

Comportamiento dinámico del campanario sur del Palacio Nacional de Mafra ante las acciones de las campanas

Dynamic behavior of the south bell tower of the National Palace of Mafra when subjected to bell actions

Elesban Nochebuena-Mora
Nuno Mendes
Paulo B. Lourenço

Resumen

Las iglesias son edificios icónicos en los centros históricos de ciudades europeas y americanas, y sus torres representan hitos en el paisaje urbano debido a su altura. La respuesta sísmica de las torres de mampostería no reforzada ha sido ampliamente estudiada; sin embargo, investigaciones sobre su comportamiento ante otro tipo de fuerzas dinámicas no es muy frecuente. Los efectos que las oscilaciones de cuatro campanas tienen sobre el campanario sur del Palacio Nacional de Mafra, en Portugal, fueron evaluados en este trabajo. Para ello, las frecuencias de las acciones dinámicas fueron comparadas con las frecuencias de vibración de la torre. Además, mediante un modelo de elementos finitos, varios análisis dinámicos y estáticos no lineales fueron realizados para simular la respuesta y evaluar el factor de seguridad. Los resultados mostraron que el campanario presenta un comportamiento elástico debido a que la rotación de las campanas produce pequeños desplazamientos.

Abstract

Churches are emblematic buildings within the European and American historic centres, and their towers are landmarks in the urban landscape given their height. The dynamic behaviour of unreinforced masonry towers has been extensively studied. However, research about their performance under other type of dynamic forces is not common. The oscillation of four bells and their effect on the south bell tower of the National Palace of Mafra, Portugal, were assessed in this work. The frequencies of the dynamic actions were compared with the fundamental frequencies of the tower. Furthermore, a finite element model was generated to perform nonlinear dynamic analyses and nonlinear pushover analyses, aiming at simulating the structural response and evaluating the safety factor. The results showed that the bell tower presents an elastic behaviour, since the swinging of the bells produces small displacements.

Palabras clave: Campanario / Campanas / Fuerzas dinámicas / Mampostería no reforzada / Mafra

Keywords: Bell tower / Bells / Dynamic forces / Unreinforced masonry / Mafra

Elesban Nochebuena-Mora

PhD Student
Institute for Sustainability and Innovation in Structural Engineering
(ISISE), University of Minho
Guimarães, Portugal
enomora@gmail.com

Nuno Mendes

Post-Doc Researcher
Institute for Sustainability and Innovation in Structural Engineering
(ISISE), University of Minho
Guimarães, Portugal
nunomendes@civil.uminho.pt

Paulo B. Lourenço

Full Professor
Institute for Sustainability and Innovation in Structural Engineering
(ISISE), University of Minho
Guimarães, Portugal
pbl@civil.uminho.pt

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

NOCHEBUENA-MORA, E. [et al.] – Comportamiento dinámico del campanario sur del Palacio Nacional de Mafra ante las acciones de las campanas. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 13. ISSN 2183-8488. (julho 2020) 73-82.

1 Introducción

En Europa existen tres sistemas para hacer oscilar las campanas: inglés, centroeuropeo y español. En el sistema inglés, las campanas giran 360° cambiando la dirección en cada ciclo. En el sistema centroeuropeo, las campanas no tienen contrapeso y oscilan entre 55° y 160°. Las campanas del sistema español rotan 360° siempre en la misma dirección, tienen un gran contrapeso de madera que les da balance y reduce la magnitud de las fuerzas [1].

El Palacio Nacional de Mafra se ubica en Portugal y fue construido en la primera mitad del siglo XVIII durante el reinado de João V para albergar un monasterio franciscano y la residencia de la familia real [2]. A través de la historia ha tenido diferentes usos. El área del monasterio fue ocupada por el ejército francés, inglés y portugués [3]. El palacio se transformó en museo en 1910. En la actualidad, algunas secciones del complejo tienen uso administrativo y militar [4]. A pesar de estos cambios, el conjunto ha mantenido todas sus características arquitectónicas y materiales por lo que en 2019 fue declarado Patrimonio Mundial de la Humanidad [4]. Los dos campanarios contienen 119 campanas; 108 de ellas son fijas y pertenecen a los dos carrillones y a los relojes, mientras que once campanas pueden oscilar de acuerdo al sistema español transmitiendo fuerzas dinámicas a las torres. En este trabajo, solo la influencia de las campanas del campanario sur fue evaluada mediante la comparación de frecuencias para identificar efectos de resonancia, análisis dinámico no lineal para obtener la respuesta dinámica y análisis estático (*pushover*) no lineal con el objetivo de determinar el nivel de seguridad.

2 Campanario sur del Palacio Nacional de Mafra

La basílica está ubicada en el ala poniente del complejo, al centro de la fachada principal. Ambos campanarios tienen siete niveles y alcanzan una altura aproximada de 63,8 m. Los primeros tres pisos de las torres están conectados al palacio y a la basílica permitiendo la circulación entre las habitaciones del norte y sur. La torre sur tiene una planta cuadrada desde el nivel 1 al 6, formada por cuatro pilares de gran sección transversal que soportan las cúpulas, dinteles y arcos de medio punto. Las dimensiones en planta disminuyen con la altura a partir del piso 4. El nivel 7 es una cúpula de forma piramidal que remata la estructura. Para conectar los niveles 3, 4, 5 y 6, se construyó una escalera en espiral de 1,20 m de diámetro dentro del pilar noreste (Figura 1a).

El campanario sur alberga 60 campanas y se pueden dividir en: campanas del carrillón, campanas litúrgicas y campanas del reloj. La maquinaria del reloj y del carrillón se encuentran en el nivel 4. El carrillón, ubicado en el nivel 5, está compuesto por 53 campanas de diferentes dimensiones. Una estructura robusta de madera soporta 52 de estas campanas, mientras que la campana más pesada está sujeta a las jambas de la ventana oeste. El nivel 6 tiene cuatro campanas colocadas en las cuatro ventanas. Estas campanas pertenecen al sistema español ya que tienen un contrapeso de madera conectado a la mampostería por medio de rodamientos que permiten el giro completo. En el nivel 7 se encuentran las tres

campanas del reloj que están sujetas a la mampostería mediante vigas metálicas. Por lo tanto, las campanas litúrgicas son las únicas que pueden oscilar y producir fuerzas dinámicas.

3 Modelo numérico

3.1 Geometría y malla

Un modelo 3D del campanario, basado en el método de elementos finitos, fue creado usando el programa MidasFX+ para DIANA [5]. La basílica, el palacio y otros detalles arquitectónicos, como ornamentos, fueron excluidos de la geometría de la estructura para simplificar el modelo. Sin embargo, la influencia de los edificios adyacentes fue considerada al introducir elementos tipo muelle o resorte (*1-node spring*) en las superficies de los primeros tres niveles, como se muestra en rojo en la Figura 1b. En el nivel 6, cuatro vigas de acero simulan los contrapesos de las campanas; en los extremos de cada viga se colocó una placa de $0,30 \times 0,30 \times 0,10$ m para representar los rodamientos y reducir la concentración de tensiones durante los análisis. Otras dos vigas fueron utilizadas para colocar la carga de la campana más pesada del carrillón (nivel 5) y la campana más grande del reloj (nivel 7). El modelo está compuesto de 101 765 nodos y 499 905 elementos, cuyo tamaño varía entre 0,15 y 0,50 m. Los nodos en la base restringen cualquier movimiento de traslación en las tres direcciones garantizando una completa conexión.

3.2 Materiales

El campanario fue construido con mampostería de piedra caliza de buena calidad y asentada en capas muy delgadas de mortero. En los primeros dos niveles se usaron sillares pequeños, mientras que en el resto de la estructura los bloques utilizados son de dimensiones significativamente mayores. Para incluir el comportamiento no lineal de la mampostería se utilizó el modelo de fisura distribuida rotante basado en las deformaciones totales (*total strain rotating crack*). Esta ley constitutiva relaciona la fractura de energía a tracción, el esfuerzo de tensión y la deformación mediante una curva exponencial, mientras que establece una relación entre la fractura de energía a compresión, el esfuerzo de compresión y la deformación a través de una curva parabólica. El acero de las vigas y las placas fue considerado como material elástico.

El modelo numérico fue calibrado de acuerdo con los resultados del ensayo experimental de identificación dinámica [6]. Mediante análisis modales fue posible obtener el módulo de elasticidad de los dos tipos de mampostería y la rigidez lateral atribuida a la basílica y el palacio. La mampostería regular con finas capas de mortero, como la del campanario, pueden presentar módulos de elasticidad altos [7]. Debido a que se esperan daños locales y no globales, solo la mampostería de los niveles 5, 6 y 7 tiene propiedades no lineales, mientras que el resto del material se comporta de forma elástica. Esta estrategia reduce la demanda computacional durante

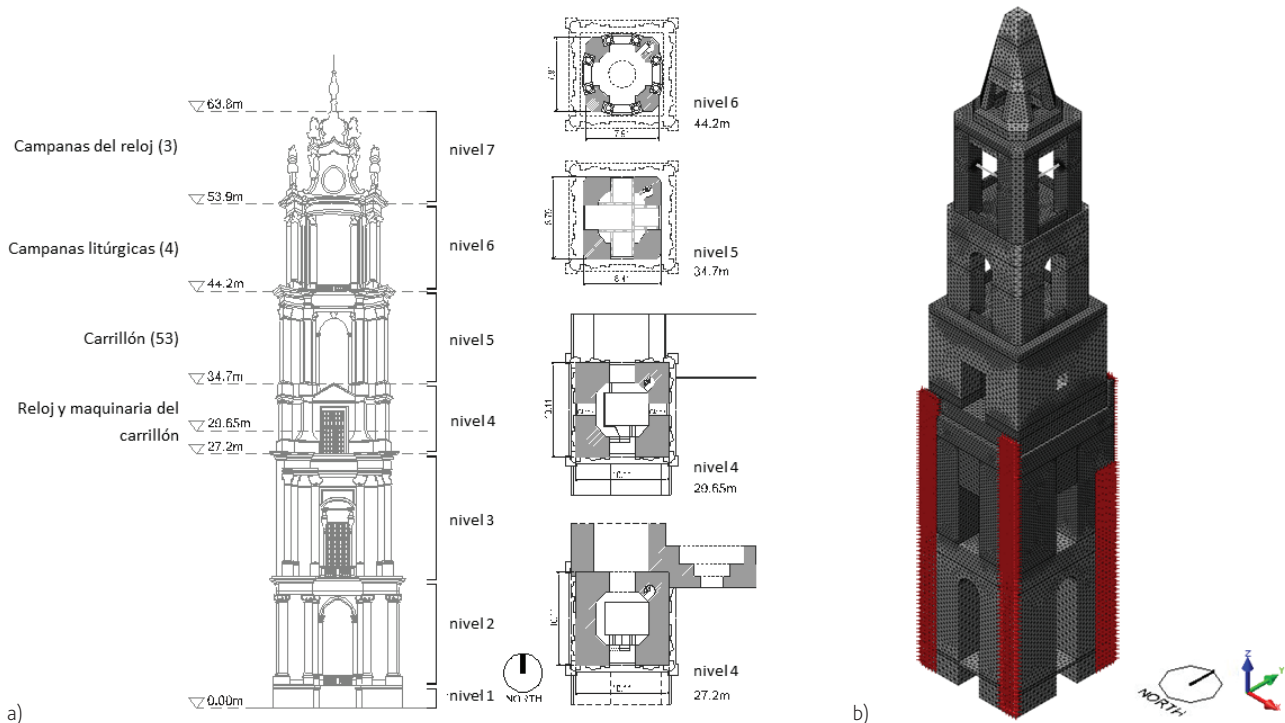


Figura 1 a) Fachada y plantas de los cuatro niveles superiores. b) Modelo de elementos finitos

Tabla 1 Propiedades mecánicas de los materiales

Material	Densidad (kg/m ³)	Coefficiente de Poisson	Módulo de elasticidad (GPa)	Resistencia a la compresión (MPa)	Fractura de energía a la compresión (kJ/m)	Resistencia a la tensión (MPa)	Fractura de energía a la tensión (kJ/m)
Mampostería (nivel 1 y 2)	2200	0,20	15				
Mampostería (nivel 3 y 4)	2200	0,20	36				
Mampostería (nivel 5, 6 y 7)	2200	0,20	36	8,00	4,80	0,30	0,05
Acero	7800	0,26	200				

Tabla 2 Peso de las campanas soportadas en la mampostería

Campana	Ubicación	Diámetro (mm)	Masa (kg)	Masa de la campana + masa del contrapeso (kg)	Peso (kN)
Campana 0	Nivel 5 (oeste)	2 457	9 640,00	15 424,00	151,31
Campana 1	Nivel 6 (oeste)	1 985	4 449,52	7 119,24	69,84
Campana 2	Nivel 6 (este)	1 720	2 887,75	4 620,40	45,33
Campana 3	Nivel 6 (norte)	1 560	2 150,93	3 441,49	33,76
Campana 4	Nivel 6 (sur)	1 350	1 390,55	2 224,88	21,83
Campana 5	Nivel 7	2 530	9 900,00		97,12
Campana 6	Nivel 7	1 570	2 192,80		21,51
Campana 7	Nivel 7	1 380	1 485,89		14,58

Tabla 3 Características de las campanas litúrgicas

Campana	Ubicación	Peso (kN)	Excentricidad (m)	Momento de inercia (kg m ²)	Velocidad angular inicial (rad/s)
Campana 1	Nivel 6 (oeste)	69,84	0,015	24,92	1,25
Campana 2	Nivel 6 (este)	45,33	0,019	21,91	1,44
Campana 3	Nivel 6 (norte)	33,76	0,022	19,65	1,59
Campana 4	Nivel 6 (sur)	14,58	0,027	16,10	1,84

los análisis. Las propiedades mecánicas finales se presentan en la Tabla 1. Por otro lado, el coeficiente de amortiguamiento es un parámetro difícil de determinar a partir de la vibración ambiental durante un ensayo de identificación dinámica [8], por lo tanto, con base en la literatura existente se asignó un valor estimado de 1,44% [9].

3.3 Cargas estáticas

La maquinaria del reloj y del carrillón tienen una masa de 83 428 kg que corresponde a una carga uniformemente distribuida de 5,80 kN/m² aplicada sobre el piso del nivel 5. El peso de las 52 campanas soportadas por la estructura de madera equivale a una presión de 127,5 kN/m² (1 064 kN). La Tabla 2 presenta el peso de las campanas apoyadas en la mampostería. Para incluir el contrapeso de madera, la masa se multiplicó por un factor de 1,6 [1].

3.4 Cargas dinámicas

Una campana que oscila es considerada como un péndulo compuesto, generando fuerzas dinámicas que están relacionadas con la excentricidad, la masa, el momento de inercia y la velocidad angular inicial. Sin considerar los efectos de la fricción, la ecuación que describe el movimiento de un péndulo compuesto en términos de energía mecánica es:

$$E = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + mgh(1 - \sin \theta) \quad (1)$$

donde E es la energía total del sistema, θ el ángulo medido desde la posición de equilibrio, m es la masa, g es la aceleración de la gravedad, h es la excentricidad, I es el momento de inercia y $\dot{\theta}$ es la velocidad angular. El primer término de la derecha corresponde a la energía cinética, mientras que el segundo representa la energía

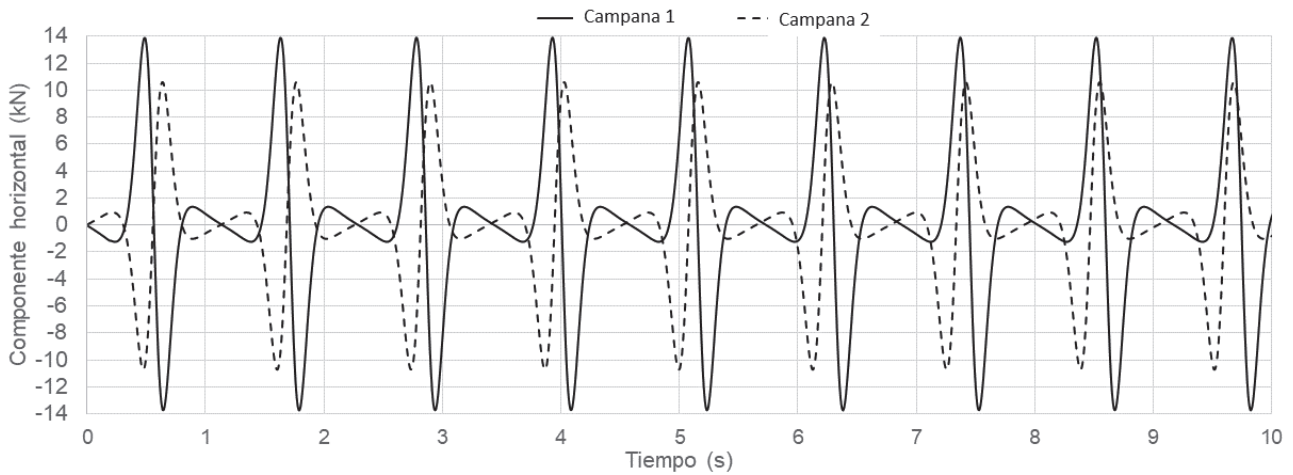


Figura 2 Fuerzas horizontales producidas por las campanas 1 y 2

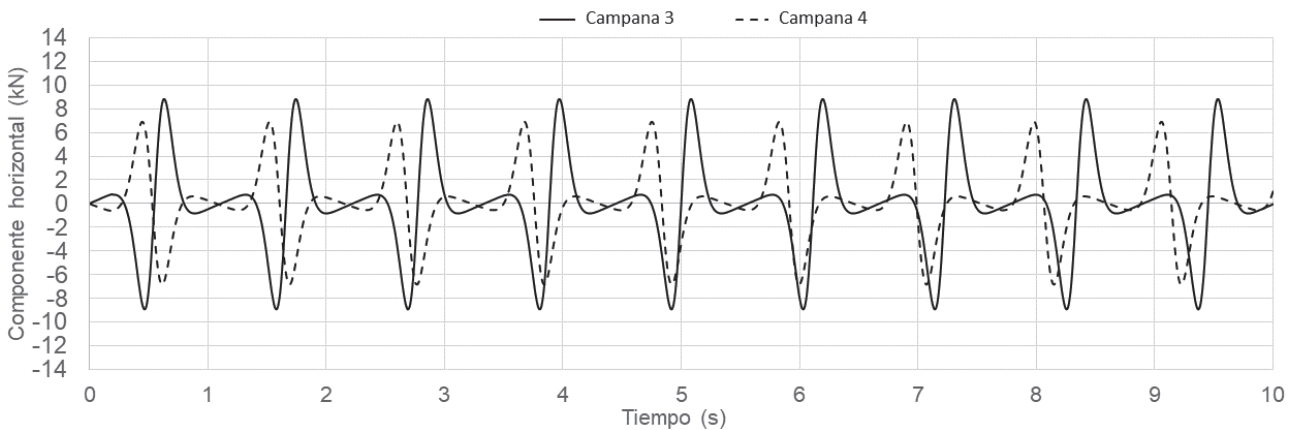


Figura 3 Fuerzas horizontales producidas por las campanas 3 y 4

potencial. Lima [10] deduce una solución exacta de la ecuación 1 en función del tiempo utilizada para determinar los desplazamientos angulares. Una vez obtenidos los desplazamientos angulares, es posible estimar la velocidad y aceleración angulares por medio de derivadas, para finalmente calcular las componentes verticales y horizontales de las fuerzas dinámicas por medio de [11]:

$$H(t) = mh[\dot{\theta}^2(t)\sin\theta(t) - \ddot{\theta}(t)\cos\theta(t)] \quad (2)$$

$$V(t) = -mg - mh[\dot{\theta}^2(t)\cos\theta(t) + \ddot{\theta}(t)\sin\theta(t)] \quad (3)$$

Debido al deterioro, las cuatro campanas litúrgicas están soportadas por andamios que impidieron la ejecución de los ensayos experimentales usados para determinar la excentricidad y el momento de inercia [1, 11, 12]. Por lo tanto, a partir de la literatura existente se asumieron valores que fueron obtenidos a través de extrapolación de datos [13]. La Tabla 3 presenta los valores asignados a las cuatro campanas.

Para determinar la dirección de las fuerzas se considera que el campanero empuja la campana hacia el exterior de la torre, por lo tanto, la campana 2 (este) y la campana 3 (norte) giran en dirección positiva, mientras que la campana 1 (oeste) y la campana 4 (sur) lo hacen en dirección negativa. Las Figura 2 y Figura 3 muestran la componente horizontal de las acciones de las cuatro campanas calculadas en función del tiempo. Estas fuerzas fueron aplicadas al centro de las vigas del nivel 6 como cargas concentradas variantes en el tiempo. La Tabla 4 presenta los valores máximos absolutos.

Tabla 4 Valores máximos absolutos de las fuerzas dinámicas de las campanas litúrgicas

Campana	Ubicación	H_{max} (kN)	V_{max} (kN)	(a)	(b)
Campana 1	Nivel 6 (oeste)	13,90	87,97	0,199	1,260
Campana 2	Nivel 6 (este)	10,73	59,31	0,237	1,309
Campana 3	Nivel 6 (norte)	8,93	45,40	0,265	1,345
Campana 4	Nivel 6 (sur)	6,91	30,83	0,316	1,412

(a) Máxima fuerza horizontal dividida por el peso de la campana.
 (b) Máxima fuerza vertical dividida por el peso de la campana.

4 Análisis basado en frecuencias

La evaluación basada en frecuencias es sencilla y consiste en comparar las frecuencias fundamentales de la estructura con el contenido de frecuencias de las excitaciones. De esta manera se puede determinar si el campanario puede entrar en resonancia con las acciones de las campanas. De acuerdo con el ensayo de identificación dinámica, el primer modo de vibración de la torre tiene una frecuencia de 2,85 Hz y corresponde a una curvatura simple de toda la estructura en dirección este-oeste (eje X). El segundo modo se asocia a la flexión en dirección norte-sur (eje Y) de los últimos cuatro niveles con una frecuencia de 5,99 Hz. Con respecto a las fuerzas dinámicas, solo se obtuvo el espectro de frecuencias de

las componentes horizontales usando la Transformada de Fourier, debido a que el campanario es mucho más flexible en el eje horizontal que en el vertical. Como consecuencia de la baja velocidad angular inicial y la alta masa de las campanas, los resultados muestran una predominancia del 3° armónico. De acuerdo con el código alemán DIN4178 [14], la frecuencia del armónico predominante debe estar, por lo menos, 10% alejado de la frecuencia fundamental de la torre. Las frecuencias de las campanas 1 y 2 se compararon con el primer modo de vibración ya que rotan en el eje este-oeste (eje X), mientras que las frecuencias de las campanas 3 y 4 se compararon con el segundo modo de vibración (eje Y). Los resultados presentados en la Tabla 5 muestran que no existe interacción entre las excitaciones y el campanario.

Tabla 5 Frecuencias fundamentales del campanario y contenido de frecuencias de las fuerzas horizontales

Campana	Frecuencias del campanario		Contenido de frecuencias de las fuerzas horizontales		Diferencia entre frecuencias (%)
	Modo 1 (Hz)	Modo 2 (Hz)	1.º armónico (Hz)	3.º armónico*	
Campana 1	2,85		0,87	1,74	39
Campana 2	2,85		0,88	1,77	38
Campana 3		5,99	0,90	1,80	70
Campana 4		5,99	0,93	1,86	69

5 Análisis dinámico no lineal

Para el análisis dinámico del campanario se asumieron dos condiciones de carga: a) cuando la campana con mayor masa (campana 1) está oscilando, y b) cuando las cuatro campanas giran al mismo tiempo. Las fuerzas se aplicaron por 80 s y se dejó vibrar la torre libremente por otros 10 s. Este tiempo permite observar el comportamiento de la estructura en los instantes en que las fuerzas dinámicas están en fase (tienen la misma dirección) y fuera de fase (tienen direcciones opuestas). La respuesta fue evaluada en términos del historial de desplazamientos de las fachadas y patrón de grietas.

5.1 Condición 1: campana 1

El máximo desplazamiento (0,10 mm) se encuentra en la respuesta transitoria al inicio de la aplicación de la carga (en el segundo 1,8). La respuesta estacionaria se alcanza antes de los 10 s, cuya amplitud fluctúa entre -0,08 y 0,05 mm (Figura 4a). La evolución del daño se evaluó en tres instantes: b) antes de la aplicación de la carga, c) después de 10 segundos, y d) al final. Las grietas mostradas en la Figura 4 van de 0,1 a 5 µm, este daño numérico es insignificante indicando que es difícil agrietar la mampostería bajo estas circunstancias de carga. Con respecto a la evolución del daño, no hay diferencias importantes en la progresión de fisuras desde el segundo 10 hasta el final.

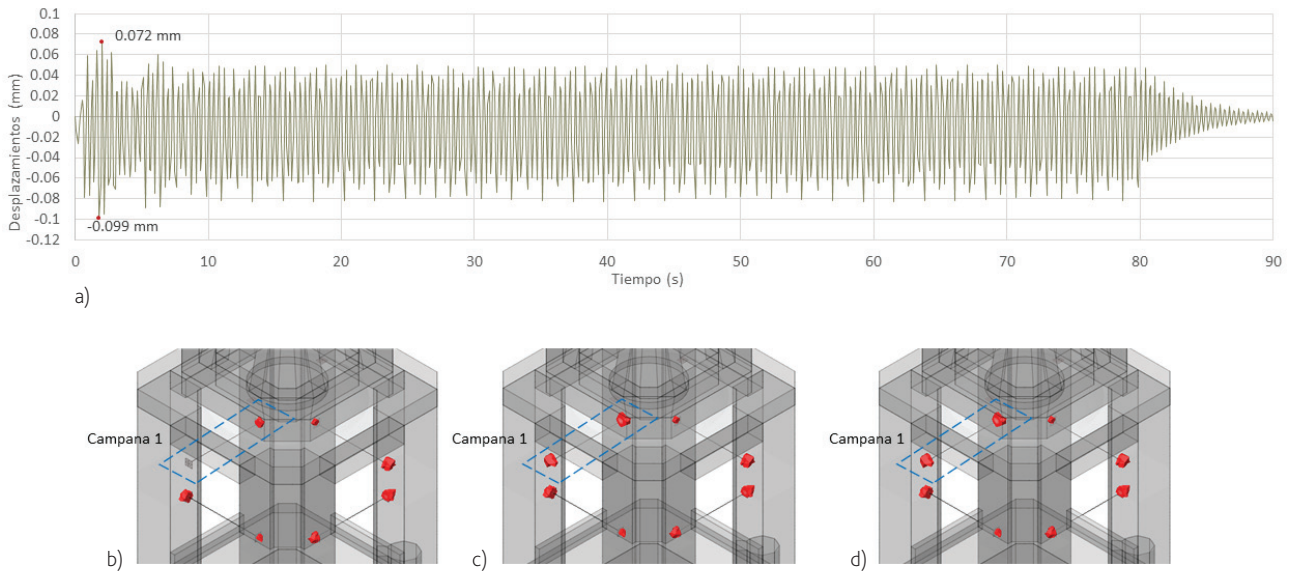


Figura 4 a) Desplazamientos de la fachada oeste y evolución del daño b) antes de la aplicación de carga, c) a los 10 segundos y d) al final

5.2 Condición 2: las cuatro campanas

Solo existe la respuesta estacionaria del campanario, las tres amplificaciones de vibración en el eje X (este-oeste) corresponden a instantes en que las fuerzas dinámicas de las campanas 1 y 2 están en fase y fuera de fase (Figura 5). El máximo desplazamiento detectado en la fachada este y oeste fue de 0,13 mm, lo que indica que la oscilación de la campana 2 aumenta la amplitud en un 30% con respecto al caso anterior. Por otro lado, los máximos desplazamientos en la fachada norte y sur son apenas 0,01 y 0,02 mm respectivamente.

Los resultados también demostraron que las campanas 1 y 2 no influyen en los desplazamientos del eje Y (norte-sur) y viceversa. Además, la medición de los desplazamientos relativos a la altura de las campanas muestra que la sección en planta del nivel 6 es altamente rígida, pues las deformaciones relativas son insignificantes aun cuando las fuerzas dinámicas están fuera de fase (aplicadas en direcciones opuestas). Con respecto al daño, la Figura 6 muestra grietas cuyo espesor varía entre 0,1 y 5 μm . Las fisuras son irrelevantes y no existe una evolución sustancial en el tamaño de las zonas agrietadas desde el inicio hasta el final de la aplicación de la carga.

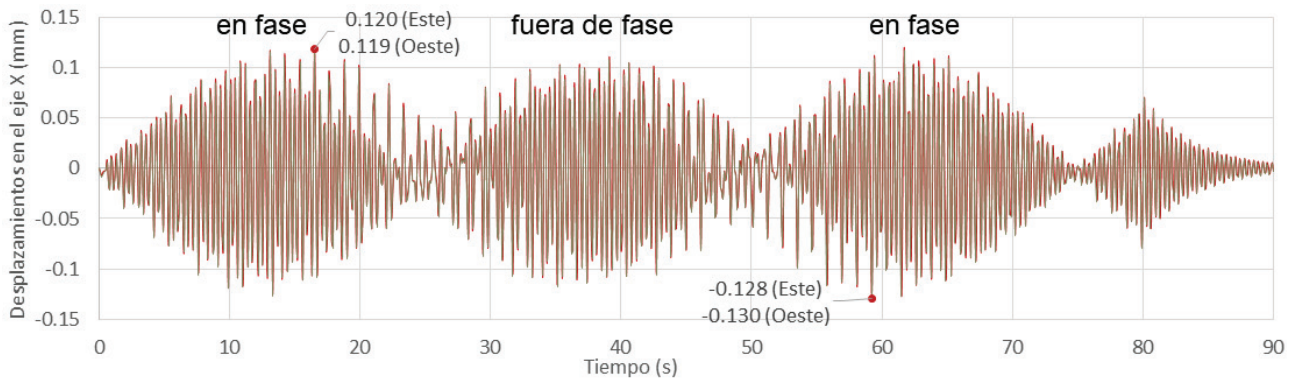


Figura 5 Desplazamiento de las fachadas este y oeste cuando las cuatro campanas oscilan

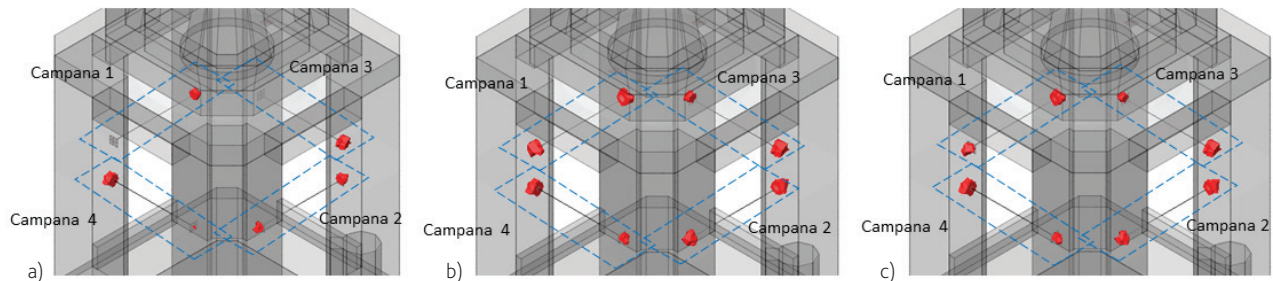


Figura 6 Evolución del daño causado por las cuatro campanas a) antes de la aplicación de carga, b) a los 10 segundos y c) al final

6 Análisis estático no lineal

Para determinar el nivel de seguridad del campanario, se aplicaron los pesos de las campanas como cargas laterales concentradas en el centro de las vigas. La estructura se analizó bajo dos condiciones de carga: a) bajo la fuerza horizontal de la campana 1, y b) cuando las campanas actúan en la misma dirección. Para cada caso se obtuvo una curva de capacidad de carga en términos del desplazamiento medido en cada fachada y un factor de carga proporcional al peso de las campanas.

6.1 Análisis estático no lineal 1: campana 1

La carga de la campana 1 fue incrementada gradualmente en dirección $-X$ (hacia el oeste). La curva resultante se muestra en la Figura 7a, en la que se puede observar que la fachada se comporta dentro del rango elástico hasta un factor de carga de aproximadamente 24, que equivale a una fuerza de 1690 kN. Grietas entre 0,1 y 0,4 mm comienzan a aparecer alrededor de la conexión y se desarrollan hasta alcanzar la falla en el máximo desplazamiento

de 4,8 mm. Como era esperado, el mecanismo de falla es local, hay desprendimiento de material en los soportes de las campanas sin perjudicar al resto de la estructura. En la Figura 7b se muestra la evolución del daño en el máximo desplazamiento.

6.2 Análisis estático no lineal 2: todas las campanas

Para el segundo análisis, las fuerzas fueron aplicadas lateralmente de la siguiente manera: peso de las campanas 1 y 2 en la dirección $+X$ (hacia el este), y el peso de las campanas 3 y 4 en dirección $+Y$ (hacia el norte). La máxima deformación se encuentra en los pilares del nivel 6. Los pilares tienen un comportamiento elástico hasta un factor de carga de 20, después de este punto comienza la deformación plástica alcanzando el máximo factor de carga de 32 en el máximo desplazamiento de las cuatro fachadas (Figura 8). Los daños principales son locales y se presentan alrededor de las conexiones de las campanas y en la base de los pilares. La Figura 8c muestra el daño en el máximo desplazamiento con un rango de ancho de grietas entre 0,1 y 0,4 mm.

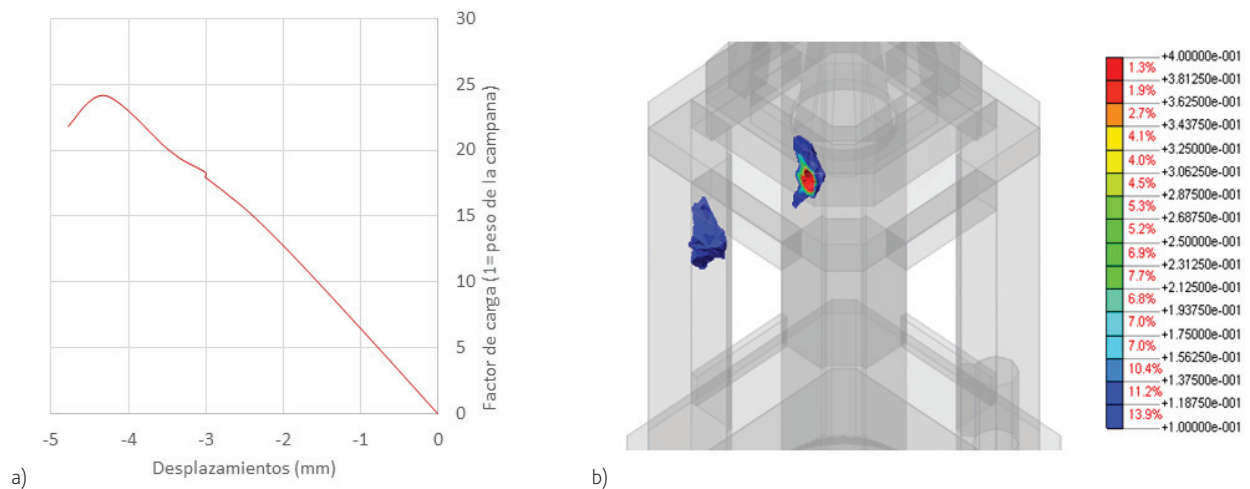


Figura 7 a) Curva de capacidad y b) patrón de grietas en el máximo desplazamiento

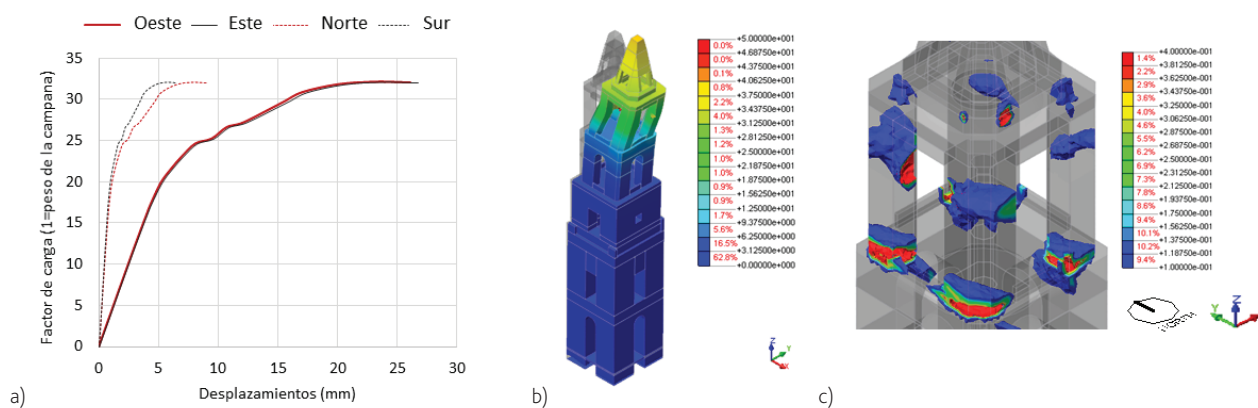


Figura 8 a) Curva de capacidad, b) deformación máxima, c) patrón de grietas en el máximo desplazamiento

7 Conclusiones

Se analizó el efecto que tienen las fuerzas dinámicas producidas por las campanas sobre el campanario sur del Palacio Nacional de Mafra, Portugal. Tres tipos de análisis fueron utilizados: análisis basado en frecuencias, análisis dinámico y estático no lineal. Al comparar el espectro de frecuencias de las fuerzas dinámicas con las frecuencias fundamentales del campanario, se determinó que no hay interacción entre las campanas y la estructura (inexistencia de resonancia). De acuerdo con los análisis dinámicos, el campanario tiene una respuesta elástica en todos los escenarios estudiados. El movimiento de las campanas produce desplazamientos muy pequeños sin dañar la mampostería. Los resultados de los análisis estáticos no lineales muestran que los pilares del nivel 6 tienen un comportamiento lineal hasta un factor de 20 (20 veces el peso de las campanas aplicado lateralmente). Si se comparan estos resultados con la máxima fuerza horizontal generada por cada campana (ver Tabla 4), las cargas dinámicas deben ser incrementadas considerablemente (alrededor de 100 veces) para agrietar la mampostería. Por lo tanto, la oscilación de las campanas no representa ningún riesgo para la estabilidad estructural de la torre. Si algún daño cerca de las conexiones se presenta, otros factores, tales como la corrosión o la fatiga del material, deben ser estudiados para determinar el origen del deterioro.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado en la Universidad del Minho, Portugal, mediante el financiamiento del Programa ELARCH (Euro-Latin America partnership in natural Risk mitigation and protection of the Cultural Heritage) coordinando por la Universidad de la Basilicata, Italia.

Referencias

[1] Ivorra, S. – "Acciones dinámicas introducidas por las vibraciones de las campanas sobre las torres-campanario". Universidad Politécnica de Valencia, 2002.

[2] Governo de Portugal – "Palácio Nacional de Mafra", (n.d.). <http://www.palaciomafra.gov.pt/pt-PT/Geral/ContentList.aspx> (accessed August 20, 2017).

[3] Doderer, G. – "Subsídios novos para a história dos órgãos da Basílica de Mafra", *Revista Portuguesa de Musicologia*, 2002, Vol.12, p 87–127.

[4] Direção-Geral do Património Cultural, Governo de Portugal. – "Real Edifício de Mafra: Proposta para inscrição na Lista do Património Mundial da UNESCO", 2019, 519 p.

[5] Midas FX+ for DIANA, Information Technology Co Ltd, version 3.3.0, Korea, 2013.

[6] Greco, F. et al. – "The Convent of Mafra, Portugal", Relatório técnico, Guimarães, 2016.

[7] Palchik, V.; Hatzor, Y.H. – "Crack damage stress as a composite function of porosity and elastic matrix stiffness in dolomites and limestones", *Engineering Geology*, 2002, Vol. 63, p 233–245. [https://doi.org/10.1016/S0013-7952\(01\)00084-9](https://doi.org/10.1016/S0013-7952(01)00084-9).

[8] Mendes, N. – "Seismic Assessment of Ancient Masonry Buildings: Shaking Table Tests and Numerical Analysis", University of Minho, 2012.

[9] Ivorra, S. et al. – "Masonry bell towers: dynamic considerations", *Proceedings of the ICE - Structures and Buildings*, 2011, Vol. 164, p 3–12. <https://doi.org/10.1680/stbu.9.00030>.

[10] Lima, F.M.S. – "Analytical study of the critical behavior of the nonlinear pendulum", *American Journal of Physics*, 2010, Vol. 78, p 1146–1151. <https://doi.org/10.1119/1.3442472>.

[11] Bennati, S. et al. – "Dynamic behavior of a medieval masonry bell tower. Part I: Measurement and modeling of the tower motion", *Journal of Structural Engineering*, 2005, Vol. 131, p 1647–1655. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2005\)131:11\(1647\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2005)131:11(1647)).

[12] Heyman, J.; Threlfall, B.D. – "Inertia forces due to bell-ringing", *International Journal of Mechanical Sciences*, 1976, Vol. 18, p 161–164. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(76\)90020-5](https://doi.org/10.1016/0020-7403(76)90020-5).

[13] Ivorra, S.; Pallarés, F.J. – "Dynamic investigations on a masonry bell tower", *Engineering Structures*, 2006, Vol. 28, p 660–667. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.09.019>.

[14] German Code DIN 4178 – "Bell towers," 2004.

