



# PROJETO INTEGRADOR EM ENGENHARIA MECÂNICA II

## Licenciatura em Engenharia Mecânica



Elaborado por Paulo Flores - 2023

Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade do Minho  
Campus de Azurém  
4804-533 Guimarães

[pflores@dem.uminho.pt](mailto:pflores@dem.uminho.pt)



## T.02 – METROLOGIA

- 1. Introdução**
- 2. Metrologia**
- 3. Noções Elementares**
- 4. Paquímetro Universal**
- 5. Incertezas e Erros**
- 6. Revisão de Conhecimentos**
- 7. Consultas Recomendadas**

# 1. Introdução

O objetivo central deste texto é o de apresentar os principais conceitos e noções no âmbito da **metrologia dimensional**, tendo em vista a caracterização geométrica, física e tecnológica da mola helicoidal de tração incluída no kit básico da atividade pedagógica relativa ao trabalho prático.

Assim, após uma breve discussão geral da temática da metrologia, apresenta-se um conjunto de **definições de termos frequentemente utilizados** em metrologia, tais como grandeza, medida, erro, instrumento de medição, resolução, precisão, exatidão entre muitos outros.

Faz-se também uma breve descrição do **paquímetro universal**.

Subsequentemente, tecem-se considerações importantes relativas a **incertezas e erros no âmbito da metrologia**, em que, sempre que se julga oportuno e útil, se incluem demonstrações evidentes da temática em causa.

Finalmente, termina-se este breve prelúdio com um conjunto diverso de perguntas e questões de **revisão de conhecimentos** e uma pequena lista de **consultas** recomendadas.

## 2. Metrologia

De uma forma simples e suficientemente abrangente pode dizer-se que a **metrologia** é área do conhecimento relativa às medições, ou seja, a metrologia diz respeito à **ciência das medições**.

Em termos práticos a metrologia compreende um conjunto diversificado de aspetos (e.g. procedimentos, incertezas, erros, padrões, etc.) tendo como finalidade determinar um valor de uma **grandeza**.

O conceito de **grandeza** refere-se ao atributo de um fenómeno de uma entidade ou objeto, que é suscetível de ser determinado quantitativamente.

Em Mecânica são três as principais grandezas, ditas **grandezas de base**, designadamente:

**Comprimento**, representado pela letra  $l$ , cuja unidade é o **metro** [m],

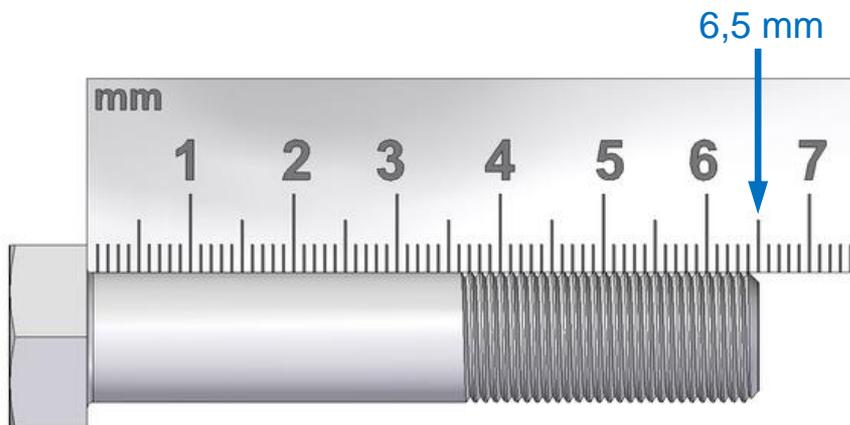
**Massa**, representada pela letra  $m$ , cuja unidade é o **quilograma** [kg],

**Tempo**, representado pela letra  $t$ , cuja unidade é o **segundo** [s].

## 2. Metrologia

A **metrologia dimensional** refere-se essencialmente à subárea relativa à medição de **comprimentos**, **ângulos** e **estados de superfícies**.

Um **comprimento** é uma grandeza física que representa a distância entre dois pontos. A figura abaixo ilustra um exemplo da media de um comprimento.

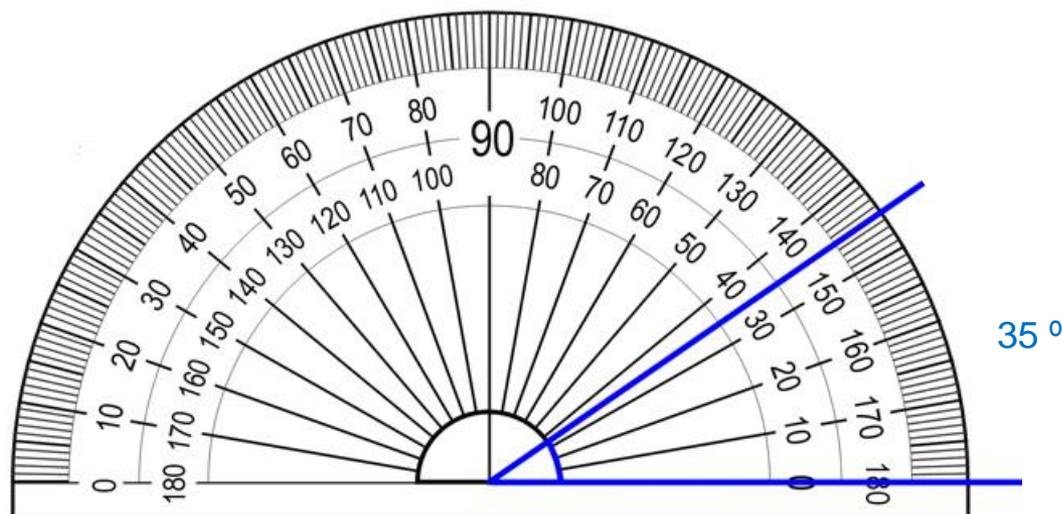


Exemplo de medida de um comprimento

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade de base do comprimento é o metro [m]. Todavia, em Mecânica, a unidade de referência e de uso corrente é o **milímetro** [mm].

## 2. Metrologia

Um **ângulo** refere-se à porção plana compreendida entre duas semirretas que partilham a mesma origem, denominada vértice. No Sistema Internacional de Unidades, a unidade suplementar do ângulo plano é o **radiano** [rad].



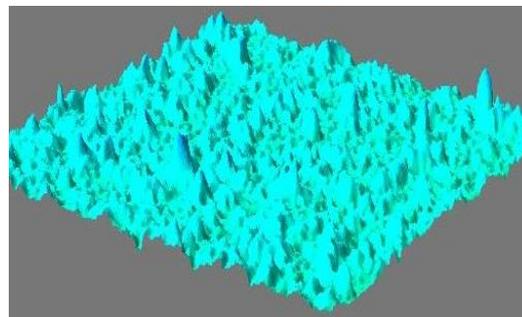
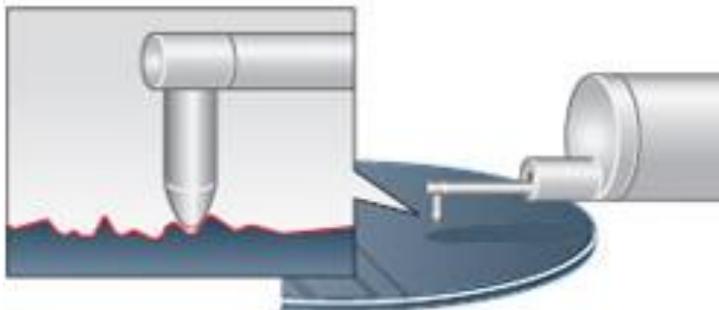
Exemplo de medida de um ângulo

Deve notar-se que o **radiano** é o ângulo plano compreendido entre dois raios que, na circunferência de um círculo, intersejam um arco de comprimento ( $s$ ) igual ao raio desse círculo ( $R$ ), isto é,

$$\theta = \frac{s}{R} \quad (1)$$

## 2. Metrologia

O **estado de superfície** diz respeito ao resultado de desvios repetitivos ou aleatórios, em relação à superfície geométrica, que formam a topologia tridimensional de uma superfície. Exemplos de propriedades do estado de superfície incluem **rugosidade**, ondulação, desvios de forma, entre outros.



Representação esquemática da medição da rugosidade de uma superfície

É oportuno fazer a distinção entre medição e medida. Assim, **medição** diz respeito às operações que permitem determinar o valor de uma grandeza, enquanto **medida** ou **mensurada** se refere ao resultado da medição, ou seja, é o valor atribuído à grandeza.

Deve notar-se que **medir** é comparar o valor de uma grandeza com o valor padrão.

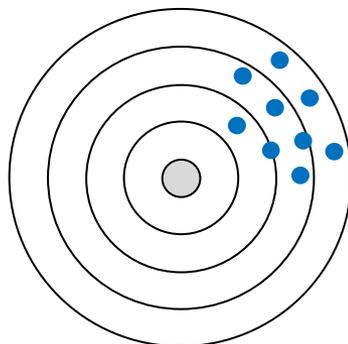
### 3. Noções Elementares

O **valor verdadeiro** de uma grandeza diz respeito ao valor da grandeza compatível com a definição da grandeza. O valor verdadeiro não existe, isto é, não se conhece. O **valor convencional** de uma grandeza é o valor atribuído à grandeza.

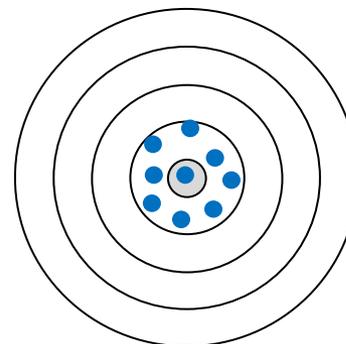
**Valor verdadeiro:** 20,0529147236... mm

**Valor convencional:** 20,05 mm

A **exatidão** de medição diz respeito à proximidade entre o resultado da medição (valor obtido) efetuada e o valor verdadeiro da grandeza medida. Por outras palavras, exatidão traduz o grau de concordância com que a medida se aproxima do valor verdadeiro.



Baixa exatidão

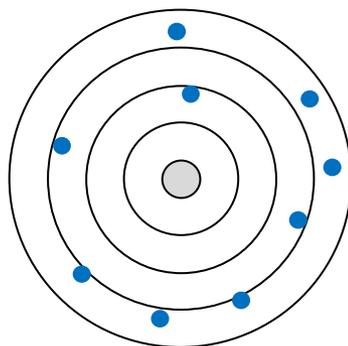


Alta exatidão

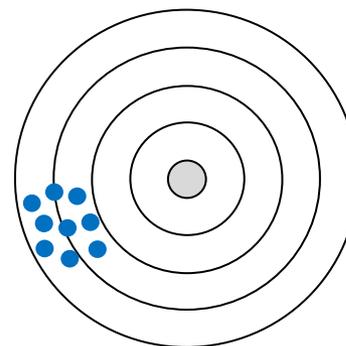
### 3. Noções Elementares

A **exatidão** ou **rigor** de um conjunto de medidas relativas à mesma grandeza é tanto maior quanto maior for a proximidade entre a **média** das medidas e o valor verdadeiro da grandeza medida.

Por seu lado, **precisão** de medição refere-se à proximidade (entre si) dos resultados das várias medições da mesma grandeza. Por outras palavras, a **precisão** ou **fidelidade** diz respeito à **repetibilidade** e à **reprodutibilidade** de um conjunto de medições de uma mesma grandeza.



Baixa precisão



Alta precisão

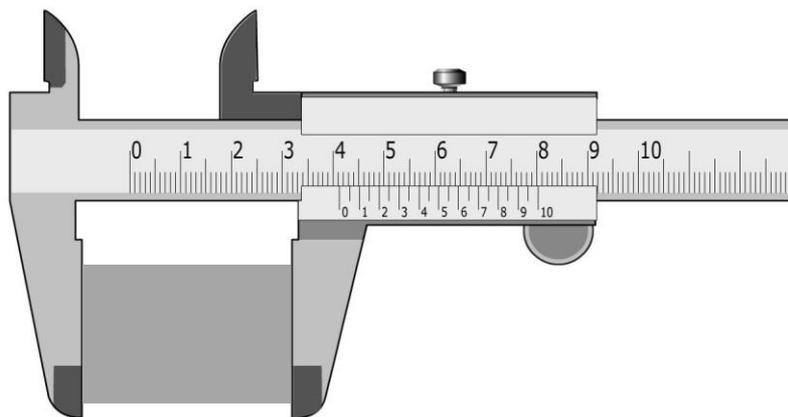
A **repetibilidade** de medição diz respeito à concordância entre as sucessivas medidas obtidas nas mesmas condições. Por seu lado, **reprodutibilidade** refere-se à concordância das medidas obtidas em condições distintas (e.g. operador).

### 3. Noções Elementares

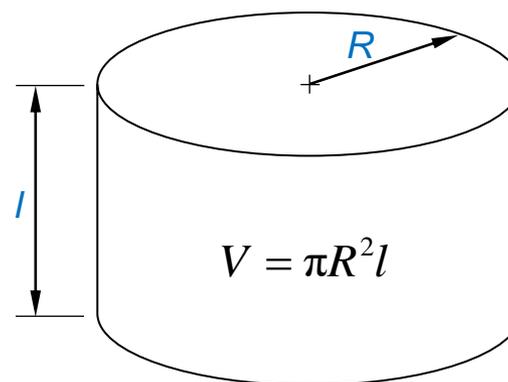
O **erro** da medição diz respeito ao resultado de uma medição menos o valor verdadeiro da grandeza medida. Este erro é também denominado **erro absoluto**.

As **medições diretas** são aquelas em que o valor da grandeza a medir é obtida por leitura direta do aparelho de medição.

As **medições indiretas** são aquelas em que o valor da grandeza a medir é obtido através da medição direta de outras grandezas funcionalmente relacionadas com a grandeza a medir. Neste caso, podem ser utilizadas relações matemáticas entre grandezas medidas diretamente e o valor da grandeza a medir.



Exemplo de medição direta

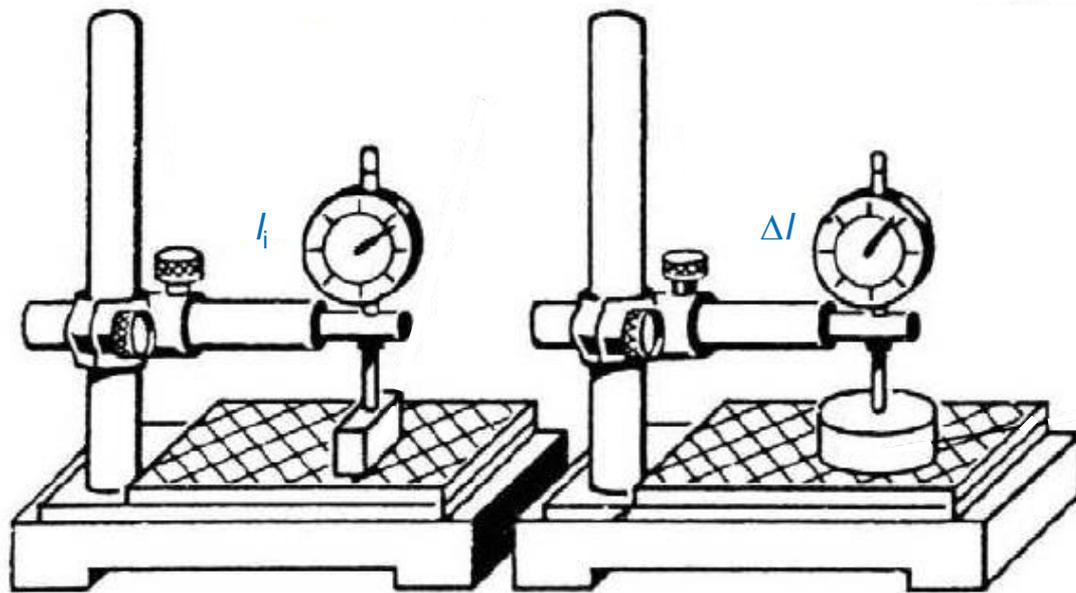


Exemplo de medição indireta

### 3. Noções Elementares

Deve também fazer-se alusão ao método de **medição diferencial**, em que a grandeza a medir é comparada com uma grandeza da mesma natureza de valor conhecido, que difere pouco do da grandeza a medir e em que é medida a diferença entre os dois valores.

A figura abaixo ilustra um exemplo de medição da altura de um cilindro por meio de um comparador e de um bloco-padrão, em que  $l = l_i + \Delta l$



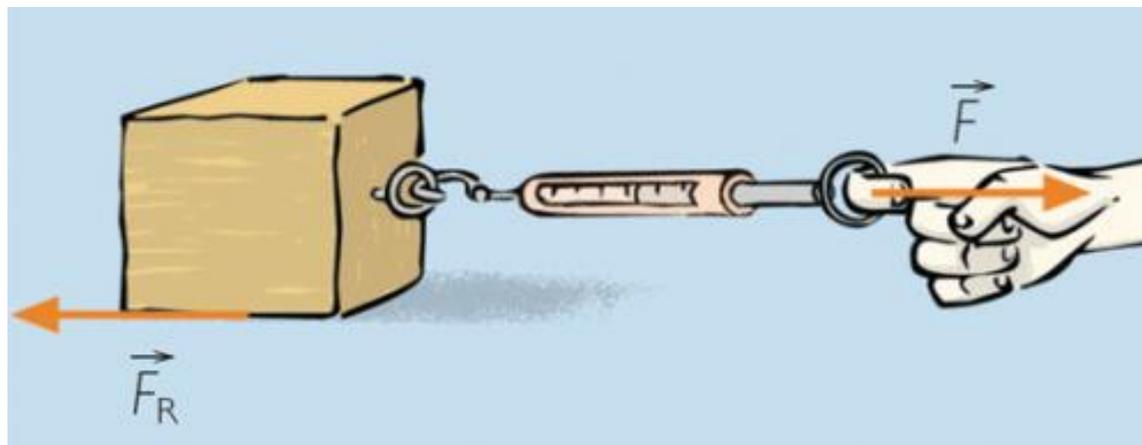
Exemplo de medição deferencial da altura de um cilindro

### 3. Noções Elementares

No método de **medição por comparação** recorre-se a uma mesma grandeza, de valor conhecido do da grandeza a medir, ou a uma grandeza diferente mas funcionalmente relacionada com a grandeza a medir e de valor conhecido.

A figura abaixo ilustra um **dinamómetro** que permite a medição de forças através da deformação elástica de um elemento metálico.

Deve notar-se que neste caso se utiliza uma grandeza diferente da grandeza medida, a qual está funcionalmente relacionada (através da lei de Hooke) com a grandeza a medir e de valor conhecido.



Exemplo de medição por comparação

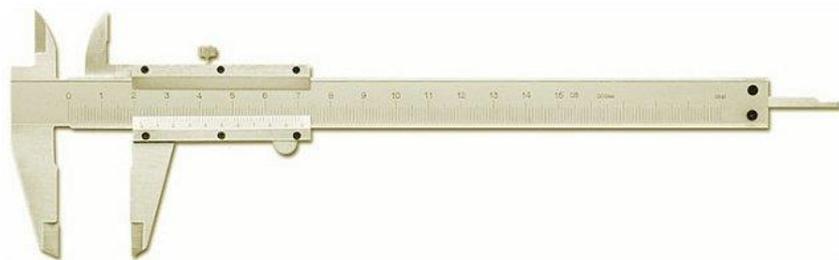
## 4. Paquímetro Universal

Um **instrumento de medição** é um dispositivo que permite efetuar a medição de forma individual ou em associação a outros dispositivos suplementares.

De entre os vários instrumentos ou aparelhos de medição, o **paquímetro universal** ocupa um papel de particular destaque em Mecânica.

De um modo simples, o **paquímetro universal analógico** é composto por uma **régua graduada** (e.g. em mm), na qual desliza uma corredeira ou cursor que inclui uma escala (e.g. **nónio**).

A escala permite aumentar a resolução da leitura do paquímetro em **10**, **20** ou **50** vezes, conforme se trate de um nóvio de **décimos**, de **vigésimos** ou de **quinquagésimos**, respetivamente.



Paquímetro universal analógico

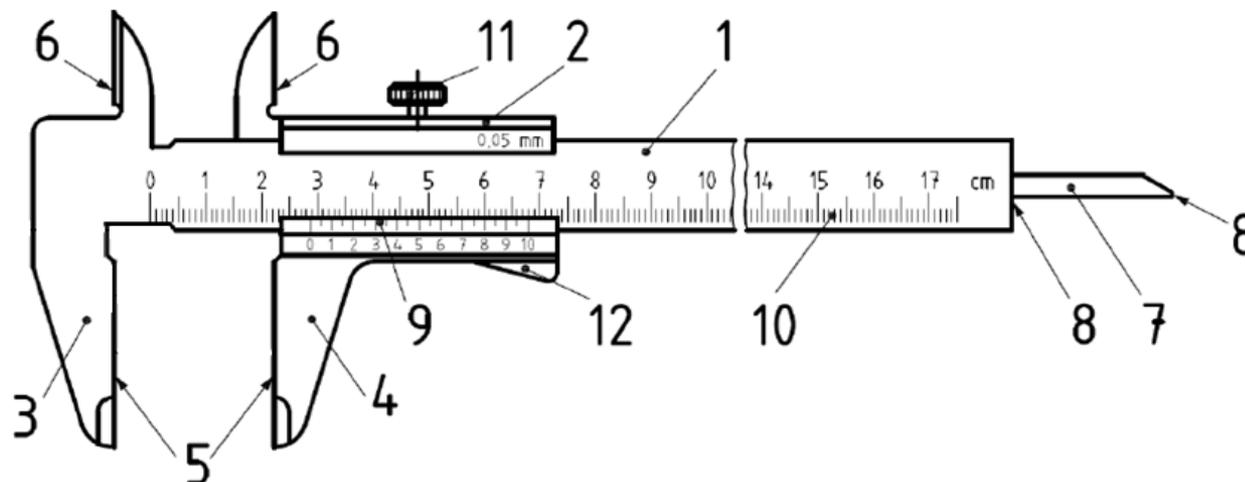


Paquímetro universal digital

## 4. Paquímetro Universal

O **paquímetro**, também denominado **craveira**, **pé de rei** (do espanhol “*pie de rey*”), ou **péclisse** (do francês “*pied à coulisse*”), é frequentemente utilizado para medir dimensões **exteriores**, **interiores** e **profundidades** de peças. A figura abaixo ilustra um exemplo típico de um paquímetro universal analógico onde se podem identificar os seus principais elementos constituintes, isto é:

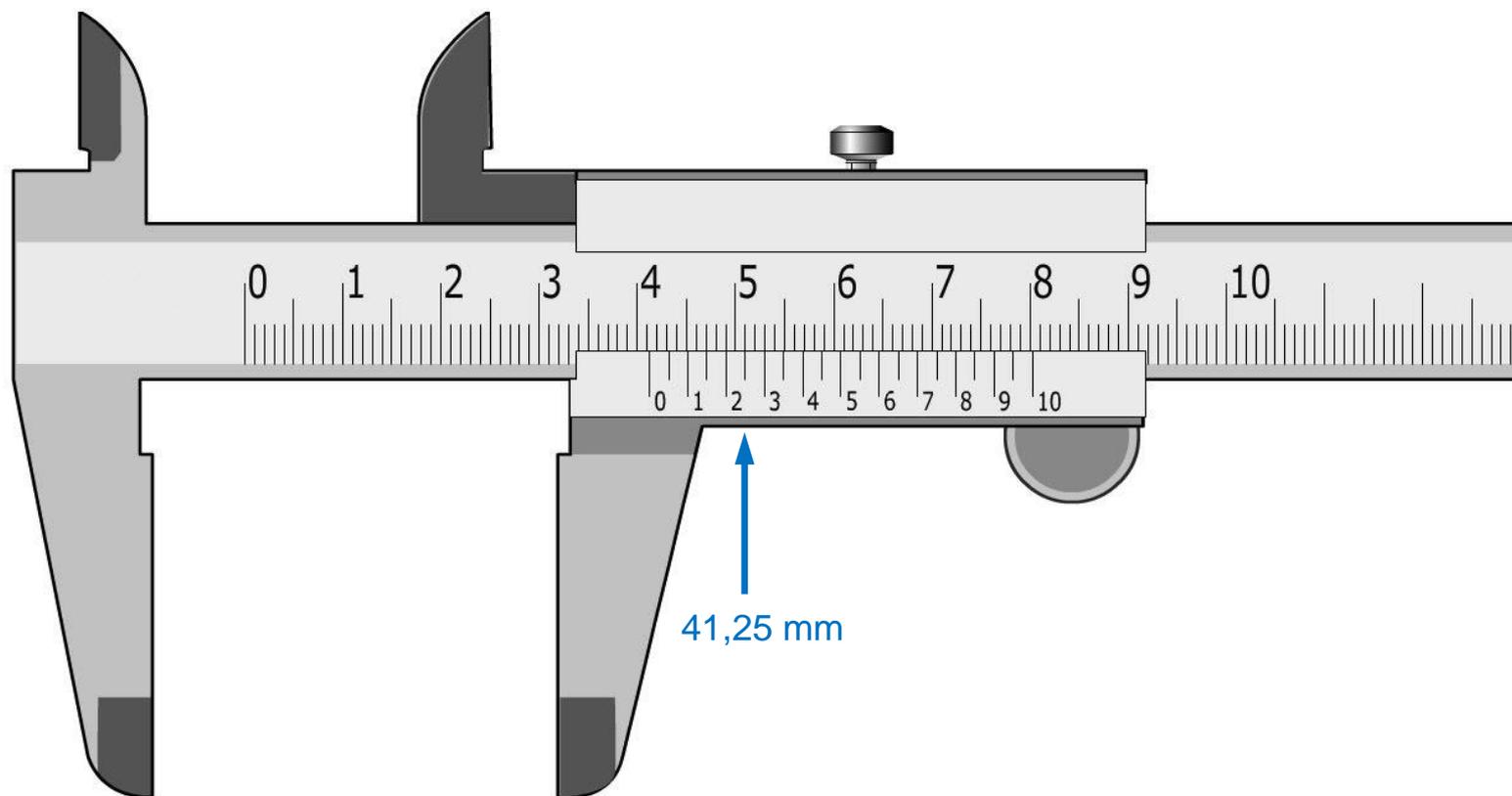
- |                                    |                                       |
|------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 – Régua                          | 7 – Haste de medição de profundidades |
| 2 – Corrediça ou cursor            | 8 – Faces de medição de profundidades |
| 3 – Espera de medição fixa         | 9 – Escala do nóvio                   |
| 4 – Espera de medição móvel        | 10 – Escala principal                 |
| 5 – Faces de medição de exteriores | 11 – Parafuso bloqueador              |
| 6 – Faces de medição de interiores | 12 – Dispositivo bloqueador           |



Representação esquemática de um paquímetro universal analógico

## 4. Paquímetro Universal

Uma das propriedades dos instrumentos de medição diz respeito à **indicação**, que é a propriedade relativa ao valor fornecido pelo aparelho. Por seu lado, **valor** é a expressão de uma grandeza sob a forma de um **número** e de uma **unidade** de medida apropriada, tal como se ilustra na figura abaixo.



Exemplo da indicação fornecida por um paquímetro universal analógico

## 4. Paquímetro Universal

A **amplitude de medição** de um instrumento é o valor absoluto da diferença entre os valores extremos de um intervalo nominal de indicações. **Alcance** refere-se ao valor máximo que o instrumento de medição pode medir. A figura abaixo mostra um paquímetro cuja amplitude de medição e alcance são iguais a 150 mm.



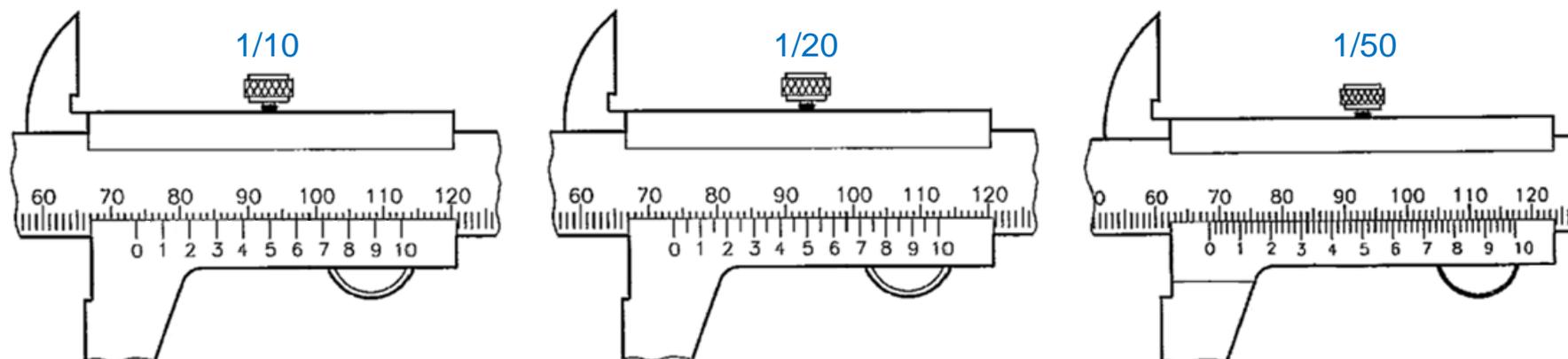
Paquímetro digital cuja amplitude de medição e alcance são de 150 mm

A **sensibilidade** de um instrumento de medição diz respeito à razão do acréscimo da resposta do instrumento pelo acréscimo correspondente do sinal de entrada. Por outras palavras, a sensibilidade é a menor variação do valor da grandeza a medir que provoca uma variação na indicação do aparelho.

## 4. Paquímetro Universal

A **resolução** de um aparelho indicador refere-se à expressão quantitativa para fazer notar, significativamente, a diferença entre valores muito próximos da grandeza indicada. A resolução é dada pelo quociente entre a unidade da escala fixa e o número de divisões utilizado no nónio.

As figuras abaixo dizem respeito a nónios de paquímetros de diferentes resoluções, designadamente nónios de décimos, de vigésimos e de quinquagésimos, cujas resoluções são, respetivamente, 0,1, 0,05 e 0,02 mm.



Exemplos de nónios de diferentes resoluções utilizados em paquímetros

A **estabilidade** de um instrumento de medição é a propriedade segundo a qual aquele mantém as suas características metrológicas constantes ao longo do tempo.

## 5. Incertezas e Erros

Quando se efetua uma medição obtém-se, em geral, uma **estimativa da grandeza** a medir, pelo que à medida resultante há sempre **incertezas e erros** associados.

Vários são os fatores que concorrem para a qualidade das medições e dos quais se destacam:

- O **operador**,
- O **instrumento** de medição,
- O **procedimento** de medição,
- O **local** e condições ambientais,
- O **tratamento estatístico** das medidas.

O **valor medido** é, por conseguinte, influenciado pelas limitações associadas aos aspetos supramencionados e também pelas **imperfeições das peças** a medir.

A **incerteza** de uma medida é a estimativa que caracteriza o intervalo de valores no qual se situa o valor verdadeiro da grandeza medida. Assim, pode afirmar-se que o valor verdadeiro de uma grandeza não existe.

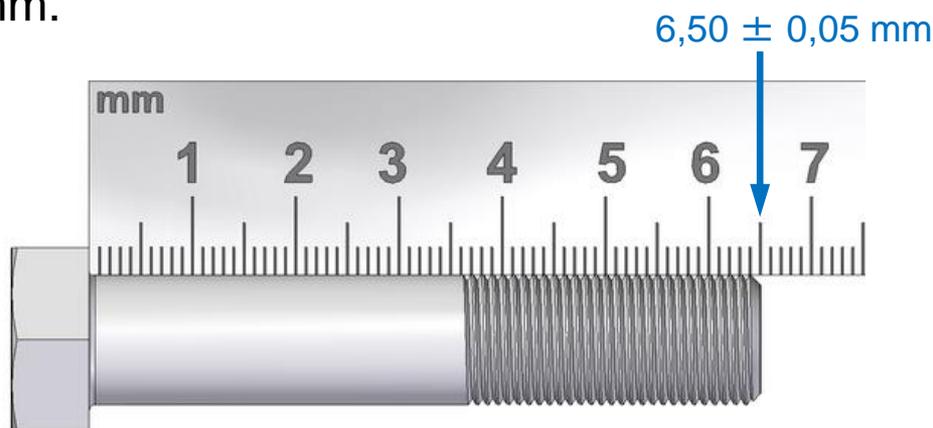
## 5. Incertezas e Erros

Com efeito, o **valor mais provável** de uma medição tem sempre associado uma incerteza, ou seja

$$x_0 = \bar{x} \pm \Delta x \quad (2)$$

em que  $x_0$  representa o **valor convencional** ou valor mais provável,  $\bar{x}$  é o **valor médio** e  $\Delta x$  denota a **incerteza**.

Em instrumentos analógicos, a **incerteza** é, por convenção, igual a metade da menor divisão da escala do aparelho usado na medição. A figura abaixo ilustra um exemplo de incerteza, cujo valor é igual a metade da menor divisão da escala, ou seja  $0,1 \div 2 = 0,05$  mm.



Exemplo da incerteza de uma medida

## 5. Incertezas e Erros

De um modo geral, os erros inerentes às medições podem ser divididos em dois grandes grupos, designadamente

Os erros **sistemáticos** ou repetitivos,

Os erros **aleatórios** ou acidentais.

Os **erros sistemáticos** são aqueles que se mantêm constantes ou variam de forma previsível durante as medições de uma mesma grandeza. Possíveis origens dos erros sistemáticos são os erros de calibração, os erros de procedimento, os erros do instrumento, entre outros.

Os **erros sistemáticos**, que são de natureza regular, podem ser minimizados utilizando diferentes procedimentos para efetuar as medições, aferindo os instrumentos de medição, etc.

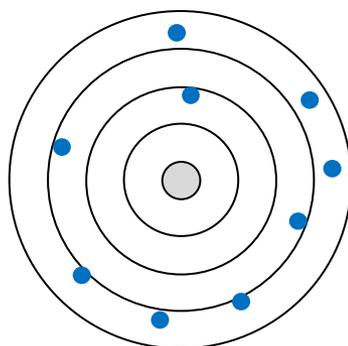
Deve ainda referir-se que a repetição das medições não elimina os erros sistemáticos, uma vez que estes afetam as medidas sempre no mesmo sentido.

Os **erros sistemáticos** são de difícil identificação e avaliação, e requerem, em geral, o conhecimento dos instrumentos e dos procedimentos de medição.

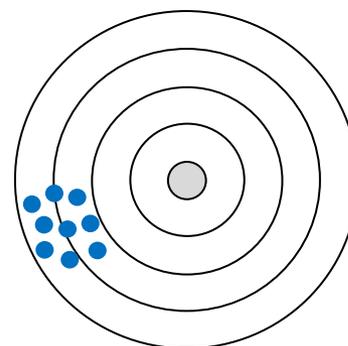
## 5. Incertezas e Erros

Os **erros aleatórios** ou acidentais são aqueles que variam de forma imprevisível durante as medições, não apresentando regularidade de uma mesma grandeza.

Os erros sistemáticos dão origem a uma distribuição aleatória à volta de um valor que não é o valor verdadeiro. Por seu lado, os erros aleatórios dão origem a uma distribuição aleatória à volta do valor verdadeiro.

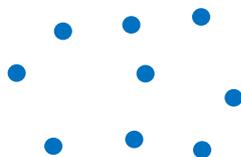


Erros aleatórios



Erros sistemáticos

Na realidade  
tem-se o  
seguinte  
figurino.



Erros aleatórios: grandes  
Erros sistemáticos: desconhecidos



Erros aleatórios: pequenos  
Erros sistemáticos: desconhecidos

## 5. Incertezas e Erros

Uma maneira de atenuar ou minorar os erros aleatórios é a de considerar a **média** de um elevado número de medidas, ou seja

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n} \quad (3)$$

em que  $x_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) representa as medidas e  $n$  é o número de medidas.

O **erro absoluto** de uma medição pode ser calculado pela diferença entre o valor convencional da medida (e.g. valor médio) e o valor medido, ou seja

$$\varepsilon_a = |x_i - x_0| \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4)$$

O **erro relativo** de uma medição é dado pelo quociente entre o erro absoluto e o valor convencional (e.g. valor médio), isto é

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{x_0} \quad (5)$$

## 5. Incertezas e Erros

Considere o seguinte conjunto de medidas diretas relativo ao diâmetro de um veio obtido com um **paquímetro digital** de 0,01 mm de resolução.

Medição	Medida [mm]
1	10,03
2	10,06
3	10,14
4	10,07
5	10,05
6	10,11
7	10,12
8	10,07
9	10,08

Neste caso, efetuaram-se várias medições com o intuito de minimizar os erros aleatórios. É, pois, evidente que o valor mais provável ou convencional do diâmetro do veio é igual à **média aritmética** das medidas, isto é

$$\bar{x} = \frac{10,03 + 10,06 + 10,14 + \dots + 10,08}{9} = 10,08 \text{ mm}$$

## 5. Incertezas e Erros

De seguida apresentam-se os **erros absolutos** e os **erros relativos** associados a cada medição, utilizando, para o efeito, as equações (4) e (5), respetivamente.

Medição	Medida [mm]	$\varepsilon_a$ [mm]	$\varepsilon_r$ [%]
1	10,03	0,05	0,50
2	10,06	0,02	0,20
3	10,14	0,06	0,60
4	10,07	0,01	0,10
5	10,05	0,03	0,30
6	10,11	0,03	0,30
7	10,12	0,04	0,40
8	10,07	0,01	0,10
9	10,08	0,00	0,00

Assim, pode dizer-se que a **incerteza absoluta** do conjunto de medições é igual ao maior dos erros absolutos das medidas, ou seja, 0,06 mm. A incerteza tem a mesma unidade da grandeza a que está associada.

Note-se que o **resultado de uma medição** contempla o **valor numérico** da grandeza medida, a **unidade** da medida e a **incerteza** associada ao valor numérico.

## 5. Incertezas e Erros

Atendendo a que no presente exemplo se utilizou um **paquímetro digital** de 0,01 mm de resolução, então a incerteza associada ao instrumento é igual a 0,01 mm.

Consequentemente, a **incerteza absoluta do valor mais provável** do diâmetro do veio em causa é igual à maior das incertezas acima apresentadas (*i.e.* incerteza absoluta das medições e incerteza do instrumento), donde resulta que

O **resultado da medição** é  $\varnothing_{\text{veio}} = 10,08 \pm 0,06$  mm.

De um modo geral, a incerteza deve ser indicada apenas com um algarismo significativo.

A **precisão** ou **fidelidade das medições** tem a ver com o grau de proximidade entre os valores obtidos nas mesmas condições. A incerteza relativa pode ser usada para aferir a precisão das medições.

No presente exemplo tem-se que a incerteza relativa máxima é igual ao maior dos erros relativos, ou seja, 0,60%, o que significa que o valor das medições se situa no intervalo [10,02; 10,14] mm.

## 5. Incertezas e Erros

A **amplitude total** é uma medida de dispersão que corresponde à diferença entre os valores máximo e mínimo do conjunto de medidas, ou seja

$$A = x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}} \quad (6)$$

donde resulta que  $A = 10,14 - 10,03 = 0,11$  mm.

A **variância** é outra medida de dispersão que se obtém somando os quadrados dos desvios das medidas em relação à média e dividindo o resultado pelo número de medições menos uma, ou seja

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (7)$$

Pode dizer-se que quanto maior for a variância, maior é o grau de dispersão das medidas em relação à média. Assim, no caso em apreço tem-se que

$$s^2 = 0,00126 \text{ mm}^2.$$

## 5. Incertezas e Erros

O **desvio-padrão** é também uma medida de dispersão que traduz o quanto de variação ou dispersão existe num conjunto de medidas relativamente ao valor médio.

Por outras palavras, o desvio-padrão mostra quão dispersas são as medidas em relação à média.

O desvio-padrão pode ser calculado do seguinte modo

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (8)$$

Com efeito, no presente exemplo tem-se que

$$s = 0,0355 \text{ mm.}$$

Deve referir-se que o desvio-padrão é vantajoso em relação à variância pois permite uma interpretação direta da variação das medidas, uma vez que é expresso na mesma unidade das medidas.

## 5. Incertezas e Erros

Pode, pois, afirmar-se que o desvio-padrão é uma medida da variabilidade para o erro aleatório de um valor medido individual em relação ao valor convencional (e.g. valor médio), e não propriamente a variabilidade das medidas entre si.

Assim, quanto maior for o desvio-padrão, maior é o grau de afastamento das medidas em relação à média.

O desvio-padrão pode ser utilizado para apresentar a incerteza do valor médio de um conjunto de medidas. Assim, para o exemplo em apreço tem-se que

O **resultado da medição** é  $\bar{\varnothing}_{\text{veio}} = 10,08 \pm 0,04$  mm.

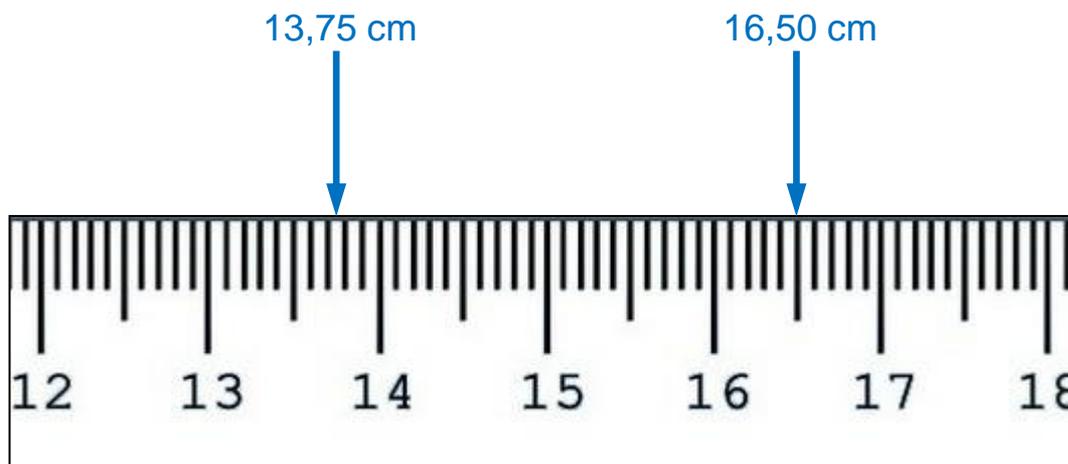
Deva ainda referir-se que o uso do desvio-padrão pode ajudar a estabelecer o número de algarismos significativos a usar. Com efeito, o desvio-padrão deve ser arredondado para **um algarismo significativo**, sendo que a média deve ter um número de casas decimais em correspondência.

Finalmente, refira-se que a média e o desvio-padrão são particularmente úteis quando as medidas são aproximadamente simétricas, isto é, quando apresentam uma **distribuição normal** ou **gaussiana**.

## 5. Incertezas e Erros

Uma **medida direta** deve ser apresentada com um número de algarismos que tenha significado para a medida da grandeza e em função do instrumento usado.

**Algarismos significativos** são todos os algarismos exatos mais um algarismo estimado. Nas medidas apresentadas abaixo existem quatro algarismos significativos, em que os três primeiros algarismos são exatos e o último é estimado ou incerto.



Os algarismos significativos são, pois, os algarismos com significado na medição efetuada. Note-se que os zeros à direita da vírgula têm significado para o valor da grandeza medida, sendo, por isso, algarismos significativos.

## 5. Incertezas e Erros

Deve, portanto, chamar-se a atenção para o facto de o número de **algarismos significativos** se contar da esquerda para a direita, a partir do primeiro algarismo diferente de zero. Assim, tem-se que

0,035 cm (2 algarismos significativos),

3,500 mm (4 algarismos significativos).

Escrever 3,500 mm tem significado distinto de 3,5 mm. Na verdade, ao valor 3,500 mm está associada uma menor incerteza do que ao valor 3,5 mm.

As **medidas indiretas** não devem apresentar maior precisão do que a que é dada pelos instrumentos utilizados para obter as medidas diretas usadas no cálculo.

Uma **medida indireta** calculada através de **somas e/ou subtrações** deve ter o mesmo número de casas decimais da medida direta que tiver menor número de casas decimais.

Uma **medida indireta** calculada através de **multiplicações e/ou divisões**, deve ter tantos algarismos significativos como a medida direta que tiver menor número de algarismos significativos.

## 6. Revisão de Conhecimentos

Defina metrologia.

O que entende por metrologia dimensional?

Faça a distinção entre medição e medida.

Distinga exatidão de precisão.

Defina resolução de um instrumento de medição.

Qual é a resolução de um paquímetro com um nónio de vigésimos?

O que entende por incerteza de uma medida?

O que é o valor convencional de uma medição?

Distinga erros sistemáticos de erros aleatórios.

Quais são as principais medidas de dispersão utilizadas em metrologia?

## 7. Consultas Recomendadas

Almacinha, J.A. (2016) *Introdução à Metrologia Dimensional*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 75p.

Almeida, G. (2002) *Sistema Internacional de Unidades (SI), Grandezas e Unidades Físicas, terminologia, símbolos e recomendações*. Plátano Editora, Lisboa.

ISO 13385-1 (2011) *Geometrical product specifications (GPS) - Dimensional measuring equipment - Part 1: Callipers; Design and metrological characteristics*.

<https://en.wikipedia.org/wiki/Metrology>

<https://pt.wikipedia.org/wiki/Paquímetro>

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Incerteza\\_de\\_medição](https://pt.wikipedia.org/wiki/Incerteza_de_medição)

<https://www.youtube.com/watch?v=qXhOWXShH1w>

<https://www.youtube.com/watch?v=z0G9jNk5OVQ>