

Olhares sobre a comunicação matemática e um poema de Drummond de Andrade

Maria Helena Martinho
Centro de Investigação em Educação
Universidade do Minho

Resumo

Um olhar sobre o poema de Drummond de Andrade ajuda-nos a compreender a complexidade da comunicação. A comunicação, encarada como um processo dinâmico através do qual alunos e professores interagem, trocam informações e influenciam-se mutuamente, assume um papel determinante no processo de ensino-aprendizagem. Vários são os elementos que exigem atenção na comunicação na aula de matemática: o discurso produzido pelo professor ou pelo aluno, o ambiente da sala de aula, as interações estabelecidas e respetivos padrões associados, a negociação de significados e a argumentação. Questionar, responder, exprimir, entender... presentes em Drummond e na aula de matemática.

A partir de alguns diálogos de sala de aula, procuraremos compreender as diferentes opções e as suas implicações para a aprendizagem dos alunos bem como a forma como podemos transformar a aula numa comunidade matemática. Ainda que haja consciência das dificuldades inerentes ao papel do professor, vamos discuti-lo para, em conjunto, respondermos a esse desafio.

Palavras-chave: Comunicação, Ações do professor, Inclusão, Desafio.

Introdução

*Ainda que mal pergunte,
ainda que mal respondas;
ainda que mal te entenda,
ainda que mal repitas;
ainda que mal insista,
ainda que mal me exprima,
ainda que mal me julgues;
(...)*

ainda assim te pergunto
Carlos Drummond de Andrade

O poema de Drummond de Andrade encerra dois aspetos fundamentais: por um lado a dificuldade inerente à comunicação e que requer de nós, professores, um esforço sério, insistente, consciente e planeado; por outro lado, a inclusão tão importante numa sala de aula, assumir que na aula todos os alunos estão incluídos na sua atividade.

Pretende-se com este artigo olhar para a sala de aula como esse espaço de comunicação e de inclusão. Recorrendo a uma estrutura de aula desafiante e exploratória é possível identificar papéis e ações do professor essenciais para atingir esse objetivo.

Este artigo começa por abordar a comunicação assumida aqui como um processo dinâmico e de caráter social. Segue-se uma discussão das ações do professor na preparação e estruturação da aula. Na quarta secção percorre-se algumas aulas para compreender melhor essas diferentes ações. O recurso a uma estrutura de aula exploratória nessa secção assume um papel preponderante. Na quinta e última secção apresentam-se as conclusões finais e perspectivas futuras.

A prática do professor e a comunicação na aula de Matemática

A comunicação é assumida aqui como um processo dinâmico onde todos os intervenientes, alunos e professores, interagem e influenciam-se mutuamente. Este processo requer a presença de três elementos essenciais: informação, interação e influência. A *informação* consiste no objeto de comunicação, as *interações* correspondem à própria dinâmica desse processo e a *influência* é a efetividade desse processo. O professor é um elemento central em todo o processo dado que planifica a sua ação, toma decisões, coordena o desenvolvimento da aula, escolhe as metodologias a seguir, organiza a turma e o trabalho a realizar, assumindo sempre um papel estruturante.

As opções do professor influenciam de forma direta a comunicação na aula de Matemática. Vários são os aspetos apontados na literatura relativamente a essas opções dos professores. Destaquemos três: a seleção das tarefas, a garantia do ambiente confiante e o desafio e incentivo à participação dos alunos.

A *seleção de tarefas* constitui um dos aspetos há muito discutido na comunidade de Educação Matemática. A importância da escolha de tarefas estimulantes que despertem e estimulem o aluno para a atividade matemática e desenvolvam o seu poder matemático é sublinhada, por exemplo, em Ponte e Santos (1998) e Stein (2001). Sendo estimulantes, porém, estas tarefas não devem ser inatingíveis. A escolha de tarefas variadas ajuda a promover o discurso centrado nas ideias matemáticas e não em cálculos e procedimentos.

Assegurar que a *atmosfera da sala de aula* seja de respeito mútuo e confiança é outro aspeto fundamental para o desenvolvimento do aluno. Quando os alunos se sentem confortáveis para comentar, questionar, expressar, de forma eventualmente menos correta, as suas ideias torna-se possível o desenvolvimento da autonomia do aluno, a sua autoconfiança e o seu poder matemático (Alrø & Schovsmose, 2002; Owen, 1995).

Desafiar e incentivar a participação dos alunos, encorajá-los a tomar posições, defendê-las e convencer os outros do seu ponto de vista, ajudando-os a empenharem-se na própria aprendizagem e a ganharem autoconfiança constitui o terceiro elemento fundamental na prática do professor. Estimular os alunos à explicação e justificação do que fazem e de como pensam (Yackel, 1995) e encorajá-los a partilhar as suas ideias e usar essas ideias como base para a discussão e argumentação (Sherin, 2002) são elementos essenciais para a aprendizagem.

Estes três elementos, acima associados ao que se designa por opções do professor, estão intimamente ligados ao papel que este desempenha na sala de aula. Segundo Anthony e Walshaw (2009) pode falar-se em quatro dimensões do papel do professor: construção da comunidade matemática, garantia do discurso na sala de aula, cuidado com as tarefas e sustentação do conhecimento.

O primeiro concerne à aula como uma *comunidade* em que as discussões têm objetivos bem definidos e as ideias que vão sendo produzidas pelos alunos vão fazendo sentido numa construção coletiva, com a atenção cuidada do professor. O envolvimento de todos os alunos nas discussões, fazendo com que se sintam membros da comunidade está patente nesta dimensão. A orquestração dos momentos de discussão e o registo quer das ideias em discussão quer do caminho percorrido pela turma estão a cargo do professor. Lampert (2001) destaca diferentes aspetos nessa orquestração: decidir a quem dar a palavra; apoiar alunos particulares sem perder o envolvimento de toda a turma na discussão; garantir uma trajetória da discussão que faça sentido; e gerir o tempo.

A garantia do nível do *discurso* na sala de aula é uma dimensão do papel do professor que se considera conseguida se todo o diálogo estiver focado na argumentação e a linguagem matemática utilizada seja cuidada. O uso de representações orais, escritas ou com recurso a materiais é importante que seja encorajado pelo professor. Este é suposto recorrer a uma linguagem matemática progressivamente mais elaborada, levando a que de forma natural, os alunos se vão envolvendo e apoderando dela também.

A atitude do professor na escolha das *tarefas* deve traduzir a confiança que ele próprio nelas coloca: confiança em que as mesmas vão ajudar os alunos a progredir e envolver-se num bom nível de pensamento matemático (Anthony & Walshaw, 2009, Stein & Smith, 1998). As tarefas devem ser poderosas para que permitam a discussão, o confronto e o estabelecimento de conexões entre diferentes processos de resolução, representações e temas da matemática (Martinho & Gil, 2014). Para a concretização

deste papel o professor pode desempenhar diferentes ações como por exemplo, questionar os alunos e confrontar resoluções diferentes.

O *conhecimento* do professor constitui uma dimensão fundamental. O conhecimento matemático sólido permite concretizar o desempenho do professor na seleção das tarefas, na boa condução das discussões, sem perder o rumo, bem como na construção da comunidade (Rowland, 2008). A forma como organiza as atividades de ensino está intimamente ligado ao seu domínio dos conteúdos, às suas concepções acerca da Matemática e ao conhecimento pedagógico que tem do conteúdo e das formas como os alunos aprendem (Anthony & Walshaw, 2009; Ponte & Chapman, 2006).

Menezes, Ferreira, Martinho e Guerreiro (2014) sublinham quatro ações discursivas desempenhadas pelo professor de Matemática: explicar, questionar, ouvir e responder.

Quando procura *explicar* o professor estabelece conexões entre diferentes ideias, as que acabam de ser formuladas, outras já trabalhadas anteriormente ou aquelas que infere do seu conhecimento do modo dos alunos reagirem (Bishop & Goffree, 1986).

Questionar os alunos é uma ação que ocorre frequentemente numa aula de Matemática (Menezes, Guerreiro, Martinho & Ferreira, 2013). As perguntas colocadas em sala de aula, podem ser agrupadas em dois grupos: as que testam conhecimento do alunos (perguntas de verificação) e perguntas que desenvolvem o conhecimento e compreensão matemática dos alunos (perguntas de focalização e de inquirição). Esta leitura encontra-se de forma mais detalhada em Menezes et al. (2013).

Ouvir os alunos é uma ação essencial pois ajuda o professor a compreender o pensamento dos alunos. O ato de ouvir é contextualizado, pois só assim pode ser devidamente interpretado (Ferreira, 2005). Um professor pode ouvir essencialmente para avaliar o conhecimento dos alunos e pode também ouvir para interpretar os seus pensamentos e compreender as suas ideias e raciocínios. Lindquist e Elliott (1996) sublinham mesmo a importância da capacidade do professor em ouvir no silêncio e do silêncio. Peressini e Knuth (1998) argumentam que é necessário ouvir mais e falar menos para que o discurso se torne mais dialógico. É essencial que o professor preste atenção ao que os alunos dizem, explicam e respondem relativamente às tarefas propostas.

Responder é um ato comunicativo desempenhado pelo professor em muitas aulas e pressupõe a existência de uma intervenção prévia de um ou mais alunos. Dependendo da resposta podemos apreciar diferentes consequências para o aluno. Pode

ser uma resposta que aumente a dependência dos alunos em relação ao professor quando este fornece uma resposta direta, como pode ser uma resposta que favoreça o desenvolvimento matemático dos alunos quando o professor em vez de responder lança novas questões e desafios. Relançar uma pergunta à turma, reformular a questão simplificando-a, pedir uma melhor explicação da dúvida, entre outras, são algumas das respostas que podem ser dadas pelo professor (Ferreira, 2005).

O professor enfrenta, pois, o desafio de um papel muito complexo. A atitude atenta e subtil, que ouve os alunos e em que procura não se impor, sem no entanto deixar de estar presente, requer uma atenção redobrada perante diversos aspectos, tais como: orientar a direção e o foco das discussões, garantir que se estabeleçam e respeitem normas de interação, e acautelar o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos na sala de aula (Chazan & Ball, 1995).

Tudo isto está sobremaneira presente nas dinâmicas de grupo e discussão coletiva na sala de aula. De facto, ao interagirem uns com os outros na exploração de uma tarefa matemática, os alunos inserem-se num processo de interação a diferentes níveis, que potencialmente estimula o falar e pensar em voz alta. Desenvolvem nesse processo uma maior confiança em si próprios e maior aptidão para acompanhar e participar ativamente nas discussões que ocorrem em grande grupo (Domingues & Martinho, 2014).

O papel do professor é preponderante, de forma muito particular nestes contextos de trabalho em grupo e de discussão em turma. Tem, por exemplo, de procurar que cada grupo trabalhe como um todo, que os elementos se respeitem mutuamente, saibam discutir de uma forma construtiva, dando as suas opiniões e ouvindo atentamente as dos colegas e chegando a um acordo quando necessário. Tem ainda de estar atento a cada fala no sentido de perceber se esta representa o pensamento do grupo ou apenas o do aluno que a profere (Martinho, 2007). É importante que os alunos se tornem capazes de dar sentido ao que ouvem. O professor deve encorajá-los a colocar questões e pedir explicações e clarificações (Yackel, 1995).

Este aspecto é igualmente relevante quando se trata da discussão em grande grupo. Stein, Engle, Smith e Hughes (2008) salientam o papel do professor na orientação da discussão coletiva que se inicia a partir do trabalho desenvolvido pelos alunos e se desenvolve limando as ideias que produziram e fazendo-as avançar para um pensamento matemático eficiente e rigoroso. O professor é suposto apoiar os alunos no desenvolvimento do discurso matemático, incentivar a exposição dos seus raciocínios e

a construção e avaliação da matemática em produção. Distingue cinco práticas fundamentais: *Antecipar* – as respostas dos alunos às tarefas matemáticas; *Monitorizar* – o pensamento matemático em construção; *Selecionar* – os alunos que podem apresentar as suas respostas matemáticas em grupo; *Sequenciar* essas respostas; e *conectar* – entre as respostas dos alunos, articulando as ideias matemáticas e desenvolvendo-as.

Numa linha similar, Cengiz, Kline, e Grant (2011) identificaram três tipos de ações do professor em discussões coletivas, que contribuem para uma ampliação do pensamento matemático: apoiar, incitar e ampliar. As primeiras visam apoiar os alunos na consolidação de informação anterior e sua integração com novos dados. As ações de incentivo permitem ao professor aceder ao pensamento matemático dos alunos e torná-lo público. As ações relativas ao ato de *ampliar* encorajam os alunos a ir além dos métodos usados na atividade matemática inicial.

O ato comunicativo é, para professores (e alunos), um risco e uma oportunidade. Quantas vezes o professor hesita, experimenta dificuldades em gerir os tempos e os ritmos do diálogo e se interroga como proceder. Neste processo o professor aprende também a observar os alunos, a forma como refletem, reagem, tentam exprimir-se, e deste modo aprofunda o seu próprio conhecimento avalia a sua capacidade de correr riscos e se envolver na construção comum da aula (Owen, 1995; Wood, 1995). Repare-se, contudo, que não é possível falar do professor como uma entidade abstrata e sem história. Muito pelo contrário, o exercício da sua profissão é, em cada momento, marcado por um conjunto vasto de influências e percursos anteriores que, em boa parte, determinam o seu comportamento.

Na sala de aula

Nesta secção, vamos entrar em algumas aulas de Matemática, que classificaremos aqui como exploratórias, nas quais o professor procura desafiar os alunos, questionando-os e colocando-os perante tarefas e ambientes matematicamente estimulantes. A designação aula exploratória, utilizada já por outros autores como Stein et al. (2008), Canavarro (2011) e Ponte (2014), refere-se a uma aula composta por quatro fases: introdução da tarefa, resolução da tarefa, discussão e sistematização das aprendizagens. Na figura 1 apresenta-se um esquema da distribuição destas diferentes fases ao longo da aula e respetiva intervenção do professor. Subjacente a esta noção está uma visão de trabalho exploratório na sala de aula, em que professor e alunos

representam papéis ativos e mutuamente desafiantes (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012). A procura de uma construção coletiva do conhecimento é, portanto, assumida por todos os intervenientes.

A fase inicial, de *introdução da tarefa*, constitui o ponto de partida que deve garantir a produtividade da aula. Esta deve ser poderosa e desafiante, ou seja, apresentar fortes potencialidades matemáticas para garantir que a aula seja produtiva. Nesta fase, o professor apresenta a tarefa, chama a atenção para aspetos que considera oportunos, dá oportunidade aos alunos para esclarecerem dúvidas e organiza-os para a fase seguinte. Nesta fase, importa que o professor tenha uma intervenção, que classificamos como *moderada*, i.e. que não dá demasiadas instruções para que o desafio se mantenha mas garante que os alunos a compreendam e estejam preparados para trabalhar de forma autónoma (Stein et al., 2008).

A fase de *resolução da tarefa*, corresponde à fase em que os alunos trabalham autonomamente, preferencialmente em grupo. O professor circula entre os alunos, observa o trabalho que realizam sem precisar de os interromper. Perante solicitações o professor acompanha e provoca evitando dar respostas; procura também desbloquear situações de impasse. A intervenção do professor nesta fase tende a ser *discreta*, não se deixando sentir demasiado mesmo que muito solicitada por alguns dos grupos. Procura questionar mais do que responder e desafiar os alunos a irem mais além de forma autónoma.

A fase de *discussão* é um momento coletivo em que toda a turma discute o trabalho realizado na fase anterior. Nesta fase o professor procura orquestrar produtivamente as discussões, focando aspetos matemáticos que considera relevantes. Procura envolver o maior número possível de alunos e perante uma dúvida explicitada garante a sua discussão. Discute os aspetos mais problemáticos que surgiram ao longo do trabalho autónomo, sempre que considera que podem ser úteis a outros alunos. Nesta fase a intervenção do professor procura ser *inclusiva*, envolvendo o maior número possível de alunos questionando, desafiando-os a explicarem e justificarem os seus raciocínios.

A quarta e última fase, *sistematização das aprendizagens*, pretende ser um momento de síntese, organização das ideias principais, estabelecimento de conexões com outros temas já trabalhados anteriormente, desafios para novas explorações. Nesta fase o professor recapitula os aspetos essenciais da discussão, sublinha aquilo que de essencial foi aprendido e trabalhado na aula e procura que os alunos registem o

essencial no caderno. Nesta fase faz a ponte com conhecimentos anteriores e propõe extensões à tarefa para levar os alunos a continuar a pensar. O papel do professor é aqui classificado como *desafiante*.

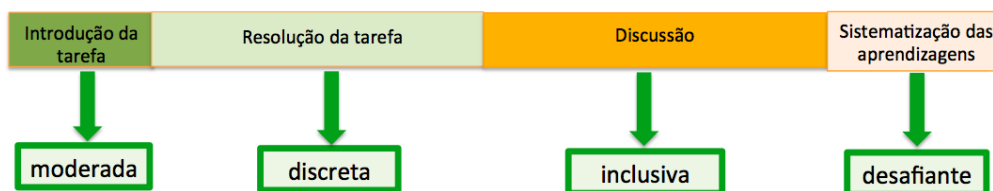


Figura 1. Fases de uma aula exploratória e respetiva intervenção do(a) professor(a).

Seguem-se alguns episódios relativos às diferentes fases da aula que ilustram o papel e as ações do professor.

Introdução da tarefa

No episódio 1A está patente a preocupação da professora em garantir que o vocabulário faz sentido para os alunos e que estes estão preparados para avançar no trabalho autónomo.

Episódio 1A

Professora: Bom, (...) vão estar em silêncio e ouvir primeiro as instruções. Para quando eu disser que podem começar a trabalhar não comecem a perguntar e agora que é que eu faço? (...) Vou distribuir uns pequenos envelopes para... (...) Digam lá qual é a palavra que aí está.

Coro: Pentaminó [ou pentámino ou pentamino]

Professora: Conhecem a palavra dominó?

Vários: Sim

Professora: A palavra que aí está é pentaminó. (...) Agora vamos ver... pentaminó, esta primeira parte da palavra, penta, há outra palavra: pentágono, pentacampeão (...) porque é que o Porto foi pentacompeão, digam lá.

Nuno: Porque ganhou cinco vezes seguidas.

Professora: Pois, porque ganhou 5 vezes seguidas o campeonato. Pentaminó, é constituído por quadrados, quantos serão?

Coro: Cinco.

Professora: E um dominó, quantos quadrados tem?

Alguns alunos: dois

(...)

Professora: Se abrirem [o envelope] têm aí cinco quadrados de cores diferentes, ok? Agora vou dizer o que quero que façam. Reparem que estou a falar de figuras equivalentes. (...) Com estes 5 quadrados, vão construir um pentaminó (...) Então vocês vão construir um pentaminó e depois no vosso caderno vão desenhá-lo (...)

(Martinho, 2007, p. 322)

A professora questiona os alunos sobre a utilização em diferentes contextos do prefixo *penta* e o seu significado. Na sua última fala do episódio procura explicar em que consiste a proposta de trabalho, garantindo que a abordam de forma autónoma.

Garantir que os alunos compreendem o que se pretende com a tarefa é uma constante nesta fase da aula. Quando a professor pergunta: “Vamos ler a tarefa “Eleição

para o delegado de turma”: (...) Dúvidas? Sabem o que são votos brancos ou nulos?” (Menezes et al., 2013, p. 56) está patente a sua preocupação em que todas as dúvidas fiquem esclarecidas logo no início da atividade.

Ainda numa outra aula, a professora pede aos alunos que redigam por suas palavras aquilo que lhes está a ser solicitado para garantir a sua efectiva compreensão: “Quem é que é capaz de explicar por palavras suas o que diz este enunciado? João...” (Menezes et al., 2013, p. 57, Projeto Práticas Profissionais de Professores de Matemática – P3M).

Resolução da tarefa

Ao longo desta fase, o professor procura circular e compreender o que está a ser realizado pelos diferentes grupo. Trata-se de uma intervenção discreta, em que o papel do professor é essencialmente ouvir, permanecendo em silêncio. Consideremos alguns pequenos diálogos que têm lugar nesta fase. No exemplo seguinte, a professora tenta compreender o que estão a pensar os alunos de um grupo: “E esses cálculos que aí estão? Importam-se de nos explicar o que aí está?” (Domingues e Martinho, 2014, p. 204).

As questões colocadas pela professora revelam uma professora preocupada em compreender os processos de raciocínio dos alunos. No episódio 2A também está patente essa preocupação pela compreensão do pensamento dos alunos quando a professora refere “E depois?”, “Ok...” ou “sim... e então?” revelando a necessidade de uma melhor clarificação do modo como pensam.

Episódio 2A

P: Então mas não estás aqui a apresentar o teu raciocínio. Ok, então começam pelo 10, 10, 10, é isso? 10 votos para cada um. E depois?

Aluna: (...)

Professora: Ok...

Aluna: A Francisca fica com 10...

Professora: Sim... e então?

Aluna: Depois a Sandra recebeu o dobro dos votos (...)

Professora: Portanto estão a ir por tentativas, não é? Mas apresentem as várias hipóteses. Mas estão a pensar bem.

(Menezes et al., 2013, p. 59, P3M)

Ainda neste episódio fica clara a intenção da professora em estimular os alunos para que continuem a pensar. Imediatamente antes de abandonar o grupo sublinha, provocadoramente: “Mas estão a pensar bem”. Exemplos de desafios similares são: “Será que isso vai ser sempre assim? Mesmo com outros preços? Mais razoáveis? Acham que sim? Que vai acontecer sempre?” (Caso Multimédia-CM, P3M)

Quando solicitado pelos alunos, o professor procura antes de mais nada saber o que faziam e compreender como estavam a pensar. No episódio 2B é visível que o professor procura compreender qual a dúvida dos alunos e o que pretendem fazer; questiona-os apenas na tentativa de os compreender.

Episódio 2B

P: Qual é a vossa dúvida. Expliquem-me lá.

Nélson: A dúvida é que a gente não sabe isto [apontando para a pergunta número um] (silêncio)

Daniel: Eles são ângulos... são ângulos verticalmente opostos

P: O que é que vocês querem mostrar, que não percebi.

Nélson: Queremos mostrar que estes dois ângulos [apontando para os ângulos EBD e CBA] são 90° .

(Gil, 2013, p. 428)

Nesta fase por vezes torna-se necessário sugerir aos alunos uma nova leitura do enunciado. No episódio 2C essa necessidade foi sentida pela professora.

Episódio 2C

P: A partir daí qual vai ser a estratégia?

Aluno: Se calhar juntava estes, não? Era 2 vezes 2...

P: E o que é que diz o enunciado? Isto é a interpretação que tu fizeste aqui destas 3 linhas, não é? Serem 3 candidatos, o Lucas receber menos 2 votos do que a Francisca, puseste este símbolo, não é? Isso eu percebo. A Sandra recebeu o dobro dos votos do Lucas... ok, certo, muito bem. E agora? Como é que tu transferes isso... mas já estás a usar o início do enunciado?

Aluno: Ah, os 30!

(CM, P3M)

A professora focou a atenção dos alunos no enunciado para os tornar mais conscientes do que era pedido e da forma como estavam a pensar. Focar a atenção no enunciado e nos dados do problema pode ser uma forma de desbloquear uma situação de impasse ou ultrapassar situações em que os alunos estão prestes a desistir por se sentirem incapazes. Muitos problemas de resolução de uma tarefa podem estar associados a uma leitura apressada ou pouco atenta do enunciado. Outros exemplos de perguntas que podem ser úteis são: “Como e que nós agora usamos esse dado?” ou “Para que é que serve essa informação?”.

Outra preocupação assumida pelo professor enquanto circula pela sala durante a fase da resolução da tarefa, é garantir que a linguagem utilizada é adequada.

No episódio 2D apresenta-se um diálogo que ocorreu entre a professora e um dos grupos, despoletado pela identificação de um erro nas conclusões que o grupo estava a

tirar. Questiona-os para garantir que descobriam o raciocínio que estavam a seguir: “É? Já experimentaram?” ou “Já experimentaram com algum preço em particular?”.

Episódio 2D

P: Digam-me então o que é que vocês já fizeram.

Aluno: (...) mais 10% vai voltar ao preço anterior.

P: É? Já experimentaram?

Aluno: Não.

P: Sim ou não?

Aluno: Se a gasolina está a um preço, aumenta 10%...e depois tira esses 10%...

Aluna: Fica a um certo preço, depois tirou o preço, voltou a ficar...

P: Mas já experimentaram com algum preço em particular? Portanto vocês acham que se aumento 10% e a seguir desconto 10% volto a ficar com o mesmo preço, é isso? Está o grupo todo a pensar dessa forma? E já experimentaram com algum preço?

Aluna: Temos de fazer agora...

(Menezes et al., 2013, p. 61, P3M)

Na fase final deste episódio podemos perceber que a professora procura estimular a discussão entre os diferentes elementos do grupo quando pergunta se “Está o grupo todo a pensar dessa forma?”. Esta preocupação com o envolvimento do grupo, está presente também no episódio 2E quando a professora questiona Beatriz para saber se tem a mesma opinião de Pedro e para que confrontem essas opiniões diferentes.

Episódio 2E

P: Concordas, Beatriz? Que o total de votos, mais os votos do Lucas, mais os votos da Sandra... neste caso é isso que tens aqui escrito...

Pedro: Mais os votos da Sandra.

P: É igual aos votos da Francisca?

Beatriz: Calma, não percebi...

P: O que ele aqui escreveu é que o total de votos mais os votos do Lucas... e aqui falta qualquer coisa no meio, mais os votos da Sandra é igual aos votos da Francisca. Concordas com essa equação?

Beatriz: Não, eu acho que não.

P: Então como é que achas que poderias escrever isto numa equação?

(Menezes et al., 2013, p. 63, P3M)

Discussão

Durante a fase de discussão, o professor procura envolver o maior número de alunos, assumindo uma forma de intervenção que designamos, por isso mesmo, como inclusiva. Nessa busca, o pedido de explicações é um elemento presente em muitos momentos da orquestração da discussão. Por exemplo, no episódio 3A é visível essa tentativa.

Episódio 3A

P: Vocês conseguem explicar aquilo que estava a dizer a Rita? (...) Expliquem lá (...) o Daniel pode ajudar. Senão os teus colegas depois não conseguem ver.

Carolina: Há aqui 5 cubos e são 4 colados.

P: Podes fazer só com 4... Põe alto para poderem ver.
Carolina: Há quatro lados, 2 e quatro quadrados.
(CM, P3M)

Neste episódio a professora para perceber se os alunos estão a compreender o que a Rita está a explicar, pergunta mesmo se conseguem explicar o que a colega disse. O desafio a uma justificação também está patente nesta fase da aula (Episódio 3B).

Episódio 3B

P: Porque é que é sempre mais 4?
Menino: Porque se faz ali sempre vezes 4...
P: Mas porquê?
Carolina: 9 vezes 4 dá 36, depois com o 2, 38, 10 vezes 4, 40, junta-se o 2, 42, é o 2 que está a fazer isto...
P: O 2 está a fazer isto. Mas, porque é que tu dizes ali, vocês têm ali as setinhas, mais quatro, mas porquê mais quatro e não mais outra coisa qualquer?
Carolina: Porque a diferença é de 4...
Professora: Porquê?
(Menezes et al., 2013, p. 64, P3M)

A professora procura que os alunos justifiquem porque razão afirmam “que é sempre mais 4” não se revelando satisfeita imediatamente perante as respostas obtidas, antes perguntando sucessivamente “Porquê?”. Num outro episódio, 3C, a professora através da simulação do contexto, procura que a justificação deles se torne mais convincente.

Episódio 3C

P: Sim, são os candidatos. Esses candidatos fazem parte dos 30 ou são mais 30?
Vários: Não, fazem parte dos 30.
P: Porquê? Vamos lá pensar no contexto desta turma, se fossemos fazer a eleição aqui do delegado de turma...os candidatos pertencem aqui ou vamos buscá-los lá fora?
(CM-P3M)

Numa tentativa de clarificação da explicação podem-se ver algumas das questões colocadas pelo professor ao longo do episódio 3D.

Episódio 3D

P: E, na figura, onde estão os triângulos rectângulos?
(O Nuno desenha no quadro os triângulos considerando, respectivamente, um triângulo de catetos 30 e 30 e outro de medidas 40 e 20. E seguidamente designa por x o comprimento de ambas hipotenusas.)
P: Por que é... ambas têm x ?
Nuno: Porque são as hipotenusas dos triângulos?
P: Sim, representam a hipotenusa desses dois triângulos, mas por que é que medem o mesmo?
Alguém sabe dizer porquê?
(Silêncio)
Carla: Porque [as aves] percorreram a mesma distância.
(Gil, 2013, p. 481)

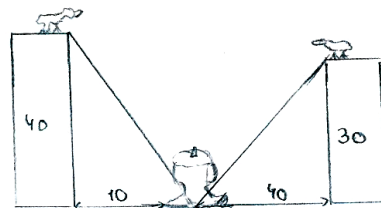


Figura 2. Imagem desenhada pelos alunos semelhante à que serviu de suporte à explicação

Sistematização das aprendizagens

Nesta fase, que se pretende desafiante e de consolidação, o professor procura recapitular o que considerou essencial da aula. Por exemplo, no episódio 4A a professora recapitula a generalização a que se chegou ao longo da aula, sublinhando dessa forma um procedimento matemático essencial para a aprendizagem dos alunos, a generalização.

Episódio 4A

P: Se calhar, agora podíamos...A conclusão a que vamos chegar tem alguma coisa a ver com o valor de que partimos?

Vários: Não.

P: Não. Nós pegámos em vários valores diferentes e não chegámos sempre à mesma conclusão? Ora então se cada um de nós experimentasse agora com outros valores diferentes a conclusão não seria a mesma?

Vários: Sim.

P: E aquilo que eu queria agora convosco, pegando um bocadinho nesta ideia deles da unidade, era que pensássemos um pouco, para construirmos uma conclusão geral todos em conjunto.

(CM-P3M)

Nesta fase da aula, o professor pode considerar adequado sublinhar a existência de diferentes estratégias de resolução e as suas características. Um exemplo disso mesmo está patente no episódio 4B.

Episódio 4B

P: Exatamente. Portanto a grande diferença entre esta estratégia e esta é que, se alterássemos o número de votos para 7653, bastava à primeira expressão igualá-la a 7653, enquanto usando aqui a estratégia anterior, o que é que iria acontecer?

Aluno: Iríamos tentar muito, muito...

P: Exatamente, iríamos estar aqui...num processo muito mais complicado.

(Menezes et al., 2013, p. 66)

Por sua vez, no episódio 4C podemos ver uma comparação de resultados obtidos por diferentes estratégias.

Episódio 4C

P: Agora a minha pergunta é: olhem lá agora aqui para os nossos termos gerais, destas sequências e olhem aqui para a equação que a Mariana e o David escreveram.

Vários: É igual.

P: Ora bem. Ou seja, usando a tentativa-erro...
Aluna: É a mesma coisa...
(Caso Multimédia, Projeto P3M)

Depois de um momento de síntese de processos e descobertas, o professor no episódio 4D sugere uma extensão à tarefa trabalhada na aula em que discutiram as porções obtidas na partição de um círculo segundo cortes paralelos, perpendiculares e oblíquos.

Episódio 4D

P: Uma maneira de continuar a explorar esta ideia seria, por exemplo, imaginem que podíamos explorar uma coisa semelhante mudando as dimensões. Podíamos pensar, por exemplo, numa bola de Berlim.

(...) E cortá-la por planos paralelos, planos oblíquos, planos perpendiculares e ver qual era o número máximo de bocados que se obtinha.

Rosa: Isso já era muito diferente.

P: É um bocadinho mais complicado, é difícil de visualizar... [ou] então podíamos, por exemplo, no plano, inventar outras formas, digamos assim, outras formas de pizzas, por exemplo, imaginem uma pizza com um buraco no meio.

(...) Estão a ver a ideia? Podíamos fazer uma variação daquele problema, inventando outras formas e tentando encontrar relações que descrevessem o número máximo de fatias, ou de bocados.

(Caso Multimédia, Projeto P3M)

Neste episódio o professor desafia os alunos a continuarem a pensar transpondo os raciocínios seguidos para novas situações que apresentam alguma similaridade.

Conclusão e recomendações

Muitos são os dilemas vividos pelos professores na sua prática. Antes de mais nada a dificuldade em *orientar discussões* quando os alunos não se mostram empenhados, não são capazes de ouvir os colegas ou não fazem um esforço por se exprimir, a dificuldade em *compreender explicações* dos alunos e em *optar* ao longo de uma discussão (pedir clarificação ou avançar), a dificuldade em decidir se deve *dar oportunidade* aos alunos para explicitarem raciocínios e ideias ou se deve assumir esse papel pessoalmente, a dificuldade em *gerir os tempos e os ritmos do diálogo* e ainda o receio pelas questões que os alunos colocam (despropositadas, que não entenda ou que não saiba como responder).

Consciente das dificuldades e dilemas que os professores enfrentam quando procuram levar a cabo uma aula exploratória, importa também ter consciência que estas dificuldades e dilemas podem ser atenuadas e ultrapassadas recorrendo a uma cuidada planificação de cada aula e a um trabalho colaborativo entre professores como é disso

exemplo o Grupo de Sábado (Fiorentini & Cristovão, 2010). Para a planificação cuidada da aula é muito importante que o professor escolha cuidadosamente a tarefa de forma que seja desafiante e adequada ao nível etário e de desenvolvimento dos alunos bem como ao objetivo da aula. A resolução da tarefa previamente à aula ajuda a ter em atenção diferentes processos e estratégias de resolução bem como a prevenir-se para as eventuais dificuldades dos alunos. Ainda na preparação da aula revela-se fundamental pensar em diferentes questões a colocar aos alunos durante as diferentes fases da aula e perante as dificuldades identificadas. A síntese pode estar previamente pensada em função do objetivo da aula podendo ser facilmente adaptada ao que de novo possa ocorrer.

Não há caminhos óbvios, nem soluções de aplicação universal. O único critério é provavelmente o da atenção: ao desenrolar da aula, às interações estabelecidas à evolução dos diálogos, aos momentos de descoberta e aos pequenos impasses. Atenção sobretudo a cada aluno. O que nos reenvia, em jeito de conclusão, ao belíssimo poema de Drummond: *ainda que mal pergunte, ainda que mal respondas; ainda que mal te entenda, ainda que mal repitas, ainda que mal insista, ainda que mal me exprima, ainda que mal me julgues; (...) ainda assim te pergunto*

Agradecimentos

Este trabalho é financiado por Fundos FEDER através do Programa Operacional Factores de Competitividade – COMPETE e por Fundos Nacionais através da FCT– Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projeto «FCOMP-01-0124-FEDER-041405 (Refª. FCT, EXPL/MHC-CED/0645/2013)».

Referências bibliográficas

- ALRØ, H. e SKOVSMOSE, O. *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- ANTHONY, G. e WALSHAW, M. “Characteristics of effective teaching of Mathematics: A view from the West”. *Journal of Mathematics Education*, 2 (2), 2009, pp. 147-164.
- BISHOP, A. J., e GOFFREE, F. “Classroom organization and dynamics”, in: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A.G. e OTTE, M. (Eds.). *Perspectives on mathematics education*. Dordrecht: D. Reidel, 1986, pp. 309-365.

- CANAVARRO, A. P. “Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios”. *Educação Matemática*, 115, 2011, pp. 11-17.
- CANAVARRO, A.P.; OLIVEIRA, H. e MENEZES, L. “Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia”, in: SANTOS, L.; CANAVARRO, P.; BOAVIDA, A.M.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L e CARREIRA, S. (Eds.), *Investigação em Educação Matemática: Práticas de ensino da Matemática*, Portalegre: SPIEM, 2012, pp. 255-266.
- CENGIZ, N.; KLINE, K. e GRANT, T. “Extending students’ mathematical thinking during whole-group discussions”. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 2011, pp. 355-374.
- CHAZAN, D. e BALL, D. *Beyond exhortations not to tell: The teacher’s role in discussion-intensive mathematics classes*. East Lansing: Michigan State University, National Center for Research on Teacher Learning, 1995.
- DOMINGUES, C. e MARTINHO, M. H. “Ações do professor na construção coletiva de um argumento genérico numa turma do 9.º ano”, in: PONTE, J. P. (Org.), *Práticas profissionais de professores de Matemática*. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014, pp. 183-214.
- FERREIRA, R.A.T. *Portuguese mathematics student teachers’ involving teaching modes: A modified teacher development experiment*. Tese de Doutorado. Illinois State University, EUA, 2005.
- FIorentini, D. E CRISTOVÃO, E. M. (Orgs.) *Histórias e investigações de/em aulas de Matemática*. Campinas: Alínea Editora, 2010.
- GIL, P. *A história da Matemática no fomento de uma cultura de argumentação em sala de aula*. Tese de Doutorado em Educação. Universidade do Minho, 2013.
- LAMPERT, M. *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven, CT: Yale University Press, 2001.
- LINDQUIST, M.M. e ELLIOT, P.C. “Communication – an imperative for change: A conversation with Mary Lindquist”, in: ELLIOTT, P.C. e KENNEY, M.J. (Eds.), *Communication in mathematics, K-12 and beyond*. Reston, VA: NCTM, 1996, pp. 1-10.

- MARTINHO, M. H. *A Comunicação na sala de aula de Matemática: Um projeto colaborativo com três professoras do ensino básico*. Tese de Doutoramento. Universidade de Lisboa, 2007.
- MARTINHO, M. H. e GIL, P. “O professor e o desenvolvimento da capacidade de argumentação: Equações do 2.º grau na Antiga Babilónia com alunos do 9.º ano”, in: Ponte, J.P. (Org.), *Práticas profissionais de professores de Matemática*. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014, pp. 313-340.
- MENEZES, L.; GUERREIRO, A.; MARTINHO, M. H. e FERREIRA, R. A. T. “Essay on the role of teacher’s questioning in inquiry-based mathematics teaching”. *Sisyphus - Journal of Education*, 1 (3), 2013, pp. 44-75.
- MENEZES, L.; FERREIRA, R. A. T.; MARTINHO, M. H. e GUERREIRO, A. “Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática”, in: PONTE, J.P. (Org.), *Práticas profissionais de professores de Matemática*. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014, pp. 135-161.
- OWEN, L. B. “Listening to reflections: A classroom study”. *Teaching Children Mathematics* 1 (6), 1995, pp. 366-369.
- PERESSINI, D.D. e KNUTH, E.J. “Why are you talking when you could be listening? The role of discourse and reflection in the professional development of a secondary mathematics teacher”. *Teaching and teacher education*, 14 (1), 1998, pp. 107-125.
- PONTE, J. P. *Práticas profissionais de professores de Matemática*. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014.
- PONTE, J.P. e CHAPMAN, O. “Mathematics teachers’ knowledge and practices”, in: GUTIÉRREZ, A. e BOERO, P. (Eds.) *Handbook of research on the psychology of Mathematics Education: Past, presente and future*. Rotterdam: Sense, 2006, pp. 461-494.
- PONTE, J. P. e SANTOS, L. “Práticas letivas num contexto de reforma curricular”. *Quadrante*, 7 (1), 1998, 3-32.
- ROWLAND, T. “Researching teachers’ mathematics disciplinary knowledge”, in: SULLIVAN, P. e WOOD, T. (Eds.) *International handbook of mathematics teacher education: Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development*. Rotterdam: Sense, 2008, pp. 273-298.

- SHERIN, M. G. “A balancing act: Developing a discourse community in a mathematics classroom”. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 2002, pp. 205-233.
- STEIN, M. K. “Mathematical argumentation: Putting umph into classroom discussions”. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 7 (2), 2001, 110-112.
- STEIN, M.K. e SMITH, M.S. “Mathematical tasks as a framework for reflection”. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3 (4), 1998, pp. 268-275.
- STEIN, M.K., ENGLE, R.A., SMITH, M.S. e HUGHES, E.K. “Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell”. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 2008, 313-340.
- YACKEL, E. “Children’s talk in inquiry mathematics classrooms”, in: COBB, P. e H. BAUERSFELD, H. (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 1995, pp. 131-162.
- WOOD, T. “An emerging practice of teaching”, in: Cobb, P. e BAUERSFELD, H. (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 1995, pp. 203-162.