse fim. Na Casa dos Educandos Artífices essa ênfase era ainda mais evidente, pois como já observamos, os educandos tinham de ser preparados para um ofício.

A Aula de Primeiras Letras foi a primeira cadeira criada na Casa. Funcionou no período de 1842 a 1889. Nela, segundo Castro [2007, 183], “os meninos deveriam aprender as primeiras letras, receber os princípios da doutrina cristã e o ensino das artes mecânicas do Arsenal da Marinha, em obras públicas do governo e em oficinas particulares”.

Nesta cadeira se observa o primeiro indício do ensino de matemática na Casa, isto porque os educandos deveriam aprender a leitura, a escrita e a contagem. A contagem era considerada como parte dos princípios aritméticos que deveriam ser transmitidos aos educandos.

Coube a diversos professores, ao longo do funcionamento da Casa, a incumbência de ministrar esses conteúdos. Entre eles, tivemos como primeiro professor Manuel Ferreira Freire; o segundo, Antonio Falcão; o terceiro, José Cândido Vieira; o quarto, José Augusto Colin/Antonio Feliciano da Silva; e, o quinto e último professor, Inocêncio de Lemos[4]. As aulas aconteciam todos os dias das 6h às 8h, exceto às quintas-feiras.

A 3.ª aula criada na Casa marca a segunda evidência da presença do ensino de matemática. Tratava-se da Aula de Geometria e Aritmética aplicada às Artes e de Noções Gerais de Aritmética e Álgebra, criada através da portaria do governo de 25 de julho de 1853 e que funcionou até 1865. Para frequentar essa cadeira, os educandos deveriam, como pré-requisito, apresentar atestado de que sabiam ler, escrever e dominar as quatro operações. A aula foi ministrada primeiramente pelo professor Raimundo Teixeira Mendes[5] e posteriormente pelo professor Temístocles da Silva Aranha[6]. Os conteúdos matemáticos ministrados envolviam Elementos de Cálculo, Geometria, Geometria Descritiva e Trigonometria. A aula acontecia em dois locais, três vezes por semana, inicialmente no próprio prédio da instituição e depois, com a entrada do professor Temístocles, passou a ser oferecida na residência do próprio professor, pois seria mais cômodo para o mesmo.

Em 1866, por meio da Lei n.º 770 de 30 de junho, a cadeira foi dividida em duas: Geometria Prática e Mecânica Aplicada. A primeira era pré-requisito para a segunda. A aula de Geometria ficou destinada ao professor João Antonio Coqueiro[7], que oferecia certificado de habilitação para quem concluísse as duas cadeiras.

[4]Não temos informações sobre esses professores.

[5]Filósofo e matemático, nasceu em Caxias, Maranhão, em 5 de janeiro de 1855 e faleceu no Rio de Janeiro, em 1927. Iniciou os estudos na Escola Nacional de Engenharia do Rio de Janeiro, tendo concluído o curso em Paris. Positivista, foi divulgador das teorias de Augusto Comte no Brasil, fundando o Apostolado Positivista no Rio de Janeiro.

[6]Jornalista e professor, nasceu em São Joaquim do Bacanga, no sítio do Maracujá, no Maranhão, em 8 de agosto de 1837 e faleceu em São Luís, no dia 27 de abril de 1887. Abolicionista fervoroso, libertou seus escravos. Foi professor de Geografia no Liceu Maranhense e de Matemática na Casa dos Educandos Artífices. Foi presidente da Associação Comercial do Maranhão, membro do Instituto Histórico e Geográfico Brasileiro de Lisboa e do Ateneu Maranhense. Foi deputado e comendador da Ordem da Rosa. Colaborou com vários jornais maranhenses.

[7]Nasceu em São Luís em 30 de abril de 1837 e faleceu no Rio de Janeiro em 26 de fevereiro de 1910. Estudou no Liceu Maranhense, depois na Escola Central de Artes e Manufaturas de Paris, na Faculdade de Ciências de Paris (onde se bacharelou em Ciências) e na Universidade de Bruxelas, na Bélgica (onde se doutorou em Ciências Físicas e Matemática). Professor do Liceu Maranhense e da Casa dos Educandos Artífices, foi autor de vários livros, entre eles, "Tratado

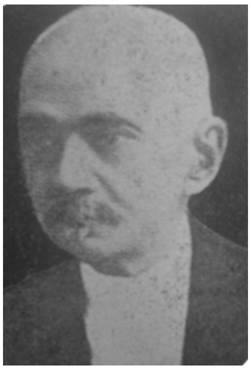


Figura 6: Prof. João Antônio Coqueiro.
Fonte: Coqueiro, Edmundo. *A vida e a obra de João Antônio Coqueiro*. Rio de Janeiro: Magalhães, Correard & Cia., 1942.

Os conteúdos envolviam: Elementos de Cálculo, Geometria, Geometria Descritiva e Trigonometria; além de Aplicações ao desenho linear, ao nivelamento, à agrimensura, ao levantamento de planos, à perspectiva arquitetônica, à teoria e à prática da régua do cálculo. As aulas aconteciam na Casa dos Educandos Artífices e na Casa de Fundição, três vezes por semana e tinham duração de 1h 30min. As cadeiras funcionaram até 1870, quando foram unificadas novamente.

Assim, por meio da Lei n.º 890 de 6 de julho de 1871, dá-se início à cadeira de Mecânica e Geometria Aplicada às Artes. Ministrada novamente pelo professor Temístocles da Silva Maciel Aranha, as aulas envolviam os conteúdos de Aritmética, Cálculo, Geometria, Trigonometria e Mecânica. Aconteciam na Casa dos Educandos Artífices, três vezes por semana.

Por conta da aposentadoria do professor em 1883, as aulas foram extintas por meio da Lei n.º 1270, de 11 de maio do mesmo ano. Não houve interesse dos administradores em oferecerem-na novamente. Encerram-se assim, cadeiras que envolviam diretamente o ensino de matemática.

Algumas observações merecem ser ressaltadas. Durante o funcionamento da Casa, conteúdos de matemática também faziam parte dos conteúdos de outras cadeiras. Nas aulas de Escultura e Mecânica aplicada às Artes, por exemplo, em seu primeiro ano, os alunos deveriam aprender, entre outros conteú-

de Arithmetica", escrito quando tinha apenas 18 anos. Foi um dos fundadores da "Sociedade Onze de Agosto" e idealizador da "Escola do Povo, Escola Popular Onze de Agosto". Também trabalhou no Internato (e no Externato) Ginásio Nacional, no Rio de Janeiro.

dos: Aritmética até a regra de três, Álgebra até a resolução de equações do 2.º grau e Geometria plana aplicada à agrimensura.

Os materiais didáticos sempre foram muito escassos na Casa, porém, no período em que o professor João Antonio Coqueiro ministrou aulas, houve a adoção de seu próprio livro "Curso Elementar de Matemática", que foi publicado na cidade de São Luís, em 1869, e indicado para os colégios de instrução primária e industrial, além do Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro.

Houve momentos em que a Casa oferecia premiação aos seus alunos, como forma de impulsionar a aprendizagem. Os prêmios eram divididos em categorias. Como exemplo, em 1856, tínhamos a Modalidade Capacidade Intelectual, em que foram premiados os alunos Virgílio Marciano Pereira e Raimundo Antonio de Amorim, por seus desempenhos nas aulas de Geometria.

5 Considerações Finais

O desenvolvimento deste trabalho, à luz da história das disciplinas escolares, proporcionou-nos um novo passo na compreensão da constituição do ensino de matemática no Brasil, por meio dos conteúdos escolares desenvolvidos no período oitocentista.

Ao adentrarmos no universo da Casa dos Educandos Artífices do Maranhão, pudemos perceber que a matemática escolar oferecida na instituição não esteve desassociada do contexto social no qual estava inserida. Percebemos algumas das necessidades da sociedade maranhense da época, como a criação de uma escola para meninos pobres e desvalidos, serem supridas. A sociedade maranhense do século XIX exigia que houvesse formação para o comércio. A Casa dos Educandos Artífices buscou esse fim quando oportunizou aos meninos a formação para um ofício. Os conteúdos matemáticos estiveram presentes nessa formação.

A sociedade maranhense do século XIX sofria mudanças. O ensino de matemática na Casa dos Educandos Artífices também passou por momentos de transformação, de reorganização dos conteúdos. Vimos uma disciplina escolar intimamente relacionada com a disposição de seus professores, que ora ofereciam aulas na Casa, ora ofereciam aulas em suas residências ou outro lugar. Isso só favorecia o próprio professor. Assim, a última disciplina referente ao ensino de matemática na Casa foi extinta, pois faltavam professores e interesses administrativos e políticos por sua permanência.

Referências

ALMANAK administrativo da província do Maranhão, organisado por João Candido de Moraes Rego. 1868. Anno 1. S. Luiz, Typ. de A. P. Ramos de Almeida.

CASTELLANOS, S. L. V., 2010. *Práticas leitoras no Maranhão na primeira república*: entre apropriações e representações. São Luís, EDUFMA.

CASTRO, C. A., 2007. *Infância e trabalho no Maranhão Provincial*: uma história da Casa dos Educandos Artífices (1841–1889). São Luís, EdFUNC.

CHARTIER, R., 1990. *A história cultural*: entre práticas e representações. Lisboa, Difel.

CHERVEL, A., 1990. *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa.* Porto Alegre, Teoria e Educação.

GALVES, M. C., 2010. À sombra da corte: impressos e público leitor no Maranhão. In: CASTRO, C. A. (Org.). *Leitura, impressos e cultura escolar.* São Luís, EDUFMA. 68–87.

LE GOFF, J., 1996. *História e memória.* Campinas, Editora da Unicamp.

MEIRELES, M., 1984. *Dez Estudos Históricos.* São Luís, ALUMAR.

SCHUBRING, G., 2003. *Análise histórica de livros de matemática.* Notas de aula. Campinas, Autores Associados.

O primeiro programa de Matemática do Ensino Liceal português

Ana Santiago
UIED – FCT da Universidade Nova de Lisboa
elisa_santiago@hotmail.com

Ana Paula Aires
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
aaires@utad.pt

Resumo: Este artigo é parte de uma investigação mais abrangente que teve como objetivo analisar o lugar que a matemática ocupou nos programas oficiais do Ensino Secundário, então designado de Ensino Liceal, desde a criação dos liceus, em 1835 até ao final da ditadura. Se a data de 12 de Julho de 1870 constitui um marco na história do ensino em Portugal, uma vez que assinala a criação do Ministério da Instrução Pública, 23 de dezembro de 1870 parece-nos também incontornável já que é exatamente nesta data que são publicados os primeiros programas oficiais do Ensino Liceal. E a esse respeito analisamos as caraterísticas deste primeiro programa, que especifica para cada ano e para cada tópico, os conteúdos a abordar.

Abstract: This article is part of a broader investigation that aimed to analyse the place that mathematics held in the official programs of secondary education, then referred to secondary education, since the creation of high schools in 1835 until the end of the dictatorship. If the date of July 12, 1870 is a milestone in the history of education in Portugal, and also marks the creation of the Ministry of Education, December 23, 1870 it seems also unavoidable since it is exactly on this date that are published the first official programs of secondary education. And in this regard we analyse the characteristics of this first program, specific for each year and for each topic, the contents to be approach.

1 Introdução

A criação dos liceus, em Portugal, remonta ao ano de 1836 pela mão do então ministro do Reino, Manoel da Silva Passos, mais conhecido como Passos Manuel. Este marco, inquestionável na história do ensino liceal, foi levado a cabo através da Reforma da Instrução Secundária publicada no *Diário do Governo* n.º 275 de 19 de novembro de 1836. Com esta reforma Passos Manuel procura valorizar o ensino científico e técnico opondo-se à “erudição estéril” do então serviço tradicional. Logo no preâmbulo deste diploma podemos ler:

> "Atendendo a que a Instrução Secundária é de todas as partes da Instrução Pública a que mais carece de reforma, por quanto o sistema atual consta na maior parte de alguns ramos de erudição estéril, quase inútil para a cultura das ciências, e sem nenhum elemento que possa produzir o aperfeiçoamento das artes, e os progressos da civilização material do país (...)."

Um pouco mais adiante segue com a justificação referindo que:

> "Atendendo ainda a que não pode haver ilustração geral e proveitosa, sem que as grandes massas de cidadãos que não aspiram aos estudos superiores, possuam os elementos científicos e técnicos indispensáveis aos usos da vida no estado atual das sociedades (...)."

O Curso dos Liceus recém criado era composto por dez disciplinas, sendo a quinta relativa à matemática e designada de *Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria e Desenho*.

Neste diploma é ainda decretado que seria criado um Liceu em cada capital de distrito do continente e do ultramar, com exceção de Lisboa em que haveriam dois. Não é feita qualquer referência ao número de anos que constituem o ensino liceal, nem tão pouco os conteúdos a lecionar em cada uma das disciplinas, em cada ano e a respetiva carga horária. Acrescentava ainda que ficaria a cargo do Conselho de cada Liceu a adopção do método, a escolha e coordenação dos compêndios, bem como a distribuição das disciplinas e das horas (art.º 53.º).

Em 1844 Costa Cabral aprova uma nova reforma (*Diário do Governo* n.º 220 de 28 de novembro de 1844). Relativamente ao ensino secundário, mantem-se a intenção da existência de um liceu em todas as capitais de distrito mas reduz-se consideravelmente, o ensino científico. Deste modo o curso dos liceus passa apenas a compreender seis disciplinas, sendo a terceira denominada de *Aritmética e Geometria com aplicações às Artes e Ofícios e primeira noções de Álgebra* deixando de fora *a Trigonometria.* É ainda dito que no liceu de Lisboa haveria outras disciplinas entre as quais a de *Geometria e Mecânica aplicada às Artes e Ofícios.* Além disso, na Escola do Comércio ou Secção Comercial de Lisboa, designada de Aula do Comércio, que estava anexa ao Liceu de Lisboa, existia a cadeira de *Aritmética Comercial, compreendendo moedas, pesos e medidas, elementos d'Álgebra e Geometria* (p. 312).

Também esta reforma não faz referência ao número de anos que deveria ter o ensino liceal nem à carga horária. No entanto, relativamente aos manuais escolares é referido que: “Os compêndios, por onde devem ler-se as disciplinas do ensino público, serão propostos pelos Professores, e aprovados pelos Conselhos das respectivas escolas.”

Teríamos que esperar quase trinta anos pois, somente a 23 de dezembro de 1870 são publicados os primeiros programas oficiais do Ensino Liceal.

Neste artigo iremos analisar as caraterísticas deste primeiro programa, que específica para cada ano e para cada tópico, os conteúdos a abordar e tentar assim perceber qual o papel que a matemática ocupou no primeiro programa oficial do Ensino Secundário, então designado de Ensino Liceal.

2 A Estruturação do Ensino Liceal

A partir de 1860, com o surgimento de um novo Regulamento para os *Liceus Nacionais* (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860) decretado por Fontes Pereira de Melo, o ensino liceal vai sendo progressivamente estruturado e as próprias disciplinas vão surgindo de uma forma mais organizada, bem como os docentes e os manuais escolares que se vão revelando cada vez mais especializados.

Este Regulamento é constituído por duas secções, sendo que a primeira secção é dedicada ao ensino nos liceus e a segunda à administração e funcionários dos liceus. A primeira secção, que será alvo da nossa análise, está dividida em 10 capítulos que apresentamos a seguir:

Capítulo I: Plano dos estudos nos liceus

Capítulo II: Da admissão dos alunos

Capítulo III: Da frequência e disciplina escolar

Capítulo IV: Das aulas

Capítulo V: Do encerramento das aulas e da habilitação para exames

Capítulo VI: Dos exames dos alunos dos liceus

Capítulo VII: Dos exames de indivíduos que não houverem frequentado as aulas dos liceus

Capítulo VIII: Os prémios

Capítulo XI: Das penas

Capítulo X: Dos estabelecimentos auxiliares do ensino

Logo no capítulo I, o 1.º artigo regulamenta que os liceus passam a estar divididos em Liceus de 1.ª e 2.ª classes, de acordo com o seguinte esquema:

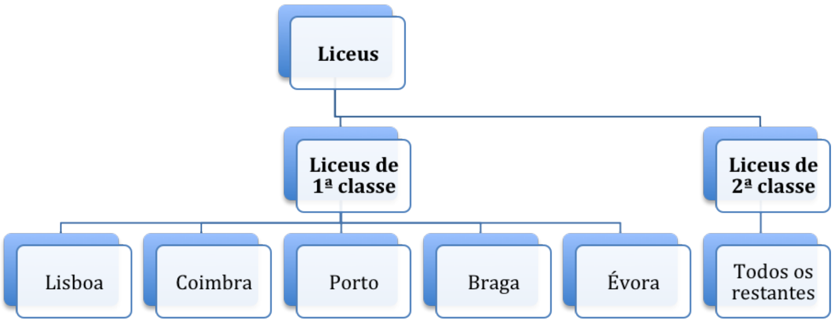


Figura 1: Esquema da divisão dos Liceus

O curso geral dos liceus é composto por dez disciplinas, sendo a quinta *Matemática elementar, compreendendo a aritmética, a álgebra até às equações do segundo grau com uma incógnita, a geometria sintética os princípios de trigonometria plana — geografia matemática (*Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860). É ainda referido que estas disciplinas existirão apenas nos liceus de 1.ª classe.

Especifica-se ainda, pela primeira vez, que a duração do curso geral dos liceus é de cinco anos, e indica-se as disciplinas/conteúdos a lecionar em cada ano, bem como a carga semanal de cada uma das disciplinas e ainda que cada aula terá a duração de duas horas. As tabelas seguintes explicitam a distribuição dos estudos por cada um dos cinco anos do ensino liceal.

1.º ano	**Dias de aula por semana**
Gramática portuguesa, leitura e analise gramatical dos autores portugueses (professor de português)	3
Gramática latina. (Substituto de latim)	2
Geografia e história elementar. (substituto de história)	1
Gramática francesa, leitura e primeiros exercícios de tradução. (Professor de francês)	2
Desenho linear	2
	10

Tabela 1: Plano Curricular do 1.º ano (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860)

Observa-se que o plano curricular do primeiro ano tem um cariz essencialmente humanístico, não contemplando qualquer disciplina de índole científica, em particular a disciplina de matemática.

2.º ano	Dias de aula por semana
Leitura de prosadores e poetas portugueses, análise gramatical. (Professor de português)	2
Tradução de latim, análise e exercícios gramaticais. (Professor de latim)	3
Aritmética, as quatro operações em números inteiros e fracionários. (Professor de matemática)	**1**
Leitura, tradução e composição francesa. (Professor de francês)	2
Desenho linear	2
	10

Tabela 2: Plano Curricular do 2.º ano (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860)

No 2.º ano introduz-se a disciplina de Matemática, especificando-se os conteúdos a abordar: *Aritmética, as quatro operações em números inteiros e fracionários.* Refere-se ainda que o professor a lecionar a disciplina será o professor de matemática e haverá aula, apenas, um dia por semana, o que faz com que seja a disciplina do plano com menor carga semanal.

3.º ano	Dias de aula por semana
Leitura de prosadores e poetas portugueses. (Professor de português)	1
Recitação de prosadores e poetas portugueses; análise de estilo (Substituto de história)	1
Tradução e composição latina; antiguidades romanas. (O necessário para a inteligência dos autores) (Professor de latim)	2
Aritmética, noções de geometria plana e suas aplicações usuais. (Professor de matemática)	**3**
Gramática inglesa, primeiros exercícios de leitura e tradução. (Professor de inglês)	2
Desenho linear	1
	10

Tabela 3: Plano Curricular do 3.º ano (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860)

No 3.º ano contempla-se o estudo da matemática, especificando-se os conteúdos a abordar: *Aritmética, noções de geometria plana e suas aplicações usuais*. Refere-se também que o professor a lecionar a disciplina será o professor de matemática e reforça-se o número de dias por semana para lecionar a disciplina, passando de 1 dia para 3 dias semanais. Deste modo confere-se à matemática o estatuto de disciplina com maior carga semanal.

4.º ano	**Dias de aula por semana**
Matemática elementar. (Professor de matemática)	**3**
Filosofia racional e moral, princípios de direito natural. (Professor de filosofia)	4
Leitura e tradução inglesa. (Professor de inglês)	1
Princípios elementares de física e química	1
	9

Tabela 4: Plano Curricular do 4.º ano (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860)

No 4.º ano a disciplina passa a designar-se *Matemática Elementar*, também lecionada pelo professor de matemática e continua com uma carga semanal de 3 aulas semanais.

5.º ano	**Dias de aula por semana**
Oratória e poética	4
História e geografia e especialmente a de Portugal e suas colónias	4
Física e química elementares; introdução à história natural dos três reinos	4
	12

Tabela 5: Plano Curricular do 5.º ano (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860)

O 5.º ano não contempla a disciplina de matemática. É de salientar que neste ano a matemática é substituída por outra disciplina científica: *Física e química elementares; introdução à história natural dos três reinos*, com uma carga semanal de 4 dias, sendo que no 4.º ano já se introduziu a disciplina: *Princípios elementares de física e química*, mas apenas com uma aula semanal.

Neste Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860 acrescenta-se ainda que nos Liceus de segunda classe: "o governo fará aplicar, quando for possível, aos liceus de segunda classe as disposições do presente regulamento" (p. 130).

No capítulo IV, relativo às aulas, no artigo 29.º, no que respeita aos manuais é dito que "Servirão de texto para as lições os compêndios legalmente adoptados para esse fim. Para auxiliares de ensino poderão servir-se os professores unicamente de livros aprovados" (p. 132).

Ainda neste capítulo e mais concretamente nos artigos 30.º e 31.º, são apresentadas algumas indicações metodológicas acerca de como cada aula deve estar estruturada, indicando o tempo de aula que os professores devem despender com as diferentes tarefas como o esclarecimento de dúvidas da aula anterior:

> "Das duas horas que dura a aula os professores empregarão pelo menos uma em ouvir o maior número possível de alunos sobre a lição passada anteriormente, e o resto do tempo em dar as explicações que julgarem convenientes para a completa inteligência das doutrinas que forem objeto da lição dada naquele dia ou da que os alunos têm que estudar para o seguinte dia de aula.
>
> Haverá em todas as aulas exercícios ou temas escritos, os quais serão analisados e emendados pelo professor, em voz alta e para toda a classe". (p. 132)

Em 1863, sendo então ministro Anselmo Braamcamp é publicado um novo regulamento dos liceus (Diário de Governo n.º 204 de 12 de setembro) que, relativamente à disciplina de Matemática, aumenta a carga horária no 4.º ano, de três vezes para cinco vezes semanais. A distribuição de tópicos e o número de horas semanais pelos cinco anos do ensino liceal é a que consta na tabela 6.

Ano	**Tópicos**	**N.º lições (2h)**
1.º ano	Não tem matemática	
2.º ano	Aritmética — exercícios dependentes das quatro operações sobre os números inteiros e fracionários	1 x semana
3.º ano	Aritmética, geometria plana e suas aplicações mais usuais	3 x semana
4.º ano	Geometria no espaço, álgebra elementar, trigonometria plana e geografia matemática	5 x semana
5.º ano	Não tem matemática	

Tabela 6: Tópicos de matemática a abordar em cada ano (Diário de Governo n.º 204 de 12 de setembro)

Em 1869, com Alves Martins como ministro é publicado novo regulamento dos Liceus passando o curso liceal de 5 para 6 anos e ficando o currículo mais pesado. No entanto todas as alterações introduzidas por este novo regulamento não passaram de intenções pois sete meses depois um novo governo suspendeu o decreto que o publicou.

Até esta data, os assuntos relacionados com a instrução encontravam-se na dependência do Ministério do Reino, uma pasta governamental onde se concentravam um vasto leque de competências. A data de 12 de julho de 1870 constitui um marco na história do ensino em Portugal, pois anuncia a criação do Ministério da Instrução Pública. António da Costa, a figura que mais pugnou pela criação deste ministério e mais destacado defensor do ensino feminino, virá a ser nomeado ministro da Instrução Pública. No entanto, volvidos poucos meses após ter sido empossado, o governo cai e com ele o recém criado Ministério da Instrução Pública que só voltará a ter existência independente em 1890.

3 O primeiro programa para o curso de Matemática Elementar

Em outubro de 1870 surge novo decreto que tem como intenção tomar algumas providências relativamente à distribuição das disciplinas ministradas nos liceus, com o objetivo de harmonizar alguns dos cursos preparatórios, como podemos ler no preâmbulo deste documento:

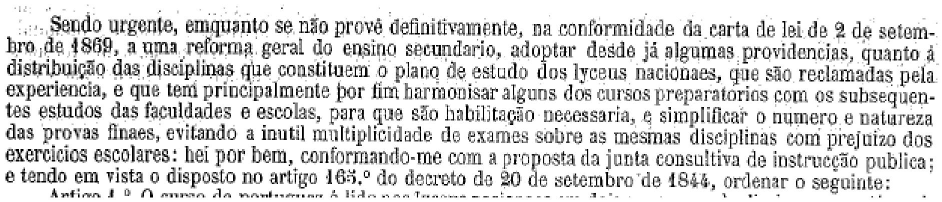

Sendo urgente, emquanto se não provê definitivamente, na conformidade da carta de lei de 2 de setembro de 1869, a uma reforma geral do ensino secundario, adoptar desde já algumas providencias, quanto á distribuição das disciplinas que constituem o plano de estudo dos lyceus nacionaes, que são reclamadas pela experiencia, e que tem principalmente por fim harmonisar alguns dos cursos preparatorios com os subsequentes estudos das faculdades e escolas, para que são habilitação necessaria, e simplificar o numero e natureza das provas finaes, evitando a inutil multiplicidade de exames sobre as mesmas disciplinas com prejuizo dos exercicios escolares: hei por bem, conformando-me com a proposta da junta consultiva de instrucção publica; e tendo em vista o disposto no artigo 165.º do decreto de 20 de setembro de 1844, ordenar o seguinte:

Figura 2: Preâmbulo do decreto de 20 de outubro de 1870

No que respeita à disciplina de matemática é referido que:

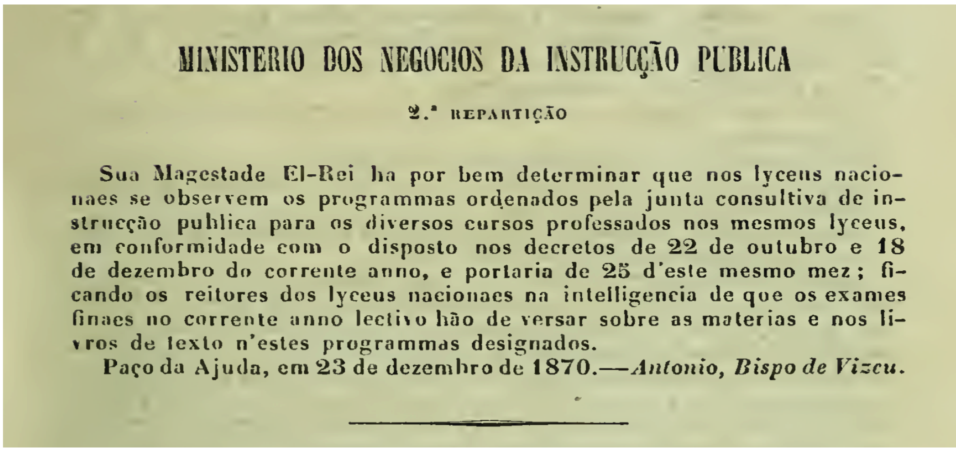
> "Art.º 3.º O curso de matemática elementar, que se lê no 3.º ano dos liceus, compreende, além das disciplinas ai designadas, a geografia matemática.
>
> Art.º 4.º O curso de matemática elementar, que se lê no 4.º ano, menos a geografia matemática, compreende o ensino mais desenvol-

vido das disciplinas ali mencionadas, e somente é obrigatório para a admissão às faculdades e escolas de ciências físico-matemáticas, histórico-naturais e medicas e para as escolas e institutos de ensino profissional secundário e superior.

§ único. Os programas designam o modo por que o curso complete de matemática elementar nos liceus nacionais deve ser professado, tornando-o mais prático no 1.º ano e mais teórico no 2.º.

§ 2.º Em cada um dos dois anos deste curso só há três lições por semana". (p. 518)

Durante o mês de janeiro de 1871 foram publicados em Diário de Governo os programas das várias disciplinas ministradas nos liceus, em particular da Matemática Elementar, publicado no Diário de Governo n.º 8 de 11/1/1871. Apresentamos a seguir introdução desse documento:


MINISTERIO DOS NEGOCIOS DA INSTRUCÇÃO PUBLICA

2.ª REPARTIÇÃO

Sua Magestade El-Rei ha por bem determinar que nos lyceus nacionaes se observem os programmas ordenados pela junta consultiva de instrucção publica para os diversos cursos professados nos mesmos lyceus, em conformidade com o disposto nos decretos de 22 de outubro e 18 de dezembro do corrente anno, e portaria de 25 d'este mesmo mez; ficando os reitores dos lyceus nacionaes na intelligencia de que os exames finaes no corrente anno lectivo hão de versar sobre as materias e nos livros de texto n'estes programmas designados.

Paço da Ajuda, em 23 de dezembro de 1870.—*Antonio, Bispo de Vizeu.*

Figura 3: Introdução dos programas de 1870

O programa de Matemática Elementar está dividido em duas partes: a primeira parte abrange a Aritmética, Geometria plana e Geografia matemática e a segunda parte refere-se à Álgebra, Geometria no Espaço e Trigonometria Plana, como mostra a figura 4.

Apresentamos a seguir, nas tabelas 7 e 8, de uma forma mais pormenorizada os conteúdos referidos, em cada uma das partes, para cada um dos tópicos.

Podemos observar que a maioria dos tópicos apresentados fazem ainda parte dos programas nos nossos dias, com exceção dos da Geografia Matemática e da Geometria esférica. De salientar ainda que o tema Aritmética agrega

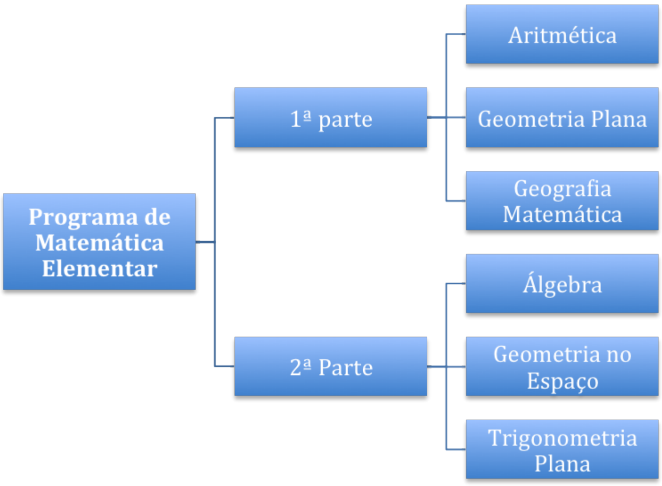


Figura 4: Tópicos de cada uma das partes do programa de Matemática Elementar

Primeira Parte		
Aritmética	**Geometria plana**	**Geografia matemática**
• Numeração • Adição e subtração de números inteiros • Multiplicação de números inteiros • Divisão dos inteiros • Noções gerais sobre as potências e raízes dos números • Divisibilidade dos números inteiros • Números primos • Frações • Quebrados • Decimais • Números complexos • Raiz quadrada • Raiz cubica • Razões e proporções • Progressões • Uso dos logaritmos • Aplicações da aritmética	• Noções preliminares • Linhas retas • Polígonos • Comparação de linhas retas • Semelhança de figuras • Circunferência • Polígonos inscritos e circunscritos aos círculo • Retificação da circunferência • Áreas	• Esfera celeste • Terra • Movimento de rotação da terra • Movimento anual aparente do sol • Elíptica e sua orliquidade • Ano trópico, ano sideral • Ideia geral do sistema do mundo

Tabela 7: Tópicos relativos à Primeira Parte (Diário de Governo n.º 8 de 11/1/1871)

Segunda Parte		
Álgebra	**Geometria no Espaço**	**Trigonometria Plana**
• Noções preliminares • Operações algébricas • Teoria geral dos sistemas de numeração • Equações do 1.º grau • Equações simultâneas do 1.º grau • Problemas dependentes de equações do 1.º grau • Eliminação pelo método das indeterminadas • Discussão dos problemas do 1.º grau • Desigualdades • Equações do 2.º grau • Potências e raízes	**Geometria a três dimensões** • Planos • Ângulos sólidos • Superfícies curvas • Sólidos • Poliedros em geral **Geometria esférica** • Ângulo esférico	• Fim da trigonometria plana

Tabela 8: Tópicos relativos à Segunda Parte (Diário de Governo n.º 8 de 11/1/1871)

vários tópicos que hoje fazem parte dos temas Números e Operações, Sucessões, Funções e Números Complexos.

4 Considerações Finais

Ao longo do horizonte temporal considerado podemos ver que o ensino liceal começou por percorrer um longo caminho de estruturação que terminaria em 1895, quando se dá a consolidação dos liceus (Aires & Santiago, 2014). Este caminho começa com a indefinição legal sobre o tempo de duração do curso e das aulas, a falta de especificação das disciplinas e inexistência de indicações metodológicas nos programas curriculares. Chegamos aos anos 70 do século XIX com um ensino liceal significativamente mais estruturado, quer relativamente à sua duração, às disciplinas a lecionar em cada um dos anos do ensino liceal e respetiva carga horária, bem como relativamente aos conteúdos a abordar em cada uma dessas disciplinas. Também nos programas oficiais as indicações e recomendações metodológicas começam a ganhar maior relevância, passando a ser mais detalhadas, constituindo-se como um verdadeiro apoio para o professor para a operacionalização do respetivo programa da disciplina.

Fontes

Diário do Governo, 275, 19/11/1836.

Diário do Governo, 220, 28/9/1844.

Diário do Governo, 133, 12/6/1860, *Regulamento para os liceus nacionais.*

Diário do Governo, 204, 12/9/1863, *Regulamento para os liceus nacionais.*

Diário do Governo, 8, 11/1/1871, *Programas ordenados pela junta consultiva de instrução publica, mandados observar nos liceus nacionais por portaria de 23 de dezembro último.*

Diário do Governo, 217, 23/6/1872, *Plano dos Liceus Nacionais.*

Diário do Governo, 77, 5/4/1873, *Regulamento para os Liceus Nacionais.*

A Imprensa Nacional publica pequenos opúsculos com os programas para cada ano de cada disciplina, por exemplo, *Programma para o 1.º ano do curso de mathematica elementar* (1872). Lisboa: Imprensa Nacional.

Bibliografia

Aires, A. P. e Santiago, A. E. (2014) Os programas de matemática do ensino liceal. In J. M. Matos & A. J. Almeida (Coords.), *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835–1974).* Caparica: UIED.

Carvalho, R. (1985). *História do Ensino em Portugal. Desde a fundação da nacionalidade até ao fim do regime de Salazar-Caetano.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Marques, O. (1981). *História de Portugal, Volume III.* Lisboa: Palas Editores.

Rocha, F. (1987). *Fins e Objectivos do Sistema Escolar Português. 1. Período de 1820 a 1926.* Aveiro: Livraria Estante Editora.

O ensino da matemática no Liceu de Ponta Delgada em São Miguel no Arquipélago dos Açores

Helena Sousa Melo, Maria do Carmo Martins
Departamento de Matemática, Universidade dos Açores
helena.fs.melo@uac.pt
maria.cc.martins@uac.pt

Resumo: O ensino da matemática no Liceu de Ponta Delgada, um dos primeiros no Arquipélago dos Açores, fundado em 1852, foi ministrado por professores que frequentaram o Curso de Matemática da Universidade de Coimbra, ou com formações diferentes, porém, detentores das competências necessárias e suficientes para a sua lecionação. O Dr. João Anselmo da Cruz Pimentel Choque foi o primeiro a ministrá-la.

Este artigo incide sobre a disciplina de matemática e afins no Liceu de Ponta Delgada. Apresenta a evolução do plano curricular, a sua distribuição horária e os compêndios adotados. Reporta a distribuição dos tempos escolares nos anos letivos de 1878/1879, 1885/1886 e 1913/1914, e dos compêndios utilizados entre os anos de 1878 e 1882, e nos anos de 1885 e de 1887. Este estudo encontra-se numa fase inicial de recolha de informação e tem-se deparado com algumas dificuldades em aceder ao espólio do referido Liceu, por este se encontrar numa fase de remodelação e organização.

Abstract: The teaching of mathematics in Ponta Delgada's Lyceum, one of the first in the Azores, founded in 1852, was accomplished by teachers either graduated in Mathematics from the University of Coimbra, or holding other degrees, nevertheless having the necessary skills for teaching such subject. Dr. João Anselmo da Cruz Pimentel Choque was the first mathematics teacher of this Lyceum.

The paper focuses on the subject of mathematics and similar in Ponta Delgada's Lyceum. It shows the evolution of the curriculum, its class timetables, and the adopted textbooks. Reports the distribution of academic time in school years 1878/1879, 1885/1886 and 1913/1914, and of the textbooks used between the years 1878 and 1882 and in the years 1885 and 1887. This study is still in an early stage of information gathering and has faced some difficulties in accessing the estate of the Lyceum, because it is in a phase of remodelling and organisation.

1 Introdução

A criação de Liceus no Arquipélago dos Açores deu-se com a reforma de 1844. O primeiro Liceu a ser criado foi na ilha Terceira em 1851; seguiu-se o Liceu Nacional de Ponta Delgada, na ilha de São Miguel, no ano de 1852, e sobre o qual incide o presente estudo; por último, foi criado o Liceu da Horta, na ilha do Faial, em 1853.

O Liceu Nacional de Ponta Delgada, atualmente Escola Secundária de Antero de Quental, ainda mantém parte do seu acervo histórico arquivado na sua sede. No referido local pudemos encontrar, até ao momento, o registo dos seus Reitores, professores, alunos e funcionários, bem como a informação dos horários e aulas ministradas, os registos de frequência, a avaliação e faltas dos alunos, desde os anos letivos de 1878/1879 até 1913/1914, não consecutivamente.

Este trabalho apresenta, na secção 2, um enquadramento histórico de carácter geral sobre as escolas e a educação no Arquipélago dos Açores desde o século XVI. Descreve as sucessivas reformas educativas e os seus preconizadores, e referencia as disciplinas criadas e ministradas nas escolas açorianas.

A secção 3 relata a origem do Liceu Nacional de Ponta Delgada, mencionando o edital publicado em 1852 no jornal "O Açoriano Oriental" do Governador Civil do Distrito de Ponta Delgada, intimando o Comissário dos Estudos desse Distrito a tratar da organização do Liceu, a convocar professores, a formar o Conselho do referido Liceu e a proceder à abertura das matrículas. No mesmo espaço desse jornal surge outra nota em resposta ao edital informando o cumprimento do solicitado. Além disso, é mencionado o número de alunos que frequentou o Liceu nos primeiros tempos e os seus primeiros Reitores.

Na secção 4 descrevemos as disciplinas da área de matemática, os seus compêndios, os tempos letivos, o horário geral do 1.º ao 4.º ano do ensino liceal correspondente ao ano letivo de 1878/1879, a distribuição do 1.º ao 6.º ano do ensino liceal do ano letivo de 1885/1886, e por último, o horário da 1.ª à 5.ª classe do ensino liceal e da 6.ª e 7.ª classe da área de Ciências relativo ao ano letivo de 1913/1914. Nesse seguimento, apresentamos um quadro resumo dos tempos letivos, um extrato de atas com a informação dos compêndios e a respetiva distribuição cronológicas nos anos letivos de 1878/1879, 1885/1886 e 1913/1914.

A secção 5 tece as considerações finais do trabalho desenvolvido até ao momento e apresenta as perspetivas futuras de investigação sobre o ensino e o desenvolvimento da matemática no Arquipélago dos Açores.

2 Enquadramento Histórico

De acordo com Urbano Dias, as primeiras escolas no Arquipélago dos Açores tiveram o seu início com os frades franciscanos, com os frades gracianos e com os jesuítas, no terceiro quartel do século XVI (Dias, 1928). Assim, por volta de 1578 a instrução era ministrada nos conventos da Ordem de São Francisco, da Ordem de São Agostinho e da Companhia de Jesus. Foi efetivamente num desses conventos que se instalou o Liceu de Ponta Delgada.

Em 1760, ocorreu o encerramento dos estabelecimentos jesuítas por ordem do Marquês de Pombal (13/5/1699–8/5/1782), primeiro Conde de Oeiras. Marquês de Pombal foi um nobre, um diplomata e um estadista português, que ocupou o cargo de secretário de Estado do Reino durante o reinado de José Francisco António Inácio Norberto Agostinho de Bragança (6/6/1714–24/2/1777), conhecido por D. José I, detentor do cognome *O Reformador*.

A reforma escolar do Marquês de Pombal previa algumas criações nas ilhas açorianas, quer de instrução primária, quer de aulas de retórica e filosofia, e determinou que a educação na colónia passasse a ser transmitida por leigos nas chamadas *Aulas Régias*. A salientar que a Carta de Lei de 6 de novembro de 1772 faz referência à criação de 358 lugares para *professores* do ensino secundário e de 479 lugares de *mestres de ler, escrever e contar*, no ensino primário, sendo 15 desses nos Arquipélagos dos Açores e Madeira (Gomes, 1982).

As reformas introduzidas pela Rainha Maria Francisca Isabel Josefa Antónia Gertrudes Rita Joana de Bragança (17/12/1734–20/3/1816), popularmente conhecida como D. Maria I e cognominada em Portugal por *A Piedosa* ou *A Pia*, e as reformas introduzidas pelo Marquês, concederam ao Arquipélago dos Açores um certo número de mestres de ler e escrever.

Na ilha Terceira havia professores para as aulas de gramática, latim, grego, retórica e filosofia, englobando, na sua essência, aquilo a que se chamou os estudos menores. Decorrido algum tempo, acrescentou-se a aritmética, a geometria, a geografia e a história. Na ilha de São Miguel, em Ponta Delgada, existiam as aulas de primeiras letras, latim, filosofia, retórica e matemática. Na ilha do Faial, na Horta, decorriam as aulas das primeiras letras, gramática latina, filosofia e matemática.

Com a chegada dos constitucionais, estando as Escolas Açorianas quase todas nos Conventos, os frades foram expulsos e as escolas fechadas. A instrução passa por uma crise de falência. O Decreto de 24 de abril de 1832 publica a remodelação provisória do ensino público nos Açores. Assim, segundo a legislação dos Constitucionais, a instrução nos Açores compreendia os dois ramos de ensino:

- As aulas de primeiras letras, onde se aplicava normalmente o *método do ensino mútuo*, os alunos do sexo masculino aprendiam a ler, escrever e contar, fazendo as quatro operações e tomando conhecimento dos elementos gerais de aritmética e os alunos do sexo feminino, para além dessa aprendizagem, aprendiam trabalhos de agulha, bem como, hábitos de recato, de economia e bom comportamento. Havia dois tempos de aula, um de manhã e outro de tarde, com a duração de 3 horas cada um;

- As aulas de ensino secundário contemplavam uma aula de latinidade e de história portuguesa (regida por dois professores) e uma aula de matemática e princípios de física geral (regida por um só professor). Nessa última aula ensinava-se aritmética, geometria plana, princípios de álgebra, elementos de geografia terrestre, esférica e, se fosse possível, princípios de física geral. Para cada uma das duas aulas havia um só tempo de aula por dia, com uma duração de 2 horas e 30 minutos.

A realçar que no *método do ensino mútuo* ou do *ensino monitorial*, um único professor era capaz de lecionar para um vasto grupo de alunos, ao mesmo tempo. Isto porque, segundo esse método, o professor orientava um grupo de alunos, que recebiam a informação separadamente, e depois transmitiam-na aos demais em números de dez. A referir que os alunos que monitorizavam os mais jovens, eram considerados os mais aptos nas disciplinas em questão. A aritmética não fugia à regra e os conteúdos programáticos incidiam no conhecimento dos algarismos, da numeração, da combinação, das operações elementares simples, como a adição e a multiplicação, da divisão das frações, da regra de três simples, etc.

No ano de 1835, vários decretos se seguiram. O Decreto de 13 de maio de 1835 considera ser necessário melhorar o Ensino Público e dispor os trabalhos para um sistema completo de educação e instrução Nacional. Assim, na*Real Academia das Sciencias de Lisboa* foi estabelecida uma Comissão que devia apresentar um plano provisório com imediata execução para esse fim, bem como um sistema geral de educação, instrução religiosa, civil e literária e ser proposto ao Poder Legislativo. O Decreto de 11 de agosto de 1835 afirma ser necessário existir *Instrução primária* em todo o Reino. Para tal era imprescindível a formação de professores. Por conseguinte, nesta perspetiva é autorizada, por esse decreto, a criação de duas Escolas Normais masculinas, uma em Lisboa e a outra no Porto. No Decreto de 7 de setembro de 1835 é publicada uma reforma, com cariz mais ambicioso, para a instrução pública, criando em cada capital de distrito uma Escola Normal de Instrução destinada apenas ao sexo masculino, pois as escolas destinadas ao sexo feminino iriam ter regulamentação especial. É criado também por esse decreto o "*Conselho Superior de Instrucção publica, encarregado da Direcção e Regimento de todo o Ensino e Educação publica*" e surge o regulamento de Instrução Primária, que a declara gratuita, e cujo método de ensino a aplicar seria o mútuo. A salientar que a instrução nos Açores estava abandonada e, graças à publicação desse decreto, cria-se uma certa liberdade de ensino. Em 14 de setembro de 1835 é publicada a Portaria que autoriza o Governador Civil de Ponta Delgada e o Governador Civil de Angra do Heroísmo a nomearem o respetivo diretor para a criação de cada uma dessas ditas escolas normais nessas cidades açorianas. No Decreto de 28 de setembro de 1835, são nomeados os membros do Conselho Superior de Instrução Pública, sendo da competência desse conselho a aprovação dos compêndios a adotar. Contudo, a reforma de setembro não chegou a concretizar-se, pois pelo decreto de 2 de dezembro de 1835, toda a sua execução foi suspensa.

Em 1836, Manuel da Silva Passos (5/1/1801–18/1/1862), mais conhecido por Passos Manuel, foi nomeado Ministro do Reino, após o movimento dos Guardas Nacionais, sendo considerado uma das figuras chave do *Setembrismo*. Passos Manuel esteve no poder durante 9 meses, terminando as suas funções a 1 de junho de 1837.

Numa Portaria de 11 de outubro de 1836, Passos Manuel recomenda que os pais de família enviassem os filhos às Escolas de Primeiras Letras, pelo que, em 15 de novembro de 1836, publica o Decreto da "*Instrucção Primaria*", estabelecendo as leis organizadoras desse grau de ensino, as quais funcionaram como uma referência por mais de um século. Em 17 de novembro de 1836, dois dias após a publicação do decreto anterior, publica o Decreto da "*Instrucção Secundaria*" determinando que se crie novamente um Liceu Nacional em todas as capitais de Distrito, estabelecendo as regras e o programa desse grau de ensino.

A fundação de um verdadeiro sistema nacional de "*Instrução Pública*" deve-se ao Ministro Passos Manuel, que tinha plena consciência da importância fundamental do ensino primário.

A criação dos Liceus, pelo Decreto de 17 de novembro de 1836, foi fácil. Contudo, já o mesmo se não pode dizer da instalação dos respetivos Liceus, pois eram necessários edifícios e estruturas básicas para que o ensino fosse realizado condignamente.

Em 26 de novembro de 1839, António Bernardo da Costa Cabral (9/5/1803–1/7/1889) toma posse do Ministério da Justiça e Negócios Eclesiásticos. No seu Decreto de 13 de setembro de 1844, Costa Cabral define a criação dos seguintes Liceus: Santarém, Viseu e Angra do Heroísmo (ilha Terceira–Açores), assim como, a organização oficial das restantes instituições do ensino secundário. Segue-se, em 20 de setembro de 1844, a reforma das instruções primária e secundária, em simultâneo, com o decreto que firmou a criação de um Liceu em cada capital distrital, havendo a redução de quatro disciplinas no currículo.

Na instrução primária, o ensino foi dividido em dois graus: o *primeiro grau*, incidia nas aprendizagens básicas, nomeadamente, de ler, escrever e contar, exercícios gramaticais, iniciação à moral e à doutrina cristã, iniciação à história portuguesa e à corografia; o *segundo grau* contemplava as aprendizagens do primeiro grau acrescidas dos estudos de gramática portuguesa, desenho linear, geografia e história geral, história sagrada do Antigo Testamento, aritmética e geometria, aplicadas à indústria, e escrituração.

Em 1858, verificou-se uma preocupação em reunir todas as cadeiras do ensino intermédio no corpus de cada Liceu. Eram disciplinas fundamentais:

1.ª – gramática portuguesa e latina; 2.ª – latinidade; 3.ª – aritmética e geometria (com aplicação às artes) e primeiras noções de álgebra; 4.ª – filosofia racional e moral e princípios de direito natural; 5.ª – oratória, poética e literatura clássica (especialmente portuguesa) e 6.ª – história, cronologia e geografia (especialmente a comercial).

3 As origens do Liceu Nacional de Ponta Delgada

Em 28 de fevereiro de 1852 é publicada na Parte Oficial do semanário "O Açoriano Oriental", uma nota escrita por "*Felix Borges Medeiros, Bacharel Formado em Direito pela Universidade de Coimbra, e Governador Civil do Distrito de Ponta Delgada*" que dizia: "*Sendo um dos primeiros deveres da autoridade promover os interesses dos seus administrados, e sendo indubitável que a instrução pública está inteiramente ligada ao progresso moral e intelectual de qualquer povo, e conseguintemente aos interesses do mesmo povo — baseado no Art. 234 do Código Administrativo faço intimar pelo presente Edital o Reverendo João José d'Amaral, para que na qualidade de Comissário dos Estudos deste Distrito mercê que lhe foi conferida por decreto de 2 de Setembro do ano próximo findo passo sem a menor delonga a tratar da organização definitiva do Liceu desta cidade, convocando os respectivos professores, formando o Conselho do mesmo Liceu e procedendo à abertura das Matrículas, tudo em conformidade do decreto de 20 de Setembro de 1844 — ficando desde já habilitado para pedir a este governo civil todos os esclarecimentos necessários pendentes ao objecto proposto, esperando do zelo, inteligência, e madureza do referido Comissário, que se haverá no exercício desta missão com o esmero que lhe é próprio e que te tanta* *honra lhe faz. Félix Borges Medeiros, Governador Civil do Districto de Ponta Delgada, 21 de fevereiro de 1852.*" (Figura 1)

NUMERO 891 SABBADO 28 DE FEVEREIRO ANNO DE 1852.

O AÇORIANO ORIENTAL

SUBSCREVE-SE para este periodico no escriptorio da typ. de Francisco Joaquim Pereira de Macedo, no largo da praça nº 2 em Ponta Delgada; na ilha Terceira no escriptorio da Redacção do Angrense; na ilha do Fayal na residencia do Sr. Antonio Ferreira Garcia de Andrade; e na de Santa maria em casa do Sr. Luiz Maximo Pereira.

Assignaturas por cada Numero 40 rs. ou 600 rs. por trimestre. Avulso 120 rs.

Annuncios, para os sr.' Assignantes 30 rs. por linha e para os que o não forem 40 rs. e folha de graça, precisando-a.

Annuncios que a Redacção intender sejão de interesse publico — Gratis.

As Partes Officiaes e Correspondencias Gr.

Sessões e audiencias dos tribunaes desta cidade.

Relação dos açores, ás Quartas e sabbados.
Juizo de Direito, Segundas e quintas.
» Commercial, Terças e sextas
» Conciliação, Quartas e sabbados em todas as 3 freg.
Conselho de Districto, Quintas.
Camara Municipal, Quartas.

Correios do interior.

Chegam de todas as villas ás quartas e Sabbados de manhã, e voltam a seus destinos ás trez horas da tarde dos mesmos dias.

Parte Official.

Felix Borges Medeiros, Bacharel Formado em Direito pela Universidade de Coimbra, e Governador Civil do Districto de Ponta Delgada.

SENDO um dos primeiros deveres na authoridade promover os interesses dos seus administrados, e sendo indubitavel que a instrucção publica está estreitamente ligada ao progresso moral e intellectual de qualquer povo, e conseguintemente aos interesses do mesmo povo, baseado no artigo 234 do Codigo Administrativo, faço intimar pelo presente Edital o Reverendo João José do Amaral, para que na qualidade de Commissario dos Estudos d'este Districto, mercê que lhe foi conferida por Decreto de 2 de Setembro do anno proximo findo, passe sem a menor delonga a tratar da organisação definitiva do Lyceo d'esta Cidade, convocando os respectivos Professores, formando o Conselho do mesmo Lycêo e procedendo á abertura das matriculas, tudo em conformidade do Decreto de 20 de setembro de 1844 — ficando desde já habilitado para pedir a este Governo-civil todos os esclarecimentos necessarios tendentes ao objecto proposto, esperando do zelo, inteligencia, e madureza do referido Commissario, q̃ se haverá no exercicio d'esta missão com o esmero que lhe é proprio, e que tanta honra lhe faz.

Governo-civil de Ponta Delgada 21 de Feveriro de 1852.

Felix Borges Medeiros.

LYCEO Nacional de Ponta-delgada. — Numero um. Illustrissimo e Excellentissimo Senhor — Accuso a recepção do Edital de Vossa Excelencia de vinte um do corrente, que me foi transmittido pelo Illustrissimo Secretario Geral deste Districto em seu officio da mesma data, para a prompta, e definitiva organisação do Lycêo Nacional d'esta Cidade; e tenho a honra de levar ao conhecimento de Vossa Excellencia, que no dia vinte e tres do mesmo, ficou effectivamente organisado o mencionado Lycêo, assim como formado o Conselho respectivo. — Deos Guarde a Vossa Excellencia, vinte cinco de Fevereiro de 1852. — Illm.º e Excellentissimo Senhor Governador civil d'este Districto

O Commissario dos Estudos
João Josè d'Amaral.

Està conforme. Secretaria do governo-civil em Ponta Delgada 25 de Fevereiro de 1852.

O Secretario Geral
Antonio Teixeira de Macedo.

ANNUNCIOS.

Figura 1: Extrato do jornal de 28 de fevereiro de 1852

No mesmo espaço aparece uma outra nota: "*Lyceo Nacional de Ponta-delgada — Numero um. Illustríssimo e Excellentissimo Senhor — Acuso a recepção do Edital de Vossa Excelencia de vinte um do corrente, que me foi transmitida pelo Ilustrissimo Secretario Geral deste Districto em seu officio da mesma data, para a prompta, e definitiva organização do Lycêo Nacional d'esta Cidade; e tenho a honra de levar ao conhecimento de Vossa Excellencia, que no dia vinte* *e três do mesmo, ficou effectivamente organizado o mencionado Lycêo, assim como formado o Conselho respectivo. — Deos Guarde a Vossa Excellencia, vinte e cinco de fevereiro de 1852. — Ilum.º Exellentissimo Senhor Governador civil d'este Districto. O Commissario dos Estudos João José d'Amaral. Está conforme. Secretaria do governo-civil em Ponta Delgada 25 de Fevereiro de 1852. O Secretario Geral Antonio Teixeira de Macedo.*" (Figura 1)

Assim, em 23 de fevereiro de 1852 dá-se a criação do *Lyceu de Ponta-delgada*, instalado no extinto convento Graciano, um facto de singular importância no desenvolvimento do ensino e da cultura na ilha de São Miguel que veio beneficiar amplamente o Ensino Primário. No primeiro ano o Liceu teve a frequência de 104 alunos e nos seus primeiros 34 anos de existência era apenas frequentado por alunos do sexo masculino (Álbum de Memória (1852–2002), 2002).

Alice Moderno (11/8/1867–20/2/1946) foi a primeira mulher a frequentar o referido Liceu, no ano letivo de 1887/1888, contra 77 alunos do sexo masculino. Alice Augusta Pereira de Melo Maulaz Moderno, nascida em Paris, foi uma professora, escritora, publicista e poetisa, que se distinguiu como feminista e ativista dos direitos dos animais, sendo pioneira na proteção dos animais nos Açores e fundando a Sociedade Micaelense Protetora dos Animais (Liñares, 2014; Livro de Registos de Frequência de 1873 e anos seguintes).

Como primeiros Reitores do Liceu de Ponta Delgada referimos o Padre João José Amaral de 1852 a 1853 (Figura 2 (a)), o Dr. João Anselmo da Cruz Pimentel Choque de 1853 a 1854 (Figura 2 (b)) e Joaquim Manuel Fernandes Braga, como reitor interino, de 1854 a 1855 (Figura 2 (c)) (Livro de termo e posse de 1852 e anos seguintes).

(a) (b) (c)

Figura 2: Primeiros Reitores, fotografias dos quadros expostos na Biblioteca da Escola Secundária Antero de Quental (instalações do antigo Liceu de Ponta Delgada

Segundo o livro *História da Instrução nos Açores* apresentamos um resumo biográfico, e informações, de alguns dos Reitores do Liceu Nacional de Ponta Delgada (Dias, 1928).

O Padre João José Amaral (Água de Pau, 1/10/1782 – Fajã de Baixo, 19/07/1853) foi um sacerdote católico, pedagogo, escritor açoriano, que teve papel importante no arranque do Liceu de Ponta Delgada. Foi um aluno brilhante que com apenas 18 anos de idade, já era professor de lógica. A partir de 1832 regeu, por Carta Régia, as cadeiras de filosofia e retórica. Conhecia alguns idiomas, nomeadamente, francês, inglês, latim e grego. Publicou algumas traduções do inglês para o português (Dias, 1928).

O Dr. João Anselmo Pimentel da Cruz Choque (1805–1854), bacharel em Filosofia, Matemática e Medicina pela Universidade de Coimbra, estabeleceu-se em Ponta Delgada por razões de saúde no ano de 1836. Foi nomeado professor de matemática, geografia e física, disciplinas criadas pelo decreto de 6 de junho de 1832. Ocupou a vaga da *Aula Régia* de matemática e ciências no Liceu de Ponta Delgada (Dias, 1928; Riley, 2001).

O Dr. Joaquim Manuel Fernandes Braga (Braga, 9/01/1804 – Ponta Delgada, 14/04/1870)[1] era oficial de artilharia e pai de Teófilo Braga — Presidente da República em 1915. Ao abandonar a função de oficial de artilharia, dedicou-se ao ensino particular de uma aula de náutica. Foi nomeado professor de filosofia racional e moral e de princípios de direito natural, lecionando no Liceu de Ponta Delgada a cadeira de lógica e geometria (Dias, 1928).

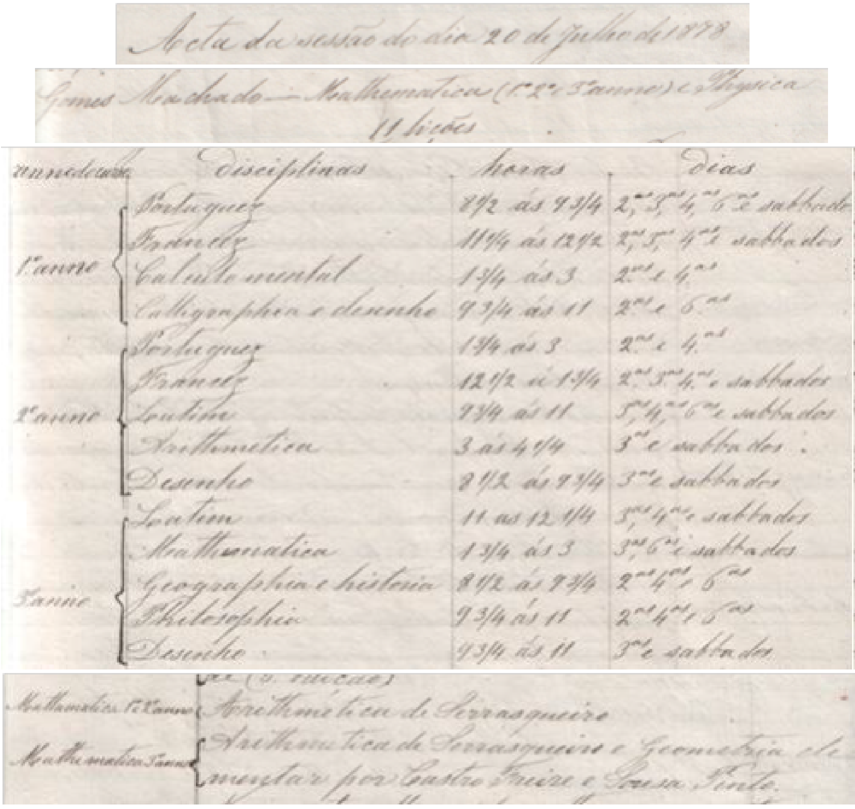
Seguiram-se vários reitores e em 1919 toma posse o Dr. Jeremias da Costa (Ribeira Grande, 16/01/1880 – Ponta Delgada, 7/05/1970). Esse reitor foi o responsável pela compra do Palácio da Fonte Bela ao seu proprietário, o Barão Inácio Rodrigues da Silveira, onde ainda hoje se encontra instalado o Liceu. Licenciado em Ciências Naturais pela Universidade de Gand, na Bélgica, dedicou-se a equipar os laboratórios no Liceu de Ponta Delgada entre 1912 e 1948 e introduziu inovações significativas no ensino das Ciências Naturais (Dias, 1928; Álbum de Memórias (1852–2002)). De acordo com os registos de alunos matriculados, em 1921, último ano do seu reitorado, a instituição contava com quase duas centenas de alunos do sexo masculino e cerca de uma dezena do sexo feminino. Por ocasião do seu centenário em 1952, o Liceu Antero de Quental atendia a cerca de oitocentos e cinquenta alunos, sendo cerca de 40% do sexo feminino (Memorial de uma velha escola, 2000; Livros de registos de alunos matriculados, anos vários).

[1] `https://www.geni.com/people/Joaquim-Manuel-Fernandes-Braga/4066479263120071439`

4 As disciplinas da área de Matemática no Liceu de Ponta Delgada

Desde a sua instalação, o Liceu de Ponta Delgada apresentou algumas diferenciações entre a distribuição dos tempos letivos relativos às disciplinas da área de Matemática.

Já foi conseguida alguma informação, referente às disciplinas de cálculo mental, aritmética e matemática, relativamente ao ano letivo de 1878/1879. Essa informação pode ser observada na Figura 3.


Acta da sessão do dia 20 de julho de 1878

Gomes Machado — Mathematica (1.º 2.º e 3.º anno) e Physica
11 lições

annos de curso	disciplinas	horas	dias
1.º anno	Portuguez	8 1/2 ás 9 3/4	2.as, 3.as, 4.as, 6.as e sabbados
	Francez	11 1/4 ás 12 1/2	2.as, 3.as, 4.as e sabbados
	Calculo mental	1 3/4 ás 3	2.as e 4.as
	Calligraphia e desenho	9 3/4 ás 11	2.as e 6.as
2.º anno	Portuguez	1 3/4 ás 3	2.as e 4.as
	Francez	12 1/2 ás 1 3/4	2.as, 3.as, 4.as e sabbados
	Latim	9 3/4 ás 11	3.as, 4.as, 6.as e sabbados
	Arithmetica	3 ás 4 1/4	3.as e sabbados
	Desenho	8 1/2 ás 9 3/4	3.as e sabbados
3.º anno	Latim	11 ás 12 1/4	3.as, 4.as e sabbados
	Mathematica	1 3/4 ás 3	3.as, 6.as e sabbados
	Geographia e historia	8 1/2 ás 9 3/4	2.as, 4.as e 6.as
	Philosophia	9 3/4 ás 11	2.as, 4.as e 6.as
	Desenho	9 3/4 ás 11	3.as e sabbados

Mathematica 1.º 2.º anno — Arithmetica de Serrasqueiro

Mathematica 3.º anno — Arithmetica de Serrasqueiro e Geometria elementar por Castro Freire e Sousa Pinto.

Figura 3: Parte da ata da reunião de 20 de julho de 1878, extraída da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

Os quadros que se seguem, Quadro 1a e Quadro 1b, apresentam efetivamente a distribuição dos tempos letivos de 1878/1879, bem como, as disciplinas lecionadas do 1.º ano ao 4.º ano do ensino liceal. Podemos constatar que as aulas decorriam de segunda a sábado, com exceção da quinta-feira, e que cada tempo letivo tinha a duração de 75 minutos, havendo um intervalo de 15 minutos entre a segunda aula e terceira aula. Para o almoço estava contemplado um intervalo de 75 minutos. O 1.º ano e 3.º ano terminavam as aulas às 15h00, o 2.º ano, pelas 16h15 e o 4.º ano, pela 13h45. É de salientar que o cálculo mental do 1.º ano, a aritmética do 2.º ano e a matemática do 3.º ano, eram, curiosamente, as últimas aulas do dia.

1.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h30–9h45	Português	Português	Português		Português	Português
9h45–11h	Caligrafia / Desenho				Caligrafia / Desenho	
11h15–12h30	Francês	Francês	Francês			Francês
13h45–15h	Cálculo Mental		Cálculo Mental			

2.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h30–9h45		Desenho				Desenho
9h45–11h		Latim	Latim		Latim	Latim
12h30–13h45	Francês	Francês	Francês			Francês
13h45–15h	Português		Português			
15h–16h15		Aritmética				Aritmética

Quadro 1a: Horário do 1.º ano e 2.º ano do curso em 1878/1879, extraído da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

3.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h30–9h45	Geografia e História		Geografia e História		Geografia e História	
9h45–11h	Filosofia	Desenho	Filosofia		Filosofia	Desenho
11h–12h15		Latim	Latim			Latim
13h45–15h		Matemática			Matemática	Matemática

4.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h30–9h45	Oratória	Oratória	Oratória	Oratória	Oratória	Oratória
9h45–11h		Latim				Latim
11h–12h15	Geografia e História		Geografia e História		Geografia e História	Geografia e História
13h45–15h	Física	Física	Física		Física	

Quadro 1b: Horário do 3.º ano e 4.º ano do curso em 1878/1879, extraído da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

Nos quadros 2a, 2b e 2c apresentamos a distribuição dos tempos letivos em 1885/1886 e das disciplinas lecionadas na 1.ª, 2.ª e 3.ª classe do ensino liceal, respetivamente, do 1.º ao 6.º ano. Observamos que, decorridos 7 anos, a duração dos tempos letivos mantém-se, ou seja, 75 minutos, com exceção da disciplina de desenho cuja duração era de 90 minutos.

Dependendo dos anos de curso, as aulas tinham início em horas diferentes. Neste ano letivo há uma redistribuição dos intervalos, ou seja, há intervalos de 15 minutos entre todas as aulas.

1.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
7h45–9h15	Desenho				Desenho	
9h45–11h	Português	Português	Português		Português	Português
11h–12h15	Francês	Francês	Francês		Francês	Francês
12h30–13h45	Matemática				Matemática	

2.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
7h45–9h15		Desenho		Desenho		
11h–12h15	Português	Português	Português		Português	Português
12h30–13h45	Francês	Francês	Francês		Francês	Francês
14h–15h15		Matemática		Matemática		

Quadro 2a: Horário da 1.ª classe com o 1.º e 2.º ano em 1885/1886, extraído da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

3.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h–9h15		Latim	Latim	Latim	Latim	Latim
9h30–10h45						
11h–12h15	Matemática	Física	Matemática	Física	Matemática	Física
12h3–13h45	Geografia e História	Geografia e História	Geografia e História	Geografia e História	Geografia e História	

4.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
9h30–10h45		Latim	Latim	Latim	Latim	Latim
11h–12h15	Geografia e História	Geografia e História	Geografia e História		Geografia e História	Geografia e História
12h30–13h45		Física		Física		Física
14h–15h15	Matemática		Matemática		Matemática	

Quadro 2b: Horário da 2.ª classe com o 3.º e 4.º ano em 1885/1886, extraído da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

5.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h–9h15	Física		Física		Física	
9h30–10h45	Inglês	Inglês	Inglês		Inglês	Inglês
11h–12h15		Latim Matemática	Latim	Latim Matemática	Latim	Latim Matemática
12h30–13h45	Português	Português	Português		Português	Português

6.º ano

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
14h–15h15	Filosofia Elementar	Filosofia Elementar	Filosofia Elementar		Filosofia Elementar	Filosofia Elementar

Quadro 2c: Horário da 3.ª classe com o 5.º e 6.º ano em 1885/1886, extraído da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

No Quadro 3a apresentamos os horários da 1.ª classe à 5.ª classe, e no Quadro 3b, apresentamos os horários do ramo de ciências da 6.ª classe e 7.ª classe, com a distribuição dos tempos letivos relativo ao ano letivo de 1913/1914. Essa informação, relativa a esse ano escola, foi extraída do anuário do Liceu Central de Ponta Delgada, composto e impresso pela tipografia Rui Morais em 1915.

1.ª classe

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h–8h55						
9h05–10h	Matemática	Matemática	Matemática	Ginástica	Matemática	Matemática
10h15–11h10	Ciências Naturais	Geografia e História	Ciências Naturais		Ciências Naturais	Geografia e História
11h30–12h25	Português	Português	Português		Português	Português
12h50–13h45	Francês	Francês	Francês		Francês	Francês
14h15–15h10	Ginástica	Desenho	Ginástica		Desenho	

2.ª classe

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h–8h55	Matemática	Matemática	Matemática		Ciências Naturais	Matemática
9h05–10h	Inglês Alemão	Francês	Inglês Alemão		Inglês Alemão	Inglês Alemão
10h15–11h10	Geografia e História	Ciências Naturais	Geografia e História		Geografia e História	Francês
11h30–12h25	Português	Português	Português	Ginástica	Francês	Português
12h50–13h45	Desenho	Ginástica			Desenho	Ginástica
14h15–15h10						

3.ª classe

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h–8h55	Matemática	Português	Matemática		Matemática	Matemática
9h05–10h	Ciências Naturais	Inglês Alemão	Ciências Naturais		Ciências Naturais	Ciências Naturais
10h15–11h10	Português	Francês	Francês		Português	Francês
11h30–12h25	Inglês Alemão	Geografia e História	Inglês Alemão	Desenho	Geografia e História	Inglês Alemão
12h50–13h45	Ginástica		Ginástica		Ginástica	Desenho
14h15–15h10						

4.ª classe

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h–8h55	Francês	Geografia	Ciências Naturais		Geografia e História	Francês
9h05–10h	Ciências Naturais	Ciências Naturais	Matemática		Ciências Naturais	Matemática
10h15–11h10	Inglês Alemão	Matemática	Latim	Ginástica	Inglês Alemão	Latim
11h30–12h25	Português	Desenho	Português		Desenho	Português
12h50–13h45	Latim		Inglês Alemão			
14h15–15h10		Ginástica			Ginástica	

5.ª classe

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h–8h55	Português	Latim	Português	Ginástica	Latim	Latim
9h05–10h	Inglês	Português	Inglês	Desenho	Inglês	Ciências Naturais
10h15–11h10	Ciências Naturais	Geografia	Matemática		Matemática	Geografia e História
11h30–12h25	Ginástica	Matemática	Ciências Naturais		Ciências Naturais	Ginástica
12h50–13h45			Desenho			
14h15–15h10	Francês					Francês

Quadro 3a: Horário da 1.ª classe à 5.ª classe em 1913/1914, extraído do Anuário escolar

6.ª classe — Ciências

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h–8h55	Inglês Alemão	Geografia	Inglês Alemão		Inglês Alemão	Inglês Alemão
9h05–10h	Matemática	Matemática	Matemática		Matemática	Matemática
10h15–11h10	Física	Ciências Naturais	Geografia		Ciências Naturais	Física
11h30–12h25	Química	Química	Física		Física	Química
12h50–13h45				Ginástica		
14h15–15h10						Ginástica

7.ª classe — Ciências

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h–8h55	Física	Física	Geografia		Física	Física
9h05–10h	Alemão	Inglês	Alemão		Alemão	Alemão
10h15–11h10	Inglês	Matemática	Matemática			Inglês
11h30–12h25	Matemática	Ginástica	Inglês		Geografia	Matemática
12h50–13h45	Química	Ciências Naturais	Química		Química	Ciências Naturais
14h15–15h10				Ginástica		

Quadro 3b: Horários da 6.ª e 7.ª classes do ramo de ciências em 1913/1914, extraído do Anuário escolar

Da observação dos quadros 3a e 3b, constatamos que cada tempo letivo tinha a duração de 55 minutos e os intervalos eram: 10 minutos entre a 1.ª aula e a 2.ª aula; 15 minutos entre a 2.ª aula e a 3.ª aula; 20 minutos entre a 3.ª aula e a 4.ª aula; 25 minutos entre a 4.ª aula e a 5.ª aula; 30 minutos entre a 5.ª aula e a 6.ª aula, sendo essa, a última aula do dia. O horário escolar decorria de segunda a sábado. Durante um dia, a primeira aula tinha início às 8h da manhã e a última aula terminava às 15h10. A salientar que nem todos os anos do Liceu tinham tal horário completo, estando a quinta-feira reservada à ginástica e ao desenho, de acordo com o ano frequentado.

Em particular, para as primeiras classes, o horário da disciplina de matemática estava estipulado para as primeiras horas do dia, sendo:

- na 1.ª classe, o primeiro tempo do dia, das 9h5 às 10h, em todos os dias exceto à quinta-feira;
- na 2.ª classe, o primeiro tempo do dia, das 8h às 8h55, em todos os dias exceto quinta-feira e sexta-feira;
- na 3.ª classe, o primeiro tempo do dia, das 8h às 8h55, em todos os dias exceto terça-feira e quinta-feira;
- na 4.ª classe, o terceiro tempo do dia, das 10h15 às 11h10, à terça-feira e o segundo tempo do dia, das 9h5 às 10h, à quarta-feira e ao sábado;
- na 5.ª classe, o quarto tempo, das 11h30 às 12h25, à terça-feira e o terceiro tempo à quarta-feira e ao sábado;
- na 6.ª classe do ramo de ciências, o segundo tempo, das 9h5 às 10h, todos os dias, exceto à quinta-feira;
- na 7.ª classe do ramo de ciências, o quarto tempo, 11h30 às 12h25, à segunda-feira e ao sábado, e o terceiro tempo, das 10h15 às 11h10, à terça-feira, à quarta-feira e à sexta-feira.

Segundo as nossas fontes de informação, a totalidade de tempos letivos da disciplina de matemática, por semana, era a seguinte:

- na 1.ª classe são dedicados 5 tempos letivos;
- na 2.ª classe e na 3.ª classe, 4 tempos letivos;
- na 4.ª classe e na 5.ª classe, 3 tempos letivos;

- na 6.ª classe e na 7.ª classe, do ramo de ciências, voltam os 5 tempos letivos.

Figura 4: Extrato de ata com informação dos compêndios do Livro de Atas de 1878

No Quadro 4 resume-se de forma sucinta toda a informação que consta nos quadros anteriores, relativamente à disciplina de matemática para os anos letivos de 1878/1879, 1885/1886 e 1913/1914.

Matemática						
Ano letivo	1878/1879		1885/1886		1913/1914	
Duração de um tempo letivo	75 minutos		75 minutos		55 minutos	
Ano/total Semana	1.º	150 minutos	1.º	150 minutos	1.º	275 minutos
	2.º	150 minutos	2.º	150 minutos	2.º	220 minutos
	3.º	225 minutos	3.º	225 minutos	3.º	220 minutos
			4.º	225 minutos	4.º	165 minutos
			5.º	225 minutos	5.º	165 minutos
					6.º	275 minutos
					7.º	275 minutos

Quadro 4: Duração semanal da disciplina de matemática, extraído do Livro de Atas de 1878 e do Anuário escolar de 1913/1914

Até ao momento do nosso estudo, a informação recolhida sobre os compêndios utilizados nas aulas de matemática é relativa aos anos de 1878/1879, 1879/1880, 1880/1881, 1881/1882, 1882/1883, 1885/1886 e 1887/1888. Na Figura 4 constam alguns extratos das atas onde estão registados os compêndios adotados e o respetivo ano.

Em relação aos compêndios adotados nos diversos anos letivos, apresentamos o Quadro 5, no qual está disposta a informação sobre o título do compêndio, o respetivo autor e o ano da sua aplicação.

	1878	1879	1880	1881	1882	1885	1887
Aritmética Prática Augusto José da Cunha		X	X		X		
Tratado Elementar de Arihtmética José Adelino Serrasqueiro	X			X	X	X	X
Geometria Elementar Theorica e Practica Francisco de Castro Freire & Rodrigo Ribeiro de Souza Pinto	X	X					
Elementos de Geometria Plana Adriano Augusto de Pina Vidal & Carlos Augusto Moraes de Almeida			X	X	X		
Tratado de Geometria Elementar José Adelino Serrasqueiro					X	X	X
Elementos de Álgebra José Joaquim Manso Preto			X	X	X		
Álgebra José Nicolau Raposo Botelho						X	
Tratado de Álgebra Elementar José Adelino Serrasqueiro						X	X
Tratado Elementar de Trigonometria Rectilínea e noções de Geometria Analítica José Adelino Serrasqueiro							X
Noções de Contabilidade Luiz Albano				X	X	X	
Taboa de logaritmos Jean-François Callet						X	X

Quadro 5: Distribuição cronológica dos compêndios, extraída do Livro de Atas de 1878

5 Considerações Finais

Pretendemos colmatar os hiatos entre 1878/1879 e 1913/1914 e os anos letivos seguintes até a atualidade para dar uma visão global do percurso e desenvolvimento da matemática no Arquipélago dos Açores.

À medida que novos documentos do espólio do Liceu de Ponta Delgada forem analisados, tornar-se-á possível recuperar e edificar uma informação com maior precisão, proporcionando, desse modo, uma construção fidedigna da história da disciplina de matemática, e afins, no referido Liceu.

Conjuntamente, com a investigação pretendida, podem ser reveladas outras fontes bibliográficas, compêndios ou manuais utilizados, e outras informações relevantes que complementem o atual trabalho e orientem para novas linhas de investigação.

Bibliografia e fontes

Bibliografia

Álbum de memórias (1852–2002) — Comemorações dos 150 anos do Liceu — Escola Antero de Quental — Escola B 3/S Antero de Quental, 2002.

Dias, U. M. (1928). História da Instrução nos Açores. *Vila Franca do Campo, Empresa Tipográfica Limitada.*

Liñares, E. (2014). A mulher em Portugal: Alguns aspetos do evoluir da situação feminina na legislação nacional e comunitária. *Direção-Geral da Segurança Social, Núcleo de Documentação e Divulgação*, vol. I.

Gomes, J. F. (1982). O Marquês de Pombal criador do ensino primário oficial. *Revista de História das Ideias*, vol. 4, 25–41.

Riley, C. G. (2001). José do Canto: retrato de um cavalheiro na primavera da vida. *Revista Arquipélago – História*, 2.ª série, vol. 5, 211–264.

Fontes Manuscritas e Impressas

Livro de Termo de Posse de 1852, e anos seguintes — Espólio da Escola Secundária Antero de Quental.

Livro de Registos de Frequência de 1873 — Espólio da Escola Secundária Antero de Quental.

Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878, e anos seguintes — Espólio da Escola Secundária Antero de Quental.

Anuário do Liceu Central de Ponta Delgada — ano escolar de 1913/1914, composto e impresso pela tipografia Rui Morais (Largo dos Mártires da Pátria, 5 — Ponta Delgada — São Miguel — Açores) em 1915 — Espólio da Escola Secundária Antero de Quental.

Jornal "O Açoriano Oriental" de 28 de fevereiro de 1852.

Memorial de uma velha escola, Revista Açorianíssima, nº 9, 26 de março a 26 de abril de 2000, p. 16–19.

Livros de Registos de alunos matriculados, anos vários — Espólio da Escola Secundária Antero de Quental.

Legislação

Carta de lei de 6 de novembro de 1772.

Decreto-lei de 15 de novembro de 1836.

Sítios da Internet

Portal da *Geni's Genealogy Database*: `https://www.geni.com/family-tree/start`

`https://www.geni.com/people/Joaquim-Manuel-Fernandes-Braga/4066479263120071439` — consultado em abril 2015

Refletindo sobre a Matemática Moderna no Liceu Normal de Pedro Nunes

Teresa Maria Monteiro
Instituto Politécnico de Beja
teresamaria.monteiro@gmail.com

Resumo: Sabendo que a cultura escolar (Julia, 2001; Frago, 2007) não muda por decreto, queremos saber pormenores das aulas de Matemática e da formação de professores no então designado Liceu Normal de Pedro Nunes, começando por uma análise comparativa de exames. Ao olharmos para a história da historiografia, cedo nos apercebemos que as regras para escrever a história têm vindo a alterar-se com o tempo (Burke, 1992; Dosse, 2001) e que nem sequer há uma forma única para o fazer (Chartier, 1994). Sabemos, isso sim, que existe a necessidade do estudo da história das disciplinas escolares (Chervel, 1990). Coexistiram turmas onde numas já era lecionada a Matemática Moderna e noutras só a matemática clássica. Que diferenças encontramos? Os estagiários assistiam a aulas dos metodólogos e também lecionavam. Quantas aulas, que temas abordaram e de que forma? Para responder a estas questões, entre outras, procurámos e analisámos fontes primárias, como sejam livros de sumários, atas de reuniões de estágio, trabalhos de estagiários e exames.

Abstract: Knowing that school culture (Julia, 2001; Frago, 2007) does not change by decree, we would like to gain more detailed knowledge of how Mathematics was taught and the way teachers were trained at the – then called – Liceu Normal de Pedro Nunes, starting with a comparison of exams. If we look at the history of historiography, we realize that its rules have changed over time (Burke, 1992; Dosse, 2001) and that there is not even just one way of doing it (Chartier, 1994). What we know is that there is, in fact, the need to study the history of school subjects (Chervel, 1990). Classes coexisted in which Modern Mathematics was already being taught and classical mathematics was still the teaching focus. What differences do we find? Trainees attended trainers' classes and also gave their lessons. How many classes did they give, which topics did they approach and how did they do it? To answer these questions, among others, we looked for and analyzed primary sources, such as lesson summary registers, minutes of teacher training meetings, trainees' written assignments and exams.

1 Introdução

"A História é uma velhota que se repete sem cessar" refere Eça de Queirós no seu livro *Cartas de Inglaterra* (2008, p. 1). O conhecimento da nossa história interessará hoje e sempre para o conhecimento do homem, como interessará o conhecimento da história da educação, em particular, o conhecimento da história da educação matemática. Não só por parecer repetir-se, como escreveu Eça de Queirós, como por auxiliar a perceber melhor o presente e contribuir para uma construção sustentada do futuro. Na verdade, não será necessário justificar, aqui, a importância da História. Temos outras preocupações, a implementação do movimento da Matemática Moderna em Portugal e o Liceu Normal de Pedro Nunes, de Lisboa, no período de 1956 a 1971.

Vou começar por ser muito breve na justificação do estudo do qual se extrai este artigo, na apresentação da metodologia do estudo e do propósito deste artigo. E procurar ocupar estas linhas com alguns resultados sobre pormenores das aulas de Matemática e da formação de professores no Liceu Normal de Pedro Nunes, entre 1956 e 1971, bem como alguns resultados sobre uma análise comparativa de exames.

O estudo que norteia este artigo trata a formação de professores no Liceu Normal de Pedro Nunes ao tempo do chamado *Movimento da Matemática Moderna* (Moon, 1986). Fundada em 1906, a atual Escola Secundária de Pedro Nunes teve a designação de Liceu Normal de Pedro Nunes no período em estudo. Neste período, o liceu teve dois reitores, que eram professores de Matemática: Francisco Dias Agudo, de 1956 a 1967, e Jaime Furtado Leote, de 1967 a 1972. Depois de terem encerrado os estágios pedagógicos nesta Escola, em 1947[1], estes reabrem em 1956[2], quando Dias Agudo é nomeado seu reitor.

O *Movimento da Matemática Moderna*, com origem na Europa e que se estendeu ao continente americano, decorreu no período de meados dos anos 50 a meados dos anos 70 do século XX (Matos, 2006). Assim, o início deste Movimento coincide com a reabertura dos estágios pedagógicos no Liceu Normal de Pedro Nunes, em 1956. No entanto, em Portugal, este movimento começa a fazer sentir-se sobretudo após a nomeação, por Galvão Telles, em julho de 1963, de uma comissão de revisão do programa do 3.º e último ciclo liceal presidida por José Sebastião e Silva (1914–1972) e da qual também faziam parte Jaime Furtado Leote (metodólogo do Liceu Normal de Pedro Nunes), Manuel Augusto da Silva (metodólogo do Liceu Normal de D. João III, Coimbra) e António Augusto Lopes (metodólogo do Liceu Normal de D. Manuel II, Porto) (Matos, 1989). Esta

[1] Decreto-Lei n.º 36507, 17 de setembro de 1947.

[2] Decreto-Lei n.º 40800, 15 de outubro de 1956.

comissão, que se manteve em atividade pelo menos até 1965, elaborou um programa experimental: com alterações na forma de apresentar os conteúdos matemáticos aos alunos, novas relações estabelecidas entre esses conteúdos e introdução de novos temas para a disciplina de Matemática.

Sebastião e Silva, Furtado Leote, Gonçalves Calado e Silva Paulo são algumas das personalidades que participaram no movimento português da Matemática Moderna. Além disso, Gonçalves Calado e Furtado Leote, ambos professores do Liceu Normal de Pedro Nunes, participaram ativamente na preparação de novos programas de Matemática, onde se insere a chamada álgebra moderna e estruturas algébricas, bem como na didática da matemática e formação de professores (Monteiro, 2011).

A metodologia que utilizamos neste trabalho é a do método histórico. Ao olharmos para a história da historiografia, cedo nos apercebemos que, primeiro, as regras para escrever a história têm vindo a alterar-se com o tempo (Burke, 1992; Dosse, 2001) e que, segundo, nem sequer há uma forma única para o fazer (Chartier, 1994). Atendendo à atualidade e ao facto de serem amplamente citados nos trabalhos sobre história da educação matemática e mesmo em trabalhos de história da disciplina de História, vamos deixar-nos guiar pelo pensamento de Roger Chartier (1945–) e outros autores como sejam: Marc Bloch (1886–1944), Michel de Certeau (1925–1986), Paul Ricoeur (1913–2005), Julio Aróstegui (1939–2013), Jacques Le Goff (1924–2014), François Dosse (1950–), etc. Lemos ainda sobre o pensamento de historiadores que empregam as ferramentas metodológicas, do modo de produzir história, à história da disciplina escolar de História e à história da educação. Referimo-nos, por exemplo, a Raquel Pereira Henriques e a Clarice Nunes, respetivamente. Por último, aprendemos também com os trabalhos em história da educação matemática, nomeadamente os de Wagner Rodrigues Valente e de José Manuel Matos, só para citar alguns autores.

A tarefa do historiador será escrever a história com recurso às fontes de que se socorre. Que fontes podem ser utilizadas numa investigação em história da educação? Não havendo um caminho único a ser percorrido, as fontes podem ser: impressas ou não, como os discursos ministeriais, as circulares, os pareceres, os programas escolares, os relatórios, os projetos de reforma, os artigos, os manuais/livros didáticos, as polémicas críticas, os planos de estudo, os debates de comissões especializadas, legislação, planos de aula, atas, cadernos de aula de alunos e professores, bem como depoimentos de ex-alunos e ex-professores, ou mesmo fotografias da época (Nunes, 1996; Júnior, 2010).

Sabendo que a cultura escolar (Julia, 2001; Frago, 2007) não muda por decreto, o objetivo deste artigo é conhecer pormenores das aulas de Matemática e da formação de professores no Liceu Normal de Pedro Nunes, entre 1956 e 1971, começando por uma análise comparativa de exames.

2 Exames de Matemática das turmas "regulares" e das turmas "experimentais"

No período de 1963 a 1971 estava em vigor o regime do *livro único*. Ou seja, para grandes temas dos programas oficiais da disciplina de Matemática havia um único livro aprovado pelo governo para ser adotado nos liceus. Neste mesmo período, coexistiram turmas no Liceu Normal de Pedro Nunes onde numas já era lecionada a Matemática Moderna e noutras só a matemática clássica. As primeiras decorreram da experiência pedagógica de modernização do ensino da Matemática iniciada no ano letivo de 1963/64 e designaram-se inicialmente por "Turmas-Piloto" e depois por "Turmas Experimentais"[3]. As segundas, para as podermos aqui distinguir, designaremos por turmas regulares. Existindo estes dois tipos de turmas em simultâneo no Liceu, que diferenças encontramos?

Para concluírem o 3.º ciclo do curso complementar do ensino liceal, os alunos eram sujeitos a provas orais e escritas das respetivas disciplinas. Para admissão à prova oral, o aluno precisava ter na prova escrita pelo menos 9 valores em 20. Era dispensado da prova oral se tivesse uma classificação média das provas escritas de todas as disciplinas igual ou superior a 16 valores. As provas orais eram públicas, com a duração de 15 a 30 minutos no 3.º ciclo. As notas eram lançadas após cada prova oral. Ficavam reprovados os que tivessem menos de 10 valores na prova oral. A classificação final em cada disciplina era a média das notas obtidas na prova escrita e oral.

Desta forma e começando do fim para o princípio, nesta secção vamos fazer uma análise comparativa dos exames nacionais do final do 3.º ciclo do curso complementar do ensino liceal, dos anos de 1970 e 1971, onde houve exames em separado para as turmas experimentais e para as turmas regulares. Estes exames não deixam de ser um produto final de uma década e meia de trabalho de preparação da implementação da Matemática Moderna em Portugal.

Porquê estes anos de 1970 e 1971? Nos anos anteriores a 1970 não há registo, nos cadernos de arquivo da atual Escola Secundária de Pedro Nunes que compilam todos os testes nacionais de Matemática, de exames particulares para as turmas experimentais. Até 1971, sobre o trabalho produzido pelos estagiários, só estão disponíveis nos arquivos desta Escola as Conferências Pedagógicas. A partir de 1971 aparecem, nestes arquivos (até ao momento), os dossiês de es-

[3] Passaremos a escrever turmas experimentais.

tágio que incluem a conferência pedagógica, planos de aula, classificações de alunos e testes, mas nada sobre o 7.º ano, término do 3.º ciclo liceal. Assim, os primeiros exames que temos para análise comparativa do final deste ciclo são os exames de 1970 e 1971 daqueles cadernos de arquivo. Havia três momentos de avaliação: 1.ª e 2.ª chamada numa 1.ª época e uma chamada numa 2.ª época em setembro. Não encontrámos nos arquivos os exames da 2.ª época de 1970, não sabemos se existiram, pelo que não os podemos analisar. A análise que se segue tem por base, então, oito exames: 1.ª e 2.ª chamada de 1970 e de 1971, quer das turmas regulares quer das turmas experimentais.

2.1 Cabeçalhos das provas

Em 1970, há mudanças aparentes na duração das provas: passa de 1h 30min + 30min de tolerância das provas das turmas regulares, para 2 horas sem tolerância para as turmas experimentais. Em 1971, a duração destas provas é de 2 horas quer para as turmas experimentais quer para as turmas regulares, do curso complementar (e também do curso geral, 2.º ciclo). Nos anos anteriores a 1970 e até 1964[4], todas as provas escritas de Matemática dos 2.º e 3.º ciclos liceais tinham a duração de 1h 30min + 30min de tolerância e as do 1.º ciclo de 1h 30min, sem tolerância. As 2 horas de duração aparecem, pela primeira vez, com a turma experimental, em 1970. Para além das diferenças na designação das provas a da aparente diferença de duração, há uma grande diferença no texto inicial dos cabeçalhos. Há um maior cuidado a guiar o aluno das turmas experimentais para a resolução da prova com vista ao seu bom desempenho. Pode ler-se exatamente o mesmo em ambos os cabeçalhos das turmas experimentais:

> Pode responder às diferentes questões pela ordem que lhe parecer mais conveniente, desde que indique claramente, no início de cada resposta, o grupo e alínea da questão respectiva. Convém deixar para o fim as questões em que sentir maior dificuldade, tentando depois resolvê-las se tiver ainda tempo. Esteja calmo, pois não lhe será difícil obter, pelo menos, admissão à prova oral, desde que esteja razoavelmente preparado. (*Exames*, s. d., Livro com uma coletânea de exames — Arquivo do Liceu Normal de Pedro Nunes)

[4]O ano em que aparece referida pela primeira vez a duração das provas dos exames nacionais é 1964.

2.2 Turma regular, 1.ª chamada, 1970

Na análise que se segue baseámo-nos nos programas oficiais para as turmas regulares dos 6.º e 7.º anos liceais[5], bem como nos livros únicos adotados no período em estudo: os Compêndios de ***Geometria Analítica Plana*** (1957) e de ***Álgebra*** (1958) de Sebastião e Silva, onde Silva Paulo é coautor do segundo, e os Compêndios de ***Trigonometria*** (1955) e de ***Aritmética Racional*** (1957) de Jorge Calado (professor do Liceu Normal de Pedro Nunes).

Relativamente à **turma regular, 1.ª chamada, de 1970,** o exame, constituído por dois grupos, num total de 10 questões, apelava ao conhecimento dos seguintes conteúdos dos 6.º e 7.º anos liceais:

GRUPO I	GRUPO II
1. Álgebra: domínio de uma função, extremos e limites (determine, determine e calcule):	**1. Álgebra:** logaritmos (demonstre);
2. Álgebra: polinómios (determine);	**2. Álgebra e Trigonometria:** derivadas (mostre);
3. Álgebra: binómio de Newton (calcule)	**3. Geometria Analítica Plana:** coordenadas (determine);
4. Trigonometria: equação trigonométrica (resolva)	**4. Aritmética Racional:** números primos (mostre).
5. Geometria Analítica Plana: distância (mostre);	
6. Aritmética Racional: divisibilidade (demonstre).	**TOTAL: 10 questões**

Tabela 1: Conteúdos da prova da turma regular, 1.ª chamada, 1970

2.3 Turma experimental, 1.ª chamada, 1970

Na análise que se segue continuamos a basear-nos nos programas oficiais e nos livros únicos já referidos, bem como nos seis volumes do Compêndio de Matemática da autoria de Sebastião e Silva editado pelo GEP[6]. Desde o início da experiência pedagógica da introdução da Matemática Moderna nos liceus

[5] Decreto-Lei n.º 39807, 7 de setembro de 1954.

[6] Gabinete de Estudos e Planeamento (GEP) do Ministério da Educação e Investigação Científica.

portugueses, em 1963, quer alunos quer professores das turmas experimentais tiveram à sua disposição estes textos de Sebastião e Silva, não na forma destes seis livros, mas na forma de folhas policopiadas.

Para a **turma experimental, 1.ª chamada, de 1970**, num total de 7 questões, os temas distribuíram-se da forma seguinte:

1. Na 1.ª questão, a Matemática Moderna aparece aplicada à Geometria Analítica, com o cálculo integral aplicado à determinação de uma área de uma região do plano[7] (determine). Apelando também à Matemática Moderna, temas de cálculo vetorial e transformações afins[8], pede-se que se escrevam equações de parábolas após uma translação e uma rotação (escreva, escreva);
2. A 2.ª questão é do tema clássico de Álgebra: sucessões de números reais e limites (prove, determine);
3. A 3.ª questão é do tema clássico de Álgebra: teorema de Pitágoras e derivadas (mostre, calcule);
4. A 4.ª questão é do tema clássico de Trigonometria com Matemática Moderna, quando se faz o apelo ao uso da régua de cálculo (prove, determine);
5. A 5.ª questão é de Matemática Moderna: relações binárias[9] (quantas, qual é);
6. A 6.ª questão é de Matemática Moderna: grupóide e isomorfismo[10] (justifique, indique, justifique);
7. A 7.ª questão é colocada em alternativa:

   A — não é do tema clássico de Álgebra, associatividade da composição de aplicações. Não é uma questão na linha do que se encontra nos Programas nem no Compêndio de Álgebra (edições de 1958 a, pelo menos, 1970), 6.º ano: Cap. IV: Funções Reais de Variável Real,

[7] Tema não tratado nos livros únicos, mas tratado no 2.º Vol., Cap. II: Introdução ao Cálculo Integral (1976, pp. 262–263) do Compêndio de Matemática do GEP.

[8] Temas não tratados nos livros únicos, mas tratados no 3.º Vol., Cap. I: Introdução ao Cálculo Vetorial (1975, p. 38, 55) e 3.º Vol., Cap. III: Transformações afins e aplicações lineares (1975, pp. 86–88) do Compêndio de Matemática do GEP.

[9] Tema não tratado nos livros únicos, mas tratado no 1.º Vol., 1.º tomo, Cap. II: A Lógica em termos de conjuntos, Secção 15: Produto cartesiano de dois conjuntos. Conceito de relações binárias (1975, pp. 116–118, 122–123) do Compêndio de Matemática do GEP.

[10] Temas não tratados nos livros únicos, mas tratados no 1.º Vol., 2.º tomo, Cap. V: Operações Binárias. Grupóides, Secção 4: Grupóides (1975, pp. 12–14), Secção 10: Isomorfismos entre grupóides (1975, pp. 22–31) do Compêndio de Matemática do GEP.

Secção 5: Operações sobre funções, Subsecção 24: Composição (de funções). Nos exercícios deste Compêndio aparece a composição de funções concretas como não sendo comutativa, mas não é o mesmo espírito... Também aqui não é utilizada a linguagem de "aplicação". Encontramos este espírito no Compêndio de Matemática do GEP: 1.º Vol., 1.º tomo, Cap. IV: Funções de uma Variável Real, Secção 10: Produto de duas aplicações (pp. 193–197). Pode ler-se na pág. 195: "Muitas vezes, em vez de '*produto de* f *por* g' diz-se '*aplicação composta de* f *com* g"' (é utilizada a linguagem de "aplicação"). Bem como: 1.º Vol., 1.º tomo, Cap. IV: Funções de uma Variável Real, Secção 17: Associatividade da multiplicação de operadores (p. 207–209). E ainda: 1.º Vol., 2.º tomo, Cap. V: Operações Binárias. Grupóides, Secção 6: Grupóides comutativos e grupóides associativos (pp. 14–15). (defina, mostre);

B — É um tema de Matemática Moderna: mostrar que o conjunto dos números complexos é um espaço vetorial real.

Em conclusão, cabe dizer que neste exame não aparece qualquer questão do tema clássico de Aritmética Racional e que os temas de Matemática Moderna ocupam ligeiramente mais de metade do teste escrito.

2.4 2.ª chamada de 1970 e 1.ª e 2.ª chamadas de 1971

Não podendo alongar-nos mais aqui nestas análises, limitamo-nos a referir que nestes exames das turmas experimentais a Matemática Moderna continua a aparecer sensivelmente em metade dos testes escritos, aparecendo uma questão de Aritmética Racional, mais precisamente de indução matemática, uma na 2.ª chamada de 1970 e outra na 1.ª chamada de 1971.

2.5 Terminologia utilizada na formalização das questões dos oito exames

Analisemos agora a terminologia utilizada na formalização destas questões, isto é, que verbos foram utilizados nuns e noutros exames destinados às turmas regulares e às experimentais. Nas experimentais a linguagem é mais rica, com mais verbos e com mais sinónimos para pedir o mesmo, não utiliza o verbo "resolver", nem o verbo "decompor". Os verbos mais utilizados nas turmas regulares são: "determine", "calcule" e "mostre". Os mais utilizados nas turmas experimentais são: "determine", "demonstre", "mostre" e "prove". Creio que pode dizer-se que se sente uma nova atitude e um novo espírito associado à introdução da Matemática Moderna.

	TURMA REGULAR	TURMA-PILOTO e TURMA EXPERIMENTAL
A Ç Õ E S	**Determine**; **Calcule**; Escreva, Qual é Resolva — —	**Determine**; Calcule; Escreva, Qual é — Indique Defina
	Demonstre; **Mostre**; Prove — —	**Demonstre**; **Mostre**; **Prove** Verifique Deduza
	Justifique; Identifique; Enuncie Decomponha — —	Justifique; Identifique; Enuncie — Represente Esboce
	— — —	Estude Averigue Investigue
	1970 e 1971 — 1.ª e 2.ª chamadas (8 provas escritas)	

Tabela 2: Quadro resumo da terminologia usada na formalização das questões. A **negrito** estão as expressões verbais mais utilizadas em cada caso.

3 Como se chegou até aqui? Que caminhos foram percorridos?

Já é senso comum, na história da educação matemática, que a realidade do dia-a-dia do ensino é determinada decisivamente pelos manuais e não pelos programas**.** Relativamente à formação de professores, só vamos referir aqui que o acesso ao estágio de Matemática era muito difícil. Dizem-nos em entrevistas alguns dos ex-estagiários do Liceu Normal de Pedro Nunes, comprova-o o número de estagiários que houve por ano, mostram as reclamações que estão nos arquivos do ministério da educação, como são os casos dos ex-estagiários Plínio Casimiro Serrote (1956) e Sérgio Macias Marques (1956), lê-se no artigo da ex-estagiária Iolanda Lima (1963) e mostra o *Livro das Actas do Júri dos Exames de Admissão ao 1.º ano de Estágio*, entre 1956 e 1966 (no Pedro Nunes e nos outros Liceus Normais, já que as atas eram comuns). O número de candidatos ao estágio era bem maior do que o número de admitidos por via de exames e ainda temos de subtrair aos admitidos os que mesmo assim desistiam de fazer o estágio. Desta forma, não era qualquer individuo que conseguia concluir o estágio e a generalidade dos estagiários já tinha experiência letiva.

No início das experiências pedagógicas da introdução da Matemática Moderna em Portugal, os manuais que ditavam o dia-a-dia do ensino da Matemática eram os já referidos Compêndios de ***Geometria Analítica Plana*** (1957), de ***Álgebra*** (1958) de ***Trigonometria*** (1955) e de ***Aritmética Racional*** (1957). Como já percebemos, havia quatro grandes temas para o 3.º ciclo das turmas clássicas. Estas experiências pedagógicas começaram pelo 3.º e último ciclo liceal, isto é, pelos dois últimos anos escolares do ensino liceal. À luz do que entendemos hoje pelos conteúdos destes grandes temas, os conteúdos de Trigonometria e de Geometria Analítica Plana não apresentam grandes surpresas. Segundo o Programa[5], que até aparece transcrito no início do respetivo livro único, por Aritmética Racional entendia-se: 1. Teoria dos números inteiros e das operações fundamentais; 2. Potenciação; sistemas de numeração; 3. Divisibilidade; 4. Números primos e 5. Máximo divisor comum e menor múltiplo comum. Observe-se, relativamente ao último ponto do Programa, a linguagem de "máximo" com a de "menor" e não a de "mínimo" múltiplo comum. Os conteúdos do tema de Álgebra, respeitando os Programas para o 6.º e 7.º anos[5], mas à luz do que consta nos respetivos compêndios adotados como livro único (passou de inicialmente um livro para os dois anos escolares, para dois livros, um para cada ano escolar), são os que hoje incluímos no Cálculo ou Análise Matemática:

1. Evolução do conceito de número (estudavam-se os números reais e complexos);
2. Funções reais de variável real;
3. Limites de sucessões e de funções de variável real;
4. Funções contínuas;
5. Derivadas;
6. Polinómios numa variável;
7. Frações algébricas (inclui símbolos de impossibilidade e de indeterminação);
8. Análise combinatória e Fórmula do binómio (não parecia serem sempre lecionados);
9. Equações do 1.º e 2.º grau numa incógnita, Sistemas de equações lineares em duas incógnitas e Inequações;
10. Função exponencial e sua inversa, Logaritmos decimais e tábuas de logaritmos.

3.1 Simultaneidade de práticas e conteúdos "clássicos" e "modernos" na mesma turma

Para além de existirem, no mesmo Liceu, turmas onde já era lecionada a Matemática Moderna e noutras apenas a matemática clássica, também houve simultaneidade de práticas e conteúdos "clássicos" e "modernos" numa mesma turma do Liceu Normal de Pedro Nunes.

Esta simultaneidade é apontada pelo próprio Sebastião e Silva no seu primeiro Guia para a utilização do Compêndio de Matemática do GEP, ao mencionar que "não contém todos os assuntos a desenvolver nas turmas experimentais do 6.º ano. Em alguns casos será necessário recorrer aos livros adoptados, tal como se indica no presente *Guia* e no próprio *Compêndio*" (1975, p. 9).

Numa análise de cadernos diários dos 6.º e 7.º anos de uma aluna

> verifica-se (...) a convivência da matemática clássica com a Matemática Moderna. (...) Talvez seja este um dos fatores que contribuíram para que, hoje, muitos dos ex-alunos, considerem como positiva e de grande importância a experiência de modernização do ensino da matemática nas turmas-piloto. (...) A classe, composta de alunas escolhidas, com alto desempenho em matemática, ou seja, alunas que, mesmo com o ensino considerado tradicional, tiveram sucesso na aprendizagem da matemática (Leme & Valente, 2008, p. 90)

Entre outras tarefas, os estagiários do Liceu Normal de Pedro Nunes preparavam uma dissertação para as Conferências Pedagógicas[11] e algumas destas dissertações eram publicadas na revista *Palestra*, uma revista do Liceu e sobre a qual daremos pormenores mais à frente. O texto seguinte foi publicado nesta revista e a estagiária também expõe esta simultaneidade:

> O facto de a experiência realizada na turma-piloto do 3.º ano ter começado em Outubro de 1966, antes da minha vinda para o estágio, em Janeiro de 1967. Assim, não tive oportunidade de participar directamente na parte correspondente a conteúdos novos — Teoria dos Conjuntos e Princípios de Lógica Matemática. A matéria dada de Janeiro em diante, embora estruturada numa perspectiva nova,

[11] As conferências pedagógicas eram "de duas espécies: a) Reuniões destinadas a promover o convívio entre os professores que no liceu exerçam o ensino e todos os estagiários e a destes entre si, a promover a mais larga cultura dos estagiários, principalmente em relação a todo o ensino realizado no liceu, e a familiarizá-los com os métodos usados em todas as disciplinas liceais; b) Dissertação sôbre assuntos de carácter científico ou pedagógico." (Artigo 32.º do Decreto n.º 24676, 22 de novembro de 1934)

cingiu-se ao programa tradicional e aos livros de texto em vigor. (Rosa, 1968, p. 96)

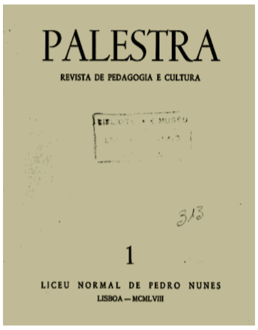


Figura 1: Primeiro número da *Palestra*, 1958

3.2 Livros de sumários

Tivemos acesso aos livros de sumários de duas turmas do 6.º ano de Matemática do ano letivo de 1960/1961. O da turma A, do metodólogo Jaime Furtado Leote, com a participação de estagiários e o da turma B, de um outro professor, sem estagiários. Os livros estão em mau estado de conservação, mas dão-nos informação concreta de factos ocorridos. Embora em ambos os livros de sumários o termo de abertura esteja assinado pelo reitor Dias Agudo, a 30 de setembro de 1960, só no livro da turma A[12] está referida a data de abertura das aulas, a 1 de outubro, num sábado, com sessão solene. Esta turma tinha os estagiários Maria Engrácia Domingos, Maria Odete Rodrigues (no segundo ano de estágio) e Maria Fernanda Martins (no primeiro ano de estágio). Havia quatro tempos semanais para a disciplina de Matemática. Havia aulas ao sábado, mas não de Matemática. Esta disciplina era lecionada a um primeiro tempo da manhã, dois terceiros tempos e um quarto tempo. No primeiro dia de aulas o registo do sumário de Matemática foi: "Cumprimentos aos alunos. Números naturais: relação de igualdade e de ordem." Assina o metodólogo. Na aula anterior, da disciplina de Filosofia, assinaram seis docentes (possivelmente o metodólogo e cinco estagiários).

Sabemos que os estagiários assistiam a aulas dos metodólogos e que também lecionavam aulas. Mas quantas aulas e que temas abordaram? A tabela seguinte mostra um resumo dos temas abordados na turma A, o número de aulas despendidas para o efeito e a respetiva participação dos estagiários.

[12] João Manuel Gaspar Caraça foi aluno da turma A e é o filho de Bento de Jesus Caraça (1901–1948).

	Tema	Número de aulas	Participação dos estagiários
1	Números naturais	2 aulas	sem estagiários
2	Números racionais	3 aulas	sem estagiários
3	Números reais	3 aulas	sem estagiários
4	Números complexos	2 aulas	sem estagiários
5	"Estudo das funções"	7 aulas	todas com a participação da estagiária Maria Odete Rodrigues na presença do metodólogo
6	Sucessões	7 aulas	5 com a participação da estagiária Maria Odete Rodrigues, 2 das quais sozinha
7	Funções reais de variável real (limites e continuidade)	9 aulas	6 com a participação da estagiária Maria Odete Rodrigues, 3 das quais sozinha
8	Derivadas e aplicações	9 aulas	3 com a participação da estagiária Maria Engrácia Domingues, 1 das quais sozinha
9	Polinómios	7 aulas	2 com a participação da estagiária Maria Odete Rodrigues na presença do metodólogo
10	Frações algébricas e indeterminações	4 aulas	sem estagiários
11	"Algumas noções de cálculo vectorial"	1 aula	participação da estagiária Maria Odete Rodrigues na presença do metodólogo
12	Funções trigonométricas	22 aulas	8 com a participação da estagiária Maria Odete Rodrigues na presença do metodólogo e 5 com a participação da estagiária Maria Engrácia Domingues, 2 das quais sozinha
13	Sistema dedutivo. Propriedades da adição, multiplicação, potenciação, subtração e divisão (inteira)	9 aulas	3 com a participação da estagiária Maria Engrácia Domingues, 2 das quais sozinha e 2 com a participação da estagiária Maria Fernanda Martins na presença do metodólogo
14	Sistemas de numeração. Bases. Divisibilidade	10 aulas	9 com a participação da estagiária Maria Fernanda Martins, 5 das quais sozinha e 1 com a participação da estagiária Maria Engrácia Domingues sozinha
15	Números primos	4 aulas	3 com a participação da estagiária Maria Fernanda Martins, 2 das quais sozinha
16	mdc e mmc	3 aulas	sem estagiários

Tabela 3: Temas, número de aulas e participação dos estagiários

O critério adotado para a divisão dos temas pelas diferentes linhas da tabela foi facilitar estudos futuros sobre as mudanças nos conteúdos dos programas de Álgebra e de Aritmética Racional, que ocorreram três anos depois no âmbito da experiência pedagógica de modernização do ensino da Matemática.

Num total de 120 aulas, metade delas tem a participação das estagiárias. A soma do número de aulas da tabela é igual a 102 e não a 120, porque nela não estão incluídas as aulas de revisão e de testes que incluem mais de um tópico da tabela. Existiram seis testes, dois por período. Ao longo da análise dos sumários encontramos enganos (muitos enganos) na atribuição do número da lição.

Comparando as duas turmas na distribuição dos conteúdos por aulas, a turma A com estagiários e a turma B sem estagiários, há muito mais aulas dedicadas ao tema de Trigonometria na turma A (23 aulas) do que na turma B (16 aulas), mas este facto não nos oferece neste momento grandes reparos, uma vez que a turma B esteve neste período sem Matemática, 6 aulas seguidas. Relativamente à Aritmética Racional, sabemos que houve um grande corte de conteúdos nos programas da experiência pedagógica. Mas o estudo das operações (da adição à divisão) que está nos sumários da turma A também está nas páginas do número 137 ao 154 do capítulo III: Números Inteiros e Cálculo Combinatório do *Compêndio de Matemática* de Sebastião e Silva, 1.º volume, 1.º tomo, publicado em 1975, que foi forjado na forma de folhas policopiadas a partir do ano letivo de 1963/64. No entanto, a adição em $\mathbb{N}$ é apresentada no Compêndio pela via da cardinalidade da reunião de conjuntos disjuntos. Não sabemos qual a abordagem feita na turma do metodólogo em 1961, uma vez que um registo de um assunto num livro de sumários não permite saber exatamente como este foi lecionado. Mas sabemos que na turma de Jaime Furtado Leote o último teste foi feito 7 aulas antes do final do ano letivo. Ou seja, antes de serem lecionados os temas de Números Primos e de mdc e mmc, ao contrário do que aconteceu na turma B, cujo último teste foi feito após a lecionação de todos os conteúdos. Por outro lado, ao tema de mdc e mmc foram dedicadas 3 aulas na turma A e 6 aulas na turma B. Estas evidências podem sugerir que Jaime Furtado Leote já dava nesta altura menos importância a estes assuntos do que o professor da turma B.

Sebastião e Silva e Jaime Furtado Leote pertenceram à comissão de revisão do programa do 3.º ciclo liceal nomeada por Galvão Telles, em julho de 1963, ano em que decorreram "Palestras sobre Matemática no Liceu Pedro Nunes" (Diário de Lisboa, 17 de março de 1963) e lições[13] do "Curso de Actualização para professores de Matemática dos Liceus" realizadas na Faculdade de Ciências de

[13] A 12.ª Lição foi no dia 20 de março de 1963 e versou sobre: "Grandezas em Matemática e em Física. Produtos tensoriais de grandezas. Espaços vectoriais". O curso foi promovido pelo

Lisboa. Houve um outro curso "de Aperfeiçoamento para Professores" no Liceu de Oeiras, de duas semanas de setembro, período de férias de Verão, que se repetiu por vários anos, de 1964 a, pelo menos, 1971. O primeiro foi regido por Sebastião e Silva, destinado a metodólogos e outros professores que no ano seguinte iriam lecionar as turmas experimentais (Almeida, 2013, p. 54, 226, 228). Antes, de 7 de janeiro a 4 de março de 1959, Sebastião e Silva ministrou um curso de "Introdução à Lógica Simbólica e aos Fundamentos da Matemática" no Liceu Normal de Pedro Nunes, curso esse que foi publicado como Separata do número 6 da revista *Palestra* de 1959.

3.3 Uma primeira avaliação feita por quem a viveu

Como pedido no tema da sua conferência pedagógica, a estagiária Maria Alzira Rosa, em 1968, faz a avaliação seguinte, publicada na *Palestra* n.º 32:

> Como assimilaram os conteúdos propostos? É sempre difícil avaliar, com objectividade, face a determinado programa, a sua assimilação por parte dos alunos. Muitos aspectos só posteriormente podem ser julgados. De tudo o que anteriormente foi dito, e no que se refere a conteúdos novos, pareceu-nos que só o conceito de *isomorfismo* ultrapassou o desenvolvimento mental destes alunos. Contudo, apesar de não conseguirem atingir pela abstracção o conceito geral de isomorfismo, foram capazes de compreender os exemplos dados. Penso que, por se tratar de uma noção fundamental, será de voltar a ela no 4.º ou 5.º anos, talvez a propósito das relações entre ângulos ao centro e arcos. Quanto aos assuntos tradicionais, tendo a sua introdução e estruturação beneficiado largamente das aquisições anteriores, não se apresentaram com as dificuldades geralmente sentidas pelos alunos. Exemplificando: Habituados ao uso constante de letras para designar os elementos de um conjunto, a transição da Aritmética para a Álgebra não ofereceu dificuldade. O estudo dos números relativos beneficiou extraordinàriamente do estudo anterior dos números racionais absolutos, pois o esquema de tratamento das operações foi o mesmo. E a inclusão das equações e inequações no estudo das condições, já feito prèviamente, tornou fácil a compreensão dos princípios de equivalência, bem como do que se entende por raiz de uma equação ou solução de um sistema. (p. 109)

Centro de Matemáticos de Lisboa e as lições eram às 18 horas, orientadas por Sebastião e Silva e com uma periodicidade semanal (Diário de Lisboa, 19 e 26 de março de 1963).

E continua:

> No entanto, uma coisa há que ter presente: as condições excepcionais desta turma de 3.º ano. Será difícil encontrar um grupo de alunos em que o nível intelectual e cultural, e ao mesmo tempo económico-social seja tão elevado. Para verificar isto bastará ter em conta que: (...) – A quase totalidade dos pais possui cursos superiores e lugares de chefia. – Quanto à aptidão para a Matemática, observamos que, no 2.º ano, 64% obtiveram 14 ou mais valores, nesta disciplina e, no 3.º ano, 52% passaram com média de 4 ou mais valores na mesma, só havendo uma reprovação. (Rosa, 1968, p. 110)

Estávamos perante turmas e pais de elite. E ainda, liceu, estagiários, metodólogos e outros professores de elite. A revista *Palestra* era uma publicação do Liceu, subsidiada pelo Estado e divulgada pelos outros liceus do país. Para se ser estagiário passava-se por um crivo muito apertado. O que os metodólogos e outros professores de Matemática do Liceu diziam e faziam ficava como referência (nomeadamente através de conferências e livros escolares que produziam e eram adotados a nível nacional). Com metodólogos bem informados, os estagiários dispunham de bibliografia do mais atualizado que existia, como se pode verificar pelas referências presentes nos textos das suas Conferências Pedagógicas.

Embora o nosso estudo se centre num período que vai até 1971, em 1973, já com os novos conteúdos da experiência pedagógica, foram adotados a nível nacional os Compêndios de Matemática de Alfredo Osório dos Anjos (professor e metodólogo do Liceu Normal de Pedro Nunes), em coautoria com Maria Madalena Garcia e António Fernando Ruivo.

4 Considerações Finais

Colocando o sujeito da nossa ação nos alunos e começando do fim para o princípio, isto é, começando por analisar os exames que foram apresentados aos alunos que chegaram ao fim do ensino liceal com a experiencia pedagógica da introdução da Matemática Moderna em Portugal, tirámos algumas fotografias possíveis do percurso trilhado por vários atores deste processo. Sem conseguirmos aqui descrever e analisar o que foi realmente a experiência da Matemática Moderna neste Liceu, até porque os documentos que encontramos e estão disponíveis não são tudo o que desejávamos, quisemos deixar aqui exemplos concretos de momentos dessa experiência que ainda não tínhamos visto serem abordados noutros trabalhos de investigação. Embora já exista trabalhos feitos sobre este grande tema da introdução da Matemática Moderna em Portugal, quer elaborados por portugueses, quer por colegas brasileiros, fizemos uso dessa informação, sem a querer repetir, e tentámos acrescentar algo mais. Não sei se com sucesso, tentámos disponibilizar mais algumas peças do puzzle para construir o mosaico desta história que se vai compondo. Sabendo que a cultura escolar não muda por decreto, o conhecimento de situações concretas de uns anos, quase deixa adivinhar o que terá acontecido nos anos que lhes são mais próximos.

De qualquer forma, face ao exposto, é visível que os livros adotados a nível nacional como livros únicos são de autores que trabalharam no Liceu direta ou indiretamente como é o caso de Sebastião e Silva, Silva Paulo, Gonçalves Calado, Osório dos Anjos, entre outros. As experiências pedagógicas ficaram, então, entregues a um grupo de metodólogos, estagiários e alunos altamente motivados. Com as devidas exceções, temos relatos de alunos e estagiários que por lá passaram como tendo sido uma experiência excecional, a experiência da introdução da Matemática Moderna neste liceu de Portugal. E como muitas experiências trabalhadas quase em laboratório, o problema é quando se tenta passar à generalização, sabendo que nem tudo foi perfeito e bem apostado nesta experiência. Como o próprio Sebastião e Silva afirmava, esta experiência era para preparar elementos para formar quadros, indivíduos dirigentes, não seria propriamente para as massas.

> *Uma nação moderna não pode subsistir sem bons técnicos, sem bons cientistas e… sem bons professores.*
>
> (Manchete do Diário Popular, 30 de julho de 1966, com palavras de Sebastião e Silva)

Referências

Aróstegui, J. (2001). *La investigación histórica: Teoría e método*. Barcelona: Editorial Crítica.

Almeida, M. (2013). *Um olhar sobre o ensino da Matemática guiado por António Augusto Lopes*. Tese de doutoramento, Universidade Nova de Lisboa, Portugal.

Bloch, M. (2002). *Apologia da história ou o ofício do historiador*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.

Burke, P. (1992). *A revolução francesa da historiografia: A Escola dos Annales (1929–1989).* São Paulo: UNESP.

Certeau, M. d. (1993). *La escritura de la historia.* México: Universidad Iberoamericana.

Certeau, M. d. (1998). *A Invenção do Cotidiano: Artes de Fazer* (3.ª ed.). Petrópolis, RJ: Editora Vozes.

Chartier, R. (1994). A história hoje: dúvidas, desafios, propostas. *Estudos Históricos*, vol. 7, n.º 13, pp. 97–113.

Chartier, R. (1996). *Escribir las Prácticas: Foucault, de Certeau, Marin* (H. Pons, Trans.). Buenos Aires: Manantial.

Chartier, R. (2007). *La historia o la lectura del tempo.* Barcelona: Editorial Gedisa, S.A.

Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n.º 2, pp. 177–229.

Decreto-Lei n.º 36507 de 17 de setembro. *Diário do Governo n.º 216/1947 — I Série.* Lisboa: Ministério da Educação Nacional.

Decreto-Lei n.º 39807 de 7 de setembro. *Diário do Governo n.º 198/1954 — I Série.* Lisboa: Ministério da Educação Nacional.

Decreto-Lei n.º 40800 de 15 de outubro. *Diário do Governo n.º 222/1956 — I Série.* Lisboa: Ministério da Educação Nacional.

Diário de Lisboa. *Palestras sobre Matemática no Liceu Pedro Nunes.* Jornal de 17 de março de 1963, p. 3.

Diário de Lisboa. *Curso de Actualização para professores de Matemática dos Liceus.* Jornal de 19 de março de 1963, p. 12.

Diário de Lisboa. *Curso para professores de Matemática.* Jornal de 26 de março de 1963, p. 9.

Dosse, F. (2001). *História à prova do tempo: Da história em migalhas ao resgate do sentido.* São Paulo: UNESP.

Exames [Livro com uma coletânea de exames]. (Não catalogado) Arquivo do Liceu Normal de Pedro Nunes, Lisboa.

Frago, A. (2007). *Sistemas educativos, culturas escolares e reformas.* Mangualde: Edições Pedago, Lda.

Henriques, R. (2010). *Discursos Legais e práticas educativas. Ser professor e ensinar história.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Julia, D. (2001). A Cultura Escolar como Objeto Histórico. *Revista Brasileira de História da Educação,* jan./jun. (1), 9–43.

Júnior, D. (2010). História das disciplinas escolares: Categorias de análise e fontes de pesquisa na historiografia educacional brasileira (1990–2008). In J. Pintassilgo, A. Teixeira, C. Beato & I. C. Dias (Eds.), *A história das disciplinas escolares de Matemática e Ciências: Contributos para um campo de pesquisa.* Lisboa: Escolar Editora.

Le Goff, J. (1990). *História e memória.* São Paulo: Unicamp.

Leme, M. e Valente, W. (2008). A Matemática Moderna em Portugal: o que dizem os cadernos escolares dos alunos? *Quadrante, Revista de Investigação em Educação Matemática,* vol. XVII, n.º 1, pp. 77–92.

Lima, I. (1963). Sobre o recrutamento e formação dos professores de matemática dos liceus. *Palestra,* n.º 18, pp. 83–96.

Livro das Actas do Júri dos Exames de Admissão ao 1.º ano de Estágio do 8.º Grupo. [Livro das atas entre 1956 e 1966]. (Não catalogado). Arquivo do Liceu Normal de Pedro Nunes, Lisboa.

Marques, S. (1956). *Reclamação* [Reclamação por não ter sido aceite no 1.º ano do Estágio Pedagógico no Liceu Normal de Pedro Nunes]. Fundo: Direção Geral de Ensino de Lisboa (Série n.º 13 — Diversos, Caixa n.º 1720). Arquivo Histórico do Ministério da Educação e Ciência. Secretaria Geral. Divisão de documentação e do património cultural, Lisboa.

Matos, J. (1989). *Cronologia recente do ensino da Matemática.* Lisboa: APM.

Matos, J. (2006). História do Ensino da Matemática em Portugal: constituição de um campo de investigação. *Revista Diálogo Educacional,* vol. 6, n.º 18, pp. 11–18.

Monteiro, T. (2011). *Notas sobre a formação de professores no Liceu Normal de Pedro Nunes (1957–1971).* Artigo apresentado no XI Congresso SPCE, Guarda.

Moon, B. (1986). *The "New Maths" curriculum controversy. An internacional story*. Londres: Falmer Press.

Nunes, C. (1996). Ensino e historiografia da educação: problematização de uma hipótese. *Revista Brasileira de Educação*, n.º 1, jan./abr., pp. 67–79.

Nunes, C. (2003). O ensino da história da educação e a produção de sentidos na sala de aula. *Revista brasileira de história da educação*, n.º 6, jul./dez., pp. 115–158.

Queirós, J. (2008). *Cartas de Inglaterra*. Disponível em `https://docviewer.yandex.com/?url=ya-disk-public%3A%2F%2FYV9vIXFVq0gmpH86OEqxYCzi4tm4%2F79IUgCYbLdp%2FvY%3D&name=Cartas%20de%20Inglaterra.pdf&c=57a218897355`

Ricoeur, P. (2004). *La memoria, la historia, el olvido*. México: Fondo de Cultura Económica.

Rosa, M. (1968). A actualização da Matemática no 2.º ciclo liceal, *Palestra*, n.º 32, pp. 96–109.

Serrote, P. (1956). *Reclamação* [Reclamação por não ter sido aceite no 1.º ano do Estágio Pedagógico no Liceu Normal de Pedro Nunes]. Fundo: Direção Geral de Ensino de Lisboa (Série n.º 13 - Diversos, Caixa n.º 1720). Arquivo Histórico do Ministério da Educação e Ciência. Secretaria Geral. Divisão de documentação e do património cultural, Lisboa.

Silva, J. (1959). Introdução à Lógica Simbólica e aos Fundamentos da Matemática, *Palestra*, n.º 6 — Separata, pp. 1–65.

Silva, J. (1966). Uma nação moderna não pode subsistir sem bons técnicos, sem bons cientistas e… sem bons professores, *Diário Popular*, 30 de julho, manchete.

Valente, W. (2007) História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *REVEMAT — Revista Eletrônica de Educação Matemática*, vol. 2.2, pp. 28–49, UFSC. Acesso a 10 de junho de 2009 em `http://www.redemat.mtm.ufsc.br/revemat/2007_pdf/revista_2007_02_completo.PDF`.

Simpósio
História da Lógica

Organizadores:
Fernando Ferreira, Ítala d'Ottaviano

Revisor científico:
Fernando Ferreira

Notas sobre a recepção de Gödel em Portugal

Nuno Jerónimo
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
nmfjeronimo@gmail.com

Resumo: Quem foram os primeiros autores portugueses a escrever e o que publicaram sobre Kurt Gödel? Percorrendo as revistas científicas criadas nos idos 30 e 40 do século XX, é-se levado às indicações lógico-matemáticas de Bernardino de Barros Machado (1944) e a dois textos expositivos, o segundo (um ensaio histórico-filosófico) escrito com Ruy Luís Gomes, de Luís Neves Real (1951, 1955). Há referências a Gödel por Delfim Santos, Bento Caraça, Sebastião e Silva, Edmundo Curvelo, Souza Alves, Silva Paulo, Hugo Ribeiro e o detalhado artigo de Antunes Monteiro. 1931 e 1940 formam o conjunto de resultados gödelianos abordado pelos nossos autores; há uma breve descrição (Gomes e Real 1955: 251) de contribuições intuicionistas de Gödel.

Abstract: Who were the first Portuguese authors to write and what have they published about Kurt Gödel? Going through the scientific journals created in the 1930s and 1940s, one finds the bibliographical notes on mathematical logic by Bernardino de Barros Machado (1944) and two expository texts, the second (an historical and philosophical essay) written with Ruy Luís Gomes, by Luís Neves Real (1951, 1955). There are references to Gödel by Delfim Santos, Bento Caraça, Sebastião e Silva, Edmundo Curvelo, Souza Alves, Silva Paulo, Hugo Ribeiro and Antunes Monteiro's detailed paper. 1931 and 1940 were the Gödelian results discussed by our authors; there is a brief description (Gomes and Real 1955: 251) of Gödel's contributions on intuitionism.

1 Introdução: Gödel nos Açores

Durante um semestre sabático, entre Setembro de 1938 e Janeiro do ano seguinte, Willard van Quine viveu com a mulher e as duas filhas em Ponta Delgada, São Miguel. A "ilha portuguesa no meio do Atlântico" foi escolhida por ser "barata, pitoresca, de clima ameno" (a sua mulher Naomi Clayton recuperava de uma bronquite) e por ter uma "língua românica". Parecia um bom lugar para fazer uma pausa das lições de lógica em Harvard; para se dedicar à escrita.

A 17 de Novembro, em resposta a carta de Rudolf Carnap, relata que as condições do local são pouco salubres mas que a comida é boa e as vistas espectaculares, e anuncia que está a trabalhar num livro de "carácter geral" sobre lógica matemática, "partindo de um nível elementar mas com desenvolvimentos avançados, tais como as demonstrações de Gödel da completude da teoria da quantificação e da incompletude da aritmética".[1]

Desejando evitar um manual de leitura complicada mas reconhecendo o profundo impacto matemático-filosófico de Gödel, Quine omite a completude mas trata da incompletude (ie, do primeiro dos seus dois teoremas) na última secção do livro. Conta que quando publicou *Mathematical logic* (cf. prefácio de 1981), em 1940, estava longe de uma demonstração "legível e breve" da completude (como a que usou em *Methods of logic* [1950]); e que a incompletude, apesar de exigir uma apresentação "pesada", era de "importância sísmica" para a lógica matemática. Quine tornou-se assim, provavelmente, a primeira pessoa a escrever em Portugal sobre as contribuições de Kurt Friedrich Gödel.

Mas quem foram os primeiros autores portugueses a escrever e o que publicaram sobre Gödel? Quem e o que há a descobrir em página?

A base textual explorada — os possíveis pontos de publicação para estudiosos interessados em lógica e filosofia da matemática (matemáticos, filósofos, engenheiros, etc.) — centrou-se nas revistas científicas e pedagógicas criadas em Portugal nos idos 30 e 40 do século XX. Refiro-me à *Portugaliæ Mathematica* (1937–), *Gazeta de Matemática* (1939–), *Boletim* da Sociedade Portuguesa da Matemática [SPM] (1947–) e à *Revista Portuguesa de Filosofia* (1945–).

O foco dos primeiros autores portugueses atentos à obra gödeliana capta, como seria natural, o mais intenso período de resultados lógico-matemáticos, um ciclo (praticamente) vienense — 1929–1941. Iterando a experiência de tantos dos nossos académicos, Gödel foi obrigado a exilar-se, chegando a São Francisco (California) com a sua mulher, Adele Porket, no dia 4 de Março de 1940, instalando-se depois no Institute for Advanced Study, em Princeton. (De certa maneira, porém, nunca abandona o solo filosófico austro-alemão — monadologia, idealismo e fenomenologia serão interesses revisitados ao longo da sua vida intelectual.) Desse *corpus* lógico-matemático é comum na literatura destacar-se três blocos de descobertas: a completude do cálculo de predicados de primeira-ordem (com a qual se doutorou em 1930); os dois teoremas da incompletude (1931); e a consistência relativa (1938–1940) da hipótese generali-

[1]Prefácio de 1981, *Mathematical logic* [1940]. Para outras referências aos Açores: "Autobiography of W. V. Quine" (1987: 18); Murray Murphey (2012: 29). A carta de Quine a Carnap (inclui um parágrafo sobre topografia, arquitectura, vida e cultura do lugar) e a resposta de Carnap (25 Out. 1938) estão em *Dear Carnap, Dear Van: The Quine-Carnap correspondence and related work* (1990: 254–255; 258–261). A iniciação ao português daria bons frutos: Quine ensina em São Paulo (entre Maio e Setembro de 1938) e, na expectativa de exercer uma maior influência junto dos lógicos e filósofos brasileiros, transforma as suas notas escritas em português no livro *O sentido da nova lógica* [1944]. Quine tomou conhecimento dos teoremas de Gödel, em 1932, por H. M. Sheffer (cf. I. Grattan-Guinness 2011: 59).

zada do contínuo [HGC] (incluindo o axioma da escolha [AC]) com os axiomas típicos da teoria dos conjuntos (como os de Zermelo-Fraenkel [ZF]).[2]

As obras (coligidas) de Kurt Gödel, onde cada ensaio é antecedido por uma fina exegese (com bibliografia secundária), foram publicadas em 5 volumes (*Collected works* [*CW*], 1986–2003; incluindo uma vasta selecção da sua correspondência, vols. 4 e 5). Do *Nachlass* gödeliano consta ainda significativo material; eg, continuam por publicar os cadernos de tópicos filosóficos (ca. de de 1500 páginas escritas, entre ca. 1937 e Maio de 1955, no sistema estenográfico Gabelsberger) — a excepção é a recente publicação do caderno X (cf. Gödel 2017). Essenciais são também as biografias de Hao Wang (1996) e John Dawson, Jr. (1997; reed. 2005). No domínio português, o padrão é a colectânea de traduções dos originais, *O teorema de Gödel e a hipótese do contínuo*, publicada por Manuel dos Santos Lourenço em 1979 — além de ensaios de Rosser, Feferman, Turing e Cohen, a última edição, revista e aumentada em 2009, contém as seguintes traduções de Gödel: 1931, 1933, 1934, 1936, 1944, 1946, 1951, 1958, 1964. E para uma exposição especializada e completa do conjunto de resultados lógicos bem como de aspectos filosóficos e biográficos relevantes, a referência, em língua portuguesa, é o *Boletim* da SPM 55 (Outubro 2006), organizado e editado por Fernando Ferreira, em comemoração do centenário do nascimento de Gödel, contendo textos (do próprio editor e) de Solomon Feferman (artigo traduzido por Ana Sampaio), Augusto Franco de Oliveira, Reinhard Kahle, Luís Moniz Pereira e Manuel Lourenço.

2 Bernardino de Barros Machado

Uma das primeiras referências portuguesas a um trabalho de Kurt Gödel (no caso, à incompletude) aparece no número 19 da *Gazeta de Matemática*, em Maio de 1944. A honra pertence a Bernardino de Barros Machado, neto (pelo lado paterno) do ex-presidente republicano Bernardino Machado, vulto público célebre que foi catedrático de filosofia (especialista em antropologia) na Universidade de Coimbra e sócio correspondente da Academia Real das Ciências.

Barros Machado nasceu no Porto, a 14 de Março de 1917. Aos 26 anos, Ber-

[2]A estes blocos juntam-se outros resultados. O mais fundamental talvez seja a descoberta (1941) de uma interpretação funcional, ie, por meio de funcionais recursivos do tipo finito, da aritmética intuicionista (só publicada em 1958 na *Dialectica*). Além desses três blocos, alguns autores (eg, C. Parsons 2014: 94–95), incluem um quarto conjunto: Gödel descobriu novas soluções para as equações de campo de Einstein, soluções que permitem a possibilidade teórica de viagens no tempo.

nardino concluía a licenciatura em engenharia civil na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Sabe-se que participou do Centro de Estudos Matemáticos do Porto [CEMP], instituído em 1942 (e dirigido até 1947) por Ruy Luís Gomes; que aderiu à Junta de Investigação Matemática [JIM] (cf. *Gazeta* 18, 1944: 14); e que terá integrado gabinetes de estudos de engenharia.

Há ainda, no universo matemático, a publicação também escrita para a *Gazeta* (14, 1943: 1–2): "David Hilbert". Trata-se de um obituário intelectual de Hilbert (falecido a 14 de Fevereiro desse ano em Göttingen), publicado como abertura do número de Março e que, ao realçar a escola alemã (essa "máquina educadora bem montada", p. 1), reflecte as próprias aspirações do meio matemático circundante a Bernardino: David Hilbert (p. 2) "foi um trabalhador numa colectividade de trabalhadores, (...) educado por uns, pôde a seu turno educar outros pelos quais a sua obra se prolonga muito para além donde poderia chegar sòzinho com sua grande força. (...) [A] grande fecundidade da sua acção só foi possível graças à colaboração no interior da escola entre os que aprendem e os que ensinam juntamente com uma forte ligação entre a escola e a sociedade." Reconhece-se neste modelo (hilbertiano) de escola matemática, com vinco social e colaborativo, a influência (entre outros) de Ruy Gomes (professor de Bernardino no Porto) que publicaria em 1944, "O valor social da investigação científica" (*Gazeta* 19: 16–17). O texto de Machado sobre Hilbert foi citado em três lugares: *Boletín Matemático* (vols. 15–16, 1942–3: 186); *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete* (60, 1957: 15); e faz parte da bibliografia de "David Hilbert" [2014], do arquivo electrónico *MacTutor*.

Na secção da *Gazeta* "Temas de estudo", o jovem engenheiro, então com 27 anos (um ano após a conclusão da licenciatura; um ano após o artigo sobre Hilbert), propõe um ousado título "Lógica matemática — indicações bibliográficas", notas que preenchem as páginas 14–16. Vale a pena reproduzir a bibliografia sugerida aí, no remate do artigo:

> "Livros de iniciação: Max Black [1934], *The nature of mathematics*; Bertrand Russell [1903], *The principles of mathematics*. Para um conhecimento mais profundo: David Hilbert & Paul Bernays [1934/1939], *Grundlagen der Mathematik* I/II; W. v. Quine [1940], *Mathematical logic*. Pelo seu interêsse histórico: Gottlob Frege [1893/1903], *Grundgesetze der Arithmetik* I/II; Richard Dedekind [1888], *Was sind und was sollen die Zahlen?*; Giuseppe Peano [1894, 1895, 1897–9 e 1901], *Formulaire de mathématiques* [4 vols.]."

As indicações de Barros Machado incluem ainda os nomes de Boole, Peirce, Lukasiewicz, Tarski, Sheffer, von Neumann, Cantor e Skolem. Do ponto de vista histórico-filosófico, este é um conjunto de referências, reunido por um recém-

-formado engenheiro civil na década de 40 do século XX, passadas sete décadas, de exigência assinalável.[3]

Como foi possível a Machado iniciar tão rara apetência por lógica e fundamentos da matemática? A resposta completa é inalcançável, mas há indícios que importa reunir.

A atmosfera matemática do país nos anos 30 e 40 foi invulgarmente engenhosa e talvez possa, de forma geral, explicar as proezas de jovens talentosos, como a de Barros Machado. Por essa altura, despontava aos poucos, com o vigor e a fragilidade dos começos inesperados, o que se pode chamar de investigação matemática moderna. Porto e Lisboa são os principais pólos desse desenvolvimento. Formam-se então diversos núcleos, seminários, centros e clubes; a SPM é fundada no ano de 1940 (mas só formalmente instituída em 1977). Desses, salientam-se: o Núcleo de Matemática, Física e Química (1936), o Seminário Matemático de Lisboa (1938, renomeado, um ano depois, Seminário de Análise Geral), o Centro de Estudos Aplicados à Economia (1938), o Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa (1940) e do Porto (1942), e a JIM (1943) — os jovens estudantes eram incentivados a participar e Bernardino participou destas últimas duas instituições. Mais: a par do espírito do tempo (eg, *The Journal of Symbolic Logic* [*JSL*] fora criado em 1936), funda-se em 1937 a *Portugaliæ Mathematica*, em 1939 a *Gazeta de Matemática* e em 1947 o *Boletim* da SPM. Mais ainda: apesar das dificuldades externas e internas, provocadas pelas guerras (civil espanhola e mundial) e pela crescente coercividade do regime político, inicia-se, por regra e boa prática, a troca de revistas especializadas e a correspondência com matemáticos estrangeiros — John von Neumann, caso paradigmático, correspondeu-se com António Monteiro, Ruy Gomes e Hugo Ribeiro.

Sabemos ainda três factos. Primeiro, em maio de 1942, apoiado pelo CEMP, Bento de Jesus Caraça fez duas conferências sobre o conceito de infinito — numa focando os elementos históricos; noutra realçando os respectivos aspectos filosóficos e matemáticos, ligando nesta palestra a teoria dos conjuntos e a problemática dos fundamentos. Pelas notas manuscritas em arquivo

[3]Numa carta de Hugo Baptista Ribeiro (cf. esp. N69, Biblioteca Nacional de Portugal) a Alfredo Pereira Gomes, datada de 8 de Agosto de 1944, Ribeiro escreve "[...] gostei da ideia do B. Machado", mas o assunto, "mais do que qualquer outro, deve ser abordado com extremo cuidado; [...] há omissões de importância decisiva. Este assunto é um daqueles que começo agora a estudar o melhor que posso; haverá no próximo semestre um curso do Bernays." Na mesma carta antevê um contacto com Bernardino através do próprio Pereira Gomes. (Até agora não se conseguiu localizar essa eventual resposta.) Ribeiro assistiu em Zurique a vários seminários leccionados por Paul Bernays — teoria dos conjuntos, lógica matemática e fundamentos da matemática.

(pasta 4399.018 [1942]), Caraça apresenta e comenta, entre outros, do lado histórico, Aristóteles, Pascal, Kant, e do lado filosófico-matemático, Cantor, Poincaré, Hilbert, além de (ao menos uma vez, em passagem) se referir a Gödel enquanto tendo demonstrado a "não-contradição da hipótese generalizada do contínuo".[4] De acordo com o testemunho de Ruy Gomes (relatado por J. Morgado 1995), as conferências foram um sucesso e abriram horizontes no que diz respeito ao interesse intrínseco da teoria dos conjuntos e à importância dos fundamentos e da filosofia da matemática.

E eis um segundo facto significativo para a exposição de Bernardino aos novíssimos assuntos da lógica: Luís Neves Real, no ano lectivo 1942–43, então professor contratado pela Faculdade de Ciências do Porto, dá uma "série de lições (as primeiras realizadas na U. P.) sobre Teoria dos Conjuntos [e o] Axioma de Zermelo"[5] no curso de física matemática regido por Ruy Gomes, que procurava tratar, entre outras novidades, dos fundamentos da mecânica quântica.

De nota, e terceiro dado significativo (uma viva e mesmo familiar confluência de espíritos), é a amizade próxima de António de Barros Machado (bioespeleologista, irmão mais velho de Bernardino) com Luís Neves Real e destes com Ruy Gomes — Neves Real (1985: 33) recorda que foi com António Machado, em 1930 e por razões de luta estudantil, que conheceu Ruy Gomes. (Em 1951, Real escreveria a primeira exposição informal portuguesa sobre os célebres resultados de Gödel; e passados quatro anos, Real e Gomes elaborariam um ensaio histórico-filosófico que culmina no aspecto "conciliador" das contribuições gödelianas.)

Em suma, no miolo desse meio virtuoso, é muito provável que Bernardino tivesse assistido tanto às palestras de Caraça como ao curso de Neves Real (e aos de Gomes) e fosse fortemente influenciado por ambos.

Para se sentir a força da novidade ao indicar, de uma penada, Gödel e Frege

---

[4] Caraça cita o volume de comunicações do primeiro dos "entretiens" organizados, e posteriormente editados (1941), por Ferdinand Gonseth em Zurique: *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques.* Caraça parece ter seguido de perto, para a exposição da hipótese do contínuo e na referência a Gödel, a comunicação e sequente discussão de Sierpinski, "L'axiome du choix et l'hypothèse du continu" (pp. 125–143). Ou seja, aparentemente, não terá usado, de modo directo, os escritos publicados por Gödel entre 1938 e 1940.

[5] Cf. Morgado 1988: 22. Já na década de 20, por ocasião de duas palestras em congressos espanhóis, Pedro José da Cunha falara do tema: 1923, "A teoria dos conjuntos e as suas aplicações à teoria geral das funções de variáveis reais" (discurso inaugural da 1.ª secção de ciências matemáticas, Asociación Española para el Progreso de las Ciencias [AEPC], Salamanca); 1927, "A noção de conjunto numa das memórias de Daniel da Silva" (AEPC, Cadiz). Cf. *Colecção de trabalhos de Pedro José da Cunha (1867–1945)*, 2014 — catálogo de publicações org. pela Biblioteca Matemática da U. de Coimbra.

(e o vol. II de Hilbert & Bernays juntamente com Quine), basta recordar que nos 3 volumes (1986–88) publicados da obra filosófica de Francisco Vieira de Almeida — a quem Gama Caeiro (1991: 11) honrou de "introdutor da lógica matemática no ensino filosófico em Portugal"[6] — não se encontra qualquer referência a Frege, Bernays, Ackermann, Gödel ou Quine, mas sim a Boole, Russell e Carnap (Brouwer e Tarski são mencionados raramente).

Manuel Lourenço (1991: 12) identifica o ponto crítico do ensino da lógica praticado por Vieira de Almeida (ie, falando acerca do ensino que recebeu em Lisboa antes de ir para Oxford):

> "[O] método lógico de Boole foi ultrapassado pelo de Frege, o qual, por sua vez, foi completado por um teorema demonstrado por Kurt Gödel em 1930. Foi por não o ter conhecido [o sistema de Frege] que não lhe foi possível [a V. de A.] ter a visão de conjunto que já se encontra nos anos 40 no livro de Hilbert e Ackermann *Grundzüge der theoretischen Logik* [2.ª ed. alemã, 1938]."[7]

Apesar do sucesso das conferências de Caraça ou das lições de Real, a escassez de jovens interessados (e uma disciplina nova precisa de interessados no-

[6]M. Lourenço (2010 [1993]) reconheceu que tomou verdadeira consciência dos seus interesses por lógica e filosofia da matemática nas aulas de Vieira de Almeida.

[7]Já a estudar lógica e filosofia da matemática em Oxford, numa nota sobre Delfim Santos publicada em *O Tempo e o Modo* (1966: [p.] 1095), Lourenço apontou a falta de estudo, sentida por ele em Lisboa, tanto do cálculo de predicados (lógica de primeira-ordem) como da discussão dos fundamentos da matemática: "As obras do Prof. Vieira de Almeida e de Edmundo Curvelo ocuparam-se principalmente da definição do cálculo proposicional clássico e de uma álgebra de classes em termos de uma álgebra de Boole". Sobre Delfim Santos, declara que "é a ele que se deve a apresentação, em português, de alguns" dos problemas de filosofia da matemática, sobretudo as ideias de Russell no *Situação valorativa do positivismo* de 1938 (ibid.). Delfim terá assistido, um ano antes em Paris, a diversas palestras do III congresso internacional para a unidade da ciência, entre as quais, às de Bernays e de Fraenkel. Mas, como o próprio relata, foi no "curso do Prof. Schlick" e no "círculo de discussões, propriamente chamado *Wiener Kreis*", a partir de leituras de Frege, Wittgenstein e Hilbert, que tomou contacto com as questões dos fundamentos da matemática — cf. Fitas 2013: 23–52. Delfim Santos foi um dos convidados a participar do círculo de Viena, tal como Ayer, Bergamnn, Geymonat, Gödel, Hempel, Menger e Quine (Stadler 2015: 595–6). E por um semestre, Delfim não pôde assistir aos seminários do *Dozent* Gödel, que no semestre de verão em Viena, leccionara (Dawson 2005: 314) um curso sobre tópicos de lógica matemática. Quando o bolseiro Delfim chega a Viena para se inscrever no semestre de outono de 1935, Gödel estava em Princeton — a 6 de Outubro desse ano, Delfim, a caminho de Viena, visita Henri Bergson em Paris e nesse exacto dia 6 Gödel chega a Nova Iorque. (Cf. Magda Carvalho 2015: 308; e para a chegada de Gödel, Dawson 2005: 97). Num ensaio de 1939 ("Da filosofia"), Delfim formula uma breve referência gödeliana: "Deve-se a Carnap a tentativa de elaboração de uma sintaxe lógica apropriada à ciência, a Goedel um sistema aritmético ómega-consistente não-saturado, de predicados diádicos [...]." Barkley Rosser [1936] mostrara que a consistência simples (uma propriedade mais fraca) é suficiente para os propósitos de Gödel.

vos) era decerto evidente ao espírito de Bernardino e dos seus mentores. Tentou o jovem portuense assim, nas citadas indicações, acordar os "matemáticos novos" do seu tempo:

> "É a Lógica Matemática um domínio de investigação em activa formação. Porque não se vê em Portugal como em alguns países do mundo lançar-se os matemáticos novos a trabalhar nêle, parece-me oportuno dar estas indicações esquemáticas aos leitores da *Gazeta* no intuito de despertar talvez nalgum dêles o interesse por tal assunto e guiá-lo nas primeiras leituras."

Passados 65 anos, também Manuel Lourenço tentou despertar os espíritos lusitanos (em especial, dos estudantes de filosofia) para a lógica matemática, publicando em 2006 o livro *Acordar para a lógica matemática*.[8]

António Luís Machado, filho de Barros Machado, reportou (através de comunicação pessoal) a história muitas vezes repetida em família de um convite que chegou de Göttingen (ou aceitação, pela mão de quem ou quando, permanece incerto) para que Bernardino fosse estudar na escola de Hilbert; porém (continuou), dada a sua actividade política (e decerto a do irmão e de professores próximos, como Neves Real e Ruy Gomes), a polícia salarazista interveio e impediu que fosse estudar (provavelmente como bolseiro) para a Alemanha. (O irmão António, Neves Real e Ziller Perez haviam sido demitidos da Universidade do Porto já em 1934. Aliás, Neves Real viu todas as suas seis candidaturas (a bolsas ou subsídios) rejeitadas, tendo proposto por três vezes especializar-se em teoria dos conjuntos em Princeton (entre 1944 e 1946, cf. Morgado 1988: 23), onde estavam Gödel, von Neumann, Church e outros lógicos.) Daí em diante, sem abdicar da sua paixão pelos desenvolvimentos matemáticos e pelas questões da filosofia da matemática, Barros Machado desviou a sua vida profissional para a engenharia civil, trabalhando em Portugal e em Angola (junto do seu irmão).

O estudo de Barros Machado aparece em 1944, ano em que, num ensaio sobre diversos aspectos da lógica de Russell (que vão da analiticidade axiomática

[8]Julgo que Lourenço desconhecia o apelo de Machado. Mas já antes, entre filósofos, havia quem se inquietasse com os estudos lógicos no país. Vitorino Magalhães Godinho, na sua dissertação de licenciatura em ciências histórico-filosóficas (*Razão e história. Introdução a um problema*, 1940), como aponta Franco de Oliveira: "revela uma clara insurgência contra a pouca matematização da lógica [...], malgrado a boa vontade de Vieira de Almeida (que, reconhecendo as falhas, estimulou outros à matematização)" (Oliveira 2010: 121–128; cf. nota 2, sugerida por Paulo Almeida). Godinho tornar-se-ia historiador, mas ainda nos anos 40, fruto do seu interesse pelas questões da lógica e do positivismo (influenciado, entre outros, por Monteiro, Caraça e António Sérgio), publica *Esboços sôbre alguns problemas da lógica*, trabalho que viria a obter uma recensão crítica de Quine (*JSL* 11 (4), 1946: 126).

dos *Principia* à teoria dos tipos), Gödel manifesta publicamente as suas robustas convicções realistas acerca da matemática. E dado à estampa na *Gazeta* 19 (número em que publicam Ruy Gomes e Hugo Ribeiro), obtém uma nota de citação no reputado *JSL* (11 (3), 1946: 101, na mesma página onde A. Church faz uma recensão dos artigos de Silva (I–III, 1941) sobre lógica matemática e ensino). Por fim, para o fecho das notas sobre o jovem engenheiro do Porto (falecido nos anos 2000) e para o explícito registo português à incompletude, eis Bernardino de Barros Machado:

> "Verifica-se que [...] na teoria dos conjuntos e também na teoria dos números, uma proposição pode ser verdadeira e contudo não se poder demonstrar a partir das proposições primitivas nem ela, nem a sua negação. Veja-se Kurt Goedel, Ueber formal unentscheidbare Saetze der «Principia Mathematica[»] und verwandter Systeme I, *Monatsh. fuer Math. u. Phys.*, vol. 38 (1931), pp. 173–198. [...] Chama-se então ao sistema de proposições em questão *incompleto*."

3 Luís Neves Real

Sete anos após a publicação das indicações lógico-matemáticas de Machado, surge um ensaio informal sobre as descobertas de Gödel, escrito pelo punho do matemático (e engenheiro do Porto) Luís Neves Real, então com 41 anos: "Kurt Gödel e os problemas dos fundamentos da matemática e a teoria dos conjuntos", publicado no número 48 da *Gazeta*, em Junho de 1951.

De acordo com a leitura de Neves Real, a entrega (1951) do prémio Albert Einstein a Gödel significava a "consagração mundial" da disciplina de "fundamentos da matemática", frequentemente desprezada ou mesmo arredada das discussões oficiais matemáticas. (Talvez a distinção, afinal, o primeiro reconhecimento institucional e popular de Gödel, tenha exercido estímulo suficiente para que Neves Real escrevesse o seu artigo.) A afirmação daquilo que hoje toma o nome de lógica matemática — teoria dos conjuntos; t. da demonstração (ou metamatemática); t. dos modelos; e t. da recursão — foi difícil e lenta. Neves Real deixou-nos a medida dos obstáculos sentidos nos anos 40 e 50:

> "[A] disciplina [tem sido] olhada por muito tempo com desconfiança pelas matemáticas oficiais: têm pouco mais de cincoenta anos as atitudes de certas revistas científicas [... com as suas] cuidadosas prevenções sobre a natureza de temas que não eram tidos ainda com direito de admissão na Matemática. Ainda hoje em centros de estudos da Europa, são estes trabalhos sobre os Fundamentos de certo modo desdenhados."

Desdém e desconfiança seriam, dentro da comunidade matemática, os efeitos patentes de uma resistência em dobro: institucional e prática. A primeira, por meio do que é 'sério' ou matematicamente publicável (e de quem é contratável). As citadas revistas oficiais não são nomeadas, mas são indicadas duas das temáticas depreciadas: "o axioma de Zermelo" e "a problemática da teoria dos conjuntos". A segunda, talvez raiz daquela e motivada por razões ou vazios filosóficos, uma resistência prática em não reconhecer a importância teórica e metodológica da disciplina e dos seus resultados (arbitrando assim o que é ou não ensinável). Em relação a Gödel, Ernst Zermelo é o paradigma do desinteresse e mesmo oposição, vindo da lógica e propagado ao universo matemático, em atribuir genuíno sentido matemático à incompletude.[9]

No caso dos cursos oficiais portugueses, de "trabalhos sobre fundamentos", Neves Real diz nada conhecer. Havia uma pequena porção de estudiosos, recente e bastante à margem da academia instituída, a iniciar trabalhos em lógica moderna; porção e trabalhos porém escassos, como noticiaram Machado e outros — as inauditas actividades científicas dos anos 30 e 40 tentaram combater carências como esta. Acrescente-se que a oportunidade aberta pela geração de 40 pedia uma renovação matemática e científica do país; o regime ditatorial reagiu rigorosamente ao avesso, arrastando um longo atrofio científico.

A respeito de resistências e lógica, é justo destacar José Sebastião e Silva que escreveu duas teses de doutoramento em Roma, isto porque a primeira (completada em 1944, *Para uma teoria geral dos homomorfismos*) não seria considerada "matemática", terá ajuizado então Federigo Enriques.[10] A tese de "lógica pura" — que segue uma orientação "abstracta, formal ou axiomática" e que contém várias páginas de teor filosófico — só foi publicada na íntegra treze anos após a morte do autor: *Obras de José Sebastião e Silva* I, INIC, 1985.[11] Aí,

[9]Cf. I. Grattan-Guinness 1979: 294–304; Dawson 1985: 66–70. Entre filósofos, dois exemplos: a crítica de Wittgenstein (J. Floyd e H. Putnam 2000: 624–632) e a ambiguidade de Russell.

[10]A consideração provém do testemunho de um antigo aluno, António Andrade Guimarães (1972: 15): "Menos conhecido é o facto capital seguinte; a tese de doutoramento que Sebastião e Silva apresentou à Faculdade de Ciências de Lisboa em 1948 ["As funções analíticas e a análise funcional"] não era a primeira que escrevera para esse acto académico: era a segunda. A primeira escrevera-a na Itália, em redacção definitiva, pronta para a impressão tipográfica, em 80 páginas dactilografadas, e versava Lógica Matemática. [...] Dissuadiu-o de apresentar essa tese de doutoramento o velho e experiente Enriques [teria 73 anos em 1944], com o cáustico argumento de que talvez não lha aceitassem, por então a Lógica Matemática não ser ainda, para muitos, considerada... Matemática."

[11]Silva aponta como objectivo (1985 [1944]: 138), "partindo de um conceito geral de sistema matemático e introduzindo um conceito igualmente geral de homomorfismo, estabelecer uma série de resultados, que sejam válidos em qualquer campo, sem nenhuma distinção — nem mesmo aquela entre [os "dois domínios principais" (p. 137)] 'algébrico' e 'topológico'. É procedendo assim — *sem fazer a mínima hipótese restritiva sobre a natureza do sistema de que se trata,*

apreendendo a definibilidade como problema central (p. 140), Silva foi conduzido ao estudo da recursão e, claro, à menção do "notável teorema" de Gödel (p. 278 [orig. itál.]), "segundo o qual é *impossível atingir a demonstração da não-contradição de um formalismo lógico-matemático, utilizando unicamente os meios oferecidos por este formalismo*". Em nota (ibid.), acrescenta: "Na sua originalíssima demonstração, Goedel estabelece uma correspondência biunívoca entre as expressões do formalismo considerado e os números naturais mediante a decomposição destes em factores primos. Nestas condições, a *sintaxe* do formalismo, isto é, as constantes lógicas, os conceitos de definição, de demonstração, etc. aparecem sob a forma de funções e relações recorrentes."

O essencial dessa primeira tese foi todavia publicado no ano seguinte ("Sugli automorfismi di un sistema matematico qualunque", 1945). Mas as menções a Gödel — presentes na introdução, texto e bibliografia originais — foram todas eliminadas, talvez porque Silva as considerou dispensáveis numa síntese ou porque estariam cobertas por outras referências. (Em letra publicada sobre Gödel em Portugal, à menção de Delfim Santos (1939) e às indicações bibliográficas de Barros Machado (1944) suceder-se-ia o ensaio expositivo de Neves Real (1951).)

Afiando as resistências assinaladas, em suma, as condições de investigação disponíveis para um estudioso interessado em lógica (e filosofia da matemática), talvez até à década de 1970, em Portugal, caíam debaixo de um único conceito: autodidactismo. Neves Real, em 1951 (p. 1), escrevia o seguinte:

> "em Portugal, segundo creio, os nossos cursos oficiais de Matemáticas Superiores desconhecem-nos [os estudos sobre os fundamentos]; e só com um esforço autodidacta imperfeito e dificílimo alguns portugueses têm procurado aproximar-se de tão inacessíveis como fascinantes têmas de estudo."

Barros Machado e Neves Real não puderam prosseguir estudos de lógica fora do país; tiveram de desistir da profissão de lógicos. Vinte anos depois, Manuel Lourenço e Augusto Franco de Oliveira (e antes destes, outros) aproveitaram outra sorte:[12] Lourenço foi para Oxford no verão de 1965 e Oliveira, no fim

colocando-me no terreno da lógica pura [orig. itál.] — que chego no último capítulo à generalização de quase todas as proposições fundamentais da teoria de Galois." Silva assume que o seu ponto de vista — uma orientação "abstracta, formal ou axiomática" (p. 136) — é combatido "por parte de certas mentalidades", temerosas pela "total mecanização" da matemática e consequente "morte da intuição" (ibid.). Assume ainda que contribui em parte para "a discordância geral" em termos de vocabulário formal adoptado; e dedica várias páginas a temáticas filosóficas (secções 23, 28, 46, 47, e notas finais).

[12]Em 1931, Monteiro foi estudar para Paris com Fréchet; Delfim Santos, 1935, Viena com Sch-

dessa década, para Leeds. Mas antes de viajarem — na presciente expressão do matemático e poeta oitocentista José Anastácio da Cunha, "por sua curiosidade e sem mestre"[13] —, é ainda o autodidactismo que os liga.

Numa entrevista de 2007, Manuel Lourenço disse que só em Oxford, na segunda metade dos anos 60, é que teve a "oportunidade de, durante três anos, deixar de lado o autodidactismo tutelado e beneficiar das vantagens conjuntas do ensino tutorial e do sistema de aulas". Do ensino em Letras (mesmo tendo contactos com Ciências), noutra entrevista (2010), diz: "não dava a ideia do que era a restrição de horizontes e de problemas de investigação matemática e filosófica em Portugal"; na bagagem para Oxford levava a primeira edição de Hilbert & Ackermann, Bourbaki e Godement.[14]

lick (e depois G. E. Moore, Cambridge); J. Ribeiro de Albuquerque, 1938, Nancy com Jean Delsarte (depois Paris e mais tarde Roma, cf. Rui Albuquerque 2011: 40–46); Hugo Ribeiro, 1942, Zurique com Bernays; Sebastião e Silva, 1943, Roma com Enriques e Fantappiè. Sobre a matemática "pura" e a reentrada de Monteiro em Portugal, em 1936, Ribeiro (1980: v) escreveu: "Com uma ou outra excepção a Matemática (pura) não era cultivada em Portugal e, assim, as escolas superiores limitavam-se a preparar professores das escolas secundárias, ou técnicos e cientistas que porventura a utilizariam. Foi nesta atmosfera, enormemente agravada pela opressão da ditadura e as guerras civil em Espanha e na Europa, que Monteiro, não participante do ensino oficial, fez entrar uma lufada de ar fresco impulsionando decididamente a Matemática neste país." Num artigo sobre Caraça, Silva (1968: 19–20) recorda que muitos matemáticos europeus, ainda durante os anos 50, "eram hostis aos métodos estruturais da matemática moderna" e que deve a Monteiro o ter-lhe "ensinado os méritos reais" de Bourbaki, quando este ainda estava na sua "primeira infância" — mas que teria sido com a visão intuitiva de Bento Caraça que aprendeu a corrigir "os inconvenientes do estruturalismo de Bourbaki". Para prosseguir a sua carreira, num violento duplo exílio, Monteiro precisou de sair do país: Brasil e depois Argentina. Acerca do que ficou, dizendo da sua geração, a da *Portugaliæ*, a memória do também exilado Ribeiro é melancólica (1980: vii): "Mais tarde, decerto com melhores oportunidades, um de nós, José Sebastião e Silva, pôde manter aqui uma brisa desse ar fresco que 40 anos depois, ainda podemos respirar."

[13]Segundo João Filipe Queiró (1994: 1), "Cunha [1744–1787] foi educado pelos padres da Congregação do Oratório na Casa das Necessidades [...]" e aí "estudou Gramática, Retórica e Lógica", mas "Física e Matemática por sua curiosidade e sem mestre". Em 1962, também por sua curiosidade e para estudar matemática, o jovem poeta (e mais tarde professor de filosofia em Letras) António Franco Alexandre viajou primeiro para Toulouse — onde, sob orientação de Albert Crumeyrolle, defende a tese [1969, *3ème cycle*] *Les représentations du groupe spécial orthogonal* $SO(n, \mathbf{R})$ — e depois para Harvard (1969–1971).

[14]Na entrevista de 2007, acrescenta: "[j]ulgo que é em si próprio revelador o facto de no Verão de 1965, quando fui admitido em Oxford, a bagagem que levava da Universidade de Lisboa consistir apenas nos (...) *Grundzüge* de Hilbert e Ackermann [ed. 1928], os *Elements* I e II de Bourbaki e o *Cours d'algèbre* de Godement." Lourenço frequentou Direito em Lisboa de 1955 a 1958, ano em que entra em Letras para fazer (a maior parte como aluno externo) o novo curso de filosofia que substituiu a licenciatura em ciências histórico-filosóficas. Da bibliografia da sua tese de 1964 (*Ludwig Wittgenstein: A análise da linguagem na investigação dos fundamentos: Uma exposição evolutiva de alguns conceitos básicos* [demonstração, cálculo, série, número]),

A persistente paixão gödeliana de Lourenço teve início em Oxford nos anos 60 e foi motivada pelo estudo do programa de Hilbert — influências directas de Georg Kreisel e Michael Dummett, que apresentara no I congresso internacional de lógica, metodologia e filosofia da ciência, em 1960, uma análise da filosofia gödeliana: "The epistemological significance of Gödel's theorem"; foram publicados resumos de Hugo Ribeiro e António Monteiro mas, devido a dificuldades com os vistos deste, só Ribeiro esteve em Stanford.[15]

Franco de Oliveira concluiu a licenciatura em ciências matemáticas em Lisboa (1967). Desse tempo, lembra (2010): "[n]enhum professor (das Faculdade de Ciências de Lisboa, Porto ou Coimbra) se assumia como lógico". E tal como Neves Real ou Lourenço, confessa-se, ele próprio, nos desamparados assuntos da moderna lógica, um diligente autodidacta: "No final da década de 60, tinha completado a minha formação matemática e aprofundava a formação em lógica matemática, iniciada durante a licenciatura em (difíceis) leituras autodidactas, para as quais não tinha ainda preparação suficiente." Apenas o feito alcançado por Paul Cohen — que em 1963 demonstrou a independência da hipótese do contínuo — abalou um pouco a "estática Faculdade de Ciências de Lisboa" (ibid.)[16]

assinalam-se ainda (entre outras referências): Hilbert (a trad. portuguesa dos fundamentos da geometria [1952]), Russell (*Principia M.*; *Introduction à la philo. mathé.* [1952]), Frege ("On concept and object"; *Begriffsschrift*; *Die Grundlagen...*), além de Dedekind, Ramsey, Hahn, Church, Heyting, Mostowski, e vários especialistas wittgensteinianos (de Anscombe a von Wright).

[15]Encontro realizado entre 24 de Agosto e 2 de Setembro — secção de lógica matemática: Monteiro, "Linearisation des algèbres de Heyting"; Ribeiro e Robert Schwabauer, "Remarks on equational completeness and on equational classes of algebras" (cf. Nagel et al. 1962). Passada uma década, o também poeta e tradutor Lourenço (para quem a tradução era um exercício filosófico) fixa em língua portuguesa o vocabulário gödeliano típico. Trata-se do clássico dos Kneale, *O desenvolvimento da lógica* (1972, cf. cap. "Metateoria da aritmética formal").

[16]Oliveira (2010) interessou-se por lógica e filosofia ainda no ensino liceal (Passos Manuel), onde teve como professor de filosofia o historiador Joel Serrão (aluno, por sua vez, de Magalhães Godinho) — de lógica recorda os livros de V. de Almeida e Curvelo. Em Ciências, Oliveira foi assistente de João Santos Guerreiro e, em 1970–71, de S. e Silva. Mais tarde, António J. Antunes Monteiro, aluno (em opção de 5.º ano) de Guerreiro na recente cadeira de lógica, prepara em 1973, por sua iniciativa, um trabalho final de 22 páginas "Sobre o teorema de Gödel" (*Ciência* 1 (2–3), 1981: 21–43). O artigo tem duas partes: a primeira contém a exposição detalhada de 1931 com destaque para o método de demonstração utilizado por Gödel (especificam-se as generalizações de Kleene, Rosser, Tarski, e a crítica de Barzin); a segunda parte analisa a importância de 1931 para o panorama da lógica, sublinhando-se a escola de Hilbert e a noção de sistema formal. Monteiro relata (via email) que "o assunto [Gödel 1931] estava totalmente fora do programa da disciplina leccionada", de iniciação (obrigatória para estudantes do 3.º ano), "tratando de temas muito elementares do Cálculo Proposicional, etc." Conversas "a partir de 1969" com o amigo e então também aluno de matemática, João Sousa Monteiro, despertaram nele o interesse por tópicos de lógica matemática, para a discussão dos quais organizaram "por volta de 1970 (...) ao longo de um ano lectivo", com a participação de Franco de Oliveira, "uma pequena tertú-

Tomado o passo de estudar fora do país, a estaticidade e o autodidactismo demoravam a vencer. Num memorando enviado ao Instituto para a Alta Cultura, Hugo Ribeiro confessava em Agosto de 1945 (cf. doc. 1309, espólio N69 BNP) "a difícil e demorada adaptação aos estudos em Zurique". Além do desconhecimento da língua e de um novo ensino de orientação "universal" (e "verdadeiramente actual"), a tradição matemática que foi encontrar, a alemã, contrastava com a escola francesa — diz Ribeiro — dominante em Portugal; aquela, "mais rica" e da qual "a escola matemática americana é originária", distinguir-se-ia da escola francesa (distinta em análise) pelo desenvolvimento dos estudos de "álgebra, geometria e dos fundamentos". Mais tarde, então professor no Nebraska, apesar de reconhecer que o centro gravítico matemático se deslocara "para fora da Alemanha" e que se iniciou entretanto uma "profusão de traduções [inglesas]" — eg, Frege e Hilbert & Ackermann, nos anos 50; em Princeton desde 1940, Gödel escreve directamente em inglês (eg, 1944 e 1947) —, Ribeiro (1951: 28) reafirma a importância da leitura de obras de matemática em língua alemã, "um requerimento necessário a uma bem equilibrada cultura matemática".[17]

Regressando ao "esforço autodidacta imperfeito e dificílimo" de Neves Real: o estudo gödeliano de oito páginas (citado em *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete* 42, 1952: 243), onde já se indicam os resultados mais recentes de Gödel em teoria dos conjuntos, teve de atravessar o Atlântico, demorando 24 anos, para obter uma nota de recensão crítica. Em 1975, o lógico brasileiro Newton C. A. da Costa publica no *JSL* (40, p. 241) um parágrafo acerca da estrutura temática do texto.[18]

---

lia". António Monteiro recorda ainda um estimulante seminário de Florencio González Asenjo. Segundo o relatório *American Fulbright scholars in Europe 1969–1970*, Asenjo leccionou sobre "mathematical logic with emphasis on model theory, non-standard analysis, and new metamathematical methods". Este também compositor argentino e à data (1970) professor de matemática em Pittsburgh, doutorado em La Plata (1954) com Alberto Sagastume Berra, regressaria a Lisboa em 1984 para expor temas de lógica e probabilidade. Do interesse de Monteiro por lógica matemática resultariam, enquanto professor, cursos no ISLA e na Universidade Lusíada.

[17] Cf. recensão de Ribeiro (*Gazeta* 49, 1951) ao *Höhere Algebra I–II* de Helmut Hasse — um trabalho que em Portugal, diz, talvez "meia dúzia de leitores" conheçam, e que só viu citado por António Almeida Costa. Perto do fim da sua carreira, é da longínqua Pensilvânia que tenta despertar o interesse dos estudantes portugueses pelas questões e métodos fundamentais "que se situam na fronteira da Matemática e da Lógica", escrevendo na *Gazeta* (113, 1969) — em memória do falecimento de Zaluar Nunes — "Linguagens elementares e estruturas matemáticas". As secções 3 e 4 tratam do "[t]eorema de compacticidade (finitude)" e de "[a]lgumas aplicações de teoremas do tipo de Löwenheim-Skolem".

[18] "This is an expository paper in which the author informally explains some of the contributions of Gödel to logic and to the foundations of set theory. Gödel's two incompleteness theorems and his proofs of the relative consistency of the axiom of choice and of the generalized conti-

Neves Real[19] começa por apresentar formalmente um sistema lógico ξ que inclui a aritmética de Peano, para depois passar ao enunciado que expressa "o resultado surpreendente obtido por Gödel", a saber: "é impossível dentro do formalismo ξ demonstrar a compatibilidade de ξ" (p. 2) — visa aí o segundo teorema da incompletude (em nota, o leitor é remetido para Weyl 1949 e para Rosser [1939]). Segue-se então (pp. 2–3) a exposição da "numeração de Gödel", técnica exposta através de casos sintácticos simples, os quais mostram que a ideia criativa de Gödel foi transformar qualquer demonstração (e proposição) lógica num número natural. O passo pedagógico queda-se (p. 3) "noutro aspecto chocante desses trabalhos de Gödel [mirando agora o primeiro teorema]: a distinção que obriga a fazer entre enunciados verdadeiros e enunciados demonstráveis". Nas páginas seguintes, Neves Real descreve os elementos básicos da teoria dos conjuntos de Cantor (pp. 4–5, com o paradoxo de Buralli-Forti) e enuncia os sete axiomas de Zermelo de 1908 para a teoria dos conjuntos, referindo as "novas axiomatizações, menos contestáveis" de Frankael [1928], von Neumann [1928] e Bernays [1937, 1941, 1943]. Por fim, indica a problemática do contínuo e do AC (pp. 6–8). É aí que firma (citando Gonseth 1941) os resultados conjuntistas de Gödel acerca da consistência relativa da hipótese generalizada do contínuo [HGC] com os axiomas enunciados, incluindo o problemático AC. Seria pois o "fecho dum vivíssimo debate" (p. 4) em torno do acossado axioma no âmbito dos fundamentos da matemática, podendo concluir-se — e é com as palavras de Gödel que Real encerra o artigo — que "o axioma da escolha estaria tão bem fundamentado como todos os outros". [20]

nuum hypothesis with the other axioms of set theory are discussed and their importance duly stressed. Reviewer's remark: The author's use of the same letters for sentential as well as for individual variables is a little misleading."

[19]As primeiras traduções de Gödel para língua portuguesa (em Portugal) pertencem a Neves Real (itálico, abaixo). Duas são do ensaio de 1947 e uma outra é da carta que Gödel enviou a Gonseth em 25 Setembro de 1938 (depositada no espólio deste em Lausanne), e que foi lida nos "Entretiens" de Zurique. Real 1951: 7, da carta de Gödel (Gonseth 1941): "*Num curso professado em Viena durante o verão de 1937 fiz a demonstração da não contradição do axioma da escolha. A seguir e pelo mesmo método, consegui provar igualmente a não contradição da hipótese generalizada do contínuo.*" Real 1951: 7–8, do ensaio de 1947 (cf. *CW* 2, 1990: 180): "Assim a ciência matemática possui hoje em dia *uma fundação satisfatória da Teoria dos Conjuntos de Cantor, em toda a integridade da sua creação original*"; e do mesmo ensaio (cf. ibid. nota 2): "*pode agora afirmar-se que, no estado presente do nosso conhecimento, o axioma da escolha está tão bem fundamentado como todos os outros.*" A passagem da carta a Gonseth é repetida *ipsis verbis* por Gomes e Real (1955: 252) e aí se inclui um novo excerto de 1947, relativo ao chamado universo cumulativo dos conjuntos (1955: 253).

[20]A técnica gödeliana fundamental é a de modelo interno: ZF permite a definição de um modelo (interno de conjuntos construtíveis) de ZFC com HGC. Mais tarde, entre 1963 e 1964, alcançou-se a *independência* da HC. Paul Cohen, usando uma técnica diferente da de Gödel, mostra que a negação da HC é consistente com ZFC. A *independência* significa que o contínuo não é

Luís Neves Real nasceu em 1910, sete anos antes de Bernardino, de quem foi professor e amigo. Aos 22 anos licenciou-se em ciências matemáticas (com 18 valores) na Faculdade de Ciências do Porto. É convidado por Sarmento de Beires e Cipião de Carvalho para ocupar um cargo de assistente. Aceita. Cinco anos volvidos, ainda no Porto, conclui engenharia electrotécnica. De 1931 a 1934 lecciona as aulas práticas de mecânica racional e álgebra superior. O contrato oficial com a Universidade do Porto (para segundo-assistente) data de 1933. No ano imediatamente a seguir, em consequência do apoio político manifestado (através de abaixo-assinado) a Abel Salazar, é demitido da academia, tendo regressado ao ensino no Porto apenas em 1942; passados três anos rescinde o contrato para trabalhar no CEMP. Das bolsas e subsídios que solicitou para estudar fora do país, sempre um e o mesmo resultado de volta: recusado. Após a infame ofensiva política de 1947 (Zaluar Nunes, Pereira Gomes e José Morgado, entre outros, foram então depurados politicamente), as suprimidas actividades matemáticas do CEMP foram transferidas para a "Universidade da Rua do Almada", casa de Neves Real (em Lisboa papel dual teve a casa de Hugo Ribeiro: "Universidade do Murtal"). Do vasto conjunto temático dos seus cursos universitários sobressaem as lições em análise, teoria da medida, física matemática e teoria dos conjuntos (leccionadas em 1942–43 e publicadas no ano lectivo seguinte, "Axiomática da teoria dos conjuntos"). Em paralelo (1938–1948), foi engenheiro dos Correios. Colaborou também, entre outras instituições, com a JIM e a SPM.

Do profundo envolvimento de Neves Real nos projectos científicos portuenses, brilha uma relação de respeito, afinidade e admiração incomum — "um verdadeiro acontecimento moral", refere Neves Real (1985: 34) ao evocar a dimensão de Ruy Luís Gomes (de quem Machado teria sido igualmente discípulo) e a quem dedicou vários trabalhos.

demonstrável nem refutável em ZFC. As formulações relevantes de Real ao longo do texto são as seguintes: AC (p. 6): "para todo o conjunto M, cujos elementos são conjuntos P não vazios e sem elementos comuns dois a dois, existe pelo menos um conjunto N, que contém um elemento e um só de cada conjunto P de M."; problema e HC (ibid.): "O *problema do contínuo* consiste em encontrar na escala crescente dos alephs, isto é $\aleph_1, \aleph_2, \ldots$ o lugar ocupado pelo número cardinal $2^{\aleph_0}$, potência do contínuo, isto é número cardinal do conjunto dos números reais. Cantor supunha que ele deveria ser o primeiro aleph não numerável, isto é $\aleph_1$. Daí o designar-se a igualdade $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ por hipótese do contínuo."; HGC (a obtida por Gödel): "[a] hipótese do contínuo [...] é um caso particular da chamada hipótese generalizada de Cantor, segundo a qual todo o número cardinal infinito m é *imediatamente* seguido pelo número cardinal 2^m. [... C]om o auxílio do axioma da escolha [...]: para todo ordinal θ, $\aleph_{\theta+1} = 2^{\aleph_\theta}$."

4 Neves Real e Ruy Luís Gomes

É em co-autoria com Ruy Gomes que, em Março de 1955, Neves Real participa do I congresso português de filosofia em Braga. Apesar da perseguição pidesca a Gomes, que resultou à época em mais de dez detenções (em Junho desse ano, acusado de traição à pátria, é condenado a 18 meses de prisão),[21] ambos compareceram em Braga — Gomes terá proferido a comunicação (Bebiano 2005: 125). Uma das primeiras contribuições portuguesas sobre a moderna lógica e filosofia da matemática — culminando em Gödel — foi assim (em parte) pensada e escrita na prisão.

A conferência intitulou-se "O intuicionismo de Poincaré a Sampaio Bruno"[22] e foi dedicada a Bento Caraça e Edmundo Curvelo (falecido nesse ano

[21]Entre 1945 e 1957, Gomes "é preso mais de dez vezes pela polícia política, agredido, julgado e condenado em Tribunal Plenário" (F. Rosas e Cristina Sizifredo 2011: 53. Cf. ainda Natália Bebiano (coord.), *Ruy Luis Gomes: uma fotobiografia*, Gradiva, 2005; e os blogues de Jorge Rezende sobre Ruy Gomes e Aniceto Monteiro.) Durante o ano de 1954, preso na Colónia Penal em Santa Cruz do Bispo (Matosinhos), Gomes leu *O Brasil mental* de Sampaio Bruno (Bebiano 2006: 13), trabalho que terá sido especialmente discutido com Neves Real.

[22]Em actas o texto obteve uma descrição alongada: "De Poincaré ao intuicionismo actual na crítica dos fundamentos da matemática; Reflexos no pensamento filosófico e matemático português" (cf. *Revista Portuguesa de Filosofia* [*RPF*] 11 (3/4), 1955: 233–255), incluída na secção "Filosofia, suas determinações e problemas", da qual também participaram Delfim Santos e Victorino de Souza Alves — doutor em filosofia e teologia em Roma (1950, depois pela Católica de Braga, "Dialética do espaço e do tempo", 1957), e sócio da Association of Symbolic Logic. Talvez tenham ambos assistido à conferência de Gomes e Real. Certo é que Souza Alves, na sua palestra ("Limites conceituais da filosofia e da matemática", *RPF*: 216–232), após a descrição de "Gödel (1931)" via Evert Beth [em nota: *Les fondements logiques des mathématiques* 1955: 71–75], comenta (p. 230): "[m]as a demonstração do teorema de Gödel não nos parece apodíctica, porque sendo uma tese de metamatemática deve também ser aritmetizada e formalizada, e assim sucessivamente... Logo, também não exclui a sua não-contradição ou seja nada prova!". Isto ilustra a dificuldade em captar o significado matemático dos teoremas. É importante situar o comentário: antes, Alves menciona o problema hilbertiano da consistência da matemática e a seguir (ao comentário transcrito) escreve (ibid.): "Gentzen (1936) veio afirmar, ao contrário de Gödel, que a Aritmética não pode levar a contradição". No âmbito de 1931, portanto, parece assumir-se que a aritmética de Peano [AP] pode levar a contradições (ou é inconsistente); e que Gödel obteve uma espécie de inconsistência aritmética ao infinito, vazia de conteúdo matemático, se comparada com a demonstração de Gentzen. Ora, a *consistência* é uma das condições necessárias dos sistemas formais de 1931; a suposta regressão é travada, pois 1931 "*exclui* a sua não-contradição". (Para uma ramificação infinita de variantes consistentes de AP — "teorias desinteressantes", diz o autor sueco — cf. Torkel Fránzen, *Gödel's theorem*, 2005: 51–54; 133–134.) Por outro lado, ainda de modo simples, o segundo teorema diz que a AP não pode demonstrar a *sua própria* consistência, mas não diz que essa consistência, usando recursos formais diferentes de AP, seja impossível — em 1936 Gentzen mostrou que era possível. Regressando a Braga: não custa imaginar uma discussão sobre Gödel e outras questões de lógica entre Nevel Real, Ruy Gomes, Souza Alves e Delfim Santos. Para outras menções de Alves a Gödel, cf. *RPF*: 10, 1954; 19,

com 40 anos; Caraça falecera 7 anos antes, com 47), que sempre procuraram atrair "a nossa cultura [...] às questões cruciais do debate dos fundamentos" (p. 255). Logo nas primeiras linhas avançam trazer "uma primeira contribuição para o estudo dos reflexos da crise lógico-matemática do final do século passado nas obras dos nossos pensadores, enquadrando-a num relancear de olhos sobre a evolução dessa crise" (p. 233). De Dedekind-Frege-Cantor a Gödel, a palestra é uma viagem histórico-filosófica, matematicamente sustentada e com evocações a Sampaio Bruno, que culmina na interpretação "conciliadora" de três blocos de resultados gödelianos.

No panorama português, "habilitado a argumentar tanto com Galileu e Cauchy como com Cantor e Dedekind", é Sampaio Bruno o exemplo que tomam em mãos. Para Real e Gomes, a actualidade do filósofo (nascido José Pereira de Sampaio) decorre do seu contacto com a aritmetização da análise (através de Jules Tannery, *Introduction à la théorie des fonctions d'une variable* [1886]) e com a teoria dos conjuntos de Cantor (através de Louis Couturat, *De l'infini mathématique* [1896]). Sampaio Bruno é o exemplo escolhido do contemporâneo português que tratou de "problemas do maior interesse para a Matemática e para a Filosofia" (p. 255). A crítica implícita da escolha é a seguinte: Bruno considerava em 1900 o que os cursos de matemática do país persistiam em não querer conhecer passados 50 anos — nem fundamentos nem lógica e menos ainda filosofia da matemática. Ou seja, lida num congresso de filosofia por dois matemáticos expurgados da academia, a comunicação é uma defesa pública da lógica matemática e, em especial, da importância do estudo dos fundamentos no âmbito da recente teoria axiomática dos conjuntos, os objectos — desprezados pelo ensino oficial — da matemática de Gödel.

O ensaio (1955) está dividido em três partes sequenciais: I. "A redução da Matemática à Lógica e a crítica pré-intuicionista" (da década de 1880 a inícios do séc. XX); II. "As antinomias e as suas consequências: as teses logística, intuicionista e metamatemática" (de inícios do séc. XX à década de 30); III. "Superação das antíteses: os resultados de Gödel" (de 1930 a 1940). De notar, por exemplo, a definição fregeana de "número dum conjunto" (p. 240; vs. Russell, p. 244) e a caracterização brouweriana do "primeiro acto do intuicionismo" (pp. 247–248).

Há ainda (pp. 234–238) uma abertura ou prelúdio dedicado a "Sampaio Bruno e o pensamento matemático do seu tempo". Contra o imobilismo solipsista instituído na academia portuguesa, Real e Gomes aproveitam as críticas de *O Brasil mental: Esboço crítico* (1898) e de *A ideia de Deus* (1902) como guias

1963; 21, 1965; 28, 1972; e doutros autores (onde Gödel é apenas nomeado), cf. [*RPF*:] Cassiano Abranches (4, 1947) e Filipe Rocha (30, 1974).

ou motes filosóficos — Bruno abre e fecha o ensaio — para atravessar a crise matemática desses sessenta anos. O também portuense Bruno é considerado em dois modos históricos gerais: ou antecipa horizontes (eg, quando critica "com aguda intuição" uma matemática futura "toda formal e subjectiva") ou reflecte as hesitações dos matemáticos da época (eg, quando critica a existência do "número actualmente infinito").

Na parte III, Gomes e Real (1955: 251–252) procedem à exposição sumária de três blocos de resultados "sensacionais" — 1. teoremas da incompletude; 2. consistência relativa da HGC com ZFC; 3. interpretação da aritmética clássica na intuicionista. A apresentação, apesar de menos desenvolvida, é elaborada em termos semelhantes aos utilizados por Neves Real em 1951 (talvez esta parte tenha sido escrita por Real). A saber:

1. – (p. 251) "Graças à enumeração conveniente do simbolismo da matemática formalizada para as investigações metamatemáticas, Gödel, exprimindo cada proposição metamatemática por uma fórmula aritmèticamente, obtém uma fórmula que, se a matemática não for contraditória, corresponde a uma proposição que é verdadeira mas não demonstrável." Trata-se do primeiro teorema. Em consequência, "[a] verdade matemática e a demonstrabilidade revelam-se noções não equivalentes". Para o dito segundo teorema: "E se a proposição «A matemática não é contraditória» for formalizada na teoria e nele ["simbolismo" referido acima] dedutível, então também o é aquela fórmula, contra a conclusão anterior". As descrições são acompanhadas em notas de rodapé pela mais fina bibliografia da época: Kleene 1952; Mostowski 1952; Barkley [1939]; Weyl 1949; Hilbert & Ackermann 1950).[23]

2. – (p. 252) Os resultados em teoria dos conjuntos são descritos, como fez Real em 1951, através de uma citação de Gödel lida por Gonseth nos "Entretiens" de 1938 — Gödel anuncia que demonstrou "a não contradição do axioma da escolha" e "pelo mesmo método [...] a não contradição da hipótese generalizada de Cantor para o contínuo". *The consistency of the continuum hypothesis* (Harvard U. P., 1940) consta em nota de rodapé (inserida após Gonseth 1941).

[23]Noutro contexto (em suporte do golpe que as modernas formalizações axiomáticas (*a priori*) representaram para a tese kantiana de que os juízos matemáticos são sintéticos), Gomes e Real citam a colectânea *Lógica e teoria do conhecimento*, editada por Joel Serrão e Rui Grácio (ambos cursaram ciências histórico-filosóficas em Lisboa), a qual contém, na reedição de 1962 (p. 107), um extracto textual de uma palestra [1959] de José da Silva Paulo ("O método axiomático"): "o teorema de Gödel [...] afirma que numa teoria formalizada é sempre possível encontrar teoremas/fórmulas acerca dos quais não se pode provar, dentro do sistema, que sejam verdadeiros ou falsos". Silva Paulo, que com Aniceto Monteiro escreveu *Aritmética racional* [1945], foi um dos fundadores da *Portugaliæ* e da *Gazeta*, e em 1951, com Maria Pilar Ribeiro (uma das fundadoras e eleita 1.ª-secretária da SPM), traduz os *Grundlagen der Geometrie* de Hilbert [1899] — trabalho reeditado em 2003, sob org. de Oliveira.

3. – (p. 251) Numa primeira referência portuguesa às contribuições sobre lógica e aritmética intuicionistas, Gomes e Real escrevem: "o mesmo Gödel [que obteve a incompletude, resultado que "os intuicionistas não puderam (...) saborear por muito tempo"] provando que a matemática intuicionista é parte própria da matemática clássica, obteve ainda o surpreendente resultado: [citando S. Kleene (1952)] «se a lógica intuicionista for não contraditória também o é a lógica clássica»."[24]

A exposição de Gomes e Real acerca da obra de Gödel contém pontos históricos e filosóficos interessantes. Do ponto de vista histórico, apresenta Gödel enquanto fundador da lógica moderna. Os resultados obtidos entre a década de 30 e 40 constituiriam um período de "consagração", ou seja, uma espécie de "carta de idoneidade científica" relativa à lógica matemática e ao estudo "do problema dos Fundamentos", "integrando-o assim nos domínios da investigação científica" (p. 236). Gomes e Real mostram, em 1955, ter plena consciência das transformações originadas pelo trabalho de Gödel. Numa segunda consideração histórica, Gödel é apresentado como prossecutor da linha metamatemática concebida por Hilbert. Esta, segundo os autores (p. 249), é uma "nova teoria dedutiva" com base em "métodos estritamente finitistas" ("que po[dem] ser aceites pelos próprios intuicionistas"), a qual procura "encontrar uma prova de que tal formalismo [que "coloca a Lógica (...) lado a lado com a Aritmética"] não pode conduzir a uma contradição." Boa parte das descobertas gödelianas são respostas a problemas formulados pela escola de Hilbert. Acerca do impacto de Gödel nas "excelentes intenções de Hilbert", os autores afirmam-se "[s]ob reserva" (p. 251). (Anos antes, Neves Real (1951: 1–2) escrevera que os objectivos de Hilbert, considerados após Gödel, estariam "em causa".)

O ponto filosófico mais saliente de 1955 é a leitura "conciliadora" dos resultados de Gödel: tratar-se-iam de "esforços de conciliação — de coexistência pacífica" (p. 251); uma "superação de antíteses" (p. 249).

Ao iniciar-se a década de 1930, "o espectáculo oferecido pela matemática na zona que confina com os problemas dos fundamentos continuava a escandalizar por virtude das dúvidas patenteadas dos matemáticos" (pp. 249-250) —

[24] Aludindo a Gödel (1932–1933) e outros, eis o passo de Kleene (*Introduction to metamathematics*, 1952: 497): "Corollary 2 [...] *The classical number-theoretic formal system is simply consistent, if the intuitionistic is.*" (No texto de Gomes e Real acima, a ordem é inversa — 'provando que a matemática *clássica* é parte própria da matemática *intuicionista*'.) Em termos simples, mostra-se que a aritmética clássica é tradutível na aritmética intuicionista. O ónus da consistência passa assim da aritmética clássica para a intuicionista. Note-se ainda que a demonstração de Gödel parte do caso proposicional. Segundo A. S. Troelstra (cf. *CW* 1, 1986: 282–286; que remete para Bernays), Gödel mostrou duas coisas simples: há alternativas metamatemáticas ao raciocínio finitista; os princípios intuicionistas passam além do finitismo.

dúvidas e oposições "de empiristas e intuicionistas" em torno do AC, da indução transfinita ou ainda (destacados Poincaré, Russell e Weyl) à volta do papel das antinomias (Burali-Forti, Frege) e definições impredicativas. Ora, depois dos resultados de Gödel, que ainda relacionou a aritmética e lógica clássicas com as de tipo intuicionista, podia agora esperar-se o uso apaziguado do AC e, em sentido lato, da abordagem axiomática dos conjuntos. Mas o que é conciliado ou superado pelos "enunciados desnorteantes [dos] teoremas obtidos por Gödel" (p. 251)? Gomes e Real não escondem que a interpretação filosófica da incompletude é controversa; mas de imediato, seguros no "carácter radicalmente não ontológico das matemáticas", declaram que as preocupações metafísicas, ainda que interessantes, são "[hoje] exteriores" à matemática (p. 254). Assim que "os pontos de vista extramatemáticos" — eg, dos citados empiristas e intuicionistas — se tornam "algoritmos matemáticos", a "práxis [ou codificação gödeliana] decide" (p. 252). O "problema dos fundamentos", em suma, de tema de discussões passou a problema de matemática. Vinca-se, portanto, a ideia (já à pele do ensaio de Real em 1951) acerca do papel transformador que Gödel desempenhou dentro da (lógica) matemática, não no sentido céptico ou renunciador que à primeira vista os resultados imprimem, dizem Gomes e Real, mas justamente ao contrário, conduzindo antes "a futura síntese da teoria dos fundamentos" (p. 251). É um olhar optimista, em contacto com o optimismo racionalista de Gödel.

Três pontos adicionais. O primeiro é acerca da nova disciplina de lógica matemática: apontar que a sua consagração completa ocorreu após a segunda guerra mundial; e mais importante, segundo Feferman ("Kurt Gödel: conviction and caution", 1984: 546), é fazer notar que essa maturação é alcançada (em adição à obra de Gödel) com a análise dos conceitos fundamentais de verdade e computabilidade — Parsons (2014: 96) acrescenta a "demonstração de resultados de indecibilidade", como a da lógica de primeira-ordem.

Segundo: alongando a interpretação conciliadora de Gomes e Real, pode dizer-se que Gödel procurou ser um filósofo concertante. Por um lado, como relatou a Hao Wang (1996: 235), revela-se cauteloso, apenas publicando as partes menos controversas da sua filosofia — Wang (ibid.) diz que Gödel sempre se esforçou por apresentar as suas ideias de tal forma que pessoas com diferentes perspectivas as pudessem apreciar (de diferentes maneiras). Por outro lado, o aspecto concertante — agora ambicioso — também se verifica de um ponto sistemático, ie, o seu ideal de filosofia rigorosa recupera as raízes racionalista e optimista das tradições pré-leibniziana e leibniziana, as quais tentaram ligar a metafísica e a teologia numa visão unificada do mundo.[25]

[25] Para as frases de Gödel, cf. Wang 1996: 235. Um outro célebre trabalho de Gödel, exemplo da

O último e terceiro ponto. A exposição de Gödel feita por Ruy Gomes e Neves Real está orientada para a descrição matemática, separada de aspectos filosóficos. Porém, nos ensaios da década de 40, Gödel expressa teses e argumentos realistas robustos acerca da matemática (relativos à teoria dos conjuntos e seus objectos) — na década de 70 relata a Wang que a concepção objectivista da (meta)matemática e do raciocínio transfinito, uma esclarecida "atitude epistemológica", foi fundamental para o seu trabalho matemático.[26] O comentário de Gödel a Wang é posterior a 1955, mas os ensaios filosóficos sobre a lógica de Russell e o contínuo de Cantor já existiam (respectivamente, 1944 e 1947; ainda sem o suplemento filosófico de 1964). Um excerto do ensaio de 1947 (relativo à noção de universo cumulativo dos conjuntos) é aliás traduzido por Gomes e Real (1955: 253).[27]

Consciente ou não (a recensão de Bernays (*JSL* 11, 1946: 75–79) contém uma discussão filosófica de 1947), o platonismo matemático de Gödel podia ter sido visitado sem dano para a leitura conciliadora de Gomes e Real. A respeito de fundamentos, a análise epistemológica (a filosofia) é inescapável. Numa palestra de 1933 ("The present situation in the foundations of mathematics", *CW* 3, 1995: 45–53), Gödel diz que o problema dos fundamentos da matemática (relativos à totalidade de métodos formais usados pelos matemáticos) tem duas partes distintas: *i.* reduzir os axiomas e as regras primitivas de inferência ao mínimo, descrevendo-os com a máxima precisão; e *ii.* de algum modo, justificar tais axiomas e regras. Até aos anos 30, a situação da primeira parte, declara Gödel, foi resolvida pela conhecida "formalização" matemática, mas a justificação teórica, a segunda parte do problema, continua por alcançar — são aí (pp. 49–50) indicados os três "pontos fracos" nos axiomas de então, as noções de "exis-

sua busca filosófica rigorosa e concertante, é a sua contribuição axiomática [1970, iniciada em 1941] para os estudos dos argumentos ontológicos, onde se deduz que 'necessariamente, Deus existe'. Cf. o apêndice B de *CW* 3, 1995: 429–437. Esforços computacionais recentes (Christoph Benzmüller e Bruno Paleo, "Formalization, mechanization and automation of Gödel's proof of God's existence", 2013) sugerem que o argumento de Gödel é formalmente válido.

[26] O contraste implícito visa as posições metamatemáticas da então dominante escola de Hilbert, vistas de forma *estritamente* formalista, interpretação repudiada, aponta Parsons (2014: 189–190), por Paul Bernays desde 1930. As passagens relevantes de Gödel são reproduzidas em Wang 1974: 8–10.

[27] Eis o excerto de "What is Cantor's continuum problem?" (cf. *CW* 2, 1990: 180): "Na medida em que ocorrem e são necessários os conjuntos na Matemática (pelo menos na Matemática de hoje, incluindo toda a teoria dos conjuntos de Cantor) [...] isto é na medida em que conjunto é qualquer coisa que se obtém dos inteiros (ou quaisquer outros objectos bem definidos) por iteração, finita ou transfinita, da operação «conjunto de» — e nada se define dividindo a totalidade de todas as coisas existentes em duas classes — nunca se chegou a qualquer antinomia fosse de que natureza fosse; ou, por outras palavras, o uso perfeitamente «ingénuo» e não crítico do conceito de «conjunto» tem-se até hoje revelado consistente."

tência não-construtiva", "classe" e "o axioma da escolha". Homenageando as reservas de Sampaio Bruno quanto ao infinito, em desfecho filosófico, Gomes e Real encerram a palestra dizendo que mesmo as "modernas axiomatizações («humildes») da teoria dos conjuntos" (p. 254) incluem um axioma (expresso ou equivalente) garantindo a existência de um conjunto infinito.

Passados trinta anos certos da palestra-tornada-ensaio de 1955, e um ano após o falecimento do mestre Ruy Luís Gomes, Luís Neves Real — que acrescentava aos seus interesses espectaculares o cinema (ver, por exemplo, *Cartas abertas aos senhores deputados da nação. Em defesa do cinema*, 1955) — morreu. Corria o ano de 1985.

5 Conclusão: Influências gödelianas

Paolo Mancosu (2004: 117) escreve que após a revelação pública do primeiro teorema de Gödel em Königsberg, em Setembro de 1930, as notícias correram depressa: Nöbeling informou Menger; Courant e Schur informou Bernays; von Neumann conta a Herbrand, que por sua vez conta a Behmann.

De obras influentes para a transmissão gödeliana em Portugal, F. Gonseth 1941 (que viria a ser um dos professores de Ribeiro em Zurique) e M. Black 1933 (livro preparado durante um ano em Göttingen) aparecem, entre alguns estudiosos portugueses, como possíveis primeiros transmissores ou livros de iniciação. Igualmente relevante parece ter sido a versão inglesa de um livro escrito por Hermann Weyl (antigo aluno de Hilbert), *Philosophy of mathematics and natural science*, o qual contém um apêndice histórico e filosófico — centrado nas descobertas gödelianas (1931, 1940) — sobre a estrutura moderna da matemática (1949: 17 pp.). No âmbito da incompletude, Weyl é citado em texto por Real (1951: 2) e em nota de rodapé por Gomes e Real (1955: 252).

Para as descobertas em teoria dos conjuntos, a colectânea editada por Gonseth 1941 — *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques* — é a fonte utilizada (ou uma das utilizadas) por Caraça [1942], Real (1951), e Gomes e Real (1955). Neste último, uma nota de rodapé contém Gödel 1940, referência também incluída no texto de Real 1951, mas a frase traduzida para português (em 1955 e 1951) é de uma carta de Gödel (enviada a 25 de Setembro de 1938) a Gonseth. Após sintetizar a incompletude, Machado (1944) reproduz citações bibliográficas completas de Gödel 1931 e de Skolem [1941], este integrado na colecção de Gonseth — as comunicações de Gonseth, Fréchet, Lukasiewicz, Lebesgue, Pólya, Sierpinski, Bernays e Finsler (estas últimas três tratam de resultados de Gödel) foram publicadas nesse mesmo volume.

Machado parece ter feito uso dedicado do livro de Max Black 1933 — *The na-*

ture of mathematics. A critical survey — que propõe uma vista actualizada das correntes formalista e intuicionista, tentando, ao mesmo tempo, uma exposição crítica dos *Principia Mathematica*; há uma nota (2 pp.) sobre os teoremas de Gödel na secção dedicada ao formalismo. A obra resulta de uma oportunidade que Black pôde aproveitar mas Machado não: ter uma bolsa para estudar em Göttingen (onde estava, nesse ano de 1932, Hermann Weyl). Apesar de Barros Machado não indicar a completude semântica publicada por Gödel em 1930, e desse resultado também não ser tratado por Black (sendo apenas listado na bibliografia; Quine 1940 repete estas opções), ou de apontar um resumo histórico similar ao de Black, Machado inclui na sua bibliografia, "para um conhecimento mais profundo do assunto", Hilbert & Ackermann (1939) e Quine 1940.

Também Edmundo Curvelo leu Black 1933, recomendando-o aos seus alunos ("um livro muito importante"), numa aula de lógica em 1949, no seguimento de uma menção a lógicas trivalentes e a Brouwer.[28]

Além da partilha de periódicos especializados (eg, *JSL*) e correspondência internacional — eg, Monteiro, Gomes, Delfim, Ribeiro e Curvelo alcançaram amplas redes de contactos com lógicos, matemáticos e filósofos no estrangeiro —, alguns cursos, palestras e seminários conseguiram compensar os desamparados estudos de lógica em Portugal.

As comunicações de Caraça sobre o infinito, os cursos (um deles sobre teoria dos conjuntos) de Neves Real, bem como as lições de Ruy Gomes (conhecedor das questões do positivismo lógico por influência de Abel Salazar) e os seminários de Aniceto (que em 1933, em Paris, se iniciara no estudo da lógica moderna e que ainda nesse ano assistiu ao seminário de Gaston Julia sobre grupos e álgebras [cf. blogue de J. Rezende], onde participaram André Weil, Jean Dieudonné e outros futuros membros do grupo Bourbaki), contribuíram para despertar em jovens matemáticos e engenheiros — como tornou manifesto Bernardino — um interesse incomum pela nova lógica. (Também diplomado em engenharia mecânica (1908), Wittgenstein transferiu o seu interesse por aeronáutica, enquanto lia Russell e Frege, para problemas de lógica e fun-

[28]Curvelo, então professor na Fac. de Letras em Lisboa, aconselha Black, a par de uma obra "mais acessível": Fausto Toranzos, *Introducción a la epistemología y fundamentación de la matemática* [1943]; e para o estudo da noção de verdade: Léon Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique* [1912] e Federigo Enriques, *L'évolution de la logique* [1926]. Numa carta a Delfim Santos (10 Novembro 1951), aponta a posição fundamental de Gödel 1931 no âmbito da lógica moderna: "Infelizmente, escandaliza que alguém que não sabe o que é um operador seletivo se pronuncie sobre problemas de física nuclear, mas não escandaliza que se pronuncie sobre os problemas da lógica simbólica aquele que não sabe o que seja uma lógica modal ou que nunca ouviu falar do Teorema de Gödel." Cf. Manuel Curado e José Alves 2013: p. 169 [Black], 335 [Gödel].

damentos da matemática.) Entre filósofos — eg. Delfim, Curvelo, Lourenço: leitores massivos —, papel correspondente tiveram as lições de Vieira de Almeida em Lisboa.

Do que aqui pôde brilhar de Gödel — percorrendo as revistas portuguesas, criadas ao tempo da primeira geração de estudiosos de lógica moderna no país — é-se levado às notas lógico-matemáticas do esclarecido Bernardino de Barros Machado (1944) e especialmente aos ensaios expositivos, com Ruy Luís Gomes, do gödeliano Luís Neves Real (1951, 1955); trabalhos estes em linha com H. Weyl (1949, apêndice A) ou E. Nagel & J. R. Newman (1956, "Gödel's proof"), e que se fossem escritos em língua inglesa talvez tivessem alcançado a atenção que mereciam.

Os resultados mais elaborados são 1931 e 1940. A surpresa é a breve descrição (Gomes e Real 1955: 251) das contribuições sobre o intuicionismo. Não há referências explícitas à completude do cálculo de predicados;[29] aparentemente, a excepção implícita é Neves Real (1951: 1) quando assinala a notoriedade "dos resultados que [Gödel] obteve em 1930 e 1931". Lembre-se que Quine 1940 e Black 1933 não tratam a completude. O silêncio não significa desconhecimento. Pelo menos entre os nossos autores (sem discutir aqui as razões do seu reconhecimento gradual), o eclipse da completude teve talvez causas simples: a novidade técnica e o impacto de 1931 e 1940 eram sensacionalmente imediatos.

Continuando a busca, dos pioneiros Barros Machado, Neves Real e Ruy Gomes chega-se a outros estudiosos e primeiros conhecedores de Gödel, aqui reflectidos: Delfim Santos (1939), Bento Caraça [1942], Sebastião e Silva (1985 [1944]), Edmundo Curvelo [1951], Souza Alves (1955), Silva Paulo (1962 [1959]), Hugo Ribeiro (1969) e Antunes Monteiro (1981 [1973]). Três pontos em tangente. Primeiro, com a excepção de Caraça (em 1942, no ISCEF) e Curvelo (1951, FLUL), estavam todos (ao tempo das respectivas referências) à margem do ensino oficial das universidades portuguesas, o que impedia alguma estabilidade temporal e geográfica, necessárias para criar movimentos ou escolas de lógica no país. Mas mesmo essas posições não perduraram: Caraça foi demitido em 1946 e faleceu dois anos depois, e Curvelo morreu em Janeiro de 1954. Segundo, excluindo Ribeiro (em 1969, *full professor* na Pensilvânia, onde ensinava eg, lógica e teoria dos conjuntos), todos dedicados não-especialistas ou (ainda que em graus diferentes) estudiosos de "esforço autodidacta imperfeito e dificílimo"

[29]Em essência, toda a fórmula universalmente válida (verdadeira em todos os modelos da lógica de primeira ordem) é formalmente dedutível — um problema deixado em aberto por Hilbert & Ackermann (1928). Isto significaria, segundo Wang (1996: 73), "o fecho bem sucedido da procura por uma formulação satisfatória do que Gödel chama de 'a lógica para a mente finita'".

(Real *dixit*, 1951). Esse autodidactismo significava *dispersão* e *descontinuidade* de esforços. Dos autores referidos, apenas S. Silva (Lisboa) e Alves (Braga) puderam dar alguma continuidade aos seus conhecimentos lógicos no país. (Seria interessante estudar (existindo) a correspondência entre ambos.) Uma certa regularidade e proximidade de contactos, bem como a disponibilidade de informação actualizada, foram aspectos determinantes para o surgimento de textos mais elaborados sobre Gödel: no Porto, durante os anos 40 e até à partida forçada de Ruy Gomes para a Argentina em 1958, surgem Machado 1944, Real 1951 e 1955 com Gomes; em Lisboa, no início dos anos 70, após o seminário de Asenjo e a "pequena tertúlia" de lógica, surge Monteiro [1973]. (Seria interessante estudar as visitas de matemáticos e lógicos estrangeiros entre as décadas de 40 e 70.) Terceiro, estas notas evidenciam alguns dos pioneiros de Gödel publicados em periódicos especializados até à década de 70: por caminhos mais largos, outros autores e referências haverá por redescobrir.[30]

Formado em Zurique e com uma carreira em lógica nos EUA (Berkeley, Nebraska e Pensilvânia), Hugo Ribeiro teria de ser um desses primeiros portugueses a estudar Gödel. E assim foi. Além do artigo de 1969, há pelo menos quatro *reviews* no *JSL* que contêm referências gödelianas (cf. 1945, 1947, 1952, 1959). (Ribeiro talvez tenha assistido à conferência de Gödel sobre resultados

[30] A extensa "Bibliografia de lógica em Portugal no século XX", reunida por Manuel Curado, contém quase 200 referências. A temática é analisada pelo mesmo autor em "O destino trágico da lógica portuguesa no século XX", *Diacrítica* 15, 2000: 397–431. No que diz respeito à "obra de Gödel", aponta-se uma "surpreendente [...] ausência de reflexão e debate", agravada entre aqueles que se "dedicavam à filosofia em Portugal" (p. 407) — o ponto é aliás geral, aplicando-se às "linhas que marcaram a lógica" no séc. XX (ibid.). Ora, Machado, Real, Gomes e Monteiro *beneficiaram* da discussão de interesses coincidentes em pelo menos duas redes: Machado-Real-Gomes e S. Monteiro-A. Monteiro-Oliveira(-Asenjo); e foram publicados em revistas e actas com alguma circulação nos seus meios (Porto, Braga e Lisboa). Mais: Machado 1944 e Real 1951 obtiveram menções internacionais (*JSL*, *Zentralblatt*). Talvez "ausência" signifique que o que se produziu sobre os resultados de Gödel (eg, o conjunto de referências citado acima) foi escasso e orientado para a exposição informal ou pedagógica. Mas pode isso surpreender num terreno lógico impreparado e sitiado até à década de 1970? De acordo com os testemunhos de Real, Gomes, Lourenço e Oliveira, nos anos 50 e 60, fundamentos da matemática ou metamatemática eram assuntos desconhecidos do ensino superior oficial. Quanto aos que se "dedicavam à filosofia", encontram-se (no âmbito dos autores citados) mais matemáticos e engenheiros do que filósofos (Delfim, Curvelo e Alves). Uma resposta completa à relação lógica-filosofia durante o séc. XX depende, porém, de estudos detalhados sobre a situação da lógica a partir dos anos 70, começando por explorar os contributos e a influência de Manuel Lourenço entre filósofos. Ainda assim, para conhecer Gödel, o mais relevante talvez não tenha sido a origem da formação (filosofia ou outra) mas sim a proximidade à lógica matemática, eg, Delfim em Viena. Por outras palavras, pode ser-se matemático sem ter interesse por tal área, mas dificilmente se pode apreciar Gödel sem se reconhecer o significado de Hilbert e das investigações metamatemáticas em geral.

cosmológicos a 31 de Agosto de 1950, realizada no congresso internacional de matemáticos, Cambridge (EUA); no dia seguinte, Ribeiro apresentaria "On lattices of abelian groups with a finite basis".)

O destaque, contudo, vai para a recensão de *Sentences undecidable in formalized arithmetic: an exposition of the theory of Kurt Gödel* (cf. *Scripta Matematica* 21 (1), 1955: 68–69). Trata-se da exposição técnica, hoje clássica, escrita pelo polaco Andrzej Mostowski (1952), aluno em Varsóvia de (entre outros) Lukasiewicz, Sierpinski, Lindenbaum e Tarski, quem na realidade orientou a sua tese de 1939 — a chamada escola lógica polaca (Varsóvia e Lviv) contava já (ao iniciar a década de 40) mais de 30 anos. Sobre o livro, Ribeiro conclui: "[...] it is far more than a skillful exposition of known results and methods, as it includes and develops the author's original theory of ℓ-definability."

O que alguns (como Ribeiro) aproveitaram era, de facto, o método mais eficaz para se conhecer os novos resultados e métodos lógicos: sair do país. Eficaz mas muito difícil, como se percebe pelo relato do caso de Barros Machado e pelas seis bolsas repetidamente rejeitadas a Neves Real.

Grosso modo, até meados de 1980, há quatro períodos de estudos lógicos modernos além fronteiras: anos 30 — Paris, Aniceto Monteiro; Viena e Berlim, Delfim Santos; Nancy, J. Ribeiro de Albuquerque; anos 40 — Zurique, Hugo Ribeiro; Roma, Sebastião e Silva, J. R. Albuquerque, Souza Alves; anos 60 e inícios dos 70 — Oxford, Manuel Lourenço; Leeds, Franco de Oliveira; anos 70 e inícios dos 80 — Londres, Luiz Moniz Pereira e Amílcar Sernadas; Oxford, Narciso Garcia. Estes momentos formativos convergem em duas gerações (30–40 e 70–80) de especialistas de lógica no país.

No regresso a Portugal, 30 anos após os primeiros esforços "dificílimos", a nova geração inicia linhas sistemáticas de ensino e investigação dedicadas à lógica moderna (direccionadas à filosofia e à computação), incluindo, obviamente, o trabalho de Gödel. Eis, em esboço, o caso em Lisboa, de meados de 1970 a inícios dos anos 80: Lourenço (cf. 2004: prefácio) na Faculdade de Letras; Oliveira (cf. 1979–80) na Faculdade de Ciências; Moniz Pereira na Universidade Nova; Sernadas e Garcia no Instituto Superior Técnico.

Em vantagem sobre a geração de 30–40, os lógicos portugueses de 70–80 puderam aproveitar um país livre de ditadura, uma academia em abertura e expansão, e a maturação florescida da lógica matemática, um domínio de investigação transformado e influenciado — em todas as direcções — por K. F. Gödel.

Agradecimentos

Estou muito grato por todas as sugestões, comentários e apoio que recebi ao longo deste trabalho. Em particular, gostaria de agradecer a António Luís Machado, António J. Antunes Monteiro, Augusto Franco de Oliveira, Carlos Correia de Sá, Carola Meierrose, Fábio Bertato, Henrique Leitão, Ítala D'Ottaviano, João Caramalho Domingues, João Dionísio, José Moreira Araújo, Manuel Arala Chaves e Reinhard Kahle. Agradeço ainda a leitura e os comentários de um árbitro anónimo. A Fernando Ferreira e a Luís Saraiva, os meus agradecimentos especiais.

Referências

Albuquerque, R. R., "José Ribeiro de Albuquerque", *Gazeta de Mat.* 163, 2011: 40–46.

Almeida, F. V. de, *Obra filosófica*, org. J. Serrão e R. Fernandes, F. C. Gulbenkian (Lisboa), 1986–8.

Alves, V. de S., "Limites conceituais da filosofia e da matemática", *Rev. Port. de Filosofia* [*RPF*], 11 (3/4), 1955: 216–232.

Bebiano, N. (coord.), *Ruy Luis Gomes: uma fotobiografia*, Gradiva, 2005.

Bebiano, N., "Ruy Luís Gomes: vida e obra", *Gaz. Mat.* 151, 2006: 6–16.

Benzmüller, C., e B. Paleo, "Formalization, mechanization and automation of Gödel's proof of God's existence", in `http://arxiv.org/abs/1308.4526`, 2013.

Bernays, P., review (Gödel "Russell's mathematical logic"), *JSL* 11, 1946: 75–79.

Black, M., *The nature of mathematics. A critical survey*, Routledge, 1933.

Bruno, S., *O Brasil mental: Esboço crítico*, Livraria Chardron (Porto), 1898.

Bruno, S., *A ideia de Deus*, Lello & Irmão (Porto), 1902.

Caeiro, F. G., "Vieira de Almeida e a filosofia em Portugal", in N. Nabais (ed.), *Vieira de Almeida (1888–1988): colóquio do centenário*, Dep. Filosofia FLUL, 1991.

Caraça, B., "Aspectos do conceito de infinito — cartaz e manuscritos preparatórios", in http://www.casacomum.org/, Arquivo & Biblioteca da Fundação Mário Soares, pasta 04399.018 (documentos doados por João Caraça), 1942.

Carvalho, M., "Delfim Santos: cartas inéditas a Henri Bergson", in M. Castro e M. Carvalho (eds.), *Horizontes do conhecimento. Estudos em homenagem a José Luís Brandão da Luz*, CEF U. Açores, 2015: 303–328.

Creath, R. (ed.), *Dear Carnap, Dear Van: The Quine-Carnap correspondence and related work*, U. California Press (Berkeley), 1990.

Curado, M., "O destino trágico da lógica portuguesa no século XX", *Diacrítica* 15, 2000: 397–431.

Curado, M., "Bibliografia de lógica em Portugal no século XX", in http://cvc.instituto-camoes.pt/filosofia/1910l.html, Centro Virtual Camões.

Curado, M., e J. Alves, *Um génio português: Edmundo Curvelo 1913–1954*, Imprensa da U. Coimbra, 2013. (Contém Curvelo [1951].)

Dawson Jr., J., "Completing the Gödel-Zermelo correspondence", *Historia Math.* 12 (1), 1985: 66–70.

Dawson Jr., J., *Logical dilemmas: The life and work of Kurt Gödel*, A. K. Peters, 2005 [1997].

Feferman, S., "Kurt Gödel: conviction and caution", *Philosophia Naturalis* 21 (2/4), 1984: 546–562.

Ferreira, F., (org.) *Kurt Gödel (1906–2006)*, *Boletim* da SPM 55, 2006. Artigos de F. Ferreira ("A matemática de Kurt Gödel"), S. Feferman ("Vida e carreira", tradução de Ana Sampaio), Franco de Oliveira ("Kurt Gödel, Viena"), R. Kahle ("Os teoremas de incompletude de Kurt Gödel"), L. Moniz Pereira ("Gödel e a computabilidade") e M. S. Lourenço ("Um filósofo da evidência").

Fitas, A. J. S., "A influência da Escola de Viena em Portugal no período entre guerras", *Delfim Santos Studies* 1, 2013: 23–52.

Floyd, J., e H. Putnam, "A note on Wittgenstein's 'Notorious paragraph' about the Gödel theorem", *The Journal of Philosophy* 97, 2000: 624–632.

Fránzen, T., *Gödel's theorem: An incomplete guide to its use and abuse*, A. K. Peters, 2005.

Gentzen, G., "Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie", *Math. Annalen* 112, 1936: 493–565.

Gödel, K., *Kurt Gödel: Collected works*, 5 vols. [*CW* 1–5] org. S. Feferman et al., Oxford U. P., 1986–2003.

Gödel, K., *Maxims and philosophical remarks*, vol. X [1943 Mar.–1944 Jan.] of the Max Phil Notebooks. G. Crocco et al. (eds.); E.-M. Engelen et al. (transcription), 2017. Online: hal-01459188.

Gödel et al., K., *O teorema de Gödel e a hipótese do contínuo*, trad. M. Lourenço, F. C. Gulbenkian, 2009 [1979].

Godinho, V. M., *Razão e história. Introdução a um problema*, Lisboa, 1940 [tese lic.].

Godinho, V. M., *Esboços sôbre alguns problemas da lógica*, Coimbra Editora, 1943.

Gomes, R. L., e L. Neves Real, "De Poincaré ao intuicionismo actual na crítica dos fundamentos da matemática; Reflexos no pensamento filosófico e matemático português", *RPF* 11 (3/4), 1955: 233–255.

Gonseth, F., *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques, 6–9 décembre 1938*, S.A. Leemann Frères & Cie., 1941.

Grattan-Guinness, I., "In memoriam Kurt Gödel: His 1931 correspondence with Zermelo on his incompletability theorem", *Historia Mathematica* 6, 1979: 294–304.

Grattan-Guinness, I., "The reception of Gödel's 1931 incompletability theorems by mathematicians, and some logicians, to the early 1960s", in M. Baaz et al. (eds.), *Kurt Gödel and the foundations of mathematics*, Cambridge U. P., 2011: 57–74.

Guimarães, A. A., *Vida e obra do Professor José Sebastião e Silva*, Fac. Ciências Porto, 1972.

Hilbert, D., e W. Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik*, Springer, 1928 [rev. 1938; trad. inglesa de L. Hammond e G. Leckie, *Principles of mathematical logic*, 1950].

Hilbert, D., e P. Bernays, *Grundlagen der Mathematik*, Springer, 1934/1939 [I/II].

Kleene, S. C., *Introduction to metamathematics*, North-Holland Pub. Co., 1952.

Kneale, W., e M., *O desenvolvimento da lógica*, trad. M. Lourenço, F. C. Gulbenkian, 1972 [1962].

Lourenço, M. S., *Ludwig Wittgenstein: A análise da linguagem na investigação dos fundamentos: Uma exposição evolutiva de alguns conceitos básicos*, Lisboa, 1964 [tese lic.].

Lourenço, M. S., "Prof. Delfim Santos", *O Tempo e o Modo* 43–44, 1966: 1095–1098.

Lourenço, M. S., *Teoria clássica da dedução*, Assírio & Alvim, 1991.

Lourenço, M. S., *Os elementos do programa de Hilbert*, CFUL, 2004.

Lourenço, M. S., *Acordar para a lógica matemática*, CFUL, 2006.

Lourenço, M. S., "Entrevista com o Professor M. S. Lourenço (por Nuno Nabais)", *Kairos* 1, 2010: 97–120.

Lourenço, M. S., e M. Tamen, "Entrevista com M. S. Lourenço", in A. Feijó & M. Tamen (eds.), *A teoria do programa: Uma homenagem a Maria de Lourdes Ferraz e a M. S. Lourenço*, Programa em teoria da literatura (Lisboa), 2007: 313–64.

Machado, B. B., *O ensino da engenharia na Universidade do Porto*, U. Porto, 1942.

Machado, B. B., "David Hilbert", *Gaz. Mat.* 14, 1943: 1–2.

Machado, B. B., "Lógica matemática — indicações bibliográficas", *Gaz. Mat.* 19, 1944: 14–16.

Mancosu, P., review (*CW* 4–5), *Notre Dame Journal of Formal Logic* 45 (2), 2004: 109–125.

Monteiro, A. J. A., "Sobre o teorema de Gödel", *Ciência* 1 (2–3), 1981: 21–43.

Morgado, J., "Curriculum Vitae de Luís Neves Real", *Boletim* da SPM 11, 1988: 21–24.

Morgado, J., *Para a história da SPM* [1995, CMUC (Coimbra)]; disp. em Jaime Carvalho e Silva, `http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/indexhspm.html`.

Mostowski, A., *Sentences undecidable in formalized arithmetic: An exposition of the theory of Kurt Gödel*, North-Holland Pub. Co., 1952.

Murphey, M., *The development of Quine's philosophy*, Springer, 2012.

Nagel, E., e J. R. Newman, "Gödel's proof", *Scientific American* 194, 1956: 71–86.

Nagel, E. et al. (eds.), *Logic, methodology and philosophy of science: Proceedings*, Stanford U. P., 1962.

Oliveira, A. J. F. de, *Lógica elementar: Introdução à lógica matemática*, AEFCL, 1979–80.

Oliveira, A. J. F. de, "Os lógicos de Letras", *Kairos* 1, 2010: 121–128.

Oliveira, A. J. F. de, "José Sebastião e Silva e a lógica matemática — pioneirismo e actualidade", in `http://www.sebastiaoesilva100anos.org`, 2015.

Parsons, C., *Philosophy of mathematics in the twentieth century. Selected essays*, Harvard U. P., 2014.

Paulo, J. D. da S., "O método axiomático" [palestra de 1959], in J. Serrão e R. Grácio (eds.), *Lógica e teoria do conhecimento*, Sá da Costa (Lisboa), 1962 [1.ª ed., 1954].

Queiró, J. F., "José Anastácio da Cunha: Um matemático a recordar, 200 anos depois", *Boletim* da SPM 29, 1994: 1–18.

Quine, W. V., *Mathematical logic*, Harvard U. Press, 1981 [1940].

Quine, W. V., "Autobiography of W. V. Quine", in L. Hahn & P. Schilpp (eds.), *The philosophy of W. V. Quine*, Southern Illinois U., 1987.

Real, L. N., "Kurt Gödel e os problemas dos fundamentos da matemática e a teoria dos conjuntos", *Gaz. Mat.* 48, 1951: 1–8.

Real, L. N., *Cartas abertas aos senhores deputados da nação: Em defesa do cinema*, Cine-Clube do Porto, 1955.

Real, L. N., "Testemunho", *Boletim* da SPM 8, 1985: 33–40.

Rezende, J., `http://antonioanicetomonteiro.blogspot.pt` e `http://ruyluisgomes.blogspot.pt/`.

Ribeiro, H. B., review (L. Goodstein, "On the restricted ordinal theorem"), *JSL* 10 (3), 1945: 104–105.

Ribeiro, H. B., review (Quine, *Os Estados Unidos e o ressurgimento da lógica. A vida intelectual nos Estados Unidos*), *JSL* 12 (1), 1947: 26.

Ribeiro, H. B., recensão (Helmut Hasse, *Höhere Algebra I–II*), *Gaz. Mat.* 49, 1951: 28.

Ribeiro, H. B., review (E. Beth, *La existencia de los entes matematicos. Notas y estudios de filosofia*, trad. R. Rojo), *JSL* 17 (4), 1952: 287–288.

Ribeiro, H. B., review (A. Mostowski, *Sentences undecidable in formalized arithmetic*), *Scripta Matematica* 21 (1), 1955: 68–69.

Ribeiro, H. B., review (N. da Costa & L. Barsotti, "Kurt Gödel e os problemas da matemática atual"), *JSL* 24 (3), 1959: 272–273.

Ribeiro, H. B., "Linguagens elementares e estruturas matemáticas", *Gaz. Mat.* 113, 1969: 1–8.

Ribeiro, H. B., "Actuação de António Aniceto Monteiro em Lisboa entre 1939 e 1942", *Portugaliæ Math.* 39, 1980: v–vii.

Ribeiro, H. B., *Colecção de Hugo Ribeiro 1910–1988: Espólio N69*, Biblioteca Nacional de Portugal.

Rosas, F., e C. Sizifredo (textos e org.), *Depuração política do corpo docente das universidades portuguesas durante o estado novo (1933–1974)*, Comissão organizadora da homenagem aos docentes demitidos das universidades pelo estado novo, 2011.

Santos, D., *Situação valorativa do positivismo*, [Berlim] 1938.

Santos, D., *Da filosofia*, Imprensa Portugesa (Porto), 1939.

Saraiva, L., "A década prodigiosa da matemática portuguesa: Os começos da SPM (1936–1945)", *Revista Brasileira de Hist. da Mat.* 11 (23), 2011: 73–98.

Silva, S., "A lógica matemática e o ensino médio [I–III]", *Gaz. mat.* 5, 6 e 7, 1941: [resp.] 1–4, 3–7 e 3–4.

Silva, S., "Sugli automorfismi di un sistema matematico qualunque", *Commentationes, Pontificia Academia Scientiarum* IX (9), 1945: 327–357. Tradução inglesa, revisão e notas de F. de Oliveira: "On automorphisms of arbitrary mathematical systems", *History and Philo. of Logic* 6 (1), 1985: 91–116.

Silva, S., "As funções analíticas e a análise funcional", *Portugaliæ Math.* 9, 1950: 1–130.

Silva, S., "Bento Caraça", *Diário de Lisboa*, 25 Junho 1968: 19–20.

Silva, S., *Obras de José Sebastião e Silva* I, INIC, 1985. (Contém "Para uma teoria geral dos homomorfismos" [1944].)

Stadler, F., *The Vienna circle*, Springer, 2015.

Wang, H., *From mathematics to philosophy*, Routledge and Kegan Paul (London), 1974.

Wang, H., *A logical journey: From Gödel to philosophy*, MIT Press (Cambridge, MA), 1996.

Weyl, H., *Philosophy of mathematics and natural science*, Princeton U. P., 1949 [ed. aumentada e trad. inglesa do original de 1927, *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*, Leibniz Verlag (München)].

From Hilbert to Bourbaki

Reinhard Kahle
CMA and DM, FCT, Universidade Nova de Lisboa, Portugal
kahle@mat.uc.pt

Resumo: David Hilbert foi a figura dominante na matemática na primeira metade do século XX; o mesmo pode ser dito para Bourbaki — o pseudónimo de um grupo de excelentes matemáticos franceses — em relação à segunda metade do século XX. Neste artigo discutimos de que forma Bourbaki pode defender o título de herdeiro de Hilbert com respeito à sua filosofia (implícita) de matemática.

Abstract David Hilbert was the dominant figure of Mathematics in the first half of the 20th century; the same can be said for Bourbaki—the pseudonym for a group of excellent French mathematicians—with respect to the second half of the 20th century. In this paper we discuss in which way Bourbaki can defend the hereditary title of Hilbert with respect to their (implicit) philosophy of mathematics.

1 Hilbert's legacy in the philosophy of mathematics

Hilbert's reputation as mathematician was based on outstanding contributions to a wide range of topics in Mathematics. When he conceived, in the 1920s, his programme to re-evaluate the foundations of Mathematics [Sieg 1999], his unquestionable authority as first-class mathematician was, without doubt, instrumental to attract special attention to this programme by the mathematical community. As reply to both, the set-theoretical paradoxes and the attacks on classical mathematics by Brouwer and Weyl, Hilbert tried to secure classical mathematics by formal consistency proofs. In the course of preparing the stage for such consistency proofs, Hilbert tactically assumed a position which gave the impression that mathematics could be reduced to a "game of symbols" and which earned him the label of *formalist.*

It should go without saying that characterizing Hilbert as a naive formalist is rather a caricature.[1] His formalist declarations—which exist, indeed, in

Work partially supported by the Portuguese Science Foundation, FCT, through the project *The Notion of Mathematical Proof*, PTDC/MHC-FIL/5363/2012, the project *Hilbert's 24th problem*, PTDC/MHC-FIL/2583/2014, and the *Centro de Matemática e Aplicações*, UID/MAT/00297/2013.

[1] "the dogmatic formalist Hilbert is a figment of historical (de)construction!" [Sieg 1999, Abstract].

print[2]—are better described as a tactical move to find firm ground to repel the intuitionistic attacks.[3] It would take us too far afield, to give a proper analysis of Hilbert's (alleged) formalism, but one can easily convince oneself of the fact that Hilbert was never a philosophical hardliner; to the contrary, he was able to change his philosophical view point, whenever it seems to be adequate with respect to his mathematical convictions.[4] Thus, to reduce Hilbert's contribution to the philosophy of mathematics to an introduction of formalism misses completely the point. His main objective was to secure classical mathematics in the way it was performed up to his times. He "tried out" several ways to do so, of course, with the idea of finitist consistency proofs as principle attempt. But above all of these attempts—and historically even before of them—he conceived the *axiomatic method*:[5]

> The axiomatic method consists in choosing a domain and putting certain facts on top of it; the proof of these facts does not occupy us anymore. The classical example of this is provided by geometry.

To us, it seems to be that the emphasis on the axiomatic method and its place in *any* further philosophy of mathematics is the true legacy of Hilbert in the philosophy of mathematics.[6] It is even an ironic turn of the history of mathematics, that even Brouwer's—orginally anti-formal—intuitionism fall victim to the axiomatic method under the hands of Heyting.[7]

On the technical side—even before any philosophical reflection—there is a first benefit of axiom systems: they open the doors for a meta-mathematical

[2]For instance: *am Anfang* [...] *ist das Zeichen*, [Hilbert 1922, p. 163] ("In the beginning is the sign." [Mancosu 1998, p. 202, corrected]).

[3]Smoryński describes it as *strategy*: "Ich finde keinen Hinweis in Hilberts Schriften, daß der Formalismus etwas anderes als eine Strategie gewesen wäre, um Brouwer zu besiegen." [Smoryński 2002, p. 148] ("I don't find any hint in Hilbert's writings that the formalism would have been something else than a strategy to defeat Brouwer" [our (re-)translation]).

[4]As examples one may take, first, Hilbert's conversion from logicism to formalism after the failure of a logicist justification of the reducibility axioms; secondly, he easily extended—"sharpened" to pick up a term he used in the Preface of [Hilbert and Bernays 1934]—his finitist base to transfinite reasoning in the line of Gentzen (see [Kahle 2015a]). However, a thorough analysis of the changes in Hilbert's philosophies is still a desideratum.

[5]"Die axiomatische Methode besteht darin, daß man ein Gebiet herausgreift und bestimmte Tatsachen an die Spitze stellt u. nun den Beweis dieser Tatschen sich nicht weiter besorgt. Das Musterbeispiel hierfür ist die Geometrie." [Hilbert 1913], cited according to [Corry 2004, p. 274] from which we also took the translation.

[6]It would not be the *introduction* of the axiomatic method, as Hilbert clearly states, that this method "is not a new one; rather it is deeply ingrained in the human way of thinking". ("Die axiomatische Methode ist nicht neu, sondern in der menschlichen Denkweise tief begründet." [Corry 2004, p. 274].)

[7]This was actually observed and heavily criticised by Bishop; cf. [Bishop 1975].

treatment of them. Although the idea of such a second layer was suggested to Hilbert by Brouwer (see [Brouwer 1928] and [Van Dalen 2000, p. 302]), it was Hilbert who recognized the full philosophical potential of it; and even if one admits the failure of his programme, without Hilbert's idea of reflecting mathematics by mathematical means one could not even imagine to arrive at Gödel's results.

But there is a second aspect of the axiomatic method which is of philosophical significance: it allows to disconnect the mathematical structure[8] from the original motivation and any other concrete interpretation. This was expressed by Hilbert in his famous dictum about the axioms of Geometry that "one must be able to say 'tables, chairs, beer-mugs' each time in place of 'points, lines, planes' " [Blumenthal 1935, p. 403] (translated in [Grattan-Guinness 2000, p. 208]).[9]

We will see that Bourbaki took this conceptional idea serious, and it is justifiable to take it as the philosophical fundament of Bourbaki.

With respect to Hilbert we should, however, remark that he—to our knowledge—never explicitely put forward the idea of general axioms systems as we know them today from abstract algebra, as for groups, rings, and fields, for instance—although he was definitely aware of its development, in particular in the hands of Emmy Noether in Göttingen. Hilbert rather considered only axioms systems which were supposed to characterize completely a given domain, with geometry as his prime example.[10]

We like to distinguish these two forms of axiomatizations: *generalizing axiomatizations* for cases where one explicitly aims to capture the common part of different models, as for groups, cases where the axiomatization is, intentionally, incomplete; and *characterizing axiomatizations* where one tries to capture a given model, aiming for a complete axiom system (for which we know, however, today the limitations by Gödel's first incompleteness theorem). The rea-

[8]Anticipating the second part of this paper, we use here the term "structure" in the *bourbachique* way—not in the sense of mathematical logic.

[9]We actually wonder why it is never remarked that, as much as this citation is famous, as much it is misplaced: of course, tables, chairs, and beer-mugs will under no reasonable interpretation of the other terms fulfil the axioms of Geometry. It is, in fact, a non-trivial enterprise to find good examples of meaningful re-interpretations for theories which were designed upon an concrete interpretation in mind.

[10]In this context one should not forget, however, that Hilbert also promoted such axiomatizations to clarify a certain scientific domain in mathematical terms. His sixth problem from the famous Paris problem speech runs under the title of "axiomatization of physics", but it addressed explicitely probability theory as one of the areas asking for an axiomatization. Kolmogorovs fulfillment of this request seems to us the perfect example for what Hilbert had envisaged. And we have to credit Hilbert for the philosophical vision which lead to Kolmogorov's axiomatization.

son for Hilbert's focus on characterizing axiomatizations might have been that the meta-mathematical questions he was concerned with (first of all consistency, but he also insisted on independence, for instance) are clearly more relevant for this type of axiomatizations. But that doesn't diminish Hilbert's merit in having laid out the idea which led to generalizing axiomatizations.

2 Bourbaki's "non-philosophy" of mathematics

To look for explicit philosophical denominations of Bourbaki is to search in vain. Corry [2002, p. 302] writes that "it seems more convenient to speak about Bourbaki's images of mathematics rather than of Bourbaki's philosophy of mathematics". Probably, even Bourbaki would agree as, as noted by Shapiro [1997, p. 176], "[i]n a number of places, Bourbaki expressed scorn for philosophy". But that still doesn't mean that Bourbaki didn't have any philosophy or that we cannot assign a philosophy to them. Without any doubt there is a certain philosophy present in their mathematical work. We have at least three publications which might serve as references for a more direct access to it: the two papers "Foundations of Mathematics for the working mathematician" [Bourbaki 1949], "Architecture of Mathematics" [Bourbaki 1950], and the book "Elements of the History of Mathematics" [Bourbaki 1998]. One may bear in mind, however, that it is mainly Jean Dieudonné behind these writing.

In particular, the *Architecture of Mathematics* is considered as some kind of *manifesto* of Bourbaki. Its style, however, was harshly critized from the philosophical side: "There, Bourbaki quietly handles properly Neanderthaloid philosophical bludgeons contrasting with his usual snaky cautiousness" [Roubaud 1997, p. 123], cited according to [Aubin 1997, p. 305]. But Aubin adds immediately after: "Even if philosophically naive [. . .], and perhaps because of this, the article was widely read."

Whatever the conclusion of a philosophical evaluation of the paper might be, taken on the face level, the *Architecture of Mathematics* advocates an axiomatic account of mathematics which dispenses the mathematician with any further epistemological and ontological questions:

> From the axiomatic point of view, mathematics appears thus as a storehouse of abstract forms—the mathematical structures; and it so happens—without our knowledge why—that certain aspects of empirical reality fit themselves into these forms, as if through a kind of preadaptation. Of course, it can not be denied that most of these forms had originally a very definite intuitive content; but, it

> is exactly by deliberately throwing out this content, that it has been possible to give these forms all the power which they were capable of displaying and to prepare them for new interpretations and for the development of their full power.

But even the issue of applicability (including ethical implications) is rejected in *Foundations of Mathematics for the working mathematician* [Bourbaki 1949, p. 2]:

> Why do such applications ever succeed? Why is a certain amount of logical reasoning occasionally helpful in practical life? Why have some of the most intricate theories in mathematics become an indispensable tool to the modern physicist, to the engineer, and to the manufacturer of atom-bombs? Fortunately for us, the mathematician does not feel called upon to answer such questions, nor should be held responsible for such use or misuse of his work.

Years later, Bishop stated a *crises in contemporary mathematics*, which "*is due to our neglect of philosophical issues*... we prove these theorems and we do not know what they mean." [Bishop 1975, p. 507].[11]

Dieudonné replied firmly (given in the discussion transcribed in [Bishop 1975, p. 516]):[12]

> There is no crisis in mathematics. Mathematics has never been as prosperous as it has been in the last ten years. Never before had we proved so many new and powerful theorems. I just want to work in the way Gauss, Riemann, and Poincaré worked; I want nothing else.

We take it as confirmation that for Dieudonné—and with him, Bourbaki in general—the inner-mathematical success ("powerful theorems") is the driving force for mathematical research. In particular, philosophical considerations are not supposed to put restrictions on our mathematical practise.[13]

[11]He also speaks, at another occasion, of "the debasement of meaning" [Bishop 1985, p. 1].

[12]One may feel reminded of Hilbert's famous dictum: "Aus dem Paradies, das Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können." [Hilbert 1926, p. 170] ("No one shall be able to drive us from the paradise that Cantor created for us." [Van Heijenoort 1967, p. 376]). For more on the comparison of Bishop and Bourbaki, cf. [Kahle 2015b].

[13]In [Corry 2001], the author comes to the conclusion: "As a matter of fact, Bourbaki's work did imply many important contributions to twentieth century mathematics, but the concept of *structure* is certainly not among them." This is as correct as to criticise the Pythagoreans for not providing a philosophically satisfactory concept of *number*. But—like for the Pythagoreans

3 Traces from Hilbert to Bourbaki

Leo Corry, in [2002], devotes a full chapter to "Nicolas Bourbaki: Theory of *Structures*" and refers there [Corry 2002, p. 308] to "the pervasive influence of Hilbert on Bourbaki's image of mathematics" and discusses shortly [Corry 2002, p. 310] Bourbaki's "self-proclaimed status as 'legitimate heir' of Hilbert's alleged 'formalist' doctrine". But he doesn't provide a single explicit reference to Hilbert in the citations of Bourbaki, and the best correlation is found in Bourbaki's appeal to the unity of Mathematics in [Bourbaki 1950] and Hilbert's thoughts about it expressed in the Paris problem speech [Hilbert 1902], cf. [Corry 2002, p. 303f.].

We also didn't find explicit references to Hilbert in Bourbaki's writings concerning Hilbert's foundational views (his mathematical archievements might be, however, a different issue), with one marginal exception: [Cartan 1959] cites Hilbert's *Grundlagen der Geometrie*. But this reference is even of such a general nature that, maybe, it must be taken as illustration of general affinity to Hilbert rather than as a proof of philosophical heritage; after all, the *Grundlagen* were written in 1899 and Hilbert's philosophical views have been developed significantly since then. The same holds for the mentioning of Hilbert in passing in the *Architecture of Mathematics* [Bourbaki 1950, p. 230], even in a rather misleading context:

> The first axiomatic treatments and those which caused the greatest stir (those of arithmetic by Dedekind and Peano, those of Euclidean geometry by Hilbert) dealt with univalent theories, *i.e.*, theories which are entirely determined by their complete system of axioms; for this reason they could not be applied to any theory except the one from which they have been extracted (quite contrary to what we have seen, for instance, for the theory of groups).

It is, of course, Bourbaki's right to promote *generalizing axiomatizations* instead of *characterizing axiomatizations* (as we called them). And they oppose studies of characterizing axiomatizations in a way that Hilbert's foundational work was not only neglected but planly dismissed, see Adrian Mathias's profound study of Bourbaki's scorn for *logic* [Mathias 1992, 1998, 2012].

But the axiomatic method as applied and perfectionized for generalizing

with respect to numbers—Bourbaki's merit is the way as they skillfully handled structures in the mathematical practise. And this is also admitted by Corry who continues his conclusion by saying: "Bourbaki's structural image of mathematics, on the contrary, was a main force in shaping mathematical activity all over the world for several decades after its emergence."

axiomatizations by Bourbaki, is taken from Hilbert's heritage. Mehrtens [1990, p. 319] writes[14]:

> Bourbaki adopts Hilbert's programme in a modified form. The question of sense and value is not even any longer asked indirectly; the foundational research is irrelevant. Bourbaki presents a philosophy for the modern working mathematician.

This is even exaggerated, as after such a modification nothing is left which could be called "programme"; however, Bourbaki takes over the formal account promoted by Hilbert and, in particular, invokes Hilbert's philosophical insight that structures can be disconnected from the motivating interpretation. With it, mathematics was able to liberate itself from philosophical restrictions. While Hilbert tried to base such a liberation on formal studies, Bourbaki reached it by inner-mathematical success.

In this view, Bourbaki can, indeed, be considered as a legitimate heir of Hilbert; not with respect to Hilbert's programme but with respect to the vision of mathematics as based on the axiomatic study of structures.[15]

References

D. Aubin. The withering immortality of Nicolas Bourbaki: A cultural connector at the confluence of mathematics, structuralism, and the Oulipo in France. *Science in Context*, 10(2):297–342, 1997.

E. Bishop. The crisis in contemporary mathematics. *Historia Mathematica*, 2 (507–517), 1975.

E. Bishop. Schizophrenia in contemporary mathematics. In M. Rosenblatt, editor, *Errett Bishop: Reflections on Him and His Research*, pages 1–32. American Mathematical Society, 1985.

O. Blumenthal. Lebensgeschichte. In *David Hilbert: Gesammelte Abhandlungen*, volume III, [Hilbert 1935], pages 388–429. Springer, 1935.

N. Bourbaki. Foundations of mathematics for the working mathematician. *Journal of Symbolic Logic*, 14(1):1–8, 1949.

[14] German original: "Bourbaki übernimmt das Hilbertsche Programm in verwandelter Form. Die Frage nach Sinn und Wert wird auch nicht mehr indirekt gestellt; die Grundlagenforschung ist nebensächlich. Bourbaki präsentiert eine Philosophie für den modernen 'working mathematician'."

[15] See also [Kahle 2017].

N. Bourbaki. Architecture of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 57(4):221–232, 1950.

N. Bourbaki. *Elements of the History of Mathematics.* Springer, 1998.

L. Brouwer. Intuitionistische Betrachtungen über den Formalismus. *KNAW Proceedings*, 31:374–379, 1928. English translation in [Mancosu 1998, pp. 40–44].

H. Cartan. *Nicolas Bourbaki und die heutige Mathematik.* Number 76 in Arbeitsgemeinschaft für Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen. Westdeutscher Verlag, 1959.

L. Corry. Mathematical structures from Hilbert to Bourbaki: The evolution of an image of mathematics. In A. Dahan and U. Bottazzini, editors, *Changing Images of Mathematics in History. From the French Revolution to the new Millenium*, pages 167–186. London, Harwood Academic Publishers, 2001.

L. Corry. *Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structures.* Birkhäuser, second revised edition, 2002.

L. Corry. *Hilbert and the Axiomatization of Physics (1898–1918)*, volume 10 of *Archimedes.* Dordrecht: Kluwer, 2004.

D. van Dalen. Brouwer and Fraenkel on intuitionism. *The Bulletin of Symbolic Logic*, 6(3):284–310, 2000.

I. Grattan-Guinness. *The Search for Mathematical Roots, 1870–1940. Logic, Set Theories and the Foundations of Mathematics from Cantor Through Russell to Gödel.* Princeton University Press, 2000.

J. van Heijenoort, editor. *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931.* Harvard University Press, 1967.

D. Hilbert. Mathematische Probleme. Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker-Kongreß zu Paris 1900. *Nachrichten von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse*, pages 53–297, 1900. English translation: [Hilbert 1902].

D. Hilbert. Mathematical Problems. Lecture Delivered Before the International Congress of Mathematicians at Paris in 1900. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 8:437–479, 1902. English translation of [Hilbert 1900].

D. Hilbert. Elemente und Prinzipien der Mathematik. unpublished Lecture Notes, 1913.

D. Hilbert. Neubegründung der Mathematik. *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität*, 1:157–177, 1922.

D. Hilbert. Über das Unendliche. *Mathematische Annalen*, 95:161–190, 1926.

D. Hilbert. *Gesammelte Abhandlungen*, volume III: Analysis, Grundlagen der Mathematik, Physik, Verschiedenes, Lebensgeschichte. Springer, 1935. 2nd edition 1970.

D. Hilbert and P. Bernays. *Grundlagen der Mathematik I*, volume 40 of *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen*. Springer, 1934. 2nd edition 1968. Partly translated into English in the bilingual edition [Hilbert and Bernays 2011].

D. Hilbert and P. Bernays. *Grundlagen der Mathematik I / Foundations of Mathematics I*. College Publications, 2011. Bilingual edition of Prefaces and §§1–2 of [Hilbert and Bernays 1934].

R. Kahle. Gentzen's consistency proof in context. In R. Kahle and M. Rathjen, editors, *Gentzen's Centenary*, pages 3–24. Springer, 2015a.

R. Kahle. After Hilbert and Brouwer: Bourbaki and Bishop. In E. Agazzi and G. Heinzmann, editors, *Pragmatism and the Practical Turn in Philosophy of Science*, pages 190–200. FrancoAngeli, 2015b.

R. Kahle. Mathematical Truth Revisited: Mathematics as a Toolbox. In E. Agazzi, editor, *Varieties of Scientific Realism*, pages 395–406. Springer, 2017.

P. Mancosu, editor. *From Brouwer to Hilbert.* Oxford University Press, 1998.

A. R. D. Mathias. The ignorance of Bourbaki. *Mathematical Intelligence*, 14: 4–13, 1992.

A. R. D. Mathias. Further remarks on Bourbaki (A reply to criticism by professor Sanford L. Segal of the essay [Mathias 1992].). Preprint, 7 pages, available on the author's homepage, 1998.

A. R. D. Mathias. Hilbert, Bourbaki and the scorning of logic. Preprint, 60 pages, available on the author's homepage, 2012.

H. Mehrtens. *Moderne — Sprache — Mathematik.* Suhrkamp, 1990.

J. Roubaud. *Mathématique*. Paris: Seuil, 1997.

S. Shapiro. *Philosophy of Mathematics*. Oxford University Press, 1997.

W. Sieg. Hilbert's programs: 1917-1922. *The Bulletin of Symbolic Logic*, 5(1):1–44, 1999.

C. Smoryński. Gödels Unvollständigkeitssätze. In B. Buldt, E. Köhler, M. Stöltzner, P. Weibel, C. Klein, and W. DePauli-Schimanovich-Göttig, editors, *Kurt Gödel, Wahrheit und Beweisbarkeit*, volume II: Kompendium zum Werk, pages 147–159. öbv & hpt, 2002.

Índice

[*]Este artigo combina uma conferência plenária no Simpósio História da Astronomia com uma comunicação no Simpósio Henri Poincaré.

Simpósio História do Ensino da Matemática