



**Universidade do Minho**

Escola de Engenharia

Maria Eduarda Miranda Barreto

**Desempenho de formulações analíticas para o cálculo da contribuição do FRP aplicado com a técnica ETS na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado**



**Universidade do Minho**

Escola de Engenharia

Maria Eduarda Miranda Barreto

**Desempenho de formulações analíticas para o cálculo da contribuição do FRP aplicado com a técnica ETS na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado**

Dissertação de Mestrado

Mestrado Integrado em Engenharia Civil

Trabalho efetuado sob a orientação de  
**Professor Doutor Salvador José Esteves Dias**

## DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

*Licença concedida aos utilizadores deste trabalho*



**Atribuição  
CC BY**

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

# AGRADECIMENTOS

---

Após a realização desta dissertação, deixo o meu agradecimento a todos aqueles que de algum modo estiveram presentes ao longo do meu percurso e que de alguma forma contribuíram para a concretização deste projeto.

Primeiramente agradeço ao Professor Doutor Salvador Dias, orientador da dissertação, pela disponibilidade, dedicação, compreensão e partilha de conhecimentos ao longo deste processo.

Ao Matteo Breveglieri deixo o meu agradecimento na disponibilidade e partilha de conhecimentos relativamente às formulações analíticas.

O presente trabalho está inserido no projeto SPAFLAMIS (POCI-01-0145-FEDER-030956) financiado por Fundos FEDER através do Programa Operacional Fatores de Competitividade – COMPETE e por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia.

Deixo um agradecimento a todo o corpo docente do Departamento de Engenharia Civil que fez parte do meu percurso até chegar a esta etapa final.

Deixo um agradecimento à minha família, a minha mãe Cândida, o meu pai Gilberto e o meu irmão Pedro, agradeço pelo apoio incondicional e compreensão, não só durante o período de realização da dissertação, mas também ao longo de todos os momentos do percurso académico.

Por fim, deixo um agradecimento aos meus amigos pelo apoio e compreensão das minhas ausências ao longo da realização deste trabalho.

## DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

# RESUMO

---

A presente dissertação está centrada no reforço ao corte de vigas de betão armado com materiais compósitos de FRP aplicados com a técnica ETS.

O principal objetivo desta dissertação consiste no desenvolvimento de uma base de dados onde são compilados resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica ETS. Além disso, usando as vigas da base de dados desenvolvida, é avaliado o desempenho de cinco formulações analíticas existentes, para o cálculo da contribuição de uma solução de reforço ao corte com FRP aplicado com a técnica ETS ( $V_f$ ), por intermédio da comparação entre valores de  $V_f$  experimentalmente obtidos e valores de  $V_f$  analiticamente obtidos.

Inicialmente é feita uma revisão bibliográfica sobre o reforço ao corte de vigas de betão armado onde se referem as causas que levam a este tipo de reforço e as técnicas de reforço atualmente existentes, com particular destaque para a técnica ETS com compósitos de FRP. Para o cálculo da contribuição do reforço de FRP aplicado com a técnica ETS, na resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado, são descritas cinco formulações analíticas existentes. Após a apresentação e caracterização da base de dados desenvolvida, é avaliado o desempenho de cada uma das cinco formulações analíticas anteriormente referidas. O desempenho das várias formulações é comparado e é feita a avaliação da influência de um conjunto de parâmetros no referido desempenho (secção transversal, orientação e percentagem de reforço, percentagem de armadura transversal e longitudinal, valor da resistência média à compressão do betão e valor da contribuição do reforço na resistência ao esforço transversal obtido experimentalmente). Na parte final deste documento são descritas as principais conclusões do estudo efetuado e são apresentadas propostas de desenvolvimento futuro. No anexo A é apresentada a tabela resumo da base de dados desenvolvida, enquanto no anexo B são apresentados dois exemplos de aplicação das formulações analíticas analisadas no âmbito da presente dissertação.

**Palavras-Chave:** Formulações analíticas; FRP; Reforço ao corte; Resultados experimentais; Técnica ETS; Vigas de betão armado

# ABSTRACT

---

The present dissertation is focused on the shear strengthening of RC beams with FRP composite materials applied with the ETS technique.

The main objective of this dissertation is the development of a database with experimental results of RC beams strengthened in shear using FRP composites applied with the ETS technique. Furthermore, using the RC beams of the developed database, the performance of five existing analytical formulations to predict the contribution of a certain ETS FRP shear strengthening solution ( $V_f$ ) is evaluated, comparing the experimental values of  $V_f$  with the analytical values of  $V_f$ .

This work starts with the state-of-art on the shear strengthening of RC beams, where the causes that lead to this kind of strengthening and the existing strengthening techniques are presented, having been given special attention on the ETS FRP shear strengthening technique. Five existing analytical formulations to predict the contribution of a certain ETS FRP shear strengthening solution ( $V_f$ ) are described. After the presentation and characterization of the developed database, the performance of each of the five aforementioned analytical formulations is evaluated. The performance of the formulations is compared, and the influence of a set of parameters on that performance is evaluated (type of cross-section, orientation and percentage of the FRP, percentage of transversal and longitudinal steel reinforcement, value of the average compressive strength of the concrete and the contribution value of the ETS FRP shear strengthening obtained experimentally). In the final part of this document, the main conclusions of the study carried out are described and proposals for future development are presented. In Annex A, the summary table of the developed database is presented, while in Annex B, two examples of application of the analytical formulations analyzed within the scope of this dissertation are presented.

**Keywords:** Analytical formulations; ETS technique; Experimental results; FRP; Reinforced concrete beams; Shear strengthening

# ÍNDICE GERAL

---

AGRADECIMENTOS .....	iii
RESUMO.....	v
ABSTRACT .....	vi
ÍNDICE GERAL .....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	x
ÍNDICE DE TABELAS.....	xiii
<b>CAPÍTULO 1 - Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações gerais.....	1
1.2 Objetivos da dissertação .....	2
1.3 Organização da dissertação .....	2
<b>CAPÍTULO 2 - Revisão bibliográfica</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução.....	5
2.2 Necessidade de reforço ao corte de estruturas de betão armado e técnicas de reforço tradicionalmente usadas .....	5
2.3 Utilização de materiais compósitos de FRP no reforço estrutural .....	7
2.4 Técnicas de reforço ao corte com compósitos de FRP .....	11
2.4.1 Considerações gerais.....	11
2.4.2 Técnica de reforço EBR (Externally Bonded Reinforcement) .....	12
2.4.3 Técnica de reforço NSM (Near Surface Mounted) .....	15
2.4.4 Técnica de reforço ETS (Embedded Through Section) .....	17
2.4.5 Comparação do grau de eficácia das técnicas de reforço ao corte com FRP (EBR, NSM e ETS) .....	19
2.5 Vigas de betão armado reforçadas ao corte com FRP aplicado com a técnica ETS .....	23
<b>CAPÍTULO 3 - Formulações analíticas para o cálculo da contribuição do reforço ao corte com FRP aplicado com a técnica ETS</b>	<b>40</b>

3.1 Considerações gerais.....	40
3.2 Formulações analíticas .....	40
3.2.1 Formulação A - Mofidi <i>et al.</i> (2012) .....	40
3.2.2 Formulação B - TR55 (2012) .....	42
3.2.3 Formulação C - Qapo (2016) .....	43
3.2.4 Formulação D - Breveglieri <i>et al.</i> (2016): modelo com base experimental.....	44
3.2.5 Formulação E - Breveglieri <i>et al.</i> (2016): modelo com base mecânica.....	45
<b>CAPÍTULO 4 - Apresentação da base de dados desenvolvida</b>	<b>49</b>
4.1 Considerações gerais.....	49
4.2 Descrição da base de dados .....	49
4.3 Análise da base de dados .....	51
<b>CAPÍTULO 5 - Desempenho das formulações analíticas</b>	<b>57</b>
5.1 Considerações gerais .....	57
5.2 Análise do desempenho das formulações analíticas .....	57
5.2.1 Formulação A - Mofidi <i>et al.</i> (2012) .....	58
5.2.2 Formulação B - TR55 (2012) .....	60
5.2.3 Formulação C - Qapo (2016) .....	61
5.2.4 Formulação D - Breveglieri <i>et al.</i> (2016): modelo com base experimental.....	62
5.2.5 Formulação E - Breveglieri <i>et al.</i> (2016): modelo com base mecânica.....	63
5.3 Comparação do desempenho das formulações analíticas .....	64
5.4 Influência de alguns parâmetros no desempenho das formulações analíticas em estudo .....	67
<b>CAPÍTULO 6 - Conclusões gerais e desenvolvimentos futuros</b>	<b>74</b>
6.1 Conclusões gerais .....	74
6.2 Desenvolvimentos futuros .....	75
<b>CAPÍTULO 7 - Referências bibliográficas</b>	<b>76</b>

ANEXO A.....	79
ANEXO B.....	80

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

## CAPÍTULO 2 - Revisão bibliográfica

Figura 1 - Técnicas tradicionais de reforço ao corte de vigas de betão armado (Appleton e Gomes, 1997). .....	7
Figura 2 - Composição de um material compósito de FRP (adaptado de Amran <i>et al.</i> , 2018). .....	8
Figura 3 - a) Diferentes fibras para compósitos de FRP (adaptada de Marques, 2008); b) Relação tensão <i>vs</i> extensão dos diferentes tipos fibras de FRP e de aços convencionais (adaptada de Barros, 2007). ..	9
Figura 4 - Diferentes sistemas de compósitos de FRP.....	11
Figura 5 - Reforço ao corte com compósitos de FRP.....	11
Figura 6 - Configurações possíveis para a aplicação do reforço ao corte com FRP usando a técnica EBR (Barros, 2007). .....	12
Figura 7 - Formas de aplicação do reforço ao corte de FRP com a técnica EBR (Ghaffary e Moustafa, 2020).....	12
Figura 8 - Processo de aplicação do reforço de acordo com a técnica EBR (Qin, 2016). .....	13
Figura 9 - Descrição do processo de aplicação da técnica EBR (Dias, 2008). .....	14
Figura 10 - a) Modo de rotura por descolagem do CFRP (Abdelglit <i>et al.</i> 2019); b) Aplicação de mecanismos de ancoragem (Barros, 2007). .....	14
Figura 11 - Processo de aplicação de reforço ao corte com FRP usando a técnica NSM (Ibrahim <i>et al.</i> 2020).....	16
Figura 12 - Descrição do processo de aplicação da técnica NSM (Dias, 2008). .....	16
Figura 13 - Aplicação da técnica ETS. ....	17
Figura 14 - Processo de aplicação de reforço ao corte usando a técnica ETS (adaptado de Breveglieri, 2014).....	18
Figura 15 - Informações geométricas (dimensões em mm) das vigas testadas por Chaallal <i>et al.</i> (2011). .....	20
Figura 16 - Representação dos reforços ao corte com FRP aplicados nas vigas testadas por Chaallal <i>et</i> <i>al.</i> (2011).....	21
Figura 17 - Relação força <i>vs</i> deslocamento das vigas testadas (adaptado de Chaallal <i>et al.</i> 2011).....	21
Figura 18 - Eficácia do reforço <i>vs</i> percentagem de estribos das vigas testadas por Chaallal <i>et al.</i> (2011). .....	22
Figura 19 - Vigas testadas (dimensões em mm) por Breveglieri <i>et al.</i> (2015). .....	24

Figura 20 - Relação força <i>vs</i> deslocamento das vigas testadas por Breveglieri <i>et al.</i> (2015): a) Série 0S, b) Série 2S, c) Série 4S; d) Relação entre a eficácia e a percentagem total de reforço ao corte aplicada. .....	26
Figura 21 - Modos de rotura das vigas testadas por Mofidi <i>et al.</i> (2012). ....	28
Figura 22 - Informações geométricas das vigas testadas por Brindley (2018). ....	29
Figura 23 - Vigas testadas por Sogut <i>et al.</i> (2021) (dimensões em mm). ....	31
Figura 24 - Resistência ao esforço transversal <i>vs</i> deslocamento na secção de aplicação da carga nas vigas testadas por Sogut <i>et al.</i> (2021). ....	32
Figura 25 - Informações gerais das vigas (dimensões em mm) testadas por Bui <i>et al.</i> (2020). ....	34
Figura 26 - Vigas testadas (dimensões em mm) por Chalioris <i>et al.</i> (2018). ....	37
Figura 27 - Processo de aplicação do reforço ao corte com FRP nas vigas testadas por Chalioris <i>et al.</i> (2018). ....	38
Figura 28 - Modo de rotura das vigas ensaiadas por Chalioris <i>et al.</i> (2018). ....	39

### **CAPÍTULO 3 - Formulações analíticas para o cálculo da contribuição do reforço ao corte com FRP aplicado com a técnica ETS**

Figura 29 - Modelo tensão de aderência <i>vs</i> deslizamento adotado por Mofidi <i>et al.</i> (2012). ....	41
Figura 30 - Parâmetros necessários à aplicação da formulação TR55 (adaptado de Qapo, 2016). ....	42
Figura 31 - Equilíbrio de forças para obtenção de $l_{b, \text{máx}}$ (adaptado de Qapo, 2016). ....	43
Figura 32 - Identificação de alguns parâmetros intervenientes na formulação D de Breveglieri <i>et al.</i> (2016): modelo com base experimental. ....	44
Figura 33 - Processo de cálculo referente à formulação E (adaptado de Breveglieri <i>et al.</i> 2016). ....	45
Figura 34 - Alguns parâmetros necessários para a aplicação da Formulação E - Modelo com base mecânica (adaptado de Breveglieri <i>et al.</i> , 2016). ....	48

### **CAPÍTULO 4 - Apresentação da base de dados desenvolvida**

Figura 35 - Distribuição das vigas da base de dados em função do tipo de secção transversal, do tipo de fibra do compósito de FRP e da orientação do FRP. ....	52
Figura 36 - Informações relativas às vigas da base de dados. ....	54
Figura 37 - Informações relativas ao diâmetro do varão do FRP e do furo executado para a introdução do FRP e análise do modo de rotura das vigas da base de dados. ....	56

### **CAPÍTULO 5 - Desempenho das formulações analíticas**

Figura 38 - Representação gráfica das zonas definidas para a análise do desempenho das formulações analíticas.....	58
Figura 39 - Formulação A - Mofidi <i>et al.</i> (2012): valores experimentais <i>vs</i> valores analíticos da contribuição $V_f$ .....	59
Figura 40 - Formulação B - TR55 (2012): valores experimentais <i>vs</i> valores analíticos da contribuição $V_f$ . .....	60
Figura 41 - Formulação C - Qapo (2016): valores experimentais <i>vs</i> valores analíticos da contribuição $V_f$ . .....	61
Figura 42 - Formulação D - Breveglieri <i>et al.</i> (2016): valores experimentais <i>vs</i> valores analíticos da contribuição $V_f$ .....	62
Figura 43 - Formulação E - Breveglieri <i>et al.</i> (2016): valores experimentais <i>vs</i> valores analíticos da contribuição $V_f$ .....	63
Figura 44 - Valor médio do fator K para as cinco formulações analíticas em estudo. ....	65
Figura 45 - Distribuição do fator K mediante as zonas de análise para as cinco formulações.....	66
Figura 46 - Análise da influência da secção transversal da viga no desempenho das formulações analíticas.....	68
Figura 47 - Análise da influência da orientação do reforço no desempenho das formulações analíticas. .....	68
Figura 48 - Análise da influência da percentagem de armadura transversal ( $\rho_s$ ) no desempenho das formulações analíticas. ....	69
Figura 49 - Análise da influência da percentagem de reforço ( $\rho_f$ ) no desempenho das formulações analíticas.....	70
Figura 50 - Análise da influência da resistência média à compressão do betão ( $f_{cm}$ ) no desempenho das formulações analíticas. ....	71
Figura 51 - Análise da influência da percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) no desempenho das formulações analíticas. ....	72
Figura 52 - Análise dos valores experimentais da contribuição do reforço na resistência ao esforço transversal ( $V_{f, exp.}$ ) no desempenho das formulações analíticas. ....	73
<b>Anexo B</b>	
Figura 53 - Informações geométricas da viga testada por Mofidi <i>et al.</i> (2012). ....	80
Figura 54 - Informações geométricas da viga testada por Breveglieri <i>et al.</i> (2015).....	86

# ÍNDICE DE TABELAS

---

## **CAPÍTULO 2 - Revisão bibliográfica**

Tabela 1 - Propriedades das fibras usadas nos FRP e de materiais convencionais (Barros, 2007). .....	9
Tabela 2 - Propriedades das resinas termoendurecíveis (Barros, 2007). .....	10
Tabela 3 - Diâmetro dos varões de FRP e dos furos adotados em investigação experimental já realizada. .....	19
Tabela 4 - Principais resultados obtidos nas vigas testadas por Chaallal <i>et al.</i> (2011). .....	21
Tabela 5 - Informação relevante relativa às vigas testadas por Breveglieri <i>et al.</i> (2015). .....	25
Tabela 6 - Principais resultados obtidos nas vigas testadas por Mofidi <i>et al.</i> (2012). .....	28
Tabela 7 - Principais resultados obtidos por Brindley (2018). .....	30
Tabela 8 - Principais resultados obtidos no ensaio das vigas testadas por Sogut <i>et al.</i> (2021). .....	32
Tabela 9 - Principais resultados obtidos nas vigas testadas por Bui <i>et al.</i> (2020) e Breveglieri <i>et al.</i> (2015). .....	35
Tabela 10 - Principais resultados obtidos nas vigas testadas por Chalioris <i>et al.</i> (2018). .....	38

## **CAPÍTULO 4 - Apresentação da base de dados desenvolvida**

Tabela 11 - Trabalhos experimentais associados à base de dados e número de vigas consideradas. ...	50
Tabela 12 - Caracterização da base de dados em termos do tipo de secção transversal das vigas e do tipo e orientação do FRP. ....	52
Tabela 13 - Análise de parâmetros que caracterizam a base de dados desenvolvida. ....	53
Tabela 14 - Informações relativas ao diâmetro dos varões de reforço de FRP e do furo executado para a introdução do FRP. ....	55
Tabela 15 - Análise dos modos de rotura das vigas da base de dados. ....	56

## **CAPÍTULO 5 - Desempenho das formulações analíticas**

Tabela 16 - Definição das zonas para análise do desempenho das formulações analíticas. ....	58
Tabela 17 - Análise dos resultados da Formulação A - Mofidi <i>et al.</i> (2012). ....	59
Tabela 18 - Análise dos resultados da Formulação B - TR55 (2012). ....	60
Tabela 19 - Análise dos resultados da formulação C - Qapo (2016). ....	61
Tabela 20 - Análise dos resultados da Formulação D - Breveglieri <i>et al.</i> (2016). ....	62

Tabela 21 - Análise dos resultados da Formulação E - Breveglieri <i>et al.</i> (2016). .....	63
Tabela 22 - Análise estatística do fator K relativamente às formulações analíticas. ....	64
Tabela 23 - Sistema de penalização atribuído para as formulações analíticas em análise. ....	67

#### **Anexo A**

Tabela 24 - Informações gerais das vigas da base de dados desenvolvida.....	79
---	----

#### **Anexo B**

Tabela 25 - Parâmetros necessários para a aplicação das formulações (Mofidi <i>et al.</i> , 2012). ....	80
Tabela 26 - Formulação A - Mofidi <i>et al.</i> (2012).....	81
Tabela 27 - Formulação B - TR55 (2012). ....	82
Tabela 28 - Formulação C - Qapo (2016). ....	82
Tabela 29 - Formulação D - Breveglieri <i>et al.</i> (2016): modelo com base experimental. ....	83
Tabela 30 - Formulação E - Breveglieri <i>et al.</i> (2016): modelo com base mecânica. ....	83
Tabela 31 - Parâmetros necessários para a aplicação das formulações (Breviglieri <i>et al.</i> , 2015).....	86
Tabela 32 - Formulação A - Mofidi <i>et al.</i> (2012).....	87
Tabela 33 - Formulação D - Breveglieri <i>et al.</i> (2016): modelo com base experimental. ....	88
Tabela 34 - Formulação E - Breveglieri <i>et al.</i> (2016): modelo com base mecânica. ....	88

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

A necessidade crescente de reforçar estruturas de betão armado deve-se a um conjunto variado de fatores que levam a que o desempenho da estrutura seja posto em causa, como por exemplo, erros no dimensionamento estrutural, erros na execução da estrutura, mudança no tipo de utilização da estrutura levando a um aumento dos esforços atuantes tornando-os superiores a esforços resistentes, a degradação dos materiais e ocorrências de acidentes, tais como, sismos, cheias ou atos de vandalismo.

No âmbito do reforço ao corte foram desenvolvidas, ao longo do tempo, várias técnicas de reforço capazes de aumentar a capacidade resistente ao esforço transversal de vigas de betão armado. As primeiras técnicas de reforço desenvolvidas são designadas como técnicas de reforço tradicionais usando materiais correntes como o aço e o betão (a técnica de encamisamento das secções e a técnica que recorre a armaduras exteriores). Mais recentemente apareceram as técnicas que recorrem a materiais de elevado desempenho, nomeadamente, os materiais compósitos de FRP (Polímeros reforçados com fibras).

As técnicas de reforço ao corte com materiais compósitos de FRP desenvolvidas para aumentar a capacidade resistente ao esforço transversal de vigas de betão armado são: a técnica de colagem externa, designada na literatura internacional por *Externally Bonded Reinforcement* (EBR), a técnica de inserção do reforço no betão do recobrimento, designada na literatura internacional por *Near Surface Mounted* (NSM), e a técnica de embebimento de varões ao longo de toda a altura da secção transversal da viga, designada na literatura internacional por *Embedded Through Section* (ETS).

No âmbito do reforço ao corte de vigas de betão armado usando FRP aplicado com a técnica ETS, nesta dissertação foi desenvolvida uma base de dados onde foram compilados resultados experimentais de vigas reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica ETS. Além disso, foi avaliado o desempenho de cinco formulações analíticas existentes para o cálculo da contribuição de uma solução de reforço ao corte com FRP aplicado com a técnica ETS, nomeadamente, Formulação A desenvolvida por Mofidi *et al.* (2012), Formulação B desenvolvida pela Concrete Society (TR55, 2012), Formulação C desenvolvida por Qapo (2016), Formulação D desenvolvida por Breveglieri *et al.* (2016) e Formulação E, também, desenvolvida por Breveglieri *et al.* (2016). É feita uma análise comparativa do desempenho das formulações analíticas e uma avaliação da influência de um conjunto de parâmetros no referido

desempenho (secção transversal, orientação e percentagem de reforço, percentagem de armadura transversal e longitudinal, valor da resistência média à compressão do betão e valor da contribuição do reforço na resistência ao esforço transversal obtido experimentalmente).

A base de dados desenvolvida na presente dissertação tem como objetivo ser parte integrante da ampla base de dados, atualmente existente no Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho, em termos do reforço ao corte de vigas de betão armado com FRP usando a técnica EBR ou usando a técnica NSM, que se encontra inserida na ferramenta informática DABASUM (<http://dabasum.civil.uminho.pt/>). A DABASUM também tem incorporada formulações analíticas existentes que permitem obter o valor da contribuição do FRP ( $V_f$ ) na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado quando o reforço é aplicado com a técnica EBR ou quando o reforço é aplicado com a técnica NSM, permitindo assim comparar valores experimentais com valores analíticos da contribuição  $V_f$ .

## 1.2 OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

A investigação associada à presente dissertação visa desenvolver uma base de dados, constituída por resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica ETS, e avaliar o nível de fiabilidade garantido pelas expressões analíticas existentes para a quantificação da contribuição, do reforço ao corte de FRP ( $V_f$ ) aplicado com a técnica ETS, na resistência ao esforço transversal de vigas de betão armado.

Assim, os objetivos desta dissertação são:

- Desenvolvimento de uma base de dados contendo resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica ETS.
- Aplicar formulações analíticas existentes, para a quantificação da contribuição de reforço de FRP (técnica ETS) na resistência ao corte de vigas de betão armado, às vigas da base de dados desenvolvida.
- Avaliar o desempenho de formulações analíticas existentes para o cálculo da contribuição do reforço ETS com FRP na resistência ao corte de vigas de betão armado efetuando uma comparação entre valores experimentais e valores analíticos.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação é constituída por 7 capítulos e 2 anexos.

No Capítulo 1 (Introdução) é feito um enquadramento do tema da dissertação relacionado com o reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de FRP quando aplicados com a técnica ETS. São também apresentados os objetivos da dissertação e a organização do documento.

No Capítulo 2 (Revisão bibliográfica) é feita uma revisão bibliográfica relativamente ao tema da dissertação, nomeadamente, as causas que levam a este tipo de reforço e as técnicas de reforço atualmente existentes. Estas técnicas dividem-se em dois grupos, as tradicionalmente utilizadas e as que recorrem a materiais compósitos de FRP, designadamente, a técnica EBR, NSM e ETS. Além disso, é feita uma análise comparativa do grau de eficácia das três técnicas de reforço ao corte anteriormente referidas. Na parte final deste capítulo, é feita uma descrição sumária de investigação experimental já realizada sobre a aplicação da técnica ETS usando FRP no âmbito do reforço ao corte de vigas de betão armado.

No Capítulo 3 (Formulações analíticas para o cálculo da contribuição do reforço ao corte com FRP aplicado com a técnica ETS) são descritas as formulações analíticas existentes para o cálculo da contribuição do reforço de FRP aplicado com a técnica ETS na resistência ao corte de vigas de betão armado. As referidas formulações são as seguintes: Formulação A desenvolvida por Mofidi *et al.* (2012), Formulação B desenvolvida pela Concrete Society (TR55, 2012), Formulação C desenvolvida por Qapo (2016), Formulação D desenvolvida por Breveglieri *et al.* (2016) e Formulação E, também, desenvolvida por Breveglieri *et al.* (2016).

No Capítulo 4 (Apresentação da base de dados desenvolvida) é apresentada e caracterizada a base de dados desenvolvida no âmbito desta dissertação com resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica ETS.

No Capítulo 5 (Desempenho das formulações analíticas) é feita uma análise do desempenho das formulações analíticas apresentadas no Capítulo 3. Para tal, as referidas formulações foram aplicadas às vigas da base de dados desenvolvida e apresentada no Capítulo 4. O desempenho de cada uma das formulações analíticas é comparado e é feita uma análise da influência de um conjunto de parâmetros no referido desempenho.

No Capítulo 6 (Conclusões gerais e desenvolvimentos futuros) são mencionadas as principais conclusões obtidas neste trabalho de investigação e são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros.

No Capítulo 7 (Referências bibliográficas) são apresentadas todas as referências utilizadas no desenvolvimento da dissertação.

Na parte final do documento são apresentados dois anexos: no anexo A é apresentada uma tabela resumo da base de dados desenvolvida e no anexo B são apresentados dois exemplos de aplicação das formulações analíticas analisadas no âmbito da presente dissertação.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é feita uma revisão bibliográfica sobre o reforço ao corte de vigas de betão armado, nomeadamente, as causas que levam a este tipo de reforço e as técnicas de reforço atualmente existentes. Estas técnicas serão divididas em dois grupos, as tradicionalmente utilizadas e as que recorrem a materiais compósitos de FRP (*Fiber Reinforced Polymer*). Neste segundo grupo serão abordadas as técnicas EBR (*Externally Bonded Reinforcement*), NSM (*Near Surface Mounted*) e ETS (*Embedded Through Section*). Posteriormente, será feita uma análise comparativa em termos do grau de eficácia das três técnicas de reforço ao corte com FRP anteriormente referidas. A parte final deste capítulo é dedicada à descrição sumária de investigação experimental já realizada sobre a aplicação da técnica ETS usando FRP no âmbito do aumento da capacidade resistente ao esforço transversal de vigas de betão armado.

### 2.2 NECESSIDADE DE REFORÇO AO CORTE DE ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO E TÉCNICAS DE REFORÇO TRADICIONALMENTE USADAS

Uma estrutura de betão armado é projetada e executada por forma a garantir um determinado desempenho estrutural. Contudo, este desempenho pode ser posto em causa devido a um conjunto variado de fatores tais como: erros no dimensionamento estrutural, erros na execução da estrutura, mudança no tipo de utilização da estrutura que provoquem um aumento de esforços atuantes tornando-os superiores a esforços resistentes, degradação dos materiais (carbonatação do betão e corrosão das armaduras) e ocorrências de acidentes (sismos, cheias ou atos de vandalismo).

Como consequência dos fatores anteriormente mencionados, a estrutura pode não garantir o desempenho para o qual foi concebida ficando perante um cenário de insegurança estrutural, sendo por isso necessário fazer uma intervenção. Antes da tomada de decisão sobre o tipo de intervenção a adotar, é necessário, além da identificação das causas do problema, avaliar e analisar o estado atual da estrutura, nomeadamente a capacidade de carga atual da estrutura e o tipo de degradação que esta apresenta. Mediante esta análise, e tendo em consideração aspetos técnicos e económicos, é decidido qual o tipo de intervenção a executar. Esta intervenção pode passar pela demolição da estrutura, limitação do tipo de utilização, mudança do esquema estrutural ou reforço estrutural.

Tal como referido anteriormente, existe um conjunto variado de fatores que podem originar a necessidade de uma intervenção de reforço de uma estrutura de betão armado. No caso de uma viga de betão armado pode ainda haver necessidade de ser reforçada ao esforço transversal para mudar o modo de rotura por corte, que é frágil e que pode ocorrer de repente e sem qualquer tipo de aviso, para o modo de rotura dúctil por flexão.

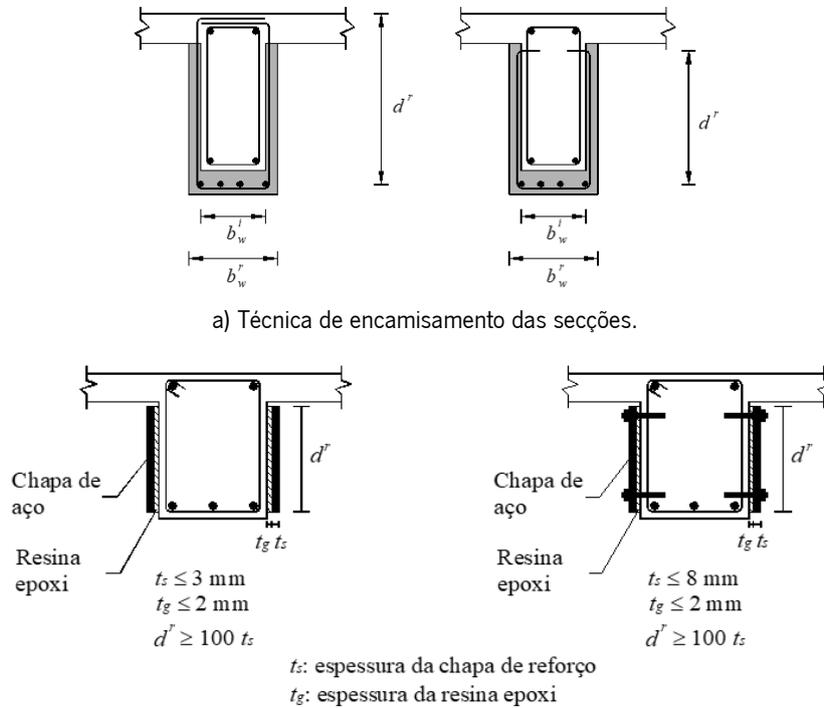
De uma maneira geral, quando se está num processo de escolha de uma técnica de reforço devem ser tidos em consideração aspetos como: tipo de acesso ao local da obra, impacto na arquitetura da construção, impacto do reforço nos restantes elementos estruturais, duração da intervenção do reforço e disponibilidade dos materiais (Ghaffary e Moustafa, 2020 e Heiza *et al.* 2014). Além disso, devem ser também considerados os custos da intervenção do reforço, os custos de manutenção da estrutura reforçada e a possibilidade do uso da estrutura durante a aplicação do reforço.

Ao longo do tempo foram desenvolvidas técnicas de reforço ao corte por forma a aumentar a capacidade resistente ao esforço transversal de vigas de betão armado. As primeiras técnicas de reforço desenvolvidas, correntemente designadas por técnicas de reforço tradicionais, têm como materiais de base o betão e o aço. Concretamente, as técnicas de reforço ao corte tradicionalmente utilizadas são o encamisamento de secções (Figura 1a) e utilização de armaduras exteriores (Figura 1b e Figura 1c).

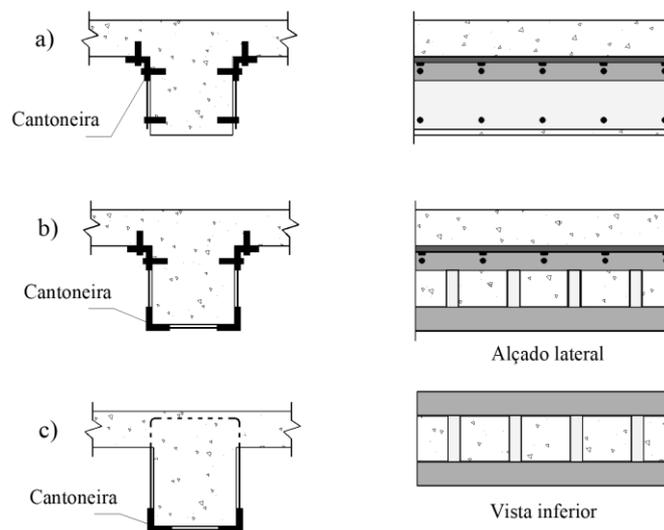
A técnica de encamisamento de secções consiste no aumento da secção transversal, sendo introduzida armadura suplementar numa camada de betão que envolve a secção transversal inicial. Trata-se de uma técnica com procedimentos bem definidos pela comunidade técnica, recorre a materiais cujo comportamento já está extensivamente estudado e, comparativamente à técnica que recorre a armaduras exteriores, garante uma maior proteção à ação do fogo e à corrosão das armaduras suplementares. No entanto, a técnica de encamisamento apresenta alguns inconvenientes: implica um aumento considerável da secção transversal, que origina um aumento das cargas permanentes que estão a atuar na estrutura; é necessário um determinado tempo até o betão de encamisamento ganhar resistência e a estrutura reforçada possa ser posta em serviço; necessidade de suportes (Dias, 2008).

A utilização de armaduras exteriores é uma técnica adequada quando existe uma deficiência nas armaduras transversais sendo que o tipo de armaduras utilizadas são chapas de aço ou perfis metálicos. A fixação destas armaduras é normalmente efetuada com adesivos epóxi podendo ser complementada com buchas metálicas. Esta técnica é de execução simples e recorre a materiais com comportamento bem conhecido. No entanto, apresenta algumas desvantagens, tais como: devido à corrosividade do aço existe uma grande probabilidade de deterioração da ligação betão-adesivo-aço; dificuldade no

manuseamento de chapas de aço (especialmente em superfícies curvas); necessidade de suportes durante o tempo de cura do adesivo e limitações nas dimensões das chapas (devido às restrições de transporte) podendo levar à necessidade de execução de juntas (Dias, 2008).



b) Utilização de armaduras exteriores - chapas de aço



c) Utilização de armaduras exteriores - perfis metálicos

Figura 1 - Técnicas tradicionais de reforço ao corte de vigas de betão armado (Appleton e Gomes, 1997).

## 2.3 UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS COMPÓSITOS DE FRP NO REFORÇO ESTRUTURAL

Nas últimas duas décadas os materiais compósitos de FRP foram alvo de grande interesse por parte da comunidade científica (Mofidi *et al.*, 2012). Inicialmente, estes materiais foram usados com muito

sucesso na indústria aeroespacial tendo sido recentemente integrados na área da construção civil para aplicações de reforço estrutural (Ghaffary e Moustafa, 2020).

Um material compósito consiste na conjugação de duas ou mais fases distintas, em que as suas características se complementam por forma a proporcionar certas propriedades que, quando isolados, estes materiais não possuem (Mimoso, 2015). O interesse nestes materiais compósitos é devido às propriedades que apresentam comparativamente às dos materiais utilizados nas técnicas de reforço tradicionais, designadamente, a elevada resistência à tração, o baixo peso específico, o bom comportamento à fadiga e a resistência à corrosão (Soares, 2017). Além disso, o facto de serem materiais leves facilita o seu transporte e manuseamento.

De acordo com Ghaffary e Moustafa (2020), os materiais compósitos de FRP são constituídos por fibras embebidas numa matriz polimérica, tal como representado na Figura 2.

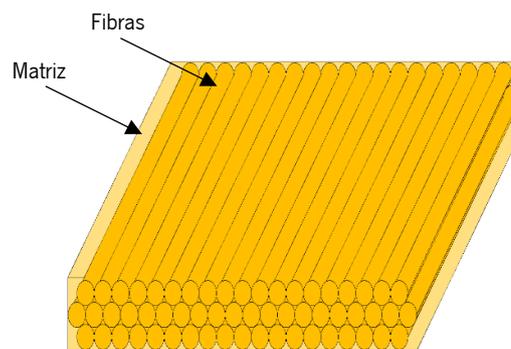


Figura 2 - Composição de um material compósito de FRP (adaptado de Amran *et al.*, 2018).

As fibras apresentam-se sob a forma de filamentos de pequeno diâmetro, têm módulo de elasticidade e resistência à tração elevados, baixa densidade e apresentam um comportamento frágil podendo ser dispostas apenas numa direção (materiais compósitos de FRP unidirecionais) ou em várias direções (materiais compósitos de FRP multidirecionais) (Mimoso, 2015). As fibras são responsáveis pela rigidez e pela resistência do material compósito sendo que as mais utilizadas no reforço estrutural são as fibras de carbono, vidro e aramida (Figura 3a) (Soares, 2017).

De acordo com Dias (2008), das fibras mencionadas anteriormente, as fibras de carbono são as que apresentam melhores propriedades mecânicas, possuem uma maior resistência à ação de agentes químicos, são imunes à corrosão e não absorvem água. As fibras de vidro apresentam um peso específico superior assim como maior sensibilidade a meios alcalinos. Estas fibras são mais económicas e têm menor resistência às ações de fadiga. No que se refere às fibras de aramida, estas apresentam maior dificuldade no seu manuseamento e menor resistência à compressão. Além disso, apresentam maior

sensibilidade à ação de raios ultravioleta, a temperaturas elevadas e à fluência. O melhor desempenho das fibras de carbono faz com que sejam as mais utilizadas no âmbito do reforço de estruturas de betão armado.

Na Tabela 1 apresentam-se valores típicos de propriedades das fibras anteriormente referidas, assim como, dos materiais utilizados nas técnicas de reforço tradicionais. Na Figura 3b está representada a relação tensão vs extensão dos diferentes tipos de fibras (carbono de elevada resistência (HS), carbono de elevado módulo de elasticidade (HM), aramida e vidro). Na mesma figura é também representado o comportamento do aço convencional (A500) e do aço de cordões de pré-esforço, verificando-se que o patamar de cedência existente nestes aços não ocorre nas fibras. Com efeito, as fibras apresentam um comportamento linear elástico até à rotura.

A cada uma das fibras anteriormente referidas está associado o respetivo compósito de FRP: usando fibra de carbono é obtido o compósito de CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymers* - Polímeros reforçados com fibras de carbono), usando fibra de vidro é obtido o compósito de GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymers* - Polímeros reforçados com fibras de vidro) e usando fibra de aramida é obtido o compósito de AFRP (*Aramid Reinforced Polymers* - Polímeros reforçados com fibras de aramida).

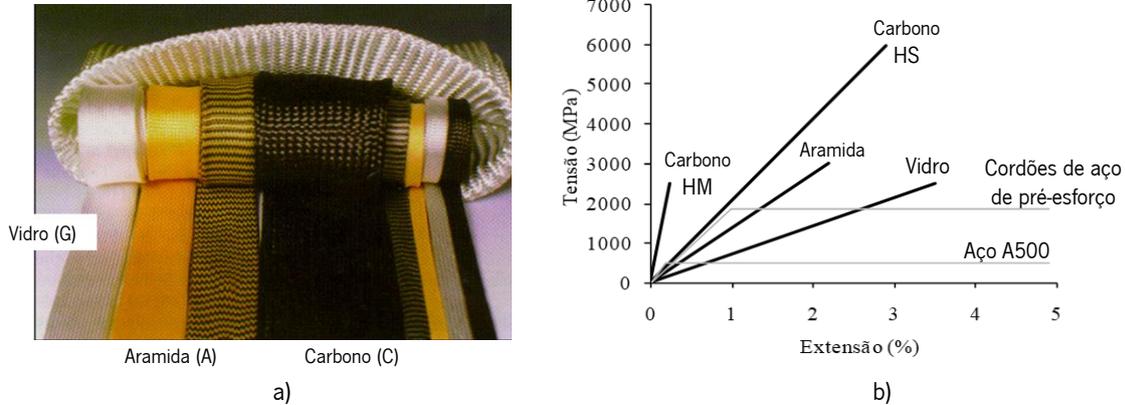


Figura 3 - a) Diferentes fibras para compósitos de FRP (adaptada de Marques, 2008); b) Relação tensão vs extensão dos diferentes tipos fibras de FRP e de aços convencionais (adaptada de Barros, 2007).

Tabela 1 - Propriedades das fibras usadas nos FRP e de materiais convencionais (Barros, 2007).

Material	Módulo de elasticidade (GPa)	Resistência à compressão (MPa)	Resistência à tração (MPa)	Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )
Fibra de Carbono	200 - 800	-	2500 - 6000	1750 - 1950
Fibra de Vidro	70 - 74	-	2000 - 3000	2550
Fibra de Aramida	80 - 190	-	2800 - 4000	1370 - 1470
Aço	200 - 210	240 - 690	240 - 690	7850
Betão	20 - 40	10 - 100	1 - 5	2400

A segunda componente dos materiais compósitos de FRP é a matriz, e é caracterizada por apresentar menor rigidez e resistência que as fibras. A matriz tem como principal função a proteção das fibras das agressões ambientais, de danos mecânicos e de fenómenos de instabilidade, permitindo a transferência local de tensões entre as próprias fibras, possibilitando que trabalhem em grupo (Soares, 2017).

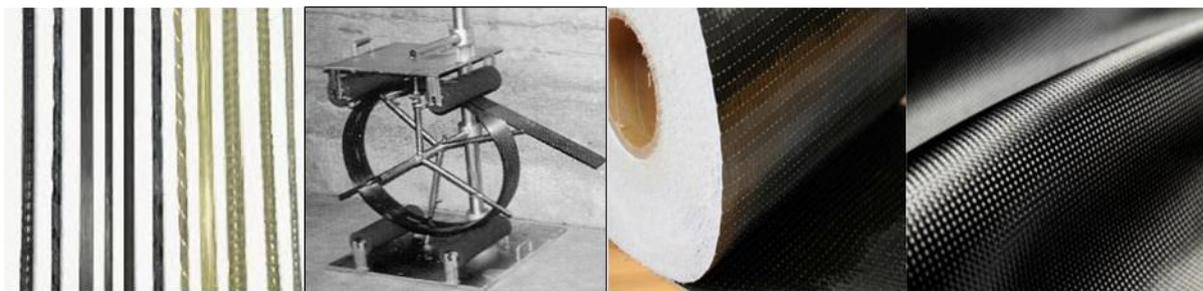
No caso das matrizes poliméricas, os tipos de resinas mais comuns são as resinas termoendurecíveis e as resinas termoplásticas. A escolha da sua utilização recai nas resinas termoendurecíveis que apresentam uma estrutura molecular mais forte, não podendo ser derretidas e moldadas novamente. Tal não acontece nas resinas termoplásticas, que são caracterizadas por apresentarem uma menor resistência ao calor, podendo ser aquecidas e moldadas sucessivamente sem sofrer alterações químicas (Mimoso, 2015). Dentro do conjunto das resinas termoendurecíveis estão incluídas as resinas do tipo epóxi e poliéster. As resinas do tipo epóxi são as mais utilizadas no fabrico dos compósitos de FRP devido às suas elevadas propriedades em termos de aderência à maior parte dos materiais, da resistência mecânica e à agressividade do meio ambiente e por não absorverem água (Mimoso, 2015). Na Tabela 2 apresentam-se valores típicos de algumas propriedades dos dois tipos de resina termoendurecíveis anteriormente referidos.

Tabela 2 - Propriedades das resinas termoendurecíveis (Barros, 2007).

Resina	Módulo de elasticidade à tração (GPa)	Resistência à tração (MPa)	Extensão de rotura (%)	Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )
Epoxídica	2,5 - 4,1	55 - 130	1,5 - 9,0	1100 - 1300
Poliéster	2,1 - 4,1	20 - 100	1,0 - 6,5	1000 - 1450

Os materiais compósitos de FRP usados no reforço estrutural podem ser divididos em dois grupos. O primeiro refere-se aos sistemas pré-fabricados e o segundo aos sistemas curados “*in situ*”. Os sistemas pré-fabricados, que têm as fibras aplicadas unidirecionalmente, são fornecidos sob a forma de perfis com diferentes formatos, sendo os mais comuns os varões (Figura 4a) e laminados (Figura 4b). Ao contrário dos sistemas pré-fabricados de FRP, que são fornecidos na sua forma final, os sistemas curados “*in situ*” caracterizam-se pelo facto do FRP ser concebido no elemento estrutural a reforçar (as fibras e a matriz são fornecidas em separado). Com efeito, a impregnação plena das fibras e a ligação ao elemento de betão a reforçar é garantida por uma resina de saturação e o processo de conceção do FRP é concluído após o endurecimento da resina. Os sistemas curados “*in situ*” dividem-se em dois grupos de acordo com a disposição das fibras: as mantas com fibras dispostas unidireccionalmente (Figura 4c) e os tecidos em que as fibras estão dispostas em duas ou mais direções (multidireccionalmente) (Figura 4d).

Como referido anteriormente, os materiais compósitos de FRP apresentam diversas vantagens em relação aos materiais utilizados nas técnicas de reforço ao corte tradicionais. No entanto, é de referir que estes compósitos apresentam também algumas desvantagens. Desde logo, por serem materiais relativamente recentes existe ainda pouca informação relativamente ao seu comportamento a longo prazo no âmbito da sua aplicação em reforços estruturais. Pelo facto de estes materiais terem na sua constituição resinas, apresentam baixa resistência ao fogo e à ação de raios ultravioleta. Em relação aos fatores económicos em termos de custos iniciais apresentam custos elevados (Soares, 2017). No entanto, uma análise económica de uma solução de reforço deve incluir não só os custos iniciais dos materiais, mas também um conjunto de fatores já anteriormente referidos na secção 2.2 deste capítulo.



a) Varões (Rodrigues, 2009)    b) Laminado (Dias, 2008)    c) Manta (Silva, 2013)    d) Tecido (Silva, 2013)

Figura 4 - Diferentes sistemas de compósitos de FRP.

## 2.4 TÉCNICAS DE REFORÇO AO CORTE COM COMPÓSITOS DE FRP

### 2.4.1 Considerações gerais

O princípio básico do reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de FRP consiste na colocação das fibras orientadas transversalmente ao eixo da viga ou segundo a normal às potenciais fendas de corte. As técnicas de reforço com materiais compósitos de FRP desenvolvidas para aumentar a capacidade resistente ao esforço transversal de vigas de betão armado são as seguintes: técnica da colagem externa do FRP (técnica EBR - Figura 5a), técnica da inserção do FRP no betão de recobrimento (técnica NSM - Figura 5b), e técnica do embebimento do FRP ao longo de toda a altura da seção transversal da viga (técnica ETS - Figura 5c).



a) Técnica EBR (Khalifa, 1999)    b) Técnica NSM (Dias e Barros, 2006)    c) Técnica ETS (Raicic *et al.* 2016)

Figura 5 - Reforço ao corte com compósitos de FRP.

## 2.4.2 Técnica de reforço EBR (Externally Bonded Reinforcement)

A técnica de colagem externa foi a primeira a ser desenvolvida no âmbito do reforço ao corte de vigas de betão armado com materiais compósitos de FRP.

O reforço ao corte com FRP recorrendo à técnica EBR pode ser aplicado de forma a envolver toda a secção (Figura 6a), pode ser aplicado em forma de U (Figura 6b) ou pode ser aplicado apenas nas faces laterais conforme ilustrado na Figura 6(c). Em qualquer uma das soluções anteriormente referidas, o reforço pode ser aplicado de forma contínua (Figura 7a) ou de forma discreta (Figura 7b). Além disso, o reforço pode ser colocado ortogonalmente ao eixo da viga (Figura 7b) ou aproximadamente às potenciais fendas de corte (Figura 7c).

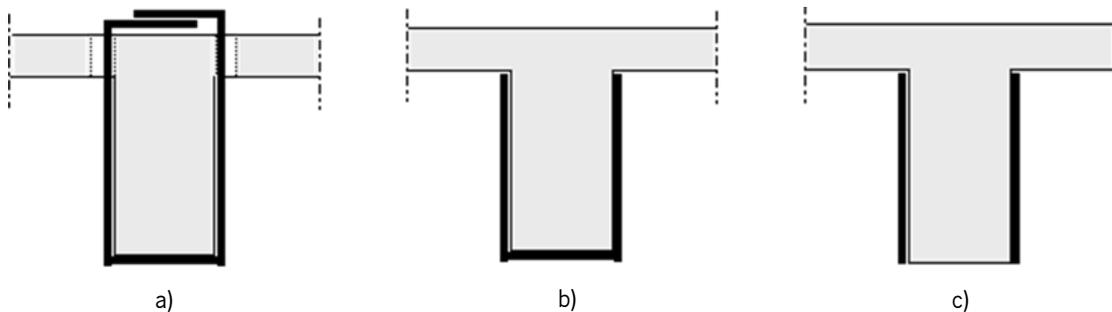


Figura 6 - Configurações possíveis para a aplicação do reforço ao corte com FRP usando a técnica EBR (Barros, 2007).

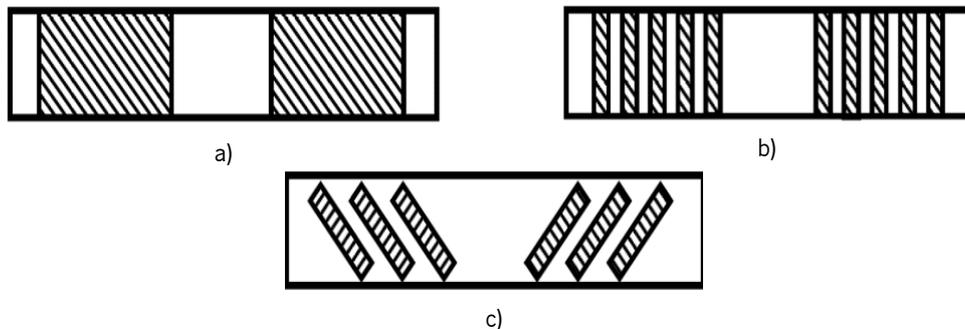


Figura 7 - Formas de aplicação do reforço ao corte de FRP com a técnica EBR (Ghaffary e Moustafa, 2020).

Segundo Mimoso (2015), para a aplicação do reforço de FRP usando a técnica EBR, é necessário numa primeira fase efetuar a preparação da superfície. Esta preparação envolve processos diferentes caso se trate de um sistema curado *“in situ”* ou de um sistema pré-fabricado (laminados). No caso dos sistemas curados *“in situ”*, a superfície deve ser esmerilhada, enquanto que no caso laminados, a superfície do betão deve ser bojardada com jatos de areia ou picotada com martelos de agulhas. Posteriormente, a superfície do betão deve ser limpa com ar comprimido. Por forma a melhorar as condições de aderência entre o reforço de CFRP e a superfície do betão a reforçar, em alguns sistemas comerciais, é

recomendado a aplicação de um primário. Uma vez realizada a preparação da superfície é feita a colagem do reforço.

A título de exemplo, na Figura 8 estão ilustrados passos fundamentais da aplicação do reforço ao corte de uma viga de betão armado usando a técnica EBR. Inicialmente, tal como referido anteriormente, é necessário efetuar a preparação da superfície por forma a que esta tenha as melhores condições de aderência possível (Figura 8a e Figura 8b). Após o tratamento e limpeza da superfície procede-se à preparação da resina de acordo com as recomendações do fabricante. Posteriormente, é aplicada a resina na zona da viga a reforçar (Figura 8c) e procede-se à colagem da manta de CFRP (Figura 8d). Na Figura 8(e) está representada a viga após a aplicação da camada de resina sobre a camada de manta.

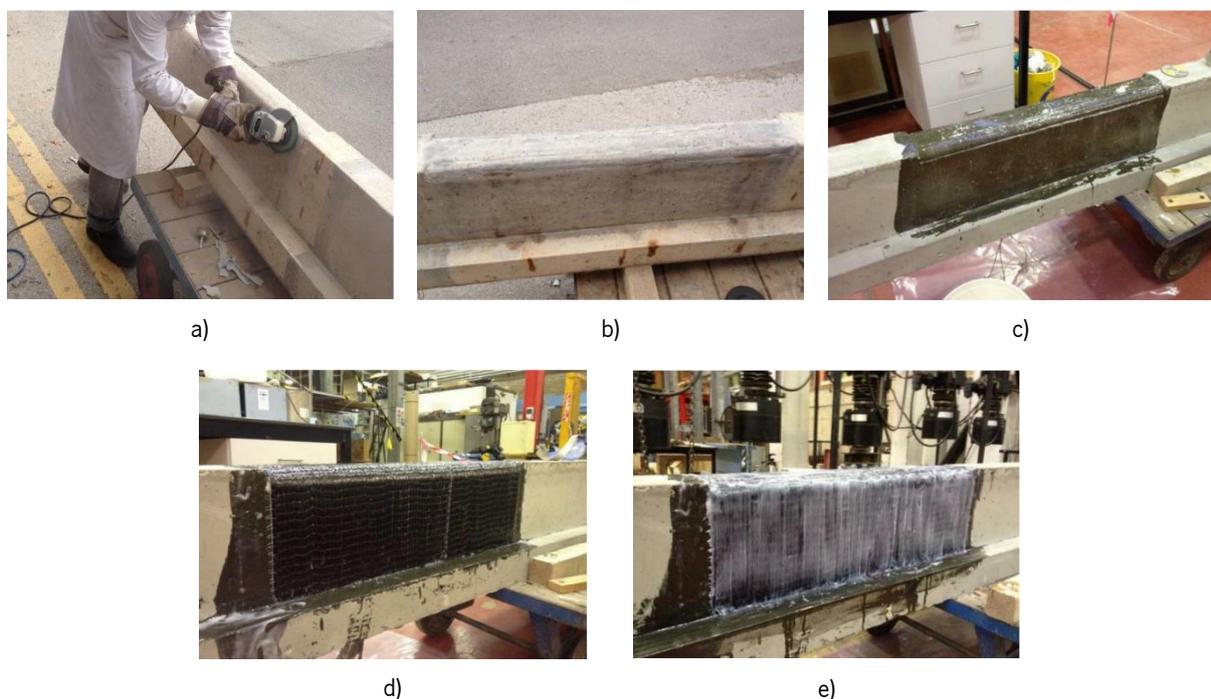


Figura 8 - Processo de aplicação do reforço de acordo com a técnica EBR (Qin, 2016).

O sucesso da aplicação da técnica EBR passa pelo controlo de qualidade feito antes, durante e após a aplicação do reforço (Dias, 2008). Na Figura 9 apresenta-se um organigrama com passos fundamentais da aplicação do reforço e procedimentos de controlo de qualidade da aplicação.

De um modo geral, a técnica da colagem externa com FRP aplicada no reforço ao corte é considerada como sendo simples e de rápida execução e permite aumentos consideráveis na capacidade resistente ao esforço transversal de vigas de betão armado (Dias, 2008). No entanto, constatou-se que a esta técnica de reforço estão associados modos de rotura prematuros por destacamento do FRP, resultante da perda de aderência entre o betão e o reforço (Figura 10a). Como consequência, as tensões instaladas no FRP

são bastante inferiores à sua capacidade máxima resistente, ou seja, não se consegue obter o máximo rendimento do reforço. Por forma a evitar modos de rotura prematuros por destacamento do reforço de FRP existe a possibilidade de adoção de mecanismos exteriores de fixação, tal como ilustrado na Figura 10(b).

A par da típica ocorrência de modos de roturas prematuros, verifica-se que pelo facto de o reforço ser colado externamente, este apresenta suscetibilidade acrescida às condições ambientais adversas, às temperaturas elevadas e a atos de vandalismo (Barros, 2007).

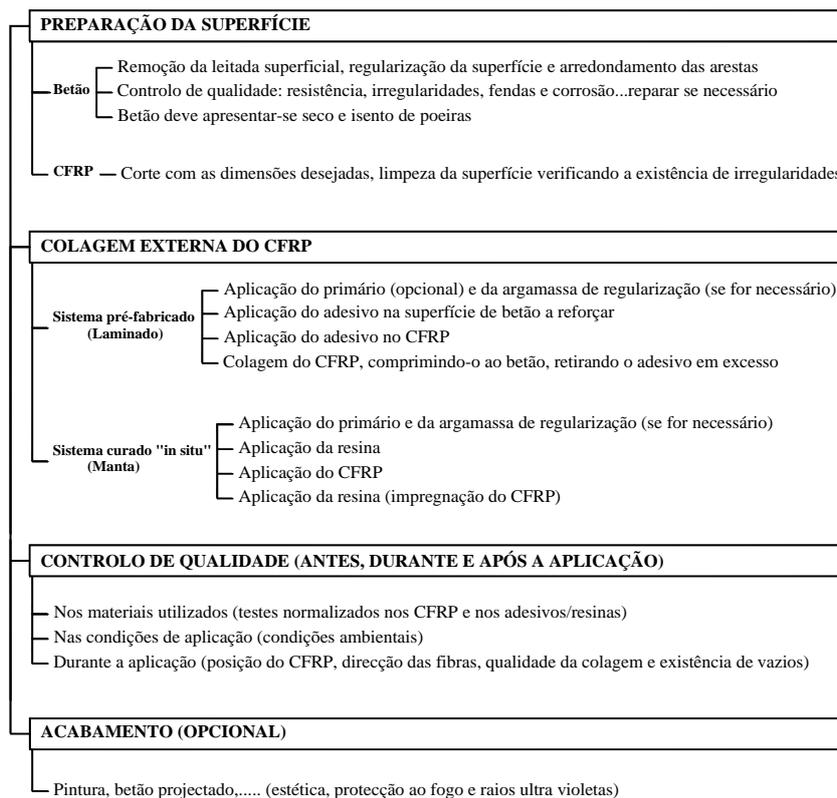


Figura 9 - Descrição do processo de aplicação da técnica EBR (Dias, 2008).

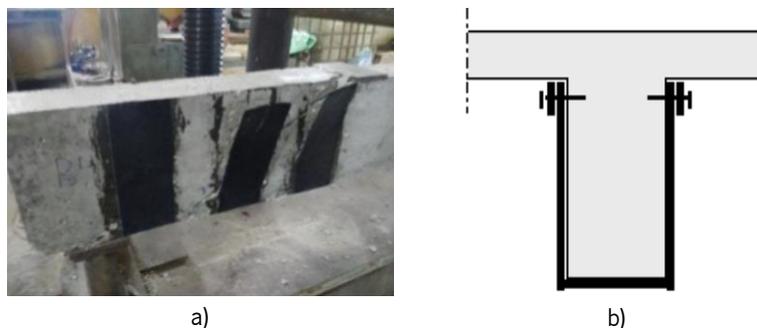


Figura 10 - a) Modo de rotura por descolagem do CFRP (Abdelglit *et al.* 2019); b) Aplicação de mecanismos de ancoragem (Barros, 2007).

### 2.4.3 Técnica de reforço NSM (Near Surface Mounted)

Como forma de ultrapassar as desvantagens da técnica da colagem externa, anteriormente identificadas, foi desenvolvida a técnica de reforço que consiste na inserção do FRP em entalhes executados no betão de recobrimento (Soares, 2017).

O reforço de FRP aplicado com a técnica NSM pode ter a secção transversal retangular (laminados), como é o caso do FRP adotado no programa experimental desenvolvido por El-Maaddawy (2015), quadrada (Carolin, 2003) ou circular (El-Maaddawy e Chekfeh, 2013).

No caso dos FRP com secção transversal retangular ou quadrada existe uma espessura uniforme do adesivo, o que não se verifica no caso do FRP circular. Os laminados maximizam a relação perímetro/área da secção transversal, minimizando as tensões na ligação quando é aplicada a mesma carga de tração nos compósitos de FRP. Além disso, a execução dos entalhes para os laminados é mais simples, pois devido à sua reduzida espessura basta apenas um corte, o que não acontece com o FRP de secção transversal quadrada ou de secção transversal circular (Soares, 2017).

A Figura 11 apresenta, a título de exemplo, a sequência fotográfica da aplicação de um reforço ao corte de uma viga de betão armado com a técnica NSM executado no âmbito de um programa experimental desenvolvido por Ibrahim *et al.* (2020). Assim, numa primeira fase são executados os entalhes no betão de recobrimento das faces laterais da viga com as dimensões diretamente relacionadas com as dimensões do FRP a inserir. Posteriormente, é aplicado ar comprimido para que seja retirado qualquer tipo de partículas soltas e proporcionar as melhores condições de aderência do betão ao adesivo. Na Figura 11(a) apresenta-se o aspeto da viga após a execução das tarefas anteriormente referidas. Posteriormente à preparação do adesivo, este é aplicado nos entalhes (Figura 11b) e nos laminados (Figura 11c), que de seguida são inseridos nos entalhes (Figura 11d). Após a inserção do FRP, o adesivo em excesso é retirado recorrendo a uma espátula que permite também fazer uma certa pressão e assim colmatar alguma eventual debilidade existente na ligação betão-adesivo-FRP. Na Figura 11(e) está apresentado o aspeto final da viga após a execução do reforço.

À semelhança com o que já foi referido com a técnica EBR, o sucesso da técnica NSM com compósitos de FRP está diretamente relacionado com a qualidade com que são realizadas as tarefas da execução do reforço. Na Figura 12 apresenta-se um organograma com os passos fundamentais da aplicação do reforço e procedimentos de controlo de qualidade da aplicação de um reforço com FRP usando a técnica NSM (Dias, 2008).



proporcionada pela técnica NSM, que em relação ao que acontece quando o reforço é aplicado com a técnica EBR, garante um maior grau de fixação do FRP com consequências benéficas em termos do rendimento do reforço. Como o FRP é inserido no betão de recobrimento e não colado externamente, a técnica NSM garante maior proteção do reforço. A preparação da superfície associada à técnica EBR, não é necessária no caso da técnica NSM, sendo neste caso necessário efetuar a abertura dos entalhes, cujo grau de dificuldade, tal como se referiu anteriormente, depende da secção transversal do FRP. Como aspeto menos positivo da técnica NSM refira-se a sua dependência com o betão de recobrimento, quer em termos da qualidade e do estado do betão como em termos da sua espessura.

#### 2.4.4 Técnica de reforço ETS (Embedded Through Section)

Em alternativa às técnicas de reforço ao corte EBR e NSM existe ainda a técnica ETS que consiste no embebimento de varões de FRP ao longo de toda a altura da secção transversal da viga. A ligação entre o betão e o material de reforço é feita através de um adesivo epóxi (Ghaffary e Moustafa, 2020). Na Figura 13 está representado em alçado e em corte a aplicação do reforço ao corte usando a técnica ETS. Refira-se que esta técnica também tem sido investigada usando varões de aço em vez de varões de FRP (Barros e Dalfré (2013), Breveglieri *et al.* (2015), Raicic *et al.* (2017b), Valerio *et al.* (2009) e Abdelglil *et al.* (2019)).

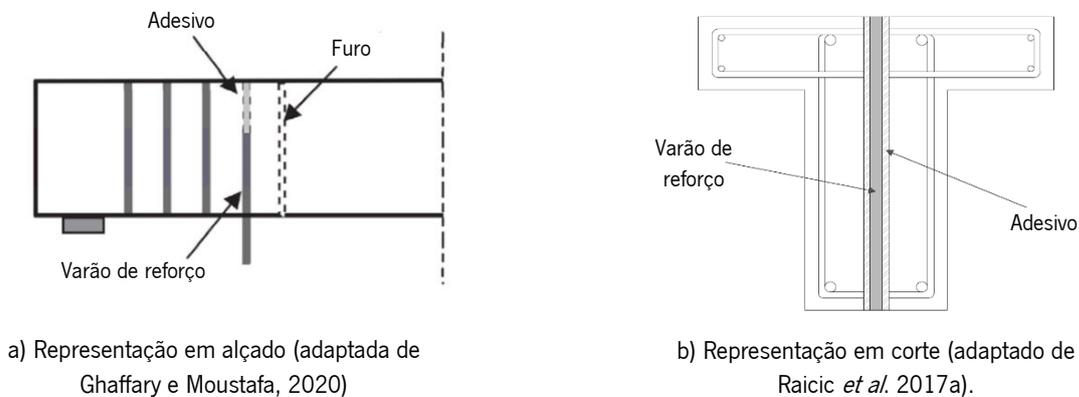


Figura 13 - Aplicação da técnica ETS.

Na Figura 14 estão representadas algumas das fases do processo de aplicação de um reforço ao corte de uma viga de betão armado com a técnica ETS, que foi realizado no âmbito da investigação experimental desenvolvida por Breveglieri (2014). Inicialmente foram feitos furos, retirando o betão por aspiração recorrendo a um sistema de vácuo (Figura 14a). De seguida foi feita limpeza recorrendo a uma escova de aço, retirando assim as possíveis partículas que não foram retiradas com o sistema de vácuo, sendo este processo repetido até não restar qualquer tipo de partículas soltas nos furos (Figura 14b). O adesivo epóxi, preparado segundo as recomendações do fabricante, foi introduzido nos furos lentamente

tendo sido retirado o adesivo em excesso. Os varões de reforço, previamente cortados e limpos, foram introduzidos lentamente nos furos tendo sido retirado o excesso de resina (Figura 14c). De acordo com Breveglieri (2014), por forma a garantir a cura adequada do adesivo, foi esperado um período de 15 dias antes do ensaio das vigas.

Uma vez que a aplicação desta técnica de reforço implica a necessidade de realização de furos que atravessam toda a secção transversal da viga (por forma a se ter o FRP com o máximo de comprimento possível), um cuidado importante a ter durante o processo de execução do reforço consiste em vedar o furo numa das faces da viga, por forma a não permitir que o adesivo flua quando é feita a sua introdução.

De acordo com Sogut *et al.* (2021), um dos aspetos importantes a ter em conta no âmbito da aplicação de um reforço ETS é garantir que as armaduras existentes não sejam danificadas durante a execução dos furos (cuidado que se deve ter à semelhança do que acontece com a técnica NSM), o que requer um estudo prévio relativamente ao posicionamento das referidas armaduras.

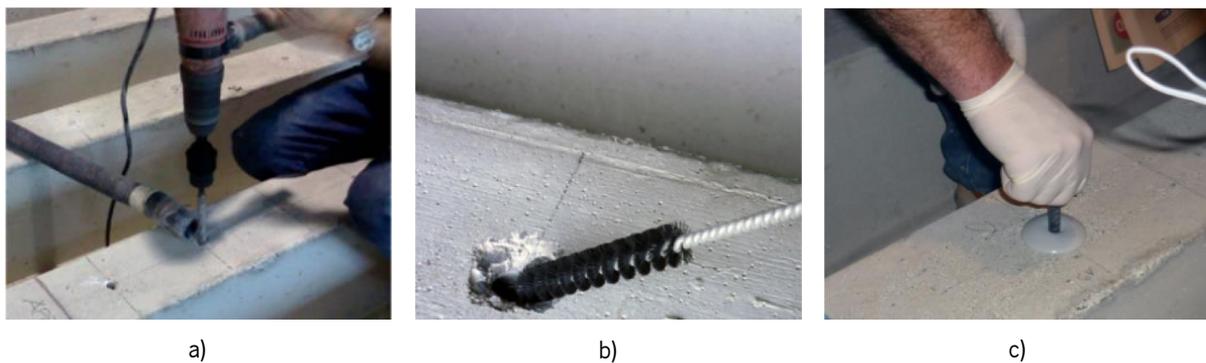


Figura 14 - Processo de aplicação de reforço ao corte usando a técnica ETS (adaptado de Breveglieri, 2014).

Tal como referido anteriormente, a técnica ETS passa pela realização de furos onde serão colocados os varões de FRP. Na Tabela 3 apresenta-se, para dez programas experimentais sobre a aplicação da técnica ETS com FRP no reforço ao corte de vigas de betão armado já realizados, o diâmetro do FRP adotado, respetivo diâmetro do furo efetuado e a relação diâmetro do furo/diâmetro do varão de FRP. A análise dos valores da Tabela 3 permite constatar que a referida relação varia entre 1,3 e 2,0 e que em termos médios o seu valor é de 1,5.

Em comparação com as técnicas EBR e NSM, a técnica ETS requer menos tempo para a aplicação do reforço, não é necessário fazer preparação da superfície do betão ou de mão de obra especializada, sendo possível de ser aplicada num cenário em que a superfície do betão ou o betão de recobrimento tem limitações que condicionam a ligação betão-adesivo-FRP (Moradi *et al.*, 2020). Uma vez que o material de reforço é totalmente embebido no betão, este consegue proporcionar maior confinamento e

consequentemente aumentar a força de ligação (Breveglieri *et al.*, 2015). Além disso, esta técnica de reforço oferece maior proteção do reforço a nível de exposição ambiental, ataques fúngicos, ação do fogo e atos de vandalismo (Barros e Dalfré, 2013).

Tabela 3 - Diâmetro dos varões de FRP e dos furos adotados em investigação experimental já realizada.

Autores	Material de reforço	Número de vigas	Diâmetro do varão (mm)	Diâmetro do furo (mm)	Diâmetro do furo / Diâmetro do varão
Valerio <i>et al.</i> (2009)	CFRP	6	6,0	8,0	1,3
		3	7,5	9,5	1,3
Chaallal <i>et al.</i> (2011)	CFRP	3	12,7	18,0	1,4
Mofidi <i>et al.</i> (2012)	CFRP	2	9,5	14,3	1,5
	CFRP	4	12,7	19,1	1,5
Breveglieri <i>et al.</i> (2015)	CFRP	4	8,0	14,0	1,8
Qapo <i>et al.</i> (2016)	AFRP	2	10,0	-	-
		1	7,5		
Qin <i>et al.</i> (2015)	CFRP	3	10,0	15,0	1,5
Raicic <i>et al.</i> (2017b)	CFRP	3	6,0	10,0	1,7
	GFRP	3	6,0	12,0	2,0
Brindley, (2018)	CFRP	2	10,0	16,0	1,6
Jemaa <i>et al.</i> (2021)	GFRP	1	12,0	18,0	1,5
Sogut <i>et al.</i> (2021)	CFRP	1	6,0	9,0	1,5
	GFRP	4	6,0	9,0	1,5

#### 2.4.5 Comparação do grau de eficácia das técnicas de reforço ao corte com FRP (EBR, NSM e ETS)

Chaallal *et al.* (2011) realizaram um programa experimental onde compararam a eficácia das três técnicas de reforço ao corte com FRP anteriormente apresentadas. O referido programa experimental englobou doze vigas de betão armado e, além das técnicas de reforço ao corte com CFRP estudadas, foi avaliado o efeito da existência ou não de armadura transversal (estribos) e, caso existisse, do espaçamento dos estribos (percentagem de armadura transversal). Foram testadas três séries de vigas (S1, S2 e S3), cada uma com quatro vigas, uma sem qualquer tipo de reforço, uma reforçada com a técnica EBR em que o material de reforço foi manta de CFRP, uma reforçada com a técnica NSM usando varões de CFRP e uma reforçada com a técnica ETS com varões de CFRP. Todas as vigas tinham secção transversal em T com altura total de 406 mm e comprimento total de 4520 mm. Longitudinalmente, na face tracionada, foram colocados 4 varões de 25 mm ( $4\phi 25$ ), o que corresponde a uma percentagem

de armadura longitudinal de 3,7%. Na Figura 15 apresenta-se informação referente à geometria e às armaduras das vigas testadas por Chaallal *et al.* (2011).

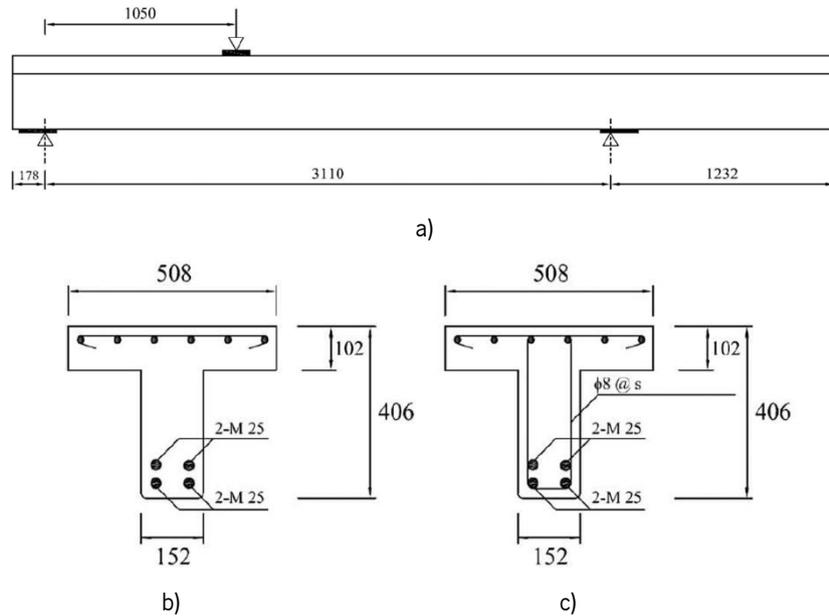


Figura 15 - Informações geométricas (dimensões em mm) das vigas testadas por Chaallal *et al.* (2011).

As vigas da série S0 não tinham armadura transversal (Figura 15b), enquanto as vigas das séries S1 e S3 continham estribos de 8 mm de diâmetro afastados, respetivamente, de 175 mm e 260 mm. Nas vigas reforçadas com a técnica EBR foram coladas, na alma da viga, de forma contínua, mantas de CFRP (1 camada) em forma de U (Figura 16a). O reforço ao corte com a técnica NSM consistiu na inserção, no betão de recobrimento das faces laterais da alma da viga, de varões de CFRP com 9,5 mm de diâmetro e espaçados de 130 mm (Figura 16b). Em relação à técnica ETS, foram introduzidos varões com 12,7 mm de diâmetro e espaçados de 130 mm de acordo com a disposição representada na Figura 16(c). Em qualquer uma das técnicas de reforço analisadas neste estudo, o FRP foi colocado com as fibras ortogonalmente ao eixo das vigas (Figura 16).

Na Tabela 4 estão descritos os resultados obtidos nos ensaios das vigas testadas por Chaallal *et al.* (2011) em termos da força máxima alcançada ( $F_{máx.}$ ), da resistência total ao esforço transversal ( $V_{máx.}$ ), da contribuição do reforço na resistência ao corte ( $V_f$ ), da eficácia do reforço, do deslocamento na secção da aplicação da carga associado à força máxima e do modo de rotura.

Na Figura 17 estão representadas as relações força *vs* deslocamento na secção de aplicação da carga referentes às vigas da série S0 (Figura 17a), S1 (Figura 17b) e S3 (Figura 17c).



não de estribos e independentemente da percentagem de estribos existentes. Além disso, verificou-se que, das três técnicas de reforço ao corte testadas, a que proporcionou uma mudança no modo de rotura frágil por corte a dúctil por flexão foi a técnica ETS quando aplicada com as soluções de reforço adotadas nas vigas da série S1 e da série S3.

Na Figura 18 está representada a eficácia do reforço de FRP, para cada técnica de reforço avaliada, em função da percentagem de armadura transversal presente nas vigas testadas por Chaallal *et al.* (2011): 0% (vigas sem armadura transversal), 0,38% (vigas com estribos de aço afastados de 175 mm) e 0,25% (vigas com estribos de aço afastados de 260 mm).

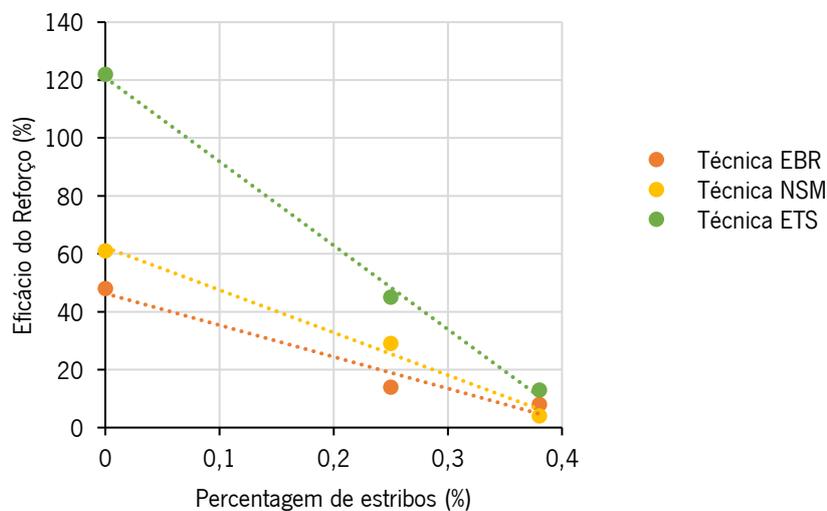


Figura 18 - Eficácia do reforço vs percentagem de estribos das vigas testadas por Chaallal *et al.* (2011).

A análise da Figura 18 permite comprovar o que já foi dito anteriormente, que independentemente da percentagem de armadura transversal, a técnica ETS foi a mais eficaz. Além disso, verifica-se que, independentemente da técnica de reforço, existe uma diminuição da eficácia do reforço com o aumento da percentagem de armadura transversal. No caso das vigas com armadura transversal (série 1 e série 3) reforçadas com a técnica ETS importa referir que os valores da eficácia do reforço obtidos foram condicionados pelo facto das vigas terem tido modo de rotura por flexão. Assim, nestas vigas os valores apresentados não traduzem a real eficácia do reforço de FRP aplicado pois não ocorreu o modo de rotura por corte.

## 2.5 VIGAS DE BETÃO ARMADO REFORÇADAS AO CORTE COM FRP APLICADO COM A TÉCNICA ETS

Esta secção é dedicada à descrição sumária de investigação experimental já realizada sobre a aplicação da técnica ETS usando FRP no âmbito do aumento da capacidade resistente ao esforço transversal de vigas de betão armado. Numa fase inicial serão apresentados programas experimentais onde foi aplicada a técnica ETS de acordo com o descrito na secção 2.4.4 em que o reforço é disposto uniformemente em termos de espaçamento do FRP (solução de reforço padrão). Posteriormente, serão descritas soluções de reforço ao corte com a técnica ETS que introduzem aspetos diferenciadores em relação à solução de reforço padrão, designadamente em termos da não uniformidade do espaçamento do FRP, da adoção de mecanismos de ancoragem e do recurso a sistemas curados *“in situ”*.

Tal como já foi referido anteriormente, a técnica de reforço ao corte ETS pode ser utilizada recorrendo a varões de aço. Assim, para ilustrar também este conceito, o primeiro programa experimental que será apresentado nesta secção contemplou soluções de reforço ao corte usando a técnica ETS com varões de aço e com varões de CFRP.

Com efeito, Breveglieri *et al.* (2015) desenvolveram um programa experimental para avaliar a eficiência da técnica ETS no reforço ao corte em vigas de betão armado. Os parâmetros avaliados foram o material de reforço (varões de aço e varões de CFRP), a orientação do reforço (a 45° e a 90°) e a percentagem de armadura transversal existente (foram testadas 3 percentagens). Este programa experimental englobou 19 vigas de secção transversal em T com altura total de 400 mm e comprimento total de 2650 mm. Por forma a que o modo de rotura das vigas fosse por corte, no vão de corte  $L_1$  (Figura 19b), foi adotada uma percentagem de armadura longitudinal elevada (2,79%) e o vão de corte  $L_2$  (Figura 19b) foi suficientemente bem estribado.

As vigas foram divididas em três séries diferenciadas pela percentagem de armadura transversal existente ( $\rho_s$ ): a série 0S sem armadura transversal ( $\rho_s = 0\%$ ), a série 2S com estribos de 6 mm de diâmetro afastados de 300 mm ( $\rho_s = 0,10\%$ ) e a série 4S com estribos de 6 mm de diâmetro afastados de 180 mm ( $\rho_s = 0,17\%$ ). Além da viga de referência (sem reforço ao corte), cada série continha 4 vigas reforçadas ao corte usando a técnica ETS com varões de aço com diâmetro de 10 mm, diferenciadas pela percentagem e orientação do reforço (foram analisados dois espaçamentos para os varões, 180 mm e 300 mm, e duas orientações, 45° e 90°). Nas séries 2S e 4S foram testadas também duas vigas reforçadas ao corte usando a técnica ETS com varões de CFRP, com diâmetro de 8 mm e espaçados de 180 mm: numa viga o CFRP foi colocado com uma orientação de 90° e na outra viga a orientação do reforço foi de 45°. Na Figura 19(c) estão representadas as diferentes soluções de reforço testadas.

Na nomenclatura das vigas apresentadas na Tabela 5 e na Figura 19, a seguir à identificação da série (OS, 2S e 4S), “S” significa vigas reforçadas com varões ETS de aço e “C” significa vigas reforçadas com varões ETS de CFRP. Os varões de aço e do CFRP tinham um módulo de elasticidade de 200 GPa e 160 GPa, respetivamente.

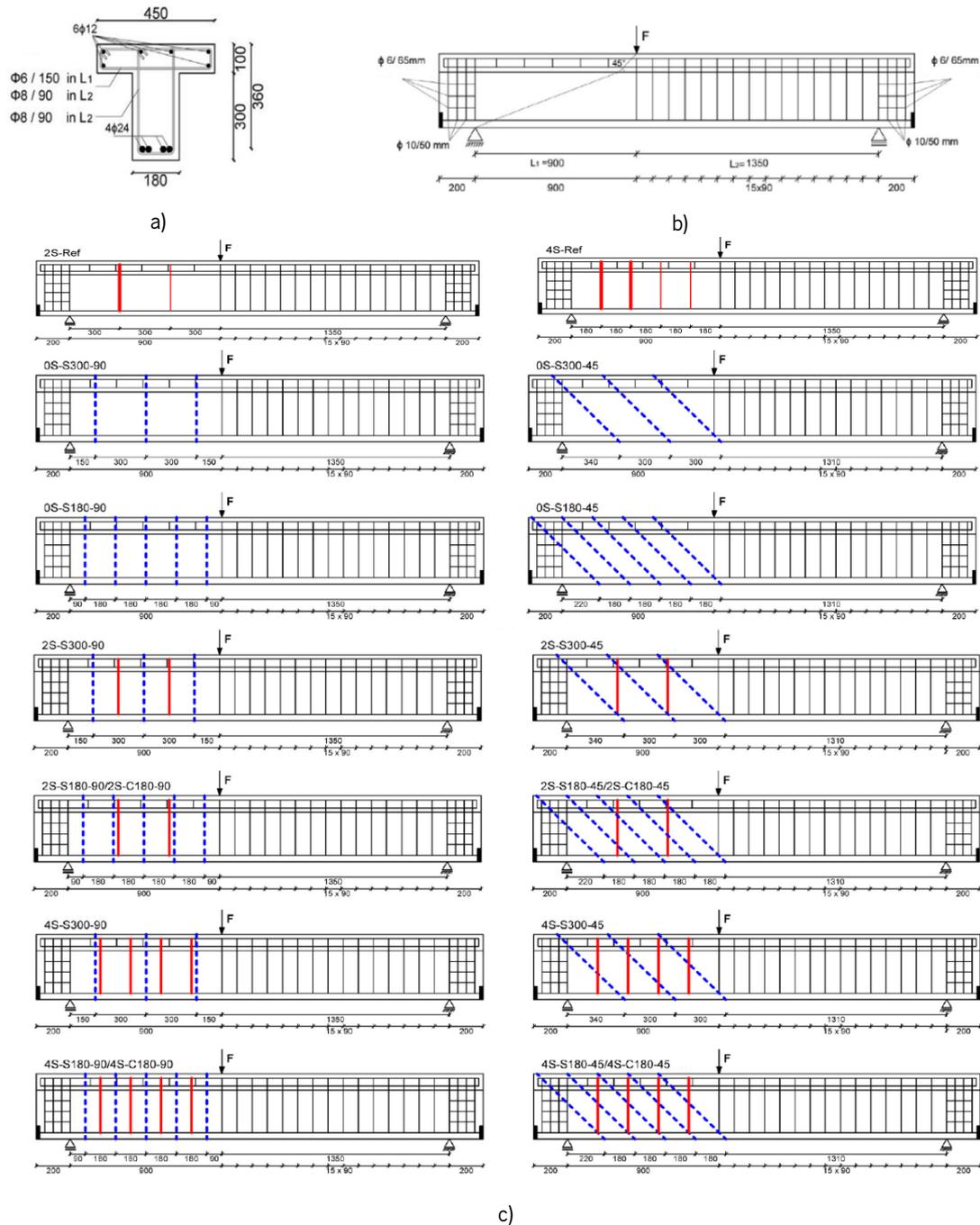


Figura 19 - Vigas testadas (dimensões em mm) por Breveglieri *et al.* (2015).

Na Tabela 5 apresentam-se alguns parâmetros que caracterizam as vigas ensaiadas por Breveglieri *et al.* (2015), designadamente os valores de  $f_{cm}$  (valor da resistência média à compressão do betão avaliada em cilindros), o material de reforço e as percentagens de estribos de aço existentes e de reforço. Além

disso, apresentam-se os resultados obtidos em termos da força máxima alcançada ( $F_{m\acute{a}x.}$ ), da resistência total ao esforço transversal ( $V_{m\acute{a}x.}$ ), da contribuição do reforço na resistência ao corte ( $V_f$ ) e da eficácia do reforço. O modo de rotura obtido foi por corte em todas as vigas.

Tabela 5 - Informação relevante relativa às vigas testadas por Breveglieri *et al.* (2015).

Vigas	$f_{cm}$ (MPa)	Material de reforço	$\rho_s$ (%)	$\rho_f$ (%)	$\rho_s + \rho_f$ (%)	$F_{m\acute{a}x.}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x.}$ (kN) <sup>(a)</sup>	$V_f$ (kN) <sup>(b)</sup>	Eficácia do reforço (%) <sup>(c)</sup>
0S-Ref	29,7	-	-	-	-	156,1	93,6	-	-
0S-S300-90	29,7	Aço	-	0,15	0,15	217,8	130,7	37,0	39,5
0S-S300-45	29,7	Aço	-	0,21	0,21	348,6	209,2	115,5	123,4
0S-S180-90	29,7	Aço	-	0,24	0,24	256,8	154,1	60,5	64,6
0S-S180-45	29,7	Aço	-	0,34	0,34	368,8	221,3	127,7	136,3
2S-Ref	29,7	-	0,10	-	-	242,1	145,2	-	-
2S-S300-90	29,7	Aço	0,10	0,15	0,25	315,7	189,4	44,2	30,4
2S-S300-45	29,7	Aço	0,10	0,21	0,31	407,1	244,3	99,0	68,2
2S-S180-90	29,7	Aço	0,10	0,25	0,35	406,8	244,1	98,8	68,1
2S-S180-45	29,7	Aço	0,10	0,35	0,45	504,7	302,8	157,6	108,5
2S-C180-90	32,3	CFRP	0,10	0,16	0,26	370,5	222,3	77,1	53,1
2S-C180-45	32,3	CFRP	0,10	0,22	0,32	534,7	320,8	175,6	120,9
4S-Ref	32,3	-	0,17	-	-	353,8	212,3	-	-
4S-S300-90	32,3	Aço	0,17	0,15	0,32	370,9	222,6	10,3	4,8
4S-S300-45	32,3	Aço	0,17	0,21	0,38	552,4	331,5	119,2	56,1
4S-S180-90	32,3	Aço	0,17	0,25	0,42	413,2	247,9	35,6	16,8
4S-S180-45	32,3	Aço	0,17	0,35	0,52	566,4	339,8	127,6	60,1
4S-C180-90	32,3	CFRP	0,17	0,16	0,33	376,9	226,1	13,9	6,5
4S-C180-45	32,3	CFRP	0,17	0,22	0,39	616,9	370,1	157,8	74,4

(a)  $V_{m\acute{a}x} = 0,6 F_{m\acute{a}x.}$ ; (b)  $V_f = V_{total\ viga\ reforçada} - V_{total\ viga\ de\ referência}$ ; (c) Eficácia do reforço =  $\frac{V_{total\ viga\ reforçada} - V_{total\ viga\ de\ referência}}{V_{total\ viga\ de\ referência}} \times 100$ .

De acordo com os resultados da Tabela 5 e das curvas de comportamento apresentadas na Figura 20, Breveglieri *et al.* (2015) concluíram que a aplicação da técnica ETS é capaz de aumentar consideravelmente a capacidade resistente ao esforço transversal das vigas. O reforço ETS com varões de aço foi mais eficaz nas vigas sem armadura transversal (série 0S), verificando-se uma tendência da diminuição da eficácia do reforço com o aumento da percentagem de armadura transversal. Além disso, verificou-se que o reforço a 45° foi mais eficaz que o reforço a 90°. Os autores também justificam o baixo desempenho da solução de reforço da viga 4S-S300-90 devido ao facto de apenas um varão de reforço ter sido atravessado pela fenda de corte, o que evidencia a necessidade de uma criteriosa definição do número de reforços a introduzir e a consideração do posicionamento dos estribos existentes.

Em termos das soluções de reforço ETS com varões de FRP, Breveglieri *et al.* (2015) concluíram que a eficácia do reforço foi maior nas vigas com o CFRP orientado a 45° e que a referida eficácia diminuiu com o aumento da percentagem de armadura transversal existente. Neste contexto, refira-se que o melhor desempenho das soluções a 45° está relacionado com o facto do CFRP estar colocado com uma direção aproximadamente ortogonal às fendas de corte e por conferir, em relação ao que se passa nos reforços a 90°, um maior comprimento de fixação do CFRP.

Na Figura 20(d) está representada a relação da eficácia do reforço com a percentagem total de reforço ( $\rho_s + \rho_f$  - ver Tabela 5), verificando-se existir uma diminuição da eficácia do reforço com o aumento da percentagem total de reforço.

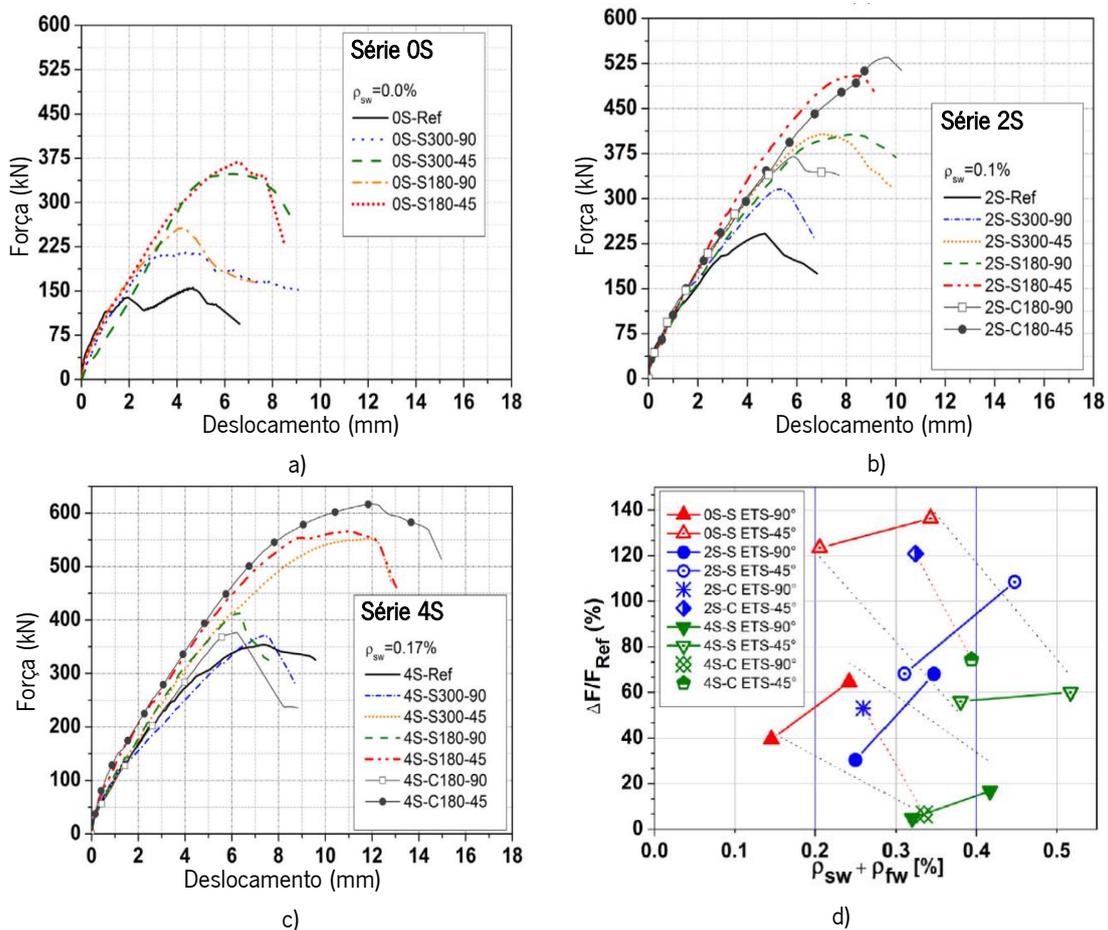


Figura 20 - Relação força vs deslocação das vigas testadas por Breveglieri *et al.* (2015): a) Série 0S, b) Série 2S, c) Série 4S; d) Relação entre a eficácia e a percentagem total de reforço ao corte aplicada.

Mofidi *et al.* (2012) desenvolveram um programa experimental constituído por nove vigas de betão armado que teve como objetivo avaliar a eficácia da técnica ETS no reforço ao corte de vigas aplicando varões de CFRP. O tipo de revestimento dos varões, a percentagem de armadura de esforço transversal,

o espaçamento e o diâmetro dos varões de reforço foram os parâmetros avaliados neste estudo. A geometria adotada para as vigas foi igual à representada na Figura 15.

As vigas foram divididas em três séries diferenciadas pela percentagem de armadura transversal existente ( $\rho_s$ ): a série S0 sem armadura transversal ( $\rho_s = 0\%$ ), a série S1 com estribos de 8 mm de diâmetro afastados de 175 mm e a série S3 com estribos de 8 mm de diâmetro afastados de 260 mm. Todas as séries tinham uma viga de referência sem reforço de CFRP (vigas S0-CON, S1-CON e S3-CON referentes às séries S0, S1 e S3, respetivamente) e em todas as vigas reforçadas o reforço foi aplicado com uma orientação de  $90^\circ$  (na vertical).

A solução de reforço constituída por varões de CFRP de superfície rugosa com 12,7 mm de diâmetro, aplicados com a técnica ETS com espaçamento de 130 mm foi adotada numa viga de cada uma das séries (vigas S0-12d130s, S1-12d130s e S3-12d130s referentes às séries S0, S1 e S3 respetivamente). A partir desta solução foram definidas mais três que foram aplicadas em vigas da série S1: a primeira alterando o valor do espaçamento dos varões de CFRP (em vez de 130 mm foi considerado 260 mm) - viga S1-12d260s; a segunda considerando varões de CFRP com 9,5 mm de diâmetro e espaçamento de 260 mm - viga S1-9d260s; a terceira considerando esta a última solução alterando apenas o tipo de superfície do varão (neste caso superfície lisa) - viga S1-9d260p. Os varões de CFRP com superfície lisa tinham um módulo de elasticidade de 155 GPa e os varões de CFRP com superfície rugosa tinham um módulo de elasticidade de 148 GPa.

Na Tabela 6 apresentam-se alguns parâmetros que caracterizam as vigas ensaiadas por Mofidi *et al.* (2012). Além disso, apresentam-se os resultados obtidos em termos da força máxima alcançada ( $F_{m\acute{a}x.}$ ), da resistência total ao esforço transversal ( $V_{m\acute{a}x.}$ ), da contribuição do reforço na resistência ao corte ( $V_f$ ) e da eficácia do reforço.

O modo de rotura da viga S1-12d130s foi por flexão, enquanto as vigas restantes tiveram rotura por corte. Na Figura 21 estão representados os modos de rotura de 4 vigas testadas por Mofidi *et al.* (2012). Tendo como base os resultados obtidos, os autores verificaram que o reforço foi mais eficaz quando aplicado com varões de superfície lisa. Com efeito, a eficácia do reforço nas vigas S1-9d260p (com varões de superfície lisa) e S1-9d260s (com varões de superfície rugosa) foi respetivamente, 14% e 6%. Mofidi *et al.* (2012), à semelhança do ocorrido nos programas experimentais anteriormente apresentados, concluíram que a eficácia da técnica ETS com CFRP diminui com o aumento da percentagem de armadura transversal existente (122% na viga S0-12d130s sem estribos, 45% na viga S3-12d130s com estribos afastados de 260 mm e 14% na viga S1-12d130s com estribos afastados de

175 mm). Apesar de se verificar uma tendência do aumento da eficácia do reforço com a diminuição do espaçamento dos varões de CFRP (8% na viga S1-12d260s com CFRP espaçado de 260 mm e 14% na viga S1-12d130s com CFRP espaçado de 130 mm), o desempenho da solução de reforço ao corte da viga S1-12d130s foi condicionado pelo facto do modo de rotura desta viga ter sido por flexão. Comparando as vigas que apenas se diferenciaram no diâmetro dos varões de CFRP (viga S1-9d260s com varões de 9,5 mm de diâmetro e viga S1-12d260s com varões de 12,7 mm de diâmetro), Mofidi *et al.* (2012) concluíram que o aumento do diâmetro do CFRP originou um aumento da eficácia do reforço.

Tabela 6 - Principais resultados obtidos nas vigas testadas por Mofidi *et al.* (2012).

Vigas	Espaçamento do CFRP (mm)	Diâmetro do CFRP (mm)	F <sub>máx.</sub> (kN)	V <sub>máx.</sub> (kN) <sup>(a)</sup>	V <sub>f</sub> (kN) <sup>(b)</sup>	Eficácia do reforço (%) <sup>(c)</sup>
S0 - CON	-	-	122,7	81,3	-	-
S1 - CON	-	-	350,6	232,2	-	-
S3 - CON	-	-	294,0	194,7	-	-
S0-12d130s	130	12,7	273,0	180,8	99,5	122
S1-9d260s	260	9,5	393,0	260,3	14,0	6
S1-12d260s	260	12,7	402,6	266,6	20,3	8
S1-12d130s	130	12,7	398,0	263,6	31,4	14
S1-9d260p	260	9,5	423,8	280,7	34,4	14
S3-12d130s	130	12,7	425,5	281,8	87,1	45

(a)  $V_{máx} = \frac{2,06 F_{máx.}}{3,11}$ ; (b)  $V_f = V_{total\ viga\ reforçada} - V_{total\ viga\ de\ referência}$ ; (c) Eficácia do reforço =  $\frac{V_{total\ viga\ reforçada} - V_{total\ viga\ de\ referência}}{V_{total\ viga\ de\ referência}} \times 100$ .



Viga S1- 9d260s

Viga S1- 9d260p

Viga S3-12d130s

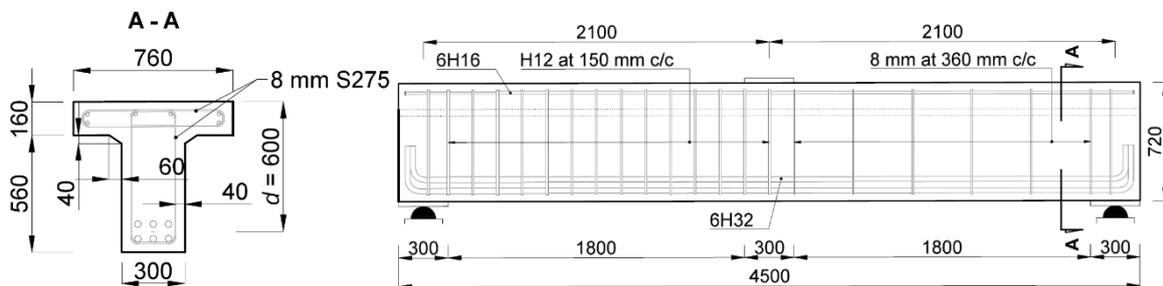
Viga S1- 9d130s

Figura 21 - Modos de rotura das vigas testadas por Mofidi *et al.* (2012).

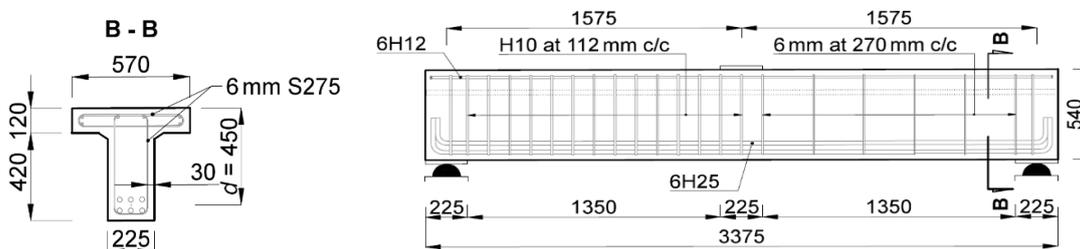
No programa experimental desenvolvido por Brindley (2018) foram testadas duas soluções de reforço ao corte com a técnica ETS usando varões de CFRP com 10 mm de diâmetro (dois varões por secção conforme representado na Figura 22(c)). Na primeira solução, que foi aplicada numa viga com a geometria apresentada na Figura 22(a) (vigas tipo I), o reforço ETS foi aplicado com um espaçamento de 360 mm, enquanto que na segunda solução, que foi aplicada numa viga com a geometria apresentada na Figura 22(b) (vigas do tipo II), o reforço ETS foi aplicado com um espaçamento de 270 mm. A viga reforçada com a primeira solução de reforço e a respetiva viga de referência não reforçada tinham a

designação de LBDE e LBC, respetivamente. A viga reforçada com a segunda solução de reforço e a respetiva viga de referência não reforçada tinham a designação de MBDE e MBC, respetivamente.

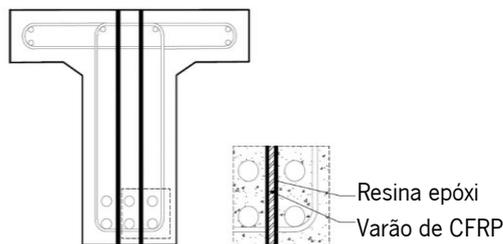
As vigas LBC e LBDE com 4500 mm de comprimento tinham uma secção transversal em T, com 720 mm de altura, estavam armadas longitudinalmente na face tracionada com seis varões de 32 mm de diâmetro ( $6\phi 32$ ) e tinham no vão de corte, onde foi imposta a rotura por corte, estribos de 8 mm de diâmetro afastados de 360 mm (Figura 22a). As vigas MBC e MBDE com 3375 mm de comprimento tinham uma secção transversal em T, com 540 mm de altura, estavam armadas longitudinalmente na face tracionada com seis varões de 25 mm de diâmetro ( $6\phi 25$ ) e tinham no vão de corte, onde foi imposta rotura por corte, estribos de 6 mm de diâmetro afastados de 270 mm (Figura 22b).



a) Vigas tipo I (dimensões em mm)



b) Vigas tipo II (dimensões em mm)



c) Secção transversal com dois varões de CFRP aplicados com a técnica ETS

Figura 22 - Informações geométricas das vigas testadas por Brindley (2018).

Na Tabela 7 apresentam-se os resultados obtidos nos ensaios das vigas testadas por Brindley (2018) em termos da resistência total ao esforço transversal ( $V_{m\acute{a}x.}$ ), da contribuição do reforço na resistência ao corte ( $V_f$ ), da eficácia do reforço e do modo de rotura.

Os resultados obtidos por Brindley (2018) permitiram concluir que as soluções de reforço testadas, caracterizadas por terem dois varões de CFRP por secção (Figura 22c), proporcionaram aumentos consideráveis na resistência ao esforço transversal independentemente da geometria das vigas: 28% no caso da viga do tipo I (LBDE) e 50% no caso da viga do tipo II (MBDE).

Tabela 7 - Principais resultados obtidos por Brindley (2018).

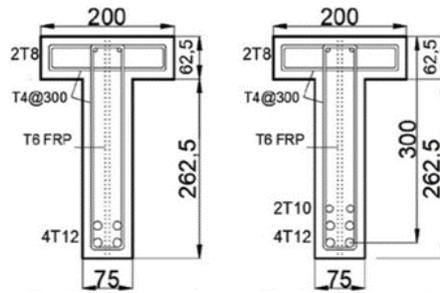
Vigas	$V_{m\acute{a}x.}$ (kN)	$V_f$ (kN) <sup>(a)</sup>	Eficácia do reforço (%) <sup>(b)</sup>	Modo de rotura
LBC	472	-	-	Corte
LBDE	605	133	28	Corte
MBC	322	-	-	Corte
MBDE	482	160	50	Corte

(a)  $V_f = V_{total\ viga\ reforçada} - V_{total\ viga\ de\ referência}$ ; (b) Eficácia do reforço =  $\frac{V_{total\ viga\ reforçada} - V_{total\ viga\ de\ referência}}{V_{total\ viga\ de\ referência}} \times 100$ .

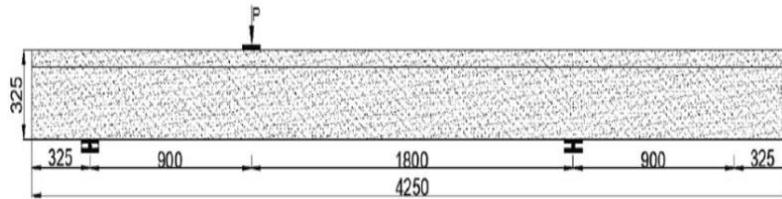
O material de reforço ao corte com FRP aplicado com a técnica ETS pode ser disposto adotando um espaçamento uniforme ou considerando espaçamentos não uniformes por forma a compatibilizar a distribuição do reforço ETS com o posicionamento dos estribos existentes. Estes dois tipos de distribuição de reforço uniforme e não uniforme foram analisados no programa experimental de Sogut *et al.* (2021), que teve como objetivo avaliar o efeito da percentagem de armadura longitudinal e da razão  $(E_s A_s / b_w s_s) / (E_f A_f / b_w s_f)$ . Na referida razão,  $E_s$ ,  $A_s$  e  $s_s$  referem-se, respetivamente, ao módulo de elasticidade, a área e espaçamento das armaduras transversais, enquanto que  $b_w$  é a largura da alma da viga. Além disso,  $E_f$ ,  $A_f$  e  $s_f$  referem-se, respetivamente, ao módulo de elasticidade, a área e espaçamento do FRP.

Neste programa foram ensaiadas sete vigas, com secção transversal em T, com altura total de 325 mm e comprimento total de 4250 mm, todas elas armadas transversalmente com estribos de aço com 4 mm de diâmetro espaçados de 300 mm (Figura 23). As vigas foram divididas em dois grupos: o primeiro constituído por três vigas com uma percentagem de armadura longitudinal de 2% (viga C/2.0 sem reforço, viga S/2.0/G3.82 reforçada ao corte com a técnica ETS usando varões de GFRP espaçados de 300 mm, viga S/2.0/G1.91 reforçada ao corte com a técnica ETS usando varões de GFRP dispostos de acordo com o representado na Figura 23(c); e o segundo constituído por quatro vigas com uma percentagem de armadura longitudinal de 2,7% (viga C/2.7 sem reforço, viga S/2.7/G3.82 reforçada ao corte com a técnica ETS usando varões de GFRP espaçados de 300 mm, viga S/2.7/G1.91 reforçada ao corte com a técnica ETS usando varões de GFRP dispostos de acordo com o representado na Figura 23(c), viga S/2.7/C1.35 reforçada ao corte com a técnica ETS usando varões de CFRP espaçados de

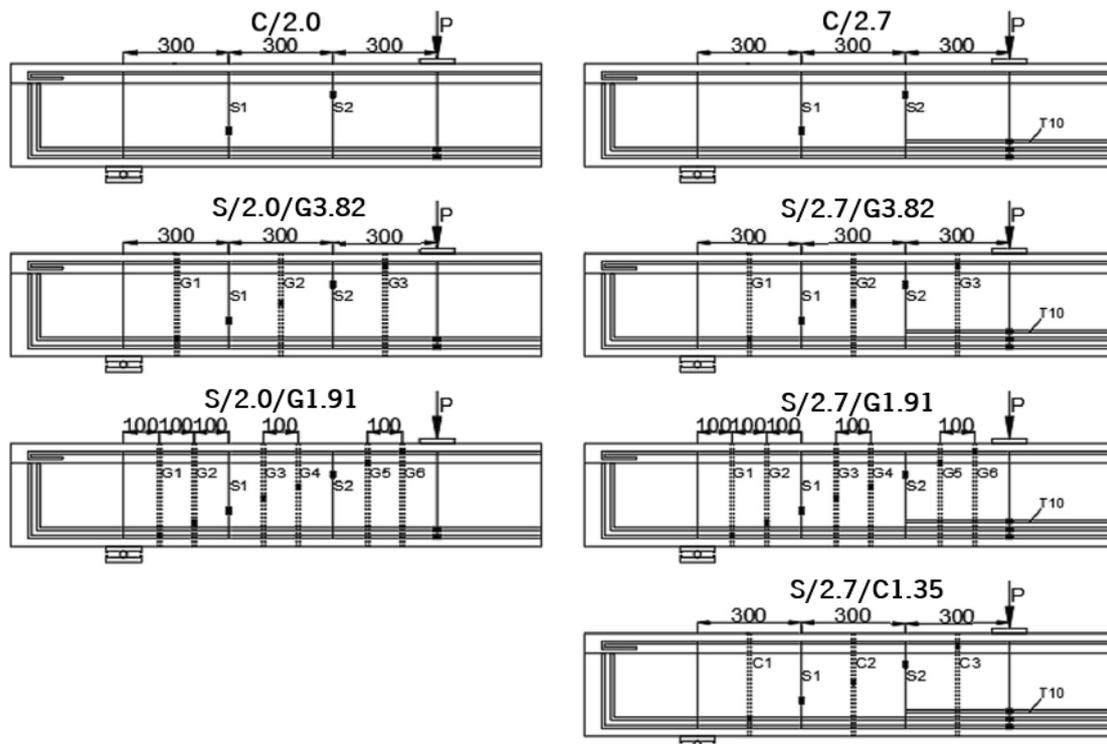
300 mm). Em termos de nomenclatura das vigas, a título de exemplo: C/2.0 refere-se à viga sem reforço com uma percentagem de armadura longitudinal de 2%; S/2.7/C1.35 refere-se à viga com uma percentagem de armadura longitudinal de 2.7% reforçada ao corte com varões de CFRP em que a relação  $(E_s A_s / b_w s_s) / (E_f A_f / b_w s_f)$  vale 1.35. Na Figura 23 estão representadas as características geométricas e armaduras das vigas, assim como, as soluções de reforço testadas por Sogut *et al.* (2021).



a) Secção transversal das vigas com percentagem de armadura longitudinal de 2% (figura da esquerda) e 2,7% (figura da direita).



b) Representação da geometria das vigas em alçado.



c) Localização dos estribos (Si) e do reforço ao corte ETS: varões de GFRP (Gi) ou varões de CFRP (Ci).

Figura 23 - Vigas testadas por Sogut *et al.* (2021) (dimensões em mm).

O valor médio da resistência à compressão do betão das vigas avaliado em cilindros era de 41 MPa. Em relação ao material de reforço, os varões de CFRP e GFRP tinham diâmetro de 6 mm e um módulo de elasticidade de 130 GPa e 46 GPa, respetivamente.

Na Tabela 8 apresentam-se alguns parâmetros que caracterizam as vigas testadas por Sogut *et al.* (2021). Além disso, apresentam-se os resultados obtidos no ensaio das vigas em termos da resistência total ao esforço transversal ( $V_{máx.}$ ), da contribuição do reforço na resistência ao corte ( $V_f$ ), da eficácia do reforço e do modo de rotura. Na Figura 24 está representada a relação resistência ao esforço transversal vs deslocamento na secção de aplicação da carga obtida nas diferentes vigas testadas por Sogut *et al.* (2021).

Tabela 8 - Principais resultados obtidos no ensaio das vigas testadas por Sogut *et al.* (2021).

Vigas	$\rho_{sl}$ (%)	$\frac{(E_s A_s / b_w s_s)}{(E_f A_f / b_w s_f)}$	$V_{máx.}$ (kN)	$V_f$ (kN) <sup>(a)</sup>	Eficácia do reforço (%) <sup>(b)</sup>	Modo de rotura
C/2.0	2,0	-	65,5	-	-	Corte
S/2.0/G3.82	2,0	3,82	68,7	3,2	4,8	Corte
S/2.0/G1.91	2,0	1,91	78,5	13,0	19,8	Flexão
C/2.7	2,7	-	75,5	-	-	Corte
S/2.7/G3.82	2,7	3,82	68,7	0	0	Corte
S/2.7/G1.91	2,7	1,91	90,5	15,0	19,8	Corte
S/2.7/C1.35	2,7	1,35	103,6	28,1	37,2	Corte

(a)  $V_f = V_{total \text{ viga reforçada}} - V_{total \text{ viga de referência}}$ ; (b) Eficácia do reforço =  $\frac{V_{total \text{ viga reforçada}} - V_{total \text{ viga de referência}}}{V_{total \text{ viga de referência}}} \times 100$ .

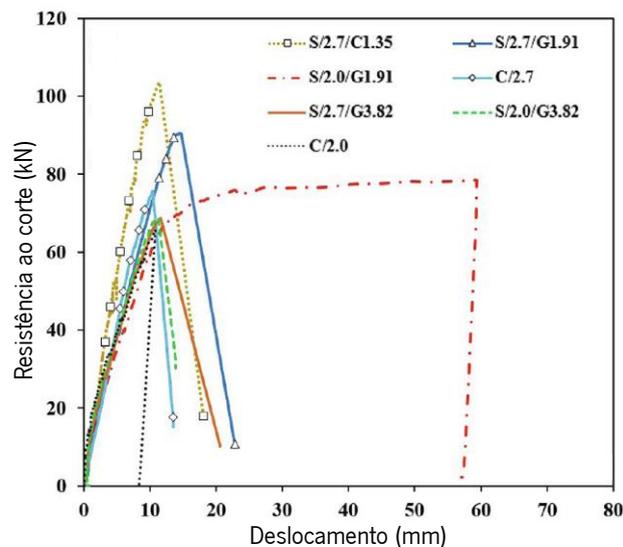


Figura 24 - Resistência ao esforço transversal vs deslocamento na secção de aplicação da carga nas vigas testadas por Sogut *et al.* (2021).

Com os resultados obtidos, os autores concluíram que a percentagem de armadura longitudinal teve um efeito significativo no modo de rotura das vigas. Com efeito, a viga S/2.0/G1.91 teve um modo de rotura por flexão e a viga S/2.7/G1.91 teve um modo de rotura por corte. Os autores também concluíram que o aumento da percentagem de armadura longitudinal não teve um efeito significativo na contribuição do reforço, uma vez que as vigas S/2.0/G1,91 e S/2,7/G1,91 tiveram um valor de  $V_f$  igual a 13 kN e 15 kN, respetivamente. No caso das vigas em que a razão  $(E_s A_s / b_w s_s) / (E_f A_f / b_w s_f)$  era de 3,82, a diferença nos valores de  $V_f$  foi também muito baixa.

Em relação à razão  $(E_s A_s / b_w s_s) / (E_f A_f / b_w s_f)$ , Sogut *et al.* (2021) concluíram que existe uma grande influência deste parâmetro na resistência ao corte das vigas uma vez que o valor da contribuição  $V_f$  da viga S/2,0/G1,91 foi de 13 kN, enquanto na viga S/2,0/G3,82 o valor de  $V_f$  foi 3,2 kN. Esta tendência para a diminuição da eficácia do reforço com o aumento da razão  $(E_s A_s / b_w s_s) / (E_f A_f / b_w s_f)$  também se verificou nas vigas com a maior percentagem de armadura longitudinal testada (vigas S/2,7/G1,91 e S/2,7/G3,82). A viga reforçada com varões de CFRP (S/2,7/C1,35) que tinha o valor mais baixo da referida razão (1,35) foi a que teve maior eficácia do reforço (37,2%).

Na restante parte da presente secção será feita referência a investigação realizada no âmbito da aplicação de mecanismos de ancoragem nos varões ETS e na utilização de sistemas curados “*in situ*” na técnica de reforço ao corte em análise.

Bui *et al.* (2020) desenvolveram um programa experimental com o objetivo de avaliar o desempenho de um conjunto de vigas reforçadas ao corte em que foi aplicada a técnica ETS adotando mecanismos de ancoragem nos varões de FRP. Este programa experimental englobou onze vigas de betão armado com secção transversal em T com altura total de 400 mm. As vigas tinham um comprimento total de 2650 mm e foram armadas longitudinalmente com 4 varões de 25 mm de diâmetro (4 $\phi$ 25). A diferença entre as vigas testadas foi restrita aos elementos resistentes ao esforço transversal colocados no vão de corte  $L_1$  (Figura 25). As vigas ensaiadas foram divididas em 3 grupos distintos. O primeiro era o das vigas de referência sem reforço ao corte: a viga R1 (sem estribos no vão de corte  $L_1$ ), R2 (com estribos, de 6 mm de diâmetro afastados de 300 mm, aplicados no vão de corte  $L_1$ ) e R3 (com estribos, de 9 mm de diâmetro afastados de 300 mm, aplicados no vão de corte  $L_1$ ).

O valor da resistência à compressão do betão da viga R3 e das vigas da série A era de 35 MPa e nas vigas R1, R2 e da série B era de 38 MPa. Os varões de reforço de GFRP e de aço tinham um módulo de elasticidade de 50 GPa e 200 GPa, respetivamente.

As quatro vigas do segundo grupo tinham no vão de corte  $L_1$  estribos de 6 mm de diâmetro afastados de 300 mm (tal como a viga R2). Em duas delas (A1 e A2) foram considerados adicionalmente no vão de corte  $L_1$ , estribos de 6 mm de diâmetro afastados de 180 mm de acordo com a configuração apresentada na Figura 25 (na viga A1 com uma orientação a  $90^\circ$  e na viga A2 com uma orientação a  $45^\circ$ ). As restantes vigas do segundo grupo (A3 e A4) foram reforçadas ao corte usando varões de aço com 12 mm de diâmetro afastados de 180 mm e aplicados com a técnica ETS: na viga A3 o reforço foi aplicado a  $90^\circ$  e na viga A4 o reforço foi aplicado a  $45^\circ$ . O terceiro grupo englobou duas vigas (B1 e B2), que tinham no vão de corte  $L_1$  estribos de aço de 6 mm de diâmetro afastados de 300 mm (tal como a viga R2), e duas vigas (B3 e B4), que tinham no vão de corte  $L_1$  estribos de aço de 9 mm de diâmetro afastados de 300 mm (tal como a viga R3). As quatro vigas foram reforçadas ao corte usando a técnica ETS com varões de GFRP de 10 mm de diâmetro afastados de 180 mm. Nas vigas B1 e B3 o reforço ETS foi colocado com uma orientação de  $90^\circ$  e nas vigas B2 e B4 o reforço ETS foi colocado com uma orientação de  $45^\circ$  (Figura 25). Todos os varões ETS foram ancorados nas suas extremidades.

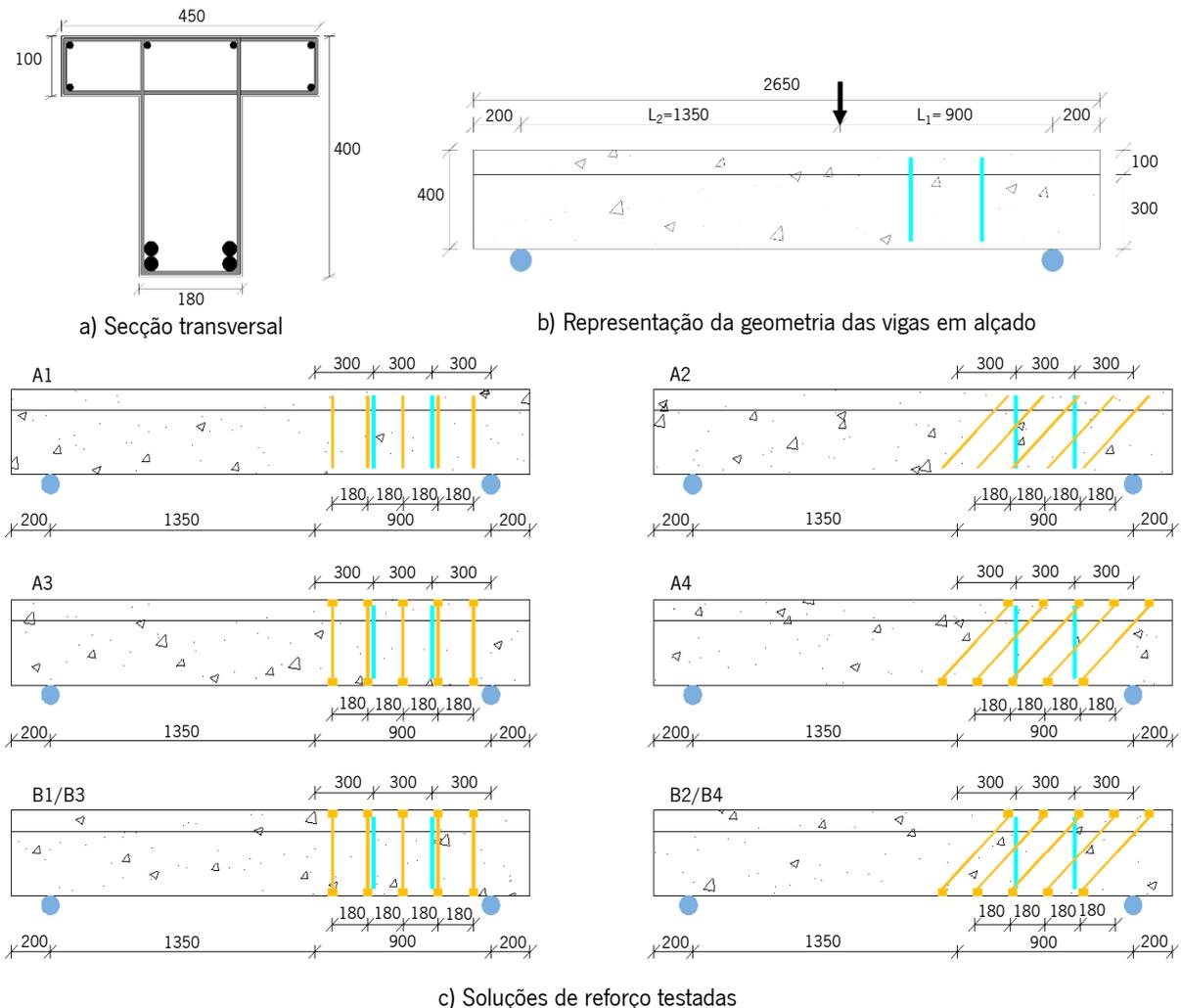


Figura 25 - Informações gerais das vigas (dimensões em mm) testadas por Bui *et al.* (2020).

Na Tabela 9, apresenta-se a percentagem de armadura transversal existente nas vigas testadas ( $\rho_s$ ), a percentagem de reforço nas vigas reforçadas ( $\rho_f$ ), informação sobre adoção ou não de mecanismos de ancoragem do reforço ETS, assim como, os principais resultados obtidos nos ensaios em termos da força máxima obtida ( $F_{m\acute{a}x.}$ ), da resistência total ao esforço transversal ( $V_{m\acute{a}x.}$ ), da contribuição do reforço na resistência ao corte ( $V_f$ ) e do modo de rotura. Além das vigas testadas por Bui *et al.* (2020), na Tabela 9 também se incluem vigas testadas por Breveglieri *et al.* (2015) com as mesmas características geométricas, que serviram de base ao presente programa experimental e que foram tidas em consideração na análise dos resultados, nomeadamente as vigas 2S-C180-90, 2S-C180-45, 0S-S300-90 e 0S-S300-45, que neste contexto são designadas por C1, C2, S1 e S2, respetivamente.

Tabela 9 - Principais resultados obtidos nas vigas testadas por Bui *et al.* (2020) e Breveglieri *et al.* (2015).

Vigas	$\rho_s$ (%)	$\rho_f$ (%)	Mecanismo de ancoragem	$F_{m\acute{a}x.}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x.}$ (kN) <sup>(a)</sup>	$V_f$ (kN) <sup>(b)</sup>	Modo de rotura
R1	0,00	-	Não	172,0	103,1	-	Corte
R2	0,11	-	Não	223,0	134,1	28,0 <sup>(e)</sup>	Corte
R3	0,24	-	Não	345,0	207,2	104,1 <sup>(f)</sup>	Corte
A1	0,11	0,18 <sup>(c)</sup>	Não	253,0	151,8	48,7	Corte
A2	0,11	0,25 <sup>(d)</sup>	Não	335,0	201,0	97,9	Corte
A3	0,11	0,35	Sim	422,0	253,3	119,2	Corte
A4	0,11	0,50	Sim	510,0	306,3	172,3	Corte
B1	0,11	0,24	Sim	454,0	272,3	138,2	Corte
B2	0,11	0,34	Sim	481,0	288,9	154,8	Corte
B3	0,24	0,24	Sim	515,0	309,1	101,9	Corte
B4	0,24	0,34	Sim	590,0	353,9	146,7	Corte
C1	0,11	0,16	Não	-	-	77,1	Corte
C2	0,11	0,22	Não	-	-	175,6	Corte
S1	0,00	0,15	Não	-	-	37,0	Corte
S2	0,00	0,21	Não	-	-	115,5	Corte

(a)  $V_{m\acute{a}x.} = 0,6F_{m\acute{a}x.}$ ; (b)  $V_f = V_{total\ viga\ reforçada} - V_{total\ viga\ de\ referência}$ ; (c) e (d) Valor referente à percentagem de estribos adicionais; (e) e (f) Valor referente à contribuição dos estribos.

Os resultados obtidos por Bui *et al.* (2020) permitiram concluir que o comportamento ao corte das vigas reforçadas com a técnica ETS (usando varões de aço ou usando varões de FRP) é idêntico ao de vigas convencionais de betão armado, verificando-se que a capacidade resistente ao corte aumenta com a quantidade de reforço e que o reforço inclinado a 45° é mais eficaz que o reforço a 90°. As vigas B1 e B2 continham uma percentagem de estribos existentes de 0,11%, enquanto que nas vigas B3 e B4, a referida percentagem era de 0,24%. Para a mesma solução de reforço ETS com varões de GFRP,

verificou-se que a contribuição  $V_f$  nas vigas B1 e B3 (ambas com GFRP a  $90^\circ$ ) foi de 138,2 kN e 101,9 kN, respetivamente, enquanto nas vigas B2 e B4 (ambas com GFRP a  $45^\circ$ ), o valor de  $V_f$  foi de 154,8 kN e 146,7 kN, respetivamente. Desta forma, foi verificado que a eficácia da técnica ETS diminuiu com o aumento da percentagem da armadura transversal existente e que esta diminuição de eficácia do reforço é maior quando o reforço é colocado a  $90^\circ$ .

De acordo com Bui *et al.* (2020), os valores previstos (analiticamente determinados) da contribuição  $V_f$  das vigas A3, B1 e C1 eram semelhantes. Igual cenário estava associado às vigas A4, B2 e C2, às vigas A1 e S1 e às vigas A2 e S2.

A resistência ao corte conferida por varões de aço verticais ETS não ancorados foi menor que a de estribos internos de aço verticais de forma fechada (os valores experimentais da contribuição  $V_f$  das vigas S1 e A1 foram, respetivamente, 37,0 kN e 48,7 kN), enquanto que a contribuição  $V_f$  dos varões de aço inclinados ETS não ancorados foi maior que a de estribos de aço inclinados (os valores experimentais da contribuição  $V_f$  das vigas S2 e A2 foram, respetivamente, 115,5 kN e 97,9 kN). Estes resultados, e tendo em conta o modo de rotura prematuro ocorrido na viga S1 (o valor experimental da contribuição do  $V_f$  foi 37,0 kN) permitiram aos autores concluir que reduzidos comprimentos de colagem do reforço ETS podem conduzir a uma baixa eficácia do reforço.

O efeito favorável da presença dos mecanismos de fixação dos varões ETS foi evidente no resultado alcançado na viga B1 (varões ETS GFRP ancorados), quando comparado com a viga C1 (varões ETS CFRP não ancorados). Com efeito, a contribuição de  $V_f$  das vigas C1 e B1 foi, respetivamente, 77,1 kN e 138,2 kN, apesar do parâmetro  $(E_f \rho_f + E_s \rho_s)$  ser 1,4 vezes superior no caso da solução de varões de CFRP. Este melhor desempenho da solução com varões de GFRP ancorados em relação aos varões de CFRP não ancorados não se verificou quando os reforços foram colocados a  $45^\circ$  (a contribuição de  $V_f$  das vigas C2 e B2 foi, respetivamente, 175,6 kN e 154,8 kN). De acordo com os autores, esta ocorrência deveu-se ao aumento do comprimento de fixação do reforço conferido pela orientação a  $45^\circ$ .

Chalioris *et al.* (2018) desenvolveram um programa experimental com o objetivo de avaliar o desempenho de uma solução de reforço ao corte com a técnica ETS usando uma corda unidirecional de fibra de carbono. No total foram testadas três vigas de betão armado (R, R-S e R-FRP) que tinham um comprimento total de 1600 mm, secção transversal retangular com 300 mm de altura e estavam armadas longitudinalmente na face tracionada com 2 varões de 14 mm de diâmetro ( $2\phi 14$ ) (Figura 26). As diferenças nas três vigas ficaram restritas a uma zona dos vãos de corte com 370 mm de comprimento

a partir das secções de aplicação das cargas. Assim na referida zona dos vãos de corte, a viga R não tinha qualquer armadura transversal nem reforço de CFRP, a viga R-S tinha um estribo de aço de 8 mm de diâmetro (posicionado de acordo com o representado na Figura 26) e a viga R-FRP foi reforçada ao corte com a técnica ETS usando uma corda de CFRP (no vão de corte da esquerda com uma solução de reforço inclinada a 63° e no vão de corte da direita com uma solução de reforço na vertical - ambas as soluções foram ancoradas nas extremidades de acordo com o representado na Figura 26 e Figura 27).

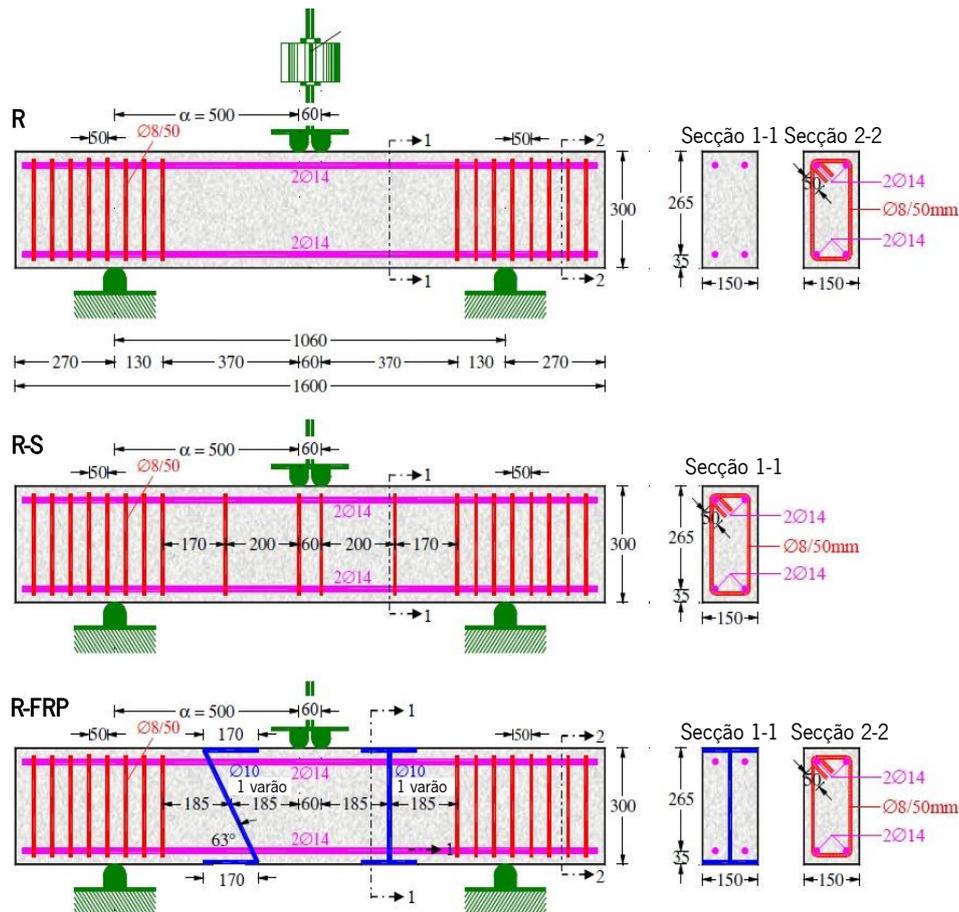


Figura 26 - Vigas testadas (dimensões em mm) por Chalioris *et al.* (2018).

A corda de CFRP utilizada para o reforço ao corte da viga R-FRP consistia num feixe de fibras de carbono flexíveis e unidirecionais. De acordo com os autores, a referida corda, após a sua impregnação, apresentava um diâmetro nominal de 10 mm, tinha uma resistência à tração máxima de 2100 MPa e um módulo de elasticidade de 230 GPa. A impregnação foi feita usando uma resina específica e a ligação ao betão foi feita recorrendo a um adesivo epóxi. Na Figura 27 apresenta-se a sequência da aplicação do reforço de CFRP adotado na viga R-FRP: execução do furo com 15 mm de diâmetro e dos entalhes para a ancoragem do CFRP (Figura 27a); corda de CFRP antes da impregnação (Figura 27b); corda de

CFRP após a impregnação (Figura 27c); aplicação de adesivo no furo e nos entalhes da ancoragem (Figura 27d); introdução da corda de CFRP impregnada e ancoragem da sua extremidade (Figura 27e).

Na Tabela 10 apresentam-se os resultados obtidos no ensaio das vigas em termos de força máxima obtida ( $F_{m\acute{a}x.}$ ), da resistência total ao esforço transversal ( $V_{m\acute{a}x.}$ ) e do modo de rotura. Na Figura 28 apresenta-se a relação força aplicada *vs* flecha a meio-vão das três vigas testadas, assim como, o padrão de fendilhação final e o modo de rotura ocorrido em cada uma delas. Chalioris *et al.* (2018) concluíram que a técnica ETS com CFRP utilizada permitiu aumentar significativamente a capacidade resistente ao esforço transversal e proporcionou à viga R-FRP um modo de rotura dúctil por flexão (ao contrário do que ocorreu nas vigas R e R-S onde a rotura foi frágil por corte). Na viga R-FRP não se verificou a descolagem das ancoragens das cordas de CFRP nem a rotura das cordas de CFRP.

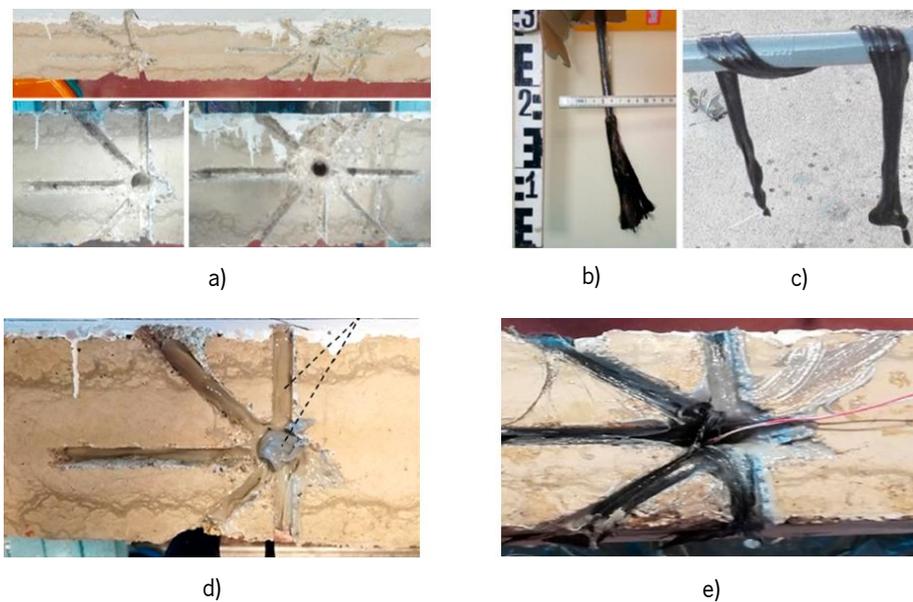


Figura 27 - Processo de aplicação do reforço ao corte com FRP nas vigas testadas por Chalioris *et al.* (2018).

Tabela 10 - Principais resultados obtidos nas vigas testadas por Chalioris *et al.* (2018).

Vigas	$F_{m\acute{a}x.}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x.}$ (kN) <sup>(a)</sup>	Modo de rotura
R	140,4	70,2	Corte
R-S	163,8	81,9	Corte
R-FRP	182,2	91,1	Flexão

(a)  $V_{m\acute{a}x.} = 0,5F_{m\acute{a}x.}$

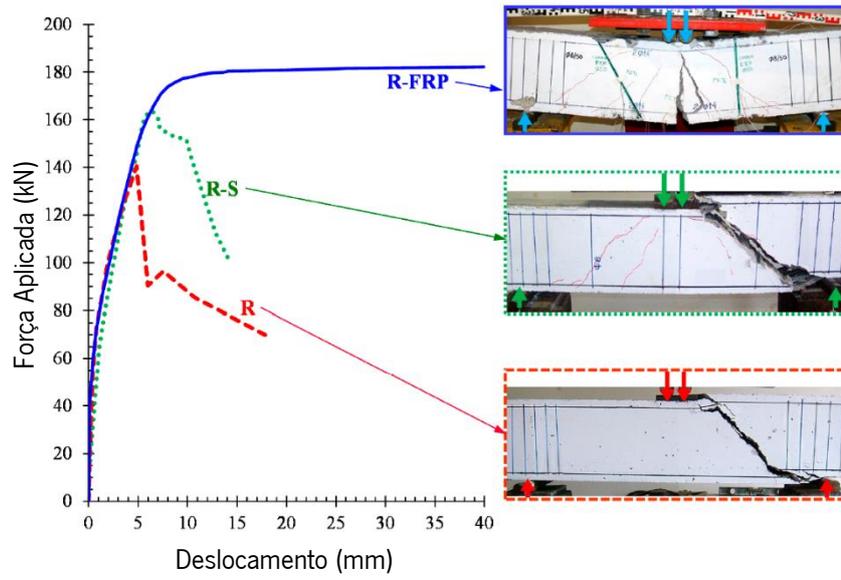


Figura 28 - Modo de rotura das vigas ensaiadas por Chalioris *et al.* (2018).

## 3. FORMULAÇÕES ANALÍTICAS PARA O CÁLCULO DA CONTRIBUIÇÃO DO REFORÇO AO CORTE COM FRP APLICADO COM A TÉCNICA ETS

### 3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo serão descritas formulações analíticas existentes para o cálculo da contribuição do reforço de FRP ( $V_f$ ), aplicado de acordo com a técnica ETS, na resistência ao corte de vigas de betão armado. No total serão apresentadas cinco formulações: Formulação A desenvolvida por Mofidi *et al.* (2012); Formulação B desenvolvida pela Concrete Society (TR55, 2012); Formulação C desenvolvida por Qapo (2016); Formulação D desenvolvida por Breveglieri *et al.* (2016) e Formulação E, que à semelhança da Formulação D, também foi desenvolvida por Breveglieri *et al.* (2016).

### 3.2 FORMULAÇÕES ANALÍTICAS

#### 3.2.1 Formulação A - Mofidi *et al.* (2012)

Segundo Mofidi *et al.* (2012), a contribuição do reforço ao corte  $V_f$  é obtida recorrendo à expressão (3.1):

$$V_f = K_L \cdot K_s \frac{A_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_f \cdot d_f \cdot (\sin\beta + \cos\beta)}{s_f} \quad (3.1)$$

em que os parâmetros  $A_f$ ,  $E_f$ ,  $s_f$  e  $\beta$  correspondem, respetivamente, à área total de reforço na secção transversal, ao módulo de elasticidade, ao espaçamento e à orientação dos varões de reforço de FRP. O parâmetro  $d_f$  corresponde à profundidade efetiva de corte, obtida determinando o maior valor entre  $0,72h_w$  e  $0,9d$ , sendo que o parâmetro  $h_w$  diz respeito à altura total e  $d$  à altura útil da secção transversal. Na expressão (3.1),  $\varepsilon_f$  corresponde à extensão efetiva do material de reforço ao corte e é obtida por intermédio da expressão (3.2).

$$\varepsilon_f = \sqrt{\frac{8}{\phi_f \cdot E_f} \left( \frac{\tau_m \cdot s_m}{1 + \zeta} \right)} \leq 0,004 \quad (3.2)$$

Na expressão (3.2), o parâmetro  $\phi_f$  corresponde ao diâmetro do varão de FRP, enquanto os parâmetros  $\tau_m$ ,  $s_m$  e  $\zeta$  estão relacionados com a lei tensão de aderência vs deslizamento apresentada na Figura 29. Concretamente,  $\tau_m$  e  $s_m$  são respetivamente, a tensão máxima de aderência e o deslizamento correspondente a  $\tau_m$ , enquanto que  $\zeta$  é um parâmetro de ajuste da parte ascendente da curva apresentada na Figura 29. De acordo Mofidi *et al.* (2012), e tendo como base resultados experimentais de ensaios de aderência, os valores recomendados para  $\tau_m$ ,  $s_m$  e  $\zeta$ , para varões de superfície lisa, são

21,3 MPa, 0,176 mm e 0,125, respetivamente, enquanto que, para varões que apresentem uma superfície mais rugosa (caso de areia), os valores recomendados são 8,4 MPa, 0,08 mm e 0,09, respetivamente.

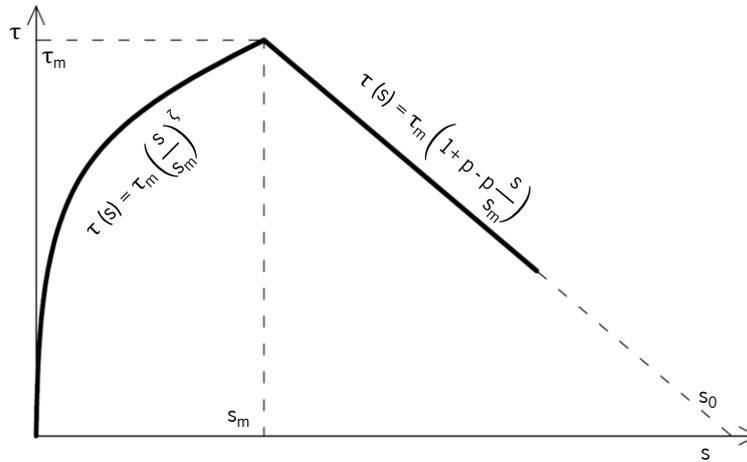


Figura 29 - Modelo tensão de aderência vs deslizamento adotado por Mofidi *et al.* (2012).

O parâmetro  $K_s$ , presente na expressão (3.1), tem em consideração a quantidade de armadura transversal existente, sendo recomendado o valor de 0,6 para vigas que tenham armadura de esforço transversal com espaçamento inferior a  $2/3d$ . Para vigas com armadura de esforço transversal com espaçamento igual ou superior a  $2/3d$  ou que não contenham armadura de esforço transversal, deve ser considerado para  $K_s$  o valor de 1. O parâmetro  $K_L$ , também presente na expressão (3.1), pretende ter em conta a possibilidade de existirem varões de FRP atravessados pela fenda de rotura de corte que contenham um comprimento de ancoragem inferior ao comprimento efetivo de ancoragem  $L_{eff}$  (comprimento a partir do qual a força transferida entre o FRP e o betão não aumenta), e é calculado por intermédio da expressão (3.3):

$$K_L = \begin{cases} 1 & \frac{d_f}{2} \geq L_{eff} \\ \frac{d_f}{\sqrt{\frac{E_f \cdot \phi_f}{2} \cdot \frac{s_m}{\tau_m} \cdot \frac{1 + \zeta}{(1 - \zeta)^2}}} & \frac{d_f}{2} < L_{eff} \end{cases} \quad (3.3)$$

em que o comprimento  $L_{eff}$  é dado pela expressão (3.4).

$$L_{eff(s_m)} = \frac{f_{(s_m)} \cdot \phi_f}{4 \cdot \tau_m} \cdot \frac{1 + \zeta}{1 - \zeta} \quad (3.4)$$

Na expressão (3.4),  $f_{(s_m)}$  é a tensão efetiva no varão de FRP e é calculada por intermédio da expressão (3.5):

$$f_{(s_m)} = \sqrt{\frac{8 \cdot E_f \cdot \tau_m \cdot s_m}{\phi_f \cdot (1 + \zeta)}} \quad (3.5)$$

### 3.2.2 Formulação B - TR55 (2012)

De acordo com o documento técnico TR55 da Concrete Society (TR55) do Reino Unido, a contribuição  $V_f$  de uma solução de reforço ao corte com FRP aplicado com a técnica ETS ortogonalmente ao eixo da viga (na vertical) é calculada recorrendo à expressão (3.6):

$$V_f = \frac{\varepsilon_f \cdot E_f \cdot A_f}{s_f} \cdot W_{\text{eff}} \quad (3.6)$$

em que  $\varepsilon_f$  é a extensão efetiva do reforço de FRP com um valor recomendado de 0,004, enquanto os parâmetros  $E_f$  e  $A_f$  são, respetivamente, o módulo de elasticidade e a área total de reforço na secção transversal dos varões de FRP. Na Figura 30 estão representados alguns parâmetros necessários ao cálculo da contribuição de  $V_f$ , nomeadamente os parâmetros  $h$  e  $s_f$  que correspondem, respetivamente, à altura e ao espaçamento dos varões de reforço de FRP aplicados com a técnica ETS.

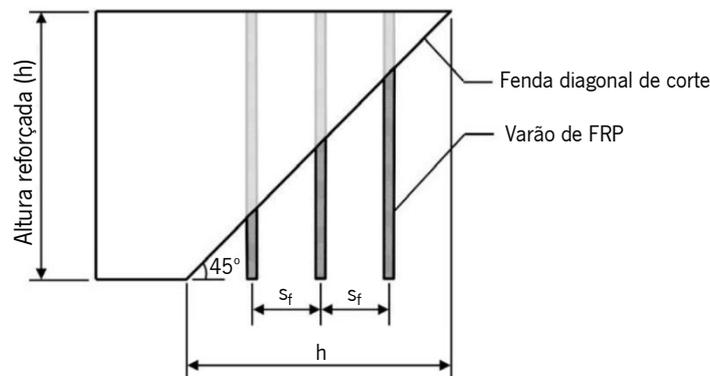


Figura 30 - Parâmetros necessários à aplicação da formulação TR55 (adaptado de Qapo, 2016).

O parâmetro  $W_{\text{eff}}$  é a largura efetiva do material (em mm) que é determinada por intermédio da expressão (3.7).

$$W_{\text{eff}} = (h - 2 l_{b, \text{máx}}) \quad (3.7)$$

Na expressão (3.7),  $l_{b, \text{máx}}$  é o comprimento de ancoragem do FRP e é obtido usando a expressão (3.8) obtido tendo como base o equilíbrio das forças representadas na Figura 31.

$$l_{b, \text{máx}} = \frac{\varepsilon_f \cdot E_f \cdot A_f}{\left( \pi \cdot \phi_f \cdot \frac{\tau_b}{\gamma_A} \right)} \quad (3.8)$$

em que  $\phi_f$  e  $A_f$  correspondem ao diâmetro e à área da secção transversal do varão de FRP (em mm), respetivamente. O parâmetro  $\tau_b$  é a tensão média de aderência, cujo valor recomendado, na ausência de realização de ensaios para a sua avaliação, é de 15 MPa e  $\gamma_A$  é um fator parcial de segurança.

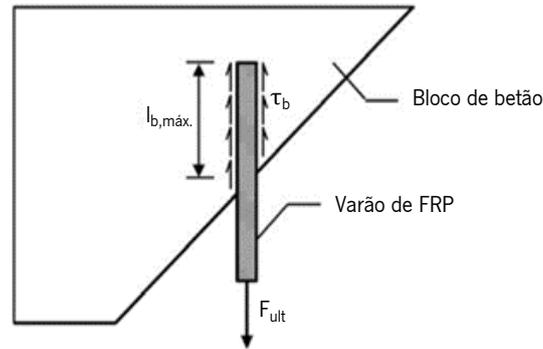


Figura 31 - Equilíbrio de forças para obtenção de  $l_{b, \text{máx}}$  (adaptado de Qapo, 2016).

### 3.2.3 Formulação C - Qapo (2016)

Segundo Qapo (2016), a contribuição  $V_f$  de uma solução de reforço ao corte com FRP aplicado com a técnica ETS ortogonalmente ao eixo da viga (na vertical) é calculada por intermédio da expressão (3.9):

$$V_f = \varepsilon_{fe}^* \cdot E_f \cdot A_f \quad (3.9)$$

Na expressão (3.9),  $E_f$  e  $A_f$  correspondem ao módulo de elasticidade do varão e à área total de reforço aplicado na secção transversal, respetivamente, enquanto que o parâmetro  $\varepsilon_{fe}^*$ , refere-se ao produto da extensão efetiva do FRP pelo número de varões efetivos que intersejam a fenda de corte admitida a  $45^\circ$ , cujo valor é obtido pela expressão (3.10).

$$\varepsilon_{fe}^* = 4,2 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{\frac{f_{cm} \cdot E_f}{s_f}} \cdot \frac{(d)^{1,5} \cdot e^{-336\rho_s}}{(a/d) \cdot (A_f)^{0,7}} \quad (3.10)$$

Na expressão (3.10),  $d$  corresponde à altura útil da secção transversal,  $f_{cm}$  é a resistência média à compressão do betão avaliada em cilindros,  $\rho_s$  é a percentagem de estribos,  $a/d$  corresponde à razão entre o vão de corte da viga ( $a$ ) e a altura útil ( $d$ ) e  $s_f$  é o espaçamento dos varões de FRP. A expressão (3.10) surgiu na sequência de um estudo paramétrico realizado por Qapo (2016) relativo à influência de um conjunto de parâmetros na eficácia da técnica ETS com FRP no reforço ao corte de vigas de betão armado. Na Figura 30, apresentada no âmbito da Formulação B, estão representados alguns parâmetros necessários ao cálculo da contribuição  $V_f$ . Além de ser aplicável apenas em soluções de reforço com FRP

aplicado ortogonalmente à viga, a presente formulação apenas deve ser usada no caso de reforço com fibra de carbono (CFRP) e reforço com fibras de aramida (AFRP).

### 3.2.4 Formulação D - Breveglieri *et al.* (2016): modelo com base experimental

De acordo com Breveglieri *et al.* (2016), a contribuição  $V_f$ , de uma determinada solução de reforço ao corte com a técnica ETS, é determinada por intermédio da expressão (3.11).

$$V_f = h_w \cdot \frac{A_f}{s_f} \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \sin\beta \quad (3.11)$$

Na Figura 32 estão representados alguns parâmetros que integram a expressão (3.11). Os parâmetros  $\beta$  e  $\theta$  correspondem, respetivamente, ao ângulo do reforço relativamente ao eixo da viga e ao ângulo da fenda diagonal de corte em relação ao eixo da viga (valor assumido de  $45^\circ$ ). Os parâmetros  $s_f$  e  $E_f$  referem-se, respetivamente, ao espaçamento e ao módulo de elasticidade dos varões de reforço, enquanto que  $h_w$  é a altura total da secção transversal.

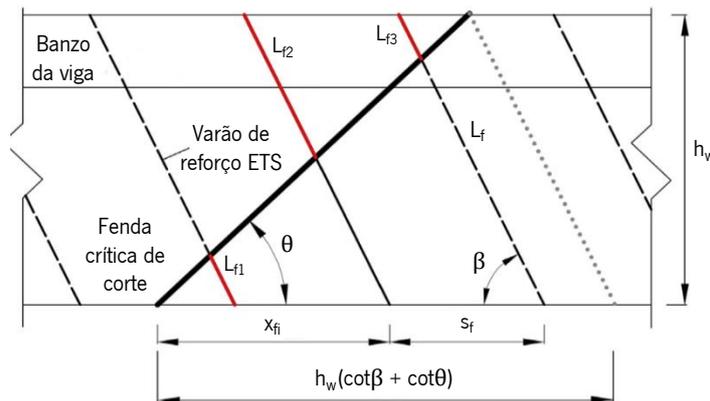


Figura 32 - Identificação de alguns parâmetros intervenientes na formulação D de Breveglieri *et al.* (2016): modelo com base experimental.

O parâmetro  $A_f$  corresponde à área da secção transversal dos varões de reforço e é calculada pela expressão (3.12):

$$A_f = n \cdot \frac{\pi \cdot \phi_f^2}{4} \quad (3.12)$$

em que  $n$  é o número de varões de reforço por secção.

A extensão efetiva do reforço ao corte ETS é determinada recorrendo à expressão (3.13) onde é considerada a rigidez total conferida pelos estribos e pelo material de reforço por intermédio do parâmetro  $(E_f \rho_f + E_s \rho_s)$ , em que  $E_s$ ,  $\rho_f$  e  $\rho_s$  correspondem, respetivamente, ao módulo de elasticidade da armadura de esforço transversal, à percentagem de reforço aplicado e à percentagem de armadura de esforço

transverso. Além disso, é também considerado na expressão (3.13) a resistência do betão do elemento estrutural a reforçar por intermédio da tensão  $f_{cm}$  (valor médio da resistência à compressão do betão avaliado em cilindros).

$$\varepsilon_f = - 1,067 \cdot \left\{ \frac{(E_f \cdot \rho_f + E_s \cdot \rho_s)}{(f_{cm})^{\frac{2}{3}}} \right\} - 0,003 \cdot \beta + 0,566 \quad (3.13)$$

A expressão (3.13) para o cálculo da extensão efetiva dos varões de reforço foi desenvolvida tendo como base um conjunto de ensaios experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte usando a técnica ETS. Na referida expressão, as unidades dos módulos de elasticidade  $E_f$  e  $E_s$  e da tensão  $f_{cm}$  a considerar devem ser em GPa e MPa, respetivamente.

### 3.2.5 Formulação E - Breveglieri *et al.* (2016): modelo com base mecânica

Esta formulação é uma simplificação da que foi desenvolvida por Bianco *et al.* (2014) no âmbito do cálculo da contribuição do reforço ao corte de FRP, aplicado com a técnica NSM, na resistência ao esforço transverso de vigas de betão armado. Segundo Breveglieri *et al.* (2016), o valor da contribuição do reforço ETS na resistência ao esforço transverso ( $V_f$ ) é calculado recorrendo à expressão (3.31). Na Figura 32, apresentada no âmbito da Formulação D, estão identificados alguns parâmetros necessários para a utilização da presente formulação. Para se efetuar o cálculo de  $V_f$  com a referida expressão é necessário realizar o processo de cálculo cujo algoritmo é apresentado na Figura 33.

<p>Parâmetros</p> $h_w; b_w; \alpha; f_{cm}; s_f; n; \beta; E_f; \phi_f; \tau_0; \delta_1; \theta$
<p>Avaliação do valor médio do comprimento de colagem disponível e o número mínimo de varões de reforço que cruzam a fenda de corte</p> $\bar{L}_{Rfi} = f(h_w; \theta; \beta; s_f); N_{f,int}^l$
<p>Avaliação do valor de um conjunto de constantes</p> $L_p; A_c; J_1; \lambda$
<p>Avaliação do fator de redução do valor médio do comprimento de colagem disponível e o comprimento de colagem equivalente</p> $\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}); L_{Rfi}^{eq}$
<p>Avaliação da contribuição dos varões de reforço aplicados com a técnica ETS</p> $V_f = n \cdot N_{f,int}^l \cdot V_f^{bd} \cdot \sin \beta$

Figura 33 - Processo de cálculo referente à formulação E (adaptado de Breveglieri *et al.* 2016).

De acordo com a Figura 32, os parâmetros utilizados para o cálculo da contribuição do reforço na resistência ao esforço transverso ( $V_f$ ) são:  $h_w$  - altura da secção transversal da viga;  $b_w$  - largura da

secção transversal da viga;  $\theta$  - ângulo da fenda diagonal de corte em relação ao eixo da viga (valor assumido de  $45^\circ$ );  $\beta$  - ângulo da orientação do reforço em relação ao eixo da viga;  $s_f$  - espaçamento dos varões de reforço;  $\phi_f$  - diâmetro dos varões de reforço;  $f_{cm}$  - valor médio da resistência à compressão do betão avaliada em cilindros;  $E_f$  - módulo de elasticidade dos varões de FRP;  $\alpha$  - ângulo entre o eixo da viga e as geratrizes da superfície cônica do betão (Figura 34c);  $\tau_0$  - resistência inicial da ligação coesiva do adesivo (Figura 34a);  $\delta_1$  - deslizamento correspondente ao fim do amaciamento do atrito (Figura 34a). De acordo com Breveglieri *et al.* (2016), os parâmetros  $\alpha$ ,  $\tau_0$  e  $\delta_1$  tomam o valor de  $28,5^\circ$ , 16 MPa e 6 mm, respetivamente.

Inicialmente procede-se ao cálculo do menor número (inteiro) de varões, que atravessam efetivamente a fenda de corte crítica ( $N_{f,int}^l$ ), e do valor médio do comprimento de colagem disponível ( $\bar{L}_{Rfi}$ ), por intermédio das expressões (3.14) e (3.15), respetivamente:

$$N_{f,int}^l = \text{int} \left[ h_w \cdot \frac{(\cot\theta + \cot\beta)}{s_f} \right] \quad (3.14)$$

$$\bar{L}_{Rfi} = \frac{1}{N_{f,int}^l} \cdot \sum_{i=1}^{N_{f,int}^l} L_{fi} \quad (3.15)$$

O comprimento de colagem disponível para um varão ETS designado por  $L_{fi}$  (menor comprimento do reforço quando dividido em dois segmentos pelo atravessamento da fenda de corte - ver Figura 32) é obtido pela expressão (3.16):

$$L_{fi} = \begin{cases} i \cdot s_f \cdot \frac{\sin\theta}{\sin(\theta + \beta)} & \text{para } x_{fi} < \frac{h_w}{2} \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \\ L_f - i \cdot s_f \cdot \frac{\sin\theta}{\sin(\theta + \beta)} & \text{para } x_{fi} \geq \frac{h_w}{2} \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \end{cases} \quad (3.16)$$

em que  $x_{fi}$  é obtido usando a expressão (3.17), sendo que  $i$  é um contador que varia entre 1 e  $N_{f,int}^l$ .

$$x_{fi} = i \cdot s_f \quad (3.17)$$

Para o cenário em que o espaçamento dos varões de reforço ( $s_f$ ) é maior ou igual à altura da secção transversal ( $h_w$ ), ou seja, quando  $s_f \geq h_w$ , o valor médio do comprimento de colagem disponível é obtido pela expressão (3.18).

$$\bar{L}_{Rfi} = \frac{h_w \cdot \sin\theta \cdot (\cot\theta + \cot\beta)}{4 \cdot \sin(\theta + \beta)} \quad (3.18)$$

O mecanismo de transferência da ligação do sistema do reforço adotado é caracterizado por intermédio de algumas constantes geométricas, mecânicas e de integração.

As constantes geométricas são a área da secção transversal do prisma correspondente ao betão envolvente ( $A_c$ ) e o perímetro da secção transversal do varão de reforço ( $L_p$ ), cujos valores são obtidos usando as expressões (3.19) e (3.20), respetivamente:

$$A_c = s_f \cdot \frac{b_w}{2} \quad (3.19)$$

$$L_p = \phi_f \cdot \pi \quad (3.20)$$

As constantes mecânicas necessárias para a aplicação da presente formulação são o módulo de elasticidade do betão ( $E_c$ ) e a resistência média à tração do betão ( $f_{ctm}$ ). Os valores de  $E_c$  e  $f_{ctm}$  são determinados usando, respetivamente, as expressões (3.21) e (3.22) em que o valor de  $f_{cm}$  deve ser introduzido em MPa.

$$E_c = 2,15 \cdot 10000 \cdot (f_{cm}/10)^{1/3} \quad (3.21)$$

$$f_{ctm} = 1,4 \cdot ((f_{cm} - 8)/10)^{2/3} \quad (3.22)$$

O cálculo das duas constantes de integração necessárias para a caracterização do mecanismo de transferência da ligação, designadamente a constante de modelação da ligação ( $J_1$ ) e a constante que entra na equação diferencial que governa a fase elástica ( $\lambda$ ), é feito recorrendo às expressões (3.23) e (3.24), respetivamente.

$$J_1 = \frac{L_p}{A_f} \cdot \left[ \frac{1}{E_f} + \frac{A_f}{A_c \cdot E_c} \right] \quad (3.23)$$

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{\delta_1}{\tau_0 \cdot J_1} \quad (3.24)$$

O valor do comprimento efetivo da ligação ( $L_{Rfe}$ ) é obtido pela expressão (3.25).

$$L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot \lambda} \quad (3.25)$$

O parâmetro  $L_{Rfi}$  corresponde ao comprimento de colagem do varão de reforço e é obtido de acordo com as condições mencionadas na expressão (3.26).

$$L_{Rfi} = \begin{cases} \bar{L}_{Rfi} & \text{se } \bar{L}_{Rfi} \leq L_{Rfe} \\ L_{Rfe} & \text{se } \bar{L}_{Rfi} > L_{Rfe} \end{cases} \quad (3.26)$$

O fator de redução do valor médio do comprimento de colagem disponível ( $\eta$ ) é obtido usando a expressão (3.27).

$$\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \begin{cases} (f_{ctm}/f_{ctm}^*)^{0,5} & \text{se } f_{ctm} < f_{ctm}^* \\ 1 & \text{se } f_{ctm} \geq f_{ctm}^* \end{cases} \quad (3.27)$$

Na expressão (3.27), o parâmetro  $f_{ctm}^*$  corresponde ao valor médio da resistência à tração a partir do qual não ocorre fratura do betão e é calculado por intermédio da expressão (3.28).

$$f_{ctm}^* = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot L_{Rfi})}{J_1 \cdot \pi \cdot \min\left\{L_{Rfi} \cdot \tan\alpha; \frac{b_w}{4}\right\} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{2} \cdot \left(\min\left\{\frac{s_f \cdot \sin\beta}{2 \cdot \sin(\theta + \beta)}; \frac{L_{Rfi} \cdot \sin\alpha}{\sin(\theta + \beta + \alpha)}\right\} + \min\left\{\frac{s_f \cdot \sin\beta}{2 \cdot \sin(\theta + \beta)}; \frac{L_{Rfi} \cdot \sin\alpha}{\sin(\theta + \beta - \alpha)}\right\}\right)} \quad (3.28)$$

O valor equivalente do comprimento médio de ligação ( $L_{Rfi}^{eq}$ ) é dado pela expressão (3.29). Por intermédio da expressão (3.30) é quantificada a força transferida por um varão de reforço  $V_f^{bd}$ .

$$\bar{L}_{Rfi}^{eq} = L_{Rfi} \cdot \eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) \quad (3.29)$$

$$V_f^{bd}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = L_p \cdot \frac{1}{J_1} \cdot \lambda \cdot \{\delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot \bar{L}_{Rfi}^{eq})\} \quad (3.30)$$

Por fim, o valor de cálculo da contribuição do reforço na resistência ao esforço transversal ( $V_f$ ), aplicado de acordo com a técnica ETS, é determinado usando a expressão (3.31):

$$V_f = n \cdot N_{f,int}^l \cdot V_f^{bd} \cdot \sin\beta \quad (3.31)$$

em que  $n$  é o número de varões de reforço introduzidos na secção transversal da viga. Na Figura 34 apresentam-se alguns dos parâmetros e constantes, necessários ao cálculo da contribuição do reforço ao corte ( $V_f$ ) por intermédio da presente formulação.

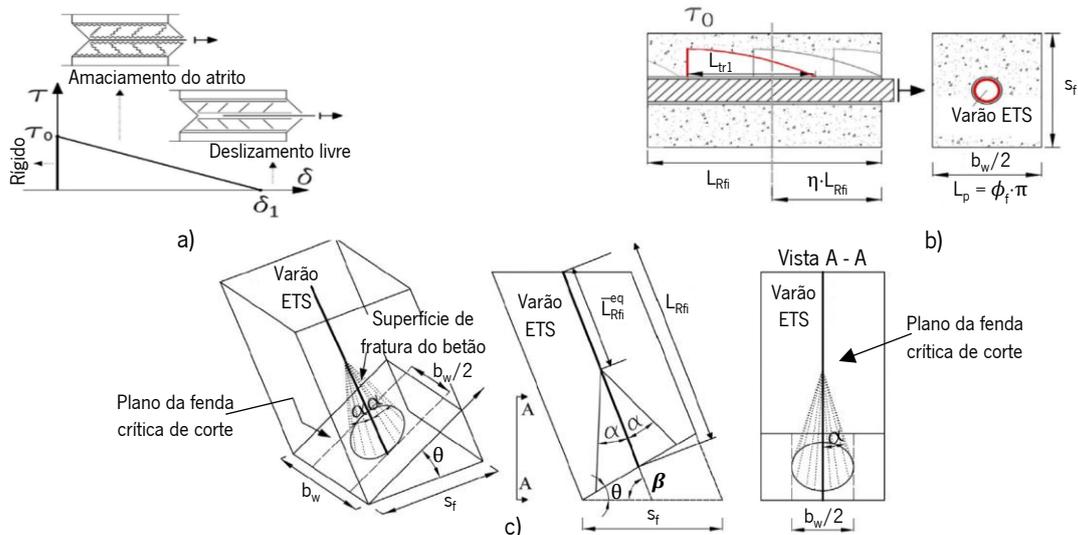


Figura 34 - Alguns parâmetros necessários para a aplicação da Formulação E - Modelo com base mecânica (adaptado de Breveglieri *et al.*, 2016).

## 4. APRESENTAÇÃO DA BASE DE DADOS DESENVOLVIDA

### 4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo será descrita a base de dados desenvolvida no âmbito desta dissertação e que contém resultados experimentais de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica ETS. Além disso, será feita uma análise de alguns parâmetros que permitirá uma caracterização da referida base de dados. Para cada viga foi obtida informação relativa à sua geometria (secção transversal e do respetivo vão), armaduras existentes, tipo de compósito de FRP aplicado e respetivas características geométricas. Além disso, foi compilada informação em termos das propriedades dos materiais da viga, nomeadamente do betão, do aço das armaduras longitudinais e transversais e do material de reforço de FRP. A base de dados desenvolvida resulta de uma extensa pesquisa bibliográfica relativa a investigação experimental publicada em artigos científicos (revistas e conferências) e teses de doutoramento.

### 4.2 DESCRIÇÃO DA BASE DE DADOS

No total, a base de dados, é constituída por 29 vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica ETS. É de referir que na base de dados desenvolvida não foram incluídas vigas reforçadas ao corte com varões de aço aplicados com a técnica ETS, nem vigas reforçadas ao corte com o FRP aplicado com a técnica ETS associadas a configurações de reforço caracterizadas por terem uma distribuição não uniforme de varões de FRP ao longo do eixo da viga, ou por terem sido aplicados mecanismos de ancoragem. Além disso, na base de dados desenvolvida apenas se consideraram as soluções de reforço com varões de FRP (sistema pré-fabricado), não sendo consideradas soluções de reforço ETS com sistemas curados *“in situ”* de FRP.

Na Tabela 11 estão identificados os trabalhos experimentais associados à base de dados desenvolvida no âmbito desta dissertação. Para cada um destes programas experimentais é apresentado o número de vigas que está na base de dados, o que permite concluir que no total foram compilados resultados experimentais de 29 vigas.

Tabela 11 - Trabalhos experimentais associados à base de dados e número de vigas consideradas.

Autores	Número de vigas
Valerio <i>et al.</i> (2009)	4
Mofidi <i>et al.</i> (2012)	6
Qin <i>et al.</i> (2015)	1
Breveglieri <i>et al.</i> (2015)	4
Qapo <i>et al.</i> (2016)	3
Raicic <i>et al.</i> (2017b)	6
Brindley (2018)	2
Sogut <i>et al.</i> (2021)	3

Na Tabela 24 do anexo A apresenta-se informação que caracteriza cada uma das vigas da base de dados. Concretamente, a cada viga é associado um número, a identificação da referência bibliográfica do programa experimental a que a viga pertence (Ref.) e a designação com que foi identificada pelos autores do trabalho experimental (Designação). Posteriormente, são apresentadas informações relativas à geometria das vigas, nomeadamente, o tipo de secção transversal da viga (Secção), sendo que T diz respeito a vigas com secção transversal em T e R vigas com secção transversal retangular, a largura da alma ( $b_w$ ), a altura total da secção transversal ( $h_w$ ), a altura útil ( $d$ ), a distância entre os apoios ( $L$ ) e a razão entre o vão de corte e altura útil ( $a/d$ ). Além disso, é apresentado o valor médio da resistência à compressão do betão da viga avaliada em cilindros ( $f_{cm}$ ), assim como, informações referentes às armaduras, designadamente, a percentagem armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ), o diâmetro da armadura transversal ( $\phi_s$ ), o espaçamento com que esta foi aplicada ( $s_s$ ), a percentagem ( $\rho_s$ ) e o módulo de elasticidade da armadura transversal ( $E_s$ ). Relativamente às percentagens de armadura longitudinal e transversal, estas foram obtidas usando as expressões (4.1) e (4.2), respetivamente, sendo que ( $A_{sl}$ ) corresponde à área de varões aplicados longitudinalmente e ( $A_s$ ) corresponde à área de armadura transversal.

$$\rho_{sl} = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \times 100 \quad (4.1)$$

$$\rho_s = \frac{A_s}{b_w \cdot s_s} \times 100 \quad (4.2)$$

Na sequência da informação referida anteriormente, na Tabela 24 é introduzida informação referente ao tipo de FRP adotado para o reforço ao corte com a técnica ETS, em que a letra “C” diz respeito ao compósito de CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymers* – Polímeros reforçados com fibras de carbono), a letra G diz respeito ao compósito de GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymers* – Polímeros reforçados

com fibras de vidro) e por último a letra A que corresponde ao compósito AFRP (*Aramid Reinforced Polymers* – Polímeros reforçados com fibras de aramida). Ainda em termos do FRP usado é apresentado o valor do diâmetro dos varões de reforço ( $\phi_f$ ), do espaçamento ( $s_f$ ), da orientação ( $\beta$ ) e da percentagem de reforço ( $\rho_f$ ), sendo que esta percentagem foi obtida por intermédio da expressão (4.3). Na referida expressão o parâmetro ( $A_f$ ) diz respeito à área de reforço aplicado na secção transversal da viga. Além disso, são apresentadas as propriedades do FRP, nomeadamente, a tensão última ( $f_{fu}$ ), o módulo de elasticidade ( $E_f$ ) e a extensão última ( $\epsilon_{fu}$ ).

$$\rho_f = \frac{A_f}{b_w \cdot s_f} \times 100 \quad (4.3)$$

O último tipo de informação introduzida para cada viga pertencente à base de dados desenvolvida refere-se já a resultados do ensaio experimental. Assim, é apresentado o modo de rotura das vigas, designadamente, se este ocorreu por corte (Sh) ou por flexão (FI). Além disso, apresenta-se os valores em termos de: resistência ao corte total obtida na viga reforçada ( $V_{u,1}$ ), resistência ao corte da respetiva viga de referência testada sem o reforço ao corte ETS com FRP ( $V_{u,2}$ ), contribuição do reforço ETS com FRP na resistência ao corte da viga ( $V_{f,exp.}$ ), sendo que  $V_{f,exp.} = V_{u,1} - V_{u,2}$  e a eficácia do reforço aplicado (Eficácia do reforço) obtida pela expressão (4.4).

$$\text{Eficácia do reforço} = \frac{V_{u,1} - V_{u,2}}{V_{u,2}} \times 100 \quad (4.4)$$

### 4.3 ANÁLISE DA BASE DE DADOS

Nesta secção é feita uma caracterização da base de dados tendo em consideração a secção transversal das vigas, o tipo de FRP utilizado para o reforço ao corte ETS, a resistência do betão das vigas em termos do valor médio da resistência à compressão ( $f_{cm}$ ), a percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ), a percentagem de armadura transversal existente ( $\rho_s$ ), a percentagem de reforço de FRP aplicado ( $\rho_f$ ) e a razão entre o vão de corte e a altura útil da secção ( $a/d$ ). Além disso, será feita uma análise em termos do valor do diâmetro do FRP adotado para a aplicação do reforço ao corte ETS e da relação entre o diâmetro do furo onde o FRP é introduzido e o diâmetro do varão de reforço.

De acordo com os dados da Tabela 12 e da Figura 35(a) é possível verificar que a base de dados é constituída por vigas com dois tipos de secção transversal, secção transversal em T e secção transversal retangular. Das 29 vigas da base de dados, 22 apresentam secção transversal em T (76% dos casos) e 7 vigas apresentam secção transversal retangular (24% dos casos). Em relação ao tipo de FRP usado no

reforço das vigas, de acordo com a Tabela 12 e a Figura 35(b), em 21 vigas (73% dos casos) foi utilizado CFRP (fibra de carbono), em 5 (17% dos casos) foi utilizado GFRP (fibra de vidro) e em 3 vigas (10% dos casos) foi utilizado AFRP (fibra de aramida). Relativamente à orientação do reforço de FRP, os dados da Tabela 12 e da Figura 35(c) permitem verificar que em 86% dos casos (25 vigas) o FRP foi colocado ortogonalmente ao eixo da viga (90°), enquanto que nas restantes 4 vigas (14% dos casos) o FRP foi introduzido com uma orientação de 45° relativamente ao eixo da viga.

Tabela 12 - Caracterização da base de dados em termos do tipo de secção transversal das vigas e do tipo e orientação do FRP.

Secção transversal das vigas	Número de vigas	Tipo de FRP			Orientação do FRP	
		CFRP	GFRP	AFRP	90°	45°
T	22	17	5	0	18	4
Retangular	7	4	0	3	7	0
Total	29	21	5	3	25	4

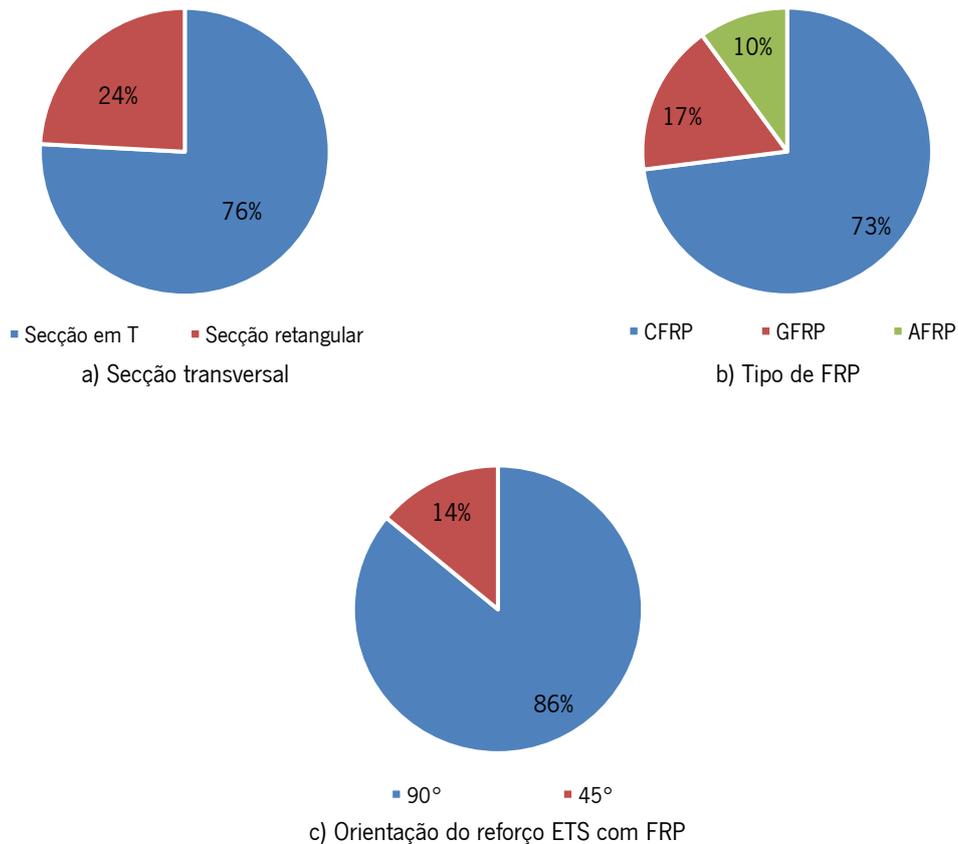


Figura 35 - Distribuição das vigas da base de dados em função do tipo de secção transversal, do tipo de fibra do compósito de FRP e da orientação do FRP.

Na Tabela 13 estão definidos intervalos de valores para a caracterização da base de dados em termos da resistência à compressão do betão das vigas (por intermédio do valor de  $f_{cm}$ ), da percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ), da percentagem de armadura transversal ( $\rho_s$ ), da percentagem de reforço ( $\rho_f$ ) e da razão entre o vão de corte e a altura útil ( $a/d$ ). Além disso, na Tabela 13 está identificado, para cada parâmetro, o número de vigas da base de dados associado a cada um dos intervalos de valores considerados.

Tabela 13 - Análise de parâmetros que caracterizam a base de dados desenvolvida.

Parâmetro	Intervalo de valores	Número de vigas
Resistência do betão ( $f_{cm}$ )	< 30 MPa	7
	30 MPa - 40 MPa	4
	> 40 MPa	18
Percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ )	< 2,0%	13
	2,0% - 3,0%	9
	> 3,0%	7
Percentagem de armadura transversal ( $\rho_s$ )	< 0,2%	23 <sup>(a)</sup>
	0,2% - 0,3%	2
	> 0,3%	4
Percentagem de reforço ( $\rho_f$ )	< 0,2%	12
	0,2% - 0,3%	10
	> 0,3%	7
Razão ( $a/d$ )	< 3	4
	$\geq 3$	25

(a) Deste grupo de 23 vigas com percentagem de armadura transversal inferior a 0,2%, 7 não continham armadura transversal.

De acordo com os dados da Tabela 13 e da Figura 36(a) é possível verificar que em 18 vigas (62% dos casos) o betão tinha um valor de  $f_{cm}$  superior a 40 MPa, enquanto que em 7 vigas (24% dos casos) o betão tinha um  $f_{cm}$  inferior a 30 MPa. Assim, em apenas 14% dos casos (4 vigas) o betão das vigas tinha um valor a resistência à compressão  $f_{cm}$  compreendido entre os 30 MPa e 40 MPa.

Da análise da Tabela 13 e da Figura 36(b) constata-se que das 29 vigas da base de dados, 13 (45% dos casos) têm uma percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) inferior a 2,0%. Em 9 vigas (31% dos casos), a percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) está compreendida entre 2,0% e 3,0% e em 7 vigas (24% dos casos) o valor de  $\rho_{sl}$  é superior a 3,0%.

Em relação à percentagem de armadura transversal ( $\rho_s$ ), verifica-se que 7 vigas não apresentam armadura transversal. Do grupo de 22 vigas que apresentam armadura transversal, de acordo com a Tabela 13 e a Figura 36(c) é possível verificar que 16 (73% dos casos) apresentam uma percentagem de armadura transversal ( $\rho_s$ ) inferior a 0,2%. Além disso, é possível verificar que 4 vigas (18% dos casos) apresentam percentagem  $\rho_s$  superior a 0,3% e somente 2 vigas (9% dos casos) têm um valor de  $\rho_s$  compreendido entre 0,2% e 0,3%.

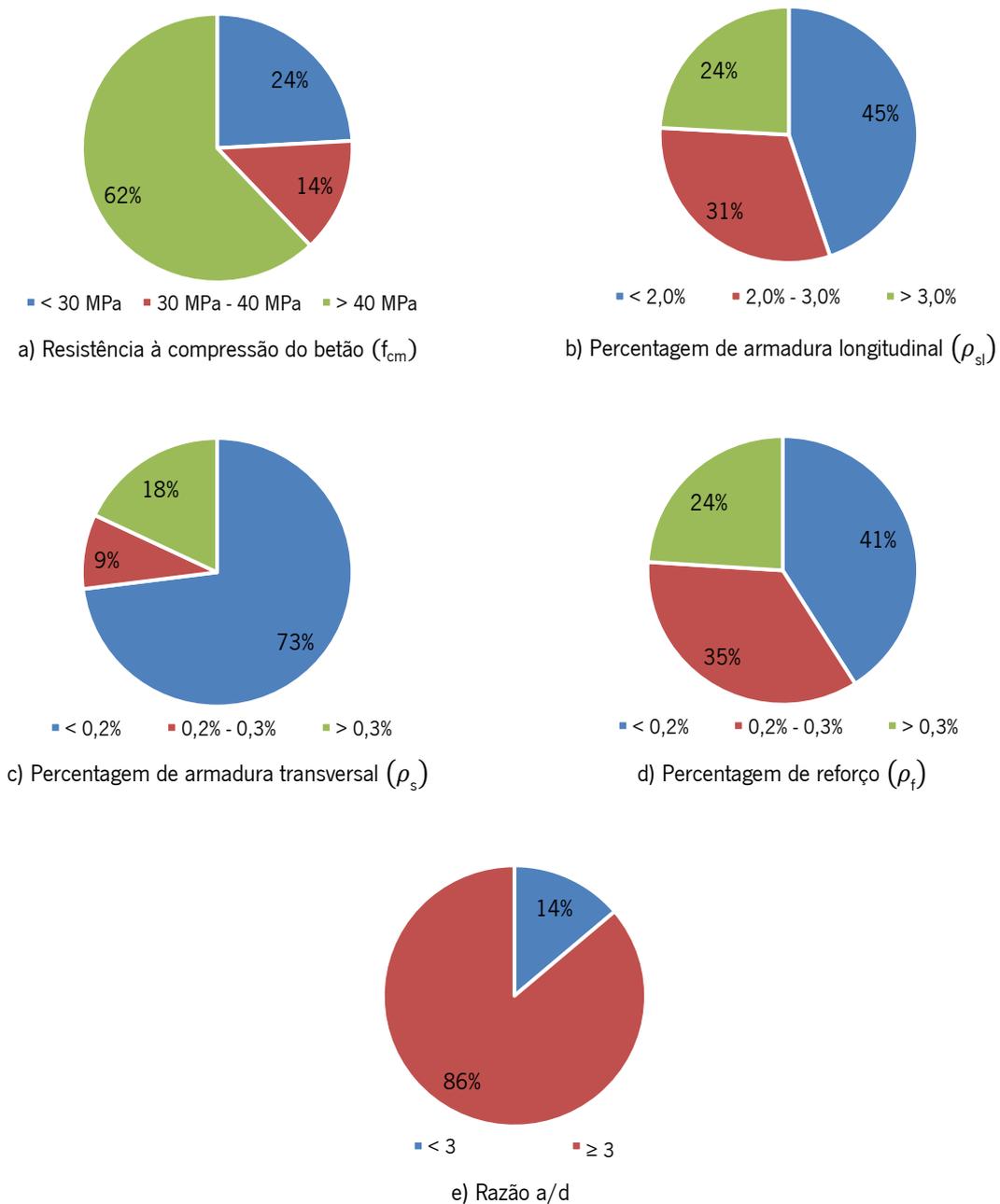


Figura 36 - Informações relativas às vigas da base de dados.

De acordo com a Tabela 13 e Figura 36(d), no que se refere à percentagem de reforço ( $\rho_f$ ), a base de dados caracteriza-se por ter um número significativo de vigas (22 em 29) com valores de ( $\rho_f$ ) inferior a 0,3% (em 12 tem-se  $\rho_f < 0,2\%$ , o que corresponde 41% dos casos, e em 10 (35% dos casos)  $\rho_f$  está compreendida entre 0,2% e 0,3%) e apenas 7 (24% dos casos) com valores de  $\rho_f$  superior a 0,3%. Os valores da razão a/d das vigas da base de dados são bastante semelhantes. A análise da Tabela 13 e da Figura 36(e) permite verificar que 4 vigas (14% dos casos) apresentam uma razão (a/d) inferior a 3 e em 25 vigas a razão (a/d) é superior ou igual a 3 (86% dos casos).

Na Tabela 14 é compilada informação da base de dados em termos do valor do diâmetro dos varões de reforço ao corte ETS com FRP, do diâmetro do furo executado para a introdução do varão de FRP e a razão entre estes dois diâmetros.

Tabela 14 - Informações relativas ao diâmetro dos varões de reforço de FRP e do furo executado para a introdução do FRP.

Parâmetro	Intervalo de valores	Número de vigas	Notas
Diâmetro do varão de FRP	< 8 mm	14	
	8 mm - 10 mm	11	
	> 10 mm	4	
Diâmetro do furo	< 9 mm	4	Em 3 vigas não foi possível obter informação sobre o diâmetro do furo executado
	9 mm - 10 mm	6	
	> 10 mm	16	
Razão entre o diâmetro do furo e o diâmetro do varão de FRP	< 1,5	4	Em 3 vigas não foi possível obter informação sobre o diâmetro do furo executado
	1,5 - 1,8	19	
	> 1,8	3	

As vigas da base de dados foram reforçadas ao corte usando a técnica ETS com varões de FRP cujo diâmetro variou entre 6 mm e 12,7 mm. De acordo com a informação da Tabela 14 e da Figura 37(a), constata-se que em 14 vigas (48% dos casos) o FRP adotado tinha diâmetro inferior a 8 mm, o que corresponde a cerca de metade das vigas presentes na base de dados, em 11 vigas (38% dos casos) os varões de reforço tinham um diâmetro compreendido entre 8 e 10 mm e em menor número de casos, 4 vigas (14% dos casos) o varão de FRP tinha diâmetro superior a 10 mm.

No que se refere à razão entre o diâmetro do furo e o diâmetro do varão de FRP verifica-se por análise da Tabela 14 e da Figura 37(c) que na maior parte das vigas presentes na base de dados (19 vigas em 29, ou seja, em 66% dos casos), a referida razão assume valores compreendidos entre 1,5 e 1,8. Além

disso, a mencionada razão toma valores inferiores a 1,5 em 4 vigas (14% dos casos) e valores superiores a 1,8 em 3 vigas (10% dos casos).

A caracterização das vigas da base de dados desenvolvida termina com uma análise aos modos de rotura observados com a distinção de modo de rotura por flexão e modo de rotura por corte. De acordo com a informação da Tabela 15 e da Figura 37(d) conclui-se que em 83% das vigas testadas (24 vigas), o modo de rotura foi por corte, enquanto que nas restantes 5 vigas (17% dos casos), o modo de rotura foi por flexão.

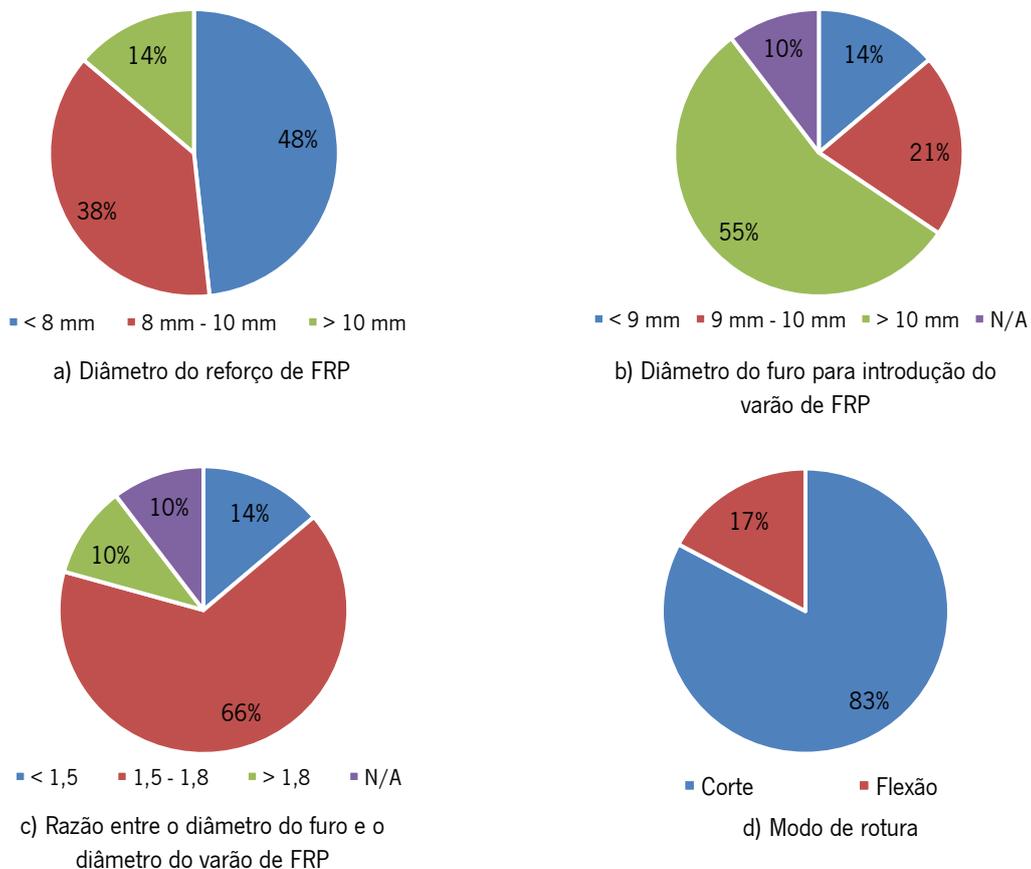


Figura 37 - Informações relativas ao diâmetro do varão de FRP e do furo executado para a introdução do FRP e análise do modo de rotura das vigas da base de dados.

Tabela 15 - Análise dos modos de rotura das vigas da base de dados.

Modo de rotura	Número de vigas
Corte	24
Flexão	5

## 5. DESEMPENHO DAS FORMULAÇÕES ANALÍTICAS

### 5.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo será feita uma análise do desempenho das cinco formulações analíticas, apresentadas no Capítulo 3, para o cálculo da contribuição do reforço ao esforço transversal com FRP aplicado com a técnica ETS: Formulação A (Mofidi *et al.*, 2012), Formulação B (TR55, 2012), Formulação C (Qapo, 2016), Formulação D (Breveglieri *et al.*, 2016: modelo com base experimental) e Formulação E (Breveglieri *et al.*, 2016: modelo com base mecânica). Para tal, as referidas formulações foram aplicadas às vigas da base de dados desenvolvida no âmbito desta dissertação e que foi apresentada anteriormente no Capítulo 4.

Numa primeira fase é feita uma análise individual do desempenho de cada formulação e, posteriormente, é feita uma comparação do desempenho das várias formulações com base em parâmetros estatísticos. Este capítulo termina com uma análise paramétrica relativa à influência de alguns parâmetros no desempenho das formulações analíticas, designadamente: secção transversal da viga, valor da resistência média à compressão do betão, percentagem de armadura longitudinal e transversal, percentagem de reforço, a orientação com que o FRP é aplicado e o valor experimental da contribuição do reforço na resistência ao esforço transversal.

### 5.2 ANÁLISE DO DESEMPENHO DAS FORMULAÇÕES ANALÍTICAS

Para a análise do desempenho das formulações analíticas, referentes ao cálculo da contribuição do reforço ao esforço transversal de vigas de betão armado com FRP aplicado com a técnica ETS, não foram consideradas as vigas com modo de rotura por flexão e as vigas onde o reforço ao corte aplicado não conduziu a um aumento da capacidade resistente ao esforço transversal.

A avaliação do desempenho das formulações analíticas foi efetuada com base no fator denominado K, obtido por intermédio da expressão (5.1):

$$K = \frac{V_{f,exp}}{V_{f,ana}} \quad (5.1)$$

em que  $V_{f,exp}$  e  $V_{f,ana}$  são, respetivamente, o valor obtido experimentalmente e o valor obtido analiticamente da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal da viga. A análise dos valores do fator K foi feita baseada no zonamento definido na Tabela 16 e ilustrado na Figura 38.

Concretamente, foram definidos três intervalos possíveis onde o valor de K poderá estar inserido:  $K < 1$ , que corresponde à zona 1, a qual está associado um cenário de insegurança estrutural (valor experimentalmente obtido inferior ao analiticamente previsto);  $1 \leq K \leq 1,5$ , que corresponde à zona 2, à qual está associado um cenário de segurança sem sobredimensionamento da solução de reforço;  $K > 1,5$ , que corresponde à zona 3, à qual está associado um cenário de segurança com sobredimensionamento da solução de reforço. Nesta análise não foram consideradas as vigas com valores de K superiores a 5,0 e as vigas com valores de K inferiores a 0,2, uma vez que se tratava de um número reduzido de casos e que face, à elevada discrepância entre os valores experimentais e os valores analíticos de  $V_f$ , perturbavam o desempenho global das formulações analíticas.

Tabela 16 - Definição das zonas para análise do desempenho das formulações analíticas.

K (intervalo de valores)	Zona	Interpretação
$K < 1$	Zona 1	O cálculo do reforço não está do lado da segurança
$1 \leq K \leq 1,5$	Zona 2	O cálculo do reforço está do lado da segurança
$K > 1,5$	Zona 3	O cálculo do reforço está sobredimensionado

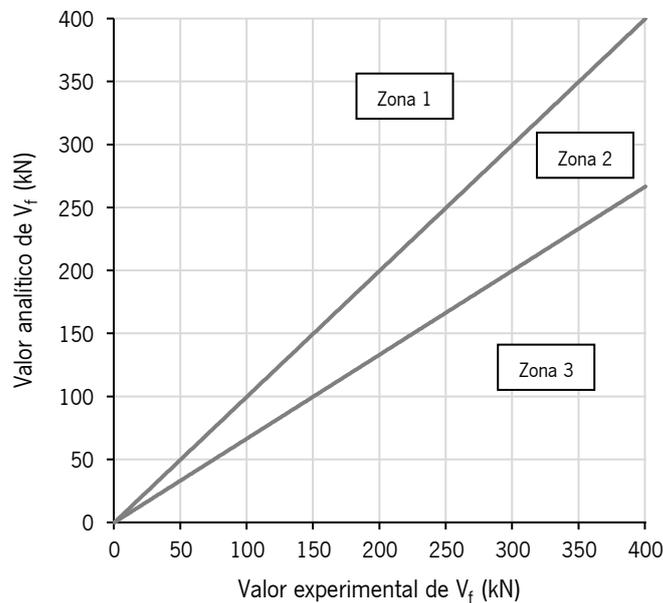


Figura 38 - Representação gráfica das zonas definidas para a análise do desempenho das formulações analíticas.

### 5.2.1 Formulação A - Mofidi *et al.* (2012)

De acordo com o mencionado no Capítulo 3 para o cálculo da contribuição do reforço  $V_f$  recorrendo à formulação A são consideradas três constantes mediante o tipo de revestimento do varão de reforço.

Neste contexto, é de referir que após a análise efetuada aos varões usados nas vigas da base de dados, verificou-se que à exceção da viga S1-9d260p testada por Modifi *et al.* (2012), os varões de FRP tinham superfície rugosa.

A formulação A desenvolvida por Modifi *et al.* (2012) foi aplicada a 18 vigas da base de dados. Na Tabela 17 está feita a distribuição do número de vigas por cada intervalo de análise e a respetiva percentagem. Com base nos resultados obtidos, verifica-se que na zona de insegurança (Zona 1) existem 6 vigas (33% dos casos), na Zona 2 estão 5 vigas (28% dos casos), enquanto que à zona correspondente a um sobredimensionamento do reforço (Zona 3) estão associadas 7 vigas (39% dos casos). No total, do lado da segurança (Zonas 2 e 3) estão associados 67% das vigas analisadas.

Tabela 17 - Análise dos resultados da Formulação A - Mofidi *et al.* (2012).

Zona	K (intervalos de valores)	Número de vigas	Percentagem (%)
Zona 1	$K < 1$	6	33
Zona 2	$1 \leq K \leq 1,5$	5	28
Zona 3	$K > 1,5$	7	39
<b>Total</b>		18	100

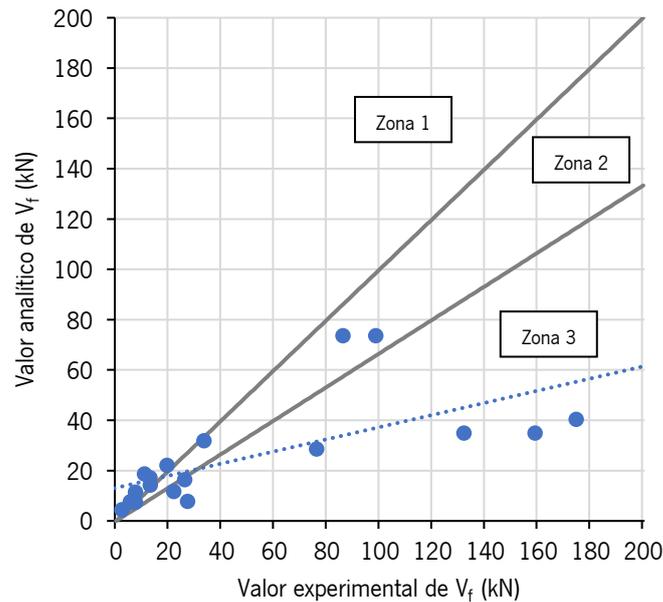


Figura 39 - Formulação A - Mofidi *et al.* (2012): valores experimentais vs valores analíticos da contribuição  $V_f$ .

Na Figura 39 estão representados graficamente os valores do fator K das vigas analisadas, distribuídos pelas três zonas de classificação (1, 2 e 3), e a linha de tendência com um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,44 ( $R^2$  consiste numa medida de ajuste de um modelo estatístico linear em relação aos valores observados sendo que quanto maior o seu valor melhor o modelo se ajusta à amostra). A análise da linha de tendência permite concluir que, para valores experimentais de  $V_f$  até aproximadamente 18 kN,

o valor do fator K encontra-se tendencialmente do lado da insegurança (Zona 1). Para valores experimentais entre 18 kN e 30 kN, aproximadamente, o valor do fator K encontra-se na zona 2 de segurança, enquanto que, para valores experimentais superiores a 30 kN, o fator K encontra-se na zona de sobredimensionamento do reforço (Zona 3).

### 5.2.2 Formulação B - TR55 (2012)

No âmbito da aplicação da formulação B, de acordo com o mencionado no Capítulo 3, foram apenas consideradas vigas com orientação do reforço a 90°. O valor do fator parcial de segurança presente na expressão (3.8) foi considerado 1. Assim, no total a formulação B foi aplicada a 18 vigas. Na Tabela 18, estas vigas estão distribuídas pelas respetivas zonas de classificação, de acordo com os valores do fator K. Com base nos resultados, verifica-se que em 7 vigas (39% dos casos) foram obtidos valores de K inferiores a 1, pelo que o cálculo do reforço está do lado da insegurança (Zona 1). Em 6 vigas (33% dos casos) foram obtidos valores de K compreendidos entre 1 e 1,5 (Zona 2) e em 5 vigas, o valor de K foi superior a 1,5 (28% dos casos) pelo que nestes casos houve um sobredimensionamento do reforço (Zona 3). No total, do lado da segurança (Zonas 2 e 3) estão 61% das vigas analisadas.

Tabela 18 - Análise dos resultados da Formulação B - TR55 (2012).

Zona	K (intervalos de valores)	Número de vigas	Percentagem (%)
Zona 1	$K < 1$	7	39
Zona 2	$1 \leq K \leq 1,5$	6	33
Zona 3	$K > 1,5$	5	28
<b>Total</b>		18	100

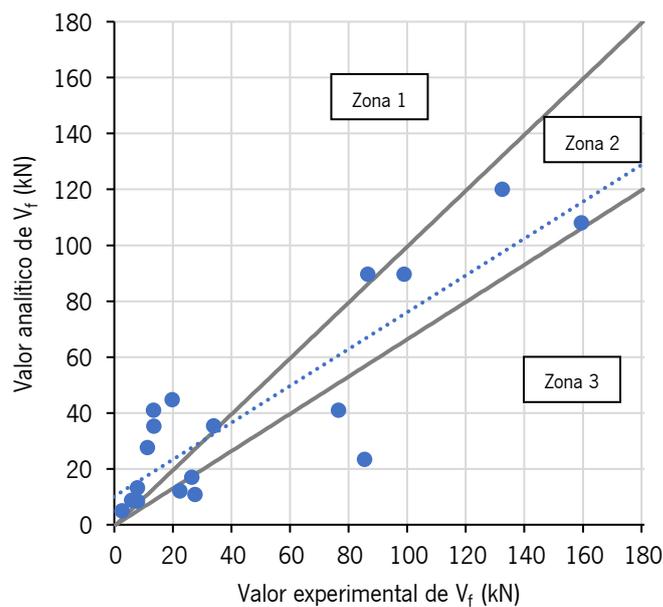


Figura 40 - Formulação B - TR55 (2012): valores experimentais vs valores analíticos da contribuição  $V_f$ .

Na Figura 40 estão representados graficamente os valores do fator K das vigas analisadas, distribuídas pelas três zonas de classificação (1, 2 e 3), e a linha de tendência com um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,75. Mediante a análise da linha de tendência é possível verificar que até valores experimentais na ordem dos 30 kN, o valor do fator K encontra-se do lado da insegurança (Zona 1). Para valores iguais ou superiores a 30 kN o valor do fator K encontra-se na zona 2 de segurança.

### 5.2.3 Formulação C - Qapo (2016)

De acordo com o que foi descrito no Capítulo 3, no âmbito da aplicação da formulação C foram consideradas apenas as vigas com orientação do reforço a 90° e excluídas as vigas reforçadas com GFRP. Assim, no total a formulação C foi aplicada a 17 vigas. Na Tabela 19 é feita a distribuição destas vigas pelas zonas de classificação 1, 2 e 3. Mediante a análise da referida tabela, é possível verificar que a zona de insegurança (Zona 1) e a zona de sobredimensionamento do reforço (Zona 3) têm o mesmo número de vigas, designadamente 4 vigas (24% dos casos). Assim, existem 9 vigas (53% dos casos) associados à zona 2 de segurança. No total, do lado da segurança (Zonas 2 e 3) estão 77% das vigas analisadas.

Tabela 19 - Análise dos resultados da formulação C - Qapo (2016).

Zona	K (intervalos de valores)	Número de vigas	Percentagem (%)
Zona 1	$K < 1$	4	24
Zona 2	$1 \leq K \leq 1,5$	9	53
Zona 3	$K > 1,5$	4	24
<b>Total</b>		17	100

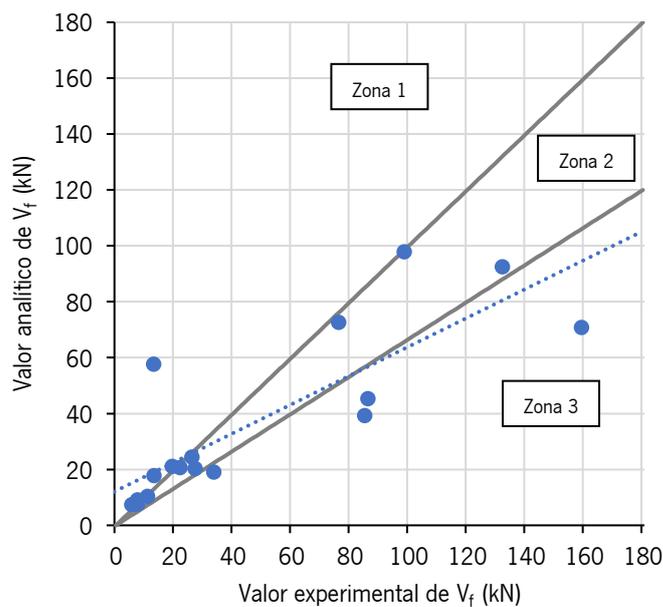


Figura 41 - Formulação C - Qapo (2016): valores experimentais vs valores analíticos da contribuição  $V_f$ .

Na Figura 41 está representada a distribuição, das vigas analisadas em termos do fator K, pelas três zonas de classificação (1, 2 e 3), e a linha de tendência sendo o valor do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,68. A partir da análise da linha de tendência é possível concluir que para valores experimentais inferiores a 25 kN aproximadamente, o valor do fator K encontra-se tendencialmente na zona de insegurança (Zona 1). Para valores experimentais entre 25 kN e 80 kN, o fator K encontra-se na zona 2 de segurança, enquanto que para valores experimentais superiores a 80 kN, o valor de K encontra-se na zona de sobredimensionamento do reforço (Zona 3).

### 5.2.4 Formulação D - Breveglieri *et al.* (2016): modelo com base experimental

A Formulação D foi aplicada a 22 vigas e os valores do fator K obtidos foram distribuídos pelas zonas de classificação 1, 2 e 3 de acordo com o apresentado na Tabela 20. Assim, verifica-se que na zona de insegurança (Zona 1) e na zona 2 de segurança estão presentes o mesmo número de vigas (7 vigas que correspondem a 32% dos casos). Na zona de sobredimensionamento do reforço (Zona 3) estão presentes 8 vigas (36% dos casos) correspondendo à maior parte dos casos. No total, do lado da segurança (Zonas 2 e 3) estão 68% das vigas analisadas.

Tabela 20 - Análise dos resultados da Formulação D - Breveglieri *et al.* (2016).

Zona	K (intervalos de valores)	Número de vigas	Porcentagem (%)
Zona 1	$K < 1$	7	32
Zona 2	$1 \leq K \leq 1,5$	7	32
Zona 3	$K > 1,5$	8	36
<b>Total</b>		22	100

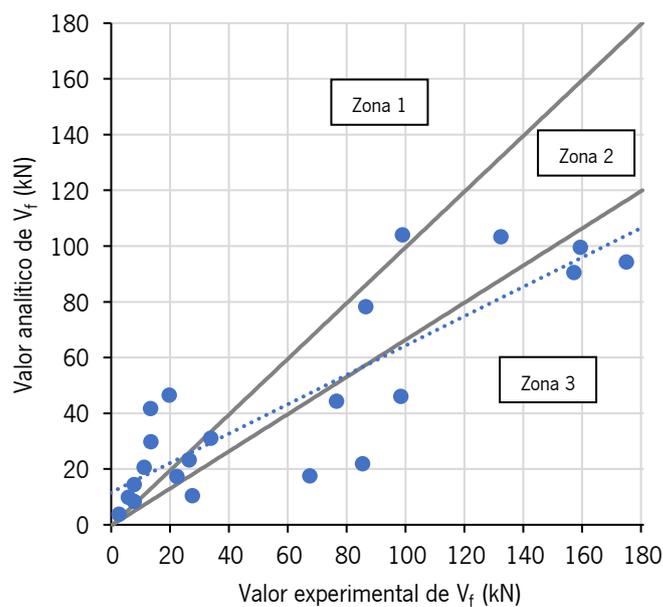


Figura 42 - Formulação D - Breveglieri *et al.* (2016): valores experimentais vs valores analíticos da contribuição  $V_f$ .

Na Figura 42 estão representados graficamente os valores do fator K das vigas analisadas, distribuídas pelas três zonas de classificação (1, 2 e 3), e a linha de tendência com um coeficiente de determinação de ( $R^2$ ) de 0,73. Baseado na análise da linha de tendência é possível verificar que até valores experimentais de 25 kN aproximadamente, o valor do fator K apresenta-se tendencialmente na zona de insegurança (Zona 1). Para valores experimentais entre 25 kN e 85 kN, o valor do fator K apresenta-se na zona 2 de segurança, enquanto que para valores experimentais superiores a 85 kN, o valor do fator K encontra-se na zona de sobredimensionamento do reforço (Zona 3).

### 5.2.5 Formulação E - Breveglieri *et al.* (2016): modelo com base mecânica

Na Tabela 21 está feita a distribuição das 22 vigas em que foi aplicada a formulação E por cada intervalo de análise do fator K. Com base nos resultados obtidos é possível verificar que em 10 vigas (45% dos casos) o cálculo da contribuição do reforço origina cenários de insegurança (Zona 1), e em 7 vigas (32% dos casos) o cenário é na zona 2 de segurança. Na zona de sobredimensionamento do reforço (Zona 3) estão presentes 5 vigas (23% dos casos). No total, do lado da segurança (Zonas 2 e 3) estão 55% das vigas analisadas.

Tabela 21 - Análise dos resultados da Formulação E - Breveglieri *et al.* (2016).

Zona	K (intervalos de valores)	Número de vigas	Porcentagem (%)
Zona 1	$K < 1$	10	45
Zona 2	$1 \leq K \leq 1,5$	7	32
Zona 3	$K > 1,5$	5	23
<b>Total</b>		22	100

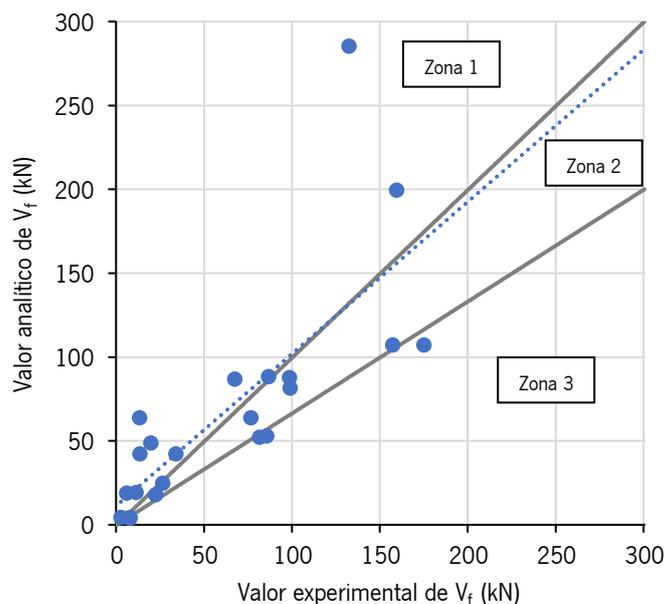


Figura 43 - Formulação E - Breveglieri *et al.* (2016): valores experimentais vs valores analíticos da contribuição  $V_f$ .

Na Figura 43 estão representados graficamente os valores do fator K das vigas analisadas, distribuídas pelas três zonas de classificação (1, 2 e 3), e a linha de tendência com um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,59. A partir da análise da linha de tendência é possível verificar que para valores experimentais inferiores a 125 kN aproximadamente, o valor do fator K encontra-se na zona de insegurança (Zona 1). Para valores superiores a 125 kN o valor do fator K encontra-se na zona 2 de segurança.

### 5.3 COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO DAS FORMULAÇÕES ANALÍTICAS

Nesta secção é feita uma análise comparativa do desempenho das cinco formulações analíticas que foram aplicadas às vigas da base de dados desenvolvida no âmbito da presente dissertação. Para tal, é feita uma análise estatística baseada no fator K. Os parâmetros estatísticos selecionados para esta análise são o valor mínimo (MIN), o valor máximo (MÁX), o valor médio (MED), representando um indicador global de segurança, o valor do desvio padrão (DVP) e o coeficiente de variação (COV) que representam medidas de dispersão do grau de concentração das amostras em torno da média. Além disso, é também considerado o valor da mediana (MDN), assim como, os valores do 1º Quartil (1ºQ) que corta os menores 25% dos dados e o 3º Quartil (3ºQ) que corta os maiores de 25% dos dados. Na Tabela 22 apresentam-se os valores dos parâmetros descritos anteriormente para cada uma das formulações analisadas.

Tabela 22 - Análise estatística do fator K relativamente às formulações analíticas.

	MIN	MÁX	MED	DVP	COV	MDN	1ºQ	3ºQ
Formulação A	0,6	4,6	1,8	1,3	0,7	1,2	0,8	2,9
Formulação B	0,3	3,7	1,2	0,8	0,7	1,0	0,6	1,7
Formulação C	0,2	2,3	1,3	0,5	0,4	1,1	0,9	1,6
Formulação D	0,3	3,9	1,4	1,0	0,7	1,1	0,6	1,8
Formulação E	0,2	2,3	1,0	0,5	0,5	1,0	0,6	1,5

Mediante os resultados estatísticos da Tabela 22 é possível verificar que o valor mínimo (MIN) do fator K, à exceção da formulação A, encontra-se próximo do limite inferior estabelecido para as formulações ( $K = 0,2$ ). Relativamente ao valor máximo obtido, nas formulações C e E foi de 2,3, nas formulações B e D foi 3,7 e 3,9, respetivamente, enquanto na formulação A foi próximo do limite superior estabelecido ( $K = 5$ ). As diferenças entre os valores mínimos e máximos do fator K anteriormente referidas ajuda a comprovar que existe uma dispersão grande entre os valores observados.

Na análise dos coeficientes de variação (COV) verifica-se que o valor máximo obtido foi nas formulações A, B e D ( $COV = 0,7$ ), pelo que estas formulações são as que apresentam maior dispersão de resultados.

O coeficiente de variação mais baixo que foi obtido refere-se à formulação C ( $COV = 0,4$ ), pelo que esta formulação é a que conduz à menor dispersão de resultados. No caso da formulação E foi obtido um valor de 0,5 para o coeficiente de variação. Mediante esta análise, verifica-se que as formulações C e E são as que conduzem à menor dispersão dos valores de K.

Na Figura 44 estão representados os valores médios do fator K referentes às cinco formulações em estudo. Assim, de acordo com os dados da Tabela 22 e da Figura 44, verifica-se que para as cinco formulações em análise, foram obtidos valores médios de K, superiores ou iguais à unidade. Nas formulações B, C, D e E, o valor médio obtido de K foi, respetivamente, 1,2, 1,3, 1,4 e 1,0, todos eles associados à zona 2 de segurança. No caso da formulação A, o valor médio obtido para o fator K (1,8) está dentro da zona caracterizada por um sobredimensionamento do reforço (Zona 3).

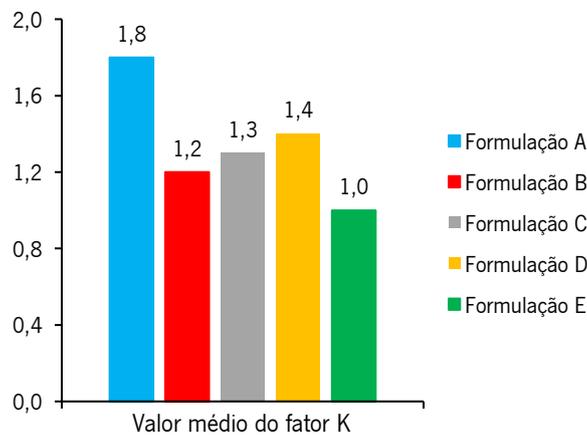


Figura 44 - Valor médio do fator K para as cinco formulações analíticas em estudo.

Na Figura 45 apresenta-se para cada formulação analítica a percentagem de vigas com valores de K inferior a 1 (Zona 1), a percentagem de vigas com valores de K compreendidos entre 1 e 1,5 (Zona 2) e a percentagem de vigas com valores de K superiores a 1,5 (Zona 3). A partir da análise desta figura é possível concluir que a formulação C é a formulação que apresenta maior número de casos na zona 2 de segurança e o menor número de casos na zona de insegurança (Zona 1). As formulações B, D e E apresentam valores semelhantes na zona 2 de segurança, enquanto a formulação E é a que apresenta maior número de casos na zona 1 de insegurança. A formulação A é a que apresenta maior número de casos na zona de sobredimensionamento do reforço (Zona 3), apresentando um maior número de casos na zona de insegurança do que na zona 2 de segurança. As formulações A, B, C, D e E conduzem a valores do lado da segurança (Zonas 2 e 3) em 67%, 61%, 77%, 68% e 55% das vigas analisadas, respetivamente.

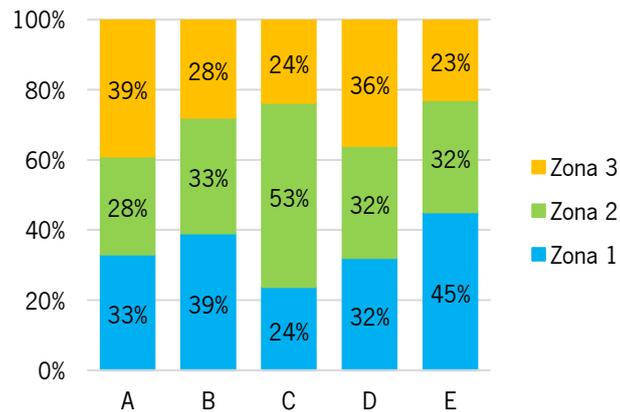


Figura 45 - Distribuição do fator K mediante as zonas de análise para as cinco formulações.

A análise da Tabela 22 e das Figuras 44 e 45 permite concluir que a formulação com valor médio do fator K mais próximo de 1 (mas não inferior a 1) foi a formulação E. Contudo, e apesar do coeficiente de variação ser dos mais baixos em relação às restantes formulações, verifica-se que a formulação E tem associado um número significativo de vigas na zona 1 de insegurança (45% dos casos). Por outro lado, é de salientar o desempenho da formulação C, com um valor médio do fator K igual a 1,3, com o valor mais baixo do coeficiente de variação e com uma percentagem de vigas do lado da segurança igual a 77%, sendo que 53% estão na zona 2 de segurança. Na formulação A destaca-se a elevada percentagem de vigas associada à zona 3, o que contribui para que esta formulação tenha o valor mais alto do fator K (1,8). Apesar do valor médio do fator K das formulações B e D serem próximos (1,2 e 1,4, respetivamente), a formulação B conduziu a um maior número de casos do lado da insegurança (zona 1).

Por forma a complementar a avaliação do desempenho das formulações anteriormente realizadas, foi definido um sistema de classificação por penalizações tendo em conta a segurança estrutural (por exemplo do ponto de vista estrutural é mais gravoso o fator K estar associado à zona 1 de insegurança do que à zona 3 de sobredimensionamento do reforço). Nesta análise, para os valores de K é atribuída uma penalização (PEN) mediante o intervalo em que este fator se encontra. Com efeito, no total foram definidos seis intervalos de valores de K, que foram classificados e a cada um deles foi atribuído um valor de PEN de acordo com o representado na Tabela 23.

Na Tabela 23, para cada formulação, estão distribuídos os valores do fator K de acordo com o sistema de classificação anteriormente referido. Com esta análise, verifica-se que a formulação B e a formulação E foram as que obtiveram maior número de pontos de penalização por viga, com 4,6 e 5,0 pontos, respetivamente. Assim, estas formulações são as que, em função dos critérios definidos, têm menor

desempenho. A formulação C foi a que obteve menos pontos de penalização por viga (2,5), enquanto que nas formulações A e D, os pontos de penalização por viga obtidos foram, para ambos os casos, de 3,9 pontos.

Tabela 23 - Sistema de penalização atribuído para as formulações analíticas em análise.

K	Classificação	PEN	A	B	C	D	E
< 0,85	Ext. Perigoso	10	5	7	2	7	10
[0.85 - 1.0[	Perigoso	5	1	0	2	0	0
[1.0 - 1.15[	Segurança reduzida	1	3	5	7	4	3
[1.15 - 1.5[	Seguro	0	2	0	2	3	3
[1.5 - 2.0[	Conservativo	1	2	4	2	4	4
> 2.0	Ext. Conservativo	2	5	2	2	4	2
<b>ΣPEN</b>			70	83	43	86	111
<b>PEN/vigas</b>			3,9	4,6	2,5	3,9	5,0

#### 5.4 INFLUÊNCIA DE ALGUNS PARÂMETROS NO DESEMPENHO DAS FORMULAÇÕES ANALÍTICAS EM ESTUDO

As análises efetuadas nas secções anteriores permitiram concluir que as formulações analíticas em estudo não quantificam com rigor necessário a contribuição  $V_f$  do reforço ao corte ETS com FRP, pois de uma maneira geral todas as formulações apresentaram uma dispersão de resultados elevada. Nesta secção é feita uma análise da influência que um conjunto de parâmetros têm no desempenho das formulações analíticas em estudo. Os parâmetros anteriormente mencionados são o tipo de secção transversal da viga, a orientação com que o reforço é aplicado, a percentagem de armadura transversal ( $\rho_s$ ), a percentagem de reforço ( $\rho_f$ ), a percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ), a resistência média à compressão do betão ( $f_{cm}$ ) e o valor experimental da contribuição do reforço ( $V_{f,exp}$ ).

O primeiro parâmetro a ser analisado é o tipo de secção transversal. No grupo de vigas em análise, cinco apresentam secção transversal retangular sendo que as restantes apresentam secção transversal em T, pelo que a análise do desempenho das formulações para vigas com secção retangular é baseada num número reduzido de vigas. De acordo com os gráficos da Figura 46 é possível verificar que, de uma maneira geral, com a exceção da formulação E, todas as formulações têm melhor desempenho quando as vigas apresentam secção transversal em T. Para vigas com este tipo de secção, as formulações A e D são as que apresentam maior percentagem de casos na zona de sobredimensionamento do reforço (Zona 3), enquanto que a formulação C é a que apresenta maior número de casos na zona 2 de segurança. No caso das vigas analisadas com secção retangular, as formulações C e D têm associado o

maior número de casos na zona 2 de segurança, mas também apresentam maior número de casos na zona de insegurança comparativamente à formulação E. Para as vigas de secção transversal retangular, a formulação E foi a que conduziu a um maior número de casos do lado da segurança.

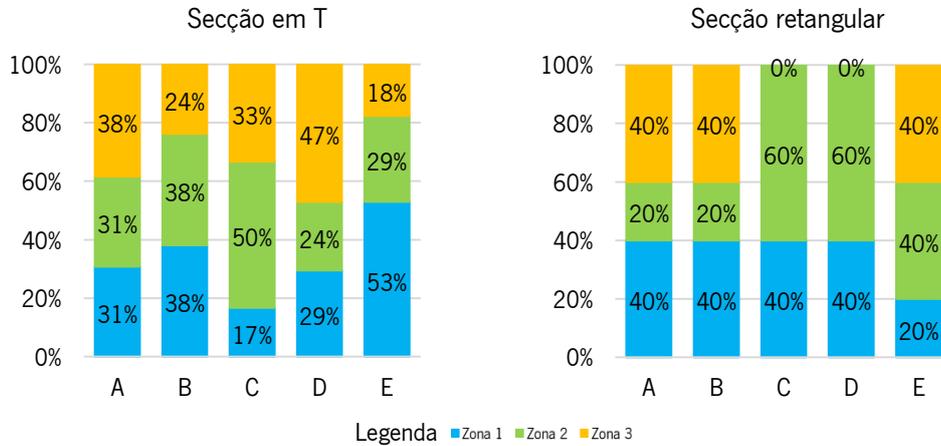


Figura 46 - Análise da influência da secção transversal da viga no desempenho das formulações analíticas.

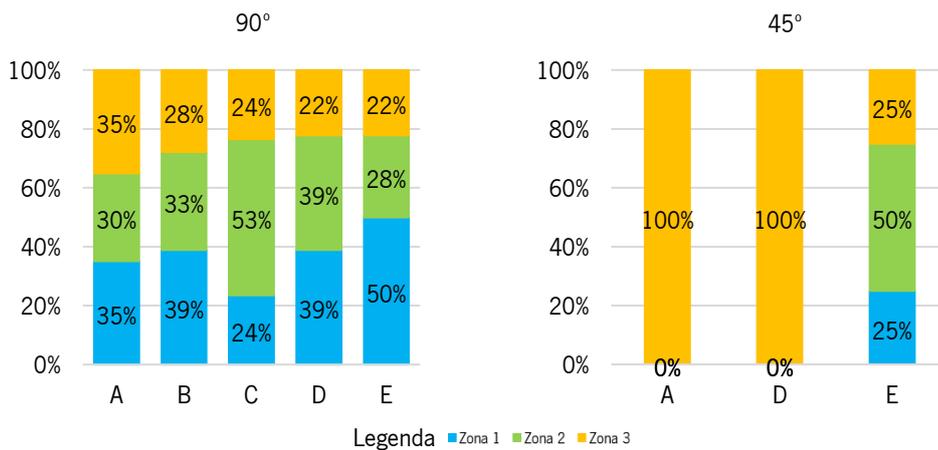


Figura 47 - Análise da influência da orientação do reforço no desempenho das formulações analíticas.

As vigas da base de dados têm soluções de reforço com o FRP colocado, relativamente ao eixo da viga, a 90° (na vertical) e a 45°. Tal como referido no Capítulo 3, as formulações B e C foram definidas apenas para soluções de reforço com o FRP colocado na vertical. Assim, no âmbito da análise da orientação do FRP, nas soluções de reforço a 45° existem apenas valores para as formulações A, D e E. Neste parâmetro, da mesma forma do ocorrido no tipo de secção transversal, a análise tem limitações ao nível das soluções de reforço a 45° pois apenas existem 4 vigas. De acordo com os dados da Figura 47, quando o reforço é aplicado a 90°, verifica-se que a formulação E é a que apresenta maior número de casos na zona de insegurança (50%), enquanto que a formulação C é a que apresenta menor número de casos na zona de insegurança (24%) e maior número de casos na zona de segurança (53%). No caso

das vigas analisadas com o reforço aplicado a 45° é possível verificar que as formulações A e D conduziram, para todos os casos, a valores associados à zona de sobredimensionamento do reforço (Zona 3). A formulação E conduziu a valores da contribuição do reforço do lado da segurança em 75% dos casos (50% na zona 2 e 25% na zona 3).

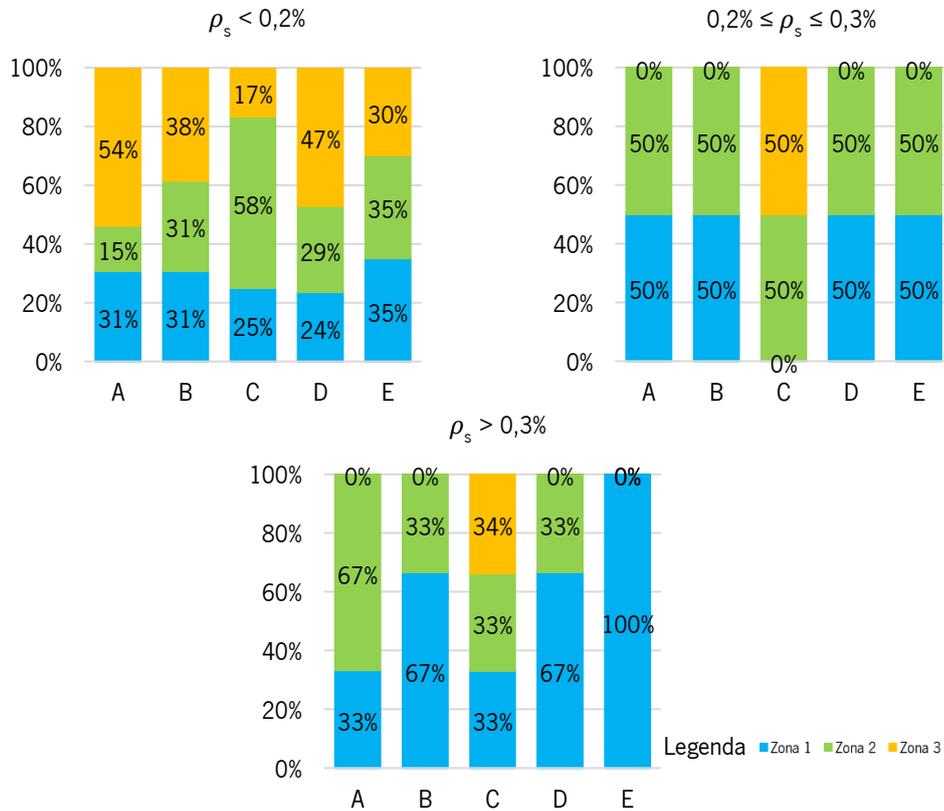


Figura 48 - Análise da influência da percentagem de armadura transversal ( $\rho_s$ ) no desempenho das formulações analíticas.

A percentagem de armadura transversal ( $\rho_s$ ) é um parâmetro considerado explicitamente nas formulações C e D e que pode condicionar o desempenho das formulações analíticas no cálculo da contribuição do reforço de FRP. De acordo com a informação apresentada na Figura 48, é possível verificar que a menor percentagem de vigas associadas à zona de insegurança foi alcançada, em todas as formulações, nos casos em que  $\rho_s < 0,2\%$ . Nas vigas com percentagem  $\rho_s > 0,3\%$ , as formulações B, D e E tiveram mais de dois terços das vigas na zona 1. A formulação C foi a que teve melhor desempenho para percentagens de  $\rho_s < 0,2\%$ . Neste contexto, referira-se que para valores de  $\rho_s$  compreendidos entre 0,2% e 0,3%, a formulação C conduziu sempre a valores do lado da segurança. Para vigas em que a percentagem de armadura transversal é superior a 0,3%, a formulação A teve melhor desempenho uma vez que apresenta maior número de casos na zona de segurança (Zona 2). Para este nível de  $\rho_s (> 0,3\%)$  verificou-se que a aplicação da formulação E conduziu a valores do lado da insegurança (Zona 1).

O parâmetro seguinte da presente análise diz respeito à percentagem de reforço de FRP ( $\rho_f$ ). Com efeito, este parâmetro pode condicionar o desempenho das formulações analíticas. De acordo com a Figura 49 é possível verificar que para vigas com percentagem de reforço inferior a 0,2%, as formulações A, B e D apresentaram um elevado número de casos na zona de sobredimensionamento do reforço (Zona 3). Nesta gama de percentagens de reforço  $\rho_f$  é de salientar também os 42% dos casos na zona 2 de segurança da formulação C e os 60% dos casos na zona 1 de insegurança da formulação E. Para vigas contendo percentagens de reforço ( $\rho_f$ ) inferiores a 0,2% e percentagens  $\rho_f$  compreendidas entre 0,2% e 0,3%, a formulação C é a que apresenta melhor desempenho, uma vez que apresenta maior número de casos na zona 2 de segurança e a que apresenta menor número de casos na zona 1 de insegurança. No caso das vigas com percentagens de reforço superiores a 0,3%, as formulações C e E são as que apresentam melhor desempenho. Com efeito, para estas duas formulações, quando  $\rho_f > 0,3\%$ , a percentagem de casos na zona 1 de insegurança é de 20%, enquanto que nas restantes formulações (A, B e D), associado à zona 1, existem 40% dos casos.

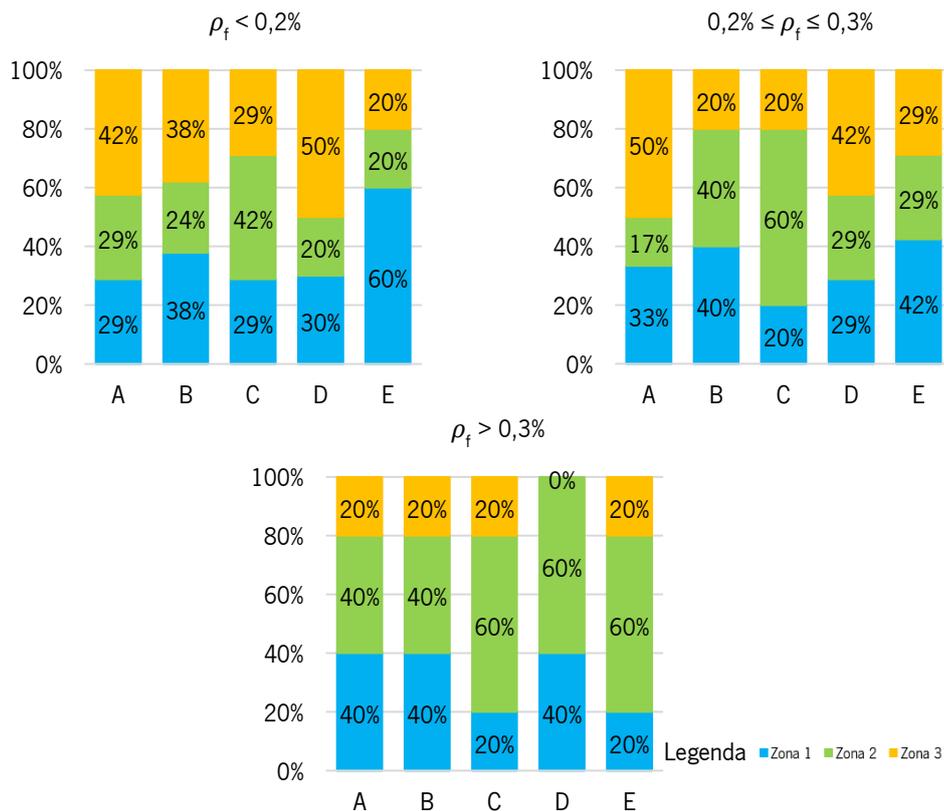


Figura 49 - Análise da influência da percentagem de reforço ( $\rho_f$ ) no desempenho das formulações analíticas.

A resistência média à compressão do betão ( $f_{cm}$ ) é um parâmetro que é considerado explicitamente nas formulações C, D e E e que pode condicionar o desempenho das formulações analíticas no cálculo da

contribuição do reforço de FRP. Na Figura 50 é possível verificar a existência de percentagens elevadas de vigas na zona 3 para valores de  $f_{cm}$  superiores a 30 MPa, designadamente nas formulações A, B e D. Para vigas que apresentam valores de resistência à compressão do betão inferiores a 30 MPa, a formulação C demonstra melhor desempenho uma vez que apresenta o menor número de casos na zona de insegurança (Zona 1). Para vigas com valores de resistência à compressão do betão compreendidos entre 30 MPa e 40 MPa, a formulação E tem o melhor desempenho pois garante em simultâneo o menor número de casos na zona 1 (25%) e o maior número de casos na zona 2 (50%). Para valores de resistência à compressão do betão superiores a 40 MPa, a formulação C apresenta o melhor desempenho para o cálculo da contribuição do reforço (78% dos casos do lado da segurança, sendo que em 56% dos casos o nível de segurança está associado à zona 2). Em termos gerais é possível verificar da análise da Figura 50 que as formulações têm desempenho diferente em função da gama de valores  $f_{cm}$  considerada ( $f_{cm} < 30$  MPa;  $30 \text{ MPa} \leq f_{cm} \leq 40$  MPa e  $f_{cm} > 40$  MPa).

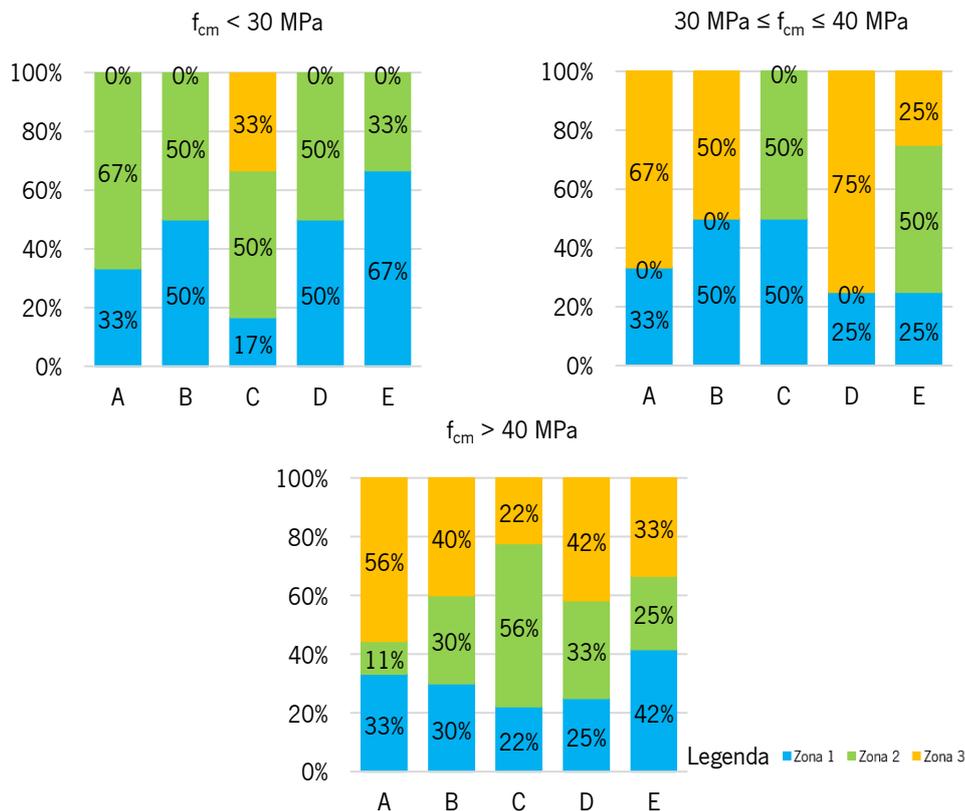


Figura 50 - Análise da influência da resistência média à compressão do betão ( $f_{cm}$ ) no desempenho das formulações analíticas.

Em relação à percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ), apesar de ser um parâmetro que não é considerado nas formulações analíticas, pode condicionar o desempenho das mesmas. Com base na análise da Figura 51, é possível verificar que, para  $\rho_{sl}$  inferior a 3,0%, a formulação C é a que apresenta

maior número de casos na zona 2 de segurança. No entanto, para valores de  $\rho_{sl}$  inferiores a 2,0%, as formulações que conduzem ao menor número de casos na zona 1 de insegurança são a D e a E. Relativamente à formulação E, verifica-se o aumento do número de casos na zona 1 à medida que sobe o valor do  $\rho_{sl}$ . Para os casos em que a percentagem de armadura longitudinal está compreendida entre 2,0% e 3,0%, as formulações A e D apresentam percentagens altas de casos na zona 3 de sobredimensionamento do reforço. Mediante a análise da Figura 51, a formulação C é a que apresenta melhor desempenho para vigas que apresentam percentagens de armadura longitudinal entre 2,0% e 3,0% e superiores a 3,0%.

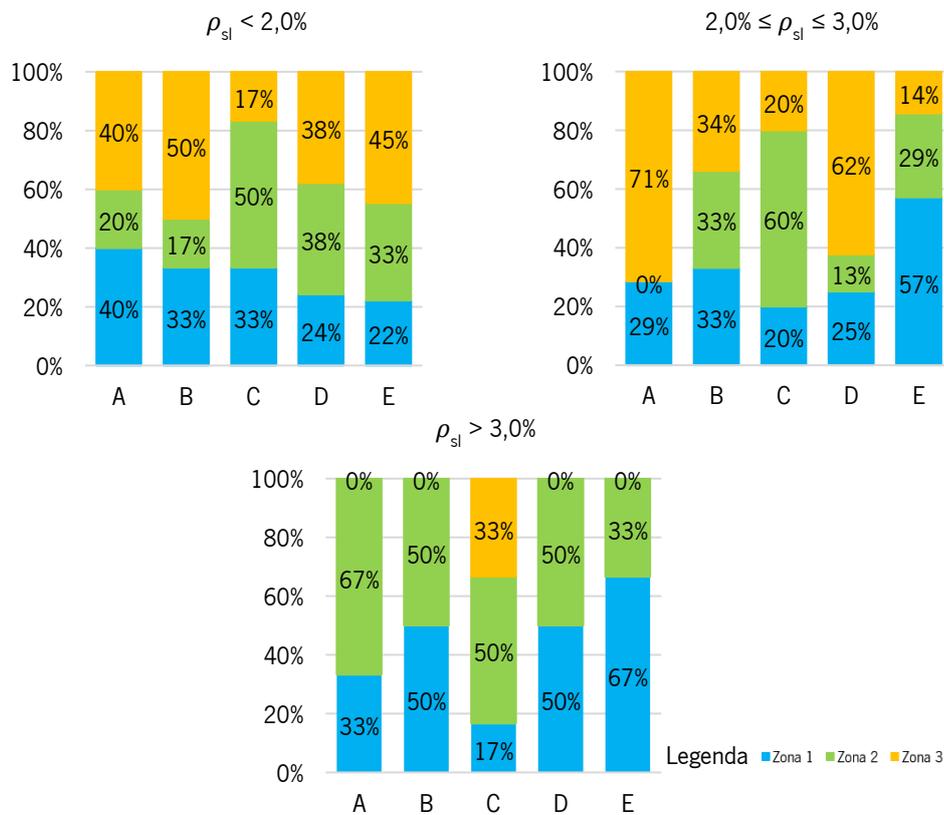


Figura 51 - Análise da influência da percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_{sl}$ ) no desempenho das formulações analíticas.

Por fim, o último parâmetro analisado diz respeito ao valor experimental da contribuição do reforço ETS de FRP na resistência ao esforço transversal ( $V_{f,exp.}$ ). Com efeito, trata-se de um parâmetro, que à semelhança dos parâmetros anteriores, pode influenciar o desempenho das formulações analíticas. De acordo com a análise da Figura 52, verifica-se que para valores de contribuição do reforço inferiores a 15 kN, as formulações tiveram um mau desempenho, uma vez que o número de casos na zona de insegurança (Zona 1) é bastante elevado (entre 67% na formulação C e os 86% nas formulações B e D). Contudo, com o aumento do valor da contribuição  $V_{f,exp.}$  as formulações apresentaram, de um modo

geral, melhor desempenho. Para valores de  $V_{f,exp.}$  compreendidos entre os 15 kN e os 35 kN, as formulações A, B e D apresentam a mesma percentagem de casos na zona 1 de insegurança (20%). No entanto, na zona 2 de segurança, a formulação D tem associado 60% dos casos, enquanto que as formulações A e B têm 20% de casos. Para esta gama de valores de  $V_{f,exp.}$ , a formulação C conduz a valores do lado da segurança (80% na zona 2 e 20% na zona 3), enquanto que a formulação E, em 50% dos casos conduz a valores do lado da insegurança e nos restantes 50% dos casos conduz a valores associados à zona 2. Para valores de  $V_{f,exp.}$  superiores a 35 kN, apenas a formulação E apresentou valores dentro da zona de insegurança (27% dos casos), enquanto que a formulação B foi a que apresentou melhor desempenho com 67% dos casos na zona 2 e 33% dos casos na zona 3.

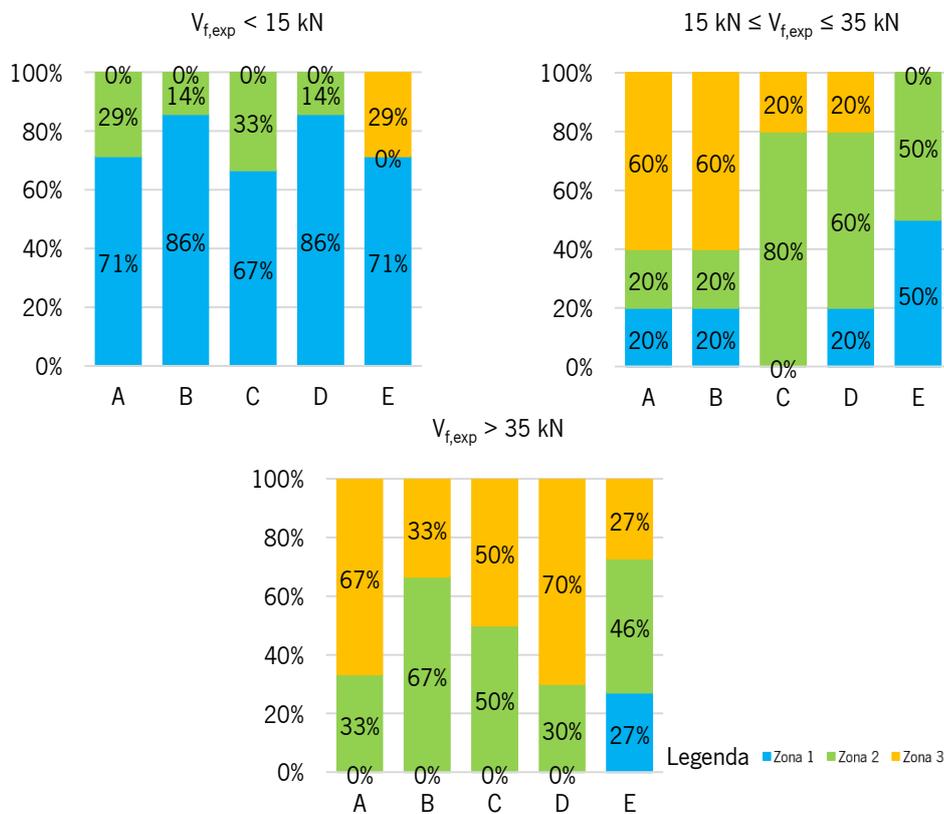


Figura 52 - Análise dos valores experimentais da contribuição do reforço na resistência ao esforço transversal ( $V_{f,exp.}$ ) no desempenho das formulações analíticas.

## 6. CONCLUSÕES GERAIS E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões que se podem retirar do trabalho desenvolvido no âmbito da presente dissertação. Além disso, são enunciadas algumas sugestões para desenvolvimento futuro.

### 6.1 CONCLUSÕES GERAIS

Esta dissertação realizada sobre o reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de FRP aplicados com a técnica ETS teve dois objetivos. O primeiro relacionado com o desenvolvimento de uma base de dados contendo resultados experimentais do ensaio de vigas de betão armado reforçadas ao corte com a técnica ETS usando compósitos de FRP. O segundo associado à avaliação do desempenho de cinco formulações analíticas existentes, no âmbito do cálculo da contribuição do FRP aplicado com a técnica ETS na resistência ao esforço transversal das vigas da base de dados desenvolvida. As formulações analíticas analisadas neste trabalho foram: Formulação A desenvolvida por Mofidi *et al.* (2012), Formulação B desenvolvida pela Concrete Society (TR55, 2012), Formulação C desenvolvida por Qapo (2016), Formulação D desenvolvida por Breveglieri *et al.* (2016) e Formulação E, também, desenvolvida por Breveglieri *et al.* (2016).

A base de dados desenvolvida contém resultados experimentais de 29 vigas de betão armado reforçadas ao corte com a técnica ETS com compósitos de FRP. Estas 29 vigas dizem respeito a oito programas experimentais distintos.

A aplicação das formulações analíticas às vigas da base de dados desenvolvida permitiu calcular o valor analítico da contribuição do reforço ETS com FRP na resistência ao esforço transversal das vigas ( $V_{f,ana}$ ), e comparar este valor com o valor experimentalmente obtido ( $V_{f,exp}$ ) por intermédio do fator K ( $K = V_{f,exp}/V_{f,ana}$ ). Os resultados obtidos permitem concluir que para as formulações analíticas em estudo, em média, o fator K foi igual ou superior 1,0. Concretamente, o valor médio de K foi de 1,8, 1,2, 1,3, 1,4 e 1,0, respetivamente, para as formulações A, B, C, D e E.

Apesar de em termos médios o critério de segurança estar garantido ( $K = V_{f,exp}/V_{f,ana} \geq 1,0$ ) a percentagem de casos na zona de insegurança (zona com  $K = V_{f,exp}/V_{f,ana} < 1,0$ , definida como zona 1) foi de 33%, 39%, 24%, 32% e 45%, respetivamente, para as formulações A, B, C, D e E. Neste contexto, refira-se que a percentagem de casos na zona 2 (zona com K compreendido entre 1,0 e 1,5) foi de 28%,

33%, 53%, 32% e 32%, respetivamente, para as formulações A, B, C, D e E. A percentagem de casos na zona 3 (zona com K superior a 1,5) foi de 39%, 28%, 24%, 36% e 23%, respetivamente, para as formulações A, B, C, D e E. Assim, a formulação que apresentou maior número de casos na zona 2 foi a formulação C (53% dos casos), a formulação que tem associado um maior número de casos na zona 1 foi a formulação E (45%) e a formulação que apresentou maior número de casos na zona 3 foi a formulação A (39%).

O desempenho das formulações analíticas foi também analisado considerando um sistema de classificação por penalizações tendo em conta a segurança estrutural, que permitiu por exemplo considerar que é mais gravoso o fator K estar do lado da insegurança do que o fator K estar do lado do sobredimensionamento do reforço ETS com FRP. Nesta análise, a formulação B e a formulação E foram as que obtiveram maior número de pontos de penalização por viga (ou seja, as que tiveram pior desempenho), com 4,6 e 5,0 pontos, respetivamente. A formulação C foi a que teve melhor desempenho com 2,5 pontos de penalização por viga. As formulações A e D tiveram ambas 3,9 pontos de penalização por viga.

Ainda no que se refere à aplicação das formulações analíticas, verificou-se que o seu desempenho é influenciado por fatores como o tipo de secção transversal da viga, a orientação com que o reforço de FRP é aplicado, a percentagem de armadura transversal, a percentagem de reforço de FRP, a percentagem de armadura longitudinal, o valor da resistência média à compressão do betão e o valor experimental da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal.

## 6.2 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Nesta secção são apresentadas algumas sugestões para desenvolvimentos futuros, nomeadamente:

- Ampliação da base de dados para a tornar mais robusta, inserindo resultados de novos programas experimentais referentes a ensaios de vigas de betão armado reforçadas ao corte com compósitos de FRP aplicados com a técnica ETS;
- Introdução da base de dados e das formulações analíticas na DABASUM permitindo assim alargar o campo de aplicação desta ferramenta informática;
- Realização de uma análise mais robusta do desempenho das formulações analíticas apresentadas, tendo como base um maior número de resultados experimentais, com o objetivo de proceder a hipotéticas calibrações que permitam aumentar o referido desempenho, ou seja, aumentar a fiabilidade das formulações analíticas.

## 7.REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abdelgilil E.G., Fawzy. K., Sallam E.A. and Hassan S.H. (2019). Study of Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams Using Embedded Bars and CFRP. *Port - Said Engineering Research Journal*, 23 (1), 25-38.
- Amran, M.Y.H., Alyousef, R., Rashid, R.S.M., Alabduljabbar, H. and Hung, C.C. (2018). Properties and applications of FRP in strengthening RC structures: A review. *Structures*, 16, 208-238.
- Appleton, J. e Gomes, A., (1997). Reforço de estruturas de betão armado por adição de armaduras exteriores. *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*. nº41, janeiro, pp. 15-20.
- Barros, J.A. (2007). Materiais compósitos no reforço de estruturas de betão - parte I: Propriedades e técnicas. *Revista Técnico - Científica de Engenharia Civil*. ISSN 1645-1767, 22, 26-35.
- Barros, J.A.O. and Dalfré, G.M. (2013). Assessment of the Effectiveness of the Embedded Through-Section Technique for the Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams. *Strain*, 49, 75-93.
- Bianco, V., Monti, G. and Barros, J.A.O. (2014). Design formula to evaluate the NSM FRP strips shear strength contribution to a RC beam. *Composites: Part B*, 56, 960-971.
- Breveglieri, M. (2014). Shear strengthening of RC beams using the Embedded Through-Section Technique. PhD Thesis, Università degli Studi di Ferrara, Italy.
- Breveglieri, M., Aprile, A. and Barros, J.A.O. (2015). Embedded Through-Section shear strengthening technique using steel and CFRP bars in RC beams of different percentage of existing stirrups. *Composite Structures*, 126, 101-113.
- Breveglieri, M., Aprile, A. and Barros, J.A.O. (2016). RC beams strengthened in shear using the Embedded Through-Section technique: Experimental results and analytical formulation. *Composites Part B: Engineering*, 89, 266-281.
- Brindley, M. (2018). Shear Assessment and Strengthening of Reinforced Concrete T-beams with Externally Bonded CFRP Sheets. PhD Thesis, University of Bath.
- Bui, L.V.H., Stitmannathum, B. and Ueda, T. (2020). Experimental Investigation of Concrete Beams Strengthened with Embedded Through-Section Steel and FRP Bars. *Journal of Composites for Construction*, 24 (5): 04020052.
- Carolin, A. (2003). Carbon fibre reinforced polymers for strengthening of structural elements. PhD thesis, Lulea University of Technology.
- Chaallal, O., Mofidi, A., Benmokrane, B. and Neale, K. (2011). Embedded Through-Section FRP Rod Method for Shear Strengthening of RC Beams: Performance and Comparison with Existing Techniques. *Journal of Composites for Construction*, 15, 374-383.
- Chalioris, C.E., Kosmidou, P.M.K. and Papadopoulos, N.A. (2018). Investigation of a New Strengthening Technique for RC Deep Beams Using Carbon FRP Ropes as Transverse Reinforcements. *Fibers*, 6, 52.

- Dias, S.J.E. e Barros, J.A.O. (2006). Influência da percentagem e orientação de laminados de CFRP no reforço ao corte de vigas de betão armado. Anais do VIº Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, Brasil, 9-11 abril.
- Dias, S.J. (2008). Investigação experimental e analítica no reforço ao corte de vigas de betão armado com a técnica de inserção de laminados de CFRP. Tese de Douturamento, Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Portugal.
- El-Maaddawy T. and Chekfeh Y. (2013). Shear Strengthening of T-Beams with Corroded Stirrups Using Composites. *ACI Structural Journal*, 110 (5), 779-790.
- El-Maaddawy, T. (2015). Restoration of Concrete Beams Presubjected to Cycles of Shear Damage. *ACI Structural Journal*, 112 (3), 347-358.
- Ghaffary, A., and Moustafa, A.M. (2020). Synthesis of Repair Materials and Methods for Reinforced Concrete and Prestressed Bridge Girders. *Materials*, 13 (18), 4079.
- Heiza, K., Nabil, A., Meleka, N. and Tayel, M. (2014). State-of-the Art Review: Strengthening of Reinforced Concrete Structures - Different Strengthening Techniques. Sixth International Conference on NANO-TECHNOLOGY IN CONSTRUCTION, Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, Menofia University, Egypt.
- Ibrahim, M., Wakjira, T. and Ebead, U. (2020). Shear strengthening of reinforced concrete deep beams using near-surface mounted hybrid carbon/glass fibre reinforced polymer strips. *Engineering Structures*, 210: 110412.
- Jemaa, Y., Jones, C. and Dirar, S. (2021). Deep embedment strengthening of full-scale shear-deficient reinforced concrete beams. The 12th International Symposium on Fiber Reinforced Polymers for Reinforced Concrete Structures and The 5th Asia-Pacific Conference on Fiber Reinforced Polymers in Structures, 14-16, December, Nanjing, China.
- Khalifa, A.M. (1999). Shear performance of reinforced concrete beams strengthened with advanced composites. PhD Thesis, Structural Engineering Department, Alexandria University, Egypt.
- Marques, N.F.A.A. (2008). Procedimentos de Aplicação e Controlo de Qualidade para Reforço com Sistemas Compósitos de FRP. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal.
- Mimoso, R.M.L. (2015). Reforço ao corte de vigas de betão armado com compósitos de CFRP: valores experimentais vs valores analíticos. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Portugal.
- Mofidi, A., Chaallal, O., Benmokrane, B. and Neale, K. (2012). Experimental Tests and Design Model for RC Beams Strengthened in Shear Using the Embedded Through-Section FRP Method. *Journal of Composites for Construction*, 16, 540-550.
- Moradi, E., Naderpour, H. and Kheyroddin, A. (2020). An experimental approach for shear strengthening of RC beams using a proposed technique by embedded through-section FRP sheets. *Composite Structures*, 238: 111988.
- Qapo, M.K. (2016). Nonlinear finite element modelling of FRP Shear- Strengthened prestressed and reinforced concrete beams. PhD Thesis, University of Birmingham, England.

- Qapo, M., Dirar, S. and Jemaa, Y. (2016). Finite element parametric study of reinforced concrete beams shear-strengthened with embedded FRP bars. *Composite Structures*, 149, 93-105.
- Qin, S. (2016). Shear behaviour of corroded reinforced concrete T-Beams repaired with fibre reinforced polymer systems. PhD Thesis, University of Birmingham, England.
- Qin, S., Dirar, S., Yang, J., Chan, A.H.C. and Elshafie, M. (2015). CFRP shear Strengthening of reinforced concrete T-Beams with corroded shear links. *Journal of Composites for Construction*, 19 (5).
- Raicic, V., Ibell, T., Darby, A., Evernden, M. and Orr, J. (2016). Deep embedment shear strengthening of continuous reinforced concrete T-beams. 11<sup>th</sup> fib International PhD Symposium in Civil Engineering, Tokyo, Japan, 29-31 August, University of Tokyo.
- Raicic, V., Ibell, T., Darby, A., Evernden, M. and Orr, J. (2017a). Prolonging the Life of our Concrete Structures: Deep Embedment Shear Strengthening of Continuous RC T-beams. IABSE Conference - Creativity and Collaboration, Bath, United Kingdom, 19-20 April, University of Bath.
- Raicic, V., Ibell, T., Darby, A., Evernden, M. and Orr, J. (2017b). Deep Embedment FRP/Steel bar technique for shear strengthening of continuous Reinforced Concrete T-beams. Next Generation Design Guidelines for Composites in Construction, April, University of Bath.
- Rodrigues, T.J.S. (2009). Reforço de estruturas com FRP's. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Aveiro, Portugal.
- Silva, J.D.P. (2013). Comportamento ao fogo de vigas de betão armado reforçadas à flexão com laminados de fibras de carbono (CFRP). Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Instituto Politécnico de Lisboa, Portugal.
- Soares, S.R.R. (2017). Estruturas de betão armado reforçadas com laminados de CFRP: caracterização da aderência e do comportamento em flexão. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Portugal.
- Sogut, K., Dirar, S., Theofanous, M., Faramarzi, A. and Nayak, A.N. (2021). Effect of transverse and longitudinal reinforcement ratios on the behaviour of RC T-beams shear-strengthened with embedded FRP BARS. *Composite Structures*, 262: 113622.
- Valerio, P., Ibell, T.J. and Darby, A.P. (2009). Deep embedment of FRP for concrete shear strengthening. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings*, 162 (5), 311-21.

Tabela 24 - Informações gerais das vigas da base de dados desenvolvida.

Nº	Ref.	Designação	Secção <sup>(a)</sup>	b <sub>w</sub> (mm)	h <sub>w</sub> (mm)	d (mm)	L (mm)	a/d	f <sub>cm</sub> (MPa)	ρ <sub>sl</sub> (%) <sup>(b)</sup>	φ <sub>s</sub> (mm)	s <sub>s</sub> (mm)	ρ <sub>s</sub> (%) <sup>(c)</sup>	E <sub>s</sub> (GPa)	FRP <sup>(d)</sup>	φ <sub>f</sub> (mm)	s <sub>f</sub> (mm)	β (°)	ρ <sub>f</sub> (%) <sup>(e)</sup>	f <sub>tu</sub> (MPa)	E <sub>f</sub> (GPa)	ε <sub>fu</sub> (%)	Modo de rotura <sup>(f)</sup>	V <sub>u,1</sub> (kN)	V <sub>u,2</sub> (kN)	V <sub>f,exp.</sub> (kN) <sup>(g)</sup>	Eficácia do reforço (%) <sup>(h)</sup>
1	[1]	C150	T	150	350	320	2400	3,0	49,8	1,3	4	150	0,1	-	C	6	150	90	0,13	2170	124	18,1	Sh	209,0	123,0	86,0	70
2	[1]	G150	T	150	350	320	2400	3,0	49,8	1,3	4	150	0,1	-	G	6	150	90	0,13	827	46	19,4	Sh	205,0	123,0	82,0	67
3	[1]	C75	T	150	350	320	2400	3,0	49,8	1,3	4	150	0,1	-	C	6	75	90	0,25	2170	124	18,1	Fl	219,0	123,0	96,0	78
4	[1]	G75	T	150	350	320	2400	3,0	49,8	1,3	4	150	0,1	-	G	6	75	90	0,25	827	46	19,4	Fl	222,0	123,0	99,0	81
5	[1]	C150Z	T	150	350	320	2400	3,0	49,8	1,3	4	150	0,1	-	C	6	150	45	0,18	2170	124	18,1	Sh	222,0	123,0	99,0	81
6	[1]	G150Z	T	150	350	320	2400	3,0	49,8	1,3	4	150	0,1	-	G	6	150	45	0,18	827	46	19,4	Sh	191,0	123,0	68,0	55
7	[2]	2S-C180-90	T	180	400	362	2250	2,5	32,3	2,8	6	300	0,1	200	C	8	180	90	0,16	-	160	12,0	Sh	222,3	145,2	77,1	53
8	[2]	2S-C180-45	T	180	400	362	2250	2,5	32,3	2,8	6	300	0,1	200	C	8	180	45	0,22	-	160	12,0	Sh	320,8	145,2	175,6	121
9	[2]	4S-C180-90	T	180	400	362	2250	2,5	32,3	2,8	6	180	0,2	200	C	8	180	90	0,16	-	160	12,0	Sh	226,1	212,3	13,9	7
10	[2]	4S-C180-45	T	180	400	362	2250	2,5	32,3	2,8	6	180	0,2	200	C	8	180	45	0,22	-	160	12,0	Sh	370,1	212,3	157,8	74
11	[3]	S0-12d130s	T	152	406	350	3110	3,0	25,0	3,7	-	-	-	-	C	12,7	130	90	0,64	1885	148	12,7	Sh	180,8	81,3	99,5	122
12	[3]	S1-9d260s	T	152	406	350	3110	3,0	29,6	3,7	8	175	0,4	-	C	9,5	260	90	0,18	1885	148	12,7	Sh	260,3	232,2	14,0	6
13	[3]	S1-12d260s	T	152	406	350	3110	3,0	29,6	3,7	8	175	0,4	-	C	12,7	260	90	0,32	1885	148	12,7	Sh	266,6	232,2	20,3	8
14	[3]	S1-12d130s	T	152	406	350	3110	3,0	25,0	3,7	8	175	0,4	-	C	12,7	130	90	0,64	1885	148	12,7	Fl	263,6	232,2	31,4	14
15	[3]	S1-9d260p	T	152	406	350	3110	3,0	29,6	3,7	8	175	0,4	-	C	9,5	260	90	0,18	2800	155	18,0	Sh	280,7	232,2	34,4	14
16	[3]	S3-12d130s	T	152	406	350	3110	3,0	29,6	3,7	8	260	0,3	-	C	12,7	130	90	0,64	1885	148	12,7	Sh	281,8	194,7	87,1	45
17	[4]	SSB R3d-C6@0.7d	R	110	190	150	2600	3,0	47,7	0,9	-	-	-	-	C	6	105	90	0,24	2060	124	17,0	Sh	46,4	23,5	22,9	97
18	[4]	SSB R3d-C6@0.5d	R	110	190	150	2600	3,0	47,7	0,9	-	-	-	-	C	6	75	90	0,33	2060	124	17,0	Sh	50,5	23,5	27,0	115
19	[4]	SSB R3d-C6@0.35d	R	110	190	150	2600	3,0	47,7	0,9	-	-	-	-	C	6	52,5	90	0,49	2060	124	17,0	Fl	53,5	23,5	30,0	128
20	[4]	SSB Rst3d-C6@0.7d	R	110	190	150	2600	3,0	47,7	0,9	3	100	0,1	201	C	6	105	90	0,24	2060	124	17,0	Fl	56,5	31,5	25,0	79
21	[5]	S/2,0/G3,82	T	75	325	290	2700	3,1	41,0	2,0	4	300	0,1	200	G	6	300	90	0,13	900	46	19,0	Sh	68,7	65,5	3,2	5
22	[5]	S/2,7/G3,82	T	75	325	282	2700	3,2	41,0	2,7	4	300	0,1	200	G	6	300	90	0,13	900	46	19,0	Sh	68,7	75,5	-	-
23	[5]	S/2,7/C1,35	T	75	325	282	2700	3,2	41,0	2,7	4	300	0,1	200	C	6	300	90	0,13	2300	130	17,0	Sh	103,6	75,5	28,1	37
24	[6]	R00	T	125	360	295	2200	3,1	17,4	5,3	8	275	0,3	186	C	10	275	90	0,23	2172	124	17,5	Sh	142,0	143,0	11,8	9
25	[7]	Specimen 8	R	110	220	189	2250	3,2	47,2	1,1	-	-	-	-	A	10	200	90	0,36	1500	60	24,0	Sh	32,0	22,5	8,4	42
26	[7]	Specimen 9	R	110	220	189	2250	3,2	47,2	1,1	-	-	-	-	A	7,5	200	90	0,20	1500	60	24,0	Sh	32,0	22,5	8,4	42
27	[7]	Specimen 10	R	110	220	189	2250	3,2	47,2	1,1	-	-	-	-	A	10	300	90	0,24	1500	60	24,0	Sh	30,0	22,5	6,4	33
28	[8]	LBDE	T	300	720	600	4200	3,5	49,0	2,7	8	360	0,1	-	C	10	360	90	0,15	-	124	-	Sh	605,0	472,0	133,0	28
29	[8]	MBDE	T	225	540	450	3150	3,5	50,9	2,9	6	270	0,1	-	C	10	270	90	0,26	-	124	-	Sh	482,0	322,0	160,0	50

[1] Raicic *et al.* (2017b); [2] Breveglieri *et al.* (2015); [3] Mofidi *et al.* (2012); [4] Valerio *et al.* (2009); [5] Sogut *et al.* (2021); [6] Qin *et al.* (2015); [7] Qapo *et al.* (2016); [8] Brindley (2018).

(a) T é secção transversal em T e R é secção transversal retangular; (b) Percentagem de armadura longitudinal:  $\rho_{sl} = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \times 100$ ; (c) Percentagem de armadura transversal:  $\rho_s = \frac{A_s}{b_w \cdot s_s} \times 100$ ; (d) C - CFRP (Polímeros reforçados com fibras de carbono), G - GFRP (Polímeros reforçados com fibras de vidro), A - AFRP (Polímeros reforçados com fibras de aramida); (e) Percentagem de reforço:  $\rho_f = \frac{A_f}{b_w \cdot s_f} \times 100$ ; (f) Sh - Rotura por corte, Fl - Rotura por flexão (g)  $V_{f,exp.} = V_{u,1} - V_{u,2}$ ; (h) Eficácia do reforço  $= \frac{V_{u,1} - V_{u,2}}{V_{u,2}} \times 100$ .

# ANEXO B

## Exemplo 1

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica ETS na determinação do valor da contribuição  $V_f$  na resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado. A viga analisada é a S1-9d260s testada por Mofidi *et al.* (2012). Na Figura 53 apresentam-se as informações relativas à geometria da viga. Na Tabela 25 estão descritos os parâmetros necessários à aplicação das formulações.

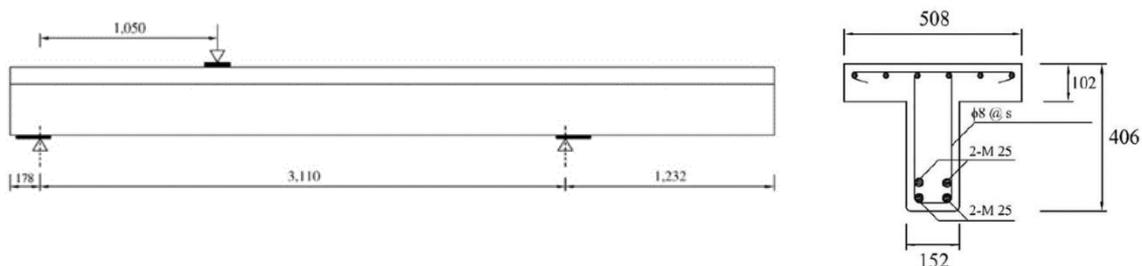


Figura 53 - Informações geométricas da viga testada por Mofidi *et al.* (2012).

Tabela 25 - Parâmetros necessários para a aplicação das formulações (Mofidi *et al.*, 2012).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da viga	$h_w$ (mm)	406
Altura útil	$d$ (mm)	350
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	152
Relação entre o vão de corte e a altura útil	$a/d$	3,0
Altura reforçada	$h$ (mm)	406
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	29,6
Módulo de elasticidade do aço da armadura transversal	$E_s$ (GPa)	200
Diâmetro dos estribos	$\phi_s$ (mm)	8
Espaçamento dos estribos	$s_s$ (mm)	175
Percentagem de estribos	$\rho_s$ (%)	0,38
Módulo de elasticidade do FRP	$E_f$ (GPa)	148
Diâmetro do FRP	$\phi_f$ (mm)	9,5
Espaçamento entre os varões de FRP	$s_f$ (mm)	260
Percentagem de reforço	$\rho_f$ (%)	0,18
Orientação do reforço	$\beta$ (°)	90
Ângulo da fenda diagonal de corte em relação ao eixo longitudinal da viga	$\theta$ (°)	45
Máxima tensão de aderência	$\tau_m$ (MPa)	8,4
Deslizamento correspondente à máxima tensão de aderência	$s_m$ (mm)	0,08
Parâmetro de ajuste	$\zeta$	0,09
Resistência inicial da ligação coesiva do adesivo	$\tau_0$ (MPa)	16
Deslizamento correspondente ao fim do amaciamento do atrito	$\delta_1$ (mm)	6
Ângulo entre o eixo da viga e as geratrizes da superfície cónica do betão	$\alpha$	28,5°

Tabela 26 - Formulação A - Mofidi *et al.* (2012).

Procedimento	Cálculo
<p><b>1 - Obtenção do valor da extensão efetiva do varão de FRP:</b></p> <p>O valor da extensão efetiva do FRP é obtido pela expressão (3.2):</p> $\varepsilon_f = \sqrt{\frac{8}{\phi_f \cdot E_f} \cdot \left( \frac{\tau_m \cdot s_m}{1 + \zeta} \right)} \leq 0,004$	$\varepsilon_f = \sqrt{\frac{8}{9,5 \cdot 148000} \cdot \left( \frac{8,4 \cdot 0,08}{1 + 0,09} \right)} = 0,0019$ <p>Logo, <math>\varepsilon_f = 0,0019</math></p>
<p><b>2 - Obtenção do valor da tensão efetiva no varão de FRP, comprimento mínimo de ancoragem e dos parâmetros <math>K_L</math> e <math>K_S</math></b></p> <p>O valor da tensão efetiva no varão de FRP é calculado por intermédio da expressão (3.5):</p> $f_{(s_m)} = \sqrt{\frac{8 \cdot E_f \cdot \tau_m \cdot s_m}{\phi_f \cdot (1 + \zeta)}}$ <p>O valor do comprimento mínimo de ancoragem (<math>L_{eff}</math>) é dado pela expressão (3.4):</p> $L_{eff(s_m)} = \frac{f_{(s_m)} \cdot \phi_f \cdot (1 + \zeta)}{4 \cdot \tau_m}$ <p>O parâmetro <math>K_L</math> é calculado por intermédio das condições da expressão (3.3):</p> $K_L = \begin{cases} 1 & \frac{d_f}{2} \geq L_{eff} \\ \frac{d_f}{2} & \frac{d_f}{2} < L_{eff} \end{cases}$ <p>Sendo que <math>d_f</math> é o maior valor entre: 0,72<math>h_w</math> e 0,9<math>d</math></p> <p>O parâmetro <math>K_S</math> é obtido mediante as seguintes condições:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se <math>s_S &lt; 2/3d</math>, <math>K_S</math> toma o valor de 0,6.</li> <li>- Se <math>s_S \geq 2/3d</math> ou nulo, <math>K_S</math> toma o valor de 1.</li> </ul>	$f_{(s_m)} = \sqrt{\frac{8 \cdot 148000 \cdot 8,4 \cdot 0,08}{9,5 \cdot (1 + 0,09)}} = 277,2 \text{ MPa}$ $L_{eff(s_m)} = \frac{277,2 \cdot 9,5 \cdot (1 + 0,09)}{4 \cdot 8,4} = 93,9 \text{ mm}$ <p>Obtenção de <math>d_f = \min(0,72h_w; 0,9d)</math></p> <p>0,72·406 = 292,3 mm 0,9·350 = 315,0 mm</p> <p>Logo, <math>d_f = 315,0 \text{ mm}</math></p> <p>Parâmetro <math>K_L</math></p> $\frac{d_f}{2} = \frac{315}{2} = 157,5 \geq L_{eff} = 93,9 \rightarrow K_L = 1$ <p>Parâmetro <math>K_S</math></p> $\frac{2}{3} \cdot d = \frac{2}{3} \cdot 350 = 233,3 \text{ mm}$ <p>Como o espaçamento da armadura transversal é de 175 mm, o parâmetro <math>K_S</math> toma o valor de 0,6.</p>

<p><b>3 - Obtenção do valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transverso</b></p> <p>O valor da contribuição do FRP na resistência ao esforço transverso é obtido a partir da expressão (3.1):</p> $V_f = K_L \cdot K_s \frac{A_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_f \cdot d_f \cdot (\sin\beta + \cos\beta)}{S_f}$	$V_f = 1 \cdot 0,6 \cdot \frac{70,9 \cdot 148000 \cdot 0,0019 \cdot 315,0 \cdot (\sin(90) + \cos(90))}{260}$ $V_f = 14492,72 \text{ N}$ $= 14,49 \text{ kN}$
---	--

Tabela 27 - Formulação B - TR55 (2012).

Procedimento	Cálculo
<p><b>1 - Obtenção do valor do comprimento máximo de ancoragem e da largura efetiva do material</b></p> <p>O comprimento máximo de ancoragem é obtido usando a expressão (3.8):</p> $l_{b, \text{máx}} = \frac{\varepsilon_f \cdot E_f \cdot A_f}{\left( \pi \cdot \phi_f \cdot \frac{\tau_b}{\gamma_A} \right)}$ <p>A largura efetiva do material é calculada por intermédio da expressão (3.7):</p> $W_{\text{eff}} = (h - 2 l_{b, \text{máx}})$	$l_{b, \text{máx}} = \frac{0,004 \cdot 148000 \cdot 70,9}{\left( \pi \cdot 9,5 \cdot \frac{15}{1} \right)} = 93,8 \text{ mm}$ $W_{\text{eff}} = (406 - 2 \cdot 93,8) = 218,4 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção do valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transverso</b></p> <p>O valor da contribuição do FRP na resistência ao esforço transverso é calculado por intermédio da expressão (3.6):</p> $V_f = \frac{\varepsilon_f \cdot E_f \cdot A_f}{S_f} \cdot W_{\text{eff}}$	$V_f = \frac{0,004 \cdot 148000 \cdot 70,9}{260} \cdot 218,4$ $V_f = 35257,15 \text{ N}$ $= 35,26 \text{ kN}$

Tabela 28 - Formulação C - Qapo (2016).

Procedimento	Cálculo
<p><b>1 - Obtenção do valor da extensão efetiva do varão de FRP</b></p> <p>A extensão efetiva do FRP é obtida pela expressão (3.10):</p> $\varepsilon_{fe}^* = 4,2 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{\frac{f_{cm} \cdot E_f}{S_f} \cdot \frac{(d)^{1,5} \cdot e^{-336\rho_s}}{(a/d) \cdot (A_f)^{0,7}}}$	$\varepsilon_{fe}^* = 4,2 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{\frac{29,6 \cdot 148000}{260} \cdot \frac{(350)^{1,5} \cdot e^{-336 \cdot 0,0038}}{(3,0) \cdot (70,9)^{0,7}}}$ $= 0,0017 = 0,17\%$

<p><b>2 - Obtenção do valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal é calculado a partir da expressão (3.9):</p> $V_f = \varepsilon_{fe}^* \cdot E_f \cdot A_f$	$V_f = 0,0017 \cdot 148000 \cdot 70,9$ $= 17838,44 \text{ N}$ $= 17,84 \text{ kN}$
--	--

Tabela 29 - Formulação D - Breveglieri *et al.* (2016): modelo com base experimental.

Procedimento	Cálculo
<p><b>1 - Obtenção do valor da extensão efetiva do varão de FRP</b></p> <p>A extensão efetiva do FRP é obtida por intermédio da expressão (3.13):</p> $\varepsilon_f = -1,067 \cdot \left\{ \frac{(E_f \cdot \rho_f + E_s \cdot \rho_s)}{(f_{cm})^{\frac{2}{3}}} \right\} - 0,003 \cdot \beta + 0,566$	$\varepsilon_f = -1,067 \cdot \left( \frac{148 \cdot 0,0018 + 200 \cdot 0,0038}{(29,6)^{\frac{2}{3}}} \right)$ $- 0,003 \cdot 90 + 0,566$ $= 0,182\%$
<p><b>2 - Obtenção do valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal é calculado a partir da expressão (3.11):</p> $V_f = h_w \cdot \frac{A_f}{s_f} \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \sin\beta$	$V_f = 406 \cdot \frac{70,9}{260} \cdot \frac{0,182}{100} \cdot 148000 \cdot (\cot(45) + \cot(90)) \cdot \sin(90)$ $= 29821,67 \text{ N}$ $= 29,82 \text{ kN}$

Tabela 30 - Formulação E - Breveglieri *et al.* (2016): modelo com base mecânica.

Procedimento	Cálculo
<p><b>1 - Obtenção do número mínimo de varões que cruzam efetivamente a fenda de corte e o valor médio do comprimento de ligação disponível</b></p> <p>Número mínimo de varões que cruzam a fenda de corte crítica efetivamente é obtido usando a expressão (3.14):</p> $N_{f,int}^l = \text{int} \left[ h_w \cdot \frac{(\cot\theta + \cot\beta)}{s_f} \right]$	$N_{f,int}^l = \text{int} \left[ 406 \cdot \frac{(\cot(45) + \cot(90))}{260} \right]$ $= 1,562 = 1$ $\frac{406}{2} \cdot (\cot(45) + \cot(90)) = 203$ $L_f = \frac{406}{\sin(90)} = 406 \text{ mm}$

<p>Comprimento de ligação disponível é obtido usando a expressão (3.16):</p> $L_{fi} = \begin{cases} i \cdot s_f \cdot \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + \beta)} & \text{para } x_{fi} < \frac{h_w}{2} \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \\ L_f - i \cdot s_f \cdot \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + \beta)} & \text{para } x_{fi} \geq \frac{h_w}{2} \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \end{cases}$ <p>em que <math>x_{fi}</math> é obtido pela expressão (3.17):</p> $x_{fi} = i \cdot s_f$ <p>Valor médio do comprimento de ligação disponível é obtido usando a expressão (3.15):</p> $\bar{L}_{Rfi} = \frac{1}{N_{f,int}^l} \cdot \sum_{i=1}^{N_{f,int}^l} L_{fi}$	<p>- Cálculo de <math>L_{f1}</math></p> $x_{f1} = 1 \cdot 260 = 260 \text{ mm}$ $L_{f1} = 406 - 260 \cdot \frac{\sin(45)}{\sin(45 + 90)} = 146 \text{ mm}$ $\bar{L}_{Rfi} = \frac{1}{1} \cdot \sum_{i=1}^1 (146) = 146 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção das constantes, do comprimento efetivo de ligação e do comprimento da ligação do varão do reforço</b></p> <p>Área da secção transversal do prisma correspondente ao betão envolvente [expressão (3.19)]:</p> $A_c = s_f \cdot \frac{b_w}{2}$ <p>Perímetro efetivo da secção transversal do varão de reforço [expressão (3.20)]:</p> $L_p = \phi_f \cdot \pi$ <p>Módulo de elasticidade do betão [expressão (3.21)]:</p> $E_c = 2,15 \cdot 10000 \cdot (f_{cm}/10)^{1/3}$ <p>Resistência à tração do betão [expressão (3.22)]:</p> $f_{ctm} = 1,4 \cdot ((f_{cm} - 8)/10)^{2/3}$ <p>Constante de modelação da ligação [expressão (3.23)]:</p> $J_1 = \frac{L_p}{A_f} \cdot \left[ \frac{1}{E_f} + \frac{A_f}{A_c \cdot E_c} \right]$ <p>Constante que entra na equação diferencial e governa a fase elástica [expressão (3.24)]:</p> $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{\delta_1}{\tau_0 \cdot J_1}$ <p>Valor do comprimento efetivo da ligação [expressão (3.25)]:</p> $L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot \lambda}$	$A_c = 260 \cdot \frac{152}{2} = 19760 \text{ mm}^2$ $L_p = 9,5 \cdot \pi = 29,8 \text{ mm}$ $E_c = 2,15 \cdot 10000 \cdot (29,6/10)^{1/3} = 30869,9 \text{ MPa}$ $f_{ctm} = 1,4 \cdot ((29,6 - 8)/10)^{2/3} = 2,34 \text{ MPa}$ $J_1 = \frac{29,8}{70,9} \cdot \left[ \frac{1}{148000} + \frac{70,9}{19760 \cdot 30869,9} \right] = 2,89 \times 10^{-6}$ $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{6}{16 \cdot 2,89 \times 10^{-6}} \Leftrightarrow \lambda = 0,00278$ $L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot 0,00278} = 565,0 \text{ mm}$

<p>Comprimento de ligação do varão de reforço [expressão (3.26)]:</p> $L_{Rfi} = \begin{cases} \bar{L}_{Rfi} & \text{se } \bar{L}_{Rfi} \leq L_{Rfe} \\ L_{Rfe} & \text{se } \bar{L}_{Rfi} > L_{Rfe} \end{cases}$	<p>Como <math>\bar{L}_{Rfi} \leq L_{Rfe}</math>,</p> $L_{Rfi} = 146 \text{ mm}$
<p><b>3 - Obtenção do valor médio da resistência à tração a partir do qual não ocorre fratura do betão e do fator de redução</b></p> <p>Valor médio da resistência à tração a partir do qual não ocorre fratura do betão é obtido usando a expressão (3.28):</p> $f_{ctm}^* = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot L_{Rfi})}{J_1 \cdot \pi \cdot \min \left\{ L_{Rfi} \cdot \tan \alpha; \frac{b_w}{4} \right\} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{2}}$ $\cdot \left( \begin{array}{l} \min \left\{ \frac{s_f \cdot \sin \beta}{2 \cdot \sin(\theta + \beta)}; \frac{L_{Rfi} \cdot \sin \alpha}{\sin(\theta + \beta + \alpha)} \right\} \\ + \min \left\{ \frac{s_f \cdot \sin \beta}{2 \cdot \sin(\theta + \beta)}; \frac{L_{Rfi} \cdot \sin \alpha}{\sin(\theta + \beta - \alpha)} \right\} \end{array} \right)$ <p>O fator de redução do valor médio do comprimento de colagem disponível é obtido pela expressão (3.27):</p> $\eta(s_f, b_w, f_{ctm}; \bar{L}_{Rfi}) = \begin{cases} (f_{ctm} / f_{ctm}^*)^{0,5} & \text{se } f_{ctm} < f_{ctm}^* \\ 1 & \text{se } f_{ctm} \geq f_{ctm}^* \end{cases}$	$\min \left\{ 146 \cdot \tan(28,5); \frac{152}{4} \right\} = 38$ $\min \left\{ \frac{260 \cdot \sin(90)}{2 \cdot \sin(45 + 90)}; \frac{146 \cdot \sin(28,5)}{\sin(45 + 90 + 28,5)} \right\} = 183,85$ $\min \left\{ \frac{260 \cdot \sin(90)}{2 \cdot \sin(45 + 90)}; \frac{146 \cdot \sin(28,5)}{\sin(45 + 90 - 28,5)} \right\} = 72,66$ $f_{ctm}^* = \frac{29,8 \cdot 0,00278 \cdot 6 \cdot \sin(0,00278 \cdot 146)}{\frac{\sqrt{2}}{2,89 \times 10^{-6}} \cdot \pi \cdot 38 \cdot \frac{2}{2} \cdot (183,85 + 72,66)}$ $= 6,27 \text{ MPa}$ <p>Como <math>f_{ctm} &lt; f_{ctm}^*</math>,</p> $\eta = \left( \frac{2,34}{6,27} \right)^{0,5} = 0,611$
<p><b>4 - Obtenção do valor do comprimento médio de ligação e da força transferida por um varão de reforço</b></p> <p>O valor equivalente do comprimento médio de ligação é obtido pela expressão (3.29):</p> $\bar{L}_{Rfi}^{eq} = L_{Rfi} \cdot \eta(s_f, b_w, f_{ctm}; \bar{L}_{Rfi})$ <p>Força transferida por um varão de reforço [expressão (3.30)]:</p> $V_f^{bd}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = L_p \cdot \frac{1}{J_1} \cdot \lambda \cdot \{ \delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot \bar{L}_{Rfi}^{eq}) \}$	$\bar{L}_{Rfi}^{eq} = 146 \cdot 0,611 = 89,2 \text{ mm}$ $V_f^{bd}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = 29,8 \cdot \frac{1}{2,89 \times 10^{-6}} \cdot 0,00278 \cdot \{ 6 \cdot \sin(0,00278 \cdot 89,2) \}$ $= 42214,73 \text{ N}$
<p><b>5 - Cálculo do valor da contribuição do reforço na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal é obtido pela expressão (3.31):</p> $V_f = n \cdot N_{f,int} \cdot V_f^{bd} \cdot \sin \beta$	$V_f = 1 \cdot 1 \cdot 42214,73 \cdot \sin(90)$ $= 42214,73 \text{ N}$ $= 42,21 \text{ kN}$

## Exemplo 2

Neste exemplo é efetuada a aplicação das formulações analíticas referentes à técnica ETS na determinação do valor da contribuição  $V_f$  na resistência ao esforço transversal de uma viga de betão armado. A viga analisada é a 2S-C180-45 testada por Breveglieri *et al.* (2015). Na Figura 54 apresentam-se informações relativas à geometria da viga. Na Tabela 31 estão descritos os parâmetros necessários à aplicação das formulações A, D e E (as formulações B e C são apenas para reforços colocados a  $90^\circ$  relativamente ao eixo da viga).

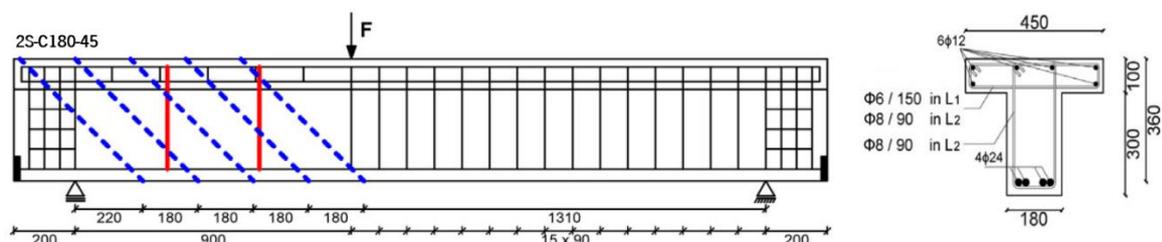


Figura 54 - Informações geométricas da viga testada por Breveglieri *et al.* (2015).

Tabela 31 - Parâmetros necessários para a aplicação das formulações (Breveglieri *et al.*, 2015).

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Altura da viga	$h_w$ (mm)	400
Altura útil	$d$ (mm)	362
Largura da secção transversal da viga	$b_w$ (mm)	180
Relação entre o vão de corte e a altura útil	$a/d$	2,5
Altura reforçada	$h$ (mm)	400
Valor médio da resistência à compressão do betão	$f_{cm}$ (MPa)	32,3
Módulo de elasticidade do aço da armadura transversal	$E_s$ (GPa)	200
Diâmetro dos estribos	$\phi_s$ (mm)	6
Espaçamento dos estribos	$s_s$ (mm)	300
Percentagem de estribos	$\rho_s$ (%)	0,10
Módulo de elasticidade do FRP	$E_f$ (GPa)	160
Diâmetro do FRP	$\phi_f$ (mm)	8
Espaçamento entre os varões de FRP	$s_f$ (mm)	180
Percentagem de reforço	$\rho_f$ (%)	0,22
Orientação do reforço	$\beta$ ( $^\circ$ )	45
Ângulo da fenda diagonal de corte em relação ao eixo longitudinal da viga	$\theta$ ( $^\circ$ )	45
Máxima tensão de aderência	$\tau_m$ (MPa)	8,4
Deslizamento correspondente à máxima tensão de aderência	$s_m$ (mm)	0,08
Parâmetro de ajuste	$\zeta$	0,09
Resistência inicial da ligação coesiva do adesivo	$\tau_0$ (MPa)	16
Deslizamento correspondente ao fim do amaciamento do atrito	$\delta_1$ (mm)	6
Ângulo entre o eixo da viga e as geratrizes da superfície cônica do betão	$\alpha$	$28,5^\circ$

Tabela 32 - Formulação A - Mofidi *et al.* (2012).

Procedimento	Cálculo
<p><b>1 - Obtenção do valor da extensão efetiva do varão de FRP</b></p> <p>O valor da extensão efetiva do FRP é obtido pela expressão (3.2):</p> $\varepsilon_f = \sqrt{\frac{8}{\phi_f \cdot E_f} \cdot \left(\frac{\tau_m \cdot s_m}{1 + \zeta}\right)} \leq 0,004$	$\varepsilon_f = \sqrt{\frac{8}{8 \cdot 160000} \cdot \left(\frac{8,4 \cdot 0,08}{1 + 0,09}\right)} = 0,0020$ <p>Logo, <math>\varepsilon_f = 0,0020</math></p>
<p><b>2 - Obtenção do valor da tensão efetiva no varão de FRP, comprimento mínimo de ancoragem e dos parâmetros <math>K_L</math> e <math>K_S</math></b></p> <p>O valor da tensão efetiva no varão de FRP é calculado por intermédio da expressão (3.5):</p> $f_{(s_m)} = \sqrt{\frac{8 \cdot E_f \cdot \tau_m \cdot s_m}{\phi_f \cdot (1 + \zeta)}}$ <p>O valor do comprimento mínimo de ancoragem (<math>L_{eff}</math>) é dado pela expressão (3.4):</p> $L_{eff(s_m)} = \frac{f_{(s_m)} \cdot \phi_f}{4 \cdot \tau_m} \cdot \frac{1 + \zeta}{1 - \zeta}$ <p>O parâmetro <math>K_L</math> é calculado por intermédio das condições da expressão (3.3):</p> $K_L = \begin{cases} 1 & \frac{d_f}{2} \geq L_{eff} \\ \frac{d_f}{2} & \frac{d_f}{2} < L_{eff} \\ \sqrt{\frac{E_f \cdot \phi_f \cdot s_m}{2 \cdot \tau_m} \cdot \frac{1 + \zeta}{(1 - \zeta)^2}} & \end{cases}$ <p>Sendo que <math>d_f</math> é o maior valor entre: 0,72<math>h_w</math> e 0,9d</p> <p>O parâmetro <math>K_S</math> é obtido mediante as seguintes condições:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se <math>s_s &lt; 2/3d</math>, <math>K_S</math> toma o valor de 0,6.</li> <li>- Se <math>s_s \geq 2/3d</math> ou nulo, <math>K_S</math> toma o valor de 1.</li> </ul>	$f_{(s_m)} = \sqrt{\frac{8 \cdot 160000 \cdot 8,4 \cdot 0,08}{8 \cdot (1 + 0,09)}} = 314,1 \text{ MPa}$ $L_{eff(s_m)} = \frac{314,1 \cdot 8}{4 \cdot 8,4} \cdot \frac{1 + 0,09}{1 - 0,09} = 89,6 \text{ mm}$ <p>Obtenção de <math>d_f = \min(0,72h_w; 0,9d)</math></p> <p>0,72·400 = 288 mm 0,9·362 = 325,8 mm</p> <p>Logo, <math>d_f = 325,8 \text{ mm}</math></p> <p>Parâmetro <math>K_L</math></p> $\frac{d_f}{2} = \frac{325,8}{2} = 162,9 \geq L_{eff} = 89,6 \text{ mm} \rightarrow K_L = 1$ <p>Parâmetro <math>K_S</math></p> $\frac{2}{3} \cdot d = \frac{2}{3} \cdot 362 = 241,3 \text{ mm}$ <p>Como o espaçamento da armadura transversal é de 300 mm, o parâmetro <math>K_S</math> toma o valor de 1.</p>

<p><b>3 - Obtenção do valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor da contribuição do FRP na resistência ao esforço transversal é obtido a partir da expressão (3.1):</p> $V_f = K_L \cdot K_s \frac{A_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_f \cdot d_f \cdot (\sin\beta + \cos\beta)}{s_f}$	$V_f = 1 \cdot \frac{50,3 \cdot 160000 \cdot 0,0020 \cdot 325,8 \cdot (\sin(45) + \cos(45))}{180}$ $V_f = 41201,4 \text{ N}$ $= 41,20 \text{ kN}$
---	---

Tabela 33 - Formulação D - Breveglieri *et al.* (2016): modelo com base experimental.

Procedimento	Cálculo
<p><b>1 - Obtenção do valor da extensão efetiva do varão de FRP</b></p> <p>A extensão efetiva do FRP é obtida por intermédio da expressão (3.13):</p> $\varepsilon_f = -1,067 \cdot \left\{ \frac{(E_f \cdot \rho_f + E_s \cdot \rho_s)}{(f_{cm})^{\frac{2}{3}}} \right\} - 0,003 \cdot \beta + 0,566$	$\varepsilon_f = -1,067 \cdot \left( \frac{160 \cdot 0,0022 + 200 \cdot 0,0010}{(32,3)^{\frac{2}{3}}} - 0,003 \cdot 45 + 0,566 \right)$ $= 0,373\%$
<p><b>2 - Obtenção do valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal é calculado a partir da expressão (3.11):</p> $V_f = h_w \cdot \frac{A_f}{s_f} \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \sin\beta$	$V_f = 400 \cdot \frac{50,3}{180} \cdot \frac{0,373}{100} \cdot 160000 \cdot (\cot(45) + \cot(45)) \cdot \sin(45)$ $= 94340,74 \text{ N}$ $= 94,34 \text{ kN}$

Tabela 34 - Formulação E - Breveglieri *et al.* (2016): modelo com base mecânica.

Procedimento	Cálculo
<p><b>1 - Obtenção do número mínimo de varões que cruzam efetivamente a fenda de corte e o valor médio do comprimento de ligação disponível</b></p> <p>Número mínimo de varões que cruzam a fenda de corte crítica efetivamente é obtido usando a expressão (3.14):</p> $N_{f,int}^l = \text{int} \left[ h_w \cdot \frac{(\cot\theta + \cot\beta)}{s_f} \right]$ <p>Comprimento de ligação disponível é obtido usando a expressão (3.16):</p> $L_{fi} = \begin{cases} i \cdot s_f \cdot \frac{\sin\theta}{\sin(\theta + \beta)} & \text{para } x_{fi} < \frac{h_w}{2} \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \\ L_f - i \cdot s_f \cdot \frac{\sin\theta}{\sin(\theta + \beta)} & \text{para } x_{fi} \geq \frac{h_w}{2} \cdot (\cot\theta + \cot\beta) \end{cases}$	$N_{f,int}^l = \text{int} \left[ 400 \cdot \frac{(\cot(45) + \cot(45))}{180} \right]$ $= 4,444 = 4$ $\frac{400}{2} \cdot (\cot(45) + \cot(45)) = 400$ $L_f = \frac{400}{\sin(45)} = 565,7 \text{ mm}$ <p>- Cálculo de <math>L_{f1}</math></p> $x_{f1} = 1 \cdot 180 = 180 \text{ mm}$ $L_{f1} = 180 \cdot \frac{\sin(45)}{\sin(45 + 45)} = 127,3 \text{ mm}$

<p>em que <math>x_{fi}</math> é obtido a partir da expressão (3.17):</p> $x_{fi} = i \cdot s_f$ <p>Valor médio do comprimento de ligação disponível é obtido usando a expressão (3.15):</p> $\bar{L}_{Rfi} = \frac{1}{N_{f,int}^l} \cdot \sum_{i=1}^{N_{f,int}^l} L_{fi}$	<p>- Cálculo de <math>L_{f2}</math></p> $x_{f2} = 2 \cdot 180 = 360 \text{ mm}$ $L_{f2} = 360 \cdot \frac{\sin(45)}{\sin(45 + 45)} = 254,6 \text{ mm}$ <p>- Cálculo de <math>L_{f3}</math></p> $x_{f3} = 3 \cdot 180 = 540 \text{ mm}$ $L_{f3} = 565,7 - 540 \cdot \frac{\sin(45)}{\sin(45 + 45)} = 183,9 \text{ mm}$ <p>- Cálculo de <math>L_{f4}</math></p> $x_{f4} = 4 \cdot 180 = 720 \text{ mm}$ $L_{f4} = 565,7 - 720 \cdot \frac{\sin(45)}{\sin(45 + 45)} = 56,6 \text{ mm}$ $\bar{L}_{Rfi} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 (127,3 + 254,6 + 183,9 + 56,6)$ $= 155,6 \text{ mm}$
<p><b>2 - Obtenção das constantes, do comprimento efetivo da ligação e do comprimento de ligação do varão do reforço</b></p> <p>Área da secção transversal do prisma correspondente ao betão envolvente [expressão (3.19)]:</p> $A_c = s_f \cdot \frac{b_w}{2}$ <p>Perímetro efetivo da secção transversal do varão de reforço [expressão (3.20)]:</p> $L_p = \phi_f \cdot \pi$ <p>Módulo de elasticidade do betão [expressão (3.21)]:</p> $E_c = 2,15 \cdot 10000 \cdot (f_{cm}/10)^{1/3}$ <p>Resistência à tração do betão [expressão (3.22)]:</p> $f_{ctm} = 1,4 \cdot ((f_{cm} - 8)/10)^{2/3}$ <p>Constante de modelação da ligação [expressão (3.23)]:</p> $J_1 = \frac{L_p}{A_f} \cdot \left[ \frac{1}{E_f} + \frac{A_f}{A_c \cdot E_c} \right]$ <p>Constante que entra na equação diferencial e governa a fase elástica [expressão (3.24)]:</p> $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{\delta_1}{\tau_0 \cdot J_1}$ <p>Valor do comprimento efetivo da ligação [expressão (3.25)]:</p> $L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot \lambda}$	$A_c = 180 \cdot \frac{180}{2} = 16200 \text{ mm}^2$ $L_p = 8 \cdot \pi = 25,1 \text{ mm}$ $E_c = 2,15 \cdot 10000 \cdot (32,3/10)^{1/3} = 31781,4 \text{ MPa}$ $f_{ctm} = 1,4 \cdot ((32,3 - 8)/10)^{2/3} = 2,53 \text{ MPa}$ $J_1 = \frac{25,1}{50,3} \cdot \left[ \frac{1}{160000} + \frac{50,3}{16200 \cdot 31781,4} \right]$ $= 3,17 \times 10^{-6}$ $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{6}{16 \cdot 3,17 \times 10^{-6}} \Leftrightarrow \lambda = 0,00291$ $L_{Rfe} = \frac{\pi}{2 \cdot 0,00291} = 539,8 \text{ mm}$

<p>Comprimento de ligação do varão de reforço [expressão (3.26)]:</p> $L_{Rfi} = \begin{cases} \bar{L}_{Rfi} & \text{se } \bar{L}_{Rfi} \leq L_{Rfe} \\ L_{Rfe} & \text{se } \bar{L}_{Rfi} > L_{Rfe} \end{cases}$	<p>Como <math>\bar{L}_{Rfi} \leq L_{Rfe}</math>,</p> $L_{Rfi} = 155,6 \text{ mm}$
<p><b>3 - Obtenção do valor médio da resistência à tração a partir do qual não ocorre fratura do betão e do fator de redução</b></p> <p>Valor médio da resistência à tração a partir do qual não ocorre fratura do betão é obtido usando a expressão (3.28):</p> $f_{ctm}^* = \frac{L_p \cdot \lambda \cdot \delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot L_{Rfi})}{J_1 \cdot \pi \cdot \min\left\{L_{Rfi} \cdot \tan\alpha; \frac{b_w}{4}\right\} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{2}}$ $\cdot \left( \min\left\{ \frac{s_f \cdot \sin\beta}{2 \cdot \sin(\theta + \beta)}; \frac{L_{Rfi} \cdot \sin\alpha}{\sin(\theta + \beta + \alpha)} \right\} \right)$ $\cdot \left( \min\left\{ \frac{s_f \cdot \sin\beta}{2 \cdot \sin(\theta + \beta)}; \frac{L_{Rfi} \cdot \sin\alpha}{\sin(\theta + \beta - \alpha)} \right\} \right)$ <p>O fator de redução do valor médio do comprimento de colagem disponível é obtido pela expressão (3.27):</p> $\eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi}) = \begin{cases} (f_{ctm}/f_{ctm}^*)^{0,5} & \text{se } f_{ctm} < f_{ctm}^* \\ 1 & \text{se } f_{ctm} \geq f_{ctm}^* \end{cases}$	$\min\left\{155,6 \cdot \tan(28,5); \frac{180}{4}\right\} = 45$ $\min\left\{ \frac{180 \cdot \sin(45)}{2 \cdot \sin(45 + 45)}; \frac{155,6 \cdot \sin(28,5)}{\sin(45 + 45 + 28,5)} \right\} = \frac{63,64}{63,64}$ $\min\left\{ \frac{180 \cdot \sin(45)}{2 \cdot \sin(45 + 45)}; \frac{155,6 \cdot \sin(28,5)}{\sin(45 + 45 - 28,5)} \right\} = \frac{63,64}{63,64}$ $f_{ctm}^* = \frac{25,1 \cdot 0,00291 \cdot 6 \cdot \sin(0,00291 \cdot 155,6)}{3,17 \times 10^{-6} \cdot \pi \cdot 45 \cdot \frac{1}{2} \cdot (63,64 + 63,64)}$ $= 6,72 \text{ MPa}$ <p>Como <math>f_{ctm} &lt; f_{ctm}^*</math>,</p> $\eta = \left(\frac{2,53}{6,72}\right)^{0,5} = 0,614$
<p><b>4 - Obtenção do valor do comprimento médio de ligação e da força transferida por um varão de reforço</b></p> <p>O valor equivalente do comprimento médio de ligação é obtido pela expressão (3.29):</p> $\bar{L}_{Rfi}^{eq} = L_{Rfi} \cdot \eta(s_f; b_w; f_{cm}; \bar{L}_{Rfi})$ <p>Força transferida por um varão de reforço [expressão (3.30)]:</p> $V_f^{bd}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = L_p \cdot \frac{1}{J_1} \cdot \lambda \cdot \{\delta_1 \cdot \sin(\lambda \cdot \bar{L}_{Rfi}^{eq})\}$	$\bar{L}_{Rfi}^{eq} = 155,6 \cdot 0,614 = 95,5 \text{ mm}$ $V_f^{bd}(\bar{L}_{Rfi}^{eq}) = 25,1 \cdot \frac{1}{3,17 \times 10^{-6}} \cdot 0,00291 \cdot \{6 \cdot \sin(0,00291 \cdot 95,5)\}$ $= 37927,17 \text{ N}$
<p><b>5 - Cálculo do valor da contribuição do reforço na resistência ao esforço transversal</b></p> <p>O valor da contribuição do reforço de FRP na resistência ao esforço transversal é obtido pela expressão (3.31):</p> $V_f = n \cdot N_{f,int}^l \cdot V_f^{bd} \cdot \sin\beta$	$V_f = 1 \cdot 4 \cdot 37927,17 \cdot \sin(45)$ $= 107274,24 \text{ N}$ $= 107,27 \text{ kN}$