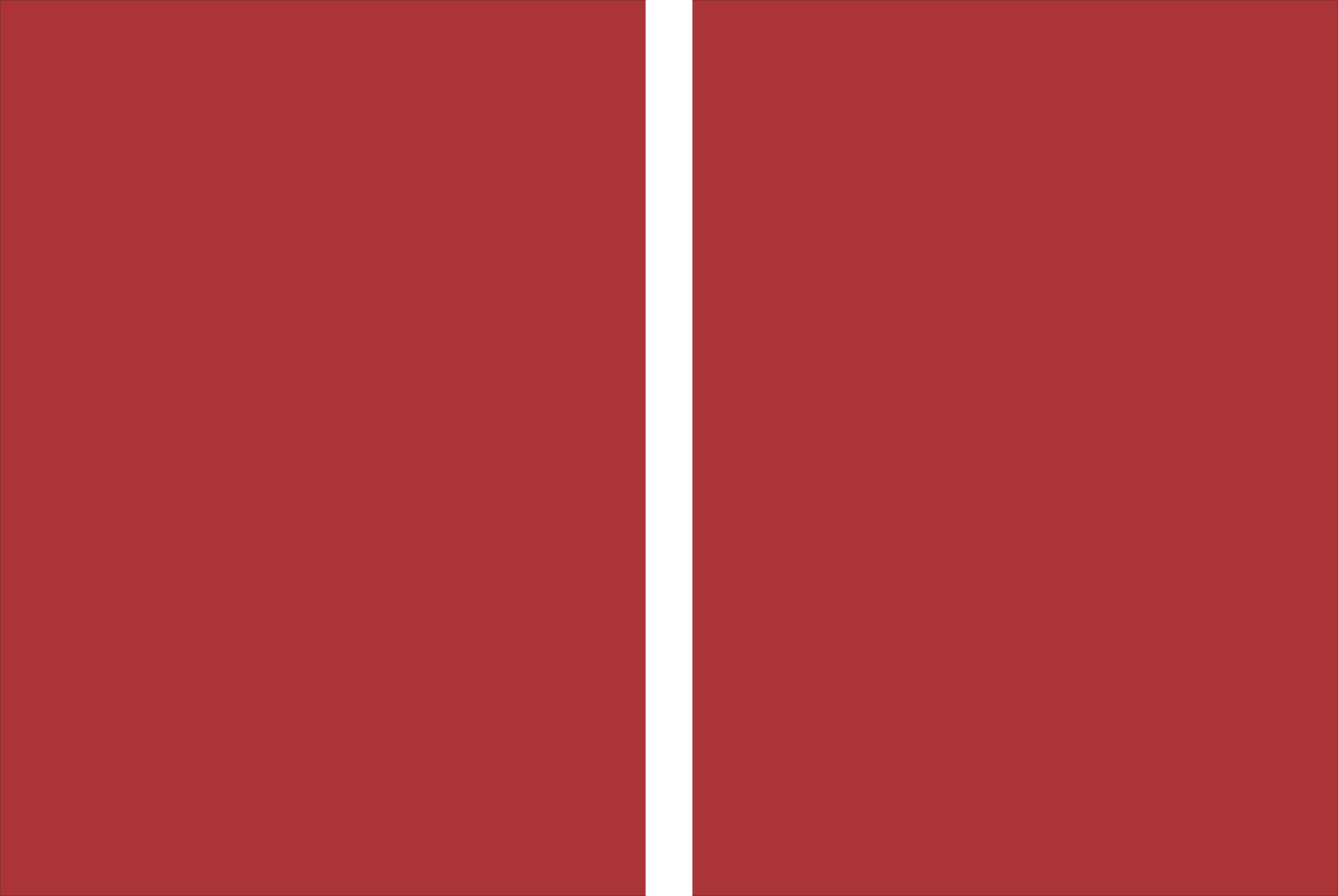


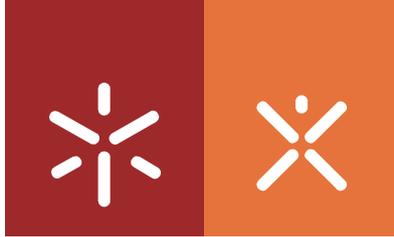


**Universidade do Minho**  
Instituto de Educação

Luís Filipe Narciso

**A utilização de recursos tecnológicos  
no ensino de conceitos matemáticos:  
um estudo com professores de escolas  
angolanas do Cuanza-Norte**





**Universidade do Minho**  
Instituto de Educação

Luís Filipe Narciso

**A utilização de recursos tecnológicos  
no ensino de conceitos matemáticos:  
um estudo com professores de escolas  
angolanas do Cuanza-Norte**

Tese de Doutoramento em Ciências da Educação  
Especialidade em Tecnologia Educativa

Trabalho efetuado sob a orientação do  
**Doutor José Alberto Lencastre**  
e do  
**Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu**

janeiro de 2019

## DECLARAÇÃO

Nome: Luís Filipe Narciso

Endereço eletrónico: [luisfilipenarciso@yahoo.com.br](mailto:luisfilipenarciso@yahoo.com.br)

Título da tese: A utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos: um estudo com professores de escolas angolanas do Cuanza-Norte

Orientadores:

Doutor José Alberto Lencastre

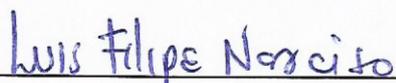
Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

Ano de conclusão: 2019

Designação do Doutoramento: Doutoramento em Ciências da Educação,  
Especialidade em Tecnologia Educativa

É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO INTEGRAL DESTA TESE APENAS PARA EFEITO DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO QUE A TAL SE COMPROMETE.

Universidade do Minho, 18 de janeiro de 2019



(Assinatura)

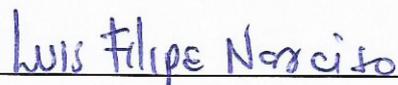
## DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração da presente tese. Confirmando que em todo trabalho conducente à sua elaboração não recorri a prática de plágio ou a qualquer forma de falsificação de resultados.

Declaro que tomei conhecimento integral do código de conduta ética da Universidade do Minho.

Universidade do Minho, 18 de janeiro de 2019

Nome completo: Luís Filipe Narciso



Luís Filipe Narciso

(Assinatura)



## **AGRADECIMENTOS**

Especialmente aos meus orientadores, Doutor José Alberto Lencastre e Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu, pela confiança depositada em mim, pela crença, pelos ensinamentos, pela disponibilidade e entrega indiscreíveis.

À Presidência do Instituto de Educação da Universidade do Minho

À Presidência do Departamento Curricular de Tecnologia Educativa

À Direção do Hospital Municipal de Cazengo

À Direção das escolas que permitiram a realização da recolha de dados.

Aos professores que souberam compreender que era importante a sua participação, para o êxito desta investigação.

Aos meus familiares que sempre apoiaram nos momentos difíceis dessa caminhada.

À minha mãe pelo incentivo.

À minha esposa e filhos pelos sacrifícios consentidos.

Aos meus amigos pelo incentivo.

Aos alunos que aceitaram participar deste trabalho.

A todos aqueles que de algum modo deram o seu contributo para a elaboração deste trabalho.

A todos os meus sinceros agradecimentos.



# A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NO ENSINO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS: UM ESTUDO COM PROFESSORES DE ESCOLAS ANGOLANAS DO CUANZA-NORTE

## RESUMO

A evolução da tecnologia nos tempos atuais faz com que a escola, no geral, e o professor, em particular, acompanhem essa evolução na integração de recursos tecnológicos nas atividades de ensino e de aprendizagem. Partindo deste pressuposto, este estudo foi orientado com base na seguinte questão de investigação: como os professores angolanos de matemática do Cuanza-Norte utilizam recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos? Para responder a esta questão formularam-se os seguintes objetivos específicos: (i) Caracterizar as percepções de professores angolanos sobre o ensino de conceitos matemáticos; (ii) Caracterizar as percepções de professores angolanos sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos; (iii) Averiguar como os professores angolanos de matemática usam recursos tecnológicos para ensinar os conceitos matemáticos; (iv) Identificar vantagens e desvantagens na utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos. Atendendo à natureza dos objetivos delineados adotou-se por uma metodologia qualitativa e interpretativa com um desenho de estudo de caso. O estudo consumou-se em duas fases: numa primeira fase incidiu sobre 12 professores de matemática; e numa segunda fase observaram-se aulas de três destes professores. Os dados foram recolhidos através de inquérito por entrevistas e observação. Os resultados obtidos permitiram concluir que os professores angolanos acreditam nas mais-valias da utilização de tecnologia em sala de aula, e alguns usam-na. Pareceu-nos claro que não é benéfico que um aluno se sente na sala de aula apenas para ouvir o professor, sendo importante que os alunos sejam estimulados a envolver-se com o conteúdo, a trabalhar juntos e refletir na sua aprendizagem. Com os três professores observados pudemos notar as vantagens da utilização de recursos tecnológicos na motivação acrescida pela participação ativa do aluno na aula, a diminuição dos momentos de exposição por parte do professor, ajudando a aprender como descobrir ao invés de apenas ensinar. Em sentido oposto, acrescido à falta de condições físicas nas salas de aula ou mesmo a escassez de salas de informática, o elevado número de alunos por turma é um fator que constrange a realização de uma aula com a participação de todos. Esse facto, aliado a uma abordagem instrumental da tecnologia e a uma certa acomodação a uma pedagogia expositiva muito centrada na transmissão oral, faz com que os professores não consigam tirar o maior proveito dos recursos tecnológicos e promover uma abordagem centrada na aprendizagem do aluno com a finalidade de se alcançar uma aprendizagem efetiva e significativa dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Aprendizagem enriquecida com tecnologia; ensino de conceitos matemáticos; recursos tecnológicos; prática pedagógica; professores angolanos



# THE USE OF TECHNOLOGICAL RESOURCES IN THE TEACHING OF MATH CONCEPTS: A STUDY WITH ANGOLAN TEACHERS OF CUANZA-NORTE SCHOOLS

## **ABSTRACT**

The evolution of technology, nowadays, pushes schools and teachers to follow that evolution integrating technological resources in the teaching and learning activities. Based on this assumption, this study was grounded on the following research question: How do the Angolan math teachers in North-Cuanza use the technological resources when teaching mathematical concepts? In order to answer this question the following specific objectives were prepared: (i) To characterize the perceptions of Angolan teachers about the teaching of mathematical concepts; (ii) To characterize the perceptions of Angolan teachers about the use of technological resources in the teaching of mathematical concepts; (iii) To find out how Angolan math teachers use technological resources to teach mathematical concepts; (iv) To identify advantages and disadvantages in the use of technological resources in the teaching of mathematical concepts. Taking into consideration the proposed goals, we adopted a qualitative and interpretative methodology using a case study design. The study was performed in two steps: firstly, we interviewed 12 math teachers; on a second phase we observed classes from 3 of the 12 teachers initially involved. Inquiry gathered data through interviews and observation. The gathered data allowed us to conclude that Angolan teachers believe in the benefits of using technology in the classroom, and some of them use it. It seemed clear to everyone that it is not favorable for a student to sit in the classroom listening to the teacher, and it is vital that students be encouraged to engage with content, work together and reflect on their learning. Observing the lessons of the three teachers we could notice the advantages of using the technological resources in the motivation and the active participation of the students in the class; also, the reduction of lecturing by the teacher, helping the students to learn how to discover instead of just teaching. On the other hand, teachers need to deal with the lack of physical conditions, computer-equipped classrooms and the high number of students in the class which reduces the opportunity for the students to intervene. This fact, coupled with an instrumental approach to technology and an accommodation to an expositive pedagogy that is very focused on oral transmission, makes it difficult for teachers to take benefit from technological resources and to promote a student-centered approach to learning and achieve useful and meaningful learning of math concepts.

Keywords: Technology-enhanced learning; teaching mathematical subjects; pedagogical resources; pedagogical practice; Angolan math teachers



## ÍNDICE

|  |       |
|--|-------|
| AGRADECIMENTOS .....   | v     |
| Resumo.....  | vii   |
| Abstract .....   | ix    |
| ÍNDICE.....  | xi    |
| ÍNDICE DE FIGURAS.....   | xiii  |
| ÍNDICE DE QUADROS.....   | xvii  |
| ÍNDICE DE TABELAS .....  | xviii |
| CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO .....   | 1     |
| 1.1. Razões para a escolha da temática do estudo.....  | 1     |
| 1.2. Problema e objetivos.....   | 2     |
| 1.3. Relevância da temática .....  | 3     |
| 1.4. Organização da tese.....  | 5     |
| CAPÍTULO 2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO.....   | 7     |
| 2.1. Os recursos tecnológicos no currículo de Matemática em Angola .....   | 7     |
| 2.2. Os recursos tecnológicos nos contextos de ensino e de aprendizagem .....  | 15    |
| 2.3. Os recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos .....   | 33    |
| 2.3.1. Calculadora gráfica .....   | 40    |
| 2.3.2. GeoGebra .....  | 45    |
| 2.3.3. Internet.....   | 50    |
| 2.4. Modelos pedagógicos com uso da tecnologia e a atitude do professor.....   | 56    |
| 2.4.1. Modelo TAM – Technology Acceptance Model .....  | 58    |
| 2.4.2. O modelo TPACK – Technology Pedagogical and Content Knowledge.....  | 62    |
| 2.5. Análise de estudos sobre práticas de ensino de matemática com recursos tecnológicos...                                  | 72    |
| CAPÍTULO 3. METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO .....  | 77    |
| 3.1. Opções metodológicas .....  | 77    |
| 3.2. Caracterização das instituições de ensino.....  | 81    |
| 3.3. Participantes no estudo.....  | 85    |
| 3.4. Métodos e técnica de recolha dos dados .....  | 86    |
| 3.5. Métodos e técnicas de análise dos dados .....   | 94    |
| CAPÍTULO 4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS.....  | 97    |
| 4.1. Perceções de professores angolanos sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos ..... | 97    |
| 4.1.1. Caracterização dos professores e dos contextos .....  | 97    |
| 4.1.2. Formação dos professores.....   | 100   |

|  |     |
|--|-----|
| 4.1.3. Ensino de conceitos matemáticos .....   | 102 |
| 4.1.4. Recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos.....   | 105 |
| 4.2. Utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos por professores angolanos.....                                 | 115 |
| 4.2.1. Introdução de conceitos matemáticos.....  | 117 |
| 4.2.1.2. Conceitos de Álgebra.....   | 117 |
| 4.2.1.1. Conceitos de Geometria .....  | 120 |
| 4.2.1.3. Conceitos de Funções.....   | 134 |
| 4.2.2. Sistematização de conceitos matemáticos.....  | 144 |
| 4.2.2.1. Conceitos de Álgebra .....  | 144 |
| 4.2.2.2. Conceitos de Funções.....   | 146 |
| 4.2.3. Vantagens e desvantagens na utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos .....                            | 166 |
| CAPÍTULO 5. CONCLUSÃO .....  | 177 |
| 5.1. Caraterizar as perceções de professores angolanos sobre o ensino de conceitos matemáticos .....                                       | 177 |
| 5.2. Caraterizar as perceções de professores angolanos sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos..... | 180 |
| 5.3. Averiguar como os professores angolanos de matemática usam recursos tecnológicos para ensinar os conceitos matemáticos .....          | 182 |
| 5.4. Identificar vantagens e desvantagens na utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos. ....                  | 184 |
| 5.5. Reflexão final.....   | 185 |
| 5.6. Limitações do estudo e perspectivas para investigações futuras .....  | 187 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....   | 189 |
| APÊNDICE 1: Carta para pedido de permissão para realização de inquéritos .....   | 206 |
| APÊNDICE 2: Carta dirigida aos professores.....  | 208 |
| APÊNDICE 3: Entrevista aos professores .....   | 210 |
| APÊNDICE 4: Entrevista final .....   | 212 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|   |     |
|---|-----|
| Figura 1. Modelo TPACK (adaptado de Mishra e Koehler, 2006)   | 61  |
| Figura 2. A gênese instrumental (adaptado de Trouche 2004a)   | 66  |
| Figura 3. Modelo de Aceitação de Tecnologia (adaptado de Davis, Bagozzi e Warshaw, 1989)  | 71  |
| Figura 4. Fachada frontal da escola A   | 82  |
| Figura 5. Vista interior da sala de informática da escola A   | 83  |
| Figura 6. Alunos assistindo uma aula com utilização do GeoGebra   | 83  |
| Figura 7. Fachada frontal da escola B   | 84  |
| Figura 8. Vista interior da sala de informática da escola B   | 84  |
| Figura 9. Alunos assistindo uma aula com utilização da calculadora gráfica  | 85  |
| Figura 10. Representação de retas paralelas no GeoGebra   | 117 |
| Figura 11. Representação de duas retas paralelas escritas na forma reduzida   | 118 |
| Figura 12. Representação gráfica de uma reta com coeficiente linear nulo  | 119 |
| Figura 13. Representação de uma reta no GeoGebra  | 119 |
| Figura 14. Representação de um polígono no GeoGebra   | 120 |
| Figura 15. Representação dos quadrantes no sistema de coordenadas cartesianas no GeoGebra   | 121 |
| Figura 16. Representação das bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares no GeoGebra   | 122 |
| Figura 17. Representação do triângulo $[ABC]$ no GeoGebra   | 123 |
| Figura 18. Representação no GeoGebra de um triângulo com as medidas dos seus lados  | 124 |
| Figura 19. Representação no GeoGebra de um triângulo com as medidas do seu perímetro  | 124 |
| Figura 20. Representação no GeoGebra das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo  | 125 |
| Figura 21. Representação no GeoGebra de uma mediana de um triângulo   | 125 |
| Figura 22. Representação de uma Elipse no GeoGebra  | 126 |
| Figura 23. Representação no GeoGebra de uma Elipse com realce de alguns dos seus elementos  | 126 |
| Figura 24. Representação no GeoGebra de uma Elipse com eixo maior no eixo das abcissas  | 126 |
| Figura 25. Representação no GeoGebra de uma Elipse com eixo maior no eixo das ordenadas   | 127 |
| Figura 26. Representação no GeoGebra das Elipse obtidas mediante a translação associada ao vetor de coordenadas $(6, 3)$ das Elipses com centro na origem dos eixos cartesianos | 128 |
| Figura 27. Visualização da representação gráfica de uma Hipérbole no GeoGebra   | 129 |
| Figura 28. Visualização da representação de uma Hipérbole e das suas assintotas no GeoGebra   | 129 |
| Figura 29. Obtenção da fórmula da circunferência feita pelo professor   | 130 |
| Figura 30. Representação de uma circunferência com centro na origem no GeoGebra   | 130 |
| Figura 31. Representação de uma circunferência com centro fora da origem no GeoGebra  | 131 |
| Figura 32. Representação gráfica de três circunferências num mesmo sistema de coordenadas no GeoGebra   | 131 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 33. Visualização do produto de um escalar por uma matriz no GeoGebra   | 133 |
| Figura 34. Visualização no GeoGebra da multiplicação de matrizes  | 133 |
| Figura 35. Representação no GeoGebra do conjunto-solução da inequação $2x > 4$  | 133 |
| Figura 36. Representação de um seletor no GeoGebra  | 134 |
| Figura 37. Visualização no GeoGebra da variação de sinal do termo do 1.º grau e do 2.º grau da expressão $y = 2x^2 - x + 3$ | 135 |
| Figura 38. Visualização no GeoGebra da variação de sinal dos termos de $y = 2x^2 - x + 3$                                   | 136 |
| Figura 39. Visualização no GeoGebra da variação do parâmetro $c$ na expressão $y = 2x^2 - x + 3$                            | 136 |
| Figura 40. Representação no GeoGebra do gráfico da função definida por $y = x^2 - 5x + 4$                                   | 137 |
| Figura 41. Representação no GeoGebra das raízes da função definida por $y = x^2 - 5x + 4$                                   | 138 |
| Figura 42. Representação no GeoGebra do vértice de uma parábola   | 139 |
| Figura 43. Representação no GeoGebra do gráfico da função $f(x) = x^2 - 2x + 1$   | 140 |
| Figura 44. Representação no GeoGebra dos gráficos da função $f(x) = x^2 - 2x + 1$ e da sua derivada                         | 140 |
| Figura 45. Representação no GeoGebra do gráfico da função $f(x) = \frac{(x+3)^3}{(x-2)^2}$ e da sua derivada                | 141 |
| Figura 46. Representação no GeoGebra dos gráficos das funções $f(x) = 3^x$ e $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$            | 141 |
| Figura 47. Representação no GeoGebra da função $f(x) = 2^x - 4$   | 142 |
| Figura 48. Representação gráfica no GeoGebra do $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - 2)$   | 143 |
| Figura 49. Representação no GeoGebra do $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x + 2}{x + 22}$                           | 143 |
| Figura 50. Visualização do modo Equation e da definição do número de variáveis na calculadora gráfica                       | 144 |
| Figura 51. Visualização na calculadora gráfica da atribuição de valores aos coeficientes de uma equação                     | 145 |
| Figura 52. Visualização na calculadora gráfica de um sistema de equações lineares com três incógnitas e da sua solução      | 145 |
| Figura 53. Visualização da janela de entrada de funções na calculadora gráfica  | 147 |
| Figura 54. Visualização do gráfico da função quadrática na calculadora gráfica para os valores atribuídos aos coeficientes  | 147 |
| Figura 55. Visualização dos zeros da função $y = x^2 + 5x + 4$ na calculadora gráfica                                       | 148 |
| Figura 56. Visualização dos zeros da função $y = x^2 + 5x + 4$  | 148 |
| Figura 57. Visualização do valor mínimo da função $y = x^2 + 5x + 4$  | 148 |
| Figura 58. Visualização da representação gráfica das funções $y = x^2 - 3$ e $y = x^2 + 3$                                  | 150 |
| Figura 59. Visualização da representação gráfica da função $f(x) = -0,5(x^2 - 4x) + 38$                                     | 150 |
| Figura 60. Visualização gráfica da função $y = \text{sen}x$ na calculadora gráfica  | 151 |
| Figura 61. Determinação de zeros da função $y = \text{sen}x$ na calculadora gráfica   | 152 |
| Figura 62. Visualização de zeros da função $y = \text{sen}x$ na calculadora gráfica   | 152 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 63. Visualização de mínimos e máximos da função $y = \text{sen}x$ na calculadora gráfica   | 152 |
| Figura 64. Visualização da definição de valores para os parâmetros da função $f(x) = b + \frac{a}{x-c}$   | 153 |
| Figura 65. Visualização do gráfico da função $f(x) = b + \frac{a}{x-c}$ com alteração dos parâmetros  | 154 |
| Figura 66. Visualização do gráfico da função $f(x) = b + \frac{a}{x-c}$ com alteração dos parâmetros na calculadora gráfica                       | 154 |
| Figura 67. Visualização da atribuição de valores a um parâmetro da função   | 154 |
| Figura 68. Visualização de outras funcionalidades da calculadora gráfica  | 155 |
| Figura 69. Visualização na calculadora gráfica dos efeitos da alteração do parâmetro $a$ na expressão da função definida por $f(x) = \frac{a}{x}$ | 155 |
| Figura 70. Visualização dos efeitos da alteração do parâmetro $a$ na calculadora gráfica  | 156 |
| Figura 71. Visualização da derivada da função $f(x) = x^2 - x + 1$ para $x = 2$ na calculadora gráfica  | 157 |
| Figura 72. Visualização da derivada da função $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ para $x = 3$ na calculadora gráfica                                     | 157 |
| Figura 73. Visualização do cálculo integral da função $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$ num intervalo dado na calculadora gráfica                            | 158 |
| Figura 74. Visualização da resolução gráfica do problema na calculadora gráfica   | 158 |
| Figura 75. Visualização da representação gráfica da função $f(x) = x^3 - 1$ na calculadora gráfica  | 159 |
| Figura 76. Visualização do zero da função $f(x) = x^3 - 1$ na calculadora gráfica   | 159 |
| Figura 77. Visualização da representação gráfica da função $f(x) = 2^x - 4$ na calculadora gráfica  | 160 |
| Figura 78. Visualização do zero da função $f(x) = 2^x - 4$ na calculadora gráfica   | 161 |
| Figura 79. Visualização da representação gráfica de uma função logarítmica $y = \log x$ na calculadora gráfica                                    | 161 |
| Figura 80. Visualização da tabela de valores da calculadora gráfica   | 162 |
| Figura 81. Visualização da definição de valores de entrada na função na calculadora gráfica   | 162 |
| Figura 82. Visualização de erros ao serem atribuídos valores negativos à $x$ na função logarítmica  | 162 |
| Figura 83. Visualização do gráfico da função logarítmica na calculadora gráfica   | 162 |
| Figura 84. Representação gráfica de três famílias de funções modulares  | 163 |
| Figura 85. Representação das retas de equação $y = 2x - 4$ e $y = -x + 2$ no sistema de eixos cartesianos   | 165 |
| Figura 86. Visualização da representação gráfica de um triângulo $[PQI]$  | 165 |



## **ÍNDICE DE QUADROS**

|  |     |
|--|-----|
| Quadro 1. Cronograma dos encontros com os professores  | 92  |
| Quadro 2. Dados dos 12 professores participantes   | 99  |
| Quadro 3. Formação dos professores participantes na primeira fase do estudo  | 100 |
| Quadro 4. Percepções dos professores participantes na primeira fase do estudo sobre o ensino de conceitos matemáticos                    | 102 |
| Quadro 5. Uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos  | 106 |
| Quadro 6. Implicações do uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos   | 107 |
| Quadro 7. Importância do uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos e a organização das atividades na sala de aula  | 108 |
| Quadro 8. Papel e relações entre os intervenientes na sala de aula com o uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos | 109 |
| Quadro 9. Recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos   | 111 |

## **ÍNDICE DE TABELAS**

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 1: Número de aulas observadas a cada professor que constitui o estudo de caso ..... | 91  |
| Tabela 2: Aulas observadas a cada professor e síntese dos conceitos tratados. ....         | 115 |

## **CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO**

Os alunos que estudam Matemática encontram muitas vezes barreiras à compreensão de alguns conceitos matemáticos, considerados essenciais na formação do conhecimento matemático, o que tende a ter implicações na motivação de os superar (Cruz, Lencastre, Coutinho, Clough, & Adams, 2016; Cruz, Lencastre, Coutinho, José, Clough, & Adams, 2017). A incompreensão dos conceitos não permite a progressão na construção do conhecimento (Harlow, Scott, Peter, & Cowie, 2011; Lucas, & Mladenovic, 2007; Meyer, & Land, 2006).

Nas últimas duas décadas, a evolução da tecnologia põe ao dispor dos cidadãos, em geral, e da escola, em particular, vários recursos e serviços *online*. A utilização de redes sociais para comunicação, a partilha de aplicativos, de conteúdos académicos, e *softwares* de/para o ensino tomaram conta do quotidiano dos professores. Os serviços da Internet passaram a fazer parte do dia-a-dia dos indivíduos e das instituições. Os alunos utilizam-na diariamente, especialmente para o entretenimento, e a escola percebeu a vantagem da utilização de tal recurso para auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem. O acesso a tal recurso pode acontecer através de vários aplicativos, sendo o mais usual na sala de aula o computador. Na realidade, o computador pode servir como suporte para a realização de atividades em sala de aula que possibilitam uma aprendizagem ativa do aluno, facilitando um trabalho que se adapta a distintos ritmos de aprendizagem. Com o computador, os *softwares* educativos podem constituir uma ferramenta de mudança de práticas pedagógicas (Bray, & Tangney, 2017; Hoyles, 2016) no processo de ensino da Matemática (Jucá, 2006; Rolkouski, 2011), permitindo uma nova motivação pela aprendizagem.

O uso de *softwares* de Matemática (como, por exemplo, o GeoGebra) e da calculadora gráfica pode ser um importante aliado no desenvolvimento cognitivo de cada aluno (Gladcheff, Zuffi, & Silva, 2001) ao fazer uma ponte entre os conceitos matemáticos e o mundo prático (Machado, 1988).

### **1.1. Razões para a escolha da temática do estudo**

As tecnologias de informação e comunicação (TIC) estão a assumir uma importância cada vez maior na educação. O séc. XXI marca uma maior interação entre o homem e os meios de comunicação e informação. Observamos a todos os níveis, em todos os setores da vida social, a presença das TIC. A escola como instituição vocacionada para a integração do homem na sociedade não pode ficar indiferente aos avanços tecnológicos, promovendo assim a integração

das tecnologias no trabalho em sala de aula, provocando transformações curriculares significativas. A necessidade imperiosa de inovar pedagogicamente com o auxílio de novas tecnologias visando aliar o saber teórico ao saber prático com o intuito de tornar dinâmico, atrativo e motivador o processo de ensino e de aprendizagem, tem sido uma constante na aprendizagem da Matemática (Cruz, Lencastre, & Coutinho, 2018a, 2018b).

A introdução de computadores na educação traz em paralelo a criação de novos contornos na comunicação, modificando-se os tradicionais posicionamentos do professor e dos livros de texto como transmissores de informação e do aluno como recetor da mesma. Estabelecem-se novos códigos e linguagens por meio dos quais os estudantes interagem com os computadores e o conhecimento contextualizado se constrói na interação do sujeito com a 'máquina' (Cuban, 2001). Cada vez mais, a computação desempenha uma função relevante e significativa por propiciar e facilitar novos contextos de aprendizagem, tendo em consideração uma diversidade de meios e recursos entre os quais realçamos o uso do computador como ferramenta didática. Diante deste quadro, novos desafios emergem, pois, a computação por si só não resolve os problemas emergentes da evolução da sociedade. Urge então traçar políticas e projetos de formação, olhando para o homem como elemento fundamental na resolução dos problemas educativos emergentes da evolução da sociedade, não descurando que o papel e a eficácia das novas tecnologias dependerão do lugar que ocupem o professor e o aluno no processo formativo. Apesar do impacto positivo que possa ter no processo educativo, a integração das tecnologias deve merecer uma certa ponderação, deve ser faseada como um processo a longo prazo, dando primazia à formação do professor.

Diante do exposto, as mudanças no sistema educativo obrigam a que o professor mantenha uma atitude reflexiva ante as suas práticas, uma constante preocupação com a sua formação continua visando melhorar o seu desempenho e concomitantemente alcançar melhores resultados por parte dos seus alunos.

## **1.2. Problema e objetivos**

Durante muitos anos, primeiro enquanto estudante e depois como professor, pude constatar debilidades quer no ensino como na aprendizagem de conteúdos relacionados com a Matemática. A percepção de que não constam da planificação e preparação de aulas o recurso a *softwares* educativos, aliada a necessidade de inovar em termos de prática pedagógica, foram as razões que

despertaram a minha atenção para a escolha do tema deste trabalho. O objetivo primordial não é testar os conhecimentos matemáticos dos professores, mas sim caracterizar a sua prática pedagógica em sala de aula com recursos tecnológicos. Dada a crescente dependência do homem às novas tecnologias, este estudo visa caracterizar como os professores utilizam os recursos tecnológicos nas suas práticas pedagógicas, estimulando o gosto pela Matemática e pelo uso de tais recursos, através da integração nas atividades de ensino e de aprendizagem do GeoGebra na introdução de conceitos e através da calculadora gráfica na sua sistematização.

A introdução e a sistematização de conceitos matemáticos com recursos tecnológicos têm por finalidade alterar estratégias tradicionais de ensino de Matemática do professor angolano, das que valorizam a atividade do professor e a resolução de tarefas rotineiras, como, por exemplo, exercícios, para estratégias que valorizem a atividade do aluno na construção do seu conhecimento matemático. Este tipo de estratégias implica a adoção de tarefas de estrutura aberta, o que obriga a uma maior mobilização de recursos para executar, dado o seu elevado grau de dificuldade, promovendo assim a independência, a autoconfiança e o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de comunicação matemática (Ponte, 2005).

Assim sendo, procuramos indagar **como os professores angolanos de Matemática do Cuanza-Norte utilizam recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos?**

Para responder a esta questão de investigação definiram-se os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar as perceções de professores angolanos sobre o ensino de conceitos matemáticos.
- Caracterizar as perceções de professores angolanos sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos.
- Averiguar como os professores angolanos de matemática usam recursos tecnológicos para ensinar os conceitos matemáticos.
- Identificar vantagens e desvantagens na utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos.

### **1.3. Relevância da temática**

O estudo tem como finalidade explorar as práticas letivas de professores de Matemática e, como razão de ser, selecionaram-se professores de duas escolas pelo facto de serem as únicas com

sala de informática funcional, diferindo apenas nas práticas dos respectivos professores. Na escola A (do 2.º Ciclo do Ensino Geral), com apenas dois professores de Matemática, licenciados em Matemática pela Escola Superior Pedagógica do Cuanza-Norte, o recurso às tecnologias educativas é uma prática constante. Contrariamente aos objetivos do ensino contemporâneo, na Escola B (do Ensino Primário, 1.º e 2.º Ciclo), trabalhamos inicialmente com dez professores, também licenciados em Matemática pela mesma Instituição do Ensino Superior (IES). A sala de informática desta escola é apenas usada por professores de informática para o ensino de: processamento de textos, editor de gráficos, Excel, ou seja, informática na ótica do utilizador, minimizando-se assim as potencialidades dos recursos disponíveis. Aqui podemos observar pouca tendência para aulas que promovam o trabalho em grupo. Mesmo com poucos alunos a explorar recursos tecnológicos, fazendo-se recurso ao trabalho em grupo é possível inovar em termos de práticas. O trabalho em grupo ajuda os estudantes a relacionarem-se, a dialogar, a desenvolver o espírito crítico e capacidade de argumentação, evita o efeito por vezes inibidor da presença do professor, desenvolve a autonomia e reforça os pressupostos da partilha de conhecimentos.

Por outro lado, a partilha de experiências entre professores não é uma prática usual e emergente no universo das práticas docentes. Mas, esta prática entre professores pode facilitar a difusão da informação, abrir novos canais de discussão e reflexão, alargando as possibilidades de construção de uma aprendizagem significativa aos alunos.

Por esta razão, decidiu-se elaborar este trabalho, no sentido de caracterizar e promover algumas práticas inovadoras com o suporte de recursos tecnológicos. Nesta ordem de ideias, Costa (2014) refere que “para que uma mudança corresponda, efetivamente a uma inovação, é essencial que sejam utilizados novos materiais ou tecnologias” (p. 71). Para tal desiderato, contamos com a participação de professores de duas escolas do Ensino Básico. Partimos do pressuposto de que, como Costa (2014) aponta, “as novas metodologias implementadas e os novos recursos utilizados contribuem, efetivamente, para uma melhoria de todo o processo educativo” (p. 80). A metodologia de trabalho aplicada, tal como refere Jacó (2012), permite “uma interação significativa entre os pares” (p. 5). A mesma autora defende que “a relação ou interação entre pares e, conseqüentemente, a socialização pode ser proporcionada através de diversas estratégias da metodologia de aprendizagem” (Idem, p. 5). Do mesmo modo, para Costa (2014), “a existência de fortes relações entre pares dentro da comunidade educativa também contribui para o desenvolvimento da cultura de escola e para a sensação de partilha” (p. 85). Bicudo (2001), Borba e Penteadó (2001), ao abordarem o ensino da Matemática, destacam a inserção de computadores

no ensino como uma das tendências atuais para a inovação que se pretende em termos de conceções e práticas letivas. Para que tal prática seja uma realidade, existem elementos fulcrais como: a escola, o computador, o currículo, o professor, o aluno e as instituições de formação de professores, que devem coabitar em harmonia para a satisfação dos desígnios do processo de ensino e de aprendizagem.

Nesta relação entre a educação matemática e a informática, o que se pretende é a articulação dos métodos tradicionais de ensino e os atuais, privilegiando o desenvolvimento do raciocínio através da diversificação de tarefas matemáticas, evitando que o aluno tenha uma postura passiva e reprodutiva limitando-se a executar as instruções do *software*. Desta forma, a visualização com suporte dos recursos tecnológicos contribui para a construção do conhecimento e conseqüentemente a transformação da informação em conhecimento. Neste sentido, a possibilidade de os alunos “poderem visualizar os conceitos nos diferentes temas matemáticos minimiza a necessidade de abstração, de imaginação e de concentração que o método tradicional de ensino exige” (Magalhães, 2010, p. 45).

#### **1.4. Organização da tese**

Este trabalho de investigação está estruturado em cinco capítulos. No Capítulo 1, *Introdução*, onde fazemos a apresentação do estudo, a definição do problema e dos objetivos, realçando os motivos que levaram à escolha do tema, a sua relevância para o contexto. No Capítulo 2, *Enquadramento Teórico*, também designado estado da arte, procuramos na literatura relacionada com o tema de investigação as possíveis informações que sustentam este estudo, desde as experiências de outros autores, os resultados a que chegaram, que nos facilitem compreender o problema e responder aos objetivos definidos. No Capítulo 3, *Metodologia de Investigação*, fazemos uma descrição da opção metodológica, os métodos e procedimentos que tornaram possível a descrição do processo, caracterizamos as instituições de ensino e os participantes que deram corpo a este trabalho. No Capítulo 4, *Apresentação e Análise de Resultados*, fazemos uma narrativa das perceções de professores angolanos do Cuanza-Norte sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos, definimos e descrevemos o estudo de caso relativos a três professores. Por último, o Capítulo 5, relativo à *Conclusão*, abordamos de forma sintética os principais resultados obtidos com a realização da investigação, assim como apresentamos as suas limitações e algumas recomendações para futuros estudos.



## **CAPÍTULO 2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO**

Neste capítulo, apresentamos os elementos que dão sustentação ao trabalho realizado, os pressupostos teóricos que norteiam o desenvolvimento da pesquisa, através de referências bibliográficas relevantes e pertinentes. Para melhor compreensão dos contornos da pesquisa, descrevemos os aspetos de maior relevância sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos.

O primeiro item trata da integração dos recursos tecnológicos no currículo de Matemática em Angola, abordando alguns aspetos inerentes aos programas curriculares de Matemática. De seguida, segue-se o item que aborda a integração dos recursos tecnológicos nos contextos de ensino e de aprendizagem, as vantagens, os desafios, mas igualmente as dificuldades da sua integração. Seguidamente, incidimos sobre recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos, fazendo alusão ao ‘como’ da utilização dos mesmos no processo de ensino-aprendizagem. Finalmente, analisamos alguns estudos sobre práticas de ensino de Matemática com recursos tecnológicos, abordando aspetos inerentes às vantagens e desvantagens, o alcance, as estratégias utilizadas, o posicionamento da escola ante a comunidade e a preparação do professor ante os desafios emergentes.

### **2.1. Os recursos tecnológicos no currículo de Matemática em Angola**

O contexto angolano é caracterizado, desde o Ensino Primário até ao 2.º Ciclo, pela inexistência de recomendações/orientações para o uso de recursos tecnológicos em sala de aula, que possam, segundo Magalhães (2016), “promover uma aprendizagem mais significativa valorizando a compreensão do que se aprende” (p. 1). Hoje, a realidade mostra-nos que a todos os níveis as interações entre os indivíduos e entre indivíduos e instituições têm na intermediação um recurso tecnológico. Desta forma, procura-se na perspetiva de Martins (2016) “proporcionar ao aluno um ensino de Matemática estimulante e desafiador, para que se torne num individuo autónomo” (p. iv). Partindo deste pressuposto, Koch (2013) defende que “é preciso pensar em atividades educativas pelas quais os alunos se tornem indivíduos pensantes, questionadores e autónomos” (p. 26), o que significa pensar a “educação centrada no aluno” (Lencastre, & Araújo, 2007, p. 629), com a finalidade de promover a sua autonomia. Segundo Santos (2014), “a autonomia pode ser assumida como a capacidade de um individuo assumir a responsabilidade, ou o controlo sobre a sua própria aprendizagem” (p. 28). Daí, a urgência em dotar o individuo de competências para

a utilização na resolução de situações do quotidiano. Cabe à escola, na opinião de Padeiro (2016), “a criação de estratégias e oportunidades para que essa autonomia possa ser desenvolvida” (p. 17).

As exigências da sociedade atual, fortemente marcada pela dependência do homem às tecnologias, fazem com que os programas de ensino no mundo contemporâneo espelhem na sua construção, quer a nível vertical como transversal, a inserção de tecnologias nos diversos níveis que conformam o sistema nacional de ensino. Os motivos para tal prendem-se com o facto de tornarem o processo de ensino e aprendizagem mais dinâmico e atrativo e de forma indutiva levar os alunos a uma aprendizagem mais efetiva e significativa (Buabeng-Andoh, 2012; English, & Kirshner, 2016; Ertmer, & Ottenbreit-Leftwich, 2010; Sun, 2014).

O que se espera, no contexto atual, do desenvolvimento tecnológico é que esta dependência quotidiana do indivíduo aos recursos tecnológicos possa ser bem aproveitada pelas instituições de ensino para deles tirar maior proveito na motivação para a aprendizagem e promoção da sua utilização na perspetiva de diversificação das tarefas matemáticas (Bray & Tangney, 2017; Brown, 2017; Healy, & Lagrange, 2010; Thomas, & Hong, 2013) e de forma gradual potenciar aprendizagens contextualizadas (Goodyear, 2011).

O professor, enquanto elemento fundamental do processo de ensino e de aprendizagem, não pode ficar apenas pelo conhecimento dos conteúdos, das metodologias e objetivos para levar avante o seu papel de materializador dos programas de ensino. Os materiais curriculares (manipuláveis e tecnológicos) podem, como refere Duarte (2011), “desempenhar aí um papel importante, na medida em que podem proporcionar novos ambientes de aprendizagem” (p. 41). No entender de Lencastre e Araújo (2007), o momento “exige do educador uma grande capacidade pedagógica para poder tirar partido da técnica nos contextos de ensino-aprendizagem” (p. 631).

Neste contexto, Silva e Gomes (2003) advogam que “os processos de formação terão que ser repensados à luz de outra conceção do tempo e do espaço” (p. 12). Segundo Ponte (2002), “é necessário que as instituições de formação desenvolvam um conjunto de boas práticas, em diversos campos, incluindo nas suas disciplinas de formação geral, de educação, de didática e de práticas pedagógicas” (p. 6). Neste particular, ressalta a importância que é devida à formação inicial do professor, que no contexto atual das sociedades se quer cada vez mais atual, no sentido de maior acompanhamento das tendências do ensino. Pereira (2002) refere que numerosas pesquisas têm demonstrado que “as conceções implícitas do professor influenciam a forma como

ensina e as suas opções metodológicas, interagindo de uma forma dinâmica com os contextos em que está envolvido” (p. 9). A esse respeito, Ponte (2002) refere que “é necessário que as TIC sejam um elemento presente nos espaços de aprendizagem informais, bem como de um modo geral, em toda a atividade da instituição” (p. 6). A partir desta formação, o professor deve procurar aliar o conhecimento pedagógico ao tecnológico no sentido de transformar os recursos tecnológicos disponíveis em ferramentas capazes de o auxiliar na transposição da teoria à prática (Thomas, & Lin, 2013). A profissionalização do professor passa pelo investimento pessoal no que concerne ao domínio e aplicação dos diversos recursos na resolução de situações interdisciplinares.

Vejamos então como tais pressupostos se refletem no currículo angolano. O programa curricular para o ensino da Matemática no Ensino Primário não contempla a utilização de recursos tecnológicos em todas as classes que compõem este nível de ensino. A monodocência suportada por um número considerável de professores sem domínio efetivo de alguns dos componentes fundamentais do currículo, como o conteúdo e a metodologia de ensino da Matemática, tem sido um dos obstáculos ao cumprimento exitoso do programa curricular. No Ensino Primário, a dificuldade reside no facto de não haver ainda um investimento em grande escala no apetrechamento das instituições com meios que potenciem e promovam a utilização de recursos tecnológicos. Porém, possuir os equipamentos não é razão suficiente para a sua utilização. Por outro lado, a formação do pessoal docente carece de especial atenção no que tange à utilização de recursos tecnológicos no ensino. Sendo a utilização das TIC uma necessidade, Santos (2006) advoga que “temos que aprender a lidar com elas não apenas como utilizadores” (p. 24). Através da tecnologia, como Barros (2015) refere, “é possível trabalhar as várias representações e estabelecer conexões entre os diferentes registos” (pp. 12-13).

O currículo, enquanto documento que prescreve as diretrizes que orientam a prática letiva do professor, tem na sua essência as linhas políticas das finalidades educativas para cada país, neste caso particular, de Angola, espelhando perspectivas no âmbito formativo, social e cultural do cidadão que se pretende para o futuro. Neste sentido, Rocha (2012) refere que “o conhecimento do currículo engloba o entendimento do professor relativamente aos grandes objetivos do ensino da Matemática, às orientações programáticas, nomeadamente às metodologias e estilos de trabalho e tipos de tarefas, aos materiais a utilizar” (p. 52).

Deste modo, Ponte (2002) salienta que “os professores precisam de ser capazes de integrar as TIC no ensino-aprendizagem das diversas áreas curriculares, articulando o seu uso com o de outros meios didáticos” (p. 4). O currículo aquando da sua conceção traça as linhas gerais em função das ideologias e realidades de cada país, cabendo ao professor a sua (re)construção em função da diversidade e heterogeneidade de alunos que tem. Assim, tal como afirmam Jorge et al. (2013), “cabe aos professores promover ligações da Matemática com outras áreas do currículo e o mundo real” (p. 563).

O professor, no cumprimento do seu papel, deve ser capaz de a partir do que está concebido como documento genérico pela estrutura central do Ministério da Educação transformar o seu conteúdo adequando-o às condições socioculturais da escola, tendo em atenção a diversidade dos seus alunos. É necessário aprender, como advoga Domingues (2010), “a dominar as ferramentas tecnológicas para melhor planificar e melhor as contextualizar com o currículo” (p. 15). Na seleção de tarefas, a proposta de atividades do professor deve levar em consideração motivar o aluno para a aprendizagem, contando para o efeito com tarefas próximas da sua realidade e que sejam contextualizadas. As tarefas na sua construção, adaptação e discussão, “mobilizam dimensões do conhecimento profissional dos professores para ensinar, como o conhecimento matemático, o conhecimento dos alunos e da forma como aprendem e o conhecimento do currículo” (Duarte (2011) p. 37).

Na senda da transformação do currículo formal em currículo real, cabe ao professor a tomada de decisões que permitam concretizar as orientações propostas sem, no entanto, pôr em risco os marcos de referência. Rocha (2012) defende que “o sucesso da utilização da tecnologia depende da utilização que é feita desta, merecendo particular relevância a importância de recorrer a ela em determinado momento e a sua adequação às características do currículo que está a ser implementado” (pp. 64-65).

É necessário, de acordo com Martins (2016), “adotar uma visão construtivista do ensino e aprendizagem, em que o aluno adota uma posição de relevo na construção de conhecimentos” (p. iv). Fradão (2006) denomina o construtivismo como uma abordagem da aprendizagem segundo “a qual a construção de significado advém da interação do sujeito com o mundo e da interpretação que ele faz dessa relação, implica que as novas situações de aprendizagem se centrem no aluno enquanto ator principal dos momentos de aprendizagem” (p. 33).

Relativamente ao programa de Matemática para o Ensino Primário, uma das suas finalidades aponta para o desenvolvimento da “aquisição de conhecimentos e técnicas que possam mobilizar o desenvolvimento de capacidades e de atitudes imprescindíveis para a sua formação geral” (ME, 2012, p. 24). Em termos de unidades didáticas, o Ensino Primário tem uma carga horária para o ensino da Matemática distribuída em oito tempos semanais, perfazendo um total de 32 aulas mensais. A Aritmética é a base deste programa com realce para o estudo dos números naturais, sua ordenação, comparação e operações básicas como a adição, subtração, multiplicação e divisão.

O programa de Matemática para o Ensino Primário reconhece que “a evolução tecnológica e a diversidade de problemas que se colocam no dia-a-dia de qualquer sociedade, realçam a necessidade de dominar vários tipos de raciocínio e de utilizar de diferentes formas os conhecimentos matemáticos” (ME, 2012, p. 24). No que diz respeito ao programa do Ensino Pré-escolar, também denominado de Iniciação, os conteúdos são: reconhecimento das relações dos objetos no meio ambiente, características dos elementos, o desenvolvimento do conceito de número e sua ordem e geometria experimental ou manipulativa. Não existem recomendações para utilização de tecnologias.

Na *primeira classe*, a distribuição dos conteúdos contempla: Geometria com 70 aulas, Grandezas com 32 aulas, Conjuntos com 28 aulas e Números e Operações com 80 aulas, lecionados em três trimestres com uma carga horária de sete aulas semanais. As sugestões metodológicas não fazem alusão ao uso de tecnologia.

Na *segunda classe*, os conteúdos são: Geometria com 60 aulas, Grandezas com 56 aulas e Números e Operações com 84 aulas, perfazendo 210 aulas, distribuídas em sete aulas por semana durante 30 semanas letivas.

Na *terceira classe*, os conteúdos a lecionar são: Geometria, Grandezas e Medidas, Conjuntos e Números e Operações. A utilização de recursos tecnológicos não consta das sugestões metodológicas. Os meios de ensino são os tradicionais quadros e giz.

Na *quarta classe*, o programa de Matemática contempla os conteúdos de Geometria com 48 aulas, Medição de Grandezas com 60 aulas e Números e Operações com 60 aulas, distribuídos em três trimestres, perfazendo um total de 168 aulas. As sugestões metodológicas para o desenvolvimento desses conteúdos realçam a utilização de meios de ensino como a régua, o compasso e o esquadro.

Relativamente ao 1.º Ciclo do Ensino Básico, o ensino da Matemática deverá desenvolver nos alunos “o conhecimento e compreensão de conceitos e métodos” assim como “a capacidade criadora e a imaginação” (M.E., 2013, p. 5). Na *quinta classe*, o programa de Matemática contempla os conteúdos de Geometria com 60 aulas, Números e Operações com 90 aulas e Estatística com 30 aulas, totalizando 180 aulas, distribuídas pelos três trimestres. Os meios de ensino para o desenvolvimento dos temas são: Quadro, giz, apagador, régua e transferidor. As sugestões metodológicas recaem para a “forma intuitiva, propondo atividades que deem ao aluno a possibilidade de manipular, observar, comparar, medir e traçar” (ME, 2012, p. 19).

Na *sexta classe*, o programa de Matemática contempla os conteúdos de Geometria com 60 aulas, Números e Operações com 50 aulas, Estatística com 30 aulas e Proporcionalidade com 40 aulas, totalizando 180 aulas distribuídas em três trimestres. As sugestões metodológicas orientam a utilização da régua, do compasso e do transferidor, partindo de exemplos concretos do quotidiano e o trabalho em grupo.

No 1.º Ciclo do Ensino de Base, constituído pela sétima, oitava e nona classe, os professores que lecionam Matemática são formados em Matemática, têm no programa da classe o guia orientador das suas práticas letivas e no manual a sequência a seguir na planificação das aulas. O elemento comum entre eles é o facto de, como o programa não faz referência ao uso de recursos tecnológicos, se limitarem simplesmente aos meios usuais propostos.

Na *sétima, oitava e nona classe*, o programa de Matemática contém, respetivamente, Números e Operações com 65 aulas, Estatística com 65 aulas e Geometria com 45 aulas. As sugestões metodológicas fazem referência a exemplos de vida quotidiana. Para a *oitava classe*, para Números e Operações são sugeridas 40 aulas, para as Funções 18 aulas e para Geometria 56 aulas.

Na *nona classe*, aprofunda-se o estudo dos Números e Operações com 50 aulas, da Proporcionalidade Inversa e Representações Gráficas com 10 aulas, da Trigonometria do Triângulo Retângulo com 15 aulas e da Geometria com 45 aulas, o que constitui a distribuição dos conteúdos pelos três trimestres. Os meios recomendados para o desenvolvimento dos mesmos são essencialmente o quadro e giz.

No 2.º Ciclo do Ensino Básico, à semelhança do 1.º Ciclo, os professores são formados em Matemática. A diversidade de metodologias em função das experiências de trabalho de cada um é um facto e a planificação dos conteúdos ainda é frequente ser realizada de maneira individual. Nesta senda, Rocha (2012) advoga que “a componente do conhecimento sobre a Matemática

inclui o conhecimento dos conteúdos a ensinar, mas também a visão que o professor tem sobre a natureza e a estrutura da Matemática, tanto enquanto ciência como enquanto disciplina escolar” (p. 51).

Não obstante, a diversidade de concepções e práticas, neste nível de ensino, dado o facto de alguns professores serem portadores de computadores portáteis e utilizadores frequentes de redes sociais, a abordagem que fazem em sala de aula tem permitido maior interação com os alunos, pois tem havido alguma preocupação em contextualizar os conteúdos.

A utilização da calculadora gráfica como recurso para auxiliar o cálculo e a diversificação de metodologias ainda não é uma constante. As potencialidades da calculadora gráfica para trabalhar conceitos matemáticos são ainda desconhecidas, pondo-se desta forma em causa a (re)construção do conhecimento por parte dos alunos. No que concerne ao uso de computadores as incidências são as mesmas, a diferença consiste em que pelos valores de aquisição o acesso ao computador quer por parte das instituições como dos protagonistas no processo de ensino e aprendizagem é mais onerosa.

No 2.º Ciclo do Ensino de Base, constituído pela *décima*, *décima primeira* e *décima segunda classe*, continuamos a observar nos programas da reforma educativa a ausência de orientações relativas ao uso de recursos tecnológicos em sala de aula. O programa deste ciclo de ensino procura “desenvolver capacidades, habilidades e hábitos de trabalho com fórmulas que intervêm nas distintas operações” (ME, 2013, p. 5).

Na *décima classe*, a distribuição dos conteúdos contempla: polinómios, potências e logaritmos, trigonometria com 80 aulas; sucessões elementares, limites e continuidade de funções com 80 aulas; cálculo diferencial e integral com 70 aulas, totalizando 230 aulas. As sugestões metodológicas apontam para o trabalho individual, trabalho em grupo e pesquisa bibliográfica, com os usuais meios de ensino, quadro e giz.

Na *décima primeira classe*, os conteúdos são: números complexos, funções reais de variáveis reais com 60 aulas; cálculo combinatório, sucessões e aplicações de  $\mathbb{N}$  em  $\mathbb{R}$  com 50 aulas e limites de sucessões com 40 aulas. As sugestões metodológicas não fazem referência ao uso de recursos tecnológicos.

Na *décima segunda classe*, encontramos geometria analítica da reta no plano com 60 aulas; estudo da parábola e elipse e matrizes e determinantes com 80 aulas; cálculo diferencial e cálculo

integral com 70 aulas, perfazendo um total de 210 aulas, a serem lecionadas com os meios de ensino usuais, sem referência à utilização de recursos tecnológicos.

Apesar de não contemplados nos programas curriculares, a gestão a nível de sala de aula sendo da competência do professor, segundo Magalhães (2016) é da responsabilidade deste optar por criar ou procurar “novos materiais didáticos de acordo com as necessidades dos alunos de modo a melhorar as condições de aprendizagem” (p. 3). O autor acrescenta que cabe ao professor “conhecer os materiais didáticos que são mais adequados para os alunos desenvolverem/aprofundarem conhecimentos e compreenderem os temas abordados” (Idem, p. 2). Relativamente às práticas pedagógicas dos professores, Capa (2015) refere que “diversos estudos mencionam que estas se têm alterado devido à utilização das tecnologias na sala de aula” (p. 35).

Em outros contextos, desde que os computadores passaram a fazer parte das práticas de ensino, a potencialização das aprendizagens tornou-se evidente, pois, como afirma Duarte (2012), constitui “uma alternativa e um complemento dos modelos tradicionais” (p. 12), o que facilita quer a atividade do professor como a do aluno (Altoé, & Fugimoto, 2009), disponibilizando novas formas de comunicação. Dando a possibilidade ao aluno de, como afirma Machado (2013), “construir e reconstruir conhecimentos e voltar de novo à realidade, o que constitui um ciclo fundamental para a aprendizagem significativa” (p. 20).

Com o computador surgiu a Internet, um recurso tecnológico que veio permitir uma mudança em contexto real no acesso à informação, facilitando dessa forma maior interatividade entre aluno – conteúdo – professor e novos posicionamentos em sala de aula. Não obstante algumas dificuldades no acesso e utilização de Internet, é possível recorrer aos *downloads* de alguns aplicativos que podem ser utilizados mesmo em telemóveis digitais.

Nesta revisão aos programas de Matemática do ensino de base, desde a Iniciação à *décima segunda classe*, analisamos cronologicamente os programas de ensino antes e após reforma educativa de 2012-2013 no que concerne às TIC no ensino de Matemática. Podemos aferir que nos referidos programas nada consta sobre o uso de tecnologias no ensino. Magalhães (2016) refere que “o uso de recursos tecnológicos baseado em métodos pedagogicamente adequados pode atenuar inadaptações dos alunos e contribuir para o sucesso dos objetivos” (p. 2).

Relativamente à análise dos programas, nos ativemos nos conteúdos programáticos para cada classe, desde a introdução, os objetivos gerais e específicos, as sugestões metodológicas e os

meios de ensino. Em cada um dos itens observamos que para cada nível se apresentam de forma homogénea. Pois, “a habilidade de aprender deve ser uma das mais significativas e fundamentais que se adquire na escola” (Ferrari, Rocha & Lisboa, 2016, p. 26).

## **2.2. Os recursos tecnológicos nos contextos de ensino e de aprendizagem**

Em Angola, o investimento na utilização das TIC começou a fazer-se sentir na década de 80, quando as IES começaram a ser equipadas com computadores e outros meios audiovisuais, provocando alterações na gestão curricular a nível de sala de aula, isto é, na interação professor-aluno e no currículo em si. Conforme refere Rocha (2012), a “organização e gestão da sala de aula é a componente que engloba as questões de gestão diretamente relacionadas com o ensino e a aprendizagem com a tecnologia” (p. 65). Para Viseu (2009), “nestas interações [os professores] elaboram e partilham atividades para a sala de aula e discutem temas didáticos que emergem da sua prática docente” (p. 29). Atualmente, podemos encontrar algumas escolas do 2.º Ciclo com salas/laboratórios de informática capazes de atender às situações emergentes da evolução do ensino, deixando a descoberto outro problema que é a preparação do professor para o seu manuseio. Para Costa (2014), “a utilização em sala de aula, de novos materiais ou tecnologias, obriga a que o professor conheça aprofundadamente esses materiais e domine essas tecnologias” (p. 81). Ainda assim, podemos notar que a existência dos mesmos não satisfaz a procura, levando-nos a pensar que o ideal seria termos as salas de aula equipadas para tal. Ai reside, na perspetiva de alguns professores, o *handicap* para efetiva mudança de práticas docentes. Nesta ordem de ideias, Rocha (2012) salienta que “atualmente a tecnologia interfere com a forma como cada tópico é formulado e representado, e a forma como o faz altera-se tão rapidamente quanto se altera a própria tecnologia” (p. 61).

Superados os problemas mencionados, eis que surgem outros relacionados com o acesso aos *softwares* educativos. Nesta ótica, existem *softwares* que mesmo não tendo sido concebidos para o ensino, apesar das suas limitações em termos de aplicação no ensino, parecem funcionais para ministrar alguns conteúdos, “facilitando a compreensão de conceitos através da visualização” (Costa, 2014, p. 110). Todos os outros *softwares*, apesar de terem sido projetados para o processo de ensino e aprendizagem, merecem uma atenção redobrada em termos de usabilidade. Alguns deles trazem como dificuldade acrescida o facto de ter que se recorrer à Internet para *downloads* e a ausência de informações adicionais quanto a sua abrangência.

Parece paradoxal o investimento em sentido descendente, ou seja, das IES para as do ensino de base, mas olhando na perspectiva de que para que sejam funcionais os laboratórios de informática, a formação do professor para o seu manuseio ainda é tarefa primordial, daí a explicação para tal situação. Porém, para que estas mudanças possam ocorrer, Lopes (2011) afirma que “são necessárias algumas ações, igualmente importantes, como equipar as escolas com salas de informática com computadores ligados à Internet e apoiar o professor para utilizar pedagogicamente estas tecnologias” (p. 3).

Atendendo ao facto de que os professores que asseguram as instituições do 2.º Ciclo se encontram ainda na sua formação inicial, é visível a constante preocupação com o manual e o currículo prescrito como documentos orientadores da sua prática. É preciso que os profissionais da educação mantenham uma posição equidistante entre as suas práticas letivas, práticas profissionais na instituição e as práticas de formação. Neste âmbito consideramos relevante, as perceções dos professores, relativamente à utilização de tecnologia, entendidas para Viseu e Rocha (2018) como “as formas de pensar ou imagens expressas pelo professor ao falar da sua prática profissional” (p. 115).

A tecnologia é omnipresente, tocando quase todas as partes de nossas vidas, do nosso dia-a-dia. Uma das maiores preocupações, no entender de Fradão (2006), “associadas à integração das TIC no ensino prende-se com os pressupostos pedagógicos que deverão estar subjacentes a uma utilização adequada destas ferramentas enquanto instrumentos de ensino e aprendizagem” (p. 21). Do mesmo modo, Freitas (2016) considera as TIC “como um conjunto de ferramentas que permitem manipular informação e promover a comunicação” (p. 16). Com efeito, Rocha (2012) adverte que “por um lado a tecnologia tem os seus próprios imperativos que afetam os conteúdos a abordar e as suas representações e, por outro lado, interfere com as opções de instrução e com outras decisões pedagógicas” (p. 67).

No entanto, a maioria das escolas angolanas fica muito aquém quando se trata de integrar a tecnologia à aprendizagem em sala de aula. No entanto, segundo Gonçalves (2016), “a integração das TIC tem de contemplar e adequar os materiais pedagógicos, estratégias e ferramentas, não esquecendo que é necessária uma planificação tendo em conta o projeto educativo de escola” (p. 107). Muitos estão apenas começando a explorar as verdadeiras ofertas tecnológicas em potencial para ensinar e aprender. Contudo, Caldas (2011) salienta que “o professor tem um papel

preponderante no processo de ensino-aprendizagem, não só pela relação emocional e efetiva que estabelece com os alunos, como também na construção de significados” (p. 27).

Ainda de acordo com Caldas (2011), “a integração das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) faz-se no campo da Tecnologia Educativa cujo domínio de estudo é a conceção, realização e avaliação do processo de ensino-aprendizagem mediante recurso as TIC” (p. 22). Usada adequadamente, a tecnologia ajudará os alunos a adquirir as competências necessárias para viver numa economia baseada em conhecimento e altamente tecnológica (Coutinho, 2006). Associado a estes aspetos, está “a necessidade do professor estar consciente e sentir-se confortável relativamente à mudança do seu papel que a presença da tecnologia tende a incentivar” (Rocha, 2012, p. 65).

Integrar a tecnologia na sala de aula significa mais do que ensinar somente competências básicas de computação e programas de *software* numa aula de informática separada. Neste sentido, Fradão (2006) refere que “é necessário enquadrar as TIC nas teorias de aprendizagem que subjazem às diferentes utilizações das mesmas, perspetivando também as dinâmicas de trabalho em sala de aula que emergem nestes novos contextos” (p. 21). Para Silva e Gomes (2003), “a natureza da mudança, que a integração das TIC promove na organização pedagógica, afeta não só o professor, mas também o aluno” (p. 12).

Relativamente aos professores, de acordo com Caldas (2011), “será necessário colocar ao seu dispor espaços de reflexão sobre a utilização das TIC de forma a identificarem claramente estratégias didáticas para aplicar as tecnologias ao serviço do processo de ensino-aprendizagem” (p. 29). A integração efetiva da tecnologia deve acontecer em todo o currículo, de forma que as pesquisas aprofundem e aprimorem o processo de aprendizagem (Miskulin, Perez, Silva, Montrezor, Santos, Toon, Filho, & Santana, 2006). Como tal, Rocha (2012) advoga que o conhecimento necessário para utilizar a tecnologia como parte do processo de ensino inclui:

- i) o conhecimento de aspetos específicos do funcionamento da tecnologia e o conhecimento pedagógico relativo à sua utilização no ensino; ii) o conhecimento aprofundado dos conteúdos matemáticos; e iii) o conhecimento de quando e como é mais conveniente utilizar a tecnologia. (pp. 62-63)

Em particular, a integração de tecnologia deve apoiar quatro componentes-chave da aprendizagem: envolvimento ativo, participação em grupos, interação e *feedback* frequentes e conexão com especialistas do mundo real. A integração efetiva da tecnologia é alcançada quando o uso da tecnologia suporta objetivos curriculares. Silva e Gomes (2003) afirmam que professor e

aluno passam a ser solicitados “a interagir com diferentes meios e sujeitos, a compartilhar o conhecimento, a construir novas relações, a fazer e desfazer a informação, reconstruindo-a em novos espaços, em diferenciados significados e novas formas de organização” (p. 12).

A integração das TIC surge, segundo Gonçalves (2012), “como fundamental nas práticas educativas docentes, para que efetivamente sejam exploradas todas as potencialidades das tecnologias” (p. 28). A integração das TIC no contexto escolar “é um processo relevante e complexo que implica compreender os modos de utilização destas tecnologias e sua relação com a teoria de aprendizagem e de ensino” (Santana, 2011, p. 13). E esta é uma componente que Rocha (2012) considera “particularmente influente sobre os contextos de aprendizagem construídos pelo professor, nomeadamente sobre as tarefas que propõe e sobre o seu grau de dificuldade” (p. 51).

Muitos acreditam que a aprendizagem baseada em projetos (Noordin, Nasir, & Noordin, 2011) com tecnologia é o melhor do ensino em sala de aula. Os objetivos da aprendizagem baseada em projetos vão ajudar o estudante a desenvolver conhecimentos flexíveis, habilidades efetivas de resolução de problemas, capacidade de colaboração e motivação intrínseca (Arends, 2008). De acordo com Noordin et al. (2011), a aprendizagem baseada em projetos caracteriza-se também pelo facto de permitir desenvolver não só as competências técnicas, mas também as competências não técnicas. Trata-se de encarar, segundo Caldas (2011), “a integração das TIC nas aulas, numa pedagogia centrada em atividades exploratórias, na interação, na realização de projetos e na investigação” (p. 57). Aprender através de projetos, enquanto equipado com ferramentas tecnológicas, permite que os alunos sejam intelectualmente desafiados, ao mesmo tempo em que lhes fornece uma visão realista do que é um desafio real. Por meio de projetos, os alunos adquirem e aprimoram suas habilidades de análise e solução de problemas enquanto trabalham individualmente e em grupo para encontrar, processar e sintetizar informações que encontraram *online*.

Neste sentido, Caldas (2011) alude “a necessidade de diversificar estratégias e de promover a motivação efetiva para educar melhor conduzem à integração curricular das TIC no processo de ensino-aprendizagem” (p. 15). A quantidade de recursos do mundo *online* também fornece a cada sala de aula recursos de aprendizagem mais interessantes, diversificados e atuais. A Web conecta os alunos a especialistas no mundo real e oferece inúmeras oportunidades para expressar a compreensão por meio de imagens, sons e texto. A este respeito, Silva (2013b) salientam que um

bom conhecimento didático só é possível se “o professor tiver um bom conhecimento matemático e curricular, se conhecer ou for capaz de percorrer diversos caminhos, utilizando materiais diversificados em relação aos quais conheça as potencialidades e fragilidades” (p. 502).

Novas ferramentas tecnológicas para visualização e modelagem, especialmente na Matemática, oferecem aos alunos modos de experimentar e observar fenômenos e visualizar os resultados de formas gráficas que auxiliam a compreensão (Cruz et al., 2018b). E, como um benefício adicional, com ferramentas tecnológicas e uma aprendizagem baseada em projetos, os alunos são mais propensos a permanecer envolvidos na tarefa (Noordin et al., 2011), reduzindo os problemas de comportamento na sala de aula.

A tecnologia também muda a forma como os professores ensinam, oferecendo aos educadores formas eficazes de alcançar diferentes tipos de alunos e avaliar a compreensão dos alunos por múltiplos meios (Baylor & Ritchie, 2002; Taylor, 1980), melhorando assim a relação entre professor e aluno. Quando a tecnologia é efetivamente integrada às áreas temáticas, os professores assumem funções de orientador, especialista do conteúdo e *coach* (Sharples et al., 2014).

A relação dos alunos com as TIC “promove-se a capacidade de construção de conhecimento” (Caldas, 2011, p. 28). Para esta autora, “as TIC proporcionam: uma aprendizagem significativa, trabalho em equipa, criatividade e autonomia” (Idem, p. 28). Em termos práticos, a utilização de tecnologia em Educação tem, na essência, duas posturas diferenciadas e que se poderão situar entre dois extremos: uma que os coloca ao serviço exclusivo do professor, apoiando-o na tarefa de transmissão da informação; outra que sugere e fundamenta a sua importância como facilitador da aprendizagem do aluno (Hartnell-Young, 2003).

Apesar de parecer, à primeira vista, um problema recente, nomeadamente com a generalização dos computadores pessoais e devido ao poder que as tecnologias digitais poderão incorporar, o mesmo se poderá colocar com outros recursos menos poderosos, como os que eram utilizados antes de os computadores aparecerem. Em termos de metodologia de ensino, na opinião de Silva e Gomes (2003), “o paradigma deve evoluir para metodologias centradas no aluno, que façam do estudante o elemento ativo da aprendizagem” (p. 2). A este respeito, Rocha (2012) salienta que “para além da passagem de um ensino centrado em si para um ensino centrado no aluno, o professor deve estar também preparado para as alterações que a tecnologia pode introduzir relativamente aos seus planos iniciais para a aula” (p. 65).

De facto, estamos em crer que é uma questão que não dependerá tanto dos meios utilizados, mas da forma como se entende o papel do aluno na aprendizagem (Sandholtz, Ringstaff, & Dwyer, 1997) e do correspondente papel do professor na criação de condições e oportunidades concretas para que essa mesma aprendizagem aconteça. Costa (2008) refere que a investigação sobre o ensino e a aprendizagem está em mudança na última década, evoluindo em direção a uma perspectiva construtivista da aprendizagem, tal como defende Jonassen (2007), e que recorrentemente se argumenta em favor: i) do reconhecimento da importância da ação por parte de quem aprende, por oposição ao papel determinante do professor na definição e direção do processo; ii) do reconhecimento da importância da comunicação e interação na aprendizagem, por oposição a uma aprendizagem individualista e solitária; iii) do desenho e desenvolvimento do currículo centrado no aluno e nas suas necessidades específicas, por oposição a um currículo centrado quase exclusivamente no saber e nos conteúdos pré-estabelecidos; iv) da criação de ambientes e oportunidades de aprendizagem ricos e diversificados, por oposição à mera transmissão do saber por parte do professor ou do manual escolar; v) da preferência pelo conhecimento utilizável, autêntico, pertinente e útil, por oposição a um conhecimento inerte, mecânico, imposto e, na maior parte das vezes, sem grande utilidade prática; vi) do enfoque sistémico e holístico na maneira de entender e organizar o processo, por oposição a uma abordagem estanque e segmentada e a um currículo fragmentado e com fronteiras entre as matérias (Costa, 2008).

Uma perspetiva que deveria determinar também as decisões e as práticas de uso da tecnologia, mas que, como facilmente se compreende, será muito mais do que isso: constitui o desafio fundamental a que a escola terá de responder e que as tecnologias apenas terão ajudado a evidenciar. De acordo com esta perspetiva, Fradão (2006) afirma que “a escola deve proporcionar situações de aprendizagem nas quais o aluno estabelece relações entre o novo conhecimento e os seus conhecimentos prévios, criando significados e relações que permitam reorganizar as suas estruturas conceptuais” (p. 27).

Procurar novas estratégias de ensino leva Caldas (2011) a apontar “formas que aproximam a atual escola da sociedade, em particular das vivências do quotidiano dos alunos, [o que] corresponde a integrar as TIC nos processos de ensino-aprendizagem” (p. 71). Com materiais tecnológicos que, para Freitas (2016), “permitem diversificar as estratégias e metodologias de ensino” (p. v). Para que as TIC possam, no entender de Fradão (2006), “apoiar e alterar o tipo de aprendizagens feitas na escola é necessário repensar a forma como se encara a aprendizagem” (p. 26).

Embora as novas tecnologias baseadas nos computadores sejam unanimemente consideradas um instrumento importante em educação (Reeves, 1997; Salomon, 2002), nomeadamente, em termos de acesso ao conhecimento e na promoção da aprendizagem propriamente dita, a questão central parece-nos ser o facto de não estar ainda integralmente compreendido que essas tecnologias poderão constituir ferramentas pedagógicas poderosas, não apenas como vastas fontes de informação, mas também como extensões da capacidade de aprendizagem do aluno. Por esta razão, Fernandes et al., (2013) referem que “são cada vez mais reconhecidas as enormes potencialidades da utilização pedagógica do computador como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem” (p. 99). Rocha (2012) aponta como obstáculos à integração das TIC no contexto educativo:

- i) a cultura de escola, ii) a resistência à mudança; iii) problemáticas associadas ao currículo e à política educativa; iv) problemas relacionados com a avaliação; v) a falta de apoio ao professor; vi) as dificuldades de acesso à tecnologia, e vii) a falta de conhecimento do professor tanto relativamente à tecnologia propriamente dita como relativamente aos importantes aspetos necessários para a integrar na sua prática. (p. 8)

Nesta mesma ordem de ideias, Santana (2011) considera que as barreiras à integração na opinião de alguns professores “estão associadas à quantidade insuficiente de equipamentos e à conexão lenta de Internet” (p. vii). O autor refere ainda como obstáculos à integração: “i) o número insuficiente de computadores; ii) a falta de conhecimento/habilidades acerca das TIC; iii) o desconhecimento de como integrar as TIC nas suas práticas de ensino” (Idem, p. 14). Tais obstáculos levam a Caldas (2011) a salientar que “a velocidade de inovação tecnológica vivida pela sociedade de informação exige a formação contínua e permanente [dos professores]” (p. 35). Bragado (2012) aponta como obstáculos “a falta de formação na área das tecnologias, a falta de tempo para explorar as ferramentas, as infraestruturas da sala de aula, o número insuficiente de computadores para os alunos ou a instabilidade no acesso à Internet” (p. v). De modo a ultrapassar alguns desses obstáculos, Gil (2002) defende que é necessário “que seja realizada uma adequação de recursos, de práticas pedagógicas, de formação de professores e de uma verdadeira política tecno-electro-pedagógica” (p. 5). O conhecimento de como integrar os recursos tecnológicos na prática letiva leva Ponte (2002) a destacar que tais recursos constituem “tanto um meio fundamental de acesso à informação, como um instrumento de transformação da informação e de produção de nova informação” (p. 2).

Se a integração curricular da tecnologia tem o potencial que temos vindo a defender, porque é que ainda não é uma realidade? Há várias barreiras à integração curricular da tecnologia. Primeiramente, para alguns professores, é apenas a falta de vontade para mudar (Alarcão, 2006; Becker, 2000), ou seja, uma dimensão diretamente relacionada com circunstâncias pessoais, atitudes e crenças. Twining (2002) destaca três conjuntos de variáveis interrelacionadas e frequentemente presentes na literatura, as questões atitudinais ou motivacionais, a falta de confiança e/ou de competência e a posse ou não de computador. Para outros, é a falta de condições materiais, a falta de computadores ou a dificuldade de acesso a programas específicos: o acesso a *hardware* e a *software* necessários, e o apoio técnico indispensável. Neste sentido, é do consenso geral, segundo Caldas (2011), que “o apetrechamento das salas de aula com computadores não garante a utilização do *software* educativo, que permita a aprendizagem dos alunos” (p. 58).

Para Gil (2002), um outro obstáculo à integração de tecnologia tem a ver com “o tipo de formação que os professores têm frequentado no âmbito das TIC (geralmente mais técnica do que pedagógica)” (p. 5). Em outra dimensão, muitos professores preparados para ensinar uma disciplina com suporte na oralidade e de forma mais expositiva sentem que o uso de tecnologia os desviam da forma tradicional de ensinar e tendem a sentir-se inseguros pelo não domínio da tecnologia (dimensão instrumental) e por não saberem como integrar a tecnologia nos processos de ensino e de aprendizagem (dimensão estratégica), ou seja, o modo como são integradas num determinado contexto, com que estratégias e ao serviço de que objetivos.

Para além do conhecimento de como usar um determinado recurso tecnológico, Ponte (2002) defende o recurso a “uma atitude crítica por parte dos seus utilizadores” (p. 2). Acresce a tudo isto, os professores das escolas de ensino básico e secundário angolanas estarem sobrecarregados com responsabilidades e têm pouco tempo para refletir sobre o currículo. A ideia de que com os computadores é possível utilizar estratégias diferentes, mais centradas na atividade do aluno, à luz da perspetiva construtivista (Azenha, 2008; Fosnot, 1996; Jonassen, 1996, 1998), tendem a não se refletir na prática pedagógica dos professores angolanos por não dominarem essas estratégias de ensino. Neste sentido, Lopes (2011) afirma que “as constantes mudanças impostas pela sociedade da informação e a presença das tecnologias nas mais variadas camadas da sociedade têm significado um repensar na educação e na sua forma de montar os currículos escolares” (p. 3).

Trata-se, pois, de uma perspectiva que vê o aluno como agente ativo na construção do seu conhecimento e em que a tecnologia assume o papel de parceria intelectual na aprendizagem, apoiando, guiando e ampliando as capacidades individuais, por exemplo, em termos conceituais ou da representação do conhecimento. Uma vez que assenta em princípios construtivistas, em que a aprendizagem é entendida como uma mudança no significado construído com base na experiência individual, o papel do professor é de orientador que guia o processo de construção individual do conhecimento. O professor é o elemento que cria as oportunidades de aprendizagem individual e colaborativa, quem determina quais os recursos que o estudante deve explorar por conta própria e usa intencionalmente o conteúdo para maximizar o tempo de sala de aula presencial, adotando estratégias de aprendizagem ativas. No entender de Caldas (2011) “as TIC permitem passar da lógica de instrução e assimilação de informação para um modelo construtivista baseado na construção colaborativa de saberes numa perspectiva flexível, [o que] permite uma pedagogia diferenciada” (p. 34). Assim, ao mesmo tempo que se verifica o aumento dos níveis de utilização das tecnologias pelos professores, em sala de aula, muita dessa utilização fica-se por tarefas pouco exigentes do ponto de vista cognitivo. A esse respeito, é sobretudo imprescindível “alterar as práticas educativas, mediante atividades desafiadoras criativas e de exploração de situações, de forma a tirar proveito do potencial que as tecnologias oferecem proporcionando efeitos positivos na aprendizagem” (Caldas, 2011, p. 58). Para Ponte (2002), “os professores devem ser capazes de situar estas tecnologias num novo paradigma do conhecimento e da aprendizagem tendo em atenção as suas implicações para o currículo” (pp. 3-4). Conhecer o currículo, no caso de Matemática, implica, por parte do professor, “um conhecimento das ideias nucleares que o orientam, que favorecem uma compreensão conceptual” (Duarte, 2011, p. 41). A par do conhecimento do currículo, Rocha (2012) destaca “o conhecimento dos conteúdos a ensinar, mas também a visão que o professor tem sobre a natureza e a estrutura da Matemática, tanto enquanto ciência como enquanto disciplina escolar” (p. 51).

Mesmo quando os professores dizem utilizar, em sala de aula, as tecnologias digitais que têm disponíveis, o que em concreto propõem aos alunos não parece ser, do ponto de vista pedagógico, muito consistente com os princípios construtivistas (Jonassen, 1996). Alguns autores fazem depender o fraco nível de exigência cognitiva no uso das tecnologias da associação aos modelos e práticas de ensino tradicionais dos professores, maioritariamente centradas sobre si próprios, enquanto níveis mais elevados de exigência estão mais diretamente associados a práticas de ensino e aprendizagem ativas e centradas nos alunos. Neste sentido, Rocha (2012) afirma que “o

conhecimento sobre a aprendizagem respeita ao conhecimento sobre o modo como se aprende, em geral, e sobre o modo como aqueles alunos especificamente aprendem Matemática” (p. 51).

A aplicação das tecnologias no ensino, no entender de Barros (2015), “possibilita que o aluno possa explorar e utilizar um conceito matemático, sem necessidade de procedimentos rotineiros e antes de o poder definir formalmente” (p. 12). Porém, Ponte (2002) advoga que “é necessário ter uma visão global do papel que estas tecnologias podem desempenhar em todo processo educativo e da respetiva fundamentação pedagógica” (p. 4). No entender de Duarte (2011), “os professores, embora dispondo de um conjunto de competências tecnológicas básicas, não têm ideias claras sobre o que fazer em termos pedagógicos e didáticos com elas” (p. 119). Neste sentido, Santana (2011) afirma que “as potencialidades que as TIC oferecem são minimamente exploradas por muitos professores” (p. 4). Um dos pressupostos da utilização da tecnologia no ensino assenta na melhoria da interação entre os protagonistas com reflexo na motivação do aluno para a aprendizagem. É nesse sentido que Ponte (2002) refere que “o papel da escola é o de proporcionar a todos uma oportunidade de interação social” (p. 2). A promoção dessa interação faz com Lencastre e Araújo (2007) defendam que as tecnologias constituem “um campo de possibilidades tão rico e cheio de potencialidades para aprendizagens várias que é totalmente absurdo que a escola não as utilize para atingir os seus objetivos pedagógicos” (p. 625).

Alguns autores advogam que com a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula a visualização dos procedimentos convida os alunos a uma participação ativa nas aulas, levando-os para a condição de construtores do seu próprio conhecimento. Barros (2015) pondera que “as tecnologias têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, devido a facilitarem a apresentação de exemplos, de analogias e de representações” (p. 12). Deste modo, Freitas (2016) alude que “as escolas terão de se tornar num lugar que permita aos alunos serem ativos na construção do seu próprio conhecimento” (p. 16), o que para Koch (2013) resulta da utilização da “linguagem audiovisual como forma de desenvolvimento do espírito crítico e da capacidade de raciocinar” (p. 13). A plena integração das TIC “processo de aprendizagem em todas as áreas disciplinares constituirá um potente fator de inovação pedagógica, proporcionando novas modalidades de trabalho na escola” (Lencastre & Araújo, 2007, p. 630).

A utilização de recursos tecnológicos em sala de aula depende muito do domínio que os professores têm do mesmo, do conteúdo a lecionar e da necessidade em visualizar alguns

elementos para melhor reflexão e argumentação. Podemos constatar que uma das grandes dificuldades encontradas se prende com a falta de informação sobre como usar. Os catálogos não são explícitos, o que provoca uma certa inibição na planificação da aula, as instruções através de vídeos seriam uma mais-valia. A dificuldade dos alunos na aquisição de calculadoras com capacidade para executar gráficos tem sido outro dos problemas em sala de aula.

As IES devem exercer maior protagonismo na divulgação e promoção do uso de recursos tecnológicos em sala de aula. Na província do Cuanza-Norte, fruto de situações adversas, a extensão do Ensino Superior tornou-se um facto apenas em 2007 com a inauguração da Escola Superior Pedagógica, que numa primeira fase funcionou em regime bietápico: bacharelato e licenciatura, e posteriormente passou a lecionar somente cursos de licenciatura. A inexistência do IES foi o maior entrave na materialização dos projetos do Governo de Angola. Porquanto, antes da extensão do Ensino Superior à província do Cuanza - Norte, as escolas do 1.º e 2.º CEB (Ciclos de Ensino Básico) no município de Cazengo funcionavam com um corpo docente com muitas limitações no que concerne ao ensino da Matemática.

Podemos atualmente constatar que o ensino de base ainda é assegurado por professores em formação inicial, com a agravante de lecionarem em regime de monodocência (da iniciação à 6.ª classe) ministrando disciplinas com alguma complexidade, descartando conteúdos para os quais não se sentem preparados para lecionar. Outro aspeto é o facto de a todos os níveis de ensino, as maiores dificuldades conceptuais estarem relacionadas com o estudo de conceitos geométricos. Através da utilização de recursos tecnológicos na sala de aula, altera-se a rotina e melhora-se a interação e o professor estimula o aluno a participar da construção do conhecimento.

A inexistência de material didático nas escolas, como réguas, esquadros, transferidores, é apontada por muitos professores como causa da não aplicação prática de construções geométricas em sala de aula, tendo como efeitos negativos na aprendizagem, como, por exemplo: dificuldades em definir os elementos fundamentais como reta, semirreta, segmento de reta, ângulo, classificação de triângulos quanto aos lados e ângulos no 1.º Ciclo; e, conseqüentemente, os conceitos de hipotenusa, cateto oposto e cateto adjacente a um determinado ângulo no 2.º Ciclo, como elementos determinantes para estudar as relações fundamentais no triângulo-retângulo. Tais dificuldades não permitem realizar abstrações e estabelecer relações conceituais com novas aprendizagens.

Para Pais (2002), “o professor deve trabalhar o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, uma vez que, por exemplo, a definição de uma figura geométrica por si só não pode traduzir a essência do conceito correspondente” (p. 56). No universo dos currículos, Costa (2014) advoga que “uma atenção especial deve ser dada às disciplinas transversais de Matemática, porquanto facilitam a vinculação de objetivos: “aprender a aprender é potenciado com o acesso a recursos tecnológicos” (p. 123). Por sua vez, a natureza oferece-nos a possibilidade de confrontarmos e apreciarmos algumas ‘paisagens’ com as quais podemos estabelecer algum paralelismo com as figuras geométricas e dessa maneira, tirar ilações do porquê que precisamos estudá-las.

Paralelamente às dificuldades citadas, é notório também que muitos alunos no 2.º Ciclo têm dificuldades conceptuais no que tange às semelhanças entre figuras, através da aplicação de um movimento de translação ou rotação ou da transformação através de uma homotetia. Tais dificuldades se repercutem no estudo das razões trigonométricas fundamentais no triângulo-retângulo, onde podemos constatar que ao não conhecer quem é o cateto oposto, o cateto adjacente e a hipotenusa, e o porque assim se denominam, ficam impossibilitados de definir o seno de um ângulo, o cosseno de um ângulo e as relações que derivam destas razões trigonométricas.

No concernente ao uso de recursos tecnológicos no ensino da Matemática, sabemos da aversão ou resistência de alguns professores à adesão aos mesmos, devido a alguns constrangimentos que podem surgir, próprios da natureza dos meios que possibilitam aos alunos irem além do esperado no que diz respeito ao planificado. Motivo pelo qual os professores devem refletir continuamente sobre as suas práticas. São vários os autores que defendem que a reflexão sobre as práticas pode ser o elemento chave na transformação dos professores e das escolas (Alarcão, 2006; Almiro, 2005; Oliveira & Serrazina, 2002; Pérez, 1992; Schön, 1992; Serrazina, 1999; Zeichner, 1993).

O professor deve estar ciente de que a sua atividade é moldada pelo currículo, mas não pode abdicar da necessidade de adequá-lo ao contexto. Cabe em última instância ao professor decidir sobre os materiais, meios e conteúdos a usar em sala de aula. Na visão de Jacó (2012), “as relações entre pares necessitam de ser trabalhadas e aperfeiçoadas” (p. 45), em que os professores são capazes de discutir com os seus colegas sobre os seus dilemas e os seus conflitos e principalmente sobre o que acontece nas suas aulas, modificando a realidade das instituições em que lecionam, cumprindo com os objetivos definidos para o ensino.

É preciso salientar que quando desenvolvida de forma espontânea, quando os intervenientes no processo estão cientes dos benefícios que advém da atividade, maior proveito se tira das experiências. Neste sentido, Cipriano (2013) afirma que “assume um papel importante na formação social dos alunos bem como na preparação destes para o mundo do trabalho” (p. 27). Neste intercâmbio de experiências espera-se que pelo equilíbrio em termos de pré-requisitos, pela motivação demonstrada em participar, amizade entre os participantes, apesar de uma ou outra diferença, haja homogeneidade em termos comportamentais.

Apesar de muito utilizados fora da escola por professores e alunos, em ambiente escolar ainda podemos observar que os protagonistas do processo de ensino-aprendizagem mantêm um conflito de posicionamento entre eles e o uso destes recursos em salas de aula. Sabemos também das limitações do uso de *softwares*, que começam muitas vezes na interface e sua relação com os objetivos definidos para ministrar o conteúdo, levando muitas vezes a um certo distanciamento com relação ao desenvolvimento de outras habilidades que não sejam apenas instrutivas, como o desenvolvimento da autonomia e outros objetivos curriculares transversais.

Outro facto limitante é a disponibilidade manifestada pelo aluno para usá-la e a inacessibilidade dos mesmos, agravada pela impossibilidade de partilhar as suas descobertas. No município de Cazengo (sede capital da província do Cuanza-Norte), o aumento exponencial de centros que ministram cursos de formação profissional de informática vem colmatar as dificuldades apontadas e perspetivar cenários de inclusão digital a curto prazo a todos os níveis, contando também com o uso crescente de outros recursos tecnológicos como: telemóveis, calculadoras gráficas, GeoGebra, que servem de trampolim para a adesão que se pretende aos recursos tecnológicos.

É preciso que os professores aquando da decisão em optar por um ou outro recurso tecnológico sejam capazes de mensurar o alcance dos mesmos em função das suas pretensões. O potencial das tecnologias para solucionar muitas das dificuldades atuais do ensino e da aprendizagem e o aparecimento relativamente recente em Angola do computador pessoal vieram incitar o desenvolvimento de experiências de utilização de tecnologias em contexto educativo. É a isso que temos assistido de alguma forma resultantes do contexto social e cultural em que Angola vive hoje.

Mais recentemente, assumem particular relevância as declarações políticas em que se estabelece como objetivo estratégico tornar o país tecnologicamente mais desenvolvido. Ou, ainda, a generalizada expansão do uso dos computadores para fins pessoais e, apesar de tudo, a sua crescente utilização também em contexto educativo por muitos professores (Lencastre, Coutinho,

Casal, & José, 2014a), nomeadamente, os das áreas das ciências e, muito particularmente, os professores de Matemática. Assim, em Angola, o atual contexto do ensino é também marcado por um novo paradigma no ambiente de sala de aula com alunos que parte da sua vida é realmente vivida online, onde a distinção entre online e offline é cada vez mais difusa (White & Le Cornu, 2011), que perceberam ser necessário trazer para a sala de aula os recursos que utilizam fora dela.

Segundo Magalhães (2016) “a diversidade de contextos de aprendizagem implica o uso de recursos tecnológicos” (p. 10). Tal posição deve-se ao facto da tecnologia estar cada vez mais presente no nosso dia-a-dia, o que leva Santos (2006) a defender que “as tecnologias devem tornar o ensino mais ativo e concreto, mais próximo da realidade” (p. 21). Barros (2015) salienta que “a tecnologia possibilita a criação de um ambiente de aprendizagem mais atrativo e motivador” (p. 11). A integração das TIC nas estratégias de ensino “pressupõe uma prática planeada na qual os alunos têm novas formas de acesso ao conhecimento que poderão culminar em novas formas de aprendizagem” (Gonçalves, 2016, pp. 106-107).

De facto, nas escolas angolanas a utilização do computador é ainda pouco consistente e está dependente de uma grande diversidade de fatores, quanto a nós predominantemente circunstanciais e relacionados, frequentemente, com o maior ou menor entusiasmo dos professores, com a existência ou não de recursos nas escolas, com a existência ou inexistência de formações, enfim, um sem número de aspetos a merecerem atenção particular. Estar em formação, na perspetiva de Gonçalves (2016), “implica um investimento pessoal, um trabalho livre e criativo sobre os percursos e os projetos próprios com vista à construção de uma identidade que é também uma identidade profissional” (p. 43).

Uma utilização poucas vezes determinada por uma visão clara, esclarecida e criteriosa sobre a função que a tecnologia pode assumir nos processos de ensino e de aprendizagem (Lencastre, Coutinho, Casal, & José, 2014b), pouco determinada por uma adequada formação de professores ou pela existência de contextos estruturados e com tempo suficiente para experimentação, avaliação e reflexão, nomeadamente sobre as mudanças que isso implica em termos de organização da escola, ou em termos dos papéis de professores e alunos e de cada uma das tecnologias usadas.

Mesmo quando motivados para o uso da tecnologia na sua atividade pessoal, os resultados encontrados permitem concluir que é escasso o seu uso no contexto escolar (Buckingham, 2010).

Ou, ainda mais preocupante, um uso pouco ambicioso do ponto de vista da aprendizagem propriamente dita, continuando as tecnologias, quando usadas, a servir sobretudo de apoio ao trabalho do professor, não acrescentando nada em termos de exigência do ponto de vista cognitivo (Costa, 2008; Cuban, 2001). A situação mais comum é a de um quase total desaproveitamento do potencial que o computador e as tecnologias encerram em termos de estimulação, desenvolvimento e suporte das competências de aprendizagem (Costa, 2007; Viseu, 2008).

Por outro lado, à pouca habilidade do professor para usar a tecnologia, há uma certa ambiguidade do ponto de vista dos objetivos pedagógicos, muitas vezes decorrentes de uma certa incompatibilidade entre o potencial de uma determinada tecnologia e o modelo de ensino seguido pelo professor. Tal como refere Pedro (2011), “as instituições escolares terão que considerar de forma prioritária os seus professores, na medida em que estes são o único capital estável de que as escolas dispõem” (p. x). Com o advento das novas tecnologias, a utilização de recursos tecnológicos no quotidiano tornou-se inevitável. Neste sentido, Pedro (2011) salienta que “têm revelado um impacto inegável na presente forma de organização de vida dos indivíduos” (p. 3).

Em todos os quadrantes do mundo, até mesmo em locais recônditos é frequente encontrar um utilizador. Os professores apercebendo-se das vantagens do mesmo, por constituírem uma mais-valia para os processos de ensino e de aprendizagem, desde a facilitação no processo de interpretação de gráficos, na rapidez de execução de cálculos até mesmo na melhoria em termos de interação, têm-nos como suportes para a realização das mais variadas situações problemáticas. Como refere Ponte (2002), “a interação constitui um elemento fundamental da construção do conhecimento e da definição das identidades” (p. 2). A este propósito, Gonçalves (2016) considera que “a troca de experiências e a partilha de saberes consolidam espaços de formação mútua nos quais cada professor é chamado a desempenhar, simultaneamente, o papel de formador e de formando” (p. 43). A integração tecnológica é um processo no qual professores e alunos interagem com auxílio de recursos tecnológicos.

O contexto atual é marcado ainda que de forma tímida pela utilização algo redutora de grande parte dos recursos, na resolução de tarefas onde a consolidação de conteúdos, a clarificação de conceitos, planificação de aulas e na maior parte das vezes para ilustrar a exposição do professor com figuras pré elaboradas, ou seja, fazendo uma transposição do planificado com papel e lápis para uma apresentação com auxílio do computador, são algumas das práticas. Estas práticas em nada melhoram o processo de aprendizagem. As TIC são referidas por Pedro (2011), “como o

contributo determinante para o aumento da qualidade do processo de ensino-aprendizagem” (p. 5).

A integração da tecnologia como instrumento facilitador, tornou possível a mudança de paradigma, com o professor menos expositivo e o aluno mais participativo desenvolvendo competências como o senso crítico, deixando de ser um mero espectador, para se tornar o sujeito na construção do conhecimento sob orientação do professor. Segundo Viseu (2008), neste paradigma “cada aluno constrói as suas próprias abordagens sobre as tarefas matemáticas, o que contribui para um maior envolvimento nas atividades da aula” (p. 19). Isto se torna possível com uma boa gestão da sala de aula, como referem (Matos & Serrazina, 1996; Palhares & Gomes, 2006).

Com a integração de tecnologia no processo de ensino-aprendizagem, aumenta o volume de informação e a interação entre professor e aluno. Apesar de tornar efetiva a aprendizagem, é preciso que o professor, tal como advoga Padeiro (2016), utilize “uma comunicação clara, objetiva e fluente, promovendo um ambiente em sala de aula propício à partilha e discussão de ideias” (p. 42). Pois, o contexto atual, segundo Domingues (2010), “impõe uma mudança nos papéis e no significado da aprendizagem” (p. 29). Nesta perspetiva, no entender de Santos (2006), “é necessário desenvolver o gosto por aprender e a autonomia no processo de aprendizagem” (p. 21).

A motivação maior nesta atividade é a alternância de paradigmas numa mesma aula, ou seja, é possível o professor começar por utilizar quadro e giz e depois recorrer à tecnologia, privilegiar a tecnologia no início e depois confirmar com quadro e giz os procedimentos, como também procurar utilizar simultaneamente os dois cenários anteriores. Com a utilização de tecnologias em sala de aula, para além de despertar a atenção dos alunos envolvendo-os na sua aprendizagem por processos de descoberta e reflexão sobre as mesmas, na perspetiva de Domingues (2010), “acarreta transformações para um novo paradigma educativo, mais personalizado e centrado na atividade dos alunos” (p. 34).

A tecnologia possibilita ao professor diversificar as suas metodologias, podendo numa mesma aula, utilizar vários processos como momentos de exposição, de visualização de tutoriais culminando com debates, resultando assim em diferentes objetivos de aprendizagem. Tal como Antunez (2016) refere, “aprender implica adquirir instrumentos para aprender a aprender e para aprender a pensar” (p. 8). Por essa razão, “devem ser as escolas e os professores a decidir quais as metodologias e os recursos mais adequados” (Batista, 2013, p. 30).

Partindo do pressuposto de que a visualização de uma imagem vale mais do que mil palavras, com a tecnologia, novas formas de aprendizagem se efetivam com reflexo direto na assimilação que se alcança dos conceitos. Porém, é preciso que se consiga tirar proveito das suas potencialidades, criando momentos de interação, reflexão, contextualização para aplicação prática do que se aprendeu, ou seja, conciliar as abordagens desde a centrada na tecnologia à abordagem centrada na aprendizagem. Contudo, Duarte (2011) afirma que “entre o potencial anunciado pelas tecnologias e o seu uso efetivo pelos professores nas escolas, em particular na sala de aula, existe ainda uma grande distância” (p. 115).

As tecnologias “constituem uma mais-valia na dinamização das aulas, quando aplicada de uma forma estruturada” (Cunha, 2014, p. 15). Desta forma se transformam os processos de raciocínio e os de construção do conhecimento. O foco do processo passa do ensino para a aprendizagem. Na perspectiva de Santos (2006) “o aluno passa a ter um papel ativo e interveniente” (p. 22). É de realçar que integrar a tecnologia em sala de aula, não passa por uma simples utilização de recursos tecnológicos em sala de aula, mas sim, por uma utilização pedagógica dos recursos tecnológicos no sentido de criar momentos de indagação, conjeturação e reflexão na ação que impulsionam a comunicação e asseguram uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos. Na visão de Cunha (2014), “é muito mais do que alterar apenas os recursos utilizados” (p. 35). A integração de tecnologia é por norma precedida do desenvolvimento de competências didáticas, pedagógicas e tecnológicas, o que “requer mudança de atitude dos professores” (Altoé & Fugimoto, 2009, p. 166). Com o desenvolvimento de habilidades por parte dos alunos na utilização de recursos tecnológicos, os professores têm na integração da tecnologia em sala de aula uma oportunidade de diversificar as metodologias e melhorar o rendimento escolar dos alunos.

Assim como Caldas (2011) afirma “as TIC como recurso contribuem de forma crescente para diversificar métodos de ensino e aprendizagem” (p. 63), ao oferecer aos professores “oportunidades de inovação e poder contribuir de forma decisiva para a melhoria das práticas pedagógicas e da dinâmica de trabalho na escola” (Cunha, 2014, p. 49). Esta integração, para Altoé e Fugimoto (2009) “requer do sujeito um permanente estado de aprendizagem e de adaptação” (p. 164).

Ultrapassados os obstáculos que condicionam a integração, os professores têm na tecnologia uma ferramenta pedagógica capaz de propiciar metodologias de trabalho inovadoras e motivadoras. Como afirma Domingues (2010), “as TIC visualizam-se agora como instrumentos pedagógicos”

(p. 36), constituindo-se “poderosas ferramentas capazes de tornar as práticas pedagógicas mais inovadoras, motivadoras e eficazes” (Augusto, 2016, p. 28). Torna possível a aprendizagem sem barreiras, a circulação e aquisição de grande quantidade de informação, maior vinculação de conceitos ao contexto de vida dos alunos.

O sucesso deste processo depende muito da “formação de professores, do apetrechamento das instituições com recursos tecnológicos e da readaptação do currículo ao contexto” (Agostinho, 2016). Assim, tal como refere Domingues (2010), “a prioridade não deveria estar no apetrechamento das escolas, mas sim na formação dos professores no uso das TIC, orientada para a promoção das aprendizagens nos alunos para a construção do conhecimento” (p. 36). Partilha dessa ideia Cardoso (2010) ao afirmar que “a finalidade última da formação contínua é produzir melhorias no ensino que possam refletir-se na qualidade das aprendizagens dos alunos” (p. 42). Para que haja alterações são “necessárias mudanças objetivas na metodologia adotada em sala de aula, no que se refere à formação inicial e contínua dos professores” (Gonçalves, 2012, p. 26). Ao integrar a tecnologia em ambiente de ensino e de aprendizagem, o professor deixa de ser apenas um transmissor de conhecimentos, passando a orientador ou mediador com o aluno a assumir um posicionamento central na construção do conhecimento. Tal como sustenta Padeiro (2016), “o papel do professor passa essencialmente por orientar os alunos para as tarefas e criar estratégias” (p. 17). Domingues (2010) salienta que “o ensino terá a ganhar quando assumirmos a inovação tecnológica como um parceiro na construção do conhecimento” (p. 16) e “potencializadora e difusora de informação, que deve permitir o desenvolvimento da autonomia, da atividade mental e da criatividade” (Gonçalves, 2016, p. 107). Porém, tal como considera Viseu (2008), essa utilização “ganha sentido se fizer com que [os professores] problematizem as suas práticas” (p. 11), no que diz respeito, por exemplo, na forma como “implementa o diálogo e discussão de ideias em sala de aula, o que implica também uma preocupação da sua parte pelo desenvolvimento de capacidades específicas associadas à comunicação nos seus alunos” (Padeiro, 2016, p. 51). Ambientes de aprendizagem que considerem tais preocupações alteram a forma como os intervenientes no processo educativa desempenham os seus papéis. O professor e o aluno passam a relacionar-se num ambiente mais tecnológico o que é “propício a novas e diversificadas experiências de aprendizagens” (Domingues, 2014, p. 14), o que, segundo Larsen (2012), remete para uma perspetiva de considerar o que o aluno diz e faz como “resultado da forma de ensinar, da metodologia de ensino adotada pelo professor” (p. 74). A melhoria da gestão da aula com a utilização de tecnologias pode provocar mudanças de metodologia trazendo consigo

a possibilidade de os alunos interagirem mais com o professor, questionando sempre que possível os passos de resolução visualizados influenciando assim na melhoria da comunicação. Tal como refere Viseu (2008), “nesta dinâmica, ganham relevo as estratégias que o professor adota, as formas de comunicação que dinamiza na sala de aula” (p. 21).

### **2.3. Os recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos**

O ensino da Matemática é fértil em situações relacionadas com a falta de contextualização dos conteúdos, repercutindo-se esse aspeto no elevado índice de insucesso na aprendizagem desses conteúdos. A esse respeito, Magalhães (2016) aponta que é necessário “conhecer pedagogias que potenciem o uso das novas tecnologias” (p. 3), visto que, na ótica de Cruz (2011), “a atividade do aluno é determinante na construção da sua aprendizagem” (pp. 11-12). Adotando esta perspetiva de ensino, é da responsabilidade do professor “orientar as atividades da sala de aula no sentido que essa construção se verifique através de materiais didáticos e de tarefas que estabeleçam ligações da Matemática à vida real com ou sem recurso tecnológico” (Cruz, 2011, pp. 11-12). A valorização da atividade do aluno no contexto de sala de aula desafia os professores a experienciar outros métodos de ensino para além dos ditos tradicionais. Abreu (2013), Camargo (2013), Cruz (2011), Domingues (2010) e Lopes (2010) defendem que quando os alunos articulam os conhecimentos por si interiorizados aos novos conhecimentos tornam a aprendizagem mais significativa. Para que essa articulação aconteça, compete ao professor conquistar “o interesse dos alunos através de aulas que promovam a sua autonomia e a mobilização de conhecimento” (Capa, 2015, p. 2). Cruz (2011) pondera que “a envolvência dos alunos em aprendizagens significativas é necessária para que realmente possa acontecer uma mudança significativa ao nível das aprendizagens da disciplina de Matemática” (p. 20). A autora salienta ainda que esse envolvimento favorece o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de comunicação, o que pode ser promovido através da utilização de recursos tecnológicos.

Na mesma linha de pensamento, Camargo (2013) considera que “é necessário entender as implicações do uso das tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem, o que exige uma reconstrução da prática pedagógica do professor” (p. 20). O desconhecimento relacionado com o potencial e as limitações dos recursos tecnológicos tem sido uma das causas da não utilização da tecnologia em sala de aula. Compete às instituições de formação de professores a promoção de oportunidades de formação, adequando a sua oferta às necessidades dos docentes.

Prova disso são as relações interpessoais e interinstitucionais cuja comunicação se desenvolve para todos os fins com suporte de um recurso tecnológico. Assim, segundo Monteiro (2010), “as TIC surgem naturalmente na escola como meio favorecedor da aprendizagem do aluno” (p. 18). O desenvolvimento das tecnologias aliado à sua crescente utilização na sociedade tem-se refletido “na comunidade escolar, em particular no ensino e aprendizagem da Matemática” (Capa, 2015, p. 35).

Do ponto de vista de Lopes (2010), “as TIC estão mudando as formas de trabalho, de socialização, de comunicação e, como não poderia deixar de ser, da aprendizagem” (p. 13). Por exemplo, a proliferação de Internet faz com que “a escola deixe de ser apenas um lugar em que o conhecimento é transmitido ao aluno, para ser sobretudo um espaço de aprendizagem” (Viseu, 2008, p. 40). Este autor salienta ainda que “na escola são facultados os meios e a informação, quer para a construção do conhecimento e de valores e atitudes, quer para o desenvolvimento de competências” (p. 40). Moretto (2015) enquadra a competência TIC como “a possibilidade de mobilização de capacidades, conhecimentos e atitudes em situação de ensino e aprendizagem” (p. 32), que permitam ao professor “dominar efetivamente as ferramentas digitais e potenciá-las ao máximo dentro dos contextos pedagógicos” (Domingues, 2010, p. 37).

Com a constante “evolução da tecnologia é urgente que o professor se vá atualizando (...) estar disponível para investir no seu próprio conhecimento e na sua formação” (Gonçalves, 2012, p. 31), o que, na perspectiva de Domingues (2010), remete para “um esforço pessoal na sua autoformação” (p. 47). As escolas devem incentivar os seus professores a desenvolver o seu conhecimento tecnológico, porque na sociedade atual o crescente desenvolvimento tecnológico e a proliferação das tecnologias de informação e comunicação, que coloca a informação disponível com um simples clique, retiraram à escola o monopólio de veiculação do conhecimento.

No entanto, Monteiro (2010) advoga que “a escola tem a obrigação de acompanhar esta sociedade em permanente formação e evolução” (p. 18). Não pretendemos com este trabalho a exclusão do tradicional quadro e giz como meios de ensino, apenas averiguar as práticas pedagógicas que propiciem uma maior interação entre professor e aluno e resultem numa melhoria da qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem.

O domínio apresentado pelos alunos no que concerne às TIC deve ser bem aproveitado pelo professor para a inclusão deste recurso na sala de aula, pois “os alunos são elementos sociais que transportam vivências e conhecimento” (Meneses, 2016, p. 4) e desta forma promover novas

práticas letivas dando maior significado às aprendizagens, melhor visualização dos conceitos matemáticos, melhor articulação entre os procedimentos algorítmicos e os heurísticos. Nesta ordem de ideias, Lima (2012) considera que “a utilização destes recursos nas aulas de Matemática deve ter, naturalmente, consequência no que se ensina e na forma de aprender a vários níveis” (p. 27). Assim sendo, a introdução dos computadores no processo de ensino-aprendizagem veio transformar “a forma como se desenvolvem os conceitos matemáticos na sala de aula” (Cruz, 2011, pp. 27-28). Com recurso à tecnologia, as práticas rotineiras de resolução de exercícios, dão lugar a atividades sobre tarefas de estrutura mais aberta do que os exercícios, que tendem a delimitar o aluno a reproduzir procedimentos. Essa mudança na rotina da prática letivas leva os professores a afastarem-se da sua zona de conforto habitual, onde são detentores exclusivos dos saberes. Na consecução de uma pedagogia que valoriza a atividade do aluno a utilização de recursos tecnológicos pode criar oportunidades para explorar as tarefas que são elaboradas para o contexto educativo.

As práticas rotineiras em sala de aula limitam os alunos à memorização de procedimentos impedindo-os de desenvolverem algumas competências, como, por exemplo, a discussão e a reflexão sobre o que dizem e fazem. As tarefas de estrutura aberta podem provocar mudanças consideráveis no comportamento dos alunos, obrigando-os a uma maior participação nos diversos momentos da aula. Segundo Morais (2010), “a estratégia que um professor utiliza para desenvolver uma aula influencia certamente a construção do conhecimento que o aluno realiza” (p. 1). Por essa razão, Viseu (2008) defende que o professor deve atender à “natureza e ao grau de desafio das tarefas, às sugestões metodológicas [dos programas escolares] e às indicações quanto à utilização de materiais didáticos” (p. 18), principalmente “os que favorecem abordagens intuitivas dos conceitos matemáticos” (Idem, p. 18). Este autor alude que o uso educativo das TIC ganha sentido se contribuir “para que os professores se questionem e questionem os outros, se informem e comuniquem com os outros e se a sua integração na sala de aula fizer com que problematizem as suas práticas” (p. 11).

Analisando a utilização que os professores dão à tecnologia, Medeiros (2011) salienta essa utilização mais “para a organização da atividade docente e menos na dinâmica de sala de aula” (p. 121), embora os recursos tecnológicos ampliem e diversifiquem “as formas de interagir e compartilhar os tempos e os espaços” (Souza, 2014, p. 76). Para retirar mais proveito dos recursos tecnológico nas suas atividades profissionais, Domingues (2010) salienta o imperativo de os professores aprenderem “a dominar as ferramentas tecnológicas para melhor planificar e

melhor as contextualizar com o currículo” (p. 16). Também Ponte (2002) destaca que “os professores devem ser capazes de tirar partido das TIC no planeamento e na realização de situações de ensino-aprendizagem, integrando-as numa perspetiva curricular coerente” (p. 9), o que remete para uma alteração do papel pedagógico do professor de transmissor de conhecimento para orientador e moderador da construção do conhecimento. Neste sentido, é preciso adequar o processo de ensino-aprendizagem às exigências da sociedade, promovendo a profissionalização docente e a aquisição de competências transversais dos alunos. Segundo Abreu (2013), “o modelo de ensino tem de se adaptar a esta visão da Matemática, onde se privilegiam aspetos e competências que vão para além da acumulação de factos, regras, teoremas e procedimentos” (p. 6). Os recursos tecnológicos aparecem como o elemento que contrapõe a desmotivação por falta de contextualização com a possibilidade de visualização dos conceitos.

Para Gil e Farinha (2014), “o uso das TIC é uma realidade inegável e cada vez mais imprescindível na sociedade atual” (p. 926), o que é reforçado por Kenski (2007) ao destacar as implicações desse uso na alteração da relação entre o triunvirato professor, conteúdo e aluno, o que exige por parte do professor uma “preparação prévia” (p. 34). Tal preparação torna-se mais exigente do que sem recorrer às tecnologias na educação por proporcionarem uma pedagogia que valoriza a “aquisição de conhecimento [pelo aluno] permitindo envolver-se no processo de ensino-aprendizagem” (Capa, 2015, p. 4).

A bibliografia consultada mostrou-nos que os jovens são potenciadores utilizadores das TIC por lhes permitir “que pesquisem e explorem *sites*, *link's*, *softwares* e documentos *online* com interesse para o ensino da Matemática” (Viseu, 2008, p. 32). Os jovens tendem a acompanhar melhor que os adultos a evolução constante das tecnologias. Em todos os lugares e momentos do quotidiano, observamos e sentimos o quão inseparável são os jovens e os recursos tecnológicos. As tendências do mundo contemporâneo apontam para uma infoexclusão dos indivíduos que não acompanhem a evolução das tecnologias. Na sociedade em constante mudança “o acelerado desenvolvimento científico e tecnológico exige uma nova postura da escola na formação dos alunos como cidadãos críticos, ativos, esclarecidos e responsáveis, de forma a facilitar-lhes uma plena integração na sociedade” (Silva & Seixas, 2010, p. 141).

Estamos cientes de que não basta utilizar os recursos tecnológicos em sala de aula, é necessário refletirmos sobre a forma como são utilizados. Quando interagimos com alguns professores notamos alguma resistência na utilização dos mesmos. Silva e Seixas (2010) defendem que é

fundamental “a implementação em sala de aula, de mudanças e estratégias de inovação pedagógica que se reconheçam capazes de transformar a escola de modo a obter melhorias significativas na Educação, onde se inclui a integração das novas tecnologias” (p. 141). A resistência de alguns professores a utilizar recursos tecnológicos na sua prática letiva deve-se a várias razões, sendo uma delas, segundo Cruz (2011), a falta de formação sobre como utilizar tais recursos na sua atividade profissional. Domingues (2010) salienta que o professor deve contornar esta dificuldade, “partindo das metodologias utilizadas, valorizando as componentes de autoformação e de trabalho em grupo” (p. 48).

Atualmente, muita da comunicação é feita com suporte das tecnologias, as instituições e pessoas singulares comunicam-se com suporte de um recurso tecnológico. A escola, enquanto instituição vocacionada para a inserção do homem na sociedade, não podia de maneira alguma ficar indiferente aos avanços das tecnologias. Na escola, as TIC “são um elemento constituinte do ambiente de aprendizagem” (Ponte, 2002, p. 2), o que aponta para a necessidade de o professor conhecer o alcance e limitações do uso dos *softwares* disponíveis, de maneira a realçar a sua utilidade. Segundo Ponte (2002), os professores “precisam de saber usar e promover o uso de *software* educativo e software utilitário pelos alunos, bem como de serem capazes de avaliar as respetivas potencialidades e limitações” (p. 4). Assim, a tecnologia mune o professor de “novas ferramentas e convida-o a uma mudança de práticas, incentivando-o à inovação, no sentido de dinamizar um ensino mais motivador, dinâmico, interativo e participativo” (Ferreira, 2009, p. 17).

Neste estudo, abordamos a inserção dos recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos e analisamos a forma como são utilizados a Calculadora Gráfica, o GeoGebra e a Internet em prol da melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem e dos fatores que dificultam estes processos. Cunha (2014) salienta que “uma escola pode estar bem apetrechada de tecnologias e continuar a promover estratégias de ensino unidirecionais” (p. 50), o que evidencia “mais o papel do educador, para ampliar a sua mensagem inquestionável, em detrimento da valorização de uma comunicação livre, bem informada, interativa” (Idem, p. 50). Almeida (2007) aponta a interatividade “como um aspeto central a ter em conta na sala de aula” (p. 1). O professor deve estar preparado para enfrentar a incerteza do futuro, bem como outras exigências que sociedade possa determinar (Lima, 2012). A este respeito, Ponte (2002) advoga que “as TIC devem estar o mais possível presentes na formação inicial de professores, sendo importante que os formandos vão muito para além do seu simples domínio instrumental” (p. 9).

Nos tempos atuais, tal formação é fundamental visto que a “evolução tecnológica tem ocorrido de uma forma tão repentina que a escola não a tem conseguido acompanhar, nem ao nível do apetrechamento material, nem ao nível das competências digitais, nem se quer ao nível da mudança de atitudes” (Domingues, 2010, p. 27). Neste âmbito, um dos maiores desafios da escola passa pela inovação da prática pedagógicas dos seus docentes, visando motivar os alunos para aprender e prepará-los para a sua inserção na sociedade (Cruz, 2011).

Cada vez mais estamos abrangidos e dependentes da utilização dos recursos tecnológicos, constituindo, por essa razão, um desafio para a educação matemática a sua integração na prática pedagógica. Hoje em dia o conceito de escola transcende a ideia que tínhamos de uma infraestrutura hermeticamente fechada, pois, no quotidiano as informações chegam-nos em todos os lugares e em tempo real, sem precisarmos estar confinados às ‘quatro paredes’.

A escola ganhou um parceiro inseparável que são as TIC, que vieram provocar alterações consideráveis no posicionamento da escola ante a comunidade. A evolução da sociedade “obriga os seus cidadãos a uma constante atualização dos seus conhecimentos, nos mais variados domínios, não só por razões que se prendem com o campo profissional de cada um” (Forte, 2009, p. 17). Tal evolução exige do Homem, um conhecimento “diversificado, contextualizado e capaz de possibilitar uma convivência crítica com as mudanças que ocorrem, o que se traduz na necessidade constante de repensar a Educação e a Escola” (Silva & Seixas, 2010, p. 143).

A escola não pode ficar à “margem das inovações tecnológicas, deve acompanhá-las de perto, a fim de que o seu papel formativo contribua para uma melhor integração dos alunos numa sociedade cada vez mais exigente” (Pereira, 2011, p. 19). É imperioso recordar que o êxito da utilização das TIC em sala de aula depende muito do olhar à formação inicial de professores. Para Souza (2014), “é fundamental vivenciar, durante o processo de formação, atitudes, modelos didáticos e modos de organização que possam ser transformados em ações práticas” (p. 77). Perspetiva partilhada por Ponte (2002) quando refere que as “tecnologias, devem estar plenamente integradas nas instituições educativas, dispondo alunos e professores de condições de acesso facilitado e de frequentes oportunidades de formação” (p. 9). Quanto à formação contínua, Neto (2011) projeta-a como oportunidade que o professor tem de se atualizar, alargar e diversificar os seus saberes, para que melhor se adapte às mudanças (sociais, culturais e tecnológicas) que ocorrem, por vezes de forma abrupta. Porém, Santana (2011) salienta “a fraca oferta de formação contínua necessária aos professores para aplicar as TIC de uma forma

sistemática nas suas práticas pedagógicas” (p. 5), o que leva o autor a destacar que “a capacidade de gestão do próprio processo de integração das TIC no ambiente escolar para atender as necessidades da comunidade escolar, tem influenciado bastante” (p. 5). Medeiros (2011) também defende que “a formação continua em tecnologias pode ajudar a superar barreiras, mas também é verdade que existem deficiências na conceção e formação de numerosos cursos” (p. 55). Como o conhecimento obtido nas licenciaturas em termos de tecnologias “é insuficiente para se fazer face às exigências do mundo contemporâneo” (Medeiros, 2011, p. 55), a formação contínua de professores pode favorecer “o enfrentamento de desafios em nossos tempos, os quais precisam se tornar prioridade de programas e de instituições formadoras” (Lopes, 2015, pp. 20-21).

Por muito que se fale sobre a integração das TIC na educação, “o facto é que ela só poderá acontecer efetivamente, se os professores estiverem preparados para ela” (Domingues, 2010, p. 47). Para Forte (2009), “a formação nos tempos atuais constitui um modo de adquirir qualificações e competências que permitam aos indivíduos enfrentar a imprevisibilidade e a intervenção nos contextos reais de trabalho” (p. 18).

O professor enquanto elemento mediador do processo educativo, para além do domínio dos conteúdos a lecionar, deve aprimorar os seus conhecimentos sobre as TIC. Caraterizado por Moretto (2015) “como o sujeito mais experiente da cultura e possuidor de conhecimentos específicos sobre o que e como ensinar, constitui-se como organizador da relação do aluno com os objetos de conhecimento” (p. 25). Segundo Lopes (2010) “é necessário aceitar o desafio, colocar-se na condição de aprendiz e apropriar-se do uso destas ferramentas” (p. 19).

Atendendo à evolução da tecnologia, atualmente o professor tem à sua disposição uma diversidade de materiais que pode integrar nas suas estratégias de ensino (Viseu & Rocha, 2018). Uma utilização informada, consciente e oportuna das TIC “é um poderoso instrumento de partilha de informação, de formação e de comunicação que contribui para uma sociedade mais bem informada/formada, uma sociedade do conhecimento” (Pereira, 2011, p. 19). Cabe ao professor, enquanto gestor do currículo, ao nível da sala de aula, inovar em termos de práticas visando maior interação e motivação para a aprendizagem da Matemática. Caberá também ao professor “promover uma alfabetização tecnológica, aprofundando saberes e consolidando metodologias inovadoras, adotando a tecnologia como mais um recurso educativo” (Pereira, 2011, p. 19). É ao professor que compete adequar aos seus alunos e ao seu contexto escolar as orientações

curriculares, “diagnosticando problemas, criando soluções, regulando a sua prática, criando cenários que muitas vezes se afastam das prescrições curriculares” (Ponte, 2005, p. 1).

Apesar da diversidade de recursos tecnológicos que o professor tem ao seu dispor, debruçamo-nos sobre a utilização da calculadora gráfica, do GeoGebra e da Internet por serem os que ganham maior visibilidade na prática dos professores que integram este estudo

### **2.3.1. Calculadora gráfica**

Entre os materiais que o professor de matemática pode integrar nas suas estratégias de ensino “destacam-se os tecnológicos, como, por exemplo, a calculadora gráfica e o computador” (Viseu & Rocha, 2018, p. 114). É fator determinante para utilização da calculadora, o tipo de tarefa proposta, sendo consensual que “as tarefas fechadas não desenvolvem a capacidade de investigar sobre as diferentes aplicações da calculadora gráfica” (Magalhães, 2010, p. 60).

Dentre os inúmeros recursos tecnológicos disponíveis, a calculadora é a que mais frequência tem nas práticas de alguns professores e alunos. Para Consciência (2013), “a calculadora gráfica, pela sua portabilidade e relativo baixo custo, é uma das principais ferramentas tecnológicas usadas nas salas de aula de matemática do ensino secundário” (p. 6). No uso deste recurso tecnológico, segundo Silva e Seixas (2010), “deve ser dada uma especial relevância à sua utilização em sala de aula de modo a estimular nos alunos o desenvolvimento de competências científicas e sociais” (p. 141). Por exemplo, no estudo da Estatística, a calculadora gráfica favorece a resolução de tarefas básicas, como cálculo de médias e confirmação de resultados em operações que acarretam muito tempo para realizar, como também atividades mais complexas como construir e interpretar gráficos estatísticos. Magalhães (2010) considera que “com a utilização das tecnologias em contexto de sala de aula, os alunos podem comunicar com e sobre matemática acabando com o tédio dos cálculos matemáticos repetitivos” (p. 44). Porém, a utilização da calculadora gráfica para a realização de cálculos com as operações básicas faz com que seja mais utilizada como um auxiliar de cálculos do que na formalização de conceitos matemáticos em estudo, o que promoveria a compreensão por parte do aluno desses conceitos. A integração efetiva da calculadora em sala de aula pode alterar o ambiente de aprendizagem, para além de mudarem as questões que emergem nas atividades realizadas, devido ao tipo de tarefas propostas e as estratégias de ensino. Coutinho (2009) é de opinião que os professores não devem somente ter domínio de recursos tecnológicos, mas sim de ensinar com eles.

A calculadora gráfica pode assim, como Magalhães e Martinho (2011) referem, “desempenhar um importante papel como instrumento mediador no processo de decisões tornando o aluno participante ativo no processo de aprendizagem” (p. 5). Consequentemente, Silva e Seixas (2010) advogam que “é necessário investigar as condições que são requeridas para que a utilização da calculadora gráfica beneficie o processo de ensino/aprendizagem da Matemática” (p. 147). Progressivamente, a calculadora “tem vindo a tomar lugar na escola, particularmente na sala de aula, desencadeando uma necessidade de se repensar as metodologias e os papéis que lhe podem ser atribuídos no ensino da Matemática” (Magalhães, 2010, pp. 41-42).

Alguns autores defendem que não basta que haja recursos tecnológicos na escola, é necessário que lhes seja dada a devida utilização. Monteiro (2010) advoga que “a escola como meio preponderante no processo de crescimento e de socialização dos alunos, não pode ser um elemento repressor dessas mesmas tecnologias” (p. 9). Cabe ao professor a missão de selecionar tarefas que promovam cada vez mais a sua integração na sala de aula. Rocha (2012) chama a atenção para a “compreensão da forma como determinada tecnologia pode potenciar a realização de um certo tipo de tarefa” (p. 69). Enfatiza-se a necessidade “de propor tarefas mais envolventes de aprendizagem, cujas temáticas e respetiva exploração seja feita em articulação com as outras áreas do saber” (Silva & Seixas, 2010, p. 147). Deste modo, a calculadora gráfica deve servir os propósitos da construção do conhecimento, com tarefas que obriguem a refletir em detrimento daquelas que apenas levam o aluno à mobilização de saberes.

Esta mudança de paradigma influencia também o posicionamento dos protagonistas em sala de aula, com o professor como mediador do processo e o aluno como elemento central. Uma das mudanças é o envolvimento dos alunos quando exploram com a calculadora, transformando a aula num laboratório de Matemática. Na senda do construtivismo, as atividades em sala de aula devem estar baseadas na construção e reconstrução do conhecimento, só assim justificam os momentos de reflexão do professor e do aluno, com a utilização da calculadora gráfica como ferramenta pedagógica desenvolvendo-se para além do conhecimento do conteúdo, a competência tecnológica. A construção de recursos tecnológicos baseados na teoria construtivista tem dado o impulso necessário para a melhoria quer das opções de ensino como da qualidade da aprendizagem. No entanto, para Consciência (2013), “as calculadoras gráficas oferecem a alunos e professores uma série de oportunidades para novas abordagens dos vários temas da matemática, permitindo que o foco do ensino seja o desenvolvimento de conceitos matemáticos importantes” (p. 5).

A calculadora gráfica como instrumento facilitador da aprendizagem é, segundo Magalhães e Martinho (2011), “fundamental na construção de novos conceitos matemáticos e estimulando os alunos a desenvolver o seu próprio conhecimento matemático” (p. 12). A utilização das calculadoras gráficas oferece aos alunos oportunidades para estabelecer conexões entre as diferentes representações dos conceitos em estudo e encontrar resposta às questões que lhe são formuladas. É necessário propor tarefas onde as calculadoras gráficas “assumem um importante papel na medida em que podem estabelecer conexões quando utilizadas como meios incentivadores do espírito de pesquisa e do espírito crítico” (Silva & Seixas, 2010, p. 147). Mesmo as calculadoras científicas podem ser exploradas na resolução de tarefas que desafie o aluno a pensar sobre aspetos conceituais do que a fazer contas fastidiosas. Nos dias de hoje, uma grande maioria dos alunos se faz acompanhar de um telefone digital, que têm como aplicativo inserido uma calculadora. Caldas (2011) salienta que “as atuais transformações tecnológicas implicam mudanças no quotidiano de cada um de nós” (p. iv). Porém, tal recurso dificilmente é utilizado com regularidade, dada a proibição por parte de alguns professores da utilização de telefones em sala de aula.

É importante, na visão de Caldas (2011), “a consciencialização da necessidade de preparar os indivíduos para uma sociedade dependente da tecnologia e a emergência de uma renovação pedagógica capaz de melhorar o processo de ensino e aprendizagem” (p. iv). Este quadro pode ser alterado no momento em que os professores perceberem que os telefones podem ser uma alternativa aos problemas logísticos que as instituições experimentam. Colocando-se assim, como refere Caldas (2011), “a tónica na integração curricular das TIC” (p. iv). Apesar de muito limitada em termos funcionais, a calculadora disponível nos telefones digitais tem servido para a resolução dos mais elementares cálculos relacionados com a adição, subtração, multiplicação e divisão. A faixa etária em que os alunos com maior frequência apresentam tal recurso tecnológico é por norma dos 15 anos em diante, o que corresponde à frequência do 9.º ano às classes subsequentes. Tal facto influencia a utilização tardia da calculadora, o que concorre para o fraco domínio pelos alunos até mesmo das funcionalidades mais básicas.

Assim, a relação do aluno com a calculadora gráfica, na opinião de Magalhães (2010), “pode de algum modo influenciar a forma como utiliza este instrumento, assim como o papel que lhe atribui quando resolve as diferentes tarefas propostas” (p. 49). A condição económica das famílias é outro dos aspetos que concorre para a insignificativa utilização deste recurso tecnológico. A escola

enquanto instituição promotora da utilização deste recurso não tem conseguido levar avante essa missão.

Para Viseu e Rocha (2018), “se focarmos a nossa atenção no ensino de tópicos de Funções, a utilização de materiais tecnológicos promove a conexão entre as diferentes representações, que valoriza a conceitualização de procedimentos e de factos em estudo” (p. 114). Por outro lado, Silva e Seixas (2010) realçam que “as capacidades gráficas da calculadora viabilizam uma mudança efetiva na abordagem de alguns conteúdos, perspetivando o ensino e aprendizagem da disciplina de modo profundamente inovador” (p. 146).

Cada vez mais se torna importante, que os alunos aprendam a integrar a calculadora gráfica nas suas atividades de aprendizagem. Assim, como acontece com todos outros recursos tecnológicos, a calculadora não é exceção no que diz respeito à evolução, ao longo dos anos vão surgindo cada vez mais complexas e com grandes inovações com respeito às suas funcionalidades. Esta constante alteração e complexidade em termos funcionais tem afetado grandemente o desenvolvimento de habilidades no trabalho com este recurso. Neste contexto, Bragado (2012) afirma que “os desafios da mudança e a inovação tecnológica são portadores de novos impulsos que levam a escola a adaptar-se aos novos tempos, à construção de referenciais teóricos e novas propostas educativas” (p. 13). A calculadora gráfica é assim, como Magalhães (2010) advoga, detentora de “um grande potencial no âmbito de uma aprendizagem centrada no aluno e na sua compreensão dos conceitos” (p. 44).

O surgimento de calculadoras cada vez mais evoluídas, desde a simples à calculadora gráfica, tornou mais exigente a tarefa do professor e do aluno. Esta evolução tecnológica permite trabalhar várias formas de representar funções. Tal como Consciência (2013) refere, “a calculadora gráfica permite conjugar várias representações das funções: numérica, gráfica, simbólica e física” (p. 10). No entender de Termentina (2014), para além de “permitir obter o esboço gráfico representativo de uma função, a calculadora gráfica permite sobrepor vários gráficos e entre estes estabelecer comparações” (p. 9). Silva (2013a) considera “indispensável que os alunos trabalhem com cada uma das representações e que também traduzam informação de umas para outras, uma vez que se complementam” (p. 2). Para Bragado (2012), “as abordagens pedagógicas, por mais diversificadas que sejam, ancoradas nas ferramentas tecnológicas, veem nestas um meio facilitador das aprendizagens” (p. 14).

Em Angola, a partir da *oitava classe*, os alunos começam a trabalhar um dos conceitos fundamentais da Matemática, o conceito de função, considerado por muitos como basilar para a contextualização de tópicos matemáticos e transversal na estrutura curricular do ensino básico. Tal conceito é considerado como “indispensável para a compreensão do mundo em que vivemos” (Ministério da Educação, 2001, p. 26). Assim, com a calculadora gráfica, segundo Termentina (2014), “um dos primeiros procedimentos a ter em conta no estudo de uma função é a definição da janela de visualização” (p. 9).

Existem várias formas ou métodos para trabalhar o conceito de função, é usual dar-se primazia ao tratamento algébrico por parte dos professores no Ensino Básico. Para Silva (2013a), algumas das dificuldades de aprendizagem do conceito de função relacionam-se, em parte, com a necessidade de utilizar múltiplas representações. Com efeito, Rocha (2012) refere que “o acesso à tecnologia permite não só aceder a diferentes representações, como vem também facilitar a conexão e a alternância entre estas” (p. 69).

Outro aspeto importante a considerar para Termentina (2014) é que “nem sempre a observação do gráfico facultado pela calculadora dá informações exatas acerca de elementos que a caracterizam, como sejam, os zeros, os extremos ou os limites dos intervalos de monotonia” (p. 9). Neste âmbito, Santos (2009) defende que “a tecnologia pode ser simultaneamente uma ferramenta e uma fonte de ideias e de inspiração” (p. 54). Da mesma forma, Rocha (2012) alude que “a tecnologia pode contribuir para minorar alguns dos problemas com que os alunos se deparam” (p. 69).

A calculadora gráfica para além de facilitar a contextualização dos conteúdos, vem melhorar a eficácia e eficiência no processo de ensino-aprendizagem, flexibilizando o trabalho em sala de aula e a mudança de tarefas do ponto de vista de estrutura como de grau de dificuldade (Ponte, 2005) visando uma aprendizagem significativa. Para tornar efetivo o uso da calculadora gráfica é necessário que tanto os professores como os alunos dominem as funcionalidades desta e consigam inter-relacionar as competências matemáticas com as competências tecnológicas.

Como tal recurso se for devidamente utilizado favorece o “desenvolvimento cognitivo, [e] o desenvolvimento da autonomia” (Ferreira, 2005, p. 31), é imperioso que os professores a utilizem de forma indutiva, dando ênfase ao processo de resolução de tarefas em detrimento da preocupação com os resultados obtidos. Pois, a atividade do aluno depende da atividade do

professor, daí que, a forma como os alunos utilizam a calculadora gráfica depende muito da proposta pedagógica adotada pelo professor.

Como um dos recursos mais utilizados pelas instituições e pelos indivíduos dadas as suas especificidades, desde a multiplicidade de funcionalidades e finalidades, a sua capacidade operacional e de armazenamento de informações, tornam a calculadora gráfica indispensável nos mais variados setores de atividade. Com repercussões, como advoga Caldas (2011), “nas estratégias de ensino implicando mudanças nos sistemas educativos” (p. 12). Apesar de ser indispensável ao homem, a evolução tecnológica ao longo dos tempos, quer em termos de aplicativos como em termos de tamanhos, permite que a calculadora gráfica se possa transportar para todo o lado. Porém, o seu valor de aquisição ainda constitui um obstáculo ao acesso por grande número de indivíduos e instituições.

### **2.3.2. GeoGebra**

O GeoGebra é um *software* de Geometria dinâmica de livre acesso e gratuito. Ao tratar-se de um software de geometria dinâmica, Lopes (2011) destaca que este tipo de *softwares* tem “como característica principal o movimento de objetos na tela. Possibilitam fazer investigações, descobertas, confirmar resultados, fazer simulações, e permitem levantar questões relacionadas com a sua aplicação prática” (p. 5). Júnior (2014) destaca que “a Geometria Dinâmica engloba os programas interativos que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas propriedades” (p. 30).

O GeoGebra é um software que permite trabalhar não apenas a Geometria, como também a Álgebra, o Cálculo e a Estatística (Júnior, 2014). O GeoGebra possui três vistas distintas “a gráfica, a algébrica e a folha de cálculo” (Nunes, 2011, p. 55). Ao oferecer a conexão entre diferentes representações, Freitas (2016) destaca o GeoGebra por ser “um *software* de Geometria dinâmica que reúne as ferramentas tradicionais da Geometria com as mais avançadas da Álgebra e do Cálculo” (p. 18). O ambiente dinâmico do GeoGebra, permite aos seus utilizadores criar objetos matemáticos dinâmicos, como gráficos e funções, e interagir com esses objetos (Lopes, 2013). Permite também, como refere Nunes (2011), “criar e modificar objetos usando a entrada de comandos que se encontra na base do ecrã do GeoGebra” (p. 55).

Segundo Teixeira (2012), o GeoGebra “é um *software* que incorpora todas as características de um programa de Geometria dinâmica no plano” (p. 17). A autora refere que “pode ser utilizado

no estudo da Álgebra, pois tem características semelhantes à calculadora gráfica” (Idem, p. 64). A mesma autora salienta que “o GeoGebra permite relacionar as informações dadas algebricamente com as representações gráficas” (Ibidem, p. 65). Tem a vantagem didática de “apresentar simultaneamente, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: a sua representação geométrica e a algébrica” (Nunes, 2011, p. 55). A representação algébrica, como Viseu e Rocha (2018) defendem, “é concisa e geral na apresentação de regularidades. O recurso exclusivo a esta representação pode dificultar a compreensão do significado matemático e causar dificuldades nas interpretações dos alunos” (p. 117).

O uso desse recurso tecnológico na sala de aula, “enriquece o processo de ensino-aprendizagem entre professores e alunos” (Silva, 2013b, p. 12). Para além desta vantagem, Lopes (2013) aponta outras tais como “permitir exportar figuras para um processador de texto, criar pequenos *applets* que estimulam a transmissão e recuperação de conhecimento matemático e possuir uma ferramenta auxiliar de construção” (p. 5). Nessas construções é possível modificar propriedades dos objetos (cor, estilo da linha, visibilidade), medir a amplitude de ângulos, distâncias ou calcular a medida de áreas (Nunes, 2011).

O GeoGebra tem inúmeras ferramentas “úteis na produção de figuras (...), criação de *applets* para rodar na Internet, execução de sequências didáticas para conteúdos de Matemática” (Van-Dúnem, 2016, pp. 19-20). Sousa (2015) considera que “a utilização do GeoGebra facilita a abordagem dos conteúdos matemáticos e a dinâmica com que estes podem ser abordados, torna as aulas mais ativas e menos monótonas, favorecendo a construção do conhecimento” (p. 41). Por outro lado, Lopes (2011) aponta que “o uso do GeoGebra permite encorajar o processo de descoberta e de autoavaliação dos alunos, reservando momentos ao professor, através da verificação do recurso protocolo de construção” (p. 10).

Um dos temas que potencia a utilização do GeoGebra é a Geometria, que, na ótica de Sousa (2015), “constitui um contexto natural para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de argumentação dos alunos” (p. 19). A importância deste software na aprendizagem de tópicos geométricos deve-se à sua utilização simples e intuitiva, permitindo descobertas matemáticas significativas através de construções geométricas (Nunes, 2011). Tal como refere Lopes (2011), “permite que uma construção geométrica seja arrastada pela tela em diferentes posições (...) [o que] possibilita pensar de uma forma matematicamente diferente do que se estivéssemos

trabalhando com uma construção estática” (p. 10). Nunes (2011) acrescenta que “a zona gráfica apresenta-se de cor branca e mostra a representação gráfica dos objetos matemáticos (como pontos, vetores, segmentos, polígonos, funções, curvas, secções cónicas)” (p. 55).

Lopes (2011) destaca que “os *softwares* de Geometria Dinâmica são ferramentas que motivam o aluno a realizar investigações, o que pode facilitar o interesse pela construção de seus conhecimentos” (p. 11). As características do GeoGebra possibilitam a criação de cenários para atividades exploratórias e investigativas (Lopes, 2011) nas quais o aluno pode verificar, de uma forma muito rápida, as propriedades de uma figura” (p. 28). De forma que, como Lopes (2011) salienta “os estudantes possam interagir com as figuras construídas” (p. 11).

Como Gonçalves e Reis (2013) referem, os “ambientes informatizados são propícios para a realização de uma atividade investigativa, pois o aluno pode ser levado a explorar situações, a formar o próprio pensamento e a investigar” (p. 424). Tal pressuposto leva Nunes (2011) a destacar “que é importante dar aos alunos oportunidades para investigação e para a descoberta” (p. 58). Este recurso tecnológico por englobar Geometria e Álgebra e responder de forma dinâmica às questões relacionadas com alguns dos tópicos abordados nesta investigação mereceu a atenção dos professores, porquanto, por constituir um *software* de fácil acesso, que facilita uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos. Van-Dúnem (2016) afirma que o GeoGebra proporciona “cenários visuais que ilustram e favorecem uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos” (p. 8), facultando a construção, exploração e a visualização das propriedades e das relações geométricas. Por seu turno, a representação gráfica, como salientam Viseu e Rocha (2018), “caracteriza-se por permitir uma utilização que transcende os conhecimentos algébricos dos alunos, tornando possível encontrar soluções quando não se conhece uma abordagem analítica ou mesmo quando esta não existe” (p. 117).

Tais ambientes, como Gonçalves e Reis (2013) declaram, “permitem ao aluno analisar uma situação e observar regularidades, estabelecer hipóteses e testá-las na busca de uma solução para o problema proposto” (p. 425). Com o GeoGebra é possível desenvolver uma aula passo a passo descrevendo de forma dinâmica e sequencial todos os passos de resolução de uma tarefa matemática. Tais recursos, como refere Lopes (2011), “quando utilizados adequadamente, podem provocar mudanças na postura do professor e dos alunos no sentido de auxiliar na compreensão do que está sendo estudado” (p. 3).

Com este recurso tecnológico torna-se um facto a produção de portefólios e outros artefactos didáticos para utilização como ferramenta para aprendizagem e facilitar e auxiliar a exposição por parte do professor. Proporciona ao aluno oportunidades de explorar elementos relevantes na construção do seu conhecimento. A utilização do software GeoGebra, no entender de Van-Dúnem (2016), “permite desenvolver competências inerentes ao pensamento crítico e criativo” (p. 19). Com isso, Silva (2013b) salienta que “os *softwares* educacionais estão sendo incorporados ao processo de ensino-aprendizagem como ferramenta de mediação entre o aluno e o conhecimento” (p. 14).

A constituição do GeoGebra enquanto *software* educativo que engloba Geometria e Álgebra, apesar de não apresentar de forma detalhada o algoritmo de resolução das atividades matemáticas, apresenta na sua barra de ferramentas ícones que de maneira simples e prática facilitam a rapidez de execução das tarefas propostas. Por esta razão, Gil e Farinha (2014) defendem que “um *software* educativo faculta novas hipóteses de ensinar e aprender a partir das suas interfaces e linguagens, motivando o interesse de todos os envolvidos no processo” (p. 927). Neste sentido, Silva (2013a) advoga que “percebe-se que ao inserir nas aulas de Matemática os recursos tecnológicos digitais passa a atrair a atenção e interesse dos alunos” (p. 16). Porém, Viseu e Rocha (2018) alertam que “a concretização destes pressupostos está fortemente dependente da forma como o professor perspetiva o ensino e a utilização de materiais na sua prática letiva” (p. 114).

Com o GeoGebra foi possível observar, neste estudo, o desenvolvimento de tópicos de Geometria, Álgebra e outros que de outra forma só seriam possíveis lecionar com régua, esquadro, compasso e outros materiais didáticos apontados como o motivo da não leção de alguns tópicos. A Geometria, tal como Nunes (2011) declara, “surge como uma excelente oportunidade para relacionar a Matemática com o mundo real e é, porventura, a área mais visual, intuitiva e criativa dos currículos escolares” (p. 58). No GeoGebra, “pode-se fazer construções utilizando pontos, vetores, segmentos, retas, secções cónicas, bem como gráficos de funções” (Freitas, 2016, pp. 18-19). Nunes (2011) acrescenta que as “abordagens de ensino mais eficazes e que encorajem os alunos a aprender Geometria são imperativas, desde os primeiros anos do ensino básico” (p. 58).

A compreensão de conceitos matemáticos pode ser regulada no trajeto escolar desde que o aluno tenha um papel ativo nas atividades desenvolvidas na sala de aula. A utilização de material tecnológico tem relevância, como destaca Viseu (2008), na visualização de conceitos matemáticos

e por apoiarem a atividade exploratória dos alunos na realização das suas atividades. Desta forma, Gonçalves e Reis (2013) advogam que “a observação e a percepção podem ser estimuladas para desenvolver nos alunos a capacidade de criticar e questionar a Matemática como um conhecimento em construção” (p. 425).

Os professores como elementos fundamentais na formação dos cidadãos precisam, na opinião de Gil e Farinha (2014), de “adequar/modificar o seu ensino tradicional e entender quais as estratégias que são induzidas por essas transformações, selecionando as que lhe parecem as mais adaptadas aos seus alunos” (pp. 926-927). Nesta ordem de ideias, Rocha (2012) adverte para a “familiarização com um conjunto de estratégias que permitem explorar as capacidades da tecnologia e o conhecimento de como adequar determinados métodos de ensino à utilização da tecnologia” (p. 69).

Com o GeoGebra, a construção de figuras geométricas, o cálculo de distâncias entre dois pontos, do perímetro, da amplitude de ângulos internos ou externos de figuras geométricas, assim como o cálculo de derivadas e integrais é visualizado de forma dinâmica. A partir das noções básicas que os alunos possuem é possível sob a mediação do professor construir o conhecimento. Contudo, tal como é defendido por Gil e Farinha (2014), “o professor neste novo contexto digital, deixa de ser um mero transmissor do conhecimento” (p. 928). Também Gonçalves e Reis (2013) afirmam que “a utilização de *software* permite que os conceitos matemáticos sejam explorados por meio de construções não estáticas, que podem ser manipuladas e proporcionar uma percepção diferente da Matemática” (p. 424).

O desenvolvimento de conceitos geométricos é multifacetado e, como tal, Nunes (2011) considera que “a aprendizagem dos alunos pode ser melhorada se a Geometria for apresentada de forma que estimule a curiosidade e incentive a exploração” (p. 58). Por tratar-se de um *software* livre, que pode ser utilizado em qualquer recurso tecnológico e ter sido produzido para fins educacionais, afigura-se pelas suas peculiaridades como um bom recurso para aliar a teoria à prática. Contudo, na opinião de Van-Dúnem (2016), “a construção do conhecimento por parte do aluno depende do conhecimento prévio, das experiências anteriores, e da forma como este organiza esse conhecimento e o utiliza para interpretar novas situações” (p. 30).

Desta forma, consideramos serem práticas pedagógicas inovadoras as que, corroborando com a perspectiva de Morais (2014), “aquelas que são desenvolvidas em contexto educativo por professores que buscam formas diferenciadas de melhorar e aperfeiçoar continuamente suas

metodologias de ensino” (p. 49). A utilização do GeoGebra em sala de aula permite ao professor diversificar metodologias de trabalho e passar das tarefas fechadas para as tarefas abertas, colocar o aluno na condição de sujeito no processo de ensino-aprendizagem, despertando-se assim, como Meneses (2016, p. 1) defende, “o interesse por práticas e metodologias que facilitem e promovam a comunicação na sala de aula”.

### **2.3.3. Internet**

Outro dos recursos muito utilizado, quer pela população estudantil quer pelos professores, é a Internet. A Internet é uma enorme rede de computadores interligadas pelo mundo inteiro, que teve o seu início nos anos 60 do século XX, em plena Guerra Fria, no Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América através do projeto ARPA - Advanced Research Projects Agency (Connoly, 2010). O intuito era garantir a segurança de dados e informações em caso de guerra e quebra nas comunicações. O seu principal projeto foi a ARPANET, a primeira rede de computadores que funcionava para manter as instalações militares dos EUA em constante comunicação (Lewin, 2001). Esta rede era destinada a interligar os computadores dos centros de investigação das universidades e instituições militares americanas, permitindo o compartilhamento de recursos entre os investigadores que trabalhavam com projetos militares (Connoly, 2010). Na década seguinte (1970), a Internet passou a ser utilizada não somente para fins militares, mas entre o meio académico universitário americano em projetos de investigação. Em 1990, a Internet começou a alcançar a população em geral. Neste ano, foi desenvolvida por Tim Berners-Lee a World Wide Web (WWW), o que deu aos utilizadores de computadores um ambiente de hipertexto, possibilitando uma navegação pela Internet de forma extremamente simples, com endereços e uma interface gráfica mais amigável (Lampton, 1998). "Hipertexto" é a tecnologia que tem a capacidade de ligar diferentes páginas da Web, através de movimentos rápidos e fáceis. Simultaneamente, surgiram vários *browsers*, contribuindo para o crescimento veloz da Internet, o que teve implicações na sua popularidade, passando a ser utilizada com diferentes finalidades, entre elas o meio escolar, como ferramenta de pesquisa da informação, além de ser um importante mecanismo de comunicação a qualquer momento ou distância (Lampton, 1998).

Atualmente, a Internet consiste numa das formas de comunicação mais usadas pelo homem no seu dia-a-dia (Gaspar, 2013; Moretto, 2015; Padeiro, 2016), cujo uso pelos jovens fora do contexto

escolar lhes permite adquirir um forte sentido da sua própria autonomia e autoridade como utilizadores de tecnologia (Monteiro, 2010; Santos, 2006).

O uso da Internet pode ser visto em todas as modalidades de ensino, seja o ensino em sala de aula presencial, oferecendo ferramentas que proporcionam interatividade, facilitando a troca de conhecimento, experiências e a divulgação de materiais didáticos, seja no ensino *online* (Lencastre, 2009; Lencastre, 2012; Lencastre, 2017), onde “a Internet desenraíza o conceito de ensino-aprendizagem localizado e temporalizado, potencializando o conceito de que a aprendizagem pode ocorrer em vários lugares ao mesmo tempo, *online* e *offline* e *on/offline*” (Coutinho & Alves, 2010, p. 208). Dessa forma, o conceito de aula presencial vai-se ampliando diante de tantas possibilidades que a Internet proporciona a professores e alunos (Monteiro, Lencastre & Rodrigues, 2012), abrindo-se a possibilidade para o acesso a bibliografia digital, reduzindo-se assim as dificuldades com o acesso a manuais escolares e outros materiais afins, contribuindo desta forma para o desenvolvimento de uma das competências transversais plasmada nos currículos, a autonomia dos alunos e como Cipriano (2013, p. 80) afirma “promover o trabalho entre pares como facilitador da aquisição de conhecimentos”. Tavares (2013) afirma que no âmbito do ensino básico e secundário, onde a formação a distância não é uma realidade, a Internet pode ser usada como “(i) uma fonte de informação complementar nas aulas presenciais, inserida numa unidade didática; (ii) pode ser um meio de comunicação, através dos fóruns, do correio eletrónico, de *chats*, das redes sociais; ou pode ser (iii) um suporte para atividades de autoaprendizagem do aluno” (pp. 21-22).

Entretanto, enquanto o crescimento é uma coisa boa, pela maior quantidade de informação que está disponível, encontrar recursos com qualidade para a sala de aula torna-se cada vez mais difícil. Ninguém controla o que está na Internet em milhares e milhares de servidores Web, que variam em conteúdo, layout e precisão. Nenhuma organização, pessoa ou autoridade controla tudo o que está disponível na Internet, e ninguém, exceto o próprio autor de cada Website, é responsável por garantir que as informações disponíveis estão corretas. Assim, o papel do professor em promover o uso adequado da Internet na sala de aula é particularmente importante. Portanto, a questão que hoje enfrentam os professores é como ajudar os alunos a transformar esse recurso imponente e descontrolado num aliado educativo, e como integrar o conhecimento disponível no currículo (Lewin, 2001). Logo, conectar-se à Internet é apenas o começo, pois o passo mais importante é aprender como usar a Internet de forma eficaz e eficiente, o que significa navegar na Web para chegar a um site que contém informações úteis e relevantes sobre um tópico

de estudo desejado. Assim, a Internet apresenta aos professores e educadores um dilema. Por um lado, a Internet fornece o imenso potencial pedagógico pelos inúmeros recursos para oferecer aos alunos milhões de assuntos. Estes recursos de todo o mundo podem ser atualizados ao minuto e representar coletivamente uma variedade de pontos de vista e, ainda melhor, esses recursos estão rapidamente e facilmente acessíveis. Por outro lado, a Internet apresenta imensos desafios, tais como problemas de credibilidade e confiabilidade das fontes e a questão de lidar com um número colossal de recursos. O acesso a uma grande quantidade de informação acarreta consigo um redobrar de esforços por parte dos professores, porquanto nem todos os conteúdos disponíveis têm cariz científico. Com efeito, os professores são chamados à tarefa de instruir os alunos no tratamento a ser dado no que se relaciona aos conteúdos acessados via Internet (Rodrigues & Lencastre, 2017). Aprender a pesquisar na WWW é essencial para a aplicação bem-sucedida da Internet nas escolas. Sem a capacidade de restringir esse recurso sempre crescente a alguns Websites úteis, os alunos podem sentir decepção, desconfiança e até mesmo frustração que pode resultar em deixar de usar com fins pedagógicos uma ferramenta absolutamente incrível. Os alunos ficam entusiasmados quando localizam recursos uteis, mas esquecem-se que nem todos os sites têm informações precisas e confiáveis (Lewin, 2001). Se queremos que os nossos alunos sejam capazes de assegurar a diferença entre recursos de confiança e não confiáveis, então é preciso prepará-los para serem consumidores críticos de informação em vez de destinatários passivos. De acordo com Lewin (2001), há algumas abordagens possíveis:

- Criar com os alunos uma lista de recursos e de Websites de confiança, como o nome do autor e endereço de e-mail, informações sobre as fontes que o autor usou, a data de criação dos recursos, um endereço de domínio .edu (site educacional), etc...
- Usar com os alunos recursos pré-pesquisados, que intencionalmente incluem informações falsas e pedir aos alunos que avaliem o conteúdo.
- Trabalhar com os alunos as questões de avaliação da qualidade da informação: *1. O quê?* O que o artigo ou informação diz? Responde à nossa questão inicial (pergunta ou parte de uma pergunta)? *2. Onde?* Onde está a fonte desta informação? Tem um nome da pessoa, nome da organização, número de telefone, endereço de e-mail, site endereço? *3. Quem?* Quem é o autor? É possível entrar em contacto com o autor? *4. Por quê?* Por que razão o autor colocou essa informação online? Com que propósito? Existe um ponto de vista claro? Algum viés? Quaisquer omissões importantes (falta informação)? *5. Quando?* A informação

é atual? *6. Realmente?* Existe algum meio de verificar a exatidão das informações usando outras fontes?

Uma outra forma de validar a informação que está online é, de acordo com Linn, Davis e Bell (2004), trabalhando em grupos, pois os alunos podem ajudar-se uns aos outros, questionando a competência dos recursos da Internet e discutindo os critérios de validade. Por exemplo, os alunos podem concordar conjuntamente que a evidência exige mais do que depoimentos de supostos especialistas antes de serem incorporados a um argumento ou pedir a seus pares que façam as afirmações com base em factos. Dizem as autoras que, trabalhando em grupo, os alunos negociam critérios e padrões compartilhados para argumentos científicos, discutem alternativas, apresentam os seus argumentos, comparam as suas opiniões e criticam-se mutuamente. Ou seja, quando os alunos discutem com seus pares, aprendem mais, e a Internet pode suportar uma ampla gama de atividades de aprendizagem em grupo levando tanto professores como alunos às práticas de trabalho colaborativas (Rodrigues & Lencastre, 2017). Em resumo, a colaboração entre pares, a discussão online e o debate em aula podem ajudar os alunos a aprender uns com os outros. Para aproveitar a propensão dos alunos para adicionar ideias, as discussões precisam de participantes com conhecimentos variados. Para ajudar os alunos a gerar conexões, as discussões aproveitam os suportes para incentivar a crítica e a vinculação de ideias. As discussões podem ajudar os alunos a aprender de forma mais produtiva. A facilidade de aceder à informação através da Internet “leva a considerar que orientando o aluno na construção do seu próprio conhecimento” (Cipriano, 2013, p. 29), o que se traduz numa nova forma de aprender a aprender.

Outro problema comum hoje em dia é o plágio. É fundamental que os alunos saibam a diferença entre plágio e paráfrase. Com a facilidade de acesso digital, o plágio é uma tentação óbvia e perigosa. Assim, um outro papel do professor é exigir que os alunos citem corretamente todos os recursos com origem na Internet.

Informações e ferramentas na Internet são semelhantes às características de muitas calculadoras e pacotes de *software*. À medida que a Internet evolui, os recursos interativos da Internet provavelmente não diferirão muito de outras tecnologias usadas na sala de aula. Mais importante, a Internet cria oportunidades de aprendizagens novas e diferentes porque fornece acesso eficiente e rápido a grandes fontes de informações, a dados em tempo real, a recursos tecnológicos interessantes e uma diversidade de ambientes interativos e colaborativos (Glazer, 2001).

Em Angola, os recursos de que o professor necessita para a flexibilização do currículo e mudança nas suas práticas podem ser obtidos de forma mais alcançável através da Internet do que meios convencionais. Quando um professor necessita de um recurso ou de um *software*, acessa à Internet e pode filtrar informações rapidamente e identificar o que ele precisa. Por exemplo um livro na biblioteca não é apenas físico, mas também contém uma porção mínima de informações comparado com o conteúdo disponível na Internet. Além disso, os recursos obtidos podem ser visualizados em vários computadores em simultâneo, pelo que a escola não está restrita a cópias limitadas de um livro ou pacote de *software*.

No que tange aos *softwares* disponíveis, o computador oferece uma vasta gama de recursos que, se bem utilizados, tornam possível a realização de inúmeras tarefas matemáticas desde as de estrutura fechada, como exercícios e problemas, às de estrutura aberta, como as tarefas de investigação e exploratórias, tal como refere Ponte (2005). Para Gil (2002, p. 2), “a Internet pode considerar-se como um verdadeiro fórum para partilha, elaboração, planeamento, comunicação, crítica e revisão de «produtos» relacionados com os processos de ensino e de aprendizagem”. Recursos tecnológicos na Internet têm um potencial imprevisível para influenciar a aprendizagem (Glazer, 2001).

Com o equipamento das escolas públicas angolanas com computadores ligados à Internet, estas passaram a ter algumas condições para trabalharem os recursos tecnológicos, tendo a Internet como uma ferramenta de apoio diferenciada. As diferenças entre os alunos tende a minimizar-se, porquanto o professor no exercício da sua prática pedagógica busca recursos da Internet para desenvolver atividades que podem ir ao encontro das necessidades específicas de cada aluno. Ferreira (2005) salienta que “é o aluno que, partindo à descoberta, constrói ativamente o seu próprio saber, levando-o a uma aprendizagem mais significativa” (p. 31). A partir de então, o uso da Internet nas escolas marca uma nova era na educação em Angola, caracterizada por novas possibilidades e desafios dentro dos processos de ensino e de aprendizagem (Filho, 2016; Monteiro, 2010; Otto, 2016). As práticas frequentes e recorrentes com auxílio da Internet nas escolas angolanas são o *download* e pesquisa *online* de conteúdos para consulta. Professores e alunos podem tirar partido dela para a instalação nos computadores e telemóveis de aplicativos que possam colmatar a falta de determinados recursos tecnológicos, minimizando as dificuldades de acesso, consideradas como “obstáculo logístico à integração da tecnologia” (Rocha, 2012, pp. 11-12). Com a Internet, para além do *download* de artigos, manuais e de alguns aplicativos, surgem os vídeos cuja utilização como ferramenta pedagógica permite a visualização dos

conteúdos a lecionar, como uma nova maneira de acesso à informação. Com o vídeo, uma maior motivação para a aprendizagem é potenciada, e uma maior interação entre professor e aluno se efetiva. A este respeito, Meneses (2016) afirma que “é imperativo motivar e estimular os alunos a desenvolver as interações que possam emergir, valorizando a dinâmica comunicativa na sala de aula” (p. 1).

No ensino da Matemática, a Internet oferece muitos recursos que o professor pode usar com o intuito de favorecer a aprendizagem de conceitos matemáticos (Larsen, 2012; Viseu, 2008), potenciando “a argumentação matemática na sala de aula, quer entre os alunos ou entre o professor e os alunos” (Ribeiro, 2012, p. 16), permitindo alterar mudanças na metodologia de ensino, passando da transmissão de conhecimentos para a construção do conhecimento (Caldas, 2011). O ambiente gráfico proporcionado pelo computador, na perspectiva de Freitas (2016), “permite aos alunos simular, testar e experimentar novas situações, conduzindo posteriormente a discussão, interpretação, e reflexão sobre os resultados, e consequentemente à realização de conjeturas” (p. 18). Também Júnior (2014) refere que “o computador pode contribuir para que o aluno tenha uma leitura e exploração dos desenhos em termos geométricos” (p. 30). Os alunos podem “formar conjeturas por meio de manipulando objetos matemáticos, executando uma simulação e realizando experimentos” (Glazer, 2001, p. 4). Devido ao fascínio com a Internet, os alunos normalmente concedem mais atenção ao monitor do computador do que para um professor a debitar matéria na frente de um quadro. Com o computador e a Internet emerge uma mudança no paradigma de ensino, influenciando sobremaneira os tradicionais posicionamentos entre o professor, o aluno e os conteúdos.

Tratando-se de um recurso que pode “oferecer conhecimento de forma ampla e de fácil acesso” (Otto, 2016, p. 6), a Internet tem ainda, de acordo com Dias et al. (2015, p. 8), “fomentado a existência de valores como a partilha e a cooperação”.

Com tantas mudanças no meio tecnológico e com o crescente uso da Internet por milhares de pessoas “surgem novos desafios para a educação” (Gaspar, 2013, p. 13) e, devido a isso, são exigidas “novas formas de ensinar e aprender através da integração e a interligação das tecnologias” (Santos, 2006, p. 35). Como refere Domingues (2010, p. 31), “integrar a Internet na sala de aula, aproxima o mundo da instituição educativa, elimina as fronteiras”, acrescentando que contribui para integrar o aluno na comunidade e no mundo. Esses desafios não se definem

somente na utilização da tecnologia em si. A questão é saber como integrar as tecnologias em projetos pedagógicos inovadores.

#### **2.4. Modelos pedagógicos com uso da tecnologia e a atitude do professor**

Os modelos pedagógicos são, segundo Fernandes (2015), “formulações de quadros interpretativos baseados em pressupostos teóricos utilizados para explicar ou exemplificar as ideias pedagógicas e servem de referência para se entender, reproduzir, controlar e/ou avaliar a prática pedagógica” (p. 27) entendida como uma parte do processo educativo. Partindo desta definição, entendemos que um modelo pedagógico descreve uma posição teórica e metodológica que sustenta determinada prática ou processo educativo. A autora destaca que os modelos pedagógicos “não são estanques e nem surgiram ou tiveram maior repercussão em uma determinada época por acaso. Eles estão vinculados às ideias pedagógicas que vigoraram com maior ou menor intensidade em determinada época, atreladas à conjuntura histórica, social e política do país” (Idem, p. 144). A importância de identificar os modelos pedagógicos reside no facto de que em situações de ensino e de aprendizagem é preciso ter uma clareza metodológica para se alcançar os objetivos de aprendizagem previstos, permitindo distinguir uma prática pedagógica de outra, ou quais são as convicções que orientam uma decisão tomada por um professor na sala de aula.

Existem muitas questões relacionadas com o uso bem-sucedido da tecnologia na sala de aula. Alguns dos mais relevantes incluem o *hardware*, o *software*, o desenvolvimento de planos de aula adaptados aos alunos. Enquanto a atenção para escolher o *hardware* e *software* apropriado para a sala de aula é um pré-requisito quase intuitivo, uma abordagem frequentemente negligenciada, mas crucial e determinante se a tecnologia é bem-sucedida (ou não) na sala de aula, é assegurar um modelo pedagógico que atenda à especificidade do contexto, além da óbvia atitude do professor na aceitação da tecnologia.

Seguidamente são apresentadas duas abordagens pedagógicas possíveis para o uso da tecnologia, não descurando o debate entre as teorias de aprendizagem que as sustentam. Os tipos de tecnologia, as formas em que ela é usada numa intervenção ou a abordagem pedagógica adotada, são todos vistos como particularmente relevantes. As teorias de aprendizagem consideradas no nosso estudo enquadram-se nas duas principais categorias do Behaviorismo (Skinner, 1938) e Cognitivismo (Bruner, 1977). Algumas atividades de aprendizagem cognitiva podem ser ainda

classificadas como Construtivistas (Kolb, 1984; Piaget, 1955) e, dentro destas, como Construcionismo (Papert, 1980) e Construtivista Social (Vygotsky, 1978).

A teoria behaviorista sustenta que a aprendizagem é manifestada por uma mudança de comportamento; o ambiente molda o comportamento; e os eventos devem ocorrer numa rápida sucessão e ser reforçados para que um laço seja formado. Assim, a aprendizagem é a aquisição de novo comportamento através do condicionamento.

Nas teorias da aprendizagem cognitiva, a aprendizagem é vista como uma combinação de processos mentais internos que consistem em *insight*, informação processamento, memória e percepção. Do ponto de vista cognitivo, portanto, a educação deve-se concentrar no desenvolvimento cognitivo de tal forma que o aluno irá desenvolver capacidade para melhorar a aprendizagem.

O construtivismo está dentro do domínio cognitivo, e é fundado na crença de que o conhecimento é construído em vez de transmitido (Piaget, 1955). Em ambientes de aprendizagem construtivistas “o problema impulsiona a aprendizagem” (Jonassen, 1999, p. 218). O construtivismo social adiciona outra camada, e tem os seus fundamentos na teoria da aprendizagem social (Bandura, 1977; Vygotsky, 1978), que vem da perspectiva de que as pessoas aprendem dentro de um determinado contexto e que os efeitos da cultura e das interações com as pessoas tem papel significativo na forma como aprendemos. Em particular, Vygotsky acreditava que o potencial para aprender é grandemente resultante da interação com "outro mais capaz" (zona de desenvolvimento proximal), e onde os alunos são desafiados perto, mas ligeiramente acima, do nível atual de capacidade, ou seja, a distância entre o nível de desenvolvimento real (se resolve um problema sozinho) e o nível de desenvolvimento potencial (se desenvolve um problema com ajuda do "outro mais capaz", mais velho ou um adulto). A criança precisa da intervenção pedagógica externa para colaborar na realização da tarefa.

A teoria do construcionismo tem suas bases no trabalho de Papert (Papert & Harel, 1991; Papert, 1980). A sua tese é que a aprendizagem pode acontecer da maneira mais “feliz” quando as pessoas estão ativamente envolvidas na criação de objetos tangíveis (Papert & Harel, 1991). O construcionismo envolve aprendizagem baseada em problemas e baseia-se na teoria do construtivismo. A aprendizagem é vista como uma construção, em oposição a uma transmissão, do conhecimento, e é mais eficaz quando a atividade envolve a criação de um produto ou artefacto significativo - *learning by making* (Papert & Harel, 1991).

### **2.4.1. Modelo TAM – Technology Acceptance Model**

Não é novidade o uso de tecnologia na educação. Contudo, a sua aceitação por parte dos professores como mediadores dos processos de ensino e de aprendizagem nem sempre é fácil. O sucesso do trabalho pedagógico apoiado por tecnologias depende de inúmeros fatores, sendo o principal deles a aceitação pelo professor da mais-valia da própria tecnologia. Isso obriga a um processo de mudança, e os professores não mudam facilmente. A ansiedade e preocupação que os professores têm sobre a mudança não podem ser menosprezadas. Utilizando a tecnologia nos processos de ensino e aprendizagem na sala de aula aumenta essa ansiedade, uma vez que envolve tanto mudanças nos procedimentos em sala de aula e o uso de tecnologias (muitas vezes) pouco familiares. Além de seu poder computacional, as tecnologias podem ajudar a aumentar colaboração e trazer mais ênfase em aplicações práticas da matemática, através da visualização, manipulação e a introdução de cenários mais complexos. Contudo, há aspetos da própria tecnologia que podem impedir a aceitação da inovação, ainda que o contexto pedagógico possa ser favorável, comprometendo a eficácia do processo educativo.

Nos dias de hoje, “com a evolução tecnológica, os indivíduos vêm-se cada vez mais estimulados a utilizar sistemas computacionais para a realização de tarefas no seu dia-a-dia” (Novo, 2014, p. 29). Consciência (2013) afirma que “atualmente vivemos num mundo em que as mudanças ocorrem muito rapidamente, em particular no que diz respeito às novas tecnologias, requerendo dos indivíduos uma constante adaptação à utilização de novas ferramentas” (p. 1). A inevitável omnipresença dos sistemas de informação no quotidiano dos indivíduos e a procura pelo sucesso e aceitação das aplicações informáticas, levou a que o utilizador passasse a ser um dos principais focos no desenvolvimento de *software*” (Novo, 2014, p. 29).

Deste modo, compreender as razões das pessoas que utilizam ou rejeitam a tecnologia tornou-se um dos maiores desafios temas (Aguar, 2012; Novo, 2014). Várias causas têm vindo a ser sugeridas para o fracasso da adoção da tecnologia no processo de ensino, como por exemplo “os custos, a resistência à mudança e o medo” (Novo, 2014, p. 29).

Uma das abordagens teóricas mais conhecidas é a do modelo de aceitação de tecnologia: Technology Acceptance Model – TAM (Davis, 1989). Aceitação de tecnologia pode ser definida como a disposição do utilizador para empregar tecnologia nas tarefas para as quais foi projetada (Davis, 1989). Desenvolvido na década 80 do século passado, o modelo defende que quanto maior for a perceção de utilidade da tecnologia (*perceived usefulness*), ou expectativa de performance,

e menor a percepção da complexidade em a utilizar (*perceived ease of use*), ou expectativa de esforço), maior será a intenção de a usar (Teo, 2011). Neste modelo, a intenção de usar é um forte indicador do uso real. Este modelo e suas extensões, como o TAM2, TAM3 e o UTAUT [Unified Theory Of Acceptance And Use Of Technology], são abordagens teóricas que podem ajudar a prever a aceitação da tecnologia pelos utilizadores. A aceitação é também considerada como uma questão de atitude do indivíduo.

O modelo TAM vem sendo utilizado em diversas áreas de atuação para verificar “a aceitação da tecnologia e se seus construtos estão em constante avaliação e testes” (Nobre et al., 2011, p. 99). Ferreira e Queiroz (2015) defendem que “todos os construtos do TAM se referem às percepções e crenças de um indivíduo tomando decisões de adoção de tecnologia num determinado tempo” (p. 5). Considerado por Silva e Dias (2007) como “o modelo mais conhecido e utilizado na área de sistemas de informação” (p. 69). O modelo TAM é assim, de acordo com Novo (2014) “capaz de avaliar e explicar o comportamento dos indivíduos face às tecnologias, prevendo e justificando a aceitação ou não aceitação de um sistema, fornecendo ainda orientações para a realização de possíveis melhorias” (pp. 58-59). Para Aguiar (2012) “a validação do modelo TAM foi baseada na aceitação de um *software* editor de texto” (pp. 24-25).

Neste sentido, e de uma forma geral, o modelo TAM “pretende proporcionar uma base teórica para mapear o impacto dos fatores externos sobre os fatores internos ao indivíduo, como crenças, atitudes e intenções de utilização” (Novo, 2014, p. 59). A partir deste modelo, várias extensões (ou expansões) do modelo TAM foram testadas, com foco principal nos fatores externos que influenciam a adoção da tecnologia” (Aguiar, 2012, p. 26) com o intuito de crescente de se entender como o interno e o externo podem afetar a adoção de utilizar uma tecnologia, pois “a aceitação é um fator crítico para o sucesso das tecnologias de informação” (Silva & Dias, 2007, p. 85). O facto de o modelo TAM permitir não só avaliação da influência dos fatores internos ao indivíduo, que os levam a aceitá-lo ou a rejeitá-lo, mas também a avaliação das características e funcionalidades destes sistemas, torna-o uma mais-valia (Novo, 2014).

Aguiar (2012) “de forma a entender a utilização da tecnologia da informação, é importante não ter apenas um olhar técnico, mas também direccionar as atenções aos requisitos oferecidos pela tecnologia de modo a compreender o comportamento de quem a irá utilizar” (p. 20). Na perspetiva de Novo (2014) “ao contrário daquilo que se possa pensar, para que as tecnologias possam melhorar a produtividade de uma organização, é fundamental que estas sejam aceites e facilmente

utilizáveis” (p. 57). Para Aguiar (2012) “o propósito essencial da TAM, é focar no porquê dos utilizadores aceitarem ou rejeitarem a tecnologia da informação e como melhorar a aceitação, oferecendo assim um suporte para prever e explicar a aceitação” (p. 24).

Dentro do conceito do TAM, a atitude representa o desejo do utilizador em utilizar o sistema e, influenciada pela utilidade percebida e pela atitude em relação ao sistema está a intenção de uso. É a intenção que determinará o uso real do sistema. Nobre et al., (2011) afirmam que “tanto o modelo TAM quanto suas adaptações e as teorias que lhe deram origem foram testadas em vários tipos de organizações e para as mais diversas áreas” (p. 97).

Aguiar (2012, p. 25) salienta que o modelo TAM propõe que a “aceitação de novas tecnologias é determinada pelo efeito de dois fatores chave – i) a Percepção da Utilidade (PU) e ii) a Percepção da Facilidade da Utilização (PFU) na atitude em relação à utilização da tecnologia e na intenção de utilização do utilizador final” (Davis, Bagozzi e Warshaw, 1989). Assim, o modelo TAM permite a análise da relação entre a utilidade percebida e a facilidade de uso percebida e a relação com outros construtos. Tanto a facilidade percebida quanto a utilidade percebida influenciam a atitude que o utilizador terá em relação ao sistema, e este é um fator determinante sobre a forma como o sistema será aceite (ou não) (Ferreira & Queiroz, 2015).

No entanto, alguns estudos referem que “a percepção da utilidade tem um maior impacto no comportamento que a percepção da facilidade da utilização” (Aguiar, 2012, pp. 24-25). No entanto, Ferreira e Queiroz (2015) referem que “mesmo que o usuário entenda que um determinado aplicativo é útil, a sua efetiva utilização pode ser prejudicada se o uso for considerado muito complicado de modo que os benefícios da nova tecnologia não compensem o esforço do uso: esse conceito é chamado de “facilidade percebida” (p. 5). Os autores referem que “como o modelo é comportamental, pode referir-se somente a questões diretamente relacionadas com usuários e suas percepções sobre o uso do sistema” (Idem, p. 5). Como o modelo é comportamental só pode referir-se as questões diretamente relacionadas ao utilizador e às suas percepções sobre o uso do sistema (Silva & Dias, 2007). A intenção comportamental é entendida “como o grau em que uma pessoa tem intenção de desempenhar determinado comportamento” (Nobre et al., 2011, p. 100, por isso, “os construtos devem ser desenvolvidos de modo a captar opiniões pessoais” (Ferreira e Queiroz, 2015, p. 5). Para Nobre et al., (2011) “o construto atitude é definido como um sentimento individual (positivo ou negativo) em relação a um comportamento que se tenha” (p.

100). Conforme Aguiar (2012) “o referido modelo TAM foi desenvolvido, especificamente, para avaliar a adoção de tecnologia” (p. 25), como se verifica na figura 1.

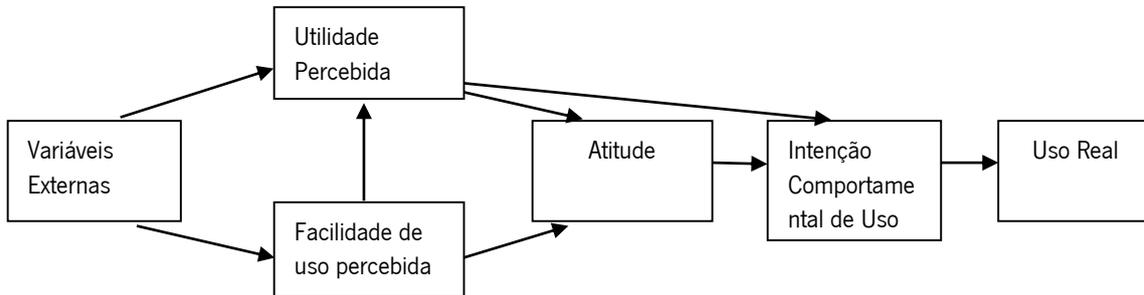


Figura 1. Modelo de aceitação de tecnologia - Technology Acceptance Model (TAM)  
Fonte: Davis, Bagozzi & Warshaw (1989)

Silva e Dias (2007) referem que o exposto na figura 1 sugere que “os indivíduos usarão uma determinada tecnologia se acreditarem que este uso fornecerá resultados positivos, focalizando-se na facilidade de uso percebida (perceived ease of use) e na utilidade percebida (perceived usefulness)” (p. 82). Porém, Nobre et al., (2011) são de opinião que “a facilidade de uso percebida refere-se à expectativa do usuário de tecnologia na isenção de esforço físico ou mental com seu uso” (p. 100), enquanto segundo os autores “a utilidade percebida pode ser definida como uma probabilidade verificada de que o desempenho do usuário de tecnologia melhore com sua utilização, esse construto mede o grau de utilidade ou benefício gerado pelo novo sistema ou nova sistemática adotada” (idem, p. 100).

Para Silva e Dias (2007) a “facilidade percebida de uso tem um efeito causal em utilidade percebida” (p. 83). Os modelos de aceitação de tecnologia, na perspectiva de Nobre et al., (2011) “ajudam a prever as melhores escolhas a serem adotadas em processos de implantação de novas práticas e novos sistemas dentro das organizações” (p. 109). Silva e Dias (2007) são de opinião que “uma das causas de fracasso, parcial ou total, das implementações de sistemas de informação é a sua não-aceitação pelos usuários, bem como a sua subutilização ou uso inadequado” (p. 71).

Assim sendo, Silva e Dias (2007) são de opinião que a relação entre utilidade percebida e intenção de uso é baseada na ideia de que as pessoas formam intenções com relação a comportamentos que elas acreditam que aumentarão a sua performance no trabalho.

Alguns estudos colocam a facilidade de uso percebida, como salientam Nobre et al., (2011) “como função direta da utilidade percebida, sem considerar o construto atitude” (p. 100). De acordo com

Silva e Dias (2007) “esta relação entre atitude e intenção sugere que as pessoas formam intenções para desempenhar ações para as quais tenham um sentimento positivo” (p. 83). Os autores são ainda de opinião que a intenção de uso “seria determinada em conjunto pela atitude de uso do indivíduo com relação ao uso real do sistema e pela utilidade percebida, cada uma exercendo um peso relativo” (Idem, p. 83).

Dessa forma, como Nobre et al., (2011) referem “outros modelos têm sido propostos como adaptações do modelo TAM, consistindo em detalhar algum construto ou incluir um novo, mas a base permanece a mesma, que é a verificação de fatores que interferem na adoção de tecnologias” (p. 101). De acordo com Silva e Dias (2007) “utilizar um modelo que mensure a aceitação de um sistema, tanto numa fase pré-implementação, quanto posteriormente, num momento de maior estabilidade, ajuda na prevenção de situações que levam ao fracasso do referido processo ou ao uso mais efetivo do sistema após a implantação” (p. 72). Nobre et al., (2011) referem que “o TAM combina-se com outros modelos ou amplia-se por diversos autores para testar hipóteses” (p. 100).

#### **2.4.2. O modelo TPACK – Technology Pedagogical and Content Knowledge**

Falar de tecnologia no ensino em Angola, significa encetar uma análise aos documentos que dão suporte à atividade docente. Da análise aos manuais e programas do ensino geral, desde o Ensino Primário ao 2.º Ciclo, podemos constatar a ausência de recomendações inerentes ao uso de tecnologia. De acordo com Consciência (2013) “à escola é pedido que corresponda aos novos desafios e que prepare jovens ativos, críticos, intervenientes, capazes de responder às exigências de um mercado de trabalho cada vez mais competitivo e globalizado” (p. 1). Os cenários mais prováveis, para além da necessidade da existência de um documento legal que dê provimento ao uso de tecnologia em sala de aula, a falta de apetrechamento das escolas com equipamentos informáticos, não constitui razão de ser, porquanto, as escolas que os têm também não os utilizam como tal.

Segundo Rocha (2012) “é em contexto que o conhecimento que o professor detém do conteúdo interage com o seu conhecimento pedagógico e dos alunos para, em articulação com as crenças, originar um conhecimento único que conduz a ação na sala de aula” (p. 35). A falta de professores com formação para responder às exigências do contexto e o excessivo número de alunos por turma, são fatores apontados também como causa da inércia que se vive. Neste contexto, a pedagogia diferenciada é apontada por Caldas (2011) como uma prática que “faz também parte

da ação do professor, no sentido de responder aos diferentes ritmos de aprendizagem dos alunos” (p. 55).

De acordo com Rocha (2012) “o conhecimento dos alunos envolve o conhecimento sobre como os alunos pensam e aprendem e, em particular, a forma como tal acontece relativamente a conteúdos específicos” (p. 35). Segundo a autora tal conhecimento “inclui conhecimento da forma como os alunos adquirem o conhecimento dos conteúdos em estudo, bem como uma compreensão dos processos usualmente usados pelos alunos e das dificuldades geralmente associadas a cada conteúdo. (Idem, p. 35). As TIC podem, no entender de Fradão (2006) “ajudar na criação de situações de aprendizagem mais ricas e diversificadas, nas quais a construção de conhecimento não passa apenas pelo trabalho do professor, mas por uma interação dos diferentes atores” (p. 36).

Por outro lado, Rocha (2012) refere que “neste modelo merece particular realce a natureza interativa e dinâmica do conhecimento do professor, uma vez que o ensino é encarado como um processo no decorrer do qual novo conhecimento é gerado” (p. 35). Para além da falta de professores com formação em áreas tecnológicas, a inexistência de cadeiras com pendor tecnológico em décadas passadas é outro dos fatores que concorre para esta realidade. Porém, o autodidatismo e a partilha de experiências em ambientes formais ou informais têm sido apontados como impulsionadores do desenvolvimento profissional. Independentemente da qualidade do recurso, cada um deles tem as suas potencialidades que se bem explorada, pode constituir treinamento para o domínio dos recursos mais evoluídos.

O tipo de tarefas matemáticas selecionadas para os manuais, também têm influenciado nas práticas em sala de aula. Isto como refere Koch (2013) “reflete nos tipos de atividades propostas na sala de aula” (p. 11). Segundo Duarte (2011) “as tarefas refletem uma forma de ‘ler’ e traduzir o currículo para a sala de aula” (p. 37). Este conhecimento é fundamental, porquanto mostra na opinião de Rocha (2012) “a maneira como o conhecimento se encontra organizado e de como as diferentes ideias matemáticas se relacionam entre si” (p. 35).

A idade dos professores e o seu percurso académico são apontados por alguns autores como inibidores ou impulsionadores das suas práticas pedagógicas. Assim, ao professor exige-se, no entender de Gonçalves (2012) “adotar uma prática pedagógica que promova intervenções no espaço social e na vida do indivíduo, contrariando o simples papel de mero transmissor de conteúdos” (p. 26). A era em que cada um nasceu e o contacto que cada um estabelece com os

recursos tecnológicos são indicadores a considerar na avaliação das competências TIC de cada um.

Nesta ordem de ideias, Koch (2013) refere que “os professores devem buscar novas estratégias de ensino, para que o educando se aproprie de maneira significativa do conhecimento elaborado através das tecnologias no quotidiano escolar” (p. 11). Ao professor cabe a responsabilidade, segundo Fradão (2006) de “criar situações de aprendizagem nas quais os alunos, apoiados por si, possam aprender a pensar criticamente, a identificar e resolver problemas, a estabelecer objetivos, a regular a aprendizagem e a avaliar os resultados do seu trabalho” (p. 36).

Quem nasceu numa era eminentemente digital, onde tudo se processa com recurso à tecnologia difere e muito daquele que vivenciou longos períodos da era analógica. Isto constatamos nas opções que cada um faz no quotidiano no que concerne a utilização de alguns artefactos tecnológicos. Este pormenor costuma ser um indicador da relação que mantém com a tecnologia. Neste particular, os professores com mais idade e tempo de serviço normalmente não vivenciaram, até mesmo em termos de formação inicial, de um contacto com os recursos tecnológicos em sala de aula.

Alguns estudos (BECTA, 2007; European Schoolnet, 2004; OCDE, 2004) reconhecem a importância da integração curricular da tecnologia como meio de favorecer a aprendizagem dos alunos prepará-los para os desafios do século XXI, ao mesmo tempo que confirmam que os professores não as usam em contexto de sala de aula com a regularidade que seria desejável (Coutinho, 2011). Sabe-se pouco sobre o tipo de conhecimento e saberes que um professor capaz de inovar com tecnologia na sala de aula precisa de ter e ser capaz de demonstrar. Para Viseu e Rocha (2018) “o conhecimento tecnológico da pedagogia (TPK) é um conhecimento relativo às potencialidades da tecnologia e à forma como o ensino pode ser alterado em função do recurso a determinada tecnologia” (p. 119).

Contudo, conhecer e operacionalizar tais saberes reveste-se de grande importância num momento em que se pretende desenhar um modelo que se revele capaz de desenvolver no professor as competências de utilização da tecnologia como ferramentas cognitivas (Jonassen, 2007; Coutinho, 2009). Durante muitos anos, ao professor era apenas exigido o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico. De acordo com Rocha (2012) “o conhecimento do conteúdo matemático inclui o conhecimento de conceitos, procedimentos e técnicas de resolução de problemas, tanto no seio do tema que ensinam como no de temas relacionados” (p. 35). A autora

refere ainda que “o conhecimento pedagógico engloba o conhecimento de procedimentos de ensino, tais como estratégias de planificação, rotinas e técnicas de organização de uma sala de aula, técnicas de gestão de comportamento e técnicas para motivar os alunos” (Idem, p. 35).

De facto, para ensinar é preciso ter domínio do conteúdo. Mais esse domínio do conteúdo deixou de ser suficiente, pois era suportado pela teoria cognitivista que tinha na sua essência o ser humano como capaz de reproduzir as informações que recebe. Hoje, vivemos um processo de ensino e aprendizagem com alicerces na teoria do construtivismo, que realça a existência do ser humano como alguém capaz de construir o conhecimento. Neste sentido, Fradão (2006) afirma que “o construtivismo assenta na ideia de que o indivíduo constrói a sua própria realidade a partir da interpretação que faz das suas experiências no mundo” (pp. 26-27).

Uma efetiva integração das TIC “requer uma pedagogia não diretiva, colaborativa, e exploratória, que estimulando a curiosidade do aluno, o conduzirá à construção do seu próprio conhecimento” (Caldas, 2011, pp. 55-56). Requer ainda, na visão de Rocha (2012) “uma noção do conhecimento prévio dos alunos e da forma como estes aprendem e um conhecimento da forma como a tecnologia pode ser utilizada para desenvolver o conhecimento existente ou para alcançar novos conhecimentos” (pp. 69-70).

Este pressuposto, aliado à necessidade de se minimizar os índices de insucesso na disciplina de Matemática, deram vazão à preocupação de se aprimorarem as estratégias pedagógicas (Shulman, 1986), levando para a sala de aula a tecnologia. A conexão entre as ideias de Shulman (1986) e o pensamento contemporâneo de integração de tecnologia no ensino (Mishra & Koehler, 2006) para tornar o processo de ensino e aprendizagem dinâmico, ativo e motivante, com o poder da visualização a facilitar a negociação de significados e a tornar prática a compreensão dos conceitos matemáticos, resultaram num referencial teórico para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática que tem a sua fundamentação na necessidade de o professor desenvolver para além do conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento tecnológico. A este referencial passou-se a designar, o modelo TPACK - Technological Pedagogical and Content Knowledge - (Mishra & Koehler, 2006; Koehler & Mishra, 2009; Koehler, Mishra & Cain, 2013). Para Viseu e Rocha (2018) “o TPACK é a base de uma efetiva integração da tecnologia” (p. 119). O modelo TPACK integra três tipos de conhecimento que caracterizam o professor utilizador das TIC em sala de aula – científico, pedagógico e tecnológico. Rocha (2012) refere que “a incorporação da tecnologia no ensino provoca sempre

um desequilíbrio entre as três áreas base referidas, levantando questões centrais relativamente ao conteúdo e à pedagogia” (p. 70). Da mesma forma, Sousa (2016) advoga que “o TPACK é o conhecimento que resulta do nível de competência do professor ao nível científico, pedagógico e tecnológico” (p. 6). Este modelo do Conhecimento Técnico-Pedagógico do Conteúdo, segundo Viseu e Rocha (2018) “alicerça-se no conhecimento do conteúdo, no conhecimento pedagógico e no conhecimento tecnológico, mas atende ainda às influências de cada um destes conhecimentos sobre os restantes (Figura 1)” (pp. 118-119).

A premissa básica por detrás do conceito de TPACK é de que a atitude de um professor no que diz respeito às tecnologias é multifacetada e que uma combinação ótima para a integração das TIC no currículo resulta de uma mistura balanceada de conhecimentos a nível científico ou dos conteúdos, a nível pedagógico e, também, a nível tecnológico (Coutinho, 2011; Cox, 2008). Porém, Viseu e Rocha (2018) advertem que “o conhecimento técnico-pedagógico do conteúdo (TPACK) é um conhecimento que decorre das três componentes base do modelo (conhecimento do conteúdo, da pedagogia e da tecnologia), mas que vai para além destas” (p. 119).

A figura 1, representa graficamente o conceito TPACK como sendo o resultado da intersecção do conhecimento de um professor a três níveis: conhecimento dos conteúdos curriculares, dos métodos pedagógicos e ainda as competências a nível tecnológico.

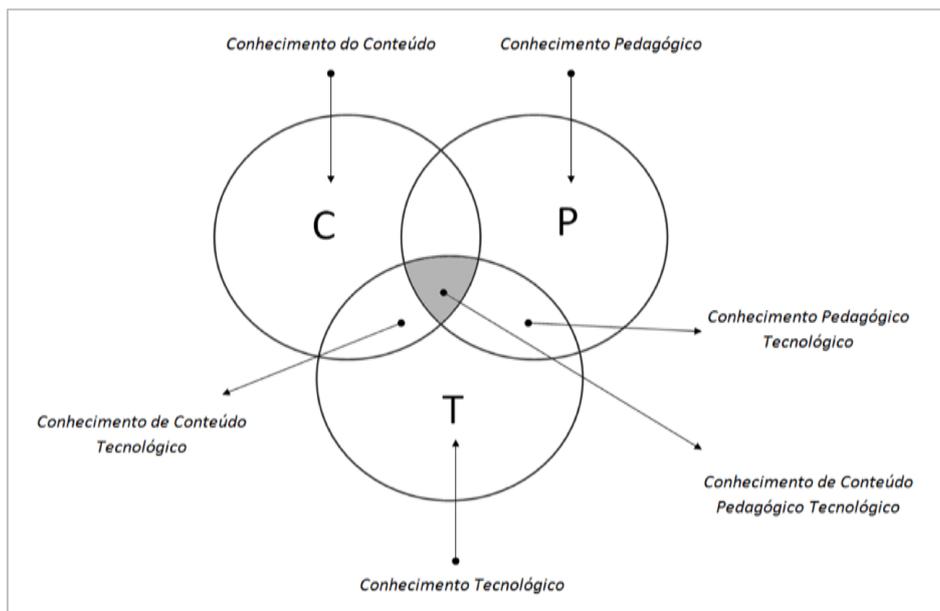


Figura 2 Modelo TPACK - Technological Pedagogical and Content Knowledge  
Fonte: Mishra & Koehler (2006)

Em termos teóricos, e segundo Koehler e Mishra (2006), o TPACK resulta da intersecção de três tipos diferentes de conhecimento:

- O Pedagogical Content Knowledge: ou seja, a capacidade de ensinar um determinado conteúdo curricular;
- O Technological Content Knowledge: ou seja, saber selecionar os recursos tecnológicos mais adequados para comunicar um determinado conteúdo curricular;
- O Technological Pedagogical Knowledge: ou seja, saber usar esses recursos no processo de ensino e aprendizagem.

Para Harris e Hoffer (2009) o conceito de TPACK veio revolucionar a compreensão que hoje temos da forma como se processa o desenvolvimento profissional de um professor competente em TIC na sua área curricular. Estes autores salientam também, que com a integração de tecnologia em sala de aula, urge adequar o tipo de atividades a realizar às potencialidades das mesmas (Harris & Hoffer, 2009). Neste sentido, Rocha (2012) afirma que “requer assim o desenvolvimento de uma compreensão das relações complexas existentes entre os três conhecimentos base do modelo” (p. 70).

O rápido desenvolvimento do computador e da Internet como ferramentas de apoio ao processo de ensino e aprendizagem justificam a necessidade de um referencial que sustente aquelas que devem ser as competências de um professor que usa, na sala de aula, as TIC como ferramentas cognitivas (Jonassen, 2007). Viseu e Rocha (2018) advogam que “o conhecimento da tecnologia envolve as capacidades necessárias para operar com determinada tecnologia e consiste essencialmente em saber como esta funciona” (p. 119).

Segundo Koehler e Mishra (2008), o TPACK é a base de um ensino eficaz com as tecnologias e condição para uma eficiente inserção das TIC nas atividades curriculares. O seu domínio exige uma compreensão por parte do professor das técnicas pedagógicas que possibilitam que as tecnologias sejam usadas em proveito da construção do saber pelo aluno e não como um apoio ao professor para ensinar. E a capacidade, como refere Rocha (2012) de “usar essa compreensão para desenvolver um conjunto de estratégias apropriado e específico para o contexto em que o professor se encontra” (p. 70).

Tal como Fradão (2006) refere “as novas teorias da aprendizagem focalizaram-se no aluno enquanto elemento ativo na sua aprendizagem, retirando-lhe o papel de recetor passivo da

informação” (p. 33). Nesse sentido, e segundo Koehler e Mishra (2008), a formação de professores deve ser direcionada para o desenvolvimento do TPACK numa forma gradual e em espiral, começando a formação com as tecnologias mais simples e que os professores já conhecem (e para as quais já podem ter desenvolvido competências ao nível do TPACK), rumo a aplicações cada vez mais complexas e sofisticadas. No fundo, o que se pretende, é que o professor seja capaz de tomar decisões fundamentadas no desenho das suas atividades de ensino com as tecnologias o que, segundo Cox (2008) pressupõe: a) saber usar as tecnologias; b) numa dada área curricular, c) integrada numa estratégia pedagógica específica d) num determinado contexto educativo, e) para promover a construção do conhecimento do aluno, relativo a um determinado conteúdo/tópico programático e/ou para contribuir para a consecução de um objetivo educacional previamente identificado.

Rocha (2012) refere que “o conhecimento da tecnologia (TK) envolve as capacidades necessárias para operar com determinada tecnologia e consiste essencialmente em saber como esta funciona” (p. 69). Poderemos referir que a introdução das TIC nos processos de ensino e aprendizagem não pode ser vista apenas como uma mudança tecnológica, antes pelo contrário, ela deve ser encarada como uma mudança do modo como se aprende, à mudança das formas de interação entre quem aprende e quem ensina, à mudança do modo como se reflete sobre a natureza do conhecimento (Coutinho, 2011). Tal como Rocha (2012) afirma “o conhecimento aprofundado do conteúdo inclui a crescente responsabilidade do professor relativamente a um conhecimento do conteúdo amplo e aprofundado, uma vez que a tecnologia tem o potencial para mudar o que é ensinado e a forma como é ensinado” (p. 65).

O referencial do TPACK conecta a tecnologia com o currículo e descreve a forma como os professores compreendem três formas básicas de conhecimento que interagem entre si de maneiras que sejam desenvolvidas abordagens pedagógicas disciplinares com utilização de tecnologia (Williams, Foulger & Wetzel, 2010). De acordo com Viseu e Rocha (2018) “o conhecimento tecnológico do conteúdo está diretamente ligado à forma como a tecnologia e o conteúdo se influenciam mutuamente. Trata-se de um conhecimento que, embora apoiando-se no conhecimento do conteúdo, é diferente deste” (p. 119). De certa forma, podemos dizer que o TPACK funciona como uma espécie de “lente conceptual” (Niess, 2008; Niess, Suharwoto, Lee & Sadri, 2006), através da qual se pode perspetivar a tecnologia educativa pela forma como chama a atenção para aspetos específicos dos fenómenos, salientando aqueles que são os aspetos a

valorizar e os que devem ser ignorados na formação e desenvolvimento profissional dos professores.

Como tal, Rocha (2012) salienta que “o professor passa a precisar de saber não só o conteúdo a ensinar como também a forma como este pode ser modificado em função do recurso à tecnologia” (p. 69). Nesta perspetiva, Sampaio e Coutinho (2014) salientam que, não é suficiente o apetrechamento das escolas com recursos tecnológicos, é necessário que se estruture a formação contínua do professor na ótica do TPACK (conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo). Mota (2013) salienta que “as componentes ligadas ao conhecimento pedagógico dizem respeito aos princípios gerais do ensino e à organização e gestão da sala de aula; à capacidade para promover um novo ensino que deixa de estar focado no professor” (p. 12). Rocha (2012) refere que “requer um entendimento dos conceitos no seio da tecnologia e uma compreensão de técnicas pedagógicas que recorram à tecnologia de forma construtiva para ensinar os conceitos” (p. 69).

Na perspetiva de Mota (2013) a componente relacionada com “o conhecimento dos conteúdos baseia-se no conhecimento aprofundado do conteúdo; defende que um professor tem de ter a capacidade de gerir as investigações dos alunos bem como a confiança e a segurança necessária” (p. 12). Assim sendo, Viseu e Rocha (2018) defendem,

um conhecimento (Pedagógico do Conteúdo) que engloba os aspetos distintivos do conhecimento específico para ensinar e que representa uma junção do conteúdo com a pedagogia, numa compreensão de como tópicos específicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados aos diversos interesses e capacidades dos alunos (p. 117).

Neste contexto, Mota (2013) refere que “as componentes associadas ao conhecimento pedagógico de conteúdos focam as conceções e o uso da tecnologia e a especificidade pedagógica face ao conteúdo” (p. 12). Rocha (2012) afirma que “o conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK) está diretamente ligado à forma como a tecnologia e o conteúdo se influenciam mutuamente. Trata-se de um conhecimento que, embora apoiando-se no conhecimento do conteúdo, é diferente deste” (p. 69).

No decurso do processo de integração da tecnologia em sala de aula, alguns constrangimentos são experimentados pelos professores no que diz respeito ao domínio dos recursos tecnológicos, situação algumas vezes atribuída ao facto de terem recebido uma débil formação inicial

relacionada à tecnologia, outras vezes atribuída a problemas logísticos. No entanto, Rocha (2012) refere que “uma integração efetiva da tecnologia não poderá nunca passar por encarar isoladamente qualquer uma das áreas de conhecimento base do modelo” (p. 70). Porém, ao longo do seu percurso, em determinados momentos essas dificuldades são reduzidas, emergindo daí outras que se relacionam com o enquadramento curricular dos recursos tecnológicos.

Consciência (2013) afirma que “o desenvolvimento das novas tecnologias e o seu crescente uso nas sociedades conduziu a necessidade de se encontrar um quadro que permitisse analisar a interação entre a máquina e o indivíduo” (p. 13). Desta interação do indivíduo com a ferramenta, desenvolvem-se esquemas e emergem momentos que se complementam como são a instrumentação e a instrumentalização. Para Consciência (2013) “os processos de instrumentalização e instrumentação resultam da atividade do sujeito, através da atribuição de função ao artefacto e da adaptação dos esquemas de utilização” (p. 34). A autora refere ainda que “as concepções e preferências do utilizador podem conduzir a uma mudança ou personalização do artefacto” (Idem, p. 36).

Barros (2015) refere que “os esquemas de ação instrumentada estão diretamente relacionados com o objetivo da ação e que se podem transformar em esquemas de utilização em momentos posteriores” (p. 14). Para Consciência (2013) “um instrumento é um meio para a ação e, mais geralmente, para a atividade” (p. 32). Durante a fase da instrumentação, a falta de domínio do recurso gera constrangimentos que obrigam o indivíduo à um processo de adaptação as suas funcionalidades, posteriormente descobrem-se as potencialidades do recurso e o indivíduo com o domínio que adquire põe em evidência os seus conhecimentos quer sejam de conteúdos como tecnológicos que lhe permitem algum conforto na utilização de recursos tecnológicos emergindo assim a fase de instrumentalização em que o domínio da ferramenta se sobrepõe ao de outros conhecimentos. Como afirma Consciência (2013) “o processo de instrumentalização é fundamentado nas características e propriedades intrínsecas do artefacto. O sujeito dá-lhes um estatuto de acordo com a ação em curso e a situação” (p. 36).

Segundo Barros (2015) “para caracterizar um esquema é necessário conhecer a sua natureza e o seu significado na atividade do sujeito” (p. 14). Porém, Consciência (2013) refere que “o mesmo esquema, dependendo da situação, pode ser considerado um esquema de uso ou um esquema de ação mediada pelo instrumento” (p. 28). Como este processo é cíclico, pois a um determinado momento num determinado tema, torna-se a repetir, é difícil delimitar a instrumentação e a

instrumentalização, voltando o individuo a passar por situações de conforto e desconforto. Porém, os momentos explícitos da integração de tecnologia dão-se em sala de aula, onde em algumas vezes na perspectiva de Rabardel (1995) acontece a abordagem instrumental.

Consciência (2013) refere que “os artefactos concebidos pelos seres humanos, sejam psicológicos ou materiais, moldam os modos de pensamento e a atividade humana” (p. 1). Segundo Rabardel (1995) a existência do artefacto é sempre precedida da necessidade de se resolver um problema ou uma situação. O autor refere ainda que o surgimento do artefacto ou instrumento leva o individuo a construção de esquemas de utilização, que se resumem no interiorizar funcionalidades e exteriorizar habilidades na utilização dos mesmos (Rabardel, 1995). Por outro lado, Consciência afirma que “os esquemas de utilização permitem organizar a ação de modo a utilizar o artefacto, e como tal, dependem das propriedades do próprio artefacto” (p. 29).

De acordo com Barros (2015) “a apropriação de uma ferramenta e a sua transformação em instrumento em consequência do desenvolvimento de esquemas de uso e de esquemas de ação instrumentada, requerem tempo e tarefas adequadas aos objetivos pretendidos” (p. 14). Assim sendo, “a descoberta progressiva das propriedades intrínsecas do artefacto é acompanhada de uma adaptação dos esquemas do sujeito e por mudanças na significação do instrumento resultantes da associação do artefacto com novos esquemas” (Consciência, 2013, p. 36). Esta sucessão de conflitos (processo) que se complementam (instrumentação e instrumentalização), que culmina com a construção e o aperfeiçoamento constante de esquemas de utilização no decurso da atividade, Trouche (2004a) apresenta com o conceito de génese instrumental (Figura 3).

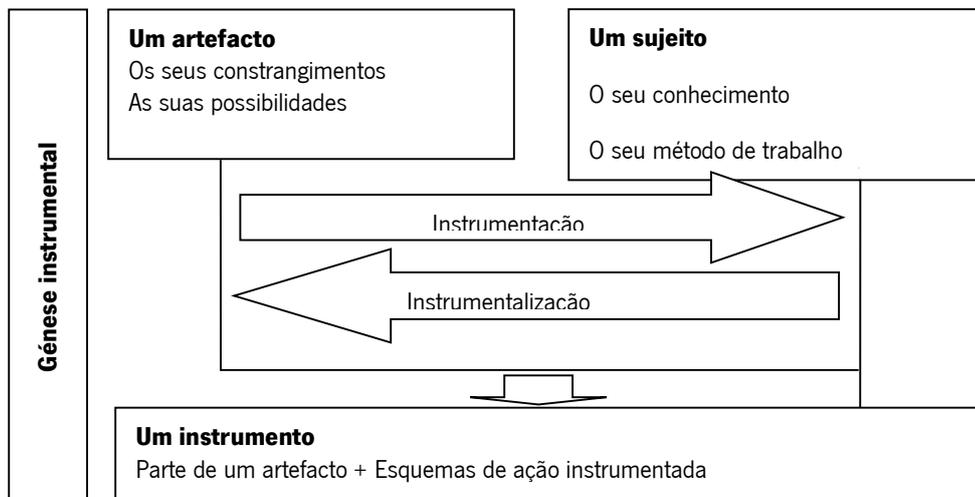


Figura 3. A génese instrumental (Consciência, 2013)

Para Consciência (2013) “o processo da gênese instrumental consiste na construção, pelo sujeito, de um instrumento a partir de um artefacto” (p. 9). Segundo Ponte (2002), “as TIC devem estar o mais possível presentes na formação inicial de professores, sendo importante que os formandos vão muito para além do seu simples domínio instrumental” (p. 9). Esse instrumento, como Consciência (2013) refere “é construído a partir de uma parte do artefacto e de esquemas desenvolvidos com vista a desempenhar um certo tipo de tarefa” (p. 9). Ao professor de Matemática é exigido que para além do conhecimento científico, desenvolva o conhecimento pedagógico e o conhecimento tecnológico (Sampaio & Coutinho, 2014).

Santos (2009) afirma que “a inovação pedagógica tem que ver com a mudança de práticas pedagógicas” (p. 57). Para Rodrigues (2017) as dificuldades mais referidas na utilização de tecnologias “são ao nível da falta de tempo e reduzido conhecimento tecnológico por parte dos professores” (p. 23). Viseu e Rocha (2018) consideram o conhecimento sobre o TPACK como “um conhecimento diferente do detido por um matemático ou por um especialista em tecnologia e igualmente distinto do conhecimento pedagógico geral partilhado pelos professores de diferentes disciplinas” (p. 119).

## **2.5. Análise de estudos sobre práticas de ensino de matemática com recursos tecnológicos**

A análise documental em trabalhos publicados sobre o ensino de conceitos matemáticos - teses, dissertações, atas de congressos - são a evidência que grande parte dos professores não explora convenientemente as potencialidades do computador, primando apenas por utilizá-lo na vertente do processamento de texto, elaboração de fichas de trabalho, planos de aula, testes de avaliação. A este respeito Koch (2013) salienta que as TIC trazem “alterações profundas desde os suportes materiais às metodologias até os modelos conceptuais do ensino no quotidiano escolar”. Alguns o utilizam para aceder à Internet, são muito raros os casos em que o uso de *softwares* educativos consta da agenda de trabalho: também Camargo (2013) refere que “é necessário que o professor trabalhe como mediador das aprendizagens e se aproprie de práticas pedagógicas que usem a tecnologia, desenvolvendo estratégias que fortaleçam os objetivos propostos” (p. 21).

Assistimos ainda, a um elevado número de escolas onde não se fazem presentes práticas dentro ou fora da sala de aula com recursos tecnológicos. No entender de Ribeiro (2012) “o uso de tecnologias na aula de matemática pode ajudar a criar um clima de maior atenção e envolvimento por parte dos alunos” (p. 16). Para Koch (2013) “para que haja ensino-aprendizagem, se fazem

necessárias novas estratégias para lidar com a realidade na qual nossos alunos estão imersos” (p. 10). Algumas das razões apontadas, são os custos dos mesmos, a falta de pessoal com formação para utilização, assim como a falta de pessoal técnico para a manutenção dos equipamentos. Desta forma, Rodrigues (2017) refere que se pode considerar como “um dos fatores-chave para a integração das tecnologias digitais, para além da formação, o tempo que os professores necessitam, não apenas no planeamento da sua utilização, mas também na reflexão sobre a forma de integração das tecnologias digitais” (p. 22). Para Domingues (2010) “nas escolas em que existem condições mínimas para o efeito o fenómeno é a resistência dos professores à mudança” (pp. 34-35).

Na opinião de Lima (2012) “a forma de evitar esta prática passa pela escolha de propostas pedagógicas que enfatizem a experimentação, visualização, simulação e problemas abertos” (p. 29). Camargo (2013) afirma que “usar recursos tecnológicos numa forma de proposta para estudo de um grupo colaborativo de professores, pode constituir em um espaço criativo de reconstrução de práticas de professores de matemática”. Nesta mesma ordem de ideias, Domingues (2010), salienta a “estruturação da formação contínua adequando-a ao contexto, de forma a introduzir o uso das TIC no processo ensino-aprendizagem” (p. 48). O mesmo autor é de opinião que os professores podem contrapor o *deficit* na sua formação, “partindo da modificação das metodologias utilizadas e valorizando as componentes de autoformação e de trabalho de grupo” (Idem, p. 48). Neste sentido, Gil e Farinha (2014) afirmam que “as TIC se constituem como uma mais-valia e um instrumento de trabalho que tem de ser aplicado de forma complementar, ou seja, em articulação com os métodos tradicionais” (p. 932).

A aprendizagem com a inclusão de recursos tecnológicos no processo de ensino-aprendizagem, assegura que se tende a eliminar as barreiras na comunicação, abrir perspectivas de melhoria da qualidade do ensino e promoção de competências e habilidades, facilitando-se assim a inserção do homem na sociedade. No entanto, segundo Gil e Farinha (2014), a integração das TIC possibilita a criação e atualização de espaços de trabalho no processo de ensino-aprendizagem” (p. 928). Porém, Matias (2015) salienta que “não é possível realizar aprendizagens matemáticas sem haver comunicação” (p. 6). O mesmo autor advoga que “o trabalho de grupo e em pares favorece a comunicação matemática pois os estudantes acabam por partilhar com os colegas e com o professor os seus métodos de resolução ou as justificações dos seus raciocínios” (Idem, p. 10).

Com o advento das TIC, as instituições de ensino viram-se obrigadas a descobrir novas metodologias e repensar o seu posicionamento ante os problemas da comunidade. Neste sentido, Simões (2009), afirma que “é urgente uma mudança de mentalidades e atitudes das partes intervenientes no processo educativo, readaptando métodos e técnicas de ensino, tirando partido desta evolução tecnológica” (p. 26). É frequente, professores e alunos evocarem a falta de bibliografia como elemento que dificulta o processo de ensino e de aprendizagem. A (r)evolução que assistimos, dos meios de comunicação são bem a prova de que os argumentos referidos contrastam com a oferta diversificada de recursos e aplicativos. Este argumento do “passado” reforça o pensamento que um dos problemas maiores do ensino é a falta de comunicação entre os seus protagonistas.

Na opinião de Dias (2013), “o acesso às fontes de informação, salientando-se aqui o impacto dos recursos abertos disponibilizados na Web, constitui o passo mais significativo para a construção da mudança neste domínio” (p. 13). Segundo Lopes (2010) “trata-se de uma ferramenta à disposição do professor e do aluno, que muito pode beneficiar a construção do conhecimento de ambos” (p. 19). O mesmo autor é de opinião que “as TIC emergem como recursos potencializadores que podem estimular a relação professor-aluno, o que não deixa de ser um elemento favorável ao aprendizado” (Idem, p. 19). Neste sentido, Gil e Farinha (2014) referem que “o aluno deixa de ser o consumidor passivo” (p. 928). Nesta linha de pensamento, Cassol (2012) realça que “as tecnologias em diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no quotidiano das pessoas” (p. 17).

Fernandes (2006) apontou como dificuldades encontradas na integração das tecnologias educativas: a acessibilidade e eficiência; o nível de desenvolvimento profissional; as predisposições dos professores; a abertura à mudança; o desejo de investir tempo e energia para além dos deveres contratuais. Para ultrapassar essas dificuldades, Ferreira (2009), afirma que “é necessário aprender a dominar as ferramentas tecnológicas para melhor planificar e melhor as contextualizarmos no currículo” (p. 16). O autor afirma ainda que “o ensino terá a ganhar quando assumirmos a inovação tecnológica como um parceiro na construção do conhecimento” (Idem, p. 16).

As instituições de ensino devem primar pelo apetrechamento em recursos tecnológicos em simultâneo com o desenvolvimento de ações de formação continua que permitam uma atualização

constante dos docentes. Para Moretto (2015) “a escola pode desempenhar um papel muito mais positivo se estiver disposta a utilizar a tecnologia de forma criativa nas aulas” (p. 27). Este pressuposto, segundo Silva (2004), permite passar dos modelos centrados no aluno, em que o professor não se identifica e mantêm as práticas tradicionais de ensino, para os modelos centrados na interação, na perspectiva da construção do conhecimento. Assim como, segundo Rodrigues (2017) “nos métodos de ensino necessariamente centrados no aluno que terão que adotar para este efeito” (p. 23).

Os professores no desempenho das suas funções conseguem aferir que juntos conseguem ultrapassar com mais facilidade os obstáculos que surgem ao longo das suas práticas e deste modo, alcançam a realização pessoal e profissional, agindo e refletindo sobre as ações. No trabalho entre pares, é possível (re)construir o currículo, discutir metodologias, refletir e trabalhar sobre os erros cometidos. Neste sentido, Rijo (2009) afirma que, “o contrato didático que estabelece com os alunos, as instruções de trabalho, as tarefas selecionadas, adaptadas e/ou elaboradas e as interações estabelecidas com os alunos, devem ser aspetos a ponderar e analisar cuidadosamente” (p. 33). Pois, as mudanças operadas pelas tecnologias são de tal modo, como Bragado (2012) afirma “significativas e importantes na vida de cada um que influenciam a forma como se vive, trabalha, comunica ou se relaciona” (p. 11).

Medeiros (2011); Gil (2010), também apontam problemas na formação inicial dos professores como elementos que inibem a inserção de recursos tecnológicos na sala de aula. Segundo Cruz (2011), “a qualificação do professor, pode ter uma resposta imediata, bem como um efeito duradouro sobre o desempenho do aluno” (p. 39). Esta autora, afirma ainda que “a qualificação do professor desempenha um papel importante no sucesso da implementação e manutenção da inovação pedagógica em sala de aula com o recurso às TIC”. Rodrigues (2017) refere que “a tecnologia mais avançada não tem qualquer utilidade no contexto educativo se o professor não estiver adaptado à sua utilização” (p. 22).

Simões (2009), é de opinião que as TIC estão cada vez mais presentes no dia-a-dia das nossas escolas, “devendo essa presença traduzir-se numa prática transversal ao longo de todo o currículo, de forma a familiarizar os alunos, desde cedo, com as novas tecnologias e dotá-los de competências a este nível” (pp. 23-24). Corroborando com Simões, Ventura (2013), afirma que “o professor em sala de aula deve socorrer-se de recursos que possam veicular o conhecimento, de forma a alcançar o maior número de alunos, permitindo que estes se sintam estimulados e

envolvidos no seu processo de aprendizagem” (p. 2). Rodrigues (2017) é de opinião que “será necessário pensar os conteúdos programáticos conjugados com as tecnologias, supondo que da parte dos professores exista vontade de questionar as suas próprias práticas pedagógicas” (p. 22).

Cancela (2012) salienta que, “para além de ajudarem os estudantes a entrarem no mercado de trabalho, contribuem também para a sua realização pessoal, inclusão social e cidadania, o que constitui uma mais-valia para a sociedade” (p. 75). De acordo com Pequeneza (2013) “há a necessidade de que os docentes estejam capacitados e com as competências suficientes para assim poderem ensinar e promover aprendizagens” (p. 16). Neste contexto, Cardoso (2013) afirma que “é cada vez mais evidente a necessidade dos docentes se adaptarem às novas tecnologias e promoverem a sua utilização dentro do contexto educativo da sala de aula” (p. 1).

Urge repensar as práticas pedagógicas para despertar nos alunos motivação e interesse pela aprendizagem da Matemática. Com as TIC, a transformação do aluno, de mero espetador, reprodutor de informações, num indivíduo crítico, reflexivo e construtor do seu próprio conhecimento se torna efetiva. Tal como Pequeneza (2013) afirma “as TIC podem proporcionar novos contextos educativos que dão a possibilidade de colocar os alunos no centro do processo de ensino-aprendizagem favorecendo a sua autonomia” (pp. 13-14). Estas, como Cardoso (2013) refere “permitem-lhe a possibilidade de alterar um modelo de reprodução de informação para um modelo baseado na construção partilhada do conhecimento” (p. 1).

Uma alternativa para superar as dificuldades “é a utilização de tecnologias na sala de aula, pois elas estão presentes em nosso quotidiano e cada vez mais exercem um papel fundamental na educação, essencialmente na educação matemática” (Cassol, 2012, p. 14). A autora salienta ainda que ao fazer uso das TIC, “o professor passa a ter uma garantia adicional quanto a pertinência de suas aulas, pois todo o avanço promovido por esses recursos possibilita e contribui para que os alunos se tornem mais críticos, reflexivos e inseridos num mundo cada vez mais digital” (Cassol, 2012, p. 18). Segundo Pequeneza (2013) “criando diferentes ambientes de trabalho” (pp. 13-14). Não basta utilizar o recurso tecnológico é preciso também como refere Otto (2016) “pautar-se por princípios que privilegiem a construção de conhecimentos, a aprendizagem significativa, interdisciplinar e integradora” (p. 11).

## **CAPÍTULO 3. METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO**

### **3.1. Opções metodológicas**

Esta investigação procura descrever e interpretar a prática letiva de professores de Matemática relativa à utilização de recursos tecnológicos em sala de aula no ensino de conceitos matemáticos. Com o intuito de estudar os significados conferidos pelos professores à sua prática pedagógica de conceitos matemáticos, no geral, e da utilização de recursos tecnológicos nessa prática, em particular, segue uma abordagem interpretativa. Na perspetiva de Erickson (1986), uma ideia central desta abordagem é que a atividade humana é essencialmente uma experiência social em que cada um no seu histórico profissional elabora significados, o que nos leva a considerar a relação entre as suas perspetivas e as condições ecológicas dos contextos onde realizam a ação em que se encontram implicados.

Tendo como referência os dois primeiros objetivos específicos delineados, este estudo concretizou-se em duas fases. Na primeira fase, procurámos caracterizar, através da entrevista, as perceções de 12 professores angolanos que ensinam matemática sobre o ensino de conceitos matemáticos e sobre a utilização de recursos tecnológicos nesse ensino.

Posteriormente, na segunda fase, atendendo aos outros dois objetivos específicos, procurámos averiguar como os professores angolanos de matemática usam recursos tecnológicos para ensinar os conceitos matemático e identificar vantagens e desvantagens dessa utilização. Para concretizar estes objetivos acompanhamos, de maneira sistemática, durante três trimestres de anos letivos consecutivos, a ação pedagógica de três professores. O ambiente de trabalho (contexto) e o comportamento do indivíduo (professor), circunscreve este estudo no paradigma qualitativo e interpretativo. A finalidade da metodologia qualitativa é “o de compreender o mundo dos sujeitos e determinar como e com que critério eles o julgam” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 287). A opção metodológica adotada, qualitativa e interpretativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), justifica-se pela pretensão em recolher dados no ambiente em que se realiza o estudo, descrever as situações vivenciadas pelos participantes e interpretar os significados que lhes atribuem.

Na investigação em causa, efetuámos um acompanhamento a professores no seu ambiente natural de trabalho, a sala de aula, para aferirmos sobre questões comportamentais como são o ‘como’ e ‘por que’ da inserção de recursos tecnológicos nas suas práticas letivas.

Para a abordagem pretendida, selecionamos como métodos de recolha de dados, a análise documental, a entrevista e a observação. O investigador como elemento fundamental no processo teve a missão de observar aulas, com o suporte de um gravador e um bloco de apontamentos. Após as sessões de observação, o investigador e o professor observado procediam durante alguns minutos a uma análise sobre momentos da aula. Tal como referem Bogdan e Biklen (1994), na “investigação qualitativa, as entrevistas podem constituir a estratégia dominante para a recolha de dados em conjunto com a observação, análise de documentos e outras técnicas” (p. 134).

Pretendeu-se nesta investigação fazer um acompanhamento naturalista ao desempenho de professores na sua prática quotidiana com a utilização de recursos tecnológicos para ensinar conceitos matemáticos. Na perspetiva de induzir respostas sobre a forma ‘como’ e ‘por que’ na utilização de recursos tecnológicos no seu fazer pedagógico, optamos pelo estudo de caso. O estudo de caso de acordo com Yin (2003) “é a estratégia escolhida ao se examinarem acontecimentos contemporâneos, mas quando não se podem manipular comportamentos relevantes” (p. 27).

Foram significativos na aplicação desta estratégia o fenómeno em estudo a inserção de recursos tecnológicos em sala de aula, a maneira como os professores o fazem, quando o fazem e como o fazem, ou seja, como integram e manuseiam a tecnologia nas suas aulas. A observação permitiu-nos, com alguma discrição, acompanhar as aulas, sem, no entanto, interferir no desenrolar do processo, pois a nossa preocupação neste estudo é o processo como o fenómeno se desenrola e não o produto ou resultado a alcançar, descartando assim a pretensão de generalização dos resultados. Tal como referem Bogdan e Biklen (1994), “a preocupação central não é a de saber se os resultados são suscetíveis de generalização, mas sim a de que os outros contextos e sujeitos a eles podem ser generalizados” (p. 66).

É bem verdade que em contextos similares, as práticas observadas podem diferir de professor para professor, ou seja, com as mesmas condições, numa mesma escola, as práticas dependerão muito das conceções de cada professor. Com o paradigma interpretativo pretende-se compreender, explicitar e aprofundar o conhecimento de um dado fenómeno no contexto em que se insere. De maneira indutiva construímos a teoria pelas observações sucessivas das aulas cuja informação dá corpo ao quadro empírico deste estudo.

Como referimos, este estudo segue um *design* de estudo de caso constituído por três professores. Quanto à sua tipologia, os professores foram acompanhados ao longo de um certo período de

tempo, para possibilitar fazer uma indução da informação proveniente dos dados recolhidos sobre aspetos inerentes da sua atividade profissional. Mais do que conter interpretações completas e precisas dos acontecimentos reais, de acordo com Yin (2003) “preocupamo-nos com a apresentação rigorosa e justa dos dados empíricos” (p. 2).

Neste trabalho investigativo, definido pelas suas peculiaridades como estudo de caso do tipo descritivo, para Yin (2003) os casos podem ser explanatórios ou causais, descritivos e exploratórios. Num estudo de caso descritivo, o pesquisador deve, na opinião de Yin (2003) “relatá-lo como ele realmente é” (p. 128). O autor define como elementos da explanação, que explicar um fenómeno significa estipular um conjunto de elos causais em relação a ele (Yin, 2003). Caracterizado pela análise particularística em termos comportamentais do professor na sua prática em sala de aula relacionadas a ‘como’ utiliza recursos tecnológicos para ensinar conceitos matemáticos, contamos com o auxílio de métodos e técnicas de recolha e tratamento de informações como a entrevista semiestruturada (ao professor) e a observação (feita pelo investigador) que nos permitiram cruzar as informações obtidas (triangulação) na pessoa do observado (professor).

Na perspetiva de Yin (2003), os estudos de caso são a melhor maneira de se estudar e conhecer a dinâmica das escolas e dos professores, contribuindo para um melhor conhecimento das instituições, das conceções e práticas dos professores. Segundo Yin (2003), “um estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenómeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre o fenómeno e o contexto não estão claramente definidos” (p. 32). Corroborando com Yin (2003), Bogdan e Biklen (1994, p. 89) afirmam que os estudos de caso consistem “na observação detalhada de um contexto, ou individuo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico”.

Ao descrevermos e analisarmos a prática dos professores participantes na segunda fase do estudo no que diz respeito ao domínio dos recursos tecnológicos, a interação com os alunos e seus pares, assim como a trajetória em termos de aprendizagens, estamos perante um fenómeno atual, cuja observação não podemos manipular, num processo em que o investigador é o principal agente na recolha de dados, essencialmente de carácter descritivo em que a preocupação é o processo e não o produto, conforme as características enunciadas por Bogdan e Biklen (1994).

Este processo de observação, que teve início com doze professores pertencentes a duas instituições que ministram o 2.º Ciclo do ensino de base, foi sofrendo alterações no número de participantes ao longo dos vários momentos de observação.

Dos 12 professores entrevistados inicialmente disponíveis, na primeira fase de observação de aulas apenas participaram cinco, que por razões desconhecidas não puderam continuar na última fase, culminando o processo com três professores, pertencentes a duas instituições de ensino. Estes constrangimentos vivenciados levaram-nos a optar por um estudo de caso múltiplo. O foco da nossa investigação está em questões do tipo 'como' em mais de uma escola os professores utilizam os recursos tecnológicos em sala de aula configurando assim, um estudo de caso múltiplo segundo Yin (2003).

As características específicas de cada um dos professores que participaram da última fase de observação de aulas não colocaram em risco a diversidade de práticas e a riqueza das informações recolhidas. A natureza indutiva da investigação qualitativa permitiu descrever a interação demonstrada pelos professores e os recursos tecnológicos utilizados.

Nesta investigação, a unidade de análise é o professor. As inferências são retiradas com base na informação que ilustra as suas atividades em sala de aula, isto é, o destaque do trabalho recai sobre as práticas letivas dos elementos observados no que diz respeito ao modo como introduzem os recursos tecnológicos na aula, em que momentos da aula o fazem e como utilizam os mesmos.

Procuramos, ao longo deste estudo, inserir-nos no ambiente das instituições escolares e desta forma nos inteirarmos do quotidiano dos intervenientes do processo, das potencialidades das mesmas no que se relaciona a condições de trabalho, assim como das suas fragilidades em termos de oferta educativa. Desta forma, fazemos uma descrição dos aspetos que achamos relevantes para a investigação e que nos possibilitam compreender pormenorizadamente qual é o aproveitamento que os professores fazem das condições existentes.

Realçamos que, em momento algum, o foco do nosso trabalho foram os resultados, mas sim o processo de ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos utilizando recursos tecnológicos. Ainda assim, tanto o processo como o produto pouco ou nada influenciam a definição da metodologia, o que, segundo Ponte (2006), permite analisar em profundidade determinado processo ou entidade.

### **3.2. Caraterização das instituições de ensino**

Angola, um país independente há 4 décadas, com 16 anos de paz efetiva, vive ainda os efeitos dos anos de incerteza no que diz respeito ao crescimento no setor da educação. Tudo isso, afetou de maneira profunda o acesso ao ensino superior em todos os quadrantes do território nacional, administrativamente dividida em 18 províncias.

A província do Cuanza-Norte não constitui exceção, tendo recebido a extensão das Instituições do Ensino Superior (IES) apenas desde 2007. Este facto limitou as instituições do ensino de base ao preenchimento de vagas com quadros desprovidos de conhecimentos capazes de fazer face às exigências do processo de ensino e de aprendizagem. A província do Cuanza-Norte, com capital em Ndalatando, faz fronteira a Oeste com a província do Bengo, a Norte com a província do Uíge, a Leste com a província de Malange e a Sul com a província do Cuanza-Sul. Apresenta na sua divisão administrativa 10 municípios e 31 comunas, situada na região Centro-Norte do país com uma área de cerca de 24.190  $Km^2$ , sendo Cazengo o município sede que alberga a capital de província, Ndalatando.

A província tem aproximadamente 443.386 habitantes, correspondente a 21 habitantes por  $Km^2$ , sendo por isso considerada de baixa densidade populacional na comparação com outras províncias de Angola. O município do Cazengo tem uma superfície territorial de 1.793  $Km^2$  (correspondente a 9% do território da província) e uma densidade populacional de 92 habitantes por  $Km^2$ .

O setor da educação apresentava em 2005, no município de Cazengo, 49 escolas do 1.º, 2.º e 3.º Ciclo do Ensino Básico, com um total de 990 professores para um universo de 29.432 alunos matriculados. De 2009 a 2010, a província do Cuanza-Norte apresentava uma população estimada em 438.709 habitantes, com 156.364 no município do Cazengo, correspondendo a 35,64% da população da província. No período de 2005 a 2010, o número de professores registou um crescimento na ordem de 75% aproximadamente, passando de 990 a 1324. A rede escolar do município conta com uma escola do ensino Primário, 1.º e 2.º Ciclos e quatro escolas do 2.º Ciclo. O 2.º Ciclo passou de 5.039 alunos em 2009 para 11.791 em 2014. Neste universo de problemas, os professores entrevistados não constituem exceção no que diz respeito aos problemas de formação.

Para melhor compreensão dos contornos que marcaram a aplicação das técnicas de recolha de dados, fazemos uma caraterização das escolas selecionadas, do ambiente de sala de aulas, das

infraestruturas disponíveis com realce para os recursos tecnológicos existentes e utilizados pelos professores.

A seleção das escolas em referência para a realização deste trabalho deveu-se, para além de possuírem salas de aula com recursos tecnológicos, ao facto de serem escolas onde o rigor no cumprimento da pontualidade e assiduidade são uma marca, tanto por parte dos professores, como dos alunos, esse aspeto descarta a possibilidade de insucesso na aprendizagem por razões de ausência às aulas. As duas escolas estão sediadas no município de Cazengo, sede da capital da província do Cuanza–Norte, e distam uma da outra aproximadamente 1000 metros. Por razões éticas, optamos por designá-las por Escola A e Escola B.

### **A Escola A**

A Escola A é uma escola do 2.º Ciclo do Ensino Secundário, está localizada na província do Cuanza-Norte (Ndalatando, junto ao antigo aeródromo), conta com seis salas de aulas, uma biblioteca, laboratórios de Informática, de Química, de Biologia e de Física, sendo todas as salas climatizadas e dispendo de boas condições de trabalho, além de dois campos multiusos para prática de desporto e balneários bem equipados.



Figura 4. Fachada frontal da Escola A.

Esta escola tem como objetivos principais a preparação de alunos para o ensino superior, visando especialmente a formação de estudantes preparados para frequentar cursos técnicos, destacando-se as engenharias, bem como favorecer estudantes carentes com grande potencial académico. A sala de informática utilizada para as aulas de Matemática possui 13 computadores, igual número de carteiras e 16 assentos (bancos com assentos circulares) dispostos em forma de U ao longo das dimensões da sala com área de aproximadamente 30 metros quadrados.



Figura 5. Vista interior da sala de informática da escola A.

A Escola A está vocacionada apenas para ministrar o curso de Ciências Físicas e Biológicas, ou curso de Ciências Exatas como também é designado, capacitada para atender 144 estudantes, 24 estudantes por turma. Os estudantes podem ingressar nessa escola na 10.<sup>a</sup> ou na 11.<sup>a</sup> classe através de um teste envolvendo Língua Portuguesa, Matemática, Física, Química e Biologia.



Figura 6. Alunos assistindo uma aula com utilização do GeoGebra.

Os estudantes têm dois períodos de trabalho. O primeiro vai das 7:30h às 13:00h e o segundo das 14:30h às 17:00h. Os alunos têm acesso livre aos livros e computadores. Além das aulas de Português, frequentam também aulas de Inglês e Francês ao longo dos 3 anos de formação, o que advém da disponibilidade da direção da escola afim de auxiliar os estudantes em todos os aspetos da sua permanência na escola.

### **A Escola B**

Esta escola situa-se geograficamente na província do Cuanza-Norte, município de Cazengo a Sul da cidade de Ndalatando, na Avenida da República também conhecida como Rua da Missão. A escola funciona com o Ensino Primário, 1.<sup>o</sup> e 2.<sup>o</sup> ciclo. O 2.<sup>o</sup> Ciclo do Ensino Secundário funciona com duas áreas de formação, isto é, Formação Geral com os seguintes cursos: Ciências Humanas,

Económico-Jurídicas, e a Formação de Professores com os seguintes cursos: Língua Portuguesa, Matemática e Física, Ciências Religiosas e Educação Moral e Cívica e o Magistério Primário.



Figura 7. Vista frontal da Escola B.

O Complexo escolar em referência possui 22 salas de aula, uma sala dos professores, um gabinete da Diretora, três gabinetes dos Subdiretores pedagógicos, duas secretarias (Geral e Académica), uma biblioteca, além de uma sala de Informática, e uma quadra desportiva, que funciona em dois períodos: Matutino das 7h 30 minutos às 12h 30 minutos e o período vespertino das 13h às 17h 55 minutos. A sala de informática utilizada para as aulas de matemática possui 13 computadores, igual número de carteiras e 16 assentos (bancos com assentos circulares) dispostos em forma de L ao longo do comprimento da sala com área de aproximadamente 60 metros quadrados.



Figura 8. Vista interior da sala de informática da Escola B.

A escola tem 154 funcionários, entre eles, uma Diretora, três Subdiretores pedagógicos, uma Subdiretora administrativa, 129 professores, 20 funcionários administrativos e outros funcionários como auxiliares administrativos. Do corpo docente constam 27 técnicos médios, 79 Bacharéis, 23 Licenciados e três Mestres.

No ano letivo em que decorreu este estudo, foram matriculados cerca de 2.759 alunos dos quais 920 frequentam o 2.º Ciclo do Ensino Secundário, sendo 627 masculinos e 293 femininos, as salas têm uma capacidade de aproximadamente 50 alunos.



Figura 9. Alunos assistindo uma aula com utilização de calculadora gráfica.

### **3.3. Participantes no estudo**

Os sujeitos de estudo foram selecionados em função do tema a desenvolver e os objetivos gerais e específicos definidos. Contamos para o efeito com professores tendo como critérios de seleção a especificidade do tema e o facto de pertencerem a duas instituições que possuem laboratórios/salas de informática, essenciais para o estudo.

Planeou-se o trabalho com recurso a um grupo intencional de professores, devido à especificidade do tema de pesquisa e à necessidade de responder com confiabilidade aos objetivos definidos. Os participantes do estudo, por imperativo da natureza do estudo, professores, receberam nas instituições em que lecionam cópias da solicitação de autorização (Apêndice 2) em que constava o nome do investigador, o tema do trabalho e os objetivos da realização do mesmo. Nesta solicitação, recomendava-se a participação de maneira voluntária no projeto, pois tratava-se de um processo demorado, com previsão inicial de duração correspondente a um ano letivo, que incluía para além de entrevistas aos participantes algumas sessões de observação de aulas.

Neste sentido, era imprescindível, que os mesmos estivessem disponíveis para o desenvolvimento das tarefas inerentes ao estudo. Responderam à solicitação, um total de 18 professores, tendo comparecido ao primeiro encontro 12. Neste encontro, tratamos de formalização do comprometimento dos presentes com a realização da investigação, abordamos as questões inerentes ao ensino com tecnologias, tiramos proveito do mesmo para criar alguma aproximação

entre os presentes e identificação com a investigação. Depois foram agendadas as entrevistas individuais aos 12 professores.

As entrevistas decorreram no período compreendido entre os meses de fevereiro e março de 2016. Os 12 professores pertencem a duas escolas do Cuanza-Norte (Ndalatando, Angola), Escola A e a Escola B, segundo o critério de atuar como professor de Matemática e ser graduado em Matemática. Todos do género masculino. Quanto à formação, três concluíram um Mestrado em Ciências de Educação, respetivamente em Organização e Gestão Escolar, Supervisão Pedagógica e Formação de Formadores e Didática da Matemática e nove concluíram apenas a licenciatura em Ciências de Educação na opção Matemática.

A média de idades dos professores entrevistados é de 35 anos, o tempo médio de serviço é de 14 anos, as entrevistas tiveram uma média de tempo de 36 minutos. Para melhor identificação dos professores e preservar a identidade, optamos por codificá-los em função da ordem de transcrição das entrevistas, assim sendo, passamos a referenciá-los por P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11 e P12. (Quadro 1).

Numa segunda fase, para compreender melhor as especificidades da prática dos professores na utilização de recursos tecnológicos de conceitos matemáticos, selecionamos três professores para a observação das suas práticas pedagógicas, professores esses que constituem o estudo de caso. O critério dessa seleção foi a disponibilidade manifestada pelos mesmos para fazerem parte da segunda fase do nosso estudo. Por razões de confidencialidade, salvaguardamos a identidade dos participantes atribuindo a cada um nome fictício: Matias, Costa e José.

### **3.4. Métodos e técnica de recolha dos dados**

Para a elaboração deste trabalho investigativo, desenvolvemos de forma sistemática e articulada um processo de entrevistas e observação de aulas, onde pudemos, na voz dos professores, recolher opiniões que retratam as suas conceções. Através da análise de conteúdo, podemos filtrar os significados relevantes, os quais, confrontados com o ciclo de observação de aulas, permitem-nos fazer uma triangulação de informações de maneira a dar maior consistência aos dados recolhidos, minimizar a distorção na informação e validar os elementos relevantes para o estudo. Segundo Bogdan e Biklen (1994), “os dados incluem os elementos necessários para pensar de forma adequada e profunda acerca dos aspetos da vida que queremos explorar” (p. 149).

A escolha da metodologia utilizada tem o seu fundamento no tipo de pesquisa. A pesquisa qualitativa tem suporte na observação e entrevista como técnicas que permitem a indução de dados que são a principal fonte durante o processo de investigação. Os instrumentos aplicados possibilitaram a recolha em profundidade e detalhe de informação complexa em ambiente como é a sala de aula.

Após a escolha do tema, passamos para o planeamento da pesquisa, onde de forma lógica e sequencial, seleccionámos os métodos que nos permitiram organizar o processo de investigação e as técnicas que através de seus respetivos instrumentos validaram os métodos aplicados.

Para a recolha de dados recorreremos à análise documental, à aplicação de inquéritos por entrevista, a observação de aulas, complementada com registos escritos e registos áudio, operacionalizados pelos instrumentos que nos permitem analisar e apresentar os dados de forma mais próxima possível dos contextos observados.

A variedade de métodos e técnicas aplicadas permitiram-nos confrontar a informação recolhida, comparando-a para poder aferir sobre os elementos substanciais presentes em cada método que a origina e discernir sobre os aspetos divergentes ou convergentes presentes nas ideias dos intervenientes. Esta combinação dos métodos e técnicas empregues com rigor científico exigido ajudou na compreensão do fenómeno em estudo.

### **Análise documental**

Para o desenvolvimento de qualquer pesquisa tem-se como suporte trabalhos desenvolvidos na área de investigação. Partindo desse pressuposto, a consulta à bibliografia relativa a estudos recentes desenvolvidos por alguns autores sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino, a metodologia desenhada segundo a estratégia selecionada e os manuais e programas curriculares do 1.º e 2.º CEB.

A essência de qualquer pesquisa reside num processo sistemático que visa responder a problemas propostos. Nesta investigação, procedeu-se à recolha e análise de documentos relacionados com os objetivos definidos e, como tal, o recurso a trabalhos inseridos no contexto da mesma. Dentre os documentos recolhidos constam alguns retirados da Web consultados nos vários repositórios científicos de universidades portuguesas, manuais encontrados nas bibliotecas da Universidade do Minho, por constituírem material pertinente e relevante, relacionado ao trabalho do professor e a sua interação com recursos tecnológicos.

## **Entrevista**

Através da entrevista podemos manter um contacto direto com os professores que responderam à carta (Apêndice 2) endereçada às instituições de ensino, onde na voz dos mesmos ouvimos uma narrativa das suas experiências ao longo da formação académica e profissional, desde os porquês da escolha da profissão, o contacto com recursos tecnológicos ao longo da formação inicial e após a conclusão da formação enquanto professor.

A entrevista é, segundo Yin (2003), “uma das mais importantes fontes de informações para um estudo de caso” (p. 112), podendo ser estruturada, semiestruturada ou não estruturada. A observação pode ser considerada participante ou não participante, conforme o envolvimento direto ou não do investigador. Utilizamos uma entrevista estruturada, pois, numa entrevista estruturada o guião obedece rigorosamente a tópicos que respondem estritamente aos objetivos definidos. Na entrevista semiestruturada os tópicos do guião são a chave para o seu desenrolar sem necessariamente obedecer a uma sequência lógica, como Bogdan e Biklen (1994) referem “fica-se com a certeza de se obter dados comparáveis entre os vários sujeitos, embora se perca a oportunidade de compreender como é que os próprios sujeitos estruturam o tópico em questão” (p. 135). Na entrevista não estruturada, existe uma maior flexibilidade no que concerne ao tipo de questionamento, não sendo estas pré-definidas, vão surgindo em função do tema e do contexto. O seu objetivo como Bogdan e Biklen (1994) referem “é o de “compreender, com bastante detalhe, o que é que professores pensam e como é que desenvolveram os seus quadros de referência” (p. 17).

Segundo Bogdan e Biklen (1994), “a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo” (p. 134).

Para a realização da entrevista, concebe-se por norma um guião (Apêndice 3) que serve de instrumento orientador da interação entre entrevistado e entrevistador, no qual estão explícitas as dimensões pertinentes ou relevantes, que respondem aos objetivos e ao tipo de pesquisa que se pretende desenvolver. Neste trabalho de investigação foram aplicadas duas entrevistas, uma no início do trabalho (E1) e outra no final após a observação de aulas (E2).

A entrevista foi uma das técnicas utilizadas em função dos objetivos do trabalho e da natureza da investigação, com ela foi possível ouvir na voz dos entrevistados, a maneira como pensam, como interagem e quais são os seus sentimentos no que respeita ao dia a dia enquanto professor. Para

a abordagem que pretendemos, ela nos permite qualificar os registos obtidos, buscando neles os significados atribuídos por cada um dos entrevistados. Prova disso, é a heterogeneidade do grupo no que concerne ao tempo de serviço, origem social e trajetória enquanto docente.

Podemos constatar, por exemplo, que enquanto uns consideram a motivação como um momento da aula, que normalmente é atribuído aos primeiros dez ou quinze minutos no início da aula, outros são de opinião que a motivação não tem limites. Ou seja, é algo que ocorre durante toda aula, pois o aluno para despertar para a aprendizagem é necessário mantê-lo motivado. Alguns consideram a introdução como o momento de asseguramento do nível de partida, outros ainda são de opinião que é a fase de pré-requisitos para a apresentação do tópico a lecionar. Estes e outros aspetos levam-nos a fazer uma interpretação e a categorizar as afirmações dos entrevistados, conforme Bardin (1995) segundo “critérios suscetíveis de dar sentido as afirmações de cada um” (p. 37).

As entrevistas foram gravadas com o suporte de um telemóvel, sete foram realizadas nas escolas em que lecionam, em período de intervalo com uma previsão máxima de trinta minutos para o efeito, em espaço físico sem garantia de não haver interrupção. As outras cinco foram gravadas próximo do local de serviço ou do local de residência dos mesmos, devido à impossibilidade de se terem realizado em período e local acordado.

Estas entrevistas permitiram-nos ter uma aproximação ao contexto da utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos por professores no Cuanza-Norte, pois foi nas palavras dos próprios que encontramos os aspetos que caracterizam as suas perceções e práticas. Podemos identificar aspetos relacionados à sua formação inicial, à trajetória enquanto professor, às formações em que participaram, às expectativas em torno dessa participação, o impacto das mesmas no desempenho pessoal e profissional.

A existência do guião (Apêndice 3) previamente elaborado permitiu orientar os marcos referenciais ou dimensões definidas para a entrevista, sem, no entanto, limitar a mesma às perguntas pré-concebidas, sendo possível em tempo real alterar o rumo da mesma em função das respostas do entrevistado, numa interação dinâmica.

Numa fase posterior, os professores entrevistados tiveram acesso às transcrições efetuadas pelo investigador, para poderem exprimir a sua opinião, concordando ou discordando com o teor das respetivas transcrições e desta forma validarem o conteúdo das mesmas. Deste processo, não houve qualquer discordância, o que garante fiabilidade e honestidade no trabalho realizado.

## **Observação**

Outra técnica utilizada foi a observação, que pode ser participante ou não participante. Na observação participante, para Bogdan e Biklen (1994) “o investigador introduz-se no mundo das pessoas que pretende estudar, tenta conhecê-las, dar-se a conhecer e ganhar a sua confiança, elaborando um registo escrito e sistemático de tudo aquilo que ouve e observa” (p. 16). Também se pode recorrer a uma observação não participante, quando como Ponte (2006) refere “o investigador não pretende intervir sobre a situação, mas dá-la a conhecer tal como ela lhe surge” (p. 4).

A observação a par da entrevista diferencia-se pelo facto de que na observação a análise do observador depende muito da sua visão dos factos, enquanto na entrevista a informação recolhida depende muito do conhecimento quer do entrevistador como do entrevistado. A observação proporciona uma ampla visão das práticas, desde a planificação e operacionalização dos métodos de ensino, a interação entre professor e aluno e todas as situações comportamentais inerentes ao ambiente micro de sala de aula.

Por tratar-se de uma observação com carácter naturalista, não foi concebido um guião de observação, porém esta técnica foi sustentada por um registo em notas de campo, onde todos os pormenores inerentes à atividade do professor eram objeto de descrição, sem, contudo, se descuidar os objetivos definidos para a elaboração da investigação.

A observação em função do posicionamento do investigador ou circunstâncias ante o cenário pode classificar-se em participante ou não participante. Desenvolvemos nesta investigação uma observação não participante (Ponte, 2006), procurando não interferir no decurso normal das aulas, anotando apenas os momentos mais significativos da aula, no que diz respeito ao processo em si, desde a introdução, desenvolvimento, a atividade do professor e do aluno, os questionamentos que emergem da forma como são apresentados os conceitos, enfim, uma vasta gama de aspetos que suscitaram a atenção.

O contexto natural em que se desenvolveu tem subjacente a si a natureza indutiva da investigação qualitativa e em particular do estudo de caso. Sabemos que apesar de o investigador não interferir no decurso do processo, a sua presença em ambiente de sala de aula acaba por interferir no comportamento dos protagonistas. Com efeito, apesar de empírica, a observação constitui a principal técnica de recolha de dados, pois, a descrição da mesma permite ao leitor compreender os meandros da investigação.

A observação de aulas foi relevante, pois permitiu-nos a caracterização do fenómeno em estudo. A observação teve lugar em três momentos de anos letivos consecutivos onde foram observadas um total de vinte e sete aulas, distribuídas em períodos de 4 de outubro de 2016 a 18 deste mês (cinco aulas), um segundo momento de 17 de março de 2017 a 14 de abril deste ano (dez aulas) e o terceiro e último momento de 1 de setembro de 2017 a 10 de novembro deste ano (12 aulas). Esta técnica muito utilizada na recolha de dados em estudos de caso, permitiu-nos perceber a realidade contextual do caso em estudo. Da disponibilidade dos professores em participar na investigação emergiu o estudo de caso (Tabela 1).

Tabela 1: Número de aulas observadas a cada professor que constitui o estudo de caso

|                                     | Professores | N.º aulas | Códigos de observação | Datas      | RT                  |
|-------------------------------------|-------------|-----------|-----------------------|------------|---------------------|
| Introdução de conceitos matemáticos | Costa       | 6         | OA1CI                 | 04/10/2016 | GeoGebra            |
|                                     |             |           | OA2CI                 | 18/10/2016 |                     |
|                                     |             |           | OA3CI                 | 07/04/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA4CI                 | 07/04/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA5CI                 | 10/04/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA6CI                 | 14/04/2017 |                     |
|                                     | José        | 4         | OA1JI                 | 07/10/2016 |                     |
|                                     |             |           | OA2JI                 | 27/03/2017 |                     |
|                                     |             |           | OASJI                 | 31/03/2017 |                     |
| OA4JI                               |             |           | 03/04/2017            |            |                     |
| Matias                              | 5           | OA1MI     | 04/10/2016            |            |                     |
|                                     |             | OA2MI     | 10/10/2016            |            |                     |
|                                     |             | OA3MI     | 17/03/2017            |            |                     |
|                                     |             | OA4MI     | 20/03/2017            |            |                     |
|                                     |             | OA5MI     | 24/03/2017            |            |                     |
| Sistematização de conhecimentos     | Costa       | 4         | OA1CS                 | 06/10/2017 | Calculadora gráfica |
|                                     |             |           | OA2CS                 | 13/10/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA3CS                 | 20/10/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA4CS                 | 25/10/2017 |                     |
|                                     | José        | 4         | OA1JS                 | 27/10/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA2JS                 | 03/11/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA3JS                 | 08/11/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA4JS                 | 10/11/2017 |                     |
|                                     | Matias      | 4         | OA1MS                 | 01/09/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA2MS                 | 08/09/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA3MS                 | 15/09/2017 |                     |
|                                     |             |           | OA4MS                 | 22/09/2017 |                     |

A recolha de dados foi realizada na 1.ª fase através de inquéritos por entrevista, visando obter das vozes dos atores do processo de ensino informações sobre as suas conceções de práticas em sala de aula. Adotando a perspetiva de Bogdan e Biklen (1994), a entrevista permite recolher dados descritivos na linguagem dos próprios intervenientes, de forma a conhecer o modo como estes

interpretam determinados aspetos ligados ao ensino da Matemática e ao papel das TIC nos processos de ensino e da inovação da sua prática pedagógica.

A observação, enquanto uma das técnicas selecionadas para o nosso estudo de casos múltiplos, permitiu-nos constatar o ambiente real vivido nas salas de aula, o papel do professor e do aluno ante as tarefas desenvolvidas, o comportamento dos intervenientes no processo de ensino-aprendizagem e tirar ilações, ainda que subjetivas de tudo que presenciamos. Das técnicas aplicadas emergiram os casos, tendo em atenção a relevância ou não das atividades desenvolvidas.

Para melhor acompanhamento da prática letiva dos professores, optamos pela técnica que consistiu na observação das aulas dos professores de matemática, diário de campo (para recolher observações, reflexões, interpretações, hipóteses e explicações de ocorrências). Na perspetiva de Erickson (1986), a observação possibilita ao investigador compreender o efeito das ações tomadas pelo professor na criação de ambientes propícios à aprendizagem.

Nesta fase do trabalho, os professores envolvidos na fase de entrevistas realizadas, partilharam experiências no sentido de aprimorar o desenvolvimento sequencial das tarefas a posterior, “valorizando o sentido social das aprendizagens e permitindo gerir as diferenças” (Pereira, 2012, p. 14). Devido aos problemas constatados durante as entrevistas, agendamos um período de encontros para partilhar ideias, debater alguns conteúdos, refletir sobre as práticas e debelar alguns elementos inibidores de um trabalho que se pretenda participativo. Participaram dos encontros, seis dos professores entrevistados: P3, P5, P6, P7, P10 e P12. Durante os encontros, foram trabalhados os mais variados aspetos relacionados a inserção do GeoGebra no ensino, desde o seu historial, às variadíssimas aplicações, a sua abrangência, assim como as suas limitações.

Quadro 1: Cronograma dos encontros com os professores.

| <b>Datas</b> | <b>Atividades desenvolvidas</b>  |
|--------------|--|
| 16/02/2016   | Visitas as salas de informática: apresentação dos objetivos e das condições de trabalho, materiais disponíveis.        |
| 19/02/2016   | Visitas as salas de informática: apresentação da experiência didática de alguns professores com recursos tecnológicos. |
| 23/02/2016   | Sessão de troca de experiências: professores partilharam as suas experiências com recursos tecnológicos.               |

Num primeiro encontro que tivemos no dia 16/02/2016 abordamos aspetos relacionados ao porquê do projeto, seus objetivos, tempo de duração, o papel de cada um dentro do projeto, e a

necessidade de se estabelecer um compromisso com a execução do projeto. Recordando que o trabalho de investigação em curso tem um cronograma que vinca as metas e os prazos de realização das suas etapas (Quadro 1).

O momento foi também aproveitado para em conjunto trocar ideias sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino, as condições de trabalho existentes para o efeito, os temas e classes em que foram observados, ficaram sob a responsabilidade dos professores a observar, porquanto, o foco é a utilização de recursos tecnológicos e em função da disponibilidade dos mesmos, calendarizar as aulas a serem lecionadas por cada um dos participantes.

Analisamos os elementos relacionados a sintaxe na introdução de dados e de forma aleatória foram discutidos tópicos que vão desde a Álgebra à Geometria com momentos de reflexão no que concerne a visualização de gráficos. Este período de encontros permitiu criar um ambiente de aproximação que culminou com a eliminação de alguns aspetos inibidores como lecionar sendo observado por colegas. Neste período, ficou estabelecido que cada um dos participantes deveria preparar para lecionar cinco temas à sua escolha, que correspondem a dois tempos letivos de 45 minutos cada.

O calendário académico do 2.º Ciclo, o início tardio das tarefas preconizadas pelo grupo de trabalho aliado à aproximação do período de provas escolares, levaram a que fosse possível a cada um dos participantes lecionar apenas no máximo cinco aulas observadas, com exceção de um professor (P10) que por motivos não explorados não lecionou alguma aula.

A preparação dos temas a lecionar aconteceu no decorrer dos encontros do grupo, com a possibilidade de consulta a qualquer um dos colegas caso assim o desejassem. Acertamos intercalar, ou se possível, evitar que um mesmo professor lecionasse duas aulas seguidas, para permitir que todos tivessem mais tempo para preparar. Das turmas selecionadas para o efeito, trabalhou-se em função dos tempos letivos destinados à Matemática, procurando-se aproveitar no máximo os tempos semanais em cada uma delas conforme horário estabelecido.

Cada uma das aulas observadas teve uma duração aproximada de noventa minutos, correspondentes a dois tempos letivos de quarenta e cinco minutos. Ao longo do período de observação, procurámos não interferir no decurso normal das aulas e de forma discreta, procedemos ao registo em diário, e gravações áudio e registo fotográfico dos momentos da aula. Estes registos tiveram um carácter naturalista.

Por razões de cumprimento de calendário académico, preparação de provas finais e exames, com a utilização do *software* GeoGebra e da calculadora gráfica, três professores conseguiram lecionar cinco temas: um lecionou seis, o outro apenas quatro, um outro apenas lecionou um, perfazendo dessa forma 15 temas. O professor P10, por indisponibilidade, não lecionou qualquer aula. Na última fase, foram observadas quatro (4) aulas a cada um dos professores que constituem o estudo de caso, perfazendo 12. Estes professores integraram o GeoGebra em momentos de introdução de conceitos matemáticos e a calculadora gráfica em momentos de sistematização de conceitos matemáticos. A razão que levou à utilização destes recursos deveu-se por o GeoGebra ser um *software* livre que pode ser descarregado da Web. A calculadora gráfica deveu-se à sua disponibilidade por parte do investigador.

### **3.5. Métodos e técnicas de análise dos dados**

A fase empírica do estudo compreendeu também a definição das fontes de dados, as quais permitiram a obtenção da informação que depois de recolhida passou por um processo de organização para melhor interpretação. Como advogam Bogdan e Biklen (1994), a análise de dados reporta-se à atividade que o investigador desenvolve na organização da informação recolhida com a finalidade de obter conhecimento e de a tornar compreensível aos outros.

Para a análise de dados privilegamos a análise de conteúdo (Bardin, 1979), cuja finalidade consiste em identificar temas que traduzam as perceções e a prática dos professores, os quais originaram a fragmentação dos dados recolhidos em torno dos temas identificados. Novas leituras a esses fragmentos fizeram com que os dados se reduzissem em torno de categorias que procuram, segundo Miles e Huberman (1994), ordenar, organizar e sistematizar a informação. Estes autores defendem que a redução dos dados é um processo que traduz a seleção, simplificação, abstração e transformação dos dados que surgem apresentados na forma de registos escritos. Bardin (1979) refere que podem ser interpretadas as mensagens nem sempre claras que exigem uma interpretação, mensagens com um duplo sentido cuja significação profunda só pode surgir depois de uma observação cuidadosa ou da intuição. Por detrás do discurso aparente, geralmente simbólico e polissémico, esconde-se um sentido que convém desvendar.

Bardin (1979) caracteriza a análise de conteúdo como sendo empírica e, por esse motivo, não pode ser desenvolvida com base num modelo exato. Contudo, para sua operacionalização, devem

ser seguidas algumas regras de base, por meio das quais se parte de uma literatura de primeiro plano para atingir um nível mais aprofundado. O investigador que trabalha os dados recolhidos a partir da perspectiva da análise de conteúdo está sempre a procurar um texto atrás de outro texto, um texto que não está aparente na primeira leitura e que precisa de uma metodologia para ser desvendado. Por essas razões, Bardin (2009) considera que a análise de conteúdo é

um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (p. 44)

Ao fazermos a transcrição das entrevistas, procuramos de maneira fidedigna reproduzir textualmente, tal qual, a recebemos na voz dos entrevistados. O material coletado foi alvo de um processo aturado de análise consubstanciado nos elementos relevantes do discurso de cada um dos entrevistados, que, paulatinamente, foram dispostos categoricamente em função das especificidades e da importância dos mesmos na resposta aos objetivos específicos, tal como afirmam Bogdan e Biklen, (1994): “o processo de análise de dados é como um funil: as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão se tornando mais fechadas e específicas no extremo” (p. 50).

Na apresentação da informação que extraímos dos dados recolhidos pelos diferentes métodos utilizados, relativamente à que se reporta à 1.<sup>a</sup> fase do estudo, *Perceções de professores angolanos sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos*, organizámo-la em torno das seguintes categorias: (i) Formação dos professores; (ii) Ensino de conceitos matemáticos; e (iii) Recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos. Em cada uma destas categorias, a informação de cada um dos 12 professores que integraram esta fase é destacada pelo código  $P_i \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ .

Quanto à informação proveniente da 2.<sup>a</sup> fase do estudo, *Utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos por professores angolanos*, é apresentada segundo as seguintes categorias: (i) Introdução de conceitos matemáticos (Geometria, Álgebra, Funções); e (ii) Sistematização de conceitos matemáticos (Álgebra, Funções). Como a informação desta fase traduz momentos da observação de aulas dos três professores que constituem o estudo de caso (Costa, José, Matias), para a distinguir, atribuímos a cada professor um código que é composto pelo número da aula observada, pela inicial do seu nome e pela letra inicial do propósito da aula

(Introdução ou Sistematização). Por exemplo, OA1CI trata-se da primeira aula observada ao professor Costa numa aula de introdução de conceitos matemáticos.

## **CAPÍTULO 4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS**

Tendo como referência o objetivo e as questões de investigação deste estudo, este capítulo organiza-se em duas secções: A primeira secção tem por finalidade apresentar e interpretar as percepções de professores angolanos, que integraram a 1.<sup>a</sup> fase do estudo, sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos; a segunda secção trata da utilização de recursos tecnológicos por professores angolanos no ensino de conceitos matemáticos no contexto de sala de aula.

### **4.1. Percepções de professores angolanos sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos**

Nesta secção, fazemos uma descrição e interpretação das respostas de doze professores a um conjunto de questões que integraram a entrevista inicial. A informação recolhida nesta fase do estudo é apresentada, após a caracterização dos professores, segundo as seguintes categorias: Formação dos professores; Ensino de Matemática; e Recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos.

#### **4.1.1. Caracterização dos professores e dos contextos**

Sabemos que o meio em que vivemos tem influência direta no nosso comportamento, as práticas do quotidiano são o reflexo do material disponível ao nosso alcance. Desta forma, as tecnologias vieram revolucionar o posicionamento do professor no que diz respeito a obtenção de conteúdos para lecionar, como planificar e interagir com os pares e com seus alunos. Hoje, com o acesso às TIC, alguns conceitos como os de comunicação e sociedade sofreram alteração, em virtude do fato de grande parte da comunicação se processar *online*, originando assim a formação de sociedades digitais, onde os seus membros, mesmo estando em territórios distantes mantêm uma comunicação em tempo real como se ocupassem o mesmo espaço físico. O contexto de ensino em Angola é ainda caracterizado por situações peculiares às condições das instituições de ensino e dos recursos humanos disponíveis para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem. A utilização de recursos tecnológicos nas práticas dos professores e em particular no ensino de conceitos matemáticos é a todos os níveis uma inovação que se pretende promover, residindo aí, a pertinência desta investigação.

Com o capital humano disponível, uma grande maioria com formação inicial apenas, com a exiguidade de recursos tecnológicos quer a nível das instituições de ensino como a nível individual, torna-se pertinente analisar as conceções e práticas dos professores em ambientes com recurso à tecnologia. Constituindo por si só um problema, o domínio dos conteúdos matemáticos por parte de professores, o domínio dos conceitos matemáticos tem sido visto como o problema maior para o qual concorre a debilidade apresentada pelos professores no desenvolvimento de conteúdos matemáticos.

O rácio entre o número de alunos e a quantidade de recursos disponíveis nas escolas é o outro dos fatores que concorre para a inexistência de práticas letivas com recursos tecnológicos. Não menos importante é o facto de os manuais e programas curriculares não apresentarem recomendações/orientações que tornem possível tais práticas.

A inexistência de ações de formação que promovam e propiciem condições para o treinamento de docentes no manuseio de recursos tecnológicos, assim como a fraca capacidade das salas/laboratórios de informática têm sido apontadas como outros dos fatores que limitam a existência de boas práticas em sala de aula. A falta de um levantamento por parte da estrutura que dirige o processo de ensino e aprendizagem relacionadas com as principais dificuldades dos professores do ponto de vista pedagógico, tecnológico ou de conteúdo, leva a que os seminários de capacitação agendados anualmente contemplem temas que não satisfaçam os anseios dos participantes.

O período de vigência dos programas curriculares e manuais escolares, considerados por muitos, obsoletos e pouco flexíveis é na opinião de alguns professores propiciador do desfasamento que há entre o conhecimento matemático e o desenvolvimento social que se pretende no que concerne ao domínio tecnológico.

O livro como elemento indispensável a par do programa foi perdendo o seu espaço ante a panóplia de recursos disponíveis através da Internet. Hoje, o professor tem no programa da classe o seu guia orientador para as práticas quotidianas. Com a Internet tornou-se possível não só a obtenção de conteúdos como também a diversificação das tarefas matemáticas. Indivíduos vivendo em espaços físicos distantes, fazem parte de redes sociais, facilitando assim a comunicação e a partilha de informação, gerando-se dessa forma novas práticas culturais.

Se no passado, os grupos tinham como razão de existência a sua proximidade física, hoje com as redes sociais na Web, constituíram-se novas formas de socialização através do chamado mundo

*online*, em que os utilizadores do mesmo aplicativo como são o *chat*, o *Instagram*, o *Messenger* e outros dão espaço para o surgimento de outros e vários grupos de interação. O contexto em que cada um exerce a sua profissão pode servir de trampolim para a promoção de novas práticas e consequentemente para o desenvolvimento profissional.

Com as mudanças em curso nos paradigmas da educação a nível mundial, com a inserção, exploração e potenciação de recursos tecnológicos, mudaram-se os posicionamentos do professor, alunos e conteúdos e consequentemente passou-se da pedagogia da transmissão à pedagogia das abordagens. Desta forma, o aluno ganha um papel central no processo de ensino e de aprendizagem e a construção do conhecimento se efetiva.

A transversalidade de algumas disciplinas no currículo é bem a evidência que a cada ciclo de ensino se deve assegurar as bases para aprendizagens a posterior. Deste modo, os alunos em cada ciclo do ensino básico devem ter desenvolvido competências que permitam uma visão alargada da Matemática. Neste particular, realçamos que as práticas dos professores nos anos iniciais de escolaridade dos alunos, com particular incidência na introdução de conceitos ao longo dos anos, influenciam na visão de futuro e nas conceções destes sobre processos e procedimentos matemáticos. O momento que vivemos mostra-nos que o professor no contexto atual do ensino enquanto elemento fundamental no processo é um profissional autónomo com responsabilidade em delinear as estratégias de ensino, em função do conhecimento que possui dos alunos, capaz de conceber projetos pedagógicos de turma visando desenvolver e coordenar atividades letivas promotoras de aprendizagens significativas.

Para melhor compreendermos as conceções e práticas dos 12 professores, começamos por os caracterizar com incidência sobre as suas idades, a escola em que leciona, o tempo de serviço e os anos de licenciatura de cada um (Quadro 2):

Quadro 2: Dados dos professores que participaram na primeira fase do estudo ( $n = 12$ ).

| <b>Professor</b> | <b>Idade (anos)</b> | <b>Escola onde leciona</b> | <b>Tempo de serviço (anos)</b> | <b>Anos de licenciatura</b> |
|------------------|---------------------|----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| P1               | 45                  | B                          | 25                             | 5                           |
| P2               | 28                  | B                          | 5                              | 3                           |
| P3               | 41                  | B                          | 18                             | 4                           |
| P4               | 40                  | B                          | 21                             | 5                           |
| P5               | 42                  | B                          | 20                             | 5                           |
| P6               | 34                  | B                          | 12                             | 4                           |
| P7               | 26                  | A                          | 5                              | 3                           |
| P8               | 40                  | B                          | 18                             | 4                           |
| P9               | 38                  | B                          | 16                             | 5                           |
| P10              | 34                  | B                          | 13                             | 5                           |
| P11              | 28                  | B                          | 8                              | 5                           |
| P12              | 27                  | A                          | 5                              | 4                           |

Os 12 professores que participaram na primeira fase do estudo têm em comum o facto de terem nascido na mesma província, Cuanza-Norte, onde na prossecução dos seus estudos só tinham duas opções para formação a nível do 2.º Ciclo (Ensino Secundário): Cursos de Educação e Cursos de Saúde. Todos os professores possuem Licenciatura em Ciências de Educação, opção Matemática, e três dos professores (P4, P10 e P11) concluíram um Mestrado em Ciências da Educação.

Da análise da informação recolhida dos professores constata-se que a sua idade varia entre os 26 e os 45 anos (com idade média de, aproximadamente, 25 anos). Em termos da experiência profissional na docência, oito professores têm mais de 10 anos de serviço. Relativamente ao local de trabalho, 10 professores são da mesma escola (Escola A) e destes seis fizeram uma licenciatura de cinco anos. Dos restantes seis professores, quatro têm licenciatura de quatro anos e dois professores têm uma licenciatura de cinco anos.

#### 4.1.2. Formação dos professores

Relativamente à formação obtida, todos os professores possuem formação inicial de um curso de formação de professores e, de alguma forma, têm participado em momentos de formação contínua (Quadro 3).

Quadro 3: Formação dos professores participantes na primeira fase do estudo ( $n = 12$ ).

| <b>Categoria</b> | <b>Subcategoria</b> | <b>Evidências de aspetos mais destacados (exemplos)</b>  | <b>Frequência</b> |
|------------------|---------------------|--|-------------------|
| Formação         | Inicial             | P1, P2, ..., P12: entre as opções existentes na província escolhi a licenciatura em Ciências da Educação, opção Matemática.  | 12                |
|                  | Contínua            | P1, P2, ..., P12 : participei em seminários de superação e capacitação.  | 9                 |
|                  |                     | P4, P10, P11: seminários de superação e capacitação, fiz um mestrado em Ciências de Educação onde tive contato com alguns softwares como: Derive, Matlab, Graphmat e GeoGebra. | 3                 |

No que diz respeito à formação inicial, os professores escolheram na sua primeira opção a frequência de um curso de formação de professores de Matemática por gostarem desta disciplina e pela paixão de ensinar. Para além destas razões, os professores apontam outras que os levaram a tomar tal opção:

- Inclinação pelas ciências exatas (P1, P2 e P3);
- Gosto pelos números e cálculos (P4);
- A função de ensinar (P5 e P6);
- Influência familiar (P7 e P12);
- Influência de professores (P11);
- A exatidão e aplicação prática no cotidiano (P8);
- Gostar de pedagogia (P9);
- Paixão e gosto por ciências desafiadoras (P10).

Após a formação inicial, os professores desempenharam as suas funções profissionais com poucas oportunidades de poderem participar em dinâmicas de formação contínua que incidissem sobre temas que promovessem o seu desenvolvimento profissional. Dos professores inquiridos, nove frequentaram seminários de superação e capacitação, os quais não corresponderam às suas expectativas, atendendo a que nunca lhes foi perguntado sobre que aspetos da prática pedagógica gostariam de abordar, limitando-se apenas a frequentar seminários que tratavam da vertente ética e deontologia profissional, o que lhes causava desmotivação de as frequentar.

Os restantes professores (P4, P10 e P11) frequentaram cursos de pós-graduação em Ciências da Educação, respetivamente: Organização e Gestão Escolar, Supervisão Pedagógica e Didática da Matemática, o que lhes deu a oportunidade de tomar contato com alguns recursos tecnológicos (tais como Matlab, Derive, Graphmat, GeoGebra), sem, no entanto, desenvolverem pesquisas no sentido de aprimorarem os referidos conhecimentos. Estes professores consideram que o domínio e a inserção dos recursos tecnológicos no ensino são um aspeto a aprimorar ao longo da sua profissionalização. O professor enquanto investigador, no comprimento da sua atividade profissional, tem no quotidiano as oportunidades de inovar e refletir sobre as suas ações.

Na opinião dos professores, o contexto atual do ensino, caracterizado pela diversidade em termos de estratégias e métodos, obrigou-os a efetuar cursos intensivos de curta duração, para aprimorar conhecimentos relacionados com a área de formação. A frequência de ações de formação tinha como finalidade o seu desenvolvimento pessoal e profissional. Os cursos de pós-graduação, para além da vertente profissionalizante, são uma das exigências de progressão na carreira. O impacto dessas formações não tem sido o que esperavam porque a intensidade em que receberam os conteúdos não lhes permitiu reter muita informação, nem conhecimentos sólidos, e o contexto em que trabalham em pouco ou nada os tem ajudado a suprir estas debilidades.

### 4.1.3. Ensino de conceitos matemáticos

Quanto às perspetivas sobre o ensino de conceitos matemáticos, os professores foram questionados sobre as atividades que dinamizam em diferentes momentos da sua ação profissional, tais como na planificação de aulas, na prática letiva, na prática profissional e sobre os conceitos matemáticos que os alunos têm mais dificuldade de aprender (Quadro 4).

Quadro 4: Perceções dos professores participantes na primeira fase do estudo sobre o ensino de conceitos matemáticos ( $n = 12$ ).

| <b>Categoria</b>                                 | <b>Subcategoria</b>                              | <b>Evidências de aspetos mais destacados (exemplos)</b>   | <b>Frequência</b>   |
|--|--|---|---|
| Ensino de Matemática                             | Planificação                                     | P1, P6, P7, P9 e P10: metodologia a aplicar.  | 5   |
|  |  | P2 e P12: contextualização dos conteúdos.   | 2   |
|  |  | P3: situações – problema.   | 1   |
|  |  | P4, P5, P8 e P11: os pré-requisitos.  | 4   |
| Prática letiva (em sala de aula)                 | Prática letiva (em sala de aula)                 | P1, P3, P4, P5, P6, P7, P9, P10, P11 e P12: na introdução de um novo tópico, os pré-requisitos têm por finalidade reativar os conteúdos precedentes.  | 10  |
|  |  | P2 e P8: situações problema na introdução de um novo tópico.  | 2   |
| Prática profissional (para além da sala de aula) | Prática profissional (para além da sala de aula) | P1, P2, ..., P12: a partilha de experiências com os colegas acontece de maneira informal, casual ou esporádica. A planificação das aulas, a escolha dos recursos a utilizar, as estratégias são decisões pessoais.                      | 12  |
|  |  | Ensino de conceitos   | P1, P3, P5, P8 e P9: os alunos têm mais dificuldades em aprender os conceitos algébricos, que também são os conceitos com mais dificuldades em ensinar pelas mesmas razões. |
|  |  | P2, P4, P6, P7, P10, P11 e P12: os alunos têm mais dificuldades em aprender os conceitos geométricos e os trigonométricos devido às debilidades em geometria. As maiores dificuldades em ensinar recaem sobre os conceitos geométricos. | 7   |

No que diz respeito a aspetos a ter em conta na planificação de aulas, os professores destacam vários que estruturam os seus planos de aula, tais como:

- A metodologia a adotar (P1, P6, P7, P9 e P10);
- A contextualização dos conteúdos (P2 e P12);

- O ensino de conceitos através de situações problema (P3);
- A identificação dos pré-requisitos para assegurar uma aprendizagem efetiva (P4, P8 e P11);
- O desenvolvimento de habilidades (P5 e P9).

Os critérios adotados na planificação das aulas diferem de professor para professor, não havendo, assim, uniformização do que deve constar num plano de aula. Tal facto indicia resultar da experiência da prática letiva de cada professor, como também da inoperacionalidade das coordenações da disciplina na orientação das sessões de planificação.

Na concretização das estratégias idealizadas, na prática letiva, para a introdução de conceitos matemáticos, os professores exploram os pré-requisitos necessários para a aprendizagem dos conteúdos da aula a lecionar.

- Reativação dos conteúdos precedentes através de perguntas ou teste diagnóstico para averiguar o nível de conhecimentos dos alunos (P1, P3, P4, P5, P6, P7, P11, P12);
- Diálogo com os alunos (P9, P10);
- Resolução de situações-problema (P2 e P8).

Na abordagem dos conceitos matemáticos em contexto de sala de aula, três professores recorrem à resolução de situações-problema por considerarem que mais facilmente se consegue aliar a teoria à prática e promover a participação ativa do aluno na construção do conhecimento, como exemplifica a afirmação do professor P2: “Situações–problema do quotidiano (abordagem das definições e outros elementos que permitam a identificação dos conceitos”.

Quanto à Prática Profissional (para além da sala de aula), no que diz respeito à partilha de experiência com os colegas, os professores indiciam não ter este hábito enraizado nas suas atividades, como exemplifica a afirmação do professor P1: “acontece de forma ocasional ou esporádica”, apontando a participação em seminários ou jornadas pedagógicas como os momentos em que algum contacto é proporcionado.

Pelo que podemos aferir, os professores realizam as suas atividades profissionais de forma isolada, como ilustra a afirmação do professor P4: “as coordenações de curso delimitam os conteúdos a lecionar por trimestre, a planificação e preparação das aulas é da responsabilidade do professor em função do programa e manual da classe”.

Acompanhando os tempos atuais, os professores tendem a utilizar a Web e os seus serviços, como as redes sociais e os meios de comunicação como o *Skype*, *chat*, correio eletrónico e outros

recursos. Tais atividades pressupõem que não é por dificuldades de comunicação que não trabalham com os seus pares nem partilham experiências.

A criação de projetos que envolvam os professores de todas as áreas disciplinares, mas sobretudo os de Matemática, por parte da Direção da escola, pode servir de trampolim para uma maior aproximação por parte dos professores e desta forma conseguir-se que os recursos tecnológicos sejam mais explorados quer a nível profissional quer fora do contexto de trabalho.

Ao debruçarem-se sobre os conceitos em que os alunos têm mais dificuldades de aprender, os professores incidem sobre os conceitos algébricos e geométricos, englobando também os trigonométricos.

- Os alunos têm mais dificuldades em aprender/perceber os conceitos geométricos, devido a falta de conhecimentos de base (P2);
- Nos conceitos geométricos os alunos têm dificuldades em classificar e denominar as figuras, indicar as coordenadas de um ponto (P6);
- No cálculo de áreas, volumes e perímetros, têm dificuldades na determinação das respetivas unidades de medida, não dominam as noções de plano e espaço, designação das figuras. No capítulo das homotetias e semelhanças têm dificuldades na identificação das proporções, na identificação das razões trigonométricas fundamentais, na determinação do sinal das funções trigonométricas em cada um dos quadrantes (P7);
- Os alunos têm dificuldades em escrever a equação da circunferência, das cónicas e de outras figuras geométricas (P10);
- Os alunos têm dificuldades em perceber as noções de paralelismo, perpendicularismo, simetria, semelhança entre figuras, ponto, reta, semirreta, segmento de reta (P11);
- No trabalho com o triângulo retângulo, os alunos têm dificuldades quando é dado um ângulo, determinar os catetos e a hipotenusa, interpretação do teorema de Pitágoras, identificação das razões trigonométricas fundamentais, na determinação dos ângulos notáveis e complementares (P12).

Depreendemos que, na realidade angolana, os professores trabalham em sala de aula, durante o ano letivo, mais conceitos algébricos do que trigonométricos devido ao seu histórico enquanto alunos, em que as circunstâncias os limitam no que concerne ao ensino de conceitos geométricos. Consequentemente, dada a sua fraca relação com a Geometria, essas debilidades repercutem-se na aprendizagem de tópicos de Trigonometria, com realce para os problemas no triângulo retângulo, onde é notória a falta de conhecimentos no que diz respeito às relações entre as amplitudes de ângulos e as medidas dos lados do triângulo.

Quanto às dificuldades de aprendizagem de conceitos algébricos, os professores que as referem apontam como sua causa um pensamento enraizado na aritmética, o que indicia referir-se às operações com números, pouco desenvolvido no que respeita a aspetos do pensamento algébrico, tais como resolver problemas, manipular expressões algébricas, linguagem simbólica e generalizar relações.

- Os alunos têm mais dificuldades em aprender os conceitos algébricos, devido a problemas de base na transição da aritmética para álgebra, não conseguem equacionar problemas, na resolução de inequações, utilizam normalmente os procedimentos de resolução de equações apresentando o resultado com o sinal de igualdade, têm dificuldades na interpretação dos intervalos numéricos (P1);
- Têm mais dificuldades nos conceitos algébricos, modelação de problemas, passagem da linguagem corrente para a linguagem matemática, como por exemplo a interpretação de metade de um número, o dobro de um número, o triplo de um número, a terça parte de um número, etc. (P3);
- A maioria tem dificuldades nos conceitos algébricos, o trabalho com variáveis, a aplicação dos princípios de equivalência, dificuldades na análise do comportamento das funções (P5);
- Nos conceitos algébricos eles apresentam dificuldades como resolução de equações, simplificação de expressões algébricas, factorização, nas funções têm dificuldades nas várias representações, geométrica (traçar um gráfico dada uma função), tabular, identificar a função dado um gráfico correspondente (P8);
- No trabalho com conceitos algébricos as maiores dificuldades costumam ser na soma ou subtração de termos que não são semelhantes como perceber porquê que  $x + x = 2x$  e  $x$  vezes  $x$  é igual a  $x$  ao quadrado, dificuldades no cálculo percentual, diferenciar proporcionalidade direta e proporcionalidade inversa (P9).

Mais de metade dos professores inquiridos considera que a maior dificuldade dos alunos em aprender conceitos matemáticos está relacionada com o histórico do processo de ensino e de aprendizagem na província em todos os níveis escolares. Os conceitos menos explorados devem-se a razões de vária ordem, tais como o conhecimento dos conteúdos, a falta de recursos tecnológicos e o desconhecimento de como os integrar nas estratégias de ensino.

#### **4.1.4. Recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos**

O contexto atual, marcado pelo crescimento exponencial da indústria produtora de material tecnológico, trouxe consigo uma mudança considerável nas relações entre os indivíduos e as instituições. É frequente observar o uso de jogos e outros aplicativos por grande parte de indivíduos em idade escolar. A escola como instituição que congrega os jovens enquanto maiores utilizadores

de tecnologias, não podia deixar de tirar proveito desse recurso, vendo nele uma oportunidade para inovar nas suas práticas letivas, assim como impulsioná-los à aprendizagem da Matemática. Assim sendo, os conceitos matemáticos, considerados pelos alunos difíceis de aprender pelo seu caráter abstrato, têm nos recursos tecnológicos uma forma de os compreender melhor pela possibilidade de visualização. O estado atual da utilização pelos professores participantes na primeira fase do estudo de recursos tecnológicos (RT) no ensino de conceitos matemáticos está refletido no Quadro 5.

Quadro 5: Uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos ( $n = 12$ ).

| <b>Categoria</b>      | <b>Subcategoria</b>                           | <b>Evidências de aspetos mais destacados (exemplos)</b>  | <b>Frequência</b> |
|-----------------------|---|--|-------------------|
| Recursos tecnológicos | Usa RT no ensino de conceitos matemáticos     | P7 e P12: uso RT para preparar e lecionar algumas aulas em função do tópico a abordar, uso para lecionar e confirmar resultados na planificação. | 2                 |
|                       | Não usa RT no ensino de conceitos matemáticos | P1, P2, P3, P4, P5, P6, P8, P9, P10 e P11: utilizo RT somente para confirmar resultados na planificação das aulas.                               | 10                |

Dos doze professores, apenas dois (P7 e P12) declaram que utilizam recursos tecnológicos para preparar e lecionar as suas aulas. Estes professores consideram que possuem algum domínio de *softwares* adquirido durante a sua formação, mas que também foram desenvolvendo algum conhecimento por sua iniciativa e aperfeiçoando na prática diária com os seus alunos. Não tendo as condições ideais na sala de aula é preciso criar as condições para esse efeito. Por exemplo, o professor P7 leva “os alunos para a sala de informática”, enquanto o professor P12 recorre a “*softwares* do [meu] computador”. Estes dois professores foram os únicos que afirmaram usar com alguma regularidade recursos tecnológicos nas suas aulas com os alunos.

Enquanto dois professores afirmaram que usam recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos, os restantes dez professores afirmaram o contrário. No caso destes professores, usam recursos tecnológicos para preparar as aulas, mas não os utilizam em sala de aula com os seus alunos. São variadas as razões que concorrem para esse facto, como, por de exemplo, as seguintes:

- Apesar de ter formação sobre o uso de tecnologias, sinto a falta de domínio técnico suficiente (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P8, P9, P10 e P11);
- Não há condições nas salas de aula, nomeadamente, não há Internet (P5);

- Turmas demasiado grandes (P3, P5, P6), sendo que com muitos alunos na sala não é exequível usarem recursos tecnológicos (P8).

Dois professores, mesmo referindo a falta de condições para o uso de recursos tecnológicos na sala de aula com os alunos, tentam superar-se (P7 e P12). Estes professores, mesmo com dificuldades, procuram diversificar a sua prática pedagógica, utilizando alguns *softwares* livres e a metodologia de trabalho em grupo. Assim, as práticas diferem entre os professores, mesmo em condições (supostamente) semelhantes.

Podemos apreciar que a falta de formação em tecnologias não é o motivo maior para a não inserção das TIC em sala de aula. Isto é, existem professores com algum domínio de recursos tecnológicos, com uma formação inicial cuja licenciatura constava cadeiras relacionadas com as tecnologias no ensino e não as utilizam em contexto de sala de aula. O número de professores que utilizam recursos tecnológicos em sala de aula é reduzido.

A maioria dos professores entrevistados alega várias razões, como a gestão do tempo, como fatores impeditivos de integrarem os recursos tecnológicos nas suas estratégias de ensino, mesmo professores com alguma competência tecnológica e domínio dos conteúdos a lecionar (Quadro 6).

Quadro 6: Implicações do uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos ( $n = 12$ ).

| <b>Categoria</b>             | <b>Subcategoria</b>                 | <b>Evidências de aspetos mais destacados (exemplos)</b>  | <b>Frequência</b> |
|------------------------------|-------------------------------------|--|-------------------|
| Uso de Recursos tecnológicos | Implica alterações no currículo     | P3, P5, P7 e P8: os RT têm implicação na gestão do tempo de aula e na metodologia a aplicar na sala de aula; melhora a gestão do tempo.  | 4                 |
|                              | Não implica alterações no currículo | P1, P2, P4, P6, P9, P10, P11 e P12: os RT não implicam alterações no currículo, desde que o professor tenha experiência no trabalho com RT; facilita o trabalho com elevado número de alunos; permite a economia de tempo. | 8                 |

Um em cada três professores considera que o uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos implica alterações no currículo, como, por exemplo, na metodologia a aplicar na sala de aula e moldar o currículo ao contexto.

Não são da mesma opinião dois em cada três professores, que expressaram que tal utilização não implica alterações no currículo desde que o professor tenha experiência em trabalhar com recursos tecnológicos e que tenha a capacidade de gerir o tempo e a metodologia adotada.

Para alguns professores, o uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos não implica alterações no currículo por facilitar o trabalho com turmas elevadas e o processo de ensino e de aprendizagem.

Apesar da utilização de recursos tecnológicos ter implicações na gestão curricular, procuramos averiguar a importância que os professores atribuem a essa utilização na sua prática letiva (Quadro 7).

Quadro 7: Importância do uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos e a organização das atividades na sala de aula ( $n = 12$ ).

| <b>Categoria</b>             | <b>Subcategoria</b>   | <b>Evidências de aspetos mais destacados (exemplos)</b>  | <b>Frequência</b> |
|------------------------------|---|--|-------------------|
| Uso de Recursos tecnológicos | Importância da utilização de RT                               | P1, P2, ..., P12: os RT facilitam a atividade do professor; diminuem o tempo de exposição dos conteúdos; motivam o aluno para a aprendizagem; permitem melhor visualização dos conceitos.  | 12                |
|                              |   | P1, P3, P4 e P6: os RT tornam possível a web – conferência; retiram protagonismo do professor na abordagem dos conteúdos; desenvolvimento da autonomia do aluno.   | 4                 |
|                              | Gestão e organização da aula (trabalho individual / coletivo) | P1, P2, P3, P4, P6, P7, P8, P9, P10, P11 e P12: os RT têm implicação na gestão e organização da aula; têm reflexo na gestão do tempo de aula.<br>P5: não têm implicação, pois dependerá da estratégia a utilizar pelo professor. | 11<br>1           |

Todos os professores reconhecem a utilidade dos recursos tecnológicos na dinamização das atividades de sala de aula. Para alguns professores, os recursos tecnológicos facilitam o processo de ensino, pois “diminui o tempo de exposição da matéria” (P1, P4 e P11), permitem outra “gestão do tempo de aula” (P11), além de que “motivam o aluno” (P2), e “dinamizam e facilitam a abordagem dos conteúdos” (P2, P5, P6 e P8). Para os professores P3 e P9, tal utilização permite uma “melhor visualização dos conteúdos, ao diminuir o peso abstrato dos conceitos” (P3), e a condução “com maior clareza dos momentos da aula” (P9).

O uso de recursos tecnológicos é importante e, até, ‘imprescindível, porque “o mundo vive uma era tecnológica” (P7), ou “um tempo em que a tecnologia se impõe e melhora o trabalho do quotidiano” (P8). Outro professor (P10) referiu que o uso de recursos tecnológicos além de ser facilitador da aprendizagem permite “a utilização de outras estratégias em sala de aula”, como o “acesso à informação pelas consultas em tempo real” (P12).

Relativamente à gestão e organização da aula (trabalho individual/trabalho em grupo), o uso de recursos tecnológicos “tem implicação na gestão e organização da aula, pois os recursos

disponíveis podem determinar a metodologia de trabalho a aplicar, tendo impacto direto na gestão do tempo” (P1, P12). Nessa gestão, ganham relevância “as condições da sala” (P3) e a “experiência do professor no domínio do conteúdo e manuseio dos RT” (P4, P7). Uma leitura um pouco diferenciada é referida por um professor (P5) que acredita a utilização de tais recursos “não tem implicação alguma na gestão e organização da aula, porque falará mais alto a estratégia a utilizar pelo professor”.

As implicações e a importância da utilização de recursos tecnológicos na dinamização de atividades da sala de aula levam-nos a identificar a posição dos professores sobre o papel e as relações entre os intervenientes do processo educativo na sala de aula (Quadro 8).

Quadro 8: Papel e relações entre os intervenientes na sala de aula com o uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos ( $n = 12$ ).

| <b>Categoria</b>   | <b>Subcategoria</b>   | <b>Evidências de aspetos mais destacados (exemplos)</b>   | <b>Frequência</b> |
|--|---|---|-------------------|
| Recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos | Papel do aluno e do professor   | P1, P2, ..., P12: o professor é menos expositivo, os alunos tornam-se mais participativos na aula.  | 12                |
|  | Relação entre professores   | P1, P2, ..., P12: a planificação das aulas como atividade individualizada, a partilha de experiências como algo casual, a inserção de RT na aula como decisão pessoal, todos estes aspetos contribuem para o distanciamento entre os professores. | 12                |
|  | Relação professor–aluno   | P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P11 e P12: influencia na relação professor–aluno, porque torna as aulas mais interativas, melhora a comunicação e desenvolve a autonomia dos alunos.  | 11                |
|  |   | P10: não influencia na relação professor – aluno caso a inserção e utilização seja adequada.  | 1                 |
| Relação aluno–aluno                                      | P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P11 e P12: influencia na relação aluno–aluno porque desenvolvem a partilha, as habilidades e a comunicação. | 11  |                   |
|  | P10: não influencia a relação aluno–aluno porque desperta a atenção e concentração nos objetivos da aula.                                       | 1   |                   |

Para todos os professores, a utilização de recursos tecnológicos na sala de aula faz com que o papel do professor seja menos expositivo e o papel do aluno seja mais interventivo nas atividades realizadas nesse contexto. Esta posição é suportada por declarações como “Reduz a importância do professor em sala de aula, torna possível a Web conferência” (P1), aqui entendido como reduzir o “protagonismo na abordagem dos conteúdos” (P4), reforçado por outro professor enquanto elemento vital do processo, porque “o professor precisa dominar os recursos tecnológicos para facilitar a inserção na aula” (P2), ou “reduz a importância do professor em sala de aula, porque o

professor é apenas o moderador” (P3, P7, P8). Para alguns professores, o uso das RT possibilita “maior interação entre professor e alunos” (P10), o que torna “a presença do professor fundamental para orientação e direção do processo de ensino e de aprendizagem” (P12).

Quanto ao papel do aluno, o professor P7 advoga que “ao utilizar recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos, a aula torna-se mais dinâmica e interativa, abrindo-se espaços para maior participação dos alunos, experimentando-se assim momentos de reflexão sobre as ações, maior comunicação e partilha de significados” (P7). Os professores são unânimes em afirmar que “os alunos se tornam o centro do processo de ensino-aprendizagem e a construção do conhecimento se efetiva” (P12).

Quanto à relação entre pares, os professores tendem a trabalhar individualmente, independentemente de usarem ou não recursos tecnológicos nas suas atividades de ensino. Já na relação aluno-professor, há quem considere que tal uso “melhora a interação professor–aluno” (P4, P6) e “facilita a atividade docente” (P9), o que se deve por “permitir ver, ouvir e praticar em simultâneo e desenvolver habilidades” (P6).

Quanto à relação entre o professor e os alunos, a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula influencia esta relação pois “para além de tornar o aluno mais participativo nos momentos da aula, torna de maneira geral o professor menos expositivo, o diálogo entre professor e aluno acontece sempre que o aluno sinta necessário, desenvolvendo-se assim a autonomia na resolução das mais variadas tarefas” (P7). Assim, aumenta as possibilidades de construção do conhecimento, devido aos questionamentos no decurso da aula, melhora a interação e facilita a comunicação.

Analogamente, na relação aluno – aluno, o professor P12 defende que a inserção de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos influencia bastante essa relação porque “qualquer que seja a metodologia a aplicar, trabalho individual ou coletivo, levará os alunos aos momentos de discussão de resultados, partilha de ideias sobre resolução de tarefas, promovendo-se assim a cooperação e a colaboração” (P12). Todos os professores concordaram que a utilização das RT influencia, facilita novas abordagens, desperta a atenção e concentração nos objetivos da aula, desenvolve habilidades e capacidades.

Assim, todos os professores, reconhecem a utilidade pela aquisição de competências, habilidades e dinamização do processo de ensino-aprendizagem, apesar de apenas dois professores utilizarem recursos tecnológicos com uma certa regularidade. O único problema citado tem a ver com o facto

de não existirem manuais de apoio para melhor percepção das funcionalidades inerentes a cada *software*.

Apesar das opiniões contraditórias, ficam as evidências da implicação positiva da inserção dos recursos tecnológicos em sala de aula pela facilitação da abordagem dos conceitos matemáticos, sem, no entanto, deixarem de notar que o fraco domínio por parte do professor pode acarretar constrangimentos na gestão do tempo. O professor P10 acredita que “a inserção de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos não influencia negativamente na relação aluno – aluno porque desperta a atenção e concentração nos objetivos da aula”.

Por fim, procuramos indagar as condições das escolas onde os professores lecionam quanto à utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos (Quadro 9).

Quadro 9: Recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos ( $n = 12$ ).

| <b>Categoria</b>   | <b>Subcategoria</b>                | <b>Evidências de aspetos mais destacados (exemplos)</b>  | <b>Frequência</b> |
|--|------------------------------------|--|-------------------|
| Recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos | A escola tem recursos tecnológicos | P1, P2, P3, P4, P5, P6, P8, P9, P10 e P11: a escola possui computadores numa sala de informática.  | 10                |
|  |                                    | P7 e P12: a escola possui uma sala de informática, utilizada maioritariamente para lecionar aulas de informática. Sempre que possível utilizo – a para lecionar conteúdos com auxílio de RT. | 2                 |

Segundo o professor P1, “a escola possui uma sala de informática que, normalmente, é utilizada para lecionar aulas de informática (Excel, Word)”, que não a tem utilizado porque “implica a movimentação de alunos e por vezes nem todos os computadores estão disponíveis”.

Já o professor P4 refere que “o excessivo número de alunos por turma e o choque de horário com outros utilizadores é um dos motivos pelo que não tenho utilizado a sala de informática”. Os professores que tendem a recorrer a esta sala têm algum domínio em trabalhar com os computadores, o que não acontece com todos os professores, como, por exemplo, os professores P6 e P8: “não tenho utilizado a sala de informática porque ainda preciso um domínio maior na utilização de recursos tecnológicos no ensino” (P6); a “inexistência de um técnico de informática para auxiliar-me em questões de *hardware* é uma das razões da não utilização da sala de informática” (P8). No entanto, um professor (P12) afirma que utiliza “a sala de informática sempre que preparo um tema que acho pertinente abordar com as condições existentes na sala”.

## **Síntese**

Perante as afirmações dos professores, torna-se necessário que os gestores das instituições escolares façam uma reflexão sobre os porquês do baixo índice de utilização das salas de informática pelos professores, tendo como objetivo a melhoria da formação que é oferecida em tecnologias aplicadas à educação. É preciso que se olhe para a utilização das tecnologias no ensino como uma das formas de se proporcionar aos professores a sua formação contínua.

Apesar de ser comumente considerado que os professores são na sua trajetória pessoal e profissional aquilo que absorveram enquanto estudantes, que as suas crenças e práticas normalmente são produto do que aprenderam no passado com os seus professores, a realidade mostra-nos que nada é imutável, pois se os contextos se alteram, o homem em interação com os outros também muda tanto as suas concepções como as suas práticas. As reformulações curriculares, as dinâmicas do contexto, fazem do professor um indivíduo obrigado a adequar as suas práticas às exigências do mundo contemporâneo.

Os dados recolhidos permitem-nos perceber que alguns dos professores, apesar de não terem como uma prática constante no exercício da profissão, sempre que possível, em momentos formais ou informais, partilham alguma experiência com colegas, principalmente com os que lecionam a mesma disciplina.

No que concerne ao uso de computadores nas práticas letivas, ficou subjacente a ideia de que há uma grande necessidade das instituições em fazer um acompanhamento efetivo quer seja em termos de necessidades de superação do pessoal docente, como na criação ou aquisição de material que possa servir de guia orientador da prática pedagógica com recursos tecnológicos. Pois, o apetrechamento das instituições com recursos tecnológicos não pode ficar desfasado da atenção que deve ser prestada aos seus recursos humanos.

As limitações em termos infraestruturais, onde em qualquer uma das instituições é perceptível que para além da falta de Internet ser uma constante, o número de computadores por aluno está aquém de permitir que se consiga uma prática efetiva. Apesar destas adversidades no ambiente escolar, o contexto é também marcado por uma diversidade de recursos tecnológicos que podem ser utilizados sem conexão à Internet, os chamados *softwares* livres. Aqui sobressai o grande desconhecimento por parte dos professores no que tange a existência e utilização prática dos mesmos.

Na dimensão formação inicial, podemos aferir que à medida que as tecnologias evoluem, com a rapidez com que as mesmas evoluem, ao professor cabe adequar as suas práticas procurando contextualizar a sua formação segundo os novos paradigmas de ensino. Todos esses aspetos, se por um lado trazem avanços, por outro, alguns recuos, pois, o professor deixa de ser o transmissor do conhecimento passando a mediador na (re)construção do conhecimento, deixando como tal de ser o elemento principal no processo.

Muitos professores apresentam ainda inúmeras dificuldades em adaptar-se a esse novo paradigma, uns por falta de condições nas instituições em que lecionam, outros por falta de orientação sobre como utilizar e outros admitem não terem desenvolvido competências que lhes permitam utilizar os recursos tecnológicos disponíveis do ponto de vista pedagógico, todas essas dificuldades têm reflexo direto tanto no processo como no produto.

Reconhece-se que apesar de existirem orientações curriculares para a utilização de recursos tecnológicos no ensino, a sua efetiva utilização dependerá em grande medida das crenças dos professores enquanto indivíduos que operacionalizam o currículo a nível de sala de aula. Concorrem para uma boa articulação entre o currículo e a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula, alguns ajustamentos na prática letiva no sentido de aperfeiçoarem os seus métodos em função do contexto e das circunstâncias.

A heterogeneidade em termos de idades, tempo de serviço e trajetória académica dos professores tem também reflexo direto na utilização de recursos tecnológicos em sala de aula e nos recursos que utilizam. Todos fazem uso de computador, Internet, telefone, calculadora e outros aplicativos, embora com intensidades diferentes, por inerência do contexto em que se formaram e das vivências quotidianas de cada um.

No contexto atual em que grande parte das comunicações se processa por intermédio de telefones digitais, em que as relações entre os indivíduos, e entre instituições se efetivam através de tecnologias, cabe ao professor tirar o máximo proveito, potencializando as oportunidades de interação e manipulação de conceitos. A *Internet*, o *e-mail*, o *chat* e outros recursos passaram a fazer parte do quotidiano de todos, ao ponto de que, por intermediação destes recursos, o professor amplia e expande para fora dos contornos da escola, a comunicação com os alunos, fazendo chegar conteúdos a lecionar, proposta de tarefas matemáticas a resolver, enfim, uma exploração didática do projeto pedagógico do curso com suporte tecnológico.

Mesmo não sendo utilizadores frequentes, reconhecem ser de capital importância a utilização pedagógica dos recursos tecnológicos, porquanto permitem e facilitam uma maior interação entre os intervenientes no processo de ensino-aprendizagem. Desta maneira, se desenvolvem habilidades que promovem competências proporcionando novas oportunidades de aprendizagem.

Percebeu-se que o professor como orientador dos processos de ensino e de aprendizagem, a gestão e organização da sala de aula, são tarefas inerentes à sua condição de materializador do currículo a nível micro, cabendo a si a definição de estratégias e metodologias de trabalho a implementar. Numa relação linear entre as necessidades dos alunos e as habilidades e competências tecnológicas do professor, se pode equacionar o êxito da integração tecnológica e do conhecimento matemático do aluno.

Em suma, podemos aferir que, apesar das diferenças em termos de concepções e práticas, todos escolheram a profissão por admitirem alguma inclinação por ela, perceberam que mesmo não fazendo uma pós-graduação, a formação contínua pode ser adquirida no desenvolvimento da profissão ao longo dos anos, o autodidatismo, os momentos de reflexão após cada aula, as investigações através da Internet, são práticas promocionais da profissionalização.

Mesmo com ideias diferentes na planificação de aulas, o processo de desenvolvimento e o produto alcançados acabam por convergir, quando se trata de aulas com recursos tecnológicos. A criatividade, a adequação das condições da escola às competências pedagógicas e tecnológicas de cada um, têm servido de trampolim para minimizar as carências e promover o ensino com suporte de recursos tecnológicos.

No que concerne ao uso de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos, são unânimes em afirmar que facilitam a atividade do professor e a compreensão do aluno, melhorando a interação entre professor e aluno, e desta forma, influenciam na gestão e organização da aula, podendo determinar a metodologia a utilizar com reflexo direto na gestão do tempo e na melhoria da visualização dos aspetos teóricos. No ensino de conceitos, as limitações vivenciadas enquanto estudantes, quer por razões intrínsecas ou extrínsecas ao processo de ensino-aprendizagem, acabam se repercutindo na aprendizagem dos alunos, com particular incidência no que tange à aprendizagem de conceitos geométricos.

#### 4.2. Utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos por professores angolanos

Na procura de compreender com mais detalhe a forma como professores angolanos integram recursos tecnológicos nas suas estratégias de ensino, observou-se um conjunto de aulas, de 90 minutos, aos professores Costa (P7), José (P3) e Matias (P6) em dois momentos: na introdução de conceitos matemáticos e na sistematização de conceitos matemáticos. Em cada um desses momentos os professores optaram por utilizar o GeoGebra na introdução de conceitos e a Calculadora gráfica na sistematização de conhecimentos adquiridos (Tabela 2).

Tabela 2: Aulas observadas a cada professor e síntese dos conceitos tratados.

|   | Professores | N.º aulas | Conceitos  | Classe   | RT                  |
|---|-------------|-----------|--|--|---------------------|
| Introdução de conceitos matemáticos     | Costa       | 6         | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Multiplicação de matrizes</li> <li>▪ Função quadrática</li> <li>▪ Posição relativa entre retas</li> <li>▪ Pontos, bissetriz do plano cartesiano</li> <li>▪ Elementos de um triângulo</li> <li>▪ Elipse</li> </ul> | 12. <sup>a</sup>   | GeoGebra            |
|   | José        | 4         | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Hipérbole</li> <li>▪ Derivada da função</li> <li>▪ Função quadrática</li> <li>▪ Inequação do 1º grau</li> </ul>   | 12. <sup>a</sup><br>10. <sup>a</sup><br>12. <sup>a</sup><br>9. <sup>a</sup>                      |                     |
|   | Matias      | 5         | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Função quadrática</li> <li>▪ Zeros da função quadrática</li> <li>▪ Circunferência</li> <li>▪ Funções e gráficos. Função exponencial</li> <li>▪ Limites de uma função</li> </ul>                                   | 12. <sup>a</sup><br>12. <sup>a</sup><br>12. <sup>a</sup><br>11. <sup>a</sup><br>11. <sup>a</sup> |                     |
| Sistematização de conceitos matemáticos | Costa       | 4         | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Função quadrática</li> <li>▪ Funções trigonométricas</li> <li>▪ Função racional</li> <li>▪ Sistemas de equações lineares</li> </ul>   | 12. <sup>a</sup><br>11. <sup>a</sup><br>11. <sup>a</sup><br>10. <sup>a</sup>                     | Calculadora gráfica |
|   | José        | 4         | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Derivada de uma função</li> <li>▪ Cálculo integral</li> <li>▪ Função cúbica</li> <li>▪ Função exponencial</li> </ul>  | 10. <sup>a</sup><br>10. <sup>a</sup><br>10. <sup>a</sup><br>11. <sup>a</sup>                     |                     |
|   | Matias      | 4         | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Função logarítmica</li> <li>▪ Função módulo</li> <li>▪ Função afim</li> <li>▪ Função quadrática</li> </ul>  | 11. <sup>a</sup><br>10. <sup>a</sup><br>10. <sup>a</sup><br>12. <sup>a</sup>                     |                     |

Os três professores que compõem o estudo de caso têm uma média de idades aproximadamente de trinta e quatro anos, sendo que o mais velho é o professor José (P3, escola B) com 41 anos, seguido de Matias (P6, escola B) com 34 anos e Costa (P7, escola A) com 26 anos. Todos

possuem apenas formação inicial, são licenciados em Matemática pela mesma instituição de ensino. Nunca frequentaram ações de formação contínua. Apenas Costa teve algumas noções básicas sobre recursos tecnológicos durante a formação inicial.

Relativamente ao tempo de serviço, os professores têm um tempo médio aproximadamente de doze anos: José com dezoito anos de serviço é o que apresenta o maior tempo de serviço, seguido de Matias com doze anos de serviço e Costa com apenas cinco anos de serviço. Os três professores já lecionaram da décima à décima segunda classe.

No que tange à utilização de recursos tecnológicos, José refere que depende muito do tema a abordar e é fundamental que se use principalmente se estiver conectado à Internet. Matias reconhece que as dinâmicas de trabalho com os pares carecem de algum impulso para promoção de práticas que melhorem tanto o ensino como a aprendizagem e a utilização de recursos tecnológicos na prática pedagógica. Já Costa utiliza recursos tecnológicos mais nos momentos de preparação de aulas do que na sua prática pedagógica.

Os professores alegam que todas as instituições de ensino têm um dia reservado para a planificação das aulas sob supervisão do coordenador da disciplina. Contudo, afirmam que mesmo sendo de cumprimento obrigatório, raras são as vezes que planificam no mesmo horário, fazendo com que a partilha de experiências aconteça de maneira esporádica. Todas as instituições de ensino possuem uma sala destinada para a planificação das aulas, que por norma é a coordenação da disciplina.

Das aulas observadas em cada um dos momentos especificados, os professores lecionaram conceitos de Geometria, de Álgebra e de Funções. A maior parte das aulas incidiu sobre conceitos que integram os programas de matemática do 2.º ciclo<sup>1</sup> do sistema de ensino angolano. Os conceitos apresentados na Tabela 2: correspondem à ordem da aula observada a cada um dos professores. Por exemplo, a Multiplicação de matrizes corresponde à 1.ª aula observada ao professor Costa no momento de introdução de conceitos matemáticos.

De seguida, descreve-se e analisa-se a informação proveniente dos dados recolhidos em cada um dos momentos considerados.

---

<sup>1</sup> O sistema de ensino angolano engloba 14 classes antes da entrada no ensino superior. Dessas classes, as primeiras sete correspondem ao ensino primário (desde a iniciação até à 6.ª classe), as seguintes três classes ao 1.º ciclo (7.ª, 8.ª e 9.ª classes) e as restantes quatro classes correspondem ao 2.º ciclo (da 10.ª classe à 13.ª classe).

### 4.2.1. Introdução de conceitos matemáticos

O conhecimento e domínio dos conceitos matemáticos são de capital importância para a aprendizagem da Matemática, pois, a essência do processo de ensino-aprendizagem da mesma consiste na aplicação sistemática de algoritmos. São fatores determinantes na abordagem e assimilação de conceitos a forma como são articulados os procedimentos matemáticos.

#### 4.2.1.2. Conceitos de Álgebra

Relativamente a conceitos de Álgebra, o professor Costa lecionou a ‘Multiplicação de matrizes’ e o professor José abordou as ‘Inequações do 1.º grau’.

*Multiplicação de matrizes.* No estudo deste tópico, o professor questionou os alunos sobre o seu conhecimento de noções que integram as matrizes.

Costa: O que é um escalar?

Aluno: É um número natural qualquer.

Costa: Um escalar é um número real qualquer.

Aluno: Um número natural não é um número real?

Costa: Os números naturais são um subconjunto dos números reais. (OA1CI)

De seguida, Costa pretendeu ilustrar aos alunos de como poderiam operar com matrizes através do GeoGebra (OA1CI):

Costa: Com recurso ao GeoGebra a multiplicação de matrizes torna-se muito fácil e rápida, quer elas sejam de maior ou de menor dimensão no que diz respeito ao número de linhas e colunas.

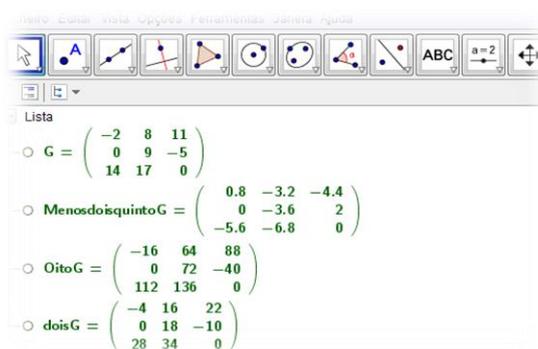


Figura 10. Visualização do produto de um escalar por uma matriz no GeoGebra.

Depois de exemplificar a multiplicação de um escalar por uma matriz, o professor prosseguiu a aula salientando que “o produto de duas matrizes está definido multiplicando-se os elementos da linha  $i$  pelos correspondentes elementos da coluna  $j$ ” (OA1CI).

- Aluno: Para multiplicar duas matrizes é necessário que elas tenham o mesmo número de linhas e colunas?
- Costa: Para multiplicar duas matrizes é necessário apenas que o número de colunas da primeira seja igual ao número de linhas da segunda.
- Aluno: Pode-se multiplicar uma matriz  $2 \times 3$  por uma matriz  $2 \times 2$ ? (OA1CI)

Perante a questão colocada pelo aluno, o professor determinou os produtos de duas matrizes  $2 \times 2$  e de duas matrizes  $3 \times 3$ :

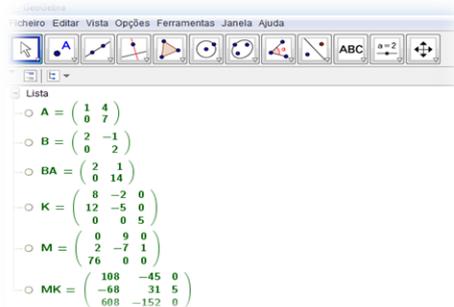


Figura 11. Visualização no GeoGebra da multiplicação de matrizes.

Tais exemplos não respondem à questão formulada pelo aluno. O professor, para além de poder explorar no GeoGebra um exemplo que respondesse a tal questão, também poderia mostrar o que acontece quando o número de colunas da 1.ª matriz não é igual ao número de linhas da 2.ª matriz.

*Inequações do 1.º grau.* Este tópico algébrico foi lecionado pelo professor José numa aula de 90 minutos.

José: Uma inequação do 1º grau é uma desigualdade condicionada em que a incógnita é de 1.º grau. Por exemplo,  $ax + b > 0$  a veracidade da desigualdade está condicionada ao valor de  $x$ . Observa-se que o 1.º membro será maior do que o 2.º membro quando se atribui a  $x$  qualquer valor maior do que  $a$ , isto é:  $x > -\frac{b}{a}$ .

Aluno: Professor porquê  $x > -\frac{b}{a}$ ?

José:  $\mathbb{R} > -\frac{b}{a}$  Indica um conjunto de valores denominado solução da inequação. Para se determinar o conjunto-solução de uma inequação do 1.º grau isola-se  $x$  no 1.º membro como a solução de uma equação do 1.º grau e sempre que se multiplicar ou dividir a inequação por um número negativo inverte-se o sinal da desigualdade. (OA4JI)

Os primeiros momentos da aula indicaram que os alunos não atendem aos princípios de equivalência entre condições, assim como o professor fez referência à monotonia parcial da multiplicação sem explicitar aos alunos porque multiplicar ou dividir ambos os membros de uma inequação, por valores diferentes de zero, fazem inverter o sentido de uma desigualdade.

José: A seguir com recurso ao GeoGebra vamos determinar o conjunto solução da inequação do 1.º grau. Inserir na entrada de comandos,  $a = 2$  e ENTER; inserir na entrada de comandos  $b = -4$  e ENTER. Inserindo diretamente os valores, são criados seletores na Janela de álgebra, após a construção é só clicar com o botão direito do rato sobre eles na Janela de álgebra e seleccionar a opção Exibir Objetos. (OA4JI)

Aluno: A inequação não apresenta um resultado exato como vamos conseguir analisar estes números que dão solução na inequação?

José: No GeoGebra para sabermos os valores que satisfazem a inequação basta analisarmos a região afetada pela inequação. O campo de entrada fica no rodapé da zona gráfica do GeoGebra, através deste campo é possível operar usando comandos escritos, praticamente todas as ferramentas da Barra de ferramentas podem ser usadas com os comandos escritos.

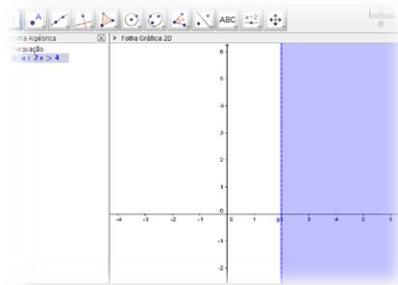


Figura 12. Representação no GeoGebra do conjunto solução da inequação  $2x > 4$ .

Aluno: Isso significa que os valores na região são as soluções da inequação?

José: Sim são as soluções da inequação.

Aluno: Se pegarmos um dos valores será uma das soluções, por exemplo o valor 4 teremos que  $8 > 4$ .

Aluno: Como assim  $8 > 4$ ?

Aluno: Porque a inequação é  $2x > 4$  basta pegarmos o valor da região afetada teremos  $2 \times 4 > 4$ .

Aluno: É possível criarmos seletor com as inequações?

José: Sim, vejamos um exemplo.

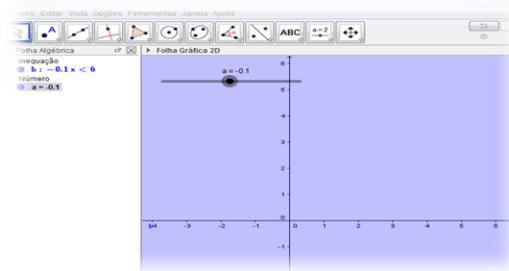


Figura 13. Representação de um seletor no GeoGebra.

José: Na medida que o valor do seletor varia a região também vai variando. Para as inequações a sua análise no GeoGebra é mais simples ainda. (OA4JI)

Aluno: Como podemos inicializar os seletores?

José: Sobre a barra de ferramentas clique no seletor na tela e defina o intervalo clicando sobre o seletor.

Aluno: Como podemos animá-los professor?

José: Escolha o modo Mover, desloque  $a$  no seletor ou então clique no seletor e acione os botões '+' ou '-' do teclado numérico ou use a animação ativada. (OA4JI)

A utilização do GeoGebra evidenciou a destreza do professor sobre o GeoGebra, indiciando não prestar a devida atenção na articulação dos aspectos essenciais dos conceitos de modo a potenciar a sua compreensão pelos alunos.

#### 4.2.1.1. Conceitos de Geometria

No estudo de conceitos de Geometria, o professor Costa lecionou Conceitos básicos de Geometria e a Elipse; o professor José efetuou o estudo da Hipérbole e o professor Matias abordou a Circunferência. Entre estes tópicos, analisa-se a informação em torno dos Conceitos básicos de Geometria e das Cónicas.

#### Conceitos básicos de Geometria

Das aulas observadas, somente o professor Costa lecionou tópicos que se relacionam com Conceitos básicos de Geometria (posição relativa entre retas, bissetriz do plano cartesiano e elementos do triângulo). Relativamente à posição relativa entre retas, Costa iniciou a aula por alertar os alunos da necessidade de “ter em conta os seguintes pontos” (OA3CI):

Quando se cortam (pertencem ao mesmo plano): perpendicular ( $\alpha = 90^\circ$ ); oblíquo ( $\alpha \neq 90^\circ$ ). Não se cortam: paralelas coincidentes; paralela não coincidente; cruzam-se. Para nossa aula, temos como objetivo geral propor atividades para o ensino das retas no plano cartesiano e estudar a posição relativa de duas retas. Nesta atividade iremos traçar retas paralelas e concorrentes e verificar a condição de paralelismo, perpendicularidade e concorrência entre duas retas a partir de seus gráficos e equações utilizando o GeoGebra. Com o GeoGebra há maior simplicidade na análise das retas. (OA3CI)

De modo a ilustrar a posição entre retas, Costa representou no GeoGebra as retas definidas pelas seguintes equações:  $r: 2x + 3y = 5$ ;  $s: 4x + 6y = -5$ .

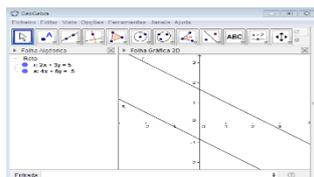


Figura 14. Representação de retas paralelas no GeoGebra.

Mediante a projeção da representação das duas retas no mesmo sistema de eixos cartesianos, o professor procurou indagar se os alunos identificam a sua posição relativa:

Costa: Pela observação dos gráficos, o que é que você pode concluir acerca das retas?

Aluno: São duas retas paralelas professor!

Aluno: São paralelas não coincidentes.

Costa: Porquê?

Aluno: Porque as retas não passam pelo mesmo ponto professor! Sendo assim torna-as não coincidentes.

Costa: OK, está correto.

Costa: Qual é o tipo de equação da reta  $r$  e  $s$ ?

Aluno: É uma equação do primeiro grau.

Aluno: É uma equação do primeiro grau que está representada na forma geral.

Aluno: Será que é possível apresentarmos na forma reduzida?

Costa: É possível. Na janela de álgebra do GeoGebra, vamos selecionar uma das equações, da reta  $r$  ou  $s$ , clicar com o botão direito do mouse em “Equação  $y = ax + b$ ” e obter a equação reduzida da reta. (OA3CI)

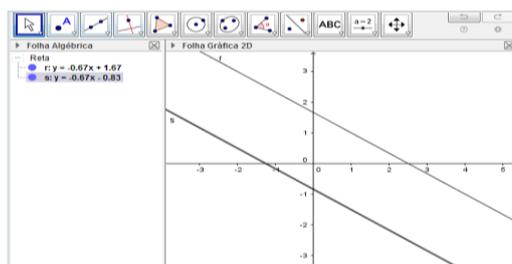


Figura 15. Representação de duas retas paralelas escritas na forma reduzida.

Na interação com os alunos, Costa apercebeu-se que as identificaram, segundo a janela de visualização definida no GeoGebra, como sendo retas paralelas. Porém, quando o aluno refere que as retas são paralelas não coincidentes porque não passam pelo mesmo ponto, o que significa que não são concorrentes, Costa poderia ilustrar um exemplo que traduzisse retas coincidentes de modo a evidenciar a condição suficiente para que duas retas sejam coincidentes (ter pelo menos dois pontos comuns).

Após a identificação da posição das duas retas através da visualização das suas representações gráficas, o professor explorou o significado dos parâmetros contemplados na equação reduzida de uma reta (coeficiente angular e coeficiente linear).

Costa: Agora identifiquem o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta  $r$  e  $s$ .

Aluno: Para a reta  $r$  o coeficiente angular será  $a_r = -0.67$  e o linear  $b_r = 1.67$ .

Costa: Correto. Vamos imaginar que a reta seja definida por  $y = 2x$ .

Aluno: Neste caso é complicado para o coeficiente linear professor, mas acho que não existe, não podemos analisá-lo.

Aluno: Se não existe, então é zero!

Costa: Sim, quando na representação reduzida da reta o coeficiente linear não aparece logo é zero.

Aluno: E como fica o gráfico?

Costa: O gráfico tem o mesmo comportamento linear, mas em função da ausência do coeficiente linear ela cortará a origem.

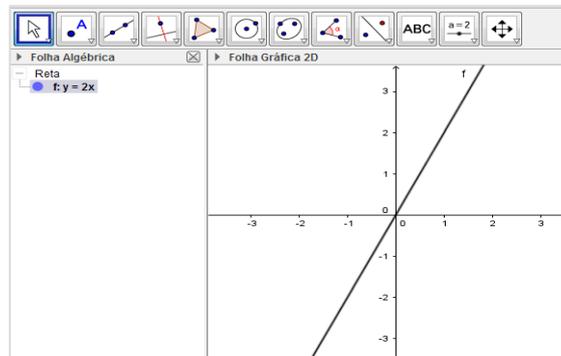


Figura 16. Representação gráfica de uma reta com coeficiente linear nulo.

Aluno: Então sempre que uma equação linear não possuir o coeficiente linear ela cortará sempre a origem?

Costa: Sim, terá sempre este comportamento o gráfico. (OA3CI)

Na exploração dos parâmetros da expressão que define a equação reduzida de uma dada reta, Costa ao salientar o que acontece à representação gráfica de uma reta com coeficiente linear nulo acabou por não explorar os coeficientes angulares das retas paralelas com que iniciou a aula.

Aluno: Será que é possível escrevermos na forma geral?

Costa: É possível, basta realizarmos o mesmo processo aquando da transformação da reduzida, basta clicarmos na equação  $ax + by = c$ . Com o GeoGebra é possível analisarmos o comportamento da equação em função dos valores que ela vai apresentando, por meio dos seletores, por exemplo, construindo um feixe de retas paralelas.

Costa: Vamos criar um seletor  $c \in [-10, 10]$  com incremento 1, no campo de entrada de dados do GeoGebra vamos digitar a equação da reta  $r: x - 2y + c = 0$  e de seguida vamos movimentar o seletor e observar o movimento da reta. O que é que vocês observam?

Aluno: O coeficiente linear vai mudando de valor em função desta mudança o gráfico vai variando a sua posição no plano.

Aluno: Professor qual é a função do seletor e o incremento exatamente?

Costa: Um conceito simples, o seletor traduz valores para o parâmetro  $c$  da equação já o incremento é o intervalo que o objeto pode variar no plano. (OA3CI)

A utilização do GeoGebra permitiu ao professor responder a questões de alguns alunos, ilustrando o comportamento de uma reta no plano cartesiano em função da variação dos valores da constante.

Para além do estudo da posição relativa entre retas, o professor Costa lecionou tópicos da Geometria analítica, tais como: ponto, reta e plano; plano cartesiano; e bissetriz no plano cartesiano.

Costa: A Geometria analítica é muito utilizada na Física e na Engenharia. Em geral, o sistema de coordenadas cartesianas é usado para manipular equações em planos, retas, curvas, geralmente em duas dimensões, mas, por vezes, também em três. A definição dos entes primitivos ponto, reta e plano é quase impossível, o que se sabe muito bem e aqui será o mais importante é a sua representação geométrica e espacial.

Aluno: O GeoGebra nos permite fazer a representação de pontos com muita facilidade?

Costa: Sim, a partir do GeoGebra podemos fazer a representação gráfica dos pontos com muita facilidade. Assim que abrimos o *software*, na sua área de trabalho podemos observar a barra de ferramentas que nos permite a execução de muitas tarefas e melhor compreendermos a representação destes entes. Da mesma forma que representamos um ponto, uma reta ou um plano nos cadernos, ocorre também quando utilizamos o GeoGebra. Como é que vocês definem um ponto?

Aluno: Pontos são representados por letras maiúsculas, por exemplo A, B, C.

Costa: Muito bem, vamos com o cursor até a barra de ferramenta na segunda opção (ponto) e fazemos um clique na área de trabalho do GeoGebra e teremos o ponto. (OA4CI)

O professor prosseguiu a aula mostrando algumas funcionalidades do GeoGebra, relativas à forma como representar um ponto e às ferramentas de formatação para melhorar a visualização.

Costa: O que entendemos por reta e como representar no GeoGebra?

Aluno: Reta é uma linha.

Aluno: A sua representação será do mesmo jeito que representamos um ponto.

Costa: Mas desta vez vamos até à barra de ferramentas no terceiro menu encontramos as ferramentas de retas e fazemos um clique na opção segmento de reta (dois pontos) e em seguida omitimos os pontos para obter apenas a reta. (OA4CI)

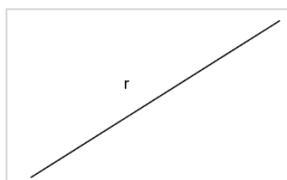


Figura 17. Representação de uma reta no GeoGebra.

Ao explorar o GeoGebra, Costa procura que os alunos intervenham, o que denota características de uma comunicação contributiva. Porém, a forma como referiu a representação gráfica de uma reta a partir de um segmento de reta não traduz, em rigor, a noção que se deve formar nos alunos sobre uma reta. O GeoGebra fornece a opção da representação gráfica de uma reta a partir de dois pontos quaisquer no plano, o que traduz a abordagem pedagógica sobre esta noção.

Após a representação gráfica de uma reta seguiu-se a introdução do conceito de plano:

Costa: Plano é uma superfície onde encontramos infinitos pontos e é representado por letras gregas minúsculas, por exemplo  $\alpha, \beta, \gamma$ .

Aluno: Como podemos fazer a representação de um plano no GeoGebra?

Costa: Levamos o cursor até a barra de ferramentas e fazemos um clique no 5.º ícone e abrirá um menu dos polígonos, fazemos um clique em polígono rígido e traçamos na área de trabalho do GeoGebra.

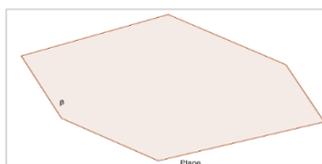


Figura 18. Representação de um polígono no GeoGebra.

Costa: O plano cartesiano é formado por dois eixos perpendiculares que se cruzam na origem de coordenadas  $O (0,0)$ , estabelecendo quatro quadrantes, a interseção perpendicular dos eixos forma ângulos de  $90^\circ$ . (OA4CI)

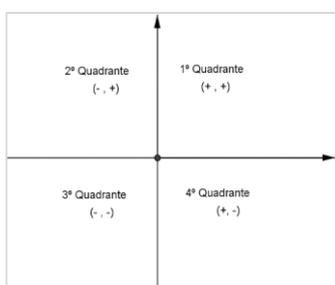


Figura 19. Representação dos quadrantes no sistema de coordenadas cartesianas no GeoGebra.

Nesta abordagem, tal como aconteceu com as noções de reta e ponto, o professor tende a considerar as 'definições' apresentadas, quer pelos alunos quer por si, como corretas, sem momentos de discussão, como 5a noção de plano que invocou, a referência a polígono sem salientar as suas características e a transição para o plano cartesiano. Ao representar este plano, Costa explora a noção de bissetriz dos quadrantes ímpares e pares.

Aluno: Como traçamos uma bissetriz?

Costa: No plano cartesiano, ao traçarmos uma reta que passa pelo ponto  $O (0,0)$  formando um ângulo de  $45^\circ$  com o eixo horizontal estamos a dividir um quadrante ao meio e determinando a sua bissetriz. Podemos traçar as

bissetrizes dos quadrantes de duas formas: bissetriz dos quadrantes pares e bissetriz dos quadrantes ímpares.

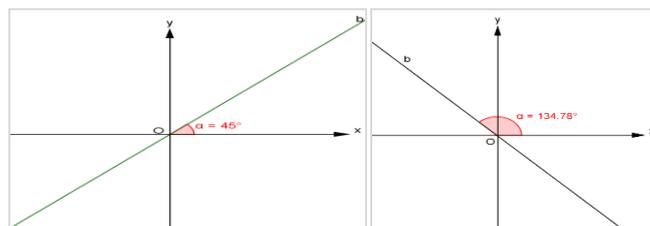


Figura 20. Representação das bissetrizes dos quadrantes pares e dos quadrantes ímpares no GeoGebra.

Costa: Fazendo uso do GeoGebra, podemos fazer a representação do plano cartesiano e buscar as suas bissetrizes. (OA4CI)

A representação gráfica das bissetrizes dos quadrantes ímpares e pares pôs em evidência a divisão de um ângulo em duas partes congruentes, mas não traduziu a característica que determina a propriedade de uma bissetriz (conjunto de pontos equidistantes dos lados de um ângulo). Na introdução deste conceito com o auxílio do GeoGebra o professor poderia recordar as noções de ângulo e de quadrante de modo a evidenciar o conceito de bissetriz.

Por fim, um outro conceito que Costa lecionou com o recurso ao GeoGebra relativo às figuras geométricas foi a ‘Determinação dos elementos de um triângulo’.

Costa: A nossa aula tem por objetivo compreender a construção de um triângulo a partir do GeoGebra e determinar os seus elementos. Dados os pontos  $A(-6, -2)$ ,  $B(4, -2)$  e  $C(1, 5)$ , construir o triângulo ABC a partir do GeoGebra.

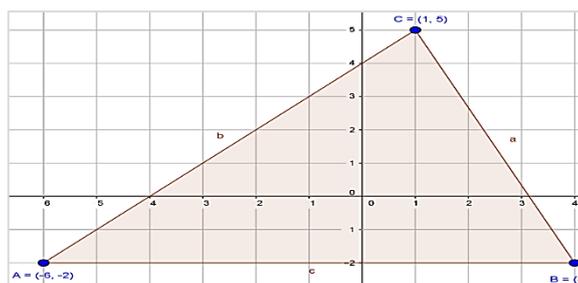


Figura 21. Representação do triângulo [ABC] no GeoGebra.

Aluno: Como determinamos os elementos do triângulo ABC?

Costa: Para determinarmos a distância entre os pontos do triângulo ABC, basta fazermos um clique duplo nos segmentos de reta, abrirá uma janela de diálogo (redefinir) e fazemos um clique nas opções ‘propriedades de objetos’, ‘básico’ e ‘mostrar rótulo – nome e valor’.

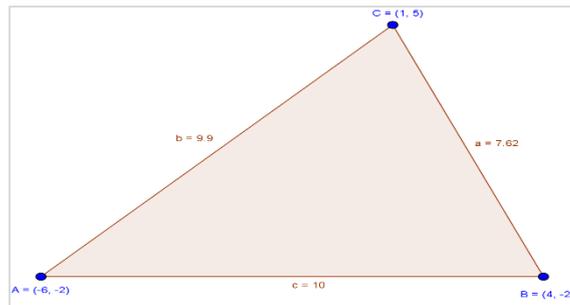


Figura 22. Representação no GeoGebra de um triângulo com as medidas dos seus lados.

Aluno: O que é o perímetro?

Costa: Um voluntário para responder à pergunta do colega?

Aluno: O perímetro é a soma das medidas de todos os lados da figura.

Aluno: Como determinamos o perímetro?

Costa: Para determinar o perímetro do triângulo, levamos o cursor à barra de ferramenta no 8.º ícone e faz-se um clique na opção 'distância ou comprimento' em seguida faz-se outro clique no interior do triângulo.

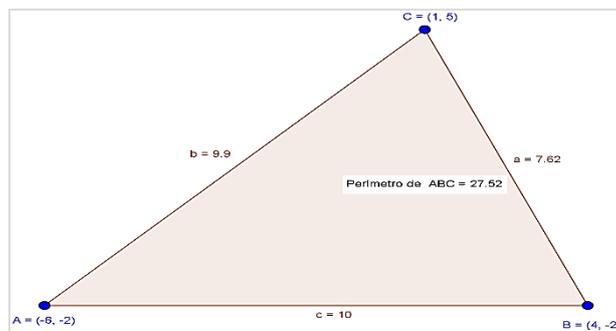


Figura 23. Representação no GeoGebra de um triângulo com a medida do seu perímetro.

Aluno: Para obter os ângulos utilizamos o transferidor, como será com o GeoGebra?

Costa: Para determinar os ângulos do triângulo, levamos o cursor à barra de ferramenta no 8.º ícone e faz-se um clique na opção 'ângulo' em seguida faz-se outro clique no interior do triângulo.

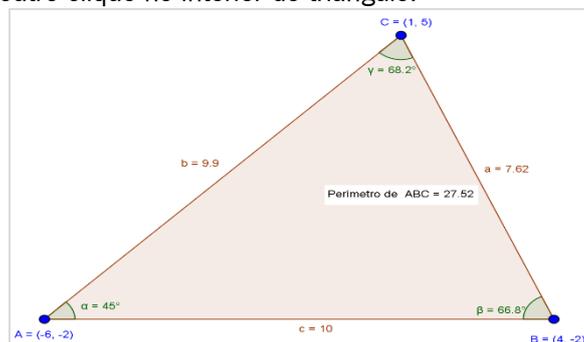


Figura 24. Representação no GeoGebra das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo. (OA4CI)

Na exploração de um triângulo com o GeoGebra, o professor enfatizou a construção de um triângulo a partir das coordenadas de três pontos não colineares e a partir daí surgiu a

determinação das medidas dos lados do triângulo, do seu perímetro e das amplitudes dos ângulos internos. A forma como Costa determinou as amplitudes dos ângulos internos de um triângulo só acontece se for construído como polígono. Caso tivesse obtido a figura através de segmentos de reta, a instrução que deu aos alunos não se verificaria pois teria que obter tais amplitudes através dos vértices do triângulo. A obtenção das amplitudes dos ângulos internos do triângulo permitia a exploração através do GeoGebra da desigualdade triangular e à soma dos ângulos internos de um triângulo, o que não se verificou.

A partir do triângulo obtido, o professor indicou à turma que iria traçar uma mediana do triângulo:

Aluno: O que é a mediana num triângulo?

Costa: A mediana é o segmento de reta que liga um vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto a esse vértice.

Aluno: Como traçamos uma mediana com o auxílio do GeoGebra?

Costa: Para traçarmos uma mediana precisamos de encontrar um ponto médio, vamos encontrar o ponto médio do lado AB, para tal, levamos o cursor à barra de ferramentas no 2.º ícone e clicamos em ponto 'médio ou centro' em seguida fazemos um clique no segmento [AB] e teremos o ponto D. Tendo o ponto médio e o ponto do vértice C, traçamos a mediana. Levamos o cursor à barra de ferramenta no 3º ícone e fazemos um clique na opção 'segmento de reta (dois pontos)' e em seguida traçamos.

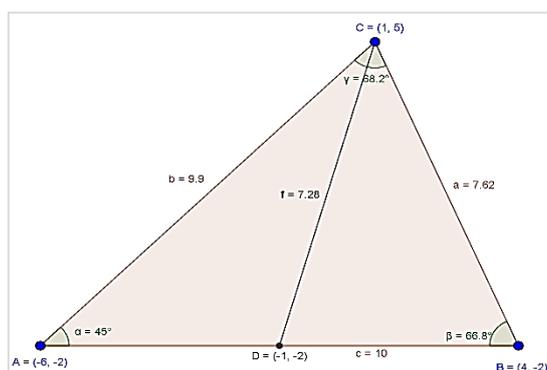


Figura 25. Representação no GeoGebra de uma mediana de um triângulo. (OA4CI)

A exploração de uma das medianas do triângulo indicia ser redutora por não se evidenciar a construção das restantes medianas, o que permitiria discutir o significado da sua interseção. Para além da obtenção do baricentro do triângulo, com recurso ao GeoGebra o professor poderia obter outros pontos notáveis do triângulo (incentro e o circuncentro).

## Cônicas

Como referido anteriormente, entre as Cônicas, o professor Costa lecionou a Elipse, o professor José efetuou o estudo da Hipérbole, e o professor Matias abordou a circunferência.

*Elipse.* No estudo desta cônica, o professor Costa começou por apresentar a sua definição e por designar, entre os elementos que a constituem, os focos.

Costa: Antes de fazermos uso do GeoGebra, precisamos entender o conceito de elipse e seus elementos. O que é uma elipse e quais são os seus elementos? Elipse é um conjunto de pontos de um plano cujas somas das distâncias aos dois pontos fixos chamados focos são constantes.

Aluno: Como podemos fazer a representação desta definição no GeoGebra?

Costa: Bem, essa é a questão, como deve ser?

Aluno: Na barra de ferramenta do GeoGebra temos um ícone “elipse”.

Costa: Isso mesmo, e fazendo um clique nesta opção e em seguida selecionarmos dois pontos (focos) e um outro ponto, teremos a elipse representada. (OA6CI)

Na identificação desta cônica, faltou fazer a referência aos vértices e aos eixos que constituem a Elipse. Após a clarificação dos elementos da Elipse, o GeoGebra poderia ser utilizado com a finalidade de os alunos identificarem o que acontece com a soma das distâncias de qualquer ponto da Elipse aos focos. A partir desta exploração, os alunos teriam mais condições para indicarem uma possível definição de Elipse, caso o professor tivesse determinado com recurso ao GeoGebra tais distâncias, o que não efetuou na figura que projetou.

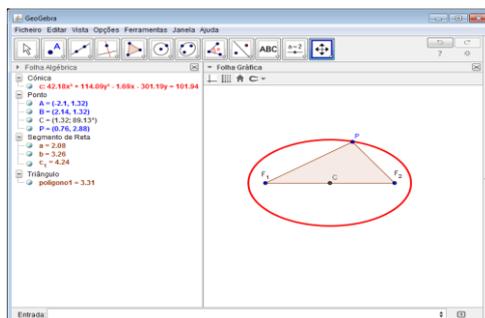


Figura 26. Representação de uma elipse no GeoGebra.

Após a representação da elipse, Costa apresentou a fórmula que permite calcular a soma das distâncias de qualquer ponto da Elipse aos focos, sem qualquer evidência de resultados obtidos a partir do GeoGebra:  $d(PF_1) + d(PF_2) = 2a$ .

Na abordagem da figura representada, Costa limitou-se a falar de elementos da Elipse sem indagar os alunos sobre as suas perceções relacionadas com a figura. Não explorou o dinamismo do

GeoGebra para ilustrar, através da movimentação de pontos, os aspectos tratados. De seguida, faz referência a outros elementos da Elipse: distância focal, centro, eixo maior, eixo menor e excentricidade.

Costa: Os focos já estão definidos. Para definir os vértices, basta digitar 'vértice' na barra de entrada e clicar Enter, logo teremos os quatro vértices e a partir destes identificamos os restantes elementos.

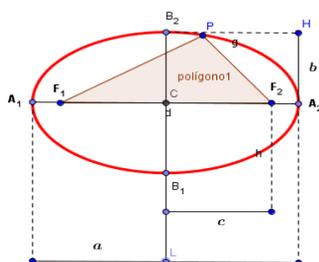


Figura 27. Representação no GeoGebra de uma Elipse com realce de alguns dos seus elementos.

Costa: Na Elipse vale a relação do teorema de Pitágoras no triângulo retângulo.

Costa: Qual é a equação da Elipse representada e em que eixo está o eixo maior da Elipse?

Aluno: O eixo maior está sobre o eixo das abcissas.

Costa: Ao observarmos a janela algébrica do GeoGebra, temos as coordenadas de todos os pontos e a equação da elipse, mas como sabemos a Elipse com centro na origem e eixo maior no eixo das abcissas é da seguinte forma  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , basta substituir os valores dos semieixos  $a$  e  $b$ . (OA6CI)

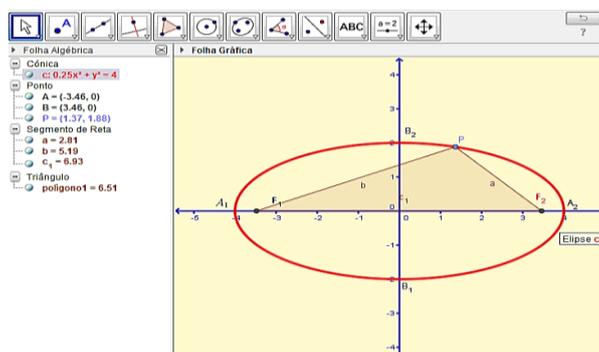


Figura 28. Representação no GeoGebra de uma Elipse com eixo maior no eixo das abcissas.

Aluno: E se o eixo maior da elipse estiver no eixo das ordenadas?

Costa: De forma análoga ao primeiro caso, determinamos todos seus elementos, lembrar ainda que para este caso a equação é  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  e a representação da elipse será:

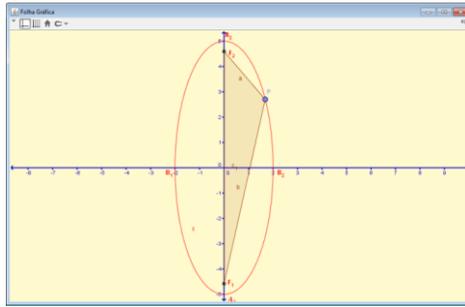


Figura 29. Representação no GeoGebra de uma Elipse com eixo maior no eixo das ordenadas.

Costa: Fazendo uso das ferramentas do GeoGebra, mostramos a representação da elipse com centro na origem, também podemos obter o gráfico da Elipse a partir de uma equação dada ou de seus elementos. (OA6CI)

Ao salientar os elementos que constituem a Elipse, o professor faz referência ao Teorema de Pitágoras sem o aplicar. Provavelmente, com tal referência pretendia estabelecer a relação entre as medidas que determinam o semieixo maior, o semieixo menor e a semi distância focal ( $a^2 = b^2 + c^2$ ). Independentemente do eixo que contém os focos, a equação da Elipse é a mesma, o que difere é a ordem de grandeza que distingue as medidas do semieixo maior da do semieixo menor. Para Costa, a localização dos focos no eixo das ordenadas faz com que haja uma troca de posição na equação da Elipse de  $a^2$  por  $b^2$ .

Posteriormente, com recurso ao GeoGebra, o professor explorou a deslocação das Elipses desenhadas com centro na origem do sistema de eixos cartesianos para um outro ponto do plano que constitui o centro das 'novas' Elipses, para salientar a importância das coordenadas do centro na definição da equação da Elipse.

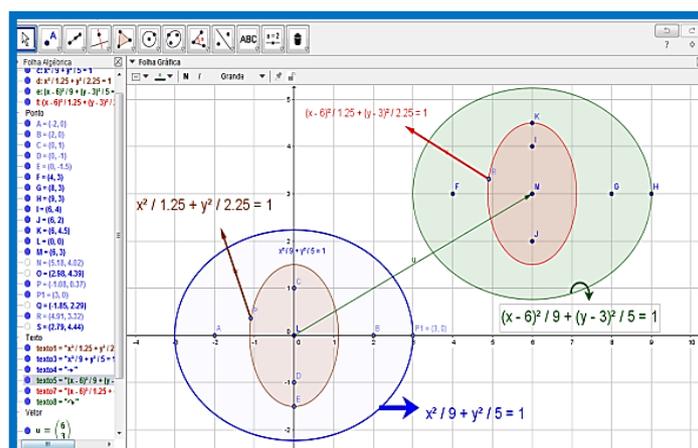


Figura 30. Representação no GeoGebra das Elipses obtidas mediante a translação associada ao vetor de coordenadas (6, 3) das Elipses com centro na origem dos eixos cartesianos.

Para finalizar a introdução do estudo da Elipse, Costa fez referência à excentricidade, realçando a influência que tem a forma como se apresenta a Elipse, mais ou menos achatada, apresentou a sua fórmula e salientou oralmente que o valor da excentricidade se for próximo de zero a Elipse se aproxima de uma circunferência. A exploração desta informação no GeoGebra ajudaria a compreensão dos alunos.

*Hipérbole.* A hipérbole foi abordada pelo professor José, numa aula em que a iniciou por informar a turma das cónicas que são estudadas: a circunferência, a elipse e a hipérbole. Focando o assunto da aula no estudo da Hipérbole, José inseriu na janela de entrada do GeoGebra uma expressão que representa uma Hipérbole na sua forma geral:  $4x^2 - 9y^2 = 36$ .

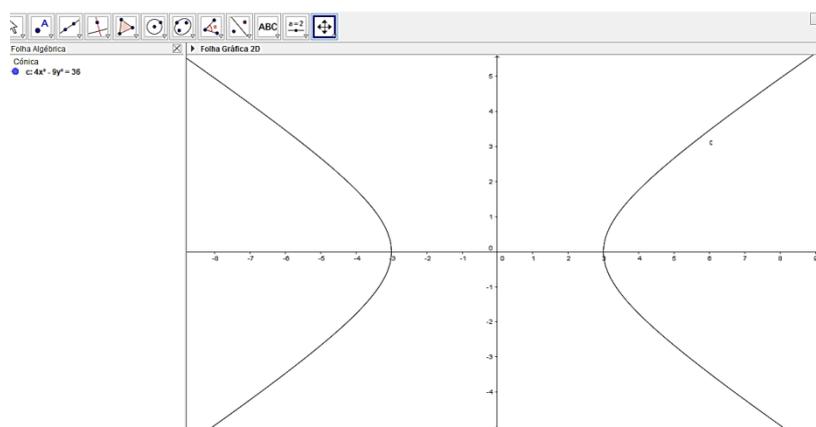


Figura 31. Visualização da representação gráfica de uma Hipérbole no GeoGebra.

A projeção da representação gráfica da Hipérbole serviu para o professor salientar os vértices, os focos, os eixos e as equações das assintotas da Hipérbole.

José: A Hipérbole é constituída pelo eixo real e pelo eixo conjugado. Com a alteração dos dados, o eixo real tem efeito na visualização da figura. Estas retas chamam-se assintotas.

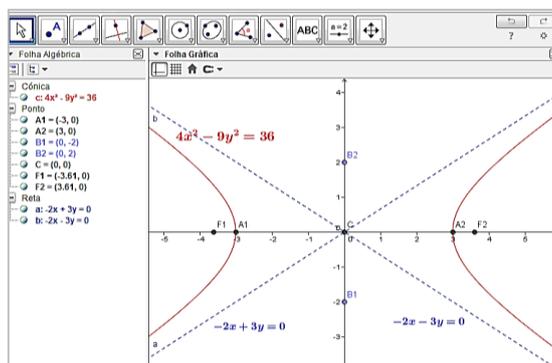


Figura 32. Visualização da representação gráfica de uma Hipérbole e das suas assintotas no GeoGebra. (OA1JI)

As assintotas da Hipérbole foram traçadas sem que o professor indicasse à turma a sua finalidade e como as respetivas expressões foram obtidas.

Como os alunos já tinham estudado a Elipse, questionaram o professor sobre as diferenças existentes nas equações das duas cónicas.

Aluno: Como podemos distinguir a equação reduzida da Hipérbole de uma equação reduzida da Elipse?

José: A equação reduzida da Hipérbole diferencia-se da equação da Elipse pelo sinal que separa os dois termos do primeiro membro (na elipse é positivo e na hipérbole é negativo). (...) Tal como acontece com as outras cónicas, na Hipérbole a distância também é obtida por procedimentos similares, assim podemos determinar a medida do eixo menor e do eixo maior.

Aluno: Como definir o centro da figura e como calcular a excentricidade? (OA1JI)

Ao explicar a excentricidade da Hipérbole, o professor indicou à turma de que a sua determinação é análoga à da Elipse, tratando-se de um número real positivo e sendo determinada pelo quociente entre a metade da distância focal e a metade da medida do eixo maior:  $e = \frac{c}{a}$ , (como  $a > 0$  e  $c > 0$ , então  $e > 0$ ).

Ao finalizar a introdução sobre a Hipérbole, José faz menção da utilidade dos recursos tecnológicos no que concerne à “inserção de figuras em trabalhos académicos” (OA1JI), recordando que o “conhecimento sobre os conteúdos é fundamental para a perceção do manuseio e abrangência dos recursos tecnológicos” (OA1JI)

*Circunferência.* Esta cónica foi lecionada pelo professor Matias, numa aula em que começou por indagar os alunos sobre o conceito de Circunferência.

Matias: O que entendem por circunferência?

Aluno: Uma circunferência é uma cónica.

Matias: Quem tem outra definição?

Aluno: Uma circunferência é uma figura cujos pontos são equidistantes do centro.

Matias: Circunferência é o lugar geométrico de todos os pontos do plano que se encontram à mesma distância de um ponto fixo chamado centro. Quem se lembra de como se determina a distância entre dois pontos?

Aluno: A distância entre dois pontos é igual à raiz quadrada entre a diferença ao quadrado das abcissas adicionada à diferença ao quadrado das ordenadas.

Matias: Correto. Vamos então mostrar como obtemos a equação da circunferência de centro  $C(x_0, y_0)$  e raio  $r$ . (OA3MI)

$$\begin{aligned}
 & \forall P \in C, \overline{PC} = r \\
 & \|\overline{PC}\| = r \Leftrightarrow \|C - P\| = r \\
 & \Leftrightarrow \|(x - x_0) - (y - y_0)\| = r \\
 & \Leftrightarrow \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = r \\
 & \Leftrightarrow (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2
 \end{aligned}$$

equação da circunferência  
de centro  $C(x_0, y_0)$  e raio  $r$

Figura 33. Obtenção da fórmula da circunferência feita pelo professor.

Após a obtenção da equação que traduz uma circunferência com centro  $C(x_0, y_0)$  e raio  $r$ , Matias salientou que no estudo da Circunferência se aplica a mesma fórmula, sendo que para as circunferências com centro na origem as coordenadas do centro são iguais a zero tanto para a abcissa como para a ordenada, resultando na expressão:  $x^2 + y^2 = r^2$ .

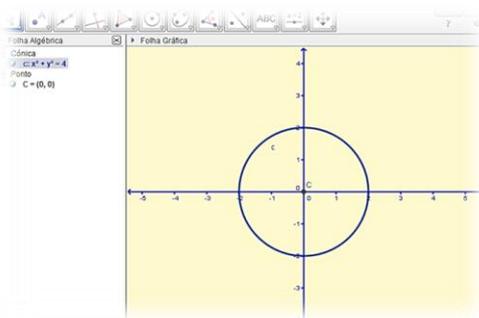


Figura 34. Representação de uma Circunferência com centro na origem no GeoGebra.

Caso contrário, quando a Circunferência não tem o centro na origem dos eixos coordenados é representada noutro ponto do plano, como ilustrou com o seguinte exemplo:

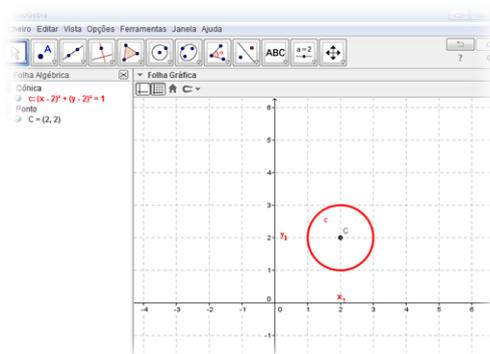


Figura 35. Representação de uma circunferência com centro fora da origem no GeoGebra.

Matias: Vamos resolver com auxílio do GeoGebra os seguintes exercícios:

Dados o centro e o raio escreva a equação da circunferência:

$C(2, 3)$  e  $r = \sqrt{5}$ ;  $C(-2, 2)$  e  $r = 3$ ;  $C(1, 1)$  e  $r = 2$ . (OA3MI)

Depois da resolução dos exercícios, o professor teve o cuidado de recordar aos alunos que ao escrever a equação da circunferência o raio é elevado ao quadrado, daí que quando se deparam com valores que não sejam inteiros, como no caso da alínea (a), “ $r = \sqrt{5}$ , corresponde a  $r^2 = 5$ ” (OA3MI).

Mediante as projeções das representações com o GeoGebra, o professor Matias explicou como proceder para obter as respetivas figuras.

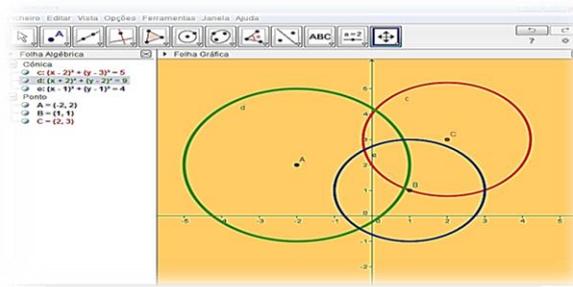


Figura 36. Representação gráfica de três circunferências num mesmo sistema de coordenadas no GeoGebra. (OA3MI)

Na exploração dos parâmetros da expressão que define a equação de uma dada circunferência, mediante a projeção de três circunferências no mesmo sistema de eixos coordenados, Matias procurou averiguar se os alunos identificavam as coordenadas do centro de cada uma delas.

#### 4.2.1.3. Conceitos de Funções

No estudo de Funções, os três professores introduziram conceitos da ‘Função Quadrática’, o professor José abordou a ‘Derivada de uma função’ e o professor Matias lecionou ‘Funções e gráficos. Função exponencial’ e ‘Limites de uma função’.

*Função quadrática.* No estudo de funções desta família, o professor Costa incidiu sobre a representação gráfica de uma função quadrática. No início da aula o professor começou por questionar os alunos sobre o que entendem por função linear para introduzir a função quadrática.

Aluno: Uma função linear é uma expressão cujo grau maior é um.

Costa: Um exemplo de função linear.

Aluno:  $y = 3x + 2$ .

Costa: Como será uma função quadrática? Uma função quadrática é uma função de variável real cuja expressão analítica é um polinómio do 2.º grau:  
 $f(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $a, b, c \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$

Aluno: Porquê só  $a \neq 0$ ?

Costa:  $a \neq 0$  é a condição para que exista a função quadrática, porque se  $a$  for igual a zero, a variável  $x$  de expoente dois desaparece e então a função deixa de ser quadrática.

Aluno: Quando  $b$  e  $c$  forem iguais a zero o que é que acontece?

Costa: A função fica incompleta:  $y = ax^2 + c$  e  $y = ax^2 + bx$

Aluno: Graficamente que diferenças apresentam as funções incompletas?

Costa: No primeiro caso, sempre que o valor de  $c$  aumenta, o gráfico da função sobe ao longo do eixo das ordenadas, quando o valor de  $c$  diminui o gráfico da função desce ao longo do eixo das ordenadas. No segundo caso, quando o valor de  $b$  cresce o gráfico da função torna-se mais aberto.

Costa: Uma outra função quadrática?

Aluno: A função  $y = 2x^2 - x + 3$

Costa: Vamos então atribuir valores à  $x$ . Podemos confirmar os dados com recurso ao GeoGebra e visualizar o respetivo gráfico. (OA2CI)

Na análise da figura representada, Costa procedeu à introdução do tópico ‘Gráfico de uma função quadrática’, afirmando que “o gráfico é representado por uma curva que se denomina parábola” (OA2CI). A partir da expressão  $y = 2x^2 - x + 3$ , o professor experimentou a variação do coeficiente  $a$ , atribuindo valores negativos e positivos, indagando os alunos sobre o que acontece ao gráfico da função com a variação do parâmetro  $a$  e de  $b$ .

Costa: Podemos comprovar a variação de sinal de  $a$  e de  $b$  na ilustração a seguir.

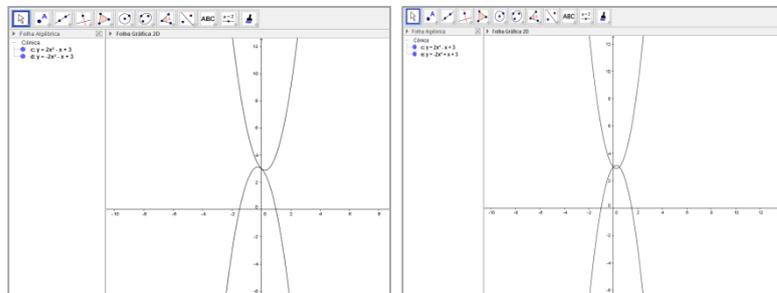


Figura 37. Visualização no GeoGebra da variação de sinal do termo do 2.º grau e do 1.º grau da expressão  $y = 2x^2 - x + 3$ . (OA2CI)

Costa: Ainda com a mesma função definida por  $y = 2x^2 - x + 3$  vamos fazer variar também o sinal do coeficiente  $c$ .

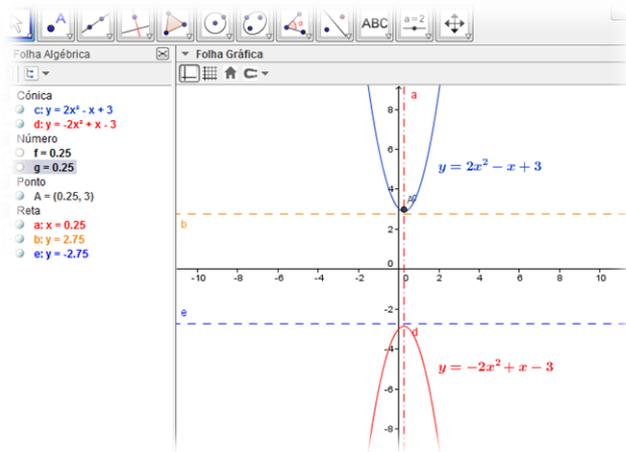


Figura 38. Visualização no GeoGebra da variação de sinal dos termos de  $y = 2x^2 - x + 3$ .

Costa: O que observam?

Aluno: Uma das parábolas é voltada para cima e a outra para baixo.

Costa: Uma parábola é voltada para cima quando o termo do 2.º grau é positivo e é voltada para baixo quando esse termo é negativo.

Aluno: Na mudança de sinal de  $b$  o gráfico andou para a direita?

Costa: Sim, que mais alterações observam no gráfico?

Aluno: Pelo que o professor disse, os valores de  $c$  fazem andar a parábola para cima ou para baixo. (OA2CI)

Na exploração do último gráfico projetado eram visíveis três retas para além da parábola, as quais o professor não se pronunciou sobre as razões de as ter traçado. Para enfatizar o efeito que a alteração do sinal dos termos do 1.º grau e do 2.º grau de uma expressão do 2.º grau tem na representação gráfica, o professor poderia explorar no GeoGebra outras situações que favorecessem a compreensão dos alunos, tal como fez para ilustrar o efeito da alteração do sinal do termo constante.

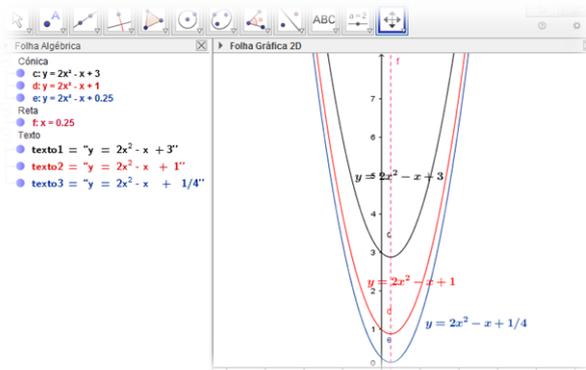


Figura 39. Visualização no GeoGebra da variação do parâmetro  $c$  na expressão  $y = 2x^2 - x + 3$ .

Posteriormente, com recurso ao GeoGebra, Costa explorou a deslocação da parábola ao longo do eixo das ordenadas para ilustrar o comportamento do gráfico da função que resulta da variação

do parâmetro  $c$ . Esta ilustração permitiu aos alunos identificar que quando o valor do parâmetro  $c$  aumenta a parábola se desloca para cima.

Uma abordagem similar da função quadrática foi efetuada pelos professores José e Matias. Como as aulas destes professores incidiram nos mesmos tópicos e forma de explorar o GeoGebra, analisa-se a aula lecionada por José. O professor começou a aula por apresentar a função definida por  $y = ax^2 + bx + c$  e os elementos a serem abordados (domínio, imagem, zeros da função, extremos e vértice) (OA3JI).

José: Vejamos o exemplo a seguir:  $y = x^2 - 5x + 4$ , representemos o gráfico da função no GeoGebra.

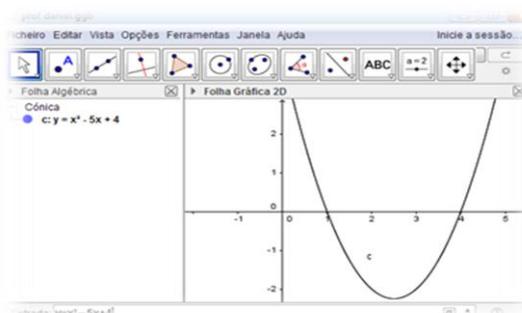


Figura 40. Representação no GeoGebra do gráfico da função definida por  $y = x^2 - 5x + 4$ .

José: No que diz respeito à análise do domínio, qual será o domínio desta função quadrática?

Aluno: O domínio de uma função quadrática também é todo conjunto dos números reais?

Aluno: A função quadrática também é uma função polinomial! Logo a função quadrática tem o domínio  $]-\infty; +\infty[$ .

José: Correto. Mas com uma atenção, só para as funções polinomiais.

Aluno: Será que o GeoGebra não tem um menu de domínio?

José: Não, certos cálculos o GeoGebra não realiza.

Aluno: Então para determinarmos a imagem desta função como fazemos?

José: Alguém pode ajudar a colega?

Aluno: Como o domínio são todos os reais então a imagem também serão todos reais.

Aluno: A imagem se analisa a partir do valor da função onde começa a parábola até mais infinito, então neste caso é impossível conhecermos a imagem sem vermos onde começa a parábola!

José: Para conseguirmos analisar a imagem devemos buscar os restantes pontos logo será impossível calcular a imagem. (OA3JI)

Na exploração do conceito de imagem de uma função, a explicação do professor não foi clara para os alunos. A exploração das funcionalidades do GeoGebra poderia ajudá-lo a ilustrar o que se

pretendia calcular, através da determinação do mínimo da função e do sentido da concavidade da parábola.

José: Para determinar as raízes de uma função, deverão clicar na janela 'Novo Ponto', em seguida, na opção 'Intersecção entre dois objetos', clicando na intersecção da curva com o eixo  $ox$  para obter as raízes da equação. Logo após, deverão repetir o procedimento, mas capturando o cruzamento do eixo vertical com a parábola, para obter o valor do termo 'c' da função, observa-se que a curva intercepta o eixo vertical no ponto  $(0, 4)$ , conforme apresentado no gráfico, se na função considerada o valor de  $x$  é zero, então se tem que  $f(0) = c = 4$ .

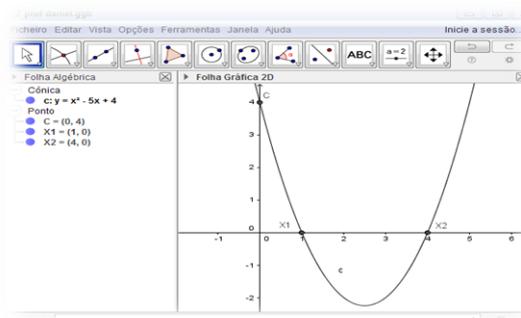


Figura 41. Representação no GeoGebra das raízes da função definida por  $y = x^2 - 5x + 4$ .

José: Assim temos as raízes da equação.

Aluno: Não entendi como surgiram as raízes.

José: Alguém pode ajudar a colega a compreender esta questão? (OA3JI)

Na análise do gráfico representado, José limitou-se a falar da expressão inicial, sem, contudo, explorar o dinamismo do GeoGebra que lhe permite movimentar pontos, permitindo dessa forma encontrar analogias que facilitarão a compreensão dos alunos. Dessa forma, teria respondido às inquietações de alguns alunos.

José: Em todos os computadores são reconhecidos pontos (A; B; C, ...), mas podemos renomear estes pontos para reconhecer uma raiz da equação na zona gráfica. Para obtenção dos valores dos pontos de máximo e de mínimo, o passo seguinte será clicar na ferramenta 'Novo Ponto' e na opção 'intersecção entre dois objetos' para encontrar o ponto referente ao vértice da parábola que será o ponto de mínimo. Mas com isso devemos saber qual será o valor do vértice da parábola e como encontrar o mínimo ou máximo de uma função. A função definida por  $y = ax^2 + bx + c$  tem mínimo se  $(a > 0)$  e máximo se  $(a < 0)$ . Qual será o resultado da função definida por  $y = x^2 - 5x + 4$ ?

Turma: Terá mínimo.

Aluno: Como podemos obter as coordenadas do vértice?

José: Para obter os valores do par ordenado dos vértices, traça-se a mediatriz das raízes da função, para isso existem duas formas: a primeira é sobre a barra de entrada escrevermos mediatriz e selecionarmos os pontos. A

segunda maneira é na quarta janela do ícone da barra de ferramentas procuramos por 'mediatriz', clicamos sobre o mesmo e selecionamos as duas raízes, no ícone 'intersecção de objetos' clicamos sobre os dois objetos 'parábola e a mediatriz' e logo temos o nosso vértice e o ponto mínimo que procuramos.

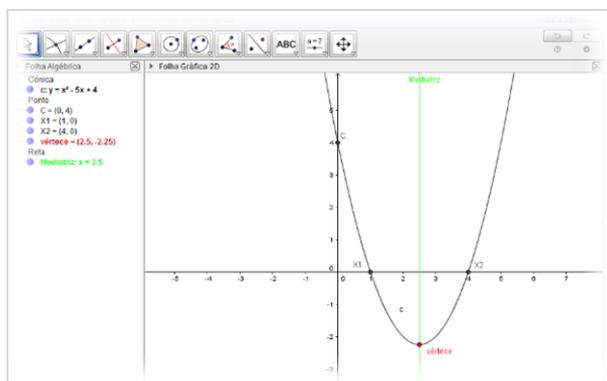


Figura 42. Representação no GeoGebra do vértice de uma parábola.

- José: Qual será o valor do ponto mínimo e o vértice?  
 Aluno: Para o mínimo teremos  $x = 2,5$  e o vértice  $V(2,5; -2,25)$ .  
 José: Qual será o valor da imagem?  
 Aluno: Será 2 até mais infinito professor, porque onde começa a parábola é onde começa a imagem até mais infinito.  
 José: Se analisarmos bem veremos que não começa em 2 mais sim  $-2,25$  até mais infinito que é o ponto do vértice então a imagem será  $[-2,25; +\infty[$ .  
 (OA3JI)

Ao explorar o GeoGebra, José procurou que os alunos participassem na introdução da representação gráfica da função quadrática, determinação do contradomínio da função quadrática, tendo como referência o sinal do termo do 2.º grau e a ordenada do vértice da parábola que representa a função quadrática em estudo. Com base na exploração do GeoGebra, o professor poderia relacionar o estudo dos intervalos de monotonia deste tipo de funções com o sinal do termo do 2.º grau e a abscissa da respectiva parábola.

*Derivada de uma função.* A derivada de funções polinomiais e racionais foi abordada pelo professor José.

- José: A derivada de uma função  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  em relação a uma variável  $x \in I$  é a função  $f'(x)$  dada por  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ .  
 Aluno: A divisão por zero é possível?  
 José: A derivada está definida em todo o ponto // onde o limite exista. (OA2JI)

O professor ao ser questionado sobre a divisão por zero, poderia evidenciar que a tendência para zero não significa ser igual a zero. Na sua sequência de ensino, José recorreu ao GeoGebra para

ilustrar o que resulta da derivação de uma expressão, salientando os passos a seguir, apresentando como exemplo a função definida por  $f(x) = x^2 - 2x + 1$ .

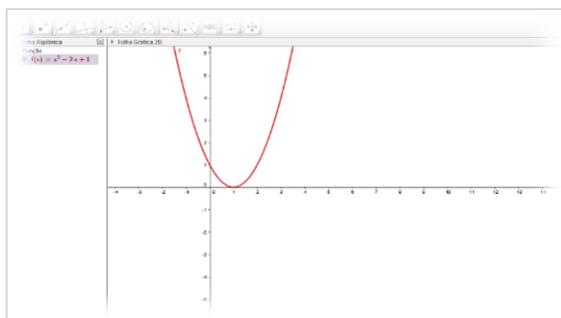


Figura 43. Representação no GeoGebra do gráfico da função  $f(x) = x^2 - 2x + 1$ .

Após a representação gráfica da função com recurso ao GeoGebra, o professor explorou o comportamento da função depois de representar o gráfico da sua derivada. Deste modo, os alunos verificaram que a derivada transformou a função quadrática numa função linear.

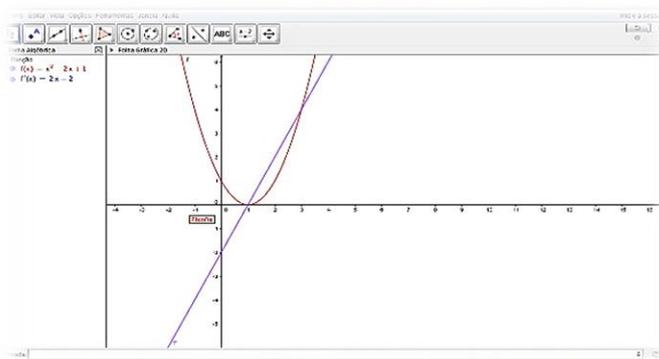


Figura 44. Representação no GeoGebra dos gráficos da função  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  e da sua derivada.

A partir da ilustração do gráfico da derivada da função dada, o professor poderia salientar o significado da derivada da função de modo a ajudar os alunos a uma melhor interpretação do resultado obtido.

Seguiu-se a derivação de funções racionais, a partir da função definida por  $f(x) = \frac{(x+3)^3}{(x-2)^2}$ . O professor apresentou a regra a aplicar na derivação de funções deste tipo e de seguida ilustrou a representação gráfica da derivada desta função.

José: Vamos agora obter a derivada da função  $f(x) = \frac{(x+3)^3}{(x-2)^2}$ , começando por representá-la no GeoGebra. Para se determinar o gráfico da derivada da função dada, basta seguirmos os mesmos passos da anterior. (OA2JI)

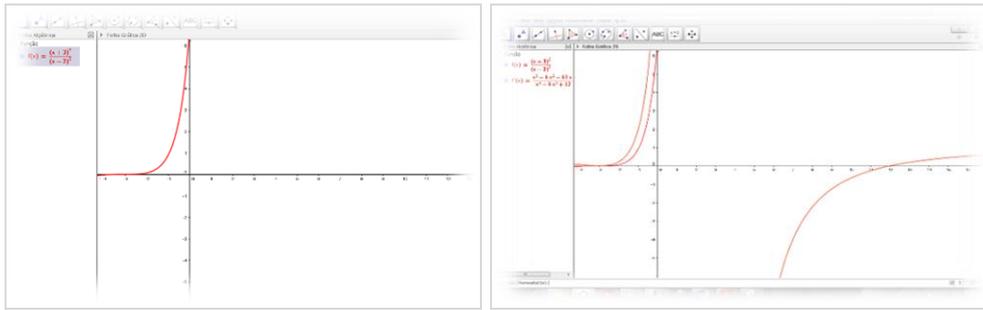


Figura 45. Representação no GeoGebra do gráfico da função  $f(x) = \frac{(x+3)^3}{(x-2)^2}$  e da sua derivada.

Ao salientar o comportamento da função, após a derivação, José não diferenciou a função inicial e a sua derivada, o que poderia melhorar a visualização gráfica.

*Funções exponenciais.* A função exponencial foi lecionada pelo professor Matias. Nesta aula o professor começou por indagar os alunos sobre o conceito de função.

Aluno: Uma função é uma correspondência de elementos de A em B.

Matias: Quem apresenta uma outra definição?

Aluno: Uma função é uma correspondência de elementos de um conjunto A num conjunto B.

Matias: Quando é que estaremos em presença de uma função exponencial? Funções exponenciais são aquelas funções em que o expoente é uma variável. Pode-se dizer que uma relação entre variáveis expressa na forma  $y = f(x) = ka^x$  define uma função exponencial de  $x$  na base  $a$ , em que  $a$  e  $k$  são números reais e  $a \in R^+$ ,  $a \neq 1$  e  $k > 0$ .

Aluno: Porque tem que ser  $k > 0$ ?

Aluno: Porquê  $a \in R^+$ ?

Matias: Boas perguntas, para respondê-las vamos traçar o gráfico dessa função no GeoGebra. O gráfico da função vai ajudar-nos a responder. (OA4MI)

Na exploração do conceito de função, Matias depois das várias definições apresentadas não recorreu à teoria de conjuntos como ponto de partida para ilustrar a possível relação entre dois conjuntos, que permitiria melhor elucidação do conceito. Ao referir as condições de existência da função exponencial, Matias optou pela representação gráfica das funções  $f(x) = 3^x$  e  $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  no GeoGebra, não respondendo ao aluno porque  $k > 0$ .

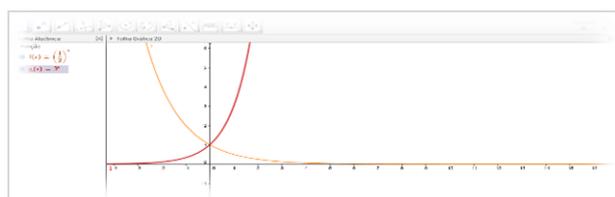


Figura 46. Representação no GeoGebra dos gráficos das funções  $f(x) = 3^x$  e  $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

Matias: Conforme se observa no gráfico, quando  $a < 1$  a função é decrescente, caso contrário  $a > 1$  ela é crescente.

Aluno: O gráfico corta sempre o eixo das ordenadas?

Aluno: Nunca toca o eixo das abscisas?

Matias: Para responder vamos atribuir valores a  $x$ . O que é que acontece?

Aluno: Para as duas funções é 1.

Matias: Certo, por outro lado, independentemente do valor que atribuirmos a  $x$ ,  $f(x)$  nunca será zero. Quando isso acontece aparecem as chamadas assintotas. (OA4MI)

Na exploração do GeoGebra, ao salientar o comportamento da função, o professor não evidenciou o significado das assintotas, o que permitiria melhor compreensão aos alunos.

Matias: A seguir vamos trabalhar funções do tipo:  $f(x) = a^x + k$ , para tal, procederemos do mesmo modo, por exemplo:  $f(x) = 2^x - 4$ .

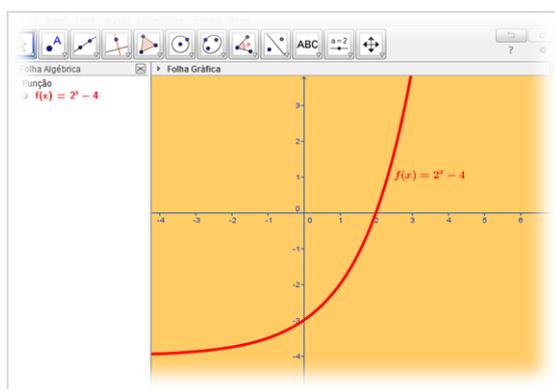


Figura 47. Representação no GeoGebra da função  $f(x) = 2^x - 4$ .

Aluno: Neste tipo de função, porque o gráfico corta o eixo  $ox$  e corta o eixo  $oy$ ?

Matias: Aconteceu isso porque se fizermos  $f(x) = 0$  e a seguir resolvermos a equação teremos  $x = 2$ , em contrapartida teremos o ponto  $(2; 0)$  que é a nossa raiz. Para obter o valor onde o gráfico corta  $oy$ , basta atribuirmos  $x = 0$  neste caso teremos o ponto  $(0; -3)$ . (OA4MI)

Para finalizar a introdução ao estudo da função exponencial, Matias salientou o processo de obtenção dos pontos sem explorar o dinamismo do GeoGebra para ilustrar, através da movimentação de pontos, os aspetos abordados na aula.

*Limites de uma função.* No ensino do conceito de limite de uma função, o professor Matias começou por apresentar à turma, oralmente, a definição deste conceito.

Matias: Uma função  $f(x)$  tem limite  $L$  quando  $x$  tende para  $a$ , se é possível tornar  $f(x)$  arbitrariamente próximo de  $L$ , desde que tomemos valores de  $x$ , ( $x \neq a$ ) suficientemente próximo de  $a$ .

Aluno: Não há outra definição mais simples?

Matias:  $f(x)$  definida num intervalo aberto  $I$ , contendo  $a$ , exceto, possivelmente no próprio  $a$ , dizemos que o limite de  $f(x)$  quando  $x$  se aproxima de  $a$  é  $L$  e escrevemos:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ . Por exemplo, para resolvermos

$$\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - 2) \text{ como procedemos?}$$

Matias: Quando falamos em  $x$  tende a zero, estamos a considerar apenas uma aproximação a zero. (OA5MI)

Depois de elucidar a turma de que para determinar  $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - 2)$  passa por substituir a variável pelo valor para a qual tende, neste caso o limite é  $-2$ , Matias explorou o GeoGebra para salientar o comportamento da função por valores próximos da abcissa  $-2$ .

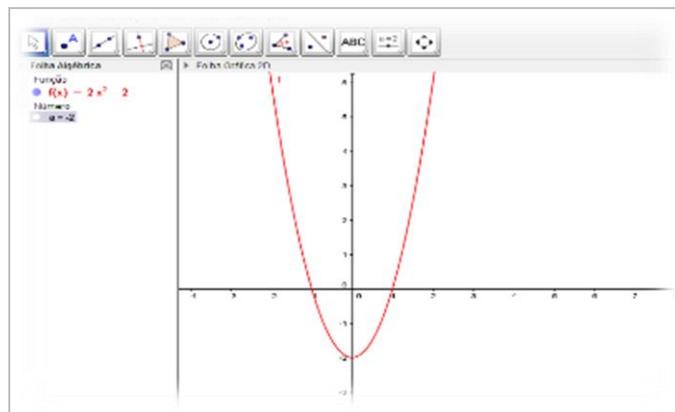


Figura 48. Representação gráfica no GeoGebra do  $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - 2)$ .

O que acabou por fazer no GeoGebra não foi mais do que fez algebricamente, inserindo na janela de entrada o comando de determinação do limite da função no valor dado, em vez de ilustrar o comportamento da função à medida que os valores da abcissa se aproximam de 0. Para elucidar o procedimento estabelecido na determinação de limites de uma dada função, o professor solicitou a turma para “observar como calcular o  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x + 2}{x + 22}$ ” (OA5MI). Ao explorar o GeoGebra, Matias salientou os cuidados a ter com a sintaxe. A ilustração da figura permitiu salientar a noção de limite de uma função. Ao salientar a tendência para  $\pm\infty$ , explicou que nestes casos  $x$  tende para valores infinitamente grandes (positivos ou negativos).

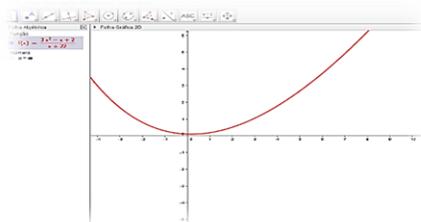


Figura 49. Representação no GeoGebra do  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x + 2}{x + 22}$  (OA5MI).

Para finalizar a introdução ao estudo de limites de funções, Matias salientou “a importância de se conhecerem as propriedades para facilitar a resolução e se compreender o porquê dos valores obtidos” (OA5MI).

#### 4.2.2. Sistematização de conceitos matemáticos

Noutros momentos de observação de aulas os professores recorreram à calculadora gráfica para sistematizar a aprendizagem de conceitos de Álgebra e, maioritariamente, de Funções. A calculadora gráfica surge da necessidade em experimentar um outro recurso tecnológico para dar sequência às observações de aulas. Esta opção baseia-se no facto de ser um recurso pouco explorado e muito utilizado para responder a questões básicas.

##### 4.2.2.1. Conceitos de Álgebra

Nas aulas observadas sobre a sistematização de conhecimentos de conceitos de Álgebra com recurso à tecnologia somente foi tratado um tópico, o que aconteceu numa aula do professor Matias em que abordou a resolução de sistemas de equações lineares com três incógnitas.

Matias: Quem sabe o que é um sistema de equações?

Aluno: Várias equações?

Matias: Sim, vejamos um exemplo: 
$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \\ x - 3y + 2z = -3 \\ -5x + y - 4z = -7 \end{cases}$$

Este é um sistema de três equações com três incógnitas  $(x, y, z)$ . Uma solução para um sistema linear é uma atribuição de números às incógnitas que satisfaz simultaneamente todas as equações do sistema. Podemos resolver o sistema no caderno ou através de recursos tecnológicos, como com a calculadora.

Aluno: É possível resolver um sistema de equações lineares usando a calculadora gráfica?

Matias: Sim, apesar de não ser possível a visualização de algoritmos.

Aluno: Como podemos fazer isso, com três equações?

Matias: Para efetuar a resolução de sistemas de equações lineares usando a calculadora gráfica, no Menu principal, selecionamos o modo *Equation*. De seguida, o modo SIMUL ‘simultâneo’ e especificamos a quantidade de variáveis. Só é possível especificar de 2 a 6 variáveis. (OA4MS)

```

Equation          Simultaneous
                  Data Exists In Memory
                  Unknowns:3
Select Type
F1:Simultaneous
F2:Polynomial
F3:Solver
SIMUL POLY SOLV
Number Of Unknowns?
2 3 4 5 6
  
```

Figura 50. Visualização do modo Equation e da definição do número de variáveis na calculadora gráfica



#### 4.2.2.2. Conceitos de Funções

*Função quadrática.* Na dinamização de atividades de sistematização de conhecimentos adquiridos no estudo da Função quadrática, Matias realçou a importância da utilização da calculadora no estudo de funções, por favorecer a conexão entre diferentes representações de funções, com mais realce para “a gráfica e a analítica” (OA1MS).

Matias: O gráfico de uma função quadrática definida de forma geral por  $y = ax^2 + bx + c$ , com  $a \neq 0$ , é uma curva chamada parábola. Os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , determinam: ‘ $a$ ’ a concavidade da parábola; ‘ $b$ ’ se a parábola intercepta no eixo  $y$  pelo segmento da parábola que representa seu lado crescente ou decrescente e o coeficiente; ‘ $c$ ’ em que ponto a representação gráfica intercepta o eixo dos  $y$ . Relacionado aos zeros da função, sabemos que são os valores que tornam a função igual a zero,  $f(x) = 0$ . Ao igualarmos a função a zero, obtemos os valores nos quais ela se torna igual a zero: Se,  $ax^2 + bx + c = 0$  a fórmula de Bháskara nos fornece:  $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$  e  $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ , com  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

O professor de forma expositiva recordou aos alunos algumas formas de obtenção dos zeros de uma função quadrática, destacando a fórmula de Bháskara como a mais usual para o efeito. Na sequência da explanação, abordou a monotonia da função.

Matias: Analisemos agora a imagem e valor máximo ou mínimo da função quadrática.

$a > 0 \leftrightarrow y_v$  é o valor mínimo de  $f \leftrightarrow \text{im}(f) = \{y \in \mathbb{R}/y \geq y_v\}$

$a < 0 \leftrightarrow y_v$  é o valor máximo de  $f \leftrightarrow \text{im}(f) = \{y \in \mathbb{R}/y \leq y_v\}$

Matias: No que diz respeito à monotonia, avaliamos o coeficiente  $a$  se é positivo ou negativo. Uma função diz-se quadrática se for definida por um polinómio do 2.º grau, se for do tipo  $y = ax^2 + bx + c$ , onde  $a \neq 0$ .

Aluno: E se  $a = 0$ , o que acontece com a função?

Matias: Então vejamos o exemplo, sendo a função  $y = ax^2 - bx + c$ , onde:  $a = 0$ ,  $b = 5$  e  $c = 4$ . O quê que observam ao substituir os valores?

Aluno: Desaparece o expoente máximo da função. (OA1MS)

Matias procedeu de forma analítica à apresentação de alguns aspetos considerados importantes à compreensão da temática em estudo. Posteriormente, introduziu a calculadora gráfica para ilustrar algumas funcionalidades para permitir aos alunos melhor acompanhamento.

Matias: Primamos na tecla MENU que é a janela principal da calculadora, ela nos permite escolher a janela ue pretendemos utilizar. Primamos na tecla 5 ‘Graph’ da calculadora e seguidamente visualizamos na janela principal algumas funcionalidades. Seleccionamos ‘Graph’ e dá-nos a possibilidade

de inserir funções. Nesta opção, digitamos as funções que pretendemos, por exemplo:

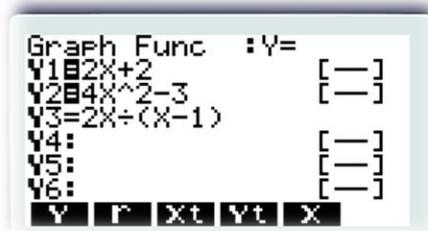


Figura 53. Visualização da janela de entrada de funções na calculadora gráfica.

Matias: Digitamos nas opções de funções que pretendemos sendo que a função dada para a atividade é  $y = ax^2 - bx + c$  onde  $a = 0, b = 5$  e  $c = 4$ . Seguimos os procedimentos: digitar a função; premir a tecla EXE, F6, ou mesmo na opção DRAW.

Aluno: Podemos observar uma reta ao anular-se o coeficiente  $a$ .

Matias: Ainda podemos ver através da opção MENU 6 'DYNA' da calculadora gráfica e estudar a influência dos parâmetros  $a, b$  e  $c$ . (OA1MS)

O professor Matias prosseguiu a aula, apresentando as funcionalidades da calculadora gráfica para permitir aos alunos acompanhar os procedimentos de resolução das tarefas matemáticas.

Aluno: Então professor para ter uma função quadrática o elemento principal é o coeficiente  $a$ ! Se ele for igual a zero logo teremos uma função linear.

Matias: Correto. Também podemos designar função constante. Como podemos constatar na calculadora gráfica. (OA1MS)

O professor recorda que a calculadora gráfica tem limitações e que, por vezes, levam a tirar “conclusões que pelo facto de não serem provadas analiticamente são precipitadas e até mesmo por vezes erradas. Estas conclusões deverão ser sempre validadas nas aulas” (OA1MS).

Matias: Agora vejamos quando o coeficiente  $a \neq 0$  para  $a = 1$ .

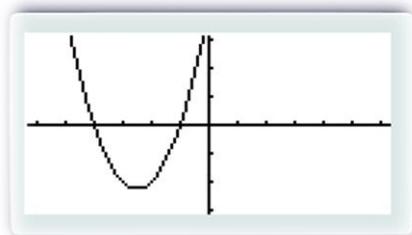


Figura 54. Visualização do gráfico da função quadrática na calculadora gráfica para os valores atribuídos aos coeficientes.

Matias: É possível, através da representação gráfica, constatar que a função tem dois zeros. O valor dos zeros pode ser determinado graficamente, obtendo a seguinte sequência de imagens na calculadora pressionando as teclas F5 e F1.

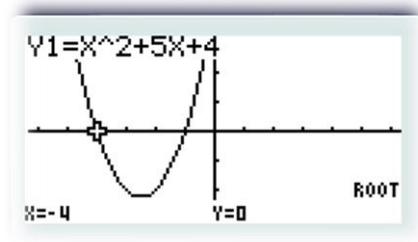


Figura 55. Visualização dos zeros da função  $y = x^2 + 5x + 4$  na calculadora gráfica.

Aluno: Estas teclas terão as mesmas funções como no computador?

Matias: Estas as chamadas teclas de função normalmente são pré programadas.

Aluno: Mas o professor só encontrou um zero da função!

Matias: Para conseguirmos ter o outro zero basta movermos a tecla de direção, teremos o segundo zero da função.

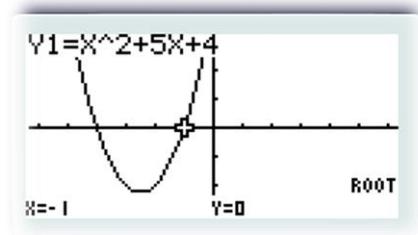


Figura 56. Visualização dos zeros da função  $y = x^2 + 5x + 4$  na calculadora gráfica.

Aluno: Podemos afirmar que analiticamente nestes valores a função será igual a zero.

Matias: Vamos agora analisar graficamente como obtemos os valores dos pontos de máximo ou mínimo e imagem.

Matias: Sendo a função  $y = ax^2 + bx + c$  a função terá um mínimo se ( $a > 0$ ) e terá um máximo se ( $a < 0$ ).

Aluno: Não é ao contrário?

Matias: Observemos então a função  $y = x^2 + 5x + 4$ ? O que temos? um máximo ou um mínimo?

Aluno: Será um mínimo professor.

Matias: Podemos obter o mínimo ou máximo da função fazendo a seguinte sequência na calculadora: premir na tecla F5, de seguida em F3. (OA1MS)

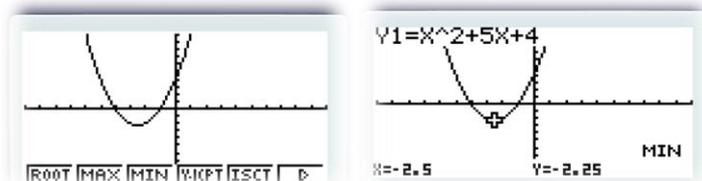


Figura 57. Visualização do valor mínimo da função  $y = x^2 + 5x + 4$  na calculadora gráfica.

O professor prosseguiu a aula mostrando algumas funcionalidades da calculadora gráfica, relativas à forma de obtenção de valores da monotonia, indagando os alunos para identificarem os procedimentos.

Matias: Qual é o ponto mínimo?

- Aluno: Para o mínimo teremos  $x = -2,5$ .
- Matias: Qual será o valor da imagem?
- Aluno: Será de 2 até mais infinito.
- Aluno: Porque onde começa a parábola é onde começa a nossa imagem até mais infinito.
- Aluno: Se analisarmos bem veremos que não começa no ponto 2 mais sim  $-2,5$  até mais infinito que é o ponto onde começa a parábola, a imagem será  $[-2,5; +\infty[$ .
- Matias: Prestemos agora atenção à obtenção dos valores da monotonia.
- Aluno: Falar dos valores da monotonia, não é a mesma coisa falar dos valores mínimos e máximos da função?
- Aluno: Os valores mínimos e máximos são os marcos a partir dos quais analisamos a monotonia.
- Matias: Basta analisarmos o gráfico, observaremos que a função decresce  $]-\infty; -2,5]$  e cresce  $[-2,5; +\infty[$ . (OA1MS)

Matias explorou o gráfico para determinar a monotonia da função em estudo e para indagar os alunos a identificar o significado da monotonia e promover momentos de interação com os alunos.

Um outro professor que recorreu à calculadora gráfica para sistematizar o estudo da função quadrática foi o professor José. No estudo deste tipo de funções, este professor começou por rever o significado de uma função definida por um polinómio do 2.º grau.

- José: O que representa esta expressão  $y = 9x^2 - 1$ ?
- Aluno: Uma função quadrática ou função do 2.º grau.
- Aluno: Que significado podemos atribuir às variáveis  $x$  e  $y$ ?
- José: Considerando a expressão  $9x^2 - 1$ , a letra  $x$  não designa um número determinado, podendo ter o valor que lhes quiser atribuir. Cada valor atribuído a  $x$  irá determinar um valor para  $9x^2 - 1$ , pelo que a expressão também não assume um único valor.
- José: Assim, se escrevermos  $y = 9x^2 - 1$ ,  $x$  e  $y$  são variáveis, como os valores de  $y$  dependem dos valores que forem atribuídos a  $x$ , dizemos que  $y$  é uma variável dependente e que  $x$  é uma variável independente.
- Aluno: Então, significa que existe uma correspondência entre os valores de  $x$  e os valores de  $y$ , pois a cada valor de  $x$  corresponde um dado valor de  $y$ .

Na exploração dos parâmetros da expressão que define a função quadrática, José ao salientar a existência de variáveis dependentes e independentes, teria recordado o conceito de função, no qual os alunos teriam percebido que só existe função quando existe uma correspondência unívoca entre os elementos do domínio e os elementos do conjunto imagem.

- José: Conhecem o que representa o gráfico de uma função quadrática?
- Aluno: O gráfico de uma função quadrática é uma parábola.

José: Se fizermos a representação gráfica da função, podemos assinalar os zeros e o máximo entre eles cuja abcissa é o ponto médio dos zeros. (OA4JS)

Ao utilizar a calculadora gráfica, José ao ilustrar os zeros e os pontos mínimos podia ter utilizado como exemplo a função que apresentou no início da aula.

José: Façamos agora a representação gráfica, usando a calculadora gráfica, das seguintes funções:  $y = x^2 - 3$  e  $y = x^2 + 3$ .

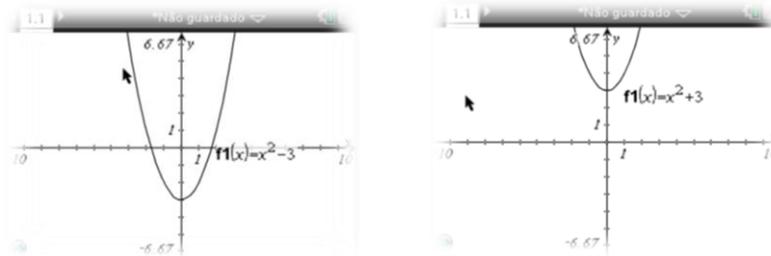


Figura 58. Visualização da representação gráfica das funções  $y = x^2 - 3$  e  $y = x^2 + 3$  na calculadora gráfica.

José: Qual é a diferença entre os gráficos?

Aluno: Com  $-3$  a parábola desce três unidades e com  $+3$  sobe três unidades ao longo do eixo das ordenadas.

Na análise dos gráficos representados, José explorou a variação do parâmetro  $b$ , o que permitiu aos alunos identificarem a translação da parábola ao longo do eixo das ordenadas. Porém, não explorou a alteração do parâmetro  $a$ , o que podia ter enriquecido a análise às figuras representadas.

José: Agora, vamos representar graficamente a função  $f(x) = 0,5(x^2 - 4x) + 38$  e analisar o seu comportamento. (OA4JS)

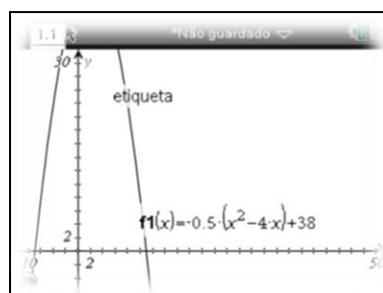


Figura 59. Visualização da representação gráfica da função  $f(x) = -0,5(x^2 - 4x) + 38$  na calculadora gráfica.

Após a determinação dos intervalos de monotonia da função, dos seus zeros e do máximo, o professor José propôs o estudo similar de uma outra função, onde a semelhança era a análise do comportamento da função relacionada com os zeros e a monotonia.

*Funções trigonométricas.* No estudo da função seno, o professor Matias lembrou a caracterização desta função como sendo uma função real de variável real que faz com que cada  $x \in \mathbb{R}$  corresponda o número real  $y = \text{sen}x$ .

Matias: O domínio de uma função seno é  $\mathbb{R}$  e o conjunto imagem é o intervalo  $[-1; 1]$ -

Aluno: Porquê o intervalo  $[-1; 1]$ ?

Matias: Porque neste intervalo encontramos os valores de  $y$ , a função seno é periódica, o seu período é  $2\pi$ . Já que  $\text{sen}(2\pi + x) = \text{sen}x$ . Qual será o comportamento da função?

Na abordagem do comportamento da função, o professor salientou os elementos que permitem a discussão analítica da função, indagando de seguida os alunos.

Aluno: É crescente e decrescente.

Aluno: Crescente no intervalo  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  e  $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$

Aluno: Decrescente no intervalo  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

Depois de ouvir os alunos, Matias salientou os aspetos que ilustram a resolução analítica da função. Antes da inserção da calculadora, o professor procedeu ao esclarecimento de algumas funcionalidades para permitir o acompanhamento por parte dos alunos. Posteriormente, com recurso à calculadora gráfica ilustrou o seu modo de funcionamento.

Matias: Primam na tecla MENU que é a janela principal da calculadora, ela nos permite escolher a janela de cálculos que pretendemos utilizar. De seguida na tecla 5 'GRAPH' da calculadora.

Matias: Veremos então como podemos analisar uma função seno na calculadora gráfica. Quando digitamos a função seguimos os procedimentos: (1) digitar a função, (2) premir a tecla 'EXE', 'F6', ou mesmo na opção 'DRAW'. (OA2MS)

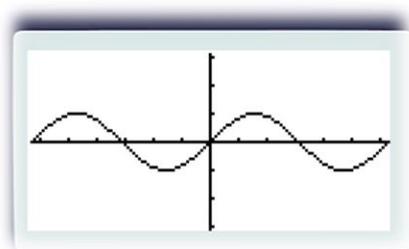


Figura 60. Visualização gráfica da função  $y = \text{sen}x$  na calculadora gráfica.

Na análise do gráfico representado, Matias salientou que graficamente com o auxílio da calculadora gráfica é preciso seguir alguns procedimentos que permitem obter os resultados desejados.

Matias: Como vamos obter os zeros neste gráfico usando a calculadora gráfica? É possível, através da representação gráfica, constatar que a função tem uma infinidade de zeros, o valor dos zeros pode ser determinado graficamente, obtendo a seguinte sequência de imagens na calculadora pressionando as teclas F5 e F1.

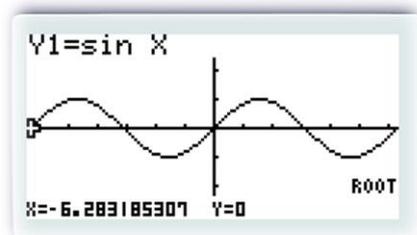


Figura 61. Determinação de zeros da função  $y = \text{sen}x$  na calculadora gráfica.

Matias: Com a tecla de direção da calculadora procuramos os restantes zeros.

Aluno: Os zeros da função são  $-2\pi$ ;  $-\pi$ ;  $0$  e  $2\pi$ ;  $\pi$ ;  $2\pi$ .

Matias: Nas calculadoras gráficas é comum não aparecerem os valores em radianos, mas sim em números decimais, como vemos para os zeros que são encontrados temos:  $x_1 = -6,283185307 \approx -2\pi$  (OA2MS)

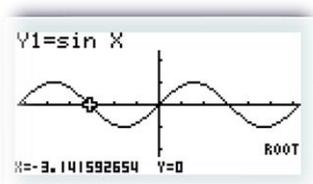


Figura 62. Visualização de zeros da função  $y = \text{sen}x$  na calculadora gráfica.

Posteriormente, na exploração da tecla de direção da calculadora gráfica, Matias salientou que seguindo os mesmos procedimentos é possível obterem-se os outros zeros da mesma função. A partir da exploração da figura o professor indagou os alunos sobre a monotonia da função.

Matias: Como posso achar a monotonia neste gráfico?

Aluno: Para achar a monotonia basta analisarmos a mudança que o ponto das raízes vai sofrendo no gráfico. (OA2MS)

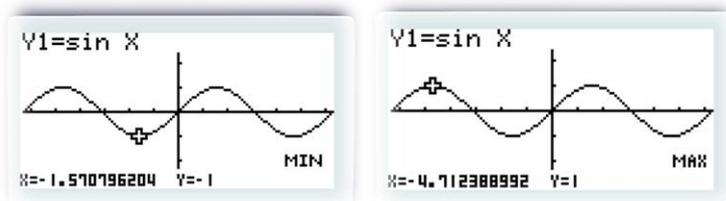


Figura 63. Visualização de mínimos e máximos da função  $y = \text{sen}x$  na calculadora gráfica.

A utilização da calculadora permitiu ao professor ilustrar os intervalos de monotonia da função e promover a discussão com os alunos. De seguida, Matias mostrou outras funcionalidades da calculadora para análise dos extremos da função.

Matias: O que é que vocês observam no gráfico?

Aluno: Cresce  $\left[-2\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$  e cresce  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

Aluno: Decresce  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$  e decresce  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

Matias: Que outros intervalos vocês observam?

Aluno: Decresce  $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$  e decresce  $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$

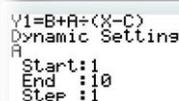
Aluno: Cresce  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$  e cresce  $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$

Matias: Para o cálculo dos extremos basta clicarmos na tecla 'F5' e 'F3' e teremos o extremo da função. (OA2MS)

Para finalizar, Matias salientou que de forma análoga com a tecla de direção é possível obterem-se outros valores. A partir da exploração das funcionalidades da calculadora gráfica, Matias fez referência a outras teclas de função para obtenção de extremos da função.

*Função racional.* Dando continuidade à exploração da calculadora gráfica no desenvolvimento de conceitos por si abordados, Matias integrou este recurso para aprofundar o conceito de função racional. Antes de explorar qualquer tarefa prática, o professor começou por recordar que uma função diz-se racional se for definida por uma expressão do tipo " $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ " em que  $P(x)$  e  $Q(x)$  são polinómios em  $x$  sendo  $Q(x)$  diferente do polinómio nulo. O domínio de uma função racional é o conjunto dos números reais que não anulam o denominador da fração,  $D_f = \{x \in \mathbb{R}: Q(x) \neq 0\}$ " (OA3MS). Consequentemente, o professor explorou a calculadora gráfica para a análise dos efeitos que a alteração dos valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função definida por  $f(x) = b + \frac{a}{x-c}$  através da opção MENU 6 'DYNA'.

Matias: Começamos por analisar as alterações sofridas quando os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  tomam diferentes valores. Depois de inserida a função  $f(x) = b + \frac{a}{x-c}$ , pressionamos 'F2' 'SET' para definir diferentes valores para  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Podemos considerar para as constantes o valor inicial 1, passando por todos os valores inteiros até 10.



```
Y1=B+A/(X-C)
Dynamic Settings
Start:1
End:10
Step:1
```

Figura 64. Visualização da definição de valores para os parâmetros da função  $f(x) = b + \frac{a}{x-c}$  na calculadora gráfica.

Matias: Clicamos na opção 'EXE' para que a função esteja definida no gráfico. (OA3MS)

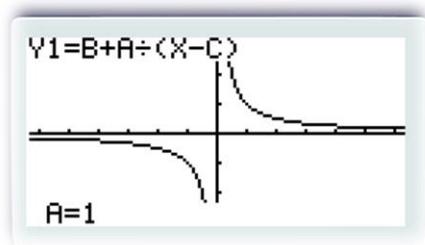


Figura 65. Visualização do gráfico da função  $f(x) = b + \frac{a}{x-c}$  com alteração dos parâmetros na calculadora gráfica.

A partir desta ilustração, Matias mostrou aos alunos outras alterações em função da mudança de seus parâmetros.

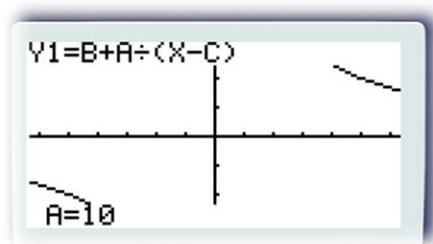


Figura 66. Visualização do gráfico da função  $f(x) = b + \frac{a}{x-c}$  com alteração dos parâmetros na calculadora gráfica.

Matias: Quais as influências que os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  exercem na função?

Aluno: Não entendo professor!

Matias: Como sabem, a calculadora gráfica possui o menu DYNA que determina o comportamento gráfico da função segundo os valores atribuídos.

Matias: Comecemos por analisar as alterações sofridas quando o parâmetro  $a$  toma diferentes valores positivos.

Matias: Inserimos a expressão analítica da função em estudo no MENU 6 'DYNA', pressionamos 'EXE' duas vezes. De seguida pressionamos F2 'SET' para definir diferentes valores para a constante  $a$ , podemos considerar para  $a$  o valor inicial 1, passando por todos os valores inteiros até 5, fazendo:



Figura 67. Visualização da atribuição de valores a um parâmetro da função

Com a calculadora gráfica, Matias explorou outras funcionalidades que permitem ampliar as opções de resolução de tarefas.

Matias: Pressionamos 'EXE' e de seguida F6 'DYNA', podemos optar pela forma como os diferentes gráficos vão surgindo através da opção que controla a velocidade. Para isso, pressionamos a tecla F3 'SPEED' e fazemos a nossa escolha usando as teclas F1, F2, F3 ou F4, pressionamos 'EXE'. (OA3MS)

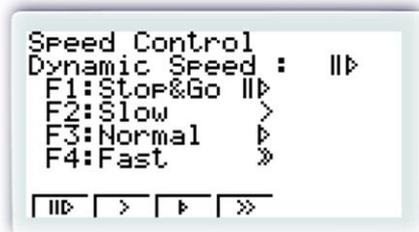


Figura 68. Visualização de outras funcionalidades da calculadora gráfica.

Ao explorar a função cuja expressão inseriu na calculadora gráfica, Matias ilustrou os efeitos da alteração de parâmetros com a definição de novos valores. Mediante a projeção dos gráficos, os alunos puderam visualizar o afastamento do gráfico em relação aos eixos coordenados com o aumento do valor do parâmetro  $a$

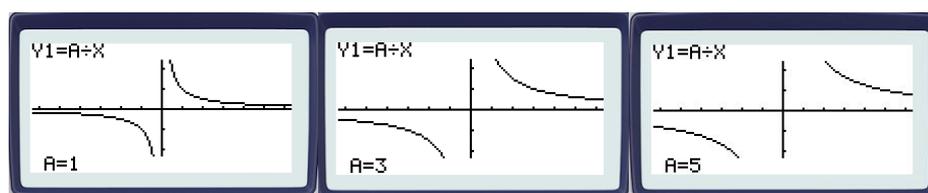


Figura 69. Visualização na calculadora gráfica dos efeitos da alteração do parâmetro  $a$  na expressão da função definida por  $f(x) = \frac{a}{x}$ .

Matias: Da observação dos gráficos podemos concluir que o parâmetro  $a$  influencia a curvatura da hipérbole sendo o afastamento entre os ramos da hipérbole tanto maior quanto maior for o valor de  $a$ .

Matias: O que dizem da monotonia, zeros e assintotas?

Aluno: Quanto à monotonia, zeros e assintotas do gráfico não se verifica qualquer alteração. (OA3MS)

Na abordagem da mesma função, Matias de forma análoga procedeu à análise da alteração de parâmetro da função para valores negativos, indagando os alunos para comentar sobre os efeitos visualizados. Desta forma, Matias permitiu aos alunos experimentar as funcionalidades da calculadora gráfica para identificação de significados.

Matias: Analisemos as alterações sofridas quando o parâmetro  $a$  toma diferentes valores negativos. Voltamos a repetir o processo mas agora considerando para  $a$  o valor inicial  $-5$ , passando por todos os valores inteiros até  $-1$ . Logo teremos os seguintes gráficos: (OA3MS)

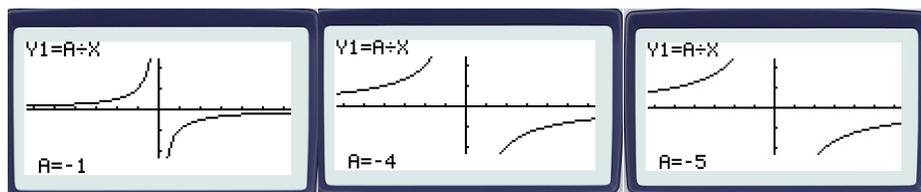


Figura 70. Visualização dos efeitos da alteração do parâmetro  $a$  na calculadora gráfica para valores negativos.

Na exploração dos gráficos visualizados na calculadora gráfica, Matias indaga os alunos sobre a influência da alteração do parâmetro da função para valores negativos no comportamento da função.

Matias: Através da observação dos gráficos o que é que podemos concluir?

Aluno: Que o parâmetro  $a$ , se for negativo, influencia a posição dos ramos da hipérbole.

Aluno: Há uma alteração quanto à monotonia passando cada uma das funções a ser crescente em  $]-\infty; 0[$  e em  $]0; +\infty[$ .

Matias: Turma o que puderam entender da aula sobre função racional do tipo  $y = \frac{a}{x}$ ?

Aluno: Pude entender que a alteração do valor do parâmetro  $a$  não altera o domínio, que é  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , nem o contradomínio, que é  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Aluno: Não têm zeros.

Aluno: A variação do parâmetro  $a$  vai influenciar a monotonia da função se  $a > 0$  a função é decrescente em  $]-\infty; 0[$  e em  $]0; +\infty[$ ,

Aluno: Se  $a < 0$  a função é crescente em  $]-\infty; 0[$  e em  $]0; +\infty[$ .

Aluno: Quanto maior for o valor de  $a$ , maior será o afastamento entre os dois ramos da hipérbole. (OA3MS)

Ao finalizar a sistematização dos conteúdos tratados, Matias fez referência ao domínio das funcionalidades da calculadora gráfica como meio para uma utilização adequada e uma aprendizagem efetiva do conteúdo.

*Derivada de uma função.* Na expansão do que foi introduzido sobre a definição de derivada de uma função, o professor Costa começou por recordar que “o conceito de limite é fundamental para a percepção do conceito de derivada de uma função” (OA1CS).

Costa: Seja  $y = f(x)$  uma função e  $x_0$  um ponto de seu domínio, chama-se derivada da função  $f$  no ponto  $x_0$  e denota-se  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ , quando este existe.

Costa: Uma forma alternativa para a derivada de uma função, se fizermos  $\Delta x = x - x_0$ , obteremos  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{\Delta x}$

Ao salientar outras formas para o cálculo da derivada de uma função, o professor apresenta o incremento de  $x$  ( $\Delta x$ ). Porém, não elucida os alunos sobre o seu significado. Posteriormente, indaga os alunos a determinarem a derivada de uma função num ponto dado. Após a resolução do exercício proposto, o professor Costa faz alusão à resolução do mesmo exercício com a calculadora gráfica.

Costa: Para calcularmos a derivada da função no ponto utilizando a calculadora gráfica, basta conhecer a função a derivar e o ponto pertencente ao seu domínio. Acedemos ao menu de análise de funções e em seguida fazemos

Costa:  $a$  é o ponto para o qual se pretende determinar a primeira derivada  $(d/dx f(x), a) \Rightarrow \frac{d}{dx} f(a)$ .

Costa: Por exemplo, para determinar a derivada em  $x = 2$  da função  $y = x^2 - x + 1$  entramos no modo 'RUN-MANSTAT', [OPTN][F4](CALC)[F2] $\left(\frac{d}{dx}\right)$   $(x^2 - x + 1)$ , clicar em 'EXE' ou 'Enter' para obter o resultado da derivada de primeira ordem no ponto.

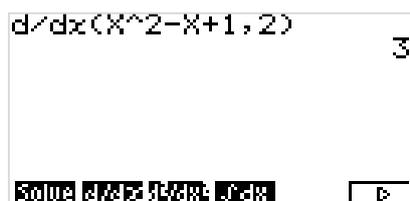


Figura 71. Visualização da derivada da função  $f(x) = x^2 - x + 1$  para  $x = 2$  na calculadora gráfica.

Costa: Como vemos, a derivada de primeira ordem da função ( $f(x) = x^2 - x + 1$ ) no ponto  $x = 2$  é 3, tal como o encontrado no primeiro procedimento. De igual modo, para determinar a segunda derivada:

Costa: Por exemplo para determinar a segunda derivada em  $x = 3$  da função  $y = x^3 + 4x^2 + x - 6$  fazemos [OPTN][F4](CALC)[F3] $\left(\frac{d^2}{dx^2}\right)$   $(x^3 + 4x^2 + x - 6, 3)$ .

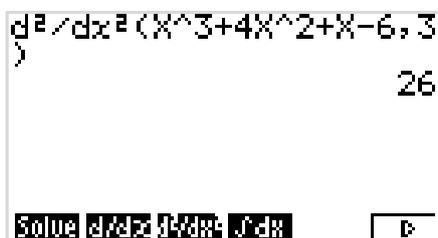


Figura 72. Visualização da derivada da função  $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$  para  $x = 3$  na calculadora gráfica. (OA1CS)

*Cálculo integral.* Uma outra aula que o professor Costa recorreu à calculadora gráfica foi para explicar os procedimentos do cálculo da integral através deste recurso, efetuando

Costa: Como já sabem,  $a$  é o limite inferior,  $b$  o limite superior:  $\int_a^b f(x)dx$ .

Costa: Os cálculos de integração são efetuados calculando valores de  $a$  a  $b$  para a função  $y = f(x)$ , onde  $a \leq x \leq b$  e  $f(x) \geq 0$ . Por exemplo, para calcular o integral definido  $\int_1^5 (2x^2 + 3x + 4)dx$ , digitamos a sintaxe [OPTN][F4][CALC][F4]( $\int dx$ )( $2x^2 + 3x + 4,$ ) e os limites inferior e superior.

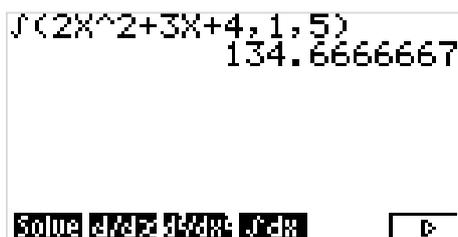


Figura 73. Visualização do cálculo integral da função  $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$  num intervalo dado através da calculadora gráfica.

Para finalizar, Costa pediu aos alunos para determinar a área da figura limitada pela parábola que representa a imagem da função definida  $y = 2x - x^2$  e pelo eixo das abcissas, salientando que primeiro se deve traçar a “figura limitada pela parábola e o eixo e em seguida determinar os limites. Posteriormente executar ‘GRAPH’, ‘digitar as funções’, clicar em [EXE] ou ‘ENTER’, para visualizar o gráfico e a área da superfície que se pretende calcular” (OA2CS).

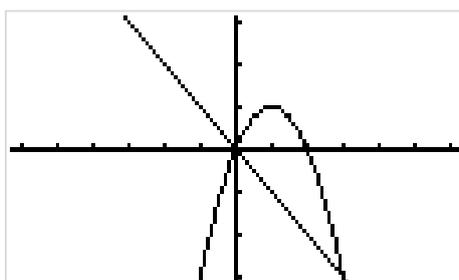


Figura 74. Visualização da resolução gráfica do problema na calculadora gráfica.

Após a exploração da figura, o professor em interação com os alunos e com recurso às teclas de direção confirmou os limites de integração. De seguida, com a aplicação dos procedimentos estudados resolveu o integral definido. Na indagação aos alunos foi possível identificar a interiorização dos procedimentos de resolução.

Costa: Como podemos observar no gráfico, a área da superfície é limitada no eixo  $ox$ , pelos pontos 0 e 3, que representam os limites de integração.

Agora resta-nos calcular o seguinte integral definido  $\int_0^3 (2x - x^2 + x) dx$ . Digitamos a sintaxe [OPTN][F4](CALC)[F4]( $\int dx$ )( $2x - x^2 + x$ ), os respetivos limites de integração, clicamos em [EXE] ou ENTER, para obter o resultado da área da figura limitada pela parábola  $y = 2x - x^2$  e pelo eixo das abscissas que é igual a 4,5. (OA2CS)

*Função cúbica.* Numa outra aula abordada pelo professor Costa, os alunos foram indagados sobre a definição de função cúbica.

Costa: O que entendem por função cúbica?

Aluno: Uma função cúbica é aquela que tem como expoente maior 3.

Costa: Uma outra definição?

Aluno: É uma função polinomial de grau 3.

Costa: Muito bem. Vejamos agora como trabalhar uma função cúbica com a calculadora gráfica. Pressiono Menu, em seguida o número 5 que corresponde ao modo 'Funções' e insiro a função desejada. Para obter o gráfico, clio em 'EXE'.

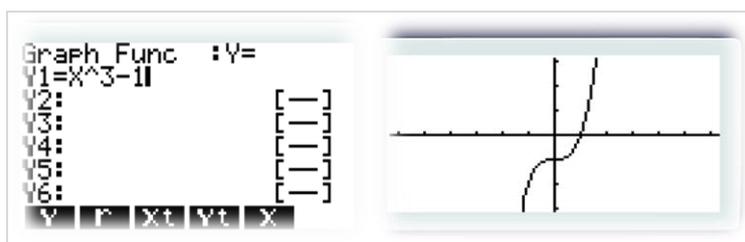


Figura 75. Visualização da representação gráfica da função  $f(x) = x^3 - 1$  na calculadora gráfica.

Costa: A partir do gráfico, analisemos então o domínio, o conjunto imagem e os seus zeros?

Aluno: Como podemos determinar as suas características como domínio, imagem e os zeros?

Costa: Olhando para o gráfico podemos afirmar que o domínio é  $\mathbb{R}$ , pois trata-se de uma função polinomial, a imagem  $-1$  é o ponto em que a reta corta o eixo das ordenadas.

Costa: Para se determinar o(s) zero(s) clicamos F5 e F1 como se observa no gráfico,  $x = 1$  e  $y = 0$  pois é neste ponto que o gráfico corta o eixo das abscissas. (OA3CS)

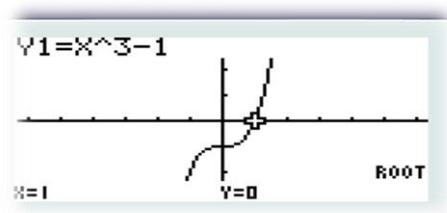


Figura 76. Visualização do zero da função  $f(x) = x^3 - 1$  na calculadora gráfica.

Costa depois de indagar os alunos sobre o conceito de função cúbica, orientou os passos para a exploração da função cúbica utilizando a calculadora gráfica culminando com a sua visualização. A partir do gráfico explorou os conceitos subsequentes de domínio, imagem e zeros da função.

*Função exponencial.* Dando seguimento ao estudo de funções, o professor Costa recorreu à calculadora gráfica para aprofundar noções da função exponencial.

Costa: O que é uma função exponencial?

Aluno: Funções exponenciais são aquelas em que a base é um número real e a incógnita encontra-se no expoente.

Aluno: São as funções em que o expoente é uma variável.

Costa: Muito bem. Todos os conceitos apresentados por vocês descrevem o que é uma função exponencial, por outro lado, viu-se que essas funções assim como outras apresentam algumas características.

Depois de rever oralmente a noção de função exponencial, Costa indagou os alunos sobre outros elementos da função como o domínio, a imagem, os zeros e a monotonia da função exponencial.

Costa: Façamos então uma apreciação ao domínio, imagem, zeros e monotonia da função. O quê é que vocês sabem?

Aluno: Precisamos fazer o esboço do gráfico no plano cartesiano.

Costa: De facto, neste pressuposto, vamos abordá-lo utilizando a calculadora gráfica. Como tal, vamos começar por inserir a expressão  $2^x - 4$  e a seguir 'EXE'.

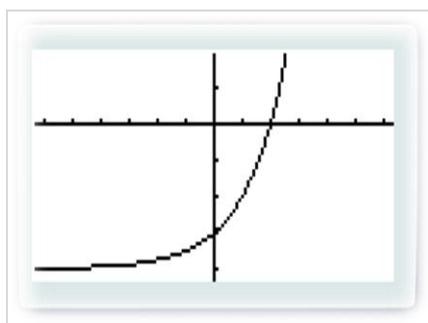


Figura 77. Visualização da representação gráfica da função  $f(x) = 2^x - 4$  na calculadora gráfica.

Costa: Agora que podemos visualizar a função, vamos analisar o seu comportamento. Como se sabe, o domínio de uma função exponencial é  $\mathbb{R}$ , ou seja:  $D(f) = \mathbb{R}$ , a  $Im(f): y > -4$  como mostra o gráfico. Para encontrar o zero basta clicar F5 e F1.

Aluno: Porque a imagem é  $y > -4$ ?

Costa: No gráfico da função, podemos notar que corta a ordenada em  $-4$ , portanto a sua imagem, são todos os valores maiores que  $-4$ . (OA4CS)

Ao utilizar a calculadora gráfica, o professor denota falta de rigor na linguagem matemática, como é exemplo “visualizar a função”, e na determinação do contradomínio da função. A conexão entre o que se determina com a calculadora gráfica e com procedimentos analíticos ajudaria a clarificar o lapso cometido.

Na exploração do gráfico da função, com auxílio da tecla de direção, Costa orientou os alunos na determinação do zero da função e da análise da monotonia da função.

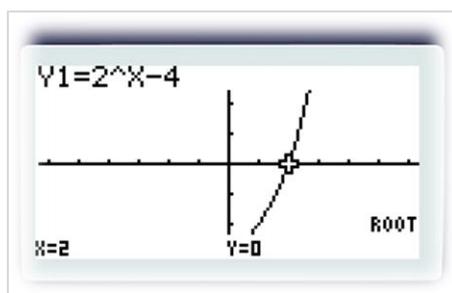


Figura 78. Visualização do zero da função  $f(x) = 2^x - 4$  na calculadora gráfica.

Costa: O que podemos afirmar sobre a monotonia e o zero dessa função?

Aluno: A monotonia é crescente porque  $a > 1$ .

Aluno: O zero da função é  $x = 2$  porque é o valor onde o gráfico corta o eixo das abscissas. (OA4CS)

Ao finalizar a aula, Costa poderia ter explorado mais a tecla de direção da calculadora gráfica para permitir aos alunos tirar ilações sobre o comportamento da função.

*Função logarítmica.* Este tema foi lecionado pelo professor José numa aula em que começou por invocar que a essência da aula consiste em “analisar o comportamento da função relacionado ao gráfico, domínio, imagem, zeros e monotonia” (OA1JS).

José: Para esboçarmos o gráfico da função com recurso à calculadora gráfica, começamos por abrir o MENU 5 ‘GRAPH’, selecionamos a opção ‘logab’ seguindo a sequência OPTN F2 ‘CALC’, F4 ‘logab’, introduzimos a função e finalmente F6 para desenhar o gráfico.

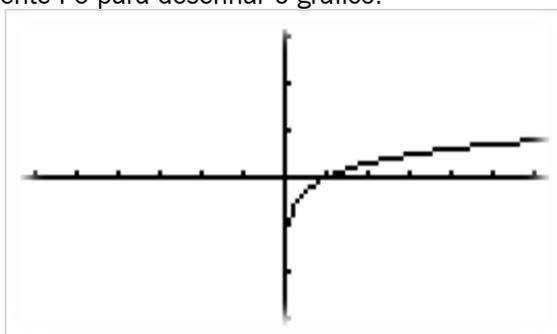


Figura 79. Visualização da representação gráfica de uma função logarítmica  $y = \log x$  na calculadora gráfica.

José: Com o auxílio da tabela de valores disponibilizada pela calculadora gráfica, clicamos MENU 7 'TABLE', pressionamos F6.

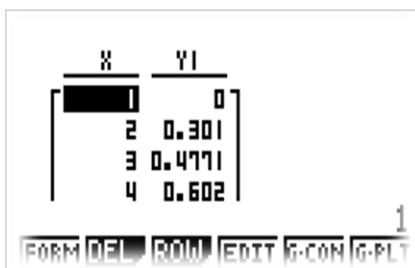


Figura 80. Visualização da tabela de valores da calculadora gráfica.

José: Na calculadora, pressionamos F5 'SET', definimos os valores que pretendemos atribuir a  $x$  por exemplo  $-2$  a  $2$  e de  $0,5$  em  $0,5$ .

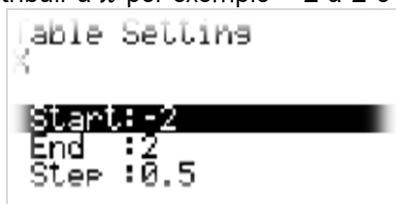


Figura 81. Visualização da definição de valores de entrada na função na calculadora gráfica.

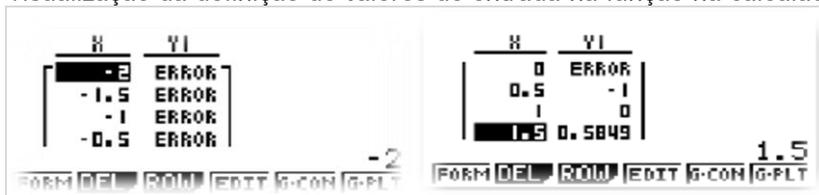


Figura 82. Visualização de erros ao serem atribuídos valores negativos a  $x$  na função logarítmica.

A identificação de erros indicados pela calculadora gráfica serviu para o professor apelar à importância da determinação do domínio de validade de uma dada função. De seguida, projetou o gráfico da função logarítmica em estudo:  $f(x) = \log x$ .

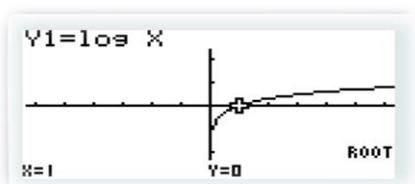


Figura 83. Visualização do gráfico da função logarítmica na calculadora gráfica.

José: Observando o gráfico da função logarítmica e a correspondente tabela de valores podemos concluir que  $D = \mathbb{R}^+$  e para se averiguar o zero pressionamos F5, F1. Como se observa na tabela e no gráfico o zero da função é  $1$  pois é onde a reta corta o gráfico no ponto  $(1; 0)$ . (OA1JS)

José salienta que quando os cálculos estão corretos se pode pressionar F1 e que se se pretende efetuar algumas alterações se pressiona F6 para retornar ao ecrã anterior.

*Função modular.* No aprofundamento do estudo da função modular, José começou por questionar os alunos sobre “O que é uma função modular?” ao que um aluno respondeu “é aquela cuja incógnita encontra-se sob o símbolo de módulo” (OA2JS). Como se tratava de uma revisão do que já foi abordado, poderia evidenciar o conceito de módulo, o que permitiria discutir o seu significado e a ênfase das propriedades do módulo na identificação e interpretação do domínio e imagem das funções.

José: Vamos agora conhecer, os gráficos de três famílias de funções modulares:  $f_1 = a|x|$ ,  $f_2 = a|x| + b$  e  $f_3 = a|x + b| + c$ .

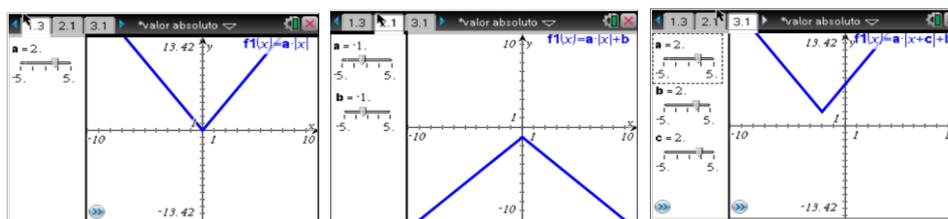


Figura 84. Representação gráfica de três famílias de funções modulares.

José: O que podem observar com a movimentação do cursor?

Aluno: Varia o valor dos parâmetros e influencia na representação gráfica.

José: O que é que podemos concluir sobre a variação dos parâmetros?

Aluno: Em alguns casos há uma translação da figura em relação aos eixos.

José: Na família de funções do tipo  $f(x) = a|x + b| + c$ , há um movimento ao longo do eixo das ordenadas em direção ao 2.º quadrante, com a modificação dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

Na análise dos gráficos representados, José não explorou as funcionalidades da calculadora gráfica. Ao fazer-se referência à translação das figuras merecia a atenção do que acontece quanto ao domínio e à imagem das funções para melhor interpretação gráfica. A forma como se referiu aos parâmetros indiciou ser redutora quanto ao efeito do módulo e das sucessivas translações.

José: Na família das funções  $f_1 = a|x|$ , o que acontece ao se alterar o parâmetro  $a$ ?

Aluno:  $f(1)$  e  $f(3)$  dependem de  $a$ .

Aluno: Então  $f(1)$  vai ser  $a$  vezes 1, e  $f(3)$  vai ser  $a$  vezes 3.

José: Determinem os parâmetros de modo a que  $f(x) = a|x| + b$ , tenha vértice em  $(0,3)$  e  $f(1) = 4$ , para visualizar esta família de funções com o cursor atribuir a  $a$  o valor 1, ficando assim com as funções do tipo  $f(x) = |x| + b$ .

Aluno: Com o cursor fui procurando o valor de  $b$ , de modo a que as coordenadas do vértice fossem  $(0,3)$ , chegando assim ao valor 3.

José: Agora calculem  $a$ ,  $c$  e  $b$  na expressão  $f(x) = a|x + c| + b$  fazendo as transformações pedidas à função  $f(x) = |x|$ . (OA2JS)

Aluno: Basta fazer  $a = 1$ ,  $c = 2$  e  $b = 3$ .

Na exploração da variação de parâmetros na calculadora gráfica, o professor identificou que os alunos já tinham alguns conhecimentos das transformações de funções. Com a calculadora gráfica, os alunos tiveram poucas dificuldades em relação ao assunto da aula, na medida em que foram percebendo bem a influência dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  no gráfico das funções da família  $f(x) = a|x + b| + c$ . Para finalizar, José solicitou aos alunos para resolverem mais um exercício com alteração de parâmetros para analisar o comportamento da função: “Agora vão fazer a representação gráfica da função  $f(x) = a|x + b| + c$ , com  $a = -1$ ,  $c = 8$  e  $b = -4$ ” (OA2JS).

*Função afim.* Esta família de funções do 1.º grau foi abordada pelo professor José com recurso à calculadora gráfica.

José: Que tipo de função é  $y = ax + b$ ?

Aluno: É uma função afim.

Aluno: Função linear ou do 1.º grau.

José: Função afim é toda a função do tipo  $f(x) = ax + b$ , com  $a$  e  $b$  reais, seu gráfico é sempre uma reta.

Aluno: Uma função linear também é uma função afim?

José: Função linear é toda a função do 1.º grau na qual  $a$  é diferente de zero mas  $b$  é igual a zero, a função linear é toda a função do tipo  $f(x) = ax$ .

Aluno: Quer a função afim como a função linear são do 1.º grau?

José: O grau é dado pelo polinómio de grau mais elevado que representa a função, com isso, as duas são do 1.º grau. Que outras diferenças são notórias nelas?

Aluno: O gráfico de uma função afim é uma reta que pode tocar o eixo  $x$  do plano cartesiano num único ponto, que é chamado de zero da função.

Depois de responder a algumas questões dos alunos sobre a função do 1.º grau, faltou recordar que a função linear resulta da função afim em que  $b = 0$ , restando apenas a relação  $f(x) = ax$ , com  $a \neq 0$ . Porém, como é uma função do 1.º grau, o gráfico da função linear é também uma reta. A diferença é que essa reta ‘passa’ na origem do sistema de eixos cartesianos, isto é, o ponto  $(0, 0)$ .

José: Quem dá um exemplo de função linear?

Aluno: Por exemplo  $f(x) = x$  essa é uma função linear porque seus coeficientes são  $a = 1$  e  $b = 0$ .

José: A função  $f(x) = x$  é ainda chamada de função identidade, um caso particular da função linear.

José: O que podemos dizer sobre a monotonia?

Aluno: A função é crescente, pois o coeficiente  $a$  é positivo.

José: Vamos aplicar conhecimentos de funções afim para resolver um problema. Na figura, estão representadas num sistema cartesiano, as retas de equações  $y = 2x - 4$  e  $y = -x + 2$ . As duas retas intersectam-se no ponto I, um ponto P desloca-se sobre a reta r e um ponto Q desloca-se sobre a reta s, acompanhando o movimento do ponto P, de forma que P e Q tenham sempre abcissas iguais, designemos por  $a$  a abcissa do ponto P.

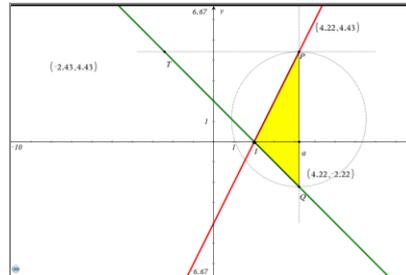


Figura 85. Representação das retas de equação  $y = 2x - 4$  e  $y = -x + 2$  no sistema de eixos cartesianos.

- José: Para  $a = 4$ , determinar as coordenadas de P e de Q e a distância de P a Q. Representar graficamente a função e explicar o significado do seu zero no contexto do problema. (OA3JS)
- Aluno: Para determinar as coordenadas de P e de Q sabendo que  $a = 4$ , basta fazer dois cliques na abcissa de P e alterá-la para 4, obtendo assim as coordenadas de P e de Q.
- José: Esta é uma forma para mudar as coordenadas de um ponto, ainda não dominada e utilizada por todos.
- Aluno: Para determinar  $\overline{PQ}$ , para  $a = 4$ , façamos menu-medição-comprimento e obtemos  $\overline{PQ} = 6$ .
- Aluno: Para determinar as coordenadas de P e de Q considerando  $a = 4$ , com o cursor fui deslocando o ponto P até este ter abcissa 4, obtendo assim  $P(4,4)$  e  $Q(4, -2)$ , para calcular  $\overline{PQ}$ , apenas observei o gráfico (na calculadora gráfica), e encontrei  $\overline{PQ} = 6$ .

Na exploração dos parâmetros do vértice, a utilização da tecla de direção (cursor) da calculadora gráfica permitiu responder às questões. O professor José ao indagar os alunos com a situação apresentada explorou as suas competências tecnológicas.

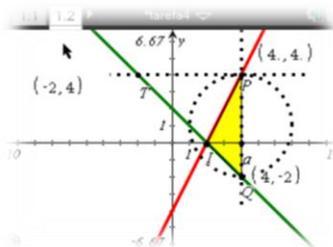


Figura 86. Visualização da representação gráfica de um triângulo  $[PQI]$ .

Para finalizar, José orientou os alunos a determinarem uma expressão que defina a área  $A$  do triângulo  $[PQI]$ , em função de  $a$  ( $a > 2$ ).

### **4.2.3. Vantagens e desvantagens na utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos**

No mundo contemporâneo em que vivemos, a realidade mostra-nos que há mais benefícios do que prejuízos na adoção de práticas letivas com recursos tecnológicos. A resistência à inovação é um facto, que se pode explicar pela necessidade que se tem em se adaptar à nova realidade, acarretando com isso a adequação do currículo ao novo paradigma de ensino, ou seja, a flexibilização do currículo. Sabemos que tem sido para os professores, no geral, mais confortável o trabalho com quadro e giz, a resolução analítica das questões dentro do paradigma da transmissão do conhecimento onde o professor aparenta ser o 'sabe tudo' e o aluno um mero assistente. A inserção de recursos tecnológicos nas práticas de sala de aula obriga a uma mudança do paradigma da transmissão, onde o professor se sente dono e senhor dos momentos da aula, para o paradigma da construção do conhecimento, onde, para além de perder o conforto, se instala uma certa insegurança. Uma condução exitosa do processo, do ponto de vista teórico-metodológico, a mudança da realização de tarefas fechadas para tarefas abertas mais se adequa ao dinamismo proporcionado pela tecnologia. Tal não significa que a mera utilização de recursos tecnológicos resulte, por si só, em mudanças da prática pedagógica. Tal utilização sob as orientações atuais para o ensino de matemática implica desafios e constrangimentos à prática do professor. Importa então averiguar o ponto de vista dos professores que integraram a 2.<sup>a</sup> fase do estudo sobre as vantagens e as desvantagens da utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos.

### **Vantagens da utilização de recursos tecnológicos no ensino**

De entre as vantagens, são notórias o facto de os recursos tecnológicos trazerem para as aulas “mais dinamismo, o que permite até certo ponto com um único tópico explorar a sistematização dos conceitos matemáticos aliado à economia de tempo na resolução das tarefas matemáticas” (Costa, E2). Igual posição tem o professor Matias ao considerar que os recursos tecnológicos “dão visibilidade e ajudam a solucionar determinados problemas” (E2) A realização de tarefas exploratórias ganha espaço em sala de aula trazendo consigo, segundo apontam os três professores, o aluno para protagonista do processo de ensino e de aprendizagem e o professor

como mediador/orientador das atividades de aprendizagem, tal como defende o professor José: “Tira-se proveito da tecnologia para melhorar a interação” (E2).

O dinamismo da visualização e alternância entre a resolução gráfica e a analítica desprovida da apresentação de algoritmos de resolução obriga os alunos a um “domínio significativo dos conceitos matemáticos para melhor interpretação da resolução das tarefas matemáticas” (Costa, E2).

A prática mostra-nos que uma aula com utilização de tecnologia para além de despertar a atenção do aluno pelo efeito visualizador de imagens, gráficos e até mesmo animação pelo dinamismo proporcionado pelo recurso, pode também garantir um acréscimo no rendimento quer do professor como do aluno em termos de produtividade, “facilitando a aprendizagem” (Matias, E2)

A construção do conhecimento com base na utilização dos recursos tecnológicos é um facto, pois o aluno pode participar mais na resolução das tarefas, questionando e conjeturando para buscar consensos e chegar a conclusões, como, por exemplo, exemplifica o professor Matias: “Criando oportunidades de indagação sobre os conteúdos, conjeturar e interagir com os pares” (E2). Opinião similar é manifestada por Costa, para quem “os recursos tecnológicos faz emergir a metodologia de trabalho em grupo que promove a interação entre o professor e os alunos e entre alunos, com reflexo direto na melhoria da comunicação” (E2). O trabalho em pares acontece e o desenvolvimento da autonomia se efetiva se assim o professor achar que tais fatores são benéficos para a aprendizagem do aluno.

A utilização de recursos tecnológicos serve de elemento impulsionador para a adequação da mesma ao currículo, provocando uma mudança pedagógica no contexto de sala de aula. A escola pode tirar proveito desse pressuposto com a possibilidade de selecionar os aplicativos de baixo custo e gizar um projeto pedagógico de inclusão digital. Só assim a partilha de conhecimentos se evidencia e o cooperativismo se instala como prática, tal como defende o professor Costa: “com os colegas vou procurar trabalhar em projetos que nos possam ajudar na descoberta de outros recursos e promover a utilização em sala de aula” (E2). A participação de professores em práticas com recursos tecnológicos pode constituir-se numa oportunidade de formação contínua, desenvolvendo-a em termos pessoais e profissionais para “melhorar as minhas habilidades na utilização [por exemplo] da calculadora gráfica” (Costa, E2).

O domínio das tecnologias pode constituir-se numa ferramenta pedagógica para melhoria da comunicação entre pares e com os alunos, tornando possível “a troca de informação, assim como

a distribuição de tarefas matemáticas” (José, E2), também “acabo aprendendo mais no que tange a competência tecnológica” (José, E2).

É preciso também que ao integrar esses recursos em sala de aula, as atividades a realizar tenham algum significado do ponto de vista da aprendizagem, da praticidade no acesso, domínio e partilha de conhecimentos, tal como afirmam os professores:

“saber utilizar a tecnologia torna-se o primeiro passo para a aprendizagem significativa” (José, E2);

“muda a minha forma de trabalhar e a maneira como tenho abordado determinados conteúdos” (Costa, E2).

“passarei dos tradicionais métodos de ensino para os mais modernos com uma abordagem mais criativa e mais participativa” (Matias, E2)

A evolução rápida da tecnologia e a inexistência na grelha curricular da formação inicial de professores de cadeiras com pendor tecnológico dificultam o acompanhamento e influenciam a integração de recursos tecnológicos nas opções da metodologia de ensino.

### **Desvantagens da utilização de recursos tecnológicos no ensino**

No que concerne às desvantagens, uma delas é o facto de o professor ser obrigado a renascer, tornar-se um investigador do potencial das tecnologias para melhor as dominar e utilizar nas suas práticas quotidianas, alterando assim o seu fazer pedagógico. Tal perspetiva é partilhada pelos três professores a par da falta de formação que nem sempre é a mais adequada para a integração de recursos tecnológicos nas suas estratégias de ensino.

Não menos importante destaca-se o facto de que para além de “mal apetrechadas” (Matias, E2) e da “escassez de recursos disponíveis” (Costa, E2), na maior parte das vezes, as dimensões das salas de aula, na generalidade, não têm capacidade para acolher turmas numerosas e acabam influenciando as estratégias a adotar pelos professores. As poucas salas que existem com recursos tecnológicos não têm condições de permitir que o maior número de alunos possível possa explorar os recursos tecnológicos nas suas atividades de aprendizagem.

A multiplicidade de tarefas a realizar com auxílio de recursos tecnológicos torna imprevisível a abordagem do aluno e cria maior responsabilidade ao professor no que concerne à gestão das atividades dos alunos, obrigando a um acompanhamento eficaz na resolução das mesmas. Por exemplo, o professor Costa dá a entender que uma utilização menos adequada desses recursos

faz com que nem sempre os alunos explicitem “os seus raciocínios e se esqueçam de como se trabalha com os algoritmos” (Costa, E2).

É imperioso, dado o poder atraente desses recursos, que se estabeleçam regras de utilização em sala de aula para que se evitem transtornos no que diz respeito à atividade orientada pelo professor e à preferida pelo aluno. As instituições de ensino e os professores devem trabalhar no sentido de fazer ver aos alunos que a vasta gama de informação que atualmente se tem acesso faz com que os manuais escolares não adquiram um lugar de exclusividade nas opções de ensino e de aprendizagem. O lugar de destaque que os três professores dão ao manual escolar deve-se ao seu desconhecimento de como utilizar outros recursos para além do manual escolar que está demasiado instituído nas suas práticas profissionais.

### **Síntese**

Em jeito de síntese, importa invocar aspetos inovadores da prática dos três professores nos momentos em que utilizaram recursos tecnológicos no ensino de conceitos. Atendendo à sequência dessa utilização, essa síntese é organizada em torno de ‘momentos de introdução de conceitos matemáticos com tecnologia’, ‘momentos de sistematização de conceitos matemáticos com tecnologia’ e ‘vantagens e desvantagens da utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos’.

*Momentos de introdução de conceitos matemáticos com tecnologia.* No que concerne ao desenvolvimento das fases didáticas de uma aula, a introdução aparece como o momento mais sensível de todas. É a fase que tende a ser de menor duração de tempo, mas é a que proporciona quer ao professor como aos alunos as condições para que se torne possível o desenvolvimento da aula. Durante a introdução de conceitos matemáticos os três professores procuram assegurar os pré-requisitos necessários que permitam o desenvolvimento da temática em abordagem. A introdução de conceitos matemáticos, dada a sua natureza abstrata e a sua condição de alicerce para a aprendizagem, remete o professor para uma mudança de paradigma no que concerne aos processos pedagógicos passando da pedagogia da transmissão para a pedagogia da construção de conceitos. Ressaltamos aqui, a influência do magistério na formação do professor, pois, o professor é muitas vezes o reflexo dos professores que teve enquanto aluno. No caso dos professores que integraram a 2.<sup>a</sup> fase de investigação constata-se que inicialmente usavam os

recursos tecnológicos numa perspetiva de transmissão de informação, o que ao longo do estudo deu lugar a momentos em que procuraram envolver os alunos nas atividades da sala de aula.

A realidade angolana, fruto do contexto de formação de uma maioria do seu quadro docente, ilustra bem a linearidade relativa dos aspetos comportamentais de professores formados em ambiente de quadro e giz. Esta marca de uma formação inicial desprovida de utilização de recursos tecnológicos remete a necessidade de desenvolver ações práticas no sentido de promover a utilização de recursos tecnológicos nas práticas letivas. A formação inicial dá ao professor o conhecimento básico para o desenvolvimento da sua prática em sala de aula. No atual contexto de desenvolvimento das sociedades, onde se quer cada vez mais que a escola desempenhe melhor o seu papel de inserção do indivíduo, urge gizar ações que levem a uma formação contínua do professor, no sentido de desenvolver capacidades e habilidades que lhe permitam uma melhor interpretação dos problemas do quotidiano no âmbito do seu desenvolvimento profissional. Atualmente, é comum presenciar a utilização de fórmulas na resolução de tarefas matemáticas, sem, no entanto, o professor as demonstrar como as obter, criando nos alunos um sentimento de repulsa com relação à disciplina, remetendo-os à condição de meros reprodutores de informação recolhida em sala de aula.

Assistimos, talvez por influência da trajetória académica de cada um dos professores, que mesmo com a presença de recursos tecnológicos em sala de aula, este momento capital na motivação para a aprendizagem era ainda marcado pela habitual indagação aos alunos sobre a definição dos entes matemáticos elencados para a aula. Desta forma, o que resultava no início de cada uma das aulas era o habitual protagonismo do professor suportado pelo ensino direto em detrimento da construção do conhecimento por parte do aluno.

Aquando da introdução de conceitos matemáticos com recursos tecnológicos os professores recorreram a diferentes tipos de tarefas, com maior evidência para exercícios e problemas. Entre os problemas trabalhados ressalta-se a falta de contextualização e problematização das soluções obtidas. Ao falarmos das debilidades da formação de professores não podemos descartar o contexto em que são formados e em que ensinam. As inadequadas condições em que trabalham, muitas vezes sem o material didático básico, sem servir de pretexto, podem ser obstáculo ao poder criativo do professor. Os problemas ao serviço da introdução de conceitos matemáticos, se forem bem estruturados, para além de facilitar o desenvolvimento exitoso da temática, pode ajudar a construir indivíduos questionadores da sua prática, desenvolvendo a capacidade de pensar,

conjeturar e buscar soluções para os problemas do seu cotidiano. Considerando a aprendizagem de conceitos matemáticos um processo, cabe à escola a criação de pressupostos para que essa aprendizagem se desenvolva desde as classes iniciais do ensino de base.

Constata-se que o tipo de tarefas selecionado pelos três professores reunia mais características das tarefas de estrutura fechada, com destaque para os exercícios. No que concerne à contextualização, todos os exercícios resolvidos eram desprovidos de qualquer relação com o cotidiano dos alunos e, por isso, pouco motivadores. Os interesses dos alunos não foram atendidos, primeiro pela falta de contextualização das tarefas e depois porque, apesar das indagações feitas pelos três professores no início de cada aula, houve inquietações por parte dos alunos que não receberam uma resposta convincente. Por exemplo, na abordagem da posição relativa entre duas retas, o professor Costa não ilustrou a condição suficiente para que duas retas sejam coincidentes. Em alguns momentos da aula, este professor não explorou o erro ou imprecisão na formação de conceitos através da discussão sobre as respostas dos alunos. Exemplo disso verificou-se na noção de plano, que não explorou o dinamismo do recurso tecnológico para melhor ilustrar os aspectos tratados. Com o professor José, também aconteceram situações análogas. Por exemplo, ao lecionar a Hipérbole não tirou proveito do conhecimento que os alunos traziam do estudo da Elipse para evidenciar alguns aspectos conexos. Ilustrou alguns elementos sem, no entanto, argumentar a sua finalidade. O professor Matias, também criou poucos momentos de discussão na apresentação de conceitos. Por vezes, os professores aceitavam as noções que os alunos davam dos conceitos em estudo sem que houvesse uma apreciação ou melhoria por parte deles. O conhecimento prévio de alguns conceitos por parte dos alunos, o nível de domínio de conceitos evidenciado pelos professores, suportados pelo recurso tecnológico utilizado, se bem aproveitado, criaria momentos de discussão e melhor ilustração dos conceitos matemáticos abordados.

Quanto ao domínio dos conceitos matemáticos, o tempo de serviço lecionando no 2.º ciclo, aliado ao nível acadêmico de cada um dos professores, assegurava alguma consistência neste aspecto fundamental da prática pedagógica. O que observamos com alguma frequência nos três professores é que, por não ser ainda uma prática enraizada, a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula fez com que a atividade do professor ficasse prejudicada pela rapidez de execução do recurso tecnológico. Tanto é que aconteceu com os três professores alguns momentos de apreensão, o que fez com que não fossem convenientemente explorados e articulados com os conceitos em estudo. No que diz respeito aos tópicos de Geometria, o professor Costa acabou por

fazer uma análise redutora dos coeficientes lineares e angulares, não obstante as facilidades que o recurso tecnológico oferecia para trabalhar o conceito de ângulo. De igual modo, quando introduziu o conceito de plano a partir da apresentação do polígono, não deixou explícito aos alunos o porquê da definição de plano. O mesmo aconteceu ao fazer menção da bissetriz sem fazer referência às suas propriedades. Situações similares aconteceram com o mesmo professor na abordagem à Elipse. Ao não fazer referência aos elementos fundamentais, como os focos e os vértices, acabou por fazer uma construção sem conexões. Essa sequência de imprecisões aconteceu noutros conceitos. Os professores José e Matias, também cometeram imprecisões na abordagem de conceitos com recurso à tecnologia. Por exemplo, José ao falar da hipérbole, traçou as assintotas, sem que para tal tivesse justificado o porquê das mesmas, tão pouco o seu conceito.

Relativamente aos conceitos de Álgebra, o professor Costa ao se pronunciar sobre matrizes manifestou dificuldade em esboçar a matriz com auxílio do GeoGebra, tendo que recorrer ao Excel para a definição de linhas e colunas da matriz. Para complementar as insuficiências apresentadas, não mencionou as linhas e colunas como elementares na construção do conceito. O professor José, na abordagem das inequações do 1.º grau não explorou convenientemente os princípios de equivalência, o que poderia favorecer a interpretação do conjunto-solução. Os três professores, no desenvolvimento dos demais tópicos, mostraram-se indecisos na opção pela dedução ou indução do conceito em estudo, o que terá sido motivado por falta de alguma habilidade na utilização de recursos tecnológicos.

O domínio dos conceitos matemáticos tem implicação direta do ponto de vista teórico e metodológico na abordagem temática quotidiana, pois permite quebrar a rotina com a realização de tarefas matemáticas costumeiras, desprovidas de contextualização e de problematização. Este facto tem reflexo direto na problematização por parte do professor do exercício para introdução da aula. A transformação do exercício do manual num problema que reflita o quotidiano ou contexto dos alunos pode criar efeitos motivadores na aprendizagem por parte dos alunos. A formação de conceitos é no processo de ensino da Matemática o elemento basilar para compreensão e desmistificação das dificuldades de aprendizagem. Por exemplo, o professor Matias a partir da semi onda de uma senoide poderia analisar, com o recurso tecnológico que utilizou, os zeros da função e os seus valores máximos e mínimos.

O contexto atual das sociedades é influenciado a todos os níveis pelas relações que se estabelecem quer entre indivíduos como entre instituições. Neste particular, em que analisamos o

comportamento de professores em sala de aula, no exercício da atividade docente, não fica isento das vivências dentro e fora das instituições de ensino. A forte presença das tecnologias no cotidiano dos indivíduos obriga-os quase que ao mesmo nível em que elas evoluem, a adaptarem-se à nova realidade. Se no passado o professor tinha no manual e programa da classe os únicos materiais com os quais gizava as suas estratégias para ensinar, hoje com o suporte das tecnologias, se por um lado aumentaram as possibilidades de escolha e seleção de conteúdos e metodologias que melhor se adequem aos mais variados temas, também aumentaram, provavelmente, as dificuldades no que concerne à decisão pela melhor, que melhor responda às diferenças e necessidades reais dos alunos. Na era em que vivemos, os questionamentos que se fazem têm muito a ver não só com a Matemática que se ensina, mas também com a forma como se ensina a Matemática. Não obstante a necessidade premente em cada vez mais se contextualizar o que se ensina, urge pensar-se no fazer Matemática para responder as necessidades do indivíduo e da sociedade.

Se por um lado nos é permitido estabelecer uma analogia entre a importância que têm os alicerces para a segurança de um imóvel e o conceito para a aprendizagem, podemos afirmar que a introdução de conceitos é de capital importância, porquanto, todos os algoritmos e procedimentos que se possam aplicar para dar resposta às mais variadas atividades a desenvolver em sala de aula têm como ponto de partida a interpretação de conceitos. O insucesso observado no ensino e na aprendizagem da Matemática podem ter alguma relação estreita com a forma como são introduzidos os conceitos. Nesta ordem de ideias, podemos afirmar que com a inserção de tecnologias no ensino é possível passar do ensino direto caracterizado pelo protagonismo do professor, com aulas meramente expositivas, onde a transmissão dos conteúdos é a finalidade e o tipo de atividades é a usual resolução de tarefas fechadas para um ensino exploratório com tarefas abertas, que permitem momentos de ação e reflexão, onde o aluno é o protagonista e construtor do seu próprio conhecimento.

As ideias de Ponte (2005) são bem o exemplo de que se queremos alunos críticos, reflexivos, a mudança de paradigma do ensino direto para um ensino exploratório ou investigativo, será a saída para se alterarem as estratégias de atuação dos professores e concomitantemente, passarmos da pedagogia dos objetivos para a pedagogia das competências a desenvolver nos alunos. A comunicação e a autonomia como competências a desenvolver têm nesta mudança, o impulso das competências tecnológicas. As aulas observadas relacionadas com a introdução de conceitos

com recursos tecnológicos mostraram-nos ainda que, apesar de algumas mudanças nas conceções e práticas dos professores, a introdução de conceitos é ainda um aspeto a melhorar.

A multiplicidade de funções disponibilizadas pelo *software* utilizado (GeoGebra) que permitem a resolução dinâmica de tarefas relacionadas com a Álgebra e a Geometria, se bem aproveitadas pelos professores, teriam garantido o impulso à exploração da capacidade dos alunos no que diz respeito à construção do seu próprio conhecimento. Porém, o que se observou em todas as aulas foi uma preocupação constante dos professores no desenvolvimento de habilidades na utilização do GeoGebra e, conseqüentemente, na competência tecnológica para dar resposta aos desafios do presente. Os registos obtidos de cada uma das aulas espelham momentos de mera instrumentalização dos recursos tecnológicos. Após os momentos de introdução de conceitos seguiram-se os de sistematização de conceitos.

*Momentos de sistematização de conceitos matemáticos com tecnologia.* Este momento da observação de aulas ficou marcado pela utilização da calculadora gráfica por parte dos professores. A sistematização de conceitos como momento de capital importância no desenvolvimento de uma aula mostrou evidências de como os professores organizam ou estruturam as suas práticas letivas no intuito da construção do conhecimento. Foram analisadas as metodologias empregues para a construção do conhecimento no âmbito da transformação do aluno como construtor do seu próprio conhecimento. Das aulas observadas, podemos constatar uma atitude meramente instrumental da utilização da calculadora gráfica por parte dos professores. Na aula sobre sistemas de equações lineares, o professor Matias limitou-se a evidenciar as funcionalidades da calculadora gráfica, consubstanciadas no Menu principal, sem que para tal estabelecesse um vínculo com os pré-requisitos necessários para a resolução do referido sistema. No estudo da função quadrática, Matias tornou a mostrar o mesmo comportamento, apesar da abordagem analítica de alguns aspetos importantes. No estabelecimento da ordem ao estruturar a ilustração das funcionalidades, não vinculou os conhecimentos prévios dos alunos à ilustração que fez. Exemplo disso, aconteceu quando solicitou aos alunos a existência de máximos ou mínimos de determinada função, ao não tornar explícito quando é que existe um máximo ou mínimo. O professor José, que, não obstante ter recapitulado alguns conceitos importantes para o estudo da função quadrática, não explorou a função inicial que apresentou para discussão dos elementos abordados. Este facto criou algum desfasamento entre os conceitos e as ilustrações. Evidenciando assim uma abordagem meramente instrumental da tecnologia descurou o foco na aprendizagem. Com o professor Costa, apesar de ter recapitulado

os conceitos para assegurar as condições prévias, não foi coerente na ordenação das ilustrações, o que de certa forma não facilitou a interpretação das visualizações. Exemplo disso foi o incremento de  $x$  que podia ter aproveitado o recurso tecnológico para melhor ilustração.

Em suma, os professores tiveram dificuldades na sistematização dos conceitos com recurso à tecnologia provavelmente pelas competências tecnológicas ainda não adquiridas em função da formação inicial que tiveram, o que os levou a optarem essencialmente por uma abordagem mais técnica da tecnologia relegando para segundo plano o foco na aprendizagem, com reflexo direto na sistematização do que se pretendia.

O ensino da Matemática, dada a exigência da sociedade atual de formar indivíduos capazes de responder à evolução tecnológica em tempo real, deve adaptar-se ao contexto do mundo contemporâneo. A abordagem dinâmica dos conceitos matemáticos para além de permitir melhor exploração das fases didáticas propicia também oportunidades de contextualização e sistematização dos conteúdos. Se no passado o ensino da Geometria era dificultado pela escassez de materiais didáticos, hoje num mesmo recurso podemos dispor de uma 'infinidade' de ferramentas e abordar múltiplos conceitos. A Geometria como disciplina que melhor representa a analogia entre as figuras e as paisagens do quotidiano pode servir para que de forma heurística se estude, por exemplo, as questões de semelhança.

Com os recursos tecnológicos, os professores tiveram a possibilidade de dar aos alunos a visualização dos conceitos estudados, o que favoreceu a sistematização desses conceitos, o que pode ser potenciado com situações problematizadoras e, de maneira indutiva, com a negociação dos significados na construção do conhecimento tendo como base a vivência e experiência dos alunos para uma aprendizagem efetiva e significativa.

Com o acesso às tecnologias, a estruturação dos conteúdos a lecionar ganha um novo impulso, pois, para além do acesso rápido e diversificado à informação, há também a possibilidade de incorporar os pré-requisitos, avaliar a necessidade em incorporá-los ou não, estabelecer uma ordem em que possa ajudar a compreensão criando conexões entre os saberes e assim se conseguir alcançar um melhor desempenho quer do professor como do aluno.

Aliar a matemática que se ensina em sala de aula com a matemática que se aprende no quotidiano dos alunos, procurando contextualizar, é uma das saídas para a sistematização de conceitos. Este processo não tem correspondido às expectativas, porquanto a utilização regular das tecnologias ainda fica aquém do desejado, como exemplificam a utilização dada pelos três professores. Um

dos entraves para que tal aconteça está relacionado com a exiguidade de recursos disponíveis e o número excessivo de alunos por turma, agravados pelo facto das tarefas desenvolvidas em sala de aula não serem motivadoras de tais práticas.

A nossa realidade mostra-nos ainda que a aparente relutância dos professores no que concerne à utilização de tecnologias no seu labor diário tem também relação com o tipo de abordagem a utilizar. A prática é fértil em situações em que os professores têm dificuldades em decidir se o ideal é uma abordagem centrada na tecnologia ou uma abordagem centrada na aprendizagem. O que presenciamos nas observações que realizamos foi a opção pela primeira, onde o foco dos professores foi o desenvolvimento de habilidades no trabalho com recursos tecnológicos.

A sistematização é um facto, quando os professores imbuídos da preocupação em melhorar o seu desempenho e a aprendizagem dos seus alunos têm na tecnologia o suporte para desenvolver uma aprendizagem efetiva, onde o cerne da questão é a forma como os alunos aprendem, ou seja, com uma tecnologia que serve de veículo para facilitar a compreensão dos conteúdos. A realização satisfatória deste processo depende em grande parte da evolução que os alunos apresentam ao longo da sua trajetória académica, sem descurarem o domínio dos conteúdos. Quando a reflexão sobre as nossas práticas enquanto professores, nos permitir transformar o objeto em sujeito na construção do conhecimento, a tecnologia nos ajudará a transformar o meio em que vivemos.

*Vantagens e desvantagens da utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos.* As vantagens da utilização de recursos tecnológicos passam pela promoção de atividades motivadoras da aprendizagem. O tipo de abordagem que permitem vem alterar os posicionamentos do professor e do aluno em relação a partilha e construção do conhecimento. O professor deixa de ser o transmissor e passa a ser o orientador/mediador do processo de ensino-aprendizagem. As desvantagens são o elevado número de alunos por turma que tornam impossível a realização de uma aula com a participação de todos. A inexistência de ações de formação remete o professor para uma atitude de repulsa com relação à integração e utilização de tecnologia em sala de aula.

## **CAPÍTULO 5. CONCLUSÃO**

Quando iniciamos esta investigação tínhamos como propósito saber **como os professores angolanos de matemática do Cuanza-Norte utilizam recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos.**

Chegados ao final deste trabalho, urge retomar esta preocupação que iremos responder recuperando os objetivos específicos formulados e partindo do referencial teórico construído e dos dados empíricos recolhidos.

O contexto atual do ensino em Angola é marcado pela falta de investimentos em infraestruturas e novas tecnologias. Este facto faz com que os alunos comecem a ter contacto com o computador somente no 2.º Ciclo de ensino, onde podemos encontrar em algumas escolas uma sala de informática, o que contrasta com a evolução e integração das novas tecnologias no ensino a nível global. Concorrem para esta situação, para além da escassez de recursos tecnológicos nas escolas, a falta de professores com formação técnica a nível das instituições do Ensino Geral. Nas instituições vocacionadas à formação de cursos técnicos, o problema reside na falta de um programa curricular estruturado pela entidade reitora do ensino. Este vazio, leva os professores a elaborarem o currículo em função de orientações curriculares gerais.

Situação similar é vivida no ensino geral, onde apesar da existência de um programa curricular estruturado com competências a alcançar tanto de forma vertical como horizontalmente, com disciplinas transversais por níveis de ensino, não contemplam nas suas unidades didáticas o ensino com recursos tecnológicos. Para que haja ensino e aprendizagem, é necessário alterar as práticas pedagógicas existentes, elaborando novas práticas sob influência do uso dos recursos tecnológicos.

### **5.1. Caraterizar as perceções de professores angolanos sobre o ensino de conceitos matemáticos**

A realidade do contexto angolano de ensino é sentida em particular no Cuanza-Norte, onde a formação inicial de professores esteve marcada pela ausência de IES onde estes pudessem encontrar suporte para minimizar as debilidades apresentadas. As evidências encontradas nas respostas às entrevistas realizadas na 1.ª fase do estudo, apenas dois professores, entre os 12 consultados, afirmam utilizar recursos tecnológicos nas suas aulas e de forma algo redutora, nomeadamente, para preparar e lecionar algumas aulas ou para confirmar resultados. Estes dois

professores encontram no autodidatismo a maneira de desenvolver a sua formação profissional, melhorando as habilidades na utilização da tecnologia, tendo na prática letiva do quotidiano a oportunidade de promover e consolidar estes conhecimentos. Para contrapor a falta de condições na sala de aula, um dos professores refere que leva os alunos para o laboratório de informática, enquanto o outro professor recorre ao seu computador pessoal, o que acaba por reforçar um ensino mais expositivo em vez de usar a tecnologia para orientar os seus alunos para o domínio e apropriação crítica desses recursos tecnológicos.

*Ensino de conceitos matemáticos.* O ensino de conceitos na abordagem de qualquer conteúdo é uma atividade que tem repercussão no (in)sucesso dos processos de aprendizagem (Camargo, 2013; Silva, 2013b). Neste particular, os professores afirmam que a maior dificuldade dos alunos está em aprender conceitos algébricos, e que pela mesma razão são os conceitos onde também têm mais dificuldades para ensinar. O professor José partilha desta opinião. Os outros dois, Matias e Costa, afirmam que nos conceitos geométricos os alunos também encontram dificuldades, tanto no ensino como na aprendizagem, e como consequência, os conceitos trigonométricos.

A apropriação ou interiorização de conceitos é o primeiro passo para o saber fazer matemática (Ponte, 2005; Souza, 2014). A natureza dos conceitos matemáticos e a forma como são abordados têm sido os obstáculos para a aprendizagem efetiva de qualquer conteúdo (Cruz et al., 2016, 2017, 2018a). A persistência na utilização de tarefas rotineiras e descontextualizadas são aspetos a melhorar nas práticas pedagógicas de grande parte dos professores (Ponte, 2005). Esta pedagogia centrada na transmissão leva o aluno a condição de agente passivo, quando o que se pretende no atual contexto é que sejam sujeitos dinâmicos na construção do seu próprio conhecimento (Azenha, 2008; Fosnot, 1996; Fradão, 2006; Jonassen, 1999).

No que se relaciona ao ensino de conceitos matemáticos, as opiniões dos professores divergem. Enquanto uns apresentam dificuldades no domínio e lecionação de conceitos geométricos, o que se reflete na aprendizagem da trigonometria, outros referem-se aos conceitos algébricos. A planificação como atividade fundamental nos marcos da prática pedagógica conhece opiniões e preocupações diferentes. Uns privilegiam a metodologia a aplicar na aula, outros a contextualização dos conteúdos, enquanto as situações-problema e os pré-requisitos merecem a atenção de outros professores. Em termos de práticas fora da sala de aula, não existe partilha de experiências, pois, até mesmo para a planificação de aulas como atividade instituída para ser

realizada no coletivo, a decisão pessoal prevalece, continuando a ser realizada de forma individual com modelos de planos de aula por uniformizar.

*Planificação de aulas.* No que se relaciona a esta atividade, as práticas diferem, a maioria prima por focar-se na metodologia a aplicar na aula, como são os casos de Matias e Costa. Há quem tem na contextualização dos conteúdos o destaque da sua preparação. José vê nas situações problema o aspeto primordial. Como sabemos, a planificação de aulas é a atividade onde os professores traçam a nível micro dos processos de ensino e de aprendizagem as opções para a aprendizagem que se pretende, contando para tal, com um plano alternativo para os momentos menos bons da aula, onde os alunos manifestem alguma dificuldade na interiorização de conceitos (Bitner & Bitner, 2002; Jorge et al., 2015; Rocha, 2012). Na planificação é elencada a metodologia a aplicar e o tipo de tarefas a realizar. A planificação funciona como a bússola orientadora da atividade do professor e, conseqüentemente, do aluno (Viseu, 2008). Apesar da orientação institucional de que os professores devem ter um espaço único e um horário pré-estabelecido para a realização desta atividade, a primazia recai para a planificação individual, o que faz com que haja algum desfasamento em termos de conteúdos e de planos de aula. O que se reflete diretamente na falta de partilha de conhecimentos.

*Prática letiva.* É onde o comportamento dos professores apresenta mais semelhanças, a maioria dos professores entrevistados, tal como Matias, José e Costa, têm na introdução de um novo tópico a preocupação em assegurar que os alunos estejam em condições de participar na aula e alcançar uma aprendizagem efetiva dos conceitos matemáticos. Outros privilegiam as situações-problema. Esta opção permite a contextualização dos saberes que é uma das recomendações do contexto atual do ensino (Ministério da Educação, 2001; NCTM, 2008). Através de situações-problema o professor procura aliar a Matemática que se ensina à Matemática que se pretende aprender, o que tende a promover a motivação do aluno (Gil, 2007; Noordin et al., 2011).

*Prática profissional.* Considerada por muitos como um processo, pois ela é o reflexo daquilo que cada um concebe em determinado momento da sua trajetória enquanto profissional. Neste particular, os 12 professores reconhecem que fica aquém do perspectivado. Porquanto, no exercício da profissão a necessidade de partilha de experiências é tão sentida quanto a necessidade de formação. Através da partilha se pode promover a profissionalização docente (Thomas & Lin, 2013; Viseu & Morgado, 2018), desta forma se evitam os planos e conteúdos desajustados.

## **5.2. Caraterizar as percepções de professores angolanos sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos**

Os professores consultados reconhecem a mais valia do uso de recursos tecnológicos nos processos de ensino e aprendizagem. No entanto, apenas dois professores dos 12 inquiridos na 1.ª fase do estudo afirmaram usar recursos tecnológicos com alguma regularidade em sala de aula, tendo em consideração o tópico a abordar. Apesar da falta de condições ideais para tal prática, nomeadamente a falta de Internet e de computadores, existem professores com algum domínio técnico, contudo não utilizam recursos tecnológicos nas suas práticas letivas alegando dificuldades na gestão do tempo de sala de aula, pois têm que ir para a sala de informática. Outros professores reconhecem uma certa inabilidade e até desconhecimento da existência de *softwares* livres que permitem trabalhar em ambiente *offline*.

*Uso de recursos tecnológicos no ensino.* O ensino da Matemática a nível global, pela perspetiva de vários autores, é marcado por um elevado índice de insucesso (Harlow et al., 2011; Lucas & Mladenovic, 2007; Meyer & Land, 2006). Alguns alegam que é por falta de contextualização, outros dizem que se trata de uma disciplina com tarefas muito difíceis de concretizar, e há ainda quem advogue que é pelo modo como é ensinada, com tarefas rotineiras de cálculo (Ponte, 2005). O professor Costa usa recursos tecnológicos para preparar e lecionar algumas aulas em função do tópico a abordar. José e Matias usam somente para confirmar resultados. A falta de motivação para a aprendizagem da Matemática encontra na integração e utilização de recursos tecnológicos o impulso necessário por tratar-se muitas vezes de recursos utilizados no quotidiano dos alunos, o que tem impacto na aprendizagem de conceitos pela possibilidade que oferecem de visualização (Cruz et al., 2016, 2017; Hoyles, 2016).

*Implicações.* José e alguns professores afirmaram que o uso de recursos tecnológicos implica alterações no currículo, pois, para além da flexibilização que exige, a sua integração na sala de aula influencia positiva ou negativamente na gestão do tempo de aula, aspeto muito relacionado com a habilidade do professor e com as condições da sala de aula. Costa e Matias, e alguns dos restantes professores, referem que não implicam alterações, porque tem muito a ver com a experiência do professor na utilização do recurso. Reconhecem também, que facilita o trabalho do professor com um número elevado de alunos, o que repercute na boa gestão do tempo de aula. Tais perspetivas também são referidas pelos professores do estudo realizado por Brown (2017).

*Importância.* Costa, José e Matias, e todos os outros professores, reconhecem ser uma mais-valia a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos. Para além das razões invocadas, implicam o aluno na aprendizagem, por permitir melhor visualização dos conceitos matemáticos (Camargo, 2013; Morais, 2003; Rocha, 2012; Viseu & Fernandes, 2017). Outros acrescem ainda outras razões como a possibilidade do estudo a distância.

*Papel do professor e do aluno.* As evidências da prática letiva de Costa, José e Matias e as perceções sobre a prática dos restantes professores refletem a valorização da atividade dos intervenientes no processo educativo, com maior realce para a do professor. Em particular, a atividade do aluno também é considerada, indiciando esforços de o envolver, o quanto possível, na construção do seu conhecimento. O papel do professor é de ajudar e encorajar os alunos a explorar o conteúdo e a não ter receio de fazer perguntas e de errar. Funciona, também, como um orientador que ajuda os alunos a explorar os temas com maior profundidade (Lencastre, 2009, 2017; Lencastre & Araújo, 2007; Ponte, 2005).

*Relação entre professores.* Costa, José e Matias partilham da opinião dos restantes professores sobre o comportamento manifestado no incumprimento das orientações institucionais, como a planificação como atividade coletiva que é realizada a nível individual, o que faz com que a partilha de experiências não aconteça. A utilização de recursos tecnológicos vem distanciar ainda mais os professores, porque a diferença de conhecimento, que deveria ser um fator de aproximação, é na realidade um fator de incomunicação. Aqueles professores que não sabem utilizar a tecnologia com os seus alunos, são aqueles que não se aproximam, porque têm receio em mostrar algumas debilidades aos seus pares (Davis et al., 1989; Ferreira & Queiroz, 2015; Nobre et al., 2011).

*Relação professor-aluno e aluno-aluno.* Os professores, sobretudo Costa, José e Matias, alegam que a utilização de recursos tecnológicos faz com que os alunos se tornem mais participativos, mais comunicativos, o que tende a promover práticas de ensino que atenda o que os alunos dizem e fazem nas atividades que se desenvolvem na sala de aula (Viseu, 2008). Num processo centrado na aprendizagem, as tecnologias vêm impulsionar a metodologia de trabalho em grupo, onde a partilha de experiências faz com que se desenvolvam competências na utilização desses recursos e favorecer a capacidade de comunicação entre os intervenientes na sala de aula (Gil & Farinha, 2014).

*Condições da escola.* A maioria dos professores referiu que as condições das suas escolas não são adequadas para a integração da tecnologia nas suas estratégias de ensino, a começar pela

exiguidade em termos de espaços, recursos tecnológicos disponíveis, o que tem constituído um obstáculo à realização de boas práticas. Tal posição é secundada por José e Matias. Opinião contrária tem Costa, que advoga que mesmo sem as condições pretendidas, sempre que possível recorre aos recursos tecnológicos para ensinar conceitos matemáticos.

### **5.3. Averiguar como os professores angolanos de matemática usam recursos tecnológicos para ensinar os conceitos matemáticos**

Perante o desafio de utilizar recursos tecnológicos na sua prática pedagógica, os professores que constituem o estudo de caso integraram alguns desses recursos nas suas estratégias de ensino em momentos de introdução e de sistematização de conceitos matemáticos. Nos momentos de introdução recorreram ao GeoGebra, enquanto nos momentos de sistematização utilizaram a calculadora gráfica. A razão da utilização destes dois recursos deveu-se ao estímulo de usarem diferentes recursos tecnológicos na sua prática.

Independentemente do recurso tecnológico que foi utilizado, a sua exploração não libertou o hábito dos professores de apresentar a informação sobre conteúdos matemáticos em detrimento de rentabilizar essa exploração em prol da indagação aos alunos sobre os seus conhecimentos prévios como ponto de partida para a construção do conhecimento que se procurava institucionalizar. Ao veicular determinada informação matemática, apesar das diferenças que caracterizam cada um dos professores, o modo como recorriam aos recursos tecnológicos não é distinto, orientando a sua ação através da informação e perguntas de grau de desafio reduzido, maioritariamente para ilustrar situações que contemplavam os atributos essenciais dos conceitos em estudo.

Os professores consideram que os recursos tecnológicos influenciaram a sua prática pedagógica, o que se traduz numa maior dinamização das atividades de sala de aula do que nas aulas em que não utilizam tais recursos. Consideram que os recursos tecnológicos facilitam a atividade do professor, permitindo uma abordagem menos expositiva, o que faz dos alunos participes na construção do conhecimento. O que acontece é que a forma como utilizaram os recursos tecnológicos evidencia uma maior preocupação instrumental do que conceptual, o que tende a dever-se à falta de formação e à in experiência de integrarem tais recursos nas suas estratégias de ensino (Consciência, 2013). De modo a darem resposta às exigências da sociedade atual, o professor não pode escurar-se nesses imperativos, recorrendo a dinâmicas de trabalho com

colegas ou à partilha de experiências através da Web sobre a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos (Coutinho, 2009; Coutinho & Alves, 2010; Lencastre, 2009; Monteiro et al., 2012; Sharples et al., 2014; White & Cornu, 2011). O que fizeram neste estudo leva a crer que, em conjunto com os seus pares, os professores revelam capacidade de desenvolver competências de como tirar partido dos recursos tecnológicos em benefício da aprendizagem dos seus alunos. Com um maior domínio de conhecimento tecnológico, os professores podem promover o seu conhecimento didático, como, por exemplo, ao nível do tipo de tarefas que selecionam para as suas aulas, de perguntas que formulam aos alunos, de estratégias que implementam nas suas aulas e a forma como geram as respostas dos alunos (Rocha, 2012; Viseu, 2008).

Relativamente aos professores que constituíram o estudo de caso constata-se que recorreram a estratégias de ensino direto, em que o professor assumiu o papel predominante na exposição dos conteúdos matemáticos (Ponte, 2015). Tal significa que a mera utilização da tecnologia não significa que haja alteração de estratégias de ensino. Para que isso aconteça, o professor de matemática tem à sua disposição estratégias de ensino exploratório, em que os recursos tecnológicos surgem na resolução de tarefas com características que impelem os alunos a conjecturar, a discutir procedimentos, conceitos e resultados e a provar os resultados obtidos.

As formas de comunicação que os professores dinamizaram com os seus alunos aquando a utilização de recursos tecnológicos inserem-se sobretudo na comunicação unidirecional, centrada na autoridade do professor, e, por vezes, contributiva, onde o aluno era convidado a participar (Viseu, 2008). Perante a exploração de situações particulares, os professores questionavam os alunos com perguntas de complemento. Este aspeto foi atenuado à medida que ganhavam experiência com a utilização de recursos tecnológicos, verificando-se a preocupação de direcionar algumas perguntas dos alunos à turma e de envolver os alunos a apresentarem a definição de conceitos que estavam a ser estudados, embora se verifique que as definições nem sempre resultavam da exploração dos recursos tecnológicos. Em alguns momentos, os professores deviam ser mais questionadores das definições que os alunos apresentavam à turma, ou através da ilustração de exemplos/contraexemplos desses conceitos com recurso à tecnologia ou através das considerações de outros alunos.

A utilização dos recursos tecnológicos faz emergir a conexão entre diferentes representações dos conceitos em estudo, com maior prevalência para a simbólica e a gráfica (Consciência, 2013;

Rocha, 2012). Na tradução da representação gráfica os professores manifestam capacidade de tirar partido da dimensão dinâmica dos recursos tecnológicos, como, por exemplo, alterar os valores de parâmetros de termos de expressões que representam funções (ou cónicas) e averiguar o seu efeito na representação gráfica, o que potencia a formação do conceito imagem dos conceitos em estudo. Nessa conexão, a utilização dos recursos tecnológicos favorece a exploração dos aspetos essenciais e não essenciais da formação dos conceitos como estratégia de envolver os alunos na sua definição, como, por exemplo, acontece com a representação da bissetriz dos quadrantes ímpares, onde a noção do lugar geométrico que expressa não foi devidamente evidenciada.

Na formação dos conceitos matemáticos em estudo, os professores partiram da definição para a ilustração de casos particulares, em detrimento de um processo indutivo, em que a análise de situações particulares que reúnam os aspetos essenciais dos conceitos possam proporcionar oportunidade de os alunos estabelecerem essas definições.

Na perspetiva dos professores, a visualização do conceito imagem dos conteúdos motiva e melhora a aprendizagem dos alunos, visto que numa mesma tarefa matemática puderam formular mais questões e ilustrar múltiplas formas de interpretar do que nas aulas em que não usam recursos tecnológicos. Desta forma, abre-se espaço para conjecturar e refletir sobre os resultados obtidos (Ponte, 2005). Em função da disponibilidade de recursos tecnológicos e do número de alunos, o professor determina a metodologia de trabalho a aplicar em sala de aula.

Em jeito de conclusão, a ênfase que os professores dão a aspetos técnicos dos recursos tecnológicos que utilizam, que servem de orientação para os alunos, deve dar lugar a momentos de divergência de respostas, de discussão e de desafio intelectual na resolução de tarefas de natureza exploratória e que contextualizem situações dos interesses e da realidade dos alunos.

#### **5.4. Identificar vantagens e desvantagens na utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos.**

Paralelamente aos benefícios da utilização de recursos tecnológicos em sala de aula, são apontados quase que na mesma proporção algumas situações menos boas.

*Vantagens.* Parece-nos claro que não é benéfico que um aluno se sente na sala de aula apenas para ouvir o professor, sendo importante que os alunos sejam estimulados a arriscar na sua aprendizagem e não tenham medo de errar (Sharples et al., 2014). Os alunos precisam de se

envolver com o conteúdo, trabalhar juntos e refletir, tirando as suas próprias conclusões sobre o que estão a aprender. Assim, as vantagens da utilização de recursos tecnológicos são evidentes na motivação acrescida que se consegue com a participação ativa do aluno na aula, a diminuição dos momentos de exposição por parte do professor, que deixa de ser a fonte primária de informação, mas um orientador que ajuda o aluno a explorar os conteúdos com maior profundidade, ajudando a aprender como descobrir informações ao invés de apenas ensinar (Cox & Graham, 2009; Harris & Hofer, 2009; Koehler & Mishra, 2009; Koehler, Mishra & Cain, 2013; Niess, 2008; Williams et al., 2010). Juntamente, a visualização dinâmica dos conteúdos encoraja os alunos a explorá-los e a não ter receio de errar e de fazer perguntas, o que facilitam a construção do conhecimento e a sua partilha.

*Desvantagens.* Simultaneamente, algumas desvantagens são apontadas. Acrescido à falta de condições nas salas de aula ou de informática, o elevado número de alunos por turma constrange a realização de uma aula em que prevalece a participação. A falta de condições não permite o acesso e utilização por todos os alunos, o que faz com que no momento em que o professor assume o seu uso não consiga tirar o maior proveito dos recursos tecnológicos e promover uma abordagem centrada na aprendizagem ativa do aluno com a finalidade de se alcançar uma aprendizagem efetiva e significativa dos conceitos matemáticos (Bitner & Bitner, 2002; Davis et al., 1989; Drjvers et al., 2010; Oliver et al., 2010).

Por outro lado, a falta de formação técnica dos professores para usarem tecnologia é um fator crítico, e a inexistência de ações de formação remetem o professor para uma atitude de desconforto em relação ao uso mais regular de tecnologia em sala de aula. A falta de formação por parte dos professores faz com que no momento de introdução e sistematização de conceitos não consigam tirar o maior proveito dos recursos tecnológicos e promover uma abordagem centrada na aprendizagem do aluno com a finalidade de se alcançar uma aprendizagem efetiva e significativa dos conceitos matemáticos.

## **5.5. Reflexão final**

Em termos pessoais estamos convencidos que apenas demos os primeiros passos numa temática que justifica muito mais investigação. Como vimos, a tecnologia tem o potencial para motivar os alunos a assumir a responsabilidade da sua própria aprendizagem da matemática. Os recursos tecnológicos também podem ser usados para dar aos alunos novas formas de visualizar os

conceitos e problemas matemáticos de maneira mais dinâmica. A tendência atual é, sem margem para dúvidas, uma clara aposta em atividades sócio construtivistas, apoiando abordagens colaborativas, na resolução de situações problema e baseadas em questionamentos. As tecnologias têm o potencial de abrir novos caminhos para os alunos construírem e compreenderem o conhecimento e novas abordagens para a resolução de problemas. Isto exige, no entanto, uma mudança na abordagem pedagógica em termos de envolvimento dos alunos nas atividades de aprendizagem, o que, por sua vez, requer apoio dos professores. Em Angola, estes, muitas vezes, tendem a estar entregues à sua própria sorte. Daí que muitos recursos tecnológicos interessantes e possibilidades de inovação com tecnologia permaneçam na periferia da prática e não entram na sala de aula. Tendo como referência os professores do nosso estudo, embora a maioria dos alunos e os professores usem as tecnologias digitais no seu dia a dia, com menos frequência é usada num contexto educativo. Como alguns dos autores estudados referem, a tecnologia é (ainda) mais usada para simplesmente melhorar a prática tradicional (Ainley et al., 2011; Hyde & Jones, 2013). Existe o potencial para o uso transformador da tecnologia integrada de forma estruturada e com um apoio sustentável aos professores, para ter um impacto significativo e positivo nos processos de ensino e de aprendizagem. No entanto, de acordo com o nosso estudo, isso ainda está longe de ser conseguido com os professores que participaram no estudo.

É a aptidão e atitude do professor que determina a eficácia da integração da tecnologia no currículo, pois a mudança educativa depende do que o professor pensa e faz. Antes que a tecnologia possa efetuar quaisquer mudanças na sala de aula, o professor, enquanto responsável pelo processo educativo, tem que a considerar, tem que aprender a usar a tecnologia, tem que acreditar que a utilização da tecnologia pode facilitar o ensino e a aprendizagem, e deve permitir que ela mude o paradigma de ensino. Esta não é uma tarefa fácil porque a mudança pode ser intimidante e assustadora, além de que os professores não têm muitas vezes bons modelos para reproduzir sobre a integração efetiva da tecnologia no currículo (Bitner & Bitner, 2002). Em Angola, acresce a necessidade de uma formação dos professores angolanos quando se assume que seu conhecimento de informática não está a um nível padrão desejável. Primeiro, para usar tecnologia o professor precisa ter um conhecimento prático do uso da tecnologia. Uma vez que essas capacidades tenham sido desenvolvidas, os professores estão prontos para começar a procurar formas de integrar a tecnologia no seu currículo e usá-los com os seus alunos. Assim, a formação deve fornecer aos professores o conhecimento dos modelos pedagógicos para o (bom) uso da

tecnologia. Os professores precisam ter uma compreensão dos modelos e de como os operacionalizar. Os professores precisam estar cientes dos diferentes tipos de modelos que podem ser usados em função dos objetivos de aprendizagem e dos públicos-alvo. Isso irá fornecer-lhes uma base para começar a escolher qual a melhor abordagem pedagógica que melhor atende às necessidades dos seus alunos. A aprendizagem deve ser o ímpeto que impulsiona o uso da tecnologia na escola. O seu uso pode permitir que professores e alunos se tornem parceiros no processo de aprendizagem. A integração da tecnologia necessariamente altera o tradicional paradigma do professor provedor de conhecimento e o aluno absorvendo conhecimento. O conhecimento necessário para o amanhã os empregos mudarão antes que muitos dos alunos de hoje entrem no mercado de trabalho. Estudantes hoje deve aprender a pesquisar e descobrir conhecimento, comunicar ativamente com os outros, e resolver problemas para que eles possam se tornar produtivos membros da sociedade. Um clima deve ser criado para permitir que os professores experimentem sem medo de falhar. O fracasso não é bem aceito na sociedade atual. Contudo, se os computadores são usados para produtividade pessoal porque não usar com os alunos sem medo de falhar (Bitner & Bitner, 2002).

O uso dos recursos tecnológicos na educação matemática tem a capacidade de abordar muitos dos problemas aqui nomeados, abrindo diversos caminhos para os alunos construírem e se envolverem com conhecimento matemático, incorporando o assunto em contextos autênticos (Drijvers, Mariotti, Olive & Sacristão, 2010; Olive, Makar, Hoyos, Kor, Kosheleva & Straßer, 2010).

## **5.6. Limitações do estudo e perspectivas para investigações futuras**

Não sendo propriamente ao nível das conclusões o principal mérito do presente estudo, acreditamos que poderá ser um contributo importante sobre esta problemática, particularmente pela autenticidade que conseguimos obter da forma como os professores de Matemática de escolas angolanas do Cuanza-Norte usam os recursos tecnológicos na sala de aula. Usando os dados por nós obtidos, outros investigadores podem desenhar novos estudos para resolver alguns dos problemas que identificamos.

É importante refletir na formação de professores sobre o que implica integrar a tecnologia em modelos didáticos originalmente concebidos sem essas mesmas tecnologias e em práticas também muito distantes dos modelos que enfatizam a ação do aluno na sua própria aprendizagem. Por essa razão, aí poderá residir uma importante base de trabalho para

investigações futuras, nomeadamente, no desenvolvimento de estudos semelhantes que possam robustecer a investigação nesta área em Angola.

Em relação às limitações da investigação realizada, consideramos que se o número de professores entrevistados fosse maior, teria seguramente robustecido o estudo e daria uma ideia mais segura de como os professores angolanos de Matemática do Cuanza-Norte utilizam recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos. Assim, não poderemos nunca extrapolar resultados para uma visão mais alargada do processo, embora muito do que fizemos possa ser transferível e replicado em outros contextos, quer seja em Angola ou não.

Como já referimos, o sucesso do trabalho pedagógico apoiado por tecnologia depende de inúmeros fatores, sendo o principal deles a aceitação pelo professor da mais-valia da própria tecnologia. Seria, assim, interessante aprofundar em trabalhos futuros as razões que inibem ou facilitam a 'aceitação da tecnologia' pelos professores, aprofundando as motivações intrínsecas e as motivações extrínsecas, nomeadamente em escolas angolanas que estão bem equipadas com computadores. Também, compreender as motivações subjacentes para a aceitação dos professores de um ambiente de aprendizagem baseado na Internet. Mais uma vez reforçamos: a ansiedade e preocupação que os professores têm sobre a mudança necessárias não podem nem devem ser menosprezadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abreu, A. (2013). *O ensino e a aprendizagem de geometria com recurso a materiais manipuláveis: uma experiência com alunos do 9.º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Adams, A., Rogers, Y., Coughlan, T., Van-der-Linden, J., Clough, G., Martin, E., & Collins, T. (2013). Teenager needs in technology enhanced learning. *Workshop on methods of working with teenagers in interaction design, CHI 2013*. Paris: CHI.
- Agostinho, C. (2012). *Práticas de integração das tecnologias no ensino da Matemática, O caso dos professores do ensino secundário do Seixal*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Ainley, J., Button, T., Clark-Wilson, A., Hewson, S., Johnston-Wilder, S., Martin, D., & Sutherland, R. (2011). *Digital technologies and mathematics education*. Acedido de [https://www.ncetm.org.uk/files/9793653/JMC\\_Digital\\_Technologies\\_Report\\_2011.pdf](https://www.ncetm.org.uk/files/9793653/JMC_Digital_Technologies_Report_2011.pdf).
- Alarcão, I. (2006). *Nós, professores, e a nossa envolvente sócio-político-cultural*. Setúbal: PROFMAT.
- Almeida, L., & Freire, T. (2007). *Metodologia da investigação em Psicologia e educação* (4ª ed.). Braga: Psiquilibrios.
- Almeida, M. E., Dias, P., & Silva, B. D. (Org.) (2013). *Cenários de inovação para a educação na sociedade digital*. São Paulo: Edições Loyola.
- Almeida, L. S. (2015). *A contextualização do saber na formação inicial dos professores de Matemática*. Tese de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Almeida, A., & Oliveira, H. (2009). O processo de génese instrumental e a calculadora gráfica na aprendizagem de funções no 11º ano. *Quadrante*, 19 (1-2), 87-118.
- Altoé, A., & Fugimoto, S. (2009). *Computador na Educação e os Desafios Educacionais*. In *IX Congresso Nacional de Educação - EDUCERE / III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia*, (pp. 163-175). PUCPR.
- Augusto, G. (2016). *Do tradicional ao digital o uso das tecnologias como meio de aprendizagem*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Azenha, M. G. (2008). *Construtivismo: De Piaget à Emília Ferreiro*. São Paulo: Ática.
- Bardin, L. (1979). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Baylor, A. L., & Ritchie, D. (2002). What factors facilitate teacher's skill, teacher morale and perceived student learning in technology-using classrooms? *Computers & Education*, 39 (4), 395-414.
- Becker, J. (2000). Findings from the teaching, learning, and computing survey: Is Larry Cuban right? *Center for Research on Information Technology and Organizations*.
- BECTA - British Educational Communications and Technology Agency (2007). The impact of ICT in schools – a landscape review. In *ResourceLibrary*. Acedido de <http://www.becta.org.uk/>
- Bitner, N., & Bitner, J. (2002). Integrating Technology into the Classroom: Eight Keys to Success. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(1), 95-100.

- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico, Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bray, A., & Tangney, B. (2017). Technology usage in mathematics education research - A systematic review of recent trends. *Computers & Education*, 114, 255-273.
- Bragado, L. M. C. (2012). *Investigar o conhecimento pelos professores da Escola Básica de Rio Tinto n.º 2 das ferramentas Web 2.0 e a sua utilização na prática letiva*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Brito, G., & Purificação, I. (2011). *Educação e Novas tecnologias: um repensar* (3ª ed). Curitiba: ibpex.
- Brown, J. (2017). Teachers' perspectives of changes in their practice during a technology in mathematics education research project, *Teaching and Teacher Education*. Vol. 64, May, 52-65.
- Buabeng-Andoh, C. (2012). Factors influencing teachers' adoption and integration of information and communication technology into teaching: A review of the literature. *International Journal of Education and Development using Information and Communication Technology, (IJEDICT)*, Vol. 8, Issue 1, 136-155.
- Drijvers, P., Mariotti, M. A., Olive, J., & Sacristan, A. I. (2010). Introduction to section 2. In C. Hoyles, & J. B. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology - rethinking the Terrain: The 17th ICMI Study* (Vol. 13, pp. 81-88). London: Springer.
- Buckingham (2010). *Cultura Digital, educação Midiática e o lugar da escolarização*. Acedido de <http://www.redalyc>.
- Caldas, M. C. (2011). *A integração curricular das TIC: estudo de caso tomando como exemplo a Geometria no Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Camargo, J. M. (2013). *A aprendizagem de conceitos matemáticos através do uso das TIC na introdução do estudo de gráficos de funções do 1º grau*. Dissertação de Mestrado. Porto Alegre: Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Campos, S. G. (2014). *A calculadora gráfica na promoção da escrita matemática na aprendizagem de modelos contínuos não lineares: um estudo com alunos do 11.º ano de Matemática B*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Canário, M. F. (2011). *Modelação e utilização das tecnologias no estudo da função afim: um estudo de caso*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Canavaro, A. (2009). O Pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 16(2), 81-118.
- Canavaro, A. P. (2011). *Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios*. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Cancela, J. M. (2012). *O papel das TIC no desenvolvimento das competências transversais dos alunos*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.

- Canavarro, A. P., & Ponte, J. P. (2005). O papel do professor no currículo de Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o currículo* (pp. 63-90). Lisboa: APM.
- Capa, R. M. (2015). *A aprendizagem de tópicos da circunferência com recurso ao GeoGebra: uma experiência com alunos do 9º ano de escolaridade*, Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Cardoso, E. M. R. (2013). *A utilização das TICE/Computador numa escola do 1.º Ciclo do Ensino Básico*, Dissertação de Mestrado. Castelo Branco: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Castelo Branco.
- Carneiro, R. F., & Passos, C. L. (2006). *Formação inicial e tecnologias da informação e comunicação: Implicações na prática docente de professores de matemática em início de carreira*. Belo Horizonte: EBRAPEM.
- Carvalho, A. A. (2007). Rentabilizar a Internet no Ensino Básico e Secundário: dos recursos e ferramentas *online* aos LMS. *Sisifo, Revista de Ciências da Educação*, 3, 25-40.
- Cassol, V. J. (2012). *Tecnologias no ensino e aprendizagem de trigonometria: uma meta-análise de dissertações e teses brasileiras nos últimos cinco anos*, Dissertação de Mestrado. Porto Alegre: Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.
- Cipriano, S. M. (2013). *Motivar para a aprendizagem no ensino profissional: a produção de videogramas como estratégia para a promoção da cooperação e colaboração entre pares*, Dissertação de Mestrado Integrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Connoly, S. (2010). *The Internet and the World Wide Web*. Mankato: Smart Apple Media.
- Consciência, M. M. (2013). *A calculadora gráfica na aprendizagem das funções no ensino secundário*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Consciência, M., & Oliveira, H. (2011). Conexões entre representações em funções não familiares, mediadas pela calculadora gráfica: O caso de Diogo. In Atas do XII SIEM: *Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 1-15). Lisboa: APM.
- Costa, F. (2007). O currículo e o Digital. Onde está o elo mais fraco? In P. Dias & C. V. Freitas, B. Silva, A. Osório & A. Ramos (Eds.), *Atas da V Conferência Internacional de Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação, Challenges* (pp. 274-284). Braga: Centro de Competências da Universidade do Minho.
- Costa, F. (coord.) (2009). *Competências TIC, Estudo de implementação*, Vol. II. Lisboa: GEPE-Ministério da Educação.
- Costa, F. (2009). Um breve olhar sobre a relação entre as tecnologias digitais e o currículo no início do Século XXI. In P. Dias & A. Osório (Eds.), *Atas da VI Conferência Internacional de Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação, Challenges*, (pp. 293-307). Braga: Centro de Competências da Universidade do Minho.
- Costa, F. (2010). Metas de Aprendizagem na área das TIC: Aprender com tecnologias. In Fernando Costa et al., *I Encontro Internacional TIC e educação. Inovação Curricular com TIC*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade do Minho.
- Costa, F. (2011). O Digital e o Currículo no início do Século XXI. In P. Dias & A. Osório (Eds.), *Aprendizagem (in)formal na Web social*, (pp. 119-142). Braga: Centro de Competências da Universidade do Minho.

- Costa, F. (2007). Tendências e práticas de investigação na área das tecnologias em educação em Portugal In *Investigação em Educação. Teorias e Práticas (1960-2005)* (pp.169-224). Lisboa: Educa & UIDCE,
- Costa, H. (2014). *Inovação pedagógica: A tecnologia ao serviço da educação*. Lisboa: Chiado Editora.
- Coutinho, C. P. (2006). Tecnologia educativa e currículo: caminhos que se cruzam ou se bifurcam? *Actas do Colóquio sobre questões curriculares 2006* (pp. 1-16). Braga: Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho.
- Coutinho, C. P. (2009). Challenges for Teacher Education in the Learning Society: Case Studies of Promising Practice. In H. H. Yang & S. H. Yuen (eds.), *Handbook of Research and Practices in E-Learning: Issues and Trends*. Chapter 23 (pp. 385-401). Hershey, New York: Information Science Reference - IGI Global.
- Coutinho, C., & Alves, M. (2010). Educação e sociedade da aprendizagem: um olhar sobre o potencial educativo da Internet. *Revista de formación e innovación Universitária*. 3-4, 206-225
- Cox, S. & Graham, C.R. (2009). Diagramming TPACK in practice: Using an elaborated model of the TPACK framework to analyze and depict teacher knowledge. *TechTrends*, 53(5), pp. 60-69.
- Cuban, L. (2001). *Oversold and Underused: Computers in the Classroom*. New York: Teachers College Press.
- Cunha, J. M. (2014). *Estratégias de trabalho colaborativo com recurso à ferramenta da Web. Um estudo de caso no 1º Ciclo do Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Cruz, E., & Costa, F. (1990). Integração das TIC no currículo nacional. Uma abordagem exploratória. In P. Dias, & A. Osório (Eds.). In *Atas da VI Conferência Internacional de Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação, Challenges 2009*, (pp. 371-384). Braga. Centro de Competências da Universidade do Minho.
- Cruz, S. M. (2011). *As TIC na atividade profissional do professor de matemática: um estudo com incidência na prática docente*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Cruz, S., Lencastre, J. A., & Coutinho, C. (2018a). JuxtaLearn Taxonomy: A Tool to Help Teachers to Identify and Understand the Causes of Student Misunderstandings. *Journal of Educational System*, Volume 2, Issue 4, 1-8.
- Cruz, S., Lencastre, J. A., & Coutinho, C. (2018b). The VideoM@T Project: Engaging Students on Learning Tricky Topics in Mathematics Through Creative Skills. In Bruce M. McLaren, Rob Reilly, Susan Zvacek, & James Uhomobhi and (ed) *Proceedings of the 10th International Conference on Computer Supported Education (CSEDU2018)*, Volume 1 (pp. 342-349). Funchal, Madeira, PT: SCITEPRESS – Science and Technology Publications.
- Cruz, S., Lencastre, J. A., Coutinho, C., Clough, G., & Adams, A. (2016). Threshold Concepts Vs. Tricky Topics - Exploring the Causes of Student's Misunderstandings with the Problem Distiller Tool. In James Uhomobhi, Gennaro Costagliola, Susan Zvacek and Bruce M. McLaren (ed.), *Proceedings of CSEDU 2016, 8th International Conference on Computer Supported Education*, Volume 1, (pp. 205-215). Rome: SCITEPRESS – Science and Technology Publications
- Cruz, S., Lencastre, J. A., Coutinho, C., José, R., Clough, G., & Adams, A. (2017). The JuxtaLearn process in the learning of maths' tricky topics: Practices, results and teacher's perceptions. In

Paula Escudeiro, Gennaro Costagliola, Susan Zvacek, James Uhomobhi and Bruce M. McLaren (ed) *Proceedings of CSEDU2017, 9th International Conference on Computer Supported Education, Volume 1* (pp. 387-394). Porto: SCITEPRESS – Science and Technology Publications.

Davis, F. D. (1989). Perceived usefulness, perceived ease of use, and user acceptance of information technology. *MIS Quarterly*, 13, 319–340.

Davis, F. D., Bagozzi, R., & Warshaw, P. R. (1989). User acceptance of computer technology: a comparison of two theoretical models, *Management Science*, v.5, n.8, 982-1003.

Dias, V., Gil, H., & Gonçalves, T. (2015). O Quadro Interativo Multimédia (QIM) num contexto de prática de ensino supervisionada em 1.º CEB. In. *XVII Simpósio Internacional de Informática Educativa, Setúbal* (pp. 7-12). Setúbal: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal.

Domingues, L. M. (2010). *Conhecer e utilizar a WEB 2.0: um estudo com professores do 2º e 3º ciclo das escolas do concelho de Viana do Castelo*, Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.

Drijvers, P., Mariotti, M. A., Olive, J., & Sacristan, A. I. (2010). Introduction to section 2. In C. Hoyles, & J. B. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology - rethinking the Terrain: The 17th ICMI Study* (Vol. 13, pp. 81-88). Springer.

Duarte, A. L. (2012). *O contributo das novas tecnologias de informação e comunicação na educação pré-escolar*, Dissertação de Mestrado. Beja: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Beja.

Duarte, J. A. (2011). *Tecnologias e pensamento algébrico: um estudo sobre o conhecimento profissional dos professores de Matemática*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.

Duarte, T. (2009). *A possibilidade da investigação a 3: reflexões sobre triangulação* (metodológica), Lisboa: CIES – ISCTE. Retirado de: <http://www.cies.iscte.pt>.

English, L., & Kirshner, D. (2016). *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed), New York: Routledge.

Ertmer, P., & Ottenbreit-Leftwich, A. (2010). Teacher Technology Change: How Knowledge, Confidence, Beliefs, and Culture Intersect, *Journal of Research on Technology in Education*, Vol. 42, No. 3, 255–284<sup>[1]</sup><sub>SEP</sub>.

European Schoolnet (2006). The ICT impact Report. Disponível em [http://insight.eun.org/shared/data/pdf/impact\\_study.pdf](http://insight.eun.org/shared/data/pdf/impact_study.pdf)

Fernandes, D. (2005). *Avaliação das aprendizagens. Desafios às teorias, práticas e políticas*, Lisboa: Texto Editora.

Fernandes, D. (2007). A avaliação das aprendizagens no sistema educativo Português. *Educação e Pesquisa*, 33 (3), 581-600.

Fernandes, D. (2008). Algumas reflexões acerca dos saberes dos alunos em Portugal. *Educação & Sociedade*, 29, 102, 275-287.

Fernandes, R. C. (2006). *Atitudes dos professores face as TIC e sua utilização nas práticas educativas ao nível do ensino secundário*. Mestrado em Ciências da Educação. Lisboa: Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação, Universidade de Lisboa.

- Fernandes, R. C. (2015). *Inovações pedagógicas no ensino de ciências dos anos iniciais: um estudo a partir de pesquisas acadêmicas brasileiras (1972-2012)*. São Paulo: Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.
- Fernandes, J. A., Martinho, M. H., Tinoco, J., & Viseu, F. (Orgs.), (2013). *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Ferreira, E. M. (2005). *Ensino e aprendizagem de Geometria em ambientes geométricos dinâmicos: o tema de Geometria do plano no 9.º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Ferreira, P. M. (2009). *Quadros interativos: Novas ferramentas, novas pedagogias, novas aprendizagens*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação e Psicologia, Universidade do Minho.
- Ferreira, J. Q., & Queiroz, S. L. (2015). Elaboração e análise de um ambiente virtual de aprendizagem de apoio a uma disciplina de comunicação científica. *VII ENPEC - Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências* (s/p). Florianópolis: ENPEC.
- Forte, A. M. (2009). *Colaboração e desenvolvimento profissional: perspectivas e estratégias. Um estudo realizado numa EB 2, 3*. Tese de Doutoramento. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Fosnot, C. (1996). *Construtivismo e Educação: Teoria, Perspectivas e Prática*. Lisboa: Editora do Instituto Piaget.
- Fradão, S. J. (2006). *As tecnologias na sala de aula-dinâmicas e percepções da integração das TIC no Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação, Universidade de Lisboa.
- Freitas, M. R. (2016). *As TIC no estudo das funções: uma experiência com uma turma de 9.º ano*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Gaspar, D. F. (2013). *Potenciar o uso da Internet no ensino-aprendizagem das TIC promovendo comportamentos seguros*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Gil, H. (2002). *Internet, professores e alunos: Caminhar na Rede. Rede ou "Teia de Aranha?"*, Coimbra. Sindicato de professores da zona centro.
- Gil, H., & Farinha, C. (2014). – As TIC na prática de ensino supervisionada: utilização do software educativo «escola virtual» no 3.º ano do 1.º CEB. In. *Congresso formação e trabalho docente na sociedade da aprendizagem*, (pp.10-11). Porto: FPCE, Universidade do Porto.
- Gil, I. (2007). *A motivação dos professores no contexto organizacional das escolas*. Dissertação de Mestrado. Covilhã: Universidade da Beira interior.
- Glazer, E. (2001). *Using Internet Primary Sources to Teach Critical Thinking Skills in Mathematics*. London: Greenwood Press.
- Gonçalves, A. R. (2016). *As TIC em projeto de escola. Estratégias de formação contínua de professores*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Gonçalves, D. C., & Reis, F. S. (2013). Atividades investigativas de aplicações das derivadas utilizando o GeoGebra, *Bolema, Rio Claro*, v.27, n.46, 417-432

- Gonçalves, J. C. (2012). *A influência de diferentes níveis de apetrechamento tecnológico em duas escolas do 1.º Ciclo nas práticas educativas dos professores e nas conceções dos alunos relativas às TIC*, Dissertação de Mestrado, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Gonçalves, L. C. (2012). *GeoGebra um instrumento auxiliar no processo de ensino/aprendizagem da Matemática*. Dissertação de Mestrado. Funchal: Instituto de Educação, Universidade da Madeira.
- Goodyear, P. (2011). Emerging Methodological Challenges for Educational Research. *Methodological Choice and Design*, Methods Series 9, 253–266.
- Harlow, A., Scott, J., Peter, M., & Cowie, B. (2011) “Getting stuck” in analogue electronics: threshold concepts as an explanatory model. *European Journal of Engineering Education*, 36(5), 435-447.
- Hartnell-Young, E. (2003). From Facilitator to Knowledge-builder: A New Role for the teacher of the future, *Information and Communication Technology and the Teacher of the Future* v.23, (pp. 53-55). Melbourne: Springer.
- Harris, J., & Hofer, M. (2009). Instructional Planning Activity Rypes as Vehicles for Curriculum-Based TPACK development. *Proceedings of the 20th International Conference of the Society for Information Technology and Teacher Education*, SITE 2009 (pp. 4087-4094). Charleston: LearTecLib.
- Healy, L., & Lagrange, J.-B. (2010). Introduction. In C. Hoyles, & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology: Rethinking the terrain* (pp. 287e292), New York: Springer.
- Hoyles, C. (2016). Engaging with mathematics in the digital age. In *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática: Trabajos de la XIV CIAEM* (pp. 225-236). Costa Rica: Universidad di Costa Rica.
- Hyde, R. & Jones, K. (2014), Developing pedagogical approaches to using digital technologies in mathematics. In R. Hyde, & J-A. Edwards (Eds.), *Developing Mentoring in Mathematics Education: Supporting and Inspiring Pre-Service and Newly-Qualified Teachers* (pp. 25-41). Abingdon: Routledge.
- Jacó, J. C. (2012). *O papel da aprendizagem cooperativa na promoção da socialização e do sucesso académico em crianças da educação pré-escolar e do 1º ciclo do Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado. Beja: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Beja.
- Jorge, F., Paixão, F., Martins, H., Nunes, F. (2013). Atividades matemáticas na interseção de saberes no 1.º Ciclo do Ensino Básico, In. *XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 561-575). Braga: APM.
- Jonassen, D. (2007). *Computadores, Ferramentas Cognitivas*. Porto: Porto Editora.
- Jonassen, D. (1996). *Computers in the classroom. Mind tools for critical thinking*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Jonassen, D. (1999). O uso das novas tecnologias na educação na distância e a aprendizagem construtivista. *Educação a Distância*, 16, n.70, 70-88.
- Kenski, V. M. (2007). *Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação*. Campinas, Papirus.
- Klein, C. (2006). *A arte de ensinar utilizando softwares educativos*. Feevale: Centro Universitário Feevale, Brasil.

- Koch, M. Z. (2013). *As tecnologias no cotidiano escolar: uma ferramenta facilitadora no processo de ensino-aprendizagem*, TCC de especialização. Santa Maria: Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria.
- Koehler, M. J., & Mishra, P. (2008). Introducing Technological Pedagogical Knowledge. In AACTE (Eds.), *The handbook of technological pedagogical content knowledge for educators*, (pp. 3-30). New York: MacMillan.
- Koehler, M. J., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70.
- Koehler, M. J., Mishra, P., & Cain, W. (2013). What is technological pedagogical content knowledge (TPACK)? *Journal of Education*, 193(3), 13-19.
- Lampton, C. (1998). *The World Wide Web*. New York: Whats.
- Larsen, C. C. R. G. (2012). *A WEB como mediadora do processo de ensino-aprendizagem de Matemática*, Dissertação de Mestrado, Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Leão, R. C. (2012). *A realização de tarefas de investigação na sala de aula: estudos de caso de professores do 2.º Ciclo*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Lencastre, J. A. (2009). *Educação On-line: Um estudo sobre o blended learning na formação pós-graduada a partir da experiência de desenho, desenvolvimento e implementação de um protótipo Web sobre a imagem*. Tese de Doutoramento. Braga: Universidade do Minho.
- Lencastre, J. A. (2012). Educação *online*: análise e estratégia para criação de um protótipo. In João Batista Bottentuit Junior & Clara Pereira Coutinho (org.), *Educação online: Conceitos, metodologias, ferramentas e aplicações* (pp. 127-136). Maranhão: Editora CRV.
- Lencastre, J. A. (2017). Educação on-line: desenhar um curso híbrido centrado no estudante. In Helena Maria dos Santos Felício, Carlos Manuel Ribeiro da Silva, André Luiz Sena Mariano (orgs.), (2ª edição), *Dimensões dos Processos Educacionais: Da Epistemologia à Profissionalidade Docente* (pp. 213-227), Curitiba: Editora CRV.
- Lencastre, J. A., & Araújo, M. J. (2007). Impacto das tecnologias em contexto educativo formal. In A. Barca, M. Peralbo, A. Porto, B. Silva & L. S. Almeida (Eds.). *Libro de Actas do IX Congreso Internacional Galego-Portugués de Psicopedagogía* (pp. 624-632). A Coruña: Revista Galego-Portuguesa de Psicología e Educación, Universidade da Coruña.
- Lencastre, J. A., Coutinho, C., Casal, J., & José, R. (2014). Pedagogical and organizational concerns for the deployment of interactive public displays at schools. In Álvaro Rocha, Ana Maria Correia, Felix B. Tan, & Karl A. Stroetmannet (eds.), *New Perspectives in Information Systems and Technologies*, Volume 2 (pp.429-438). Springer International Publishing Switzerland.
- Lencastre, J. A., Coutinho, C., Casal, J., & José, R. (2014a). Adoption concerns for the deployment of interactive public displays at schools. In Giovanni Vincenti and James Braman (eds.), *Journal EAI Endorsed Transactions on e-Learning*, 14(4): e6, 1-7.
- Lewin, L. (2001). *Using the Internet to strengthen curriculum*. Alexandria: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Lima, A. J. B. (2012). *A utilização das TIC na aprendizagem da Matemática por alunos Brasileiros e Portugueses do Ensino médio/secundário*, Dissertação de Mestrado, Instituto de Educação, Universidade do Minho.

- Linn, M. C., Eylon, B., & Davis, E. A. (2004). The Knowledge Integration Perspective on Learning. In Marcia C. Linn, Elizabeth A. Davis, Philip Bell (org.) *Internet Environments for Science Education* (pp. 29-46). London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Linn, M. C., Davis, E. A., & Bell, P. (2004). *Internet Environments for Science Education*. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Lopes, C. L. M. (2013). *A aprendizagem de perímetros e áreas com GeoGebra: uma experiência de ensino*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação. Universidade de Lisboa.
- Lopes, M. M. (2011). Contribuições do software GeoGebra no ensino e aprendizagem de trigonometria, *CIAM-Conferência Interamericana de Educação Matemática*. PERNANBUCO: Universidade Federal do Rio Grande do Norte-UFRN-Brasil.
- Lopes, M. M. (2013). Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra, *Boletim de Educação Matemática*, v.27, n.46, 631-644.
- Lopes, P. R. (2010). *Competências e habilidades desenvolvidas com recursos tecnológicos de informação e comunicação e aplicação de projetos de aprendizagem*. Rio Grande do Sul: Faculdade de Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Lucas, U., & Mladenovic, R. (2007) The potential of Threshold Concepts: an emerging framework for educational research and practice. *London Review of Education*, Vol. 5, No. 3, 237-248.
- Machado, N. J. (1988). *Matemática e Realidade*. São Paulo: Cortez.<sup>[1]</sup><sub>[2]</sub><sup>[3]</sup><sub>[4]</sub>
- Machado, J., Silva, B., & Almeida, L. (2007). Ensino-aprendizagem com recurso à tecnologia informática: mudanças observadas nos alunos. In. A. Barca, M. Peralbo, A. Porto, B. Duarte da Silva & Almeida, L. (Eds.). *Atas do IX Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 652-663). Coruña: Universidade da Coruña.
- Magalhães, M. G. (2010). *A argumentação Matemática na resolução de tarefas com a utilização da calculadora gráfica: experiência numa turma do 11.º ano*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Magalhães, M. G., & Martinho, M. H. (2011). A calculadora gráfica como instrumento para o desenvolvimento da argumentação matemática, In. *XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: APM.
- Matias, A. F. F. S. (2015). *A comunicação Matemática escrita no 10º ano de escolaridade em contexto de trabalho de grupo*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Matos, J. F., & Pedro, A. (2011). Porquê integrar o lápis no currículo do Ensino Básico? -Reflexão sobre a problemática das tecnologias na Educação, *Challenges*. Braga: Centro de Competências da Universidade do Minho.
- Medeiros, S. (2011). *Fatores motivacionais dos docentes na utilização educativa das tecnologias*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Meneses, C. S. (2016). *Agora falas tu, agora falo eu: a comunicação oral na aula de Língua Estrangeira*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação: Universidade do Minho.
- Mercê, C., & Ponte, J. P. (2009). Conceções, práticas letivas e reflexão dos professores de Matemática do 2.º Ciclo em relação à calculadora gráfica. *Quadrante*, 18 (1-2), 119-146.

- Meyer, J., & Land, R. (2006). Overcoming barriers to student understanding: Threshold Concepts and Troublesome Knowledge. In Meyer, J. & Land, R. (Eds.) *Overcoming Barriers to Student Understanding: Threshold Concepts and Troublesome Knowledge*, (pp. 19-32). New York: Routledge.
- Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Ministério da Educação. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*, Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Ministério da Educação. (2012). Programa de Matemática do Ensino primário, 4ª classe, Reforma Educativa, INIDE. Editora Moderna.
- Ministério da Educação. (2012). Programa de Matemática do Ensino primário, 5ª classe, Reforma Educativa, INIDE. Editora Moderna.
- Ministério da Educação. (2012). *Programa de Matemática do Ensino primário, 6ª classe, Reforma Educativa*, INIDE. Editora Moderna.
- Ministério da Educação. (2012). *Programa de Matemática do 1º Ciclo do Ensino Secundário Geral, 7ª, 8ª e 9ª classes. Reforma Educativa*, INIDE. Editora Moderna.
- Ministério da Educação. (2012). *Programa de Matemática do IIº Ciclo do Ensino Secundário Geral, 10ª classe, Reforma Educativa*, INIDE. Editora Moderna.
- Ministério da Educação. (2012). *Programa de Matemática do IIº Ciclo do Ensino Secundário Geral, 11ª classe, Reforma Educativa*, INIDE. Editora Moderna.
- Ministério da Educação. (2012). *Programa de Matemática do IIº Ciclo do Ensino Secundário Geral, 12ª classe, Reforma Educativa*, INIDE. Editora Moderna.
- Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017 – 1054.
- Miskulin, R., Perez, G., Silva, M., Montezor, C., Santos, C., Toon, E., Liboni Filho, P., & Santana, P. (2006). Identificação e Análise das Dimensões que Permeiam a Utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação nas Aulas de Matemática no Contexto da Formação de Professores. *Boletim de Educação Matemática* [en linea] 19, 1-16.
- Monografia da cidade de Ndalatando, Província do Cuanza-Norte. (2012). Cuanza-Norte: Governo da Província do Cuanza-Norte.
- Morais, C. (2003). *Aprendizagem de conceitos matemáticos complexos em ambientes com comunicação suportada pela Internet*, *Revista EduSer*, no1, 13-34.
- Morais, C. M. P. B. (2014). *Práticas pedagógicas inovadoras com TIC*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Morais, P. R. (2010). *Tarefas de natureza exploratória e investigativa: contributos para a compreensão dos conceitos matemáticos no tema das sucessões*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Morais, C., & Miranda, L. (2014). Recursos Educativos Abertos na aprendizagem da Matemática no Ensino Básico, *Jornal das Primeiras Matemáticas*, 2, 31-44.
- Moretto, T. C. (2015). *As tecnologias móveis no ensino da Matemática*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.

- Monteiro, C. A. (2010). *O papel da webquest na construção do conhecimento*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Monteiro, A., Lencastre, J. A., & Rodrigues, A. P. (2012). A mediação pedagógica em ambientes online: reflexão a partir da análise de interações em fóruns. In Carlinda Leite e Miguel Zabalza (Coord.), *Ensino Superior: Inovação e qualidade na docência* (pp. 2443-2463). Porto: CIIIE - Centro de Investigação e Intervenção Educativas.
- Mota, A. S. (2013). *O papel da calculadora gráfica na atividade matemática com funções de alunos do 10.º ano*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- NCTM (2008). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Neto, J. M. (2011). *Resolução de problemas em geometria no 3.º Ciclo do Ensino Básico, influência da formação contínua nas conceções e práticas dos professores*. Dissertação de Mestrado. Porto: Universidade Portucalense Infante D. Henrique.
- Niess, M. (2008). Mathematics Teachers Developing Technology, Pedagogy and Content Knowledge (TPACK). In K. McFerrin et al. (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 2008* (pp. 5297-5304). Chesapeake, VA: AACE.
- Niess, M. L., Suharwoto, G., Lee, K., & Sadri, P. (2006). Guiding in-service mathematics teachers in developing TPACK. *Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association Annual Conference*, April 2006, San Francisco, Ca.
- Nobre, A. C., Ramos, A. S., & Nascimento, T. C. (2011). Adopção de práticas de gestão de segurança da informação: um estudo com gestores públicos. *Reuna, Belo Horizonte*, v.16, n.4, 95-113.
- Noordin, M. K., Nasir, A. N., Ali, D. F., & Noordin, M. S. (2011). Problem-Based Learning (PBL) and Project-Based Learning (PjBL) in engineering education: a comparison. *Proceedings of the IETEC, 11*.
- OCDE (2004). Education at a Glance. Disponível em [http://www.oecd.org/document/7/0,3746,en\\_2649\\_39263238\\_33712135\\_1\\_1\\_1\\_1,00.html](http://www.oecd.org/document/7/0,3746,en_2649_39263238_33712135_1_1_1_1,00.html)
- Paiva, J. (2002). As Tecnologias de Informação e Comunicação: Utilização Pelos Alunos. Disponível em <http://nautilus.fis.uc.pt/cec/estudo/dados/jpaiva-estudo-alunos.pdf>
- Olive, J., Makar, K., Hoyos, V., Kor, L. K., Kosheleva, O., & Straßer, R. (2010). Mathematical knowledge and practices resulting from access to digital technologies. *Mathematics Education and Technology - rethinking the Terrain: The 17th ICMI Study* (Vol. 13, pp. 133-177). Springer.
- Padeiro, A. M. (2016). *Refletindo sobre a prática pedagógica. O professor e o desenvolvimento da comunicação matemática de uma turma do 5ª ano. Investigação sobre a própria prática*, Dissertação de Mestrado. Leiria: Instituto Politécnico de Leiria.
- Pedro, N. S. (2011). *Utilização educativa das tecnologias, acesso, formação e autoeficácia dos professores*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Pequenez, T. V. (2013). *Uma aplicação de software educativo no 1.º Ciclo do Ensino Básico*, Dissertação de Mestrado. Castelo Branco: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Castelo Branco.
- Pereira, C. (2002). Conceções implícitas do professor e mudanças educativas-que papel para a formação inicial de professores? *Educare-educere*, 2, 1 (9-20).

- Pereira, M. T. (2011). *O trabalho de cooperação entre professores titulares de turma e docentes de educação especial como fator de qualidade na inclusão de crianças com dificuldades intelectuais*. Dissertação de Mestrado. Beja: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Beja.
- Piedade, J., & Pedro, N. (2012). Formação, autoeficácia e uso das TIC pelos professores: efeitos de iniciativas formais e informais de formação nas práticas com TIC. In. *COIED- II Conferência online de Informática Educacional* (pp. 126-132). Porto: Universidade Católica Editora.
- Ponte, J. (s/d). *Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso*. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P. (1990). O conceito de função no currículo de Matemática, *Educação e Matemática*, 15, 3-9.
- Ponte, J. P. (1990). O computador e o ensino da Matemática. Um processo de inovação, investigação e formação de professores. In Memórias del Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 53-69), Unesco, Paris: França.
- Ponte, J. P. (1995). Novas tecnologias na aula de Matemática. *Educação e Matemática*, 34, 2-7.
- Ponte, J. P. (2002). As TIC no início da escolaridade: perspetiva para a formação inicial de professores. In. J. P. Ponte (Org.). a formação para a integração das TIC na Educação pré-escolar e no 1.º Ciclo do Ensino Básico (pp. 19-26). Porto: Porto Editora.
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132
- Ponte, J. P. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. In Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.). *O Professor e o Desenvolvimento curricular*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. Acedido de <http://www.educ.fc.ul.pt>.
- Ponte, J. P., Branco, N., Quaresma, M., & Azevedo, A. (2013). Investigações e explorações como parte do trabalho quotidiano na sala de aula. *Amazónia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, 9 (18), 5-22.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13 (2), 51-74.
- Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: DGIDC.
- Ponte, J. P., Nunes, C. C., & Quaresma, M. (2012). Explorar, investigar, interagir na aula de Matemática: elementos fundamentais para a aprendizagem. In A. C. Silva, M. Carvalho & R. G. Rêgo (Orgs.). *Ensinar Matemática: Formação, Investigação e práticas docentes* (pp. 49-74), Cuiabá: EdUFMT.
- Programa de desenvolvimento estratégico reajustado. (2015) – 2016-2022. Editor: Governo da Província do Cuanza – Norte.
- Reeves, T. (1997). *Evaluating what really matters in computer-based education*. University of Georgia. Disponível em: <http://www.educationau.edu.au/archives/cp/reeves.htm> (02-2006).
- Regado, F. B. (2015). *O trabalho colaborativo na aprendizagem de uma utilização segura da Internet*, Dissertação de Mestrado, Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Ribeiro, C. S. G. (2012). *O desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática de alunos do 10.º ano na aprendizagem das funções afim e quadrática com recurso à calculadora gráfica*, Dissertação de Mestrado, Instituto de Educação. Universidade do Minho.

- Ribeiro, M. J. B., & Ponte, J. P. (2000). A formação em novas tecnologias e as conceções e práticas dos professores de Matemática. *Quadrante*, 9 (2), 3-26.
- Rijo, C. I. V. (2009). *Funções e Gráficos recorrendo ao CBR e à calculadora gráfica: uma experiência no 8º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.
- Rocha, H. C. O. F. (2012). *A integração da calculadora gráfica no ensino da Matemática: estudo sobre as práticas curriculares de professores do ensino secundário*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Rodrigues, A. L. P. F. (2017). *A formação ativa de professores com integração pedagógica das tecnologias digitais*, Tese de Doutoramento, Instituto de Educação. Universidade de Lisboa.
- Rodrigues, N. Q. & Lencastre, J. A. (2017). The Regulation of Learning Effort in Online Environments: The Role of Interdisciplinary articulation. In Gülden İlin, Şükrü Çetin İlin, Bento Duarte da Silva, António J. Osório and José Alberto Lencastre (eds.), *Better e-Learning for Innovation in Education* (pp. 155-174). Istanbul: ÖzKaracan.
- Rodrigues, N. Q. & Lencastre, J. A. (2016). O papel da articulação interdisciplinar na regulação do esforço de aprendizagem em ambientes online. In Neuza Pedro, Ana Pedro, João Filipe Matos, João Piedade, Magda Fonte (org.), *Digital Technologies & Future School* (pp. 1114-1126). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Romano, E., Mercê, C., & Ponte, J. P. (2008). As calculadoras no ensino: estudos sobre as conceções, as práticas e a formação do professor de matemática. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machin & L. B. Nieto (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 567-575). Badajoz: SEIEM.
- Rolkouski, E. (2011). *Tecnologias no ensino de Matemática*. Curitiba: ibpex.
- Salomon, G. (2002). Technology and pedagogy: Why don't we see the promised revolution? *Educational Technology*, pp. 71-75.
- Sampaio, P. & Coutinho, C. (2014). *Integração do TPACK no processo de ensino-aprendizagem da Matemática*. Editora: Unimed Virtual, Revista Paideia.
- Sandholtz, J. H.; Ringstaff, C. & Dwyer, D. C. (1997). *Teaching with Technology: Creating student centered classrooms*, New York: Teachers College Press.
- Santana, J. L. (2011). *As Tecnologias de Informação e Comunicação: novas práticas para antigos saberes da escola*. Lisboa: Dissertação de Mestrado, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Santos, M. F. (2009). *As tecnologias como promotoras de uma nova cultura de aprendizagem e cidadania*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Santos, M. I. (2006). *A escola virtual na aprendizagem e no ensino da Matemática: um estudo de caso no 12.º ano*. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Serrazina, M. (2013). O Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo e a melhoria do Ensino da Matemática, *Da investigação às práticas*, 3 (2), 75-97.
- Sharples, M., Adams, A., Ferguson, R., Gaved, M., McAndrew, P., Rienties, B., Weller, M., & Whitelock, D. (2014). *Innovating Pedagogy 2014: Exploring new forms of teaching, learning and assessment, to guide educators and policy makers*. *Open University Innovation Report 3*. Milton Keynes: The Open University.

- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 3-14.
- Silva, A. A. (2004). Ensinar e Aprender com as Tecnologias – um estudo sobre as atitudes, formação, condições de equipamento e utilização nas escolas do 1.º Ciclo do Ensino Básico do Concelho de Cabeceiras de Basto. Dissertação de Mestrado. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Silva, D., & Seixas, S. R. (2010). As competências que a calculadora gráfica promove no ensino/aprendizagem da Matemática: um estudo de caso numa turma do 11.º ano. *Interacções*. vol. 6 n.º 15, 141-172.
- Silva, M. H. (2013). *Tarefas com recurso à calculadora gráfica no ensino secundário do 10.º ao 12º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade Nova de Lisboa.
- Silva, N. M., Fernandes, J. A., & Alves, M. P. (2010). Influência da formação continua em Matemática no conhecimento didático de professores do 1.º CEB. In: Gomes, H., Menezes, L., Cabrita, I., Ed. Lit.- XXI SIEM: Atas do Seminário de Investigação em Educação Matemática, 21, (pp. 492-503). Aveiro: APM.
- Silva, R. L. D. (2013). *A utilização dos materiais didáticos na área da Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado. Beja: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Beja.
- Silva, B. D., & Gomes, M. J. (2003). Contributos da Internet para a mudança do paradigma pedagógico: uma experiência de trabalho colaborativo. *ELO - Revista do Centro de Formação Francisco de Holanda*, 1-14.
- Silva, P. M. & Dias, G. A. (2007). Teorias sobre aceitação de tecnologia: por que os usuários aceitam ou rejeitam as tecnologias de informação? *Bjis – Brazilian journal of Information Science* *Bjis*, v.1, n.2, pp. 69-91.
- Simões, C. P. (2009). *As TIC como recurso didático em contextos de exploração das ciências experimentais: um estudo no 1º CEB*. Dissertação de Mestrado. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Sousa, C. S. (2015). *Geometria: um estudo sobre quadriláteros no 4.º ano de escolaridade com recurso ao Geoplano e ao GeoGebra*. Dissertação de Mestrado. Porto: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico do Porto.
- Sousa, M. G. (2016). *Triângulos e paralelogramos no 2.º Ciclo: aprendendo com tecnologia*. Dissertação de Mestrado. Porto: Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti.
- Souza, E. K. (2014). *Formação continuada de professores na área da Matemática inicial*. Tese de Doutoramento. Porto Alegre: Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Sun, J. (2014). Influence of polling technologies on student engagement: An analysis of student motivation, academic performance, and brainwave data. Original Research Article. *Computers & Education*. 72, 80–89.
- Tavares, S. P. J. (2013). *A utilização da Internet e da Moodle no contexto de ensino e de aprendizagem: um estudo com alunos do 9.º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado, Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Taylor, R. (ed.) (190). *The computer in the school: Tutor, tool, tutee*. New York: Teachers College Press.

- Teo, T. (2011). Technology Acceptance Research in Education. In Timothy Teo (Ed.), *Technology Acceptance in Education: Research and Issues*, (pp.1-5). Rotterdam: Sense Publishers.
- Termentina, M. A. F. (2014). *O uso da calculadora gráfica, por alunos do 10.º ano, nas conexões entre representações de funções polinomiais em contexto de resolução de problemas*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Thomas, M. O. J., & Hong, Y. Y. (2013). Teacher integration of technology into mathematics learning. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 20(2), 69-84.
- Thomas, M. O., & Lin, C. (2013). Designing tasks for use with digital technology. In C. Margolinas (Ed.), *Task design in mathematics education, Proceedings of ICMI Study 22* (pp. 111-119). <hal-00834054v2>.
- Twining, P. (2002). *Enhancing the Impact of Investments in 'Educational' ICT*. PhD. Milton Keynes: The Open University.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2013). O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores, *Da investigação às práticas*, 3 (2), 98-124.
- Van-Dúnem, I. A. G. C. (2016). *A Matemática e as TIC no processo de ensino e aprendizagem, O GeoGebra no ensino de funções e gráficos de uma função*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Veloso, M. G., & Ponte, J. P. (1993). Apropriação e desenvolvimento profissional: Instrumentos tecnológicos e práticas educativas, *Quadrante*, 2 (1), 153-164
- Ventura, S. R. (2013). *O Geoplano na Resolução de Tarefas Envolvendo os Conceitos de Área e Perímetro: um estudo no 2º Ciclo do Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Vieira, S. D. (2010). *Decorar a minha Escola – Tecnologias Informáticas e padrões geométricos*. Dissertação de Mestrado. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Viseu, F. (2008). *A formação do professor de Matemática, apoiada por um dispositivo de interação virtual no estágio pedagógico*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Universidade de Lisboa. (policopiado).
- Viseu, F. & Fernandes, J. A. (2017). Perceções de professores do 3.º Ciclo sobre o uso de materiais tecnológicos no ensino de funções (pp. 98-106). In *Atas do VIII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática*. Braga: Cied, Universidade do Minho.
- Viseu, F., & Morgado, J. C. (2018). Os manuais escolares na gestão do currículo de Matemática: que papel para o professor? *Bolema*, 32(62), 1152-1176.
- White, D. S. & Le Cornu, A. (2011). Visitors and Residents: A new typology for online engagement. *Peer-reviewed Journal on the Internet*, 16(9), S/P.
- Williams, M. K., Foulger, T., & Wetzel, K. (2010). Aspiring to reach 21st century ideals: Teacher educators' experiences in developing their TPACK. In D. Gibson, & B. Dodge (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 2010* (pp. 3960-3967). Chesapeake, VA: AACE.
- Yin, R. (2003). *Estudo de Caso – Planejamento e Métodos*. Porto Alegre: Bookman.





## **APÊNDICE 1: Carta para pedido de permissão para realização de inquéritos**

Ao Excelentíssimo Senhor Diretor

da Escola .....

Ndalatando

Luís Filipe Narciso, estudante do curso de doutoramento em Ciências da Educação no Instituto de Educação da Universidade do Minho (Portugal), vem por intermedio desta solicitar a vossa prestimosa colaboração, permitindo que faça um diagnóstico junto dos professores e alunos sob vossa responsabilidade, para um projeto de investigação sob orientação dos Doutores José Alberto Lencastre e Floriano Augusto Veiga Viseu, para a elaboração da Tese de Doutoramento, cujo título é: *“A utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos: um estudo com professores de escolas angolanas do Cuanza - Norte”*.

Com a realização deste estudo, espero contribuir para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Ciente da vossa atenção,

N'Dalatando, 15 de fevereiro de 2016.

Atenciosamente

---

(Luís Filipe Narciso)



## **APÊNDICE 2: Carta dirigida aos professores**

Estimado professor

Chamo-me Luís Filipe Narciso, estudante do curso de doutoramento em Ciências de Educação na especialidade de Tecnologia Educativa, na Universidade do Minho.

A minha tese de doutoramento tem como título: a utilização de recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos: um estudo com professores angolanos de escolas do Cuanza-Norte. Neste trabalho, pretendemos abordar como os professores integram os recursos tecnológicos em sala de aula e porquê o utilizam. Para tal, decidimos fazer uma pesquisa qualitativa em estudo de caso, onde ao longo de aproximadamente dez meses, desenvolveremos atividades com suporte em observação de aulas, entrevistas e encontros previamente acordados e agendados entre o investigador e os professores participantes no estudo.

Pela especificidade do trabalho, contamos com a vossa prestimosa colaboração enquanto licenciado em Matemática, adiantando desde já que manteremos anonimato sobre a sua verdadeira identidade, solicitando para o efeito de confirmação de sua participação, o preenchimento do protocolo em anexo com nome e respetivo contacto telefónico.

Sem mais, grato pela vossa atenção.

Ndalatando, 10 de fevereiro de 2016



## **APÊNDICE 3: Entrevista aos professores**

### **I. Informação pessoal**

1. Que idade tem? Há quanto tempo leciona Matemática?
2. Qual é a sua formação académica/profissional?
3. Possui alguma experiência em trabalhar com computadores? De que tipo?
4. Possui computador pessoal (casa)? Que utilidade dá ao computador?
5. A escola em que leciona possui uma sala de informática? Que utilidade é dada à mesma?
6. Que recursos tecnológicos (computador, calculadora gráfica, outro) utiliza para preparar e lecionar as suas aulas de Matemática? Porquê?

### **II. Sobre o ensino da Matemática:**

O dicionário de língua Portuguesa define *conceito* como: representação mental, abstrata e geral de um objeto; representação simbólica com um significado geral que abarca uma série de objetos que possuem propriedades comuns.

1. Em sala de aula que metodologia aplica para ensinar conceitos matemáticos?
2. O que entendes por conceito complexo/um obstáculo na aprendizagem Matemática?
3. Quais são os conceitos em Matemática onde os alunos têm dificuldades em aprender/perceber?
4. Quais são os conceitos em Matemática que os professores têm dificuldades em ensinar?
5. Considera possível lecionar todo programa recorrendo sistematicamente à utilização de recursos tecnológicos? Porquê?
6. Que importância atribui ao uso de recursos tecnológicos em sala de aula? Porquê?
7. A utilização de recursos tecnológicos em sala de aula implicará alterações no currículo? Porquê?
8. Como caracteriza um bom recurso tecnológico para o ensino da Matemática? Que motivos o levariam a utilizar em sala de aula?

### **III: O professor e os recursos tecnológicos no ensino de conceitos matemáticos**

1. Acha que a utilização de recursos tecnológicos no ensino reduz a importância do professor em sala de aula? Porquê?
2. A utilização de recursos tecnológicos em sala de aula pode influenciar na relação entre professor e alunos? E na relação entre alunos? Porque?
3. A utilização de recursos tecnológicos em sala de aula tem alguma implicação na gestão e organização da aula? Porquê?



#### **APÊNDICE 4: Entrevista final**

1. Depois de ter participado deste processo, que opinião tem dos recursos tecnológicos? Do modo de organização da sala e metodologia de trabalho com os alunos?
2. Qual é o impacto dos recursos tecnológicos na aula? Que vantagens e desvantagens tem a utilização desses recursos no ensino de conceitos matemáticos?
3. As estratégias utilizadas em sala de aula com recursos tecnológicos têm sido adequadas? Têm impacto na motivação?
4. O que terá mudado nas suas práticas letivas depois de participar nesta investigação?
5. Que influência terá a utilização de recursos tecnológicos na relação com os seus colegas?
6. Qual dos recursos tecnológicos utilizados nesta investigação mais o impressionou?
7. O que mudará em si depois de ter participado neste trabalho de investigação?

