Universidade do Minho
Instituto de Estudos da Criança

Fernando José de Barros Bravo

Impacto da Utilização de um Ambiente de Geometria Dinâmica no Ensino-Aprendizagem da Geometria por Alunos do 4.° Ano do 1.° Ciclo do Ensino Básico

Novembro de 2005

Universidade do Minho
Instituto de Estudos da Criança

Fernando José de Barros Bravo

Impacto da Utilização de um Ambiente de Geometria Dinâmica no Ensino-Aprendizagem da Geometria por Alunos do 4.° Ano do 1.° Ciclo do Ensino Básico

Tese de Mestrado em Estudos da Criança
Especialização em Ensino Aprendizagem da Matemática

Trabalho efectuado sob a orientação do
Professor Doutor António José Meneses Osório

Novembro de 2005

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Professor Doutor António José Meneses Osório, pelas suas valiosas sugestões, críticas e comentários.

Aos alunos da turma envolvida no estudo e à respectiva professora pelo interesse, colaboração, esforço e disponibilidade demonstrado.s

Ao Instituto de Estudos da Criança e, em especial ao Professor Doutor Pedro Palhares, pelas facilidades concedidas.

À Alexandra Gomes pela amizade, interesse e colaboração demonstrados.

À minha família por todo o apoio

À Lina, por tudo.

RESUMO

Actualmente o computador é visto, no meio escolar, como um instrumento incontornável de trabalho, pesquisa, análise e troca de informações (Battista, 2000; Goldenberg, 2000; Miskluin et al., 2005; Papert, 1998; Ponte, 1988).

Os ambientes de geometria dinâmica (AGD) podem constituir-se como ferramentas fundamentais para a descontextualização do processo de raciocínio dos alunos.

Com o intuito de tentar perceber qual seria a contribuição de um AGD para esse processo de descontextualização, em alunos dos primeiros anos de escolaridade, foi realizado um estudo com crianças de nove anos, alunos do 4º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico, que teve como ponto de partida o problema de saber qual seria o impacto que a utilização de um AGD teria no ensino-aprendizagem da geometria, ao nível do ano de escolaridade referido.

No âmbito da problemática geral enunciada, foram identificadas três questões a investigar:
a) Que concepções revelam alunos do 4º ano de escolaridade relativamente à matemática em geral e à geometria em particular? b) Que competências manifestam alunos do 4º ano de escolaridade decorrentes da utilização de um AGD? c) Que dificuldades revelam alunos do 4º ano de escolaridade quando utilizam um ambiente de geometria dinâmica para resolver questões de geometria?

Foi realizado um estudo de caso de natureza qualitativa com alunos de uma turma do 4º ano. Para a recolha de dados empíricos foram usadas tarefas, que eram resolvidas com recurso ao *Geometer's Sketchpad* (GSP), questionários, entrevistas e observação dos participantes.

A análise de dados permitiu constatar que os alunos consideravam o cálculo como a actividade mais representativa da matemática e a geometria como uma actividade secundária. No entanto, manifestaram uma atitude positiva e de empenho na resolução das tarefas propostas, tendo considerado globalmente as tarefas como divertidas. Os alunos, ao longo das tarefas, demonstraram um diversificado conjunto de competências entre as quais são de salientar o reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas, a aptidão para realizar construções geométricas simples e a aptidão para identificar propriedades de figuras geométricas. No tocante à aptidão para formular argumentos válidos, recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, esta competência foi pontualmente manifestada e somente por alguns alunos.

As dificuldades mais notórias demonstradas pelos alunos, relacionaram-se com a leitura e interpretação dos enunciados e com a formulação oral e escrita de frases justificativas dos seus raciocínios. Pontualmente houve dificuldades na utilização da aplicação e na utilização de conceitos que deveriam ter sido adquiridos anteriormente. Estas dificuldades foram potenciadas pela falta de hábito na resolução de tarefas do tipo daquelas que lhes foram propostas e pela necessidade de formular justificações, algumas envolvendo situações geométricas "limite".

Da análise dos dados ressalta também a praticabilidade e a utilidade do recurso a um AGD como ferramenta para resolver problemas e como veículo potenciador das aprendizagens, mesmo com alunos de pouca idade.

ABSTRACT

Nowadays in school people tend to see computers as an instrument people cannot bypass when they work, research analysis and information exchange. (Battista, 2000; Goldenberg, 2000; Miskluin et al, 2005; Papert, 1998; Ponte, 1988).

Dynamic geometry environments (DGE) could reveal themselves fundamental tools in the desimbedding process in first year's scholars.

The main goal of this research, carried out a with the concourse of nine year old students attending in a forth grade primary school class, is to understand if a DGE would have a relevant contribution in that desimbedding process in first years scholars. The starting point of this study was the problem of knowing what the impact the use of an DGE in school environment would have, when children of that age learned geometry.

We looked for answers to the following questions: a) What is the point of view of forth grade students regarding mathematics and geometry in particular? b) Which skills forth grade students reveal when they use a DGE? c) Which difficulties do forth grade students have when they use a DGE to solve geometry questions?

In this case study qualitative research, participated nine years old children of the forth grade. To collect data were used tasks that children could resolve using the *Geometer's Sketchpad* (GSP), enquiries interviews, and observation of the participants.

Data analysis showed that students considered calculus as the most representative mathematical activity and geometry as a subsidiary one. Nevertheless they showed a positive attitude and commitment towards the tasks, and they globally considered those tasks as being fun. Students all along the tasks showed a diversified set of skills. Among those skills we should enhance the recognition of simple geometric shapes, the ability to describe geometric shapes, to build simple geometric shapes, to identify geometric shapes properties. The ability to express valid arguments using visualisation and spatial reasoning was shown once in a while and only by a few of the students.

The most notorious difficulties shown by the students were the reading and the interpretation of the tasks and the phrasing and writing of their own reasoning. Once in a while students showed some difficulties in using the software and in applying some concepts they should have known from the class. These difficulties became even greater because students have no habits of solving such kind of tasks, and by the necessity of phrasing sentences to justify the situations they could see in the screen, some of them evolving limit cases.

Data analysis showed also that a DGE like *Geometer's Sketchpad* can be used and is very useful as a tool to enhance geometry learning, even with young children.

Índice

CAPÍTULO I

Introdução

Neste capítulo é definido o problema a estudar e as questões orientadoras. São apresentadas a fundamentação para a definição do problema e a estrutura do trabalho.

Problema e questões

Este estudo tem como objectivo abordar o seguinte problema:

Que impacto é que a utilização de um ambiente de geometria dinâmica (AGD), em ambiente escolar de sala de aula, terá no ensino-aprendizagem da geometria, ao nível do 4º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico?

No âmbito da problemática geral enunciada, foram identificadas três questões a investigar:

a) Que concepções revelam alunos do 4º ano de escolaridade relativamente à matemática em geral e à geometria em particular?

b) Que competências manifestam alunos do 4º ano de escolaridade decorrentes da utilização de um ambiente de geometria dinâmica?

c) Que dificuldades revelam alunos do 4º ano de escolaridade quando utilizam um ambiente de geometria dinâmica para resolver questões de geometria?

Fundamentação para a definição do problema

Hoje em dia, nas escolas, o computador tornou-se uma ferramenta incontornável de trabalho, pesquisa e análise nas diversas áreas curriculares (Miskluin et al., 2005). Esta situação é tão mais relevante que os alunos, pelo menos desde o início do Ensino Básico, têm à disposição nas escolas um ou mais computadores e, em muitos casos, frequentaram actividades de iniciação à informática, como por exemplo em Portugal, através do Programa Internet na Escola.

Das disciplinas em que o uso de computadores é fundamental, tal como refere Ponte (1988), ressalto a Matemática. Esta é uma disciplina que, em Portugal, acompanha os alunos desde que entram para o jardim-de-infância, pelo menos até ao 9º ano de escolaridade. No entanto, a função do computador na sala de aulas resume-se, muitas vezes, a ser um mero instrumento de pesquisa de informação, ou a "uma máquina de escrever" um pouco sofisticada (Albuquerque, 2000; Silva e Azevedo, 2005). A sua importante valência como ferramenta para ajudar a resolver problemas não é ainda muito usada na sala de aula, sobretudo nos níveis de escolaridade iniciais. Papert (1998) prescreve a consumação do casamento entre a tecnologia e a educação, uma vez que vê apenas como *flirt* a maioria dos actuais usos do computador neste contexto.

Refere Ponte (1988) que, no que à Matemática diz respeito, a execução de longos processos de cálculo repetitivos deixará de fazer qualquer sentido, uma vez que as máquinas poderão fazê-los de uma forma mais expedita, libertando tempo para utilizar e ampliar a capacidade de pensar dos alunos.

Também Dante, referido em Albuquerque (2000), sustenta que:

> [...] O ensino da matemática fica quase que apenas nos níveis de informação e utilização de métodos e procedimentos, isto é, o aluno "aprende" a terminologia e as fórmulas e treina fazer substituições para resolver problemas de rotina. A matemática fica transformada em algo rígido, acabado, chato, sem finalidade. O aluno usa apenas a memória; não desenvolve as habilidades de extrapolar, resolver situações-problemas, raciocinar, criar. Não tem o prazer da descoberta. Ficam faltando elementos para o seu desenvolvimento integral (Albuquerque, 2000, p. 20).

Heidt, referida em Albuquerque (2000), por seu lado afirma que:

> As crianças gostam de se comunicar com o computador. Quando isto ocorre, elas aprendem matemática como uma língua viva. Esta comunicação pode também ajudar a desenvolver formas de pensamento e, desse modo, facilitar o processo de outras aprendizagens (Albuquerque, 2000, p.18).

As orientações curriculares para o ensino da Matemática, quer em Portugal quer noutros países, enfatizam a capacidade que os computadores têm de desenvolver o raciocino das crianças. Por isso consideram indispensável a utilização, na sala de aula, da tecnologia informática e de informação, nomeadamente dos computadores. No Currículo Nacional para o Ensino Básico – Competências Essenciais (M.E., 2001) – é referido, por sua vez, que o professor deve abordar os conteúdos da área do saber com base em situações e problemas e organizar o ensino apoiando-se em materiais e recursos diversificados, dando atenção preferencial a situações do quotidiano. Albuquerque (2000), Yerón e Gómez (2005) e Abar (2005) sustentam que a preocupação da escola não deve ser apenas com a aprendizagem da informática, mas também e sobretudo com a aprendizagem pela informática. É pelo uso do computador que o aluno verifica e experimenta formas de pensamento, num contexto de resolução de problemas e de comunicação, bem como desenvolve processos que pode transpor para outras disciplinas. O aluno deve ter a oportunidade de manipular o computador como um suporte para as suas descobertas.

Tudo o que foi referido motivou o meu interesse em investigar como é que crianças do 1º ciclo do Ensino Básico, utilizando um computador como ferramenta auxiliar, reagiriam a situações de resolução de problemas e até que ponto o ensino-aprendizagem da matemática sairia beneficiado com o emprego deste instrumento. No entanto, foi a leitura do texto de Hughes (1990), "Children's Computation", que me suscitou a ideia para um trabalho de investigação sobre a utilização do computador na sala de aula com alunos bastante jovens. Segundo o autor, o computador pode ser usado de diferentes maneiras, de forma a desenvolver o raciocino das crianças. Cada uma dessas abordagens baseia-se no modo particular como se entende que as crianças podem ser ajudadas a aprender.

No mesmo texto, o autor refere um estudo de Margareth Donaldson sobre o papel dos computadores na descontextualização do pensamento das crianças. O caminho para a descontextualização passa, segundo Donaldson referida em Hughes (1990), pela apresentação à criança de situações em que ela possa desenvolver um tipo de raciocínio dedutivo, numa perspectiva de resolução de problemas. Hughes (1990) sustenta que o desenvolvimento desse tipo de raciocínio pode ser conseguido com a utilização do computador como ferramenta de trabalho.

A ideia de que é necessário tornar mais significativo o ensino-aprendizagem da geometria é sustentada por alguns autores, tais como Lehrer e Chazan (1998) ou Abrantes (1999). Estes especialistas referem que, apesar da sua importância para a construção de um pensamento matemático, a geometria tem sido considerada como o parente pobre da matemática, mas é um excelente meio, embora não o único, para aprendizagem da formulação de raciocínios dedutivos.

Assim, pensei que poderia desenvolver uma investigação centrada na resolução de problemas, recorrendo a uma de diversas aplicações informáticas, tais como Logo, folha de cálculo (Excel) ou um ambiente de geometria dinâmica (AGD).

A razão para a escolha de um ambiente de geometria dinâmica teve a ver com o facto deste oferecer algo extremamente apelativo e inovador: imagens, movimento, possibilidade de manipulação “livre” das figuras, de serem executados desenhos criativos e, fundamentalmente, de se poder constatar que as figuras geométricas mudam de dimensões e de posição num “contínuo” mantendo algumas das suas características invariantes. Como salienta Hughes (1990), a utilização do computador como um simulador poderia proporcionar às crianças uma visão diferente e mais rica da matemática no geral e da geometria em particular, uma vez que pode tornar as aprendizagens mais significativas.

Assim, um AGD poderá ser um veículo eficaz na construção de um conhecimento significativo por parte dos alunos, porque pode promover a utilização do computador como um simulador, na mesma linha do que sustenta Martin Hughes.

Quanto ao *software* de geometria dinâmica utilizado, o Geometer’s Sketchpad (GSP), a sua escolha deveu-se facto de eu já ter alguma experiência de trabalho com o programa e de existirem recursos disponíveis para aplicação directa, ou para adaptação.

Uma última razão para esta escolha foi a minha preferência, pois considero uma aplicação deste tipo como extremamente útil, visto que, como referem Battista (2000), Goldenberg (2000) e Olive (2003) pode permitir aos alunos a formulação de raciocínios e justificações, e mesmo generalizações, que de outro modo seriam difíceis de conseguir, nomeadamente de alunos tão novos.

Do anteriormente exposto resultam duas vertentes principais: uma que se prende com a necessidade de revitalizar o ensino-aprendizagem da geometria (Abrantes, 1999; Lehrer e Chazan 1998) e outra que se prende com a utilização significativa do computador em sala de aula (Abar, 2005; Albuquerque, 2000; Battista, 2000; Goldenberg, 2000; Miskluin et al., 2005; Papert, 1998; Ponte, 1988). Na intersecção destas duas vertentes, o estudo do impacto do computador e de um AGD no ensino-aprendizagem da geometria constitui um interessante problema de investigação.

Foi essa investigação que me propus realizar numa escola do primeiro ciclo, com a colaboração de um grupo de alunos do 4º ano do ensino básico.

A escolha deste nível de escolaridade resultou de, no quarto ano, as crianças, supostamente, já terem desenvolvido competências gerais[1] (M.E., 2001) que lhes permitirão aproveitar as potencialidades oferecidas pela aplicação informática e pelas tarefas apresentadas.

Estrutura do trabalho

Este trabalho está organizado em seis capítulos. Para além do presente capítulo, são apresentados outros cinco que abordam os seguintes aspectos:

No segundo capítulo é apresentada a revisão de literatura focada em temas relativos a concepções de professores e alunos sobre a matemática, à geometria, seu ensino e aprendizagem.

No terceiro capítulo são apresentadas as opções metodológicas, instrumentos para recolha de dados e calendarização da investigação.

No quarto capítulo é apresentada a caracterização do contexto onde decorreu a intervenção pedagógica e dos participantes. É feita a descrição da resolução das tarefas, pelos alunos participantes organizados em pares.

No quinto capítulo é apresentada a análise dos dados recolhidos, referindo-se a evolução do desempenho de cada par individualmente e em comparação com os outros.

No sexto capítulo são apresentadas limitações do estudo e discutidas as conclusões, ressaltando daí recomendações didácticas e propostas para futuras investigações. Por último são apresentadas algumas considerações finais.

---

[1] Usar adequadamente diferentes linguagens das diferentes áreas do saber cultural, científico e tecnológico para se expressar; cooperar com os outros em projectos e tarefas comuns; relacionar harmoniosamente o corpo com o espaço, numa perspectiva pessoal e interpessoal promotora da saúde e qualidade de vida.

CAPÍTULO II

Revisão de Literatura

Neste capítulo dou conta da revisão bibliográfica realizada com o intuito de identificar as problemáticas mais relevantes para a investigação.

Refiro aspectos sobre a construção do conhecimento matemático; concepções de professores e alunos relativamente à matemática; o que é a geometria; o ensino–aprendizagem da geometria; o pensamento visual e a linguagem utilizada na sua descrição; as novas tecnologias ao serviço da geometria; o trabalho de grupo; indicadores linguísticos; *Geometer's Sketchpad* ou *Cabri Geomètre* – as razões de uma escolha; investigações realizadas no âmbito das novas tecnologias para o ensino da geometria.

A construção do conhecimento matemático

Quando se questionam os alunos sobre se gostam ou não de matemática, obtemos, normalmente, dois tipos de resposta consoante a idade: os alunos mais novos costumam dizer que gostam da disciplina; os mais velhos, ou que frequentam anos de escolaridade intermédios, costumam dizer que não gostam, ou quando muito, que a matemática é difícil, mas até gostam. São raros os que dizem com convicção que gostam da disciplina, ou que sempre gostaram. Esta opinião é sustentada por diversos autores, dos quais destaco Ponte (1988) e Dante, referido em Albuquerque (2000).

Poincaré, citado em Abrantes et al., (1996), também formula uma questão que terá sido, provavelmente, levantada por muitos professores de matemática, desiludidos com o fraco desempenho dos seus alunos:

> Como é que há pessoas que não entendem a Matemática? Se ela se fundamenta apenas nas regras lógicas que toda a mente aceita, se a sua evidência se baseia em princípios comuns a todos os homens e que ninguém, a não ser um louco ousaria negar, como é que há pessoas que são absolutamente refractárias à matemática? (Abrantes et al., 1996, p.7).

A resposta a tal questão é difícil mas, no entanto, alguns autores têm uma visão própria sobre a capacidade de aprender da criança. Esta, segundo Moreira e Guimarães

(1986), só aprende o que quer e o que pode.

> Acreditamos, no entanto, que ela é capaz de (quase) tudo e pode querer tudo ou quase (e os "quase" é por precaução, sensatez). Por outras palavras, não acreditamos que a criança nasça "vazia", que tudo o que algum dia quer e é capaz dependa do exterior, do meio que a cerca; não acreditamos, também, que a criança traga consigo a herança do seu destino, daquilo que vai ser, daquilo que tem que ser, ou seja, tudo o que quer e é capaz resulte sobretudo de um movimento interior herdado, determinado mais ou menos geneticamente (Moreira e Guimarães 1986, p.49).

No dizer dos mesmos autores, o conhecimento matemático estabelecido é, geralmente, apresentado como um conjunto de verdades acabadas, definitivas, que se atinge encadeando proposições verdadeiras, segundo um esquema dedutivo cuja validade pode ser segura e inequivocamente confirmada.

Abrantes et al., (1996) salientam que este aspecto formal, com que a matemática habitualmente surge, esconde o modo como historicamente ela foi construída e a forma como se processa a actividade matemática. Sustentam os autores que a matemática se desenvolve mediante o incessante aperfeiçoamento de opiniões por especulação e crítica, pela lógica das provas e refutações. Os autores afirmam que uma criança reage a uma situação que a confronta, de acordo com as representações que tem dessa situação. Ao agir, a criança vai modificá-la e recebe dela sanções que a informam da sua posição face ao objectivo pretendido. Se teve êxito na sua acção, a representação que tinha da situação e que lhe permitiu actuar sobre ela sai reforçada. Pelo contrário, se fracassou, tende a modificar o modelo utilizado ou o modo como o utilizou. Esta sucessão de interacções entre a criança e a situação, no decurso das quais a criança organiza as suas estratégias, constrói uma representação da situação que lhe serve de modelo, "de guia para tomar decisões", ainda que disso não tenha consciência, constitui a chamada dialéctica da acção.

Para Abrantes (1999), quando a criança explora, procura generalizações, faz conjecturas e raciocina logicamente. Se se habitua a experimentar e a tentar encontrar generalizações, a procurar o que há de invariante numa situação, então a criança está a desenvolver aspectos essenciais da sua competência matemática. O mesmo acontece se compreende que não basta que se verifique uma hipótese formulada para a tomar como uma afirmação verdadeira, sendo necessário encontrar uma argumentação lógica para a validar, ou um contra-exemplo para a rejeitar. A ênfase nos aspectos do raciocínio matemático, que não se desenvolve sem conteúdos, ao longo dos primeiros anos de aprendizagem, pode desempenhar um papel essencial para que a criança se torne matematicamente competente, mais bem preparada para compreender outros aspectos da matemática.

Segundo Fishbein (1994), durante muito tempo, o raciocínio foi estudado sobretudo em termos de redes de proposições regidas por regras lógicas. Consequentemente, os métodos de ensino, especialmente em ciência e em matemática, tiveram sempre uma tendência para fornecer aos alunos uma certa quantidade de informação (princípios, leis, teoremas, fórmulas) e para desenvolver métodos de raciocínio formal adaptados aos respectivos domínios. Para além das dinâmicas das relações conceptuais, salienta o mesmo autor, há todo um mundo de expectativas e crenças estáveis que influenciam profundamente a recepção e o uso do conhecimento científico e matemático. Para o professor de ciência ou de matemática, sustenta Fishbein (1994), é de fundamental importância identificar essas forças intuitivas e levá-las em conta no processo de ensino-aprendizagem

Muito importantes para a criação das forças acima referidas são as representações pictóricas, que são uma das principais funções no processo de raciocínio, porque dão uma ideia global, simultânea e panorâmica daquilo que é na realidade um processo, ou seja uma sucessão de acontecimentos.

Furinghetti e Paola (2002) afirmam que a construção de partes de uma teoria somente poderá ser realizada através da experimentação pessoal, sob a orientação do professor em situações cuidadosamente idealizadas. Se assim se fizer, os alunos podem abandonar o nível perceptivo e apreciar o verdadeiro significado da teoria, construindo partes dela. Isto permite que os alunos experimentem a construção de conhecimento matemático a diferentes níveis: (a) o nível de exploração de casos particulares, (b) os níveis de observação de regularidades, (c) o de produção de conjecturas, (d) o de validação dessas conjecturas dentro das teorias (que podem estar já construídas ou ainda em construção).

Douek e Pichat (2003), afirmam que, na última década, o desenvolvimento das capacidades argumentativas dos alunos mais novos se tornou um assunto da maior preocupação para os educadores matemáticos por diferentes razões: (a) a necessidade de uma aproximação, desde muito cedo, a competências que são relevantes no processo de justificação, motivadas pelas alterações curriculares que conduziram a uma reavaliação da justificação em matemática (NCTM, 2000), (b) a exploração do potencial da interacção social no desenvolvimento do conhecimento matemático e das competências; (c) a importância das competências de argumentação ao nível do currículo, direccionadas para o aumento da autonomia intelectual dos alunos.

Por outro lado, sustentam Douek e Pichat (2003), as capacidades de argumentação não podem ser desenvolvidas a não ser num ambiente multidisciplinar, com a utilização de uma gestão interactiva da aproximação à escrita e às discussões sobre os textos produzidos, que reflictam a situação trabalhada pelos alunos, de modo a que estes obtenham imediato *feedback.*

Concepções de professores e alunos relativamente à matemática

Segundo Ernest (1989) podem distinguir-se três concepções dos professores em relação à matemática: concepção dinâmica, concepção platónica ou estática e concepção instrumentalista.

A primeira concepção vê a Matemática como um campo de conhecimentos em desenvolvimento contínuo; o professor é um facilitador da aprendizagem dos alunos e os alunos são o centro do processo de ensino e de aprendizagem.

A segunda vê a Matemática como um campo unificado e fixo de conhecimentos e verdades imutáveis, que foi descoberto e não criado; o professor é um transmissor de conhecimentos e o aluno é um receptor de verdades acabadas.

A terceira concepção vê a Matemática como uma “caixa de ferramentas” onde é possível encontrar sempre um facto, uma regra ou um procedimento capaz de fazer ultrapassar um obstáculo em qualquer altura. O professor tem a função de expor os conteúdos e os alunos só têm de aprender a lidar com as “ferramentas”.

No tocante aos alunos existem também algumas concepções sobre a matemática, que são indicadas por Schoenfeld, referido em Grows (1992), das quais se destaca que os alunos podem pensar que: a) os problemas de matemática têm uma só resposta correcta; b) há um único modo de resolver os problemas de matemática, que consiste na aplicação da regra que o professor apresentou mais recentemente, c) os alunos “normais” só conseguem decorar e não compreender os conceitos matemáticos; d) a

Matemática aprendida na escola tem pouco ou nada a ver com o mundo real.

Também salienta Schoenfeld, na obra citada anteriormente, que existem mais algumas concepções, no seguimento das anteriormente expostas, em que é "defendido" (i) que os alunos que compreendem a Matemática conseguem resolver qualquer problema em cinco minutos ou menos, (ii) fazer matemática é um acto solitário, e que (iii) a demonstração formal é irrelevante para o processo de descoberta ou invenção.

No tocante à demonstração formal, por exemplo, é importante que os alunos sintam necessidade de justificar, com um grau crescente de formalismo, relações matemáticas. Como referem Furinghetti e Paola (2002), uma prova (justificação) está intimamente relacionada com a construção de ideias matemáticas. A justificação deverá ser uma actividade tão natural para os alunos, como o deverá ser definir, modelar, representar ou resolver problemas. Sustentam ainda as autoras que o papel representado pelos teoremas e pelas justificações é o de terem uma dimensão social do conhecimento, na medida em que podem promover a discussão matemática na aula e o uso de vários mediadores, tal como história e tecnologia.

Estas concepções dos alunos são influenciadas pelas práticas na sala de aula de matemática, fruto das concepções dos professores, muitas vezes, independentemente do ano de escolaridade frequentado ou do professor.

O que é a geometria?

Freudenthal (1973) sustenta que a resposta a esta questão pode ser dada a vários níveis: no nível mais elevado, a geometria, com uma certa organização axiomática, é uma parte da matemática que historicamente foi chamada geometria. No nível mais baixo, geometria é a compreensão do espaço, e no tocante à educação das crianças, é a compreensão do espaço em que a criança vive. É o espaço que a criança aprende a conhecer, a explorar, a conquistar, para nele viver, respirar e mover-se melhor. A geometria, entendida em sentido lato, está também idealmente colocada para ajudar a expandir a concepção da matemática dos alunos, na medida em que a geometria é a melhor oportunidade que existe para aprender a matematizar a realidade.

Para Laborde (1994) a geometria é um corpo de conhecimentos teóricos, mesmo se o seu desenvolvimento se deveu em parte à pressão das exigências do mundo real. É possível, no entanto, distinguir objectos e relações geométricas de natureza teórica, das suas exteriorizações dentro de sistemas de significados diversos.

Mammana e Villani (1998) apresentam uma perspectiva histórica da geometria, sustentando que desde a pré-história que os homens sempre sentiram um forte desejo de representar os aspectos multifacetados da realidade através de desenhos estilizados, que utilizavam na decoração de artefactos e cavernas. A estes desenhos, eram muitas vezes atribuídos poderes mágicos de protecção ou de ajuda na caça e na guerra.

Refere Devlin (2002), a respeito do significado e da história da geometria:

> A palavra "geometria" significa "Medição da Terra". Os antepassados matemáticos dos actuais geómetras eram os inspectores das terras do antigo Egipto, que tinham como tarefa, a redefinição dos seus limites, desaparecidos por causa das cheias periódicas do Nilo; os arquitectos egípcios e babilónios, que projectavam e construíam templos, túmulos e as pirâmides, obviamente "geométricas", e os antigos navegadores que exerciam a actividade comercial ao longo da costa mediterrânica (p.112).

A geometria antiga era, na realidade, uma colecção de regras e procedimentos que resultavam da experimentação cuidadosa, de observações e analogias, da formulação de hipóteses, e de ocasionais lampejos de inspiração (Greenberg, 1993). Segundo o mesmo autor, a geometria era um assunto de natureza empírica no qual respostas aproximadas eram, normalmente, suficientes para resolver as questões práticas. Contudo, Tales de Mileto, a quem se atribui a primeira demonstração de um teorema (Davis e Hersh, 1995), e os geómetras gregos, em geral, insistiam que as afirmações geométricas deviam ser estabelecidas através de um processo dedutivo, em vez de o serem através de experimentação e erro. Tales foi o iniciador deste tipo de sistematização, que foi continuado, nos dois séculos seguintes, por Pitágoras e os seus discípulos que, segundo a tradição, elevaram a geometria ao estatuto de arte liberal, por contrapartida com o ofício artesanal que tinha sido até então. Assim, os Gregos tornaram a demonstração um princípio em Matemática.

No dizer de Mammana e Villani (1998):

> Durante muitos séculos, a geometria foi louvada como uma das mais relevantes disciplinas para a formação escolar dos estudantes nas artes liberais, desde o "Trivium/Quadrivium" medievais até à Renascença, e à actualidade. Por outro lado, foi esta mesma perfeição que inibiu o progresso dentro da própria geometria, resultando num "congelamento" do conhecimento geométrico por quase dois mil anos dentro do esquema euclidiano (Mammana e Villani, 1998, p.2).

Em conclusão, a geometria deverá ser entendida como uma confluência de várias vertentes: é a compreensão do espaço em que a criança vive, mas feita de uma forma dinâmica, em que os objectos geométricos podem assumir novas formas e posições, mantendo os seus invariantes. Esta compreensão deverá ser enriquecida com uma perspectiva histórica do desenvolvimento do conhecimento geométrico, de modo a que a criança se vá apercebendo que o conhecimento matemático, em geral, é dinâmico e não estático, exige esforço e necessita da contribuição de todos.

O ensino-aprendizagem da geometria

As crianças, quando chegam à escolaridade básica, não são vazias de saber, mais concretamente de saber geométrico. Pelo contrário, elas já possuem certas competências e pré-conceitos que, em teoria, lhes deviam facilitar a aprendizagem de novos conteúdos.

Como refere Abrantes (1999) as crianças são capazes, por si próprias, de pesquisar, fazer conjecturas e raciocinar logicamente, ou seja, elas podem tornar-se matematicamente competentes a um nível apropriado à sua idade. Para isso o professor deve identificar e ter em conta as aprendizagens prévias dos seus alunos, utilizando representações pictóricas, de modo a que eles desenvolvam métodos de raciocínio formal, mas de uma forma continuada, progressiva e dinâmica. Esta identificação deverá ter em conta as expectativas e as crenças estáveis que influenciam profundamente a recepção e o uso do conhecimento científico e matemático.

O desenvolvimento do raciocínio e da capacidade de argumentação está dependente de a criança fazer experiências e procurar regularidades que deverão ser comunicadas aos seus colegas e com eles discutidas. Neste aspecto a comunicação escrita, após discussão, revela-se de grande importância para o desenvolvimento das capacidades referidas (Abrantes, 1999). Para potenciar os conhecimentos e competências implícitas das crianças os professores devem organizar o ensino da matemática, em particular da geometria, de acordo com o sugerido pelas Normas para o Currículo e a avaliação em Matemática (NCTM, 2000).

Numa perspectiva histórica e como sustenta Piteira (2002), classicamente, o raciocínio dedutivo era visto como parte da cultura humana, era apreendido pelos humanos e servia como veículo para verificar conjecturas geométricas e mostrar a sua universalidade. A prova geométrica (produto do raciocínio) era mais importante do que o processo experimental vivido pela pessoa. Este facto aconteceu durante muito tempo, tendo sido negligenciado o contexto geométrico visual.

Em Portugal dizem Abrantes et al., (1999) que durante as décadas de setenta e oitenta do século XX, em consequência da reforma da Matemática Moderna, a geometria tendia a ser vista como um parente pobre da álgebra linear, sem grande interesse para o prosseguimento de estudos. O seu papel era o de ilustrar o carácter axiomático e dedutivo da matemática. Na prática, os aspectos da geometria ligados à observação, à experimentação e à construção, praticamente desapareceram do ensino básico.

Veloso (1998) defende também que o estudo da geometria de Euclides consistia numa tentativa de levar os alunos a adquirir hábitos de raciocínio rigoroso e sistemático, próprios da matemática, dentro da tradição de considerar que a geometria seria o campo ideal para os alunos aprenderem a demonstrar e também a apreciar a matemática como uma construção lógica e perfeita. Assim, eram enunciados ou demonstrados nos livros de texto dezenas e dezenas de axiomas, postulados, lemas, teoremas, corolários, etc. Começava-se no plano e, dois anos depois, passava-se para o espaço. Este procedimento didáctico costumava fazer com que os alunos detestassem tal matéria para o resto das suas vidas. O autor refere um seminário, realizado em 1990 nos Estados Unidos, com o fim de analisar a situação do ensino da geometria, nessa época, e fazer sugestões para a sua revitalização. Nele foram discutidas as aplicações práticas das ideias geométricas aos mais variados campos, desde a medicina à engenharia:

> […] Exemplos disto (destas aplicações) incluem o uso da teoria dos nós, pelos biólogos, no estudo dos enrolamentos das moléculas complexas e a utilização, por cientistas da computação e engenheiros, de muitas partes da geometria no desenvolvimento da visão computorizada e dos sistemas robóticos. Muitos geómetras têm visto com tristeza que estes progressos empolgantes coexistem com um currículo cristalizado de geometria nas nossas escolas e institutos (Veloso, 1998, p.17).

No entanto, nos últimos anos, tem havido uma mudança de atitude quanto ao entendimento de como deveria ser feito o estudo da geometria no ensino básico. As novas perspectivas, como a sociocultural e o construtivismo (Piteira 2002), vêm encorajar novas formas de raciocínio como por exemplo o raciocínio indutivo. A compreensão e a interacção dos alunos na comunidade da sala de aula são centrais no processo de ensino-aprendizagem. Como consequência, os processos de raciocínio são considerados, actualmente, como uma variedade de acções que os estudantes realizam de forma a entenderem, comunicarem uns com os outros, e explicarem aos outros, bem assim como a si próprios, o que vêem, o que descobrem, o que pensam e concluem.

Apesar deste novo entendimento sobre o estudo da geometria, e segundo Lehrer e Chazan (1998),

> há uma evidência cada vez maior de que muitos alunos, em anos médios de escolaridade, aparentam ter pré-conceitos errados no tocante a um número importante de ideias geométricas. São várias as explicações possíveis para tal facto, que passam por uma "clara divergência de opinião" que existe entre a comunidade matemática acerca do método e das finalidades da geometria e das relações espaciais" (Lehrer e Chazan, 1998, p.3).

Desta divergência, no dizer de Lehrer e Chazan (1998), resulta que autores de livros de texto e de programas não tenham conseguido pôr-se de acordo em definir um conjunto claro de objectivos. As evidências parecem sugerir que muitos professores não consideram a geometria e as relações espaciais como tópicos importantes, o que leva a que surjam sentimentos de que a geometria não tem direcção nem propósito. Estes problemas podem dever-se à relativamente pequena quantidade de trabalhos de pesquisa que é feita sobre o modo de pensar em geometria, por parte dos alunos ao nível da escola, quando comparada com a pesquisa, por exemplo, sobre número. Esta, por sua vez, poderá ser a razão para a ausência de um enquadramento teórico. Os autores referem ainda que, por exemplo, os estudos de Piaget e dos seus co-investigadores, publicados nesta área, sobre as concepções que as crianças têm em relação ao espaço e à geometria, bem como no campo da cognição espacial, pouco impacto tiveram sobre a prática lectiva na sala de aula. No entanto, estes estudos de Piaget, em que a capacidade de raciocinar logicamente depende de outros estádios anteriores, e só é conseguida a partir dos 7 - 9 anos de idade, (Piaget e Inhelder, 1981) deram origem a novos estudos que conduziram a conclusões diferentes das do investigador suíço.

Refere Piaget e Inhelder (1981) que a “actividade perceptiva”[2] não é nada mais do que o prolongamento da inteligência sensório-motora ao desenho feito pela criança antes do aparecimento da representação.

> Compreende-se assim porque é que as constâncias perceptivas, engendradas durante o primeiro ano pela actividade sensório-motora melhorem continuamente em função da idade: não é senão por volta dos 9-10 anos, com efeito que a conservação das grandezas atinge o seu nível adulto.” (Piaget, 1981, p.27).

Na mesma linha de Lehrer e Chazan (1998), também Villiers (1999) refere que vários estudos mostraram “em oposição a Piaget” (p.3) que mesmo crianças muito novas são capazes de formular raciocínios lógicos em situações que tenham significado para elas. Esta é pelo menos a posição de Donaldson e outros autores referidos por Villiers. O que é necessário é existir uma motivação apropriada dos alunos para as diversas etapas da tarefa. Esta motivação parece poder ser potenciada pela utilização de computadores e de ambientes de geometria dinâmica.

Por sua vez, o estudo das formas e das relações espaciais oferece às crianças e aos jovens, no dizer de Abrantes et al. (1999), uma das melhores oportunidades para relacionar a matemática com o mundo real. As primeiras experiências das crianças, continuam os autores, são geométricas e espaciais, ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguirem um objecto de outro, e ao descobrirem o grau de proximidade de um dado objecto. Aprendendo a movimentar-se de um lugar para o outro estão a usar ideias espaciais e geométricas para resolver problemas. Esta relação com a geometria, dizem os autores, prossegue ao longo da vida, uma vez que a natureza que nos rodeia possui múltiplos aspectos geométricos. A construção do espaço começa então no plano perceptivo e prossegue no terreno da representação. Os alunos chegam à escola com uma longa experiência informal que deve ter continuidade através da manipulação e ordenação de objectos, da dobragem de papéis, do uso de espelhos, de jogos envolvendo a construção de padrões, de experiências com itinerários e da realização de construções geométricas.

---

[2] Piaget refere-se à representação ou desenho que uma criança fará quando lhe é pedido que represente uma figura geométrica, um quadrado, por exemplo.

> O ensino da geometria na escola básica deve privilegiar formas intuitivas e flexíveis próximas das capacidades lógicas dos alunos. Investigações sobre o processo de pensamento geométrico indicam que este evolui de um modo lento, desde as formas intuitivas iniciais de pensamento até às formas dedutivas finais, em que indução e dedução se vão articulando e desenvolvendo (Abrantes et al., 1999, p.69).

Podemos encontrar muitos argumentos para incluir o estudo desta área da matemática na escolaridade básica. No entanto, ao nível dos primeiros anos de escolaridade, há algumas razões que se prendem com o facto de as crianças desenvolverem noções de espaço ao mesmo tempo que desenvolvem noções de número, na medida em que é possível utilizar situações que envolvam formas, dimensões e localizações para ilustrar e simplificar questões numéricas. Segundo o NCTM (2000), as ideias que as crianças têm sobre espaço são muitas vezes ignoradas na matemática da sala de aula, o que constitui um problema por duas razões: a) reflectir sobre o espaço é básico para muitas formas de matemática que as crianças encontram durante o seu percurso escolar; b) as competências geométricas são de muita utilidade sobretudo para profissões ligadas ao desenho.

Também defensores da integração da geometria nos currículos do ensino básico, Goldenberg et al. (1998) referem que a geometria não é um prato principal, equilibrado e atractivo de uma dieta matemática, mas sim, uma parte essencial dos aperitivos[3]. Assim, e no dizer dos autores, a geometria pode ajudar os alunos a relacionarem-se com a matemática, na medida em que se interessam por actividades geométricas devidamente seleccionadas. Estas podem apresentar aspectos muito díspares, tais como arte, física, imaginação, biologia, curiosidade, desenho mecânico e jogo.

Por outro lado, podem promover a visualização e o pensamento visual, na medida em que, dentro da matemática, a geometria está muito bem colocada para ajudar as pessoas a realizarem experiências, desenvolverem estilos de reflexão baseados na visualização, aprenderem a procurar invariantes e usarem estes e outros estilos de reflexão para criar argumentos construtivos. A geometria também está intimamente relacionada com o resto da matemática. Isto acontece na medida em que, por uma espécie de propriedade transitiva, as relações entre os alunos, a geometria e o resto da matemática podem ajudar os professores a construir conexões, atrair mais alunos e

[3] *Entrée*, no original

grupos mais diversificados de alunos para a matemática em geral. (Goldenberg, Cuoco e Mark, 1998).

Freudhental (1973), por sua vez, insiste na importância de que a matemática, quando vai ser aprendida, deverá estar intimamente ligada à realidade. Considera que a geometria só pode ter pleno significado quando se explora a sua relação com o espaço experimentado. Neste caso, a geometria presta-se à aprendizagem da matematização da realidade e para a realização de descobertas que, quando são feitas também com os "próprios olhos e mãos", são mais convincentes do que surpreendentes e, para além disso, têm ainda a capacidade para fazer com que as crianças sintam haver necessidades lógicas para além das suas conclusões.

Na mesma linha de Freudhental, Abrantes (1999) sustenta que a composição e decomposição de figuras, acompanhadas de uma descrição, da representação e do raciocínio sobre o que acontece, permite aos alunos desenvolver o pensamento visual o que é um passo importante para a matematização da realidade.

O pensamento visual e a linguagem utilizada para o descrever

Muitos conceitos em geometria não podem ser reconhecidos ou compreendidos a menos que, visualmente, o aluno possa perceber exemplos e identificar figuras e propriedades associando-os a experiências anteriores (Ponte e Serrazina, 2000).

Vinner e Hershkowitz, referidos em Grows (1992), defendem que as pessoas quando pensam, não usam definições ou conceitos, mas antes uma combinação de todas as imagens mentais e propriedades que estão associadas ao conceito, mesmo que este não seja ligado à geometria. Estas são as imagens conceptuais, que existem para um certo número de conceitos geométricos e podem ser afectadas por instruções inapropriadas. Há casos em que os alunos, quando questionados sobre um triângulo rectângulo, deixam transparecer o seu conceito de que este triângulo tem os lados perpendiculares paralelos às bordas inferior e lateral do papel, não o reconhecendo noutras posições. Na mesma linha, Fishbein (1994) defende que certos assuntos podem ligar uma representação particular a um dado conceito o que provoca um forte impacto nas decisões cognitivas dos alunos. Mesmo quando a definição é explicitamente mencionada, muitos alunos não são capazes de responder correctamente. Este facto pode ter a ver com o que Perry e Dockett (2002) chamam pensamento espacial. Este tipo de pensamento envolve processos de reconhecimento de figuras, transformação de figuras e visualização de partes dentro das diversas configurações de uma figura. Também envolve a conceptualização espacial e a sua interacção com imagens visuais. As crianças nos primeiros anos de escolaridade começam a reflectir sobre as figuras geométricas, a partir de algumas das suas características.

No tocante à linguagem utilizada pelos alunos quando pensam em matemática, e segundo Vergnaud (1997), os psicólogos discutiram em muitas ocasiões a mudança de estatuto dos conceitos durante o decurso do desenvolvimento cognitivo. Segundo Vergnaud, Piaget entre outros autores, menciona o processo da abstracção reflexiva e Vygotsky propõe a ideia de que a álgebra é para a aritmética o que a linguagem escrita é para o discurso, e o que uma língua estrangeira é para a língua mãe, porque nos três casos tem lugar um processo de reflexão. No dizer de Vergnaud, as palavras ferramenta e objecto são particularmente sugestivas porque expressam a mudança dos conceitos e teoremas que são úteis para a acção, para os teoremas que são organizados em sistemas explícitos. As primeiras propriedades que as crianças podem entender são as mais simples, mas o uso repetido destas ferramentas, a sua familiaridade e a consciência de que elas são uma parte importante no processo de reflexão, transforma-as em objectos, mesmo sendo eles abstractos.

Referindo o exemplo da simetria, Vergnaud salienta que a experiência que as crianças têm da simetria é muito importante, já que a maior parte dos seres vivos e objectos manufacturados são, ou parecem ser, simétricos. Mais ainda, desde tenra idade, as crianças são convidadas a desenhar objectos geométricos, tais como molduras, e a continuar ou completar um desenho e trabalhar com ângulos rectos, que, pelo facto de o serem, não necessitam de ser medidos e comparados com outros ângulos rectos, e por isso ficam afastadas as questões sobre se é feita ou não a conservação do conceito de ângulo. Ao completar uma figura, as crianças desenvolvem competências perceptivo-gestuais devido à utilização da régua e à precisão do desenho, onde começar e onde acabar, como desenhar, por exemplo, exactamente as linhas do quadrado. Podem também usar diferentes relações tais como “ o mesmo que...no outro lado”, “simétrico”, “tão comprido como”, “a mesma distância”.

Cabe ao professor, no dizer de Vergnaud (1997), clarificar o objectivo a ser alcançado propondo, por exemplo, uma situação mais simples, mostrando rapidamente o aspecto final do desenho e depois escondendo-o, usando algumas explicações verbais. Pode também mostrar a técnica de resolução para uma parte do desenho, chamando a atenção da criança para alguma propriedade da simetria, através do levantamento de questões, ressaltando um qualquer elemento ou verbalizando alguma propriedade invariante.

A simetria, afirma o mesmo autor, é ao mesmo tempo conceptual e operacional na medida em que oferece a primeira visão sobre o que devem ser os conceitos: empíricos e pragmáticos. Mas o objectivo que o sujeito deseja alcançar e a coordenação de conceitos e teoremas em sistemas coerentes são também aspectos essenciais. Os conceitos não surgem simplesmente de regularidades empíricas. Também surgem de questões acerca das razões por que aparecem tais regularidades e acerca da existência de acontecimentos imprevisíveis, tais como o não conseguir alcançar o objectivo pré-determinado. As regularidades empíricas não são uma fonte auto-suficiente de inquérito, de relevância e de verdade. No caso da simetria, a pergunta “ será que a colocação dos vértices é uma operação necessária e suficiente para desenhar uma figura simétrica”, não é puramente empírica. Nem o é a questão de decidir o que é conservado e o que não o é. Os invariantes operacionais subjacentes ao comportamento são a fonte essencial dos conceitos.

No centro da aprendizagem da matemática, no dizer de Noss (1997), existe uma tensão entre, por um lado a formalização sem a qual não existe significado matemático, e por outro, o facto de que a formalização é muitas vezes um obstáculo insuperável na construção de significados, mesmo quando contraposta ao próprio significado. E sem este, não há matemática. Refere o mesmo autor que o foco no significado tem duas consequências. A primeira é que nos encoraja a olhar para os modos utilizados pelas crianças para se exprimirem matematicamente, em vez de olharmos só para a matemática que elas sabem. A segunda consequência é que somos forçados a pensar mais claramente sobre o que a matemática é realmente. Assim é importante, colocar as crianças perante situações em que se possam exprimir matematicamente, embora a linguagem por elas usadas não seja de tipo formal. A construção de um significado, a partir da observação de regularidades, não deve esbarrar na formalização, mas sim promover o desenvolvimento de uma linguagem matemática que exprima cada vez com maior desenvoltura e correcção o raciocínio desenvolvido a partir da observação.

Não basta só detectar regularidades, é necessário problematizar acerca das razões porque surgem e descrever todo o pensamento envolvido nessa problematização com vista à sua libertação do concreto, do contextual. Nesta mesma linha, Goldenberg et al. (1998), afirmam que a geometria envolve a descoberta de padrões (invariantes) nas relações entre elementos da mesma figura. Tal descoberta necessita de um pré-requisito, que consiste na capacidade de representação mental de uma dada figura, de tal modo que permita ver os elementos individuais e realizar conjecturas suficientemente boas acerca das relações entre os elementos dessas figuras, para guiarem na escolha de mais ferramentas analíticas e experimentais.

Segundo Markopoulos e Potari (1996) os alunos, partindo de considerações visuais das formas geométricas, desenvolvem relações entre as figuras e as suas propriedades, e constroem relações hierárquicas entre diferentes classes de figuras. O pensamento envolvido nesta construção não foi só resultado ou conjugação de um número de atributos críticos que correspondem à figura, mas foi, pelo contrário, inseparável dos modelos intuitivos e dinâmicos desenvolvidos pelas crianças, que, ao basearem-se neles, usaram o raciocínio para integrar aspectos perceptivos, imaginários e factuais, para justificar as suas opções.

Para Goldenberg et al. (1998), pensamento visual envolve a construção de analogias visuais das ideias e processos que podem ser encontrados, num primeiro momento, nos domínios não visuais. Na maior parte dos currículos[4], a geometria representa a única matemática visualmente orientada que é oferecida aos alunos. Por outro lado, os currículos tendem a apresentar uma matemática visualmente pobre e quase totalmente mediada pelo texto, uma matemática que não apela ao uso, ao treino da "parte direita do cérebro", a parte "metafórica". Este facto costuma ter os seus custos, já que muitos alunos que gostariam de trabalhar com uma matemática visualmente rica, nunca descobrem que ela existe, porque entretanto ficaram desmotivados, antes de terem hipótese de descobrir outro tipo de matemática mais visual. Perdem-se, não só potenciais geómetras e topógrafos, mas todos os alunos que poderiam "penetrar" na matemática através dos seus domínios visualmente ricos e

[4] A afirmação refere-se aos currículos dos Estados Unidos da América

descobrir então novos mundos, não intrinsecamente visuais. Para alguns alunos, a abordagem visual pode ser essencial.

Loureiro (1999) refere que, no ensino tradicional da geometria, o papel de uma figura era o de, na maior parte dos casos, ilustrar factos expressos num texto, e também, usualmente, a demostração surgia para provar factos em que parecia haver poucas razões para o fazer. Com a utilização de programas de geometria dinâmica, o foco está nas experiências que o aluno pode fazer sobre figuras rigorosas, e nas conjecturas que pode fazer sobre os efeitos provocados por alterações sobre as figuras. A autora entende por raciocínio visual aquilo que é feito quando rapidamente se reconhece e manipula símbolos de qualquer tipo. Assim, o pensamento visual varia de indivíduo para indivíduo, e alguns indivíduos pensam mais visualmente do que outros. A vantagem do computador e dos ambientes de geometria dinâmica (AGD) é que passa a ser possível a todos os indivíduos visualizar de “modo semelhante”, desvanecendo as diferenças entre eles. O computador vem democratizar o raciocínio visual, na medida em que torna possível que grupos de indivíduos, ainda que separados por grandes distâncias, possam colaborar na exploração visual, seja ela científica ou de âmbito artístico. Neste aspecto, o ensino da geometria deve ser mais abrangente e alargado para que se possa tirar plenamente partido do raciocínio visual.

As novas tecnologias ao serviço da geometria

Segundo Goldenberg (2000), uma das maiores forças no crescimento contemporâneo e na evolução da matemática e do seu ensino é o poder das novas tecnologias. Na matemática, os computadores abriram campos inteiramente novos. Na educação, elevaram a importância de certas ideias, tornaram alguns assuntos e problemas mais acessíveis e forneceram novos caminhos para se representar e manipular a informação matemática, permitindo fazer escolhas de conteúdos e métodos pedagógicos impensáveis anteriormente. Defende o autor que, com a tecnologia, o que muda, relativamente às actividades realizadas com recurso ao papel e ao lápis é o universo dos problemas passíveis de serem escolhidos, e o modo com podem ser apresentados. Alguns deles são demasiado difíceis para serem colocados num “ambiente de papel e lápis"[5]. Algumas tarefas requerem que os alunos experimentem com determinados objectos matemáticos, para verem o modo como eles se comportam. Outras exigem representações visuais, tais como gráficos, diagramas, figuras geométricas e imagens que se possam movimentar, para que *respondam*[6] às questões ou comandos dos alunos.

Nos primeiros anos de escolaridade, os materiais manipuláveis (físicos) fornecem, muitas vezes, às crianças o suporte visual e experimental. Eles funcionam como plataformas intermédias de suporte às ideias matemáticas. São objectos que a criança pode ver com os seus olhos e manipular com as suas mãos, enquanto aprendem a manipular as ideias matemáticas com os olhos e as mãos da mente. Nos anos mais avançados, muitas ideias matemáticas não têm esses modelos físicos. Os computadores podem fornecer os "manipuláveis virtuais", onde os modelos físicos não existem.

Papert, citado em Kestenbaum (2005), referindo-se às vantagens que considera o computador ter sobre o papel e lápis, defende que, antigamente lidávamos com a informação oralmente. A informação escrita e mais tarde a impressão ampliaram tudo aquilo que podia ser feito oralmente. O computador é um novo passo na mesma série, na medida em que a profunda contribuição que dá para a educação advém de ser um material de construção[7], bem assim como um meio de informação. As crianças podem usar o computador para realizar construções mentais mais ricas e complexas. Permite a mudança na aprendizagem: deixa-se de aprender porque se foi ensinado e passa-se a aprender porque se fez e se construiu.

A aplicação Logo, por exemplo, mesmo numa versão simplificada, permite que as crianças sejam introduzidas no mundo da linguagem matemática formal (Huges, 1990), construindo as suas próprias figuras e "descobrindo" as propriedades envolvidas na sua construção. Torna os alunos aptos a construir figuras que envolvam os mesmos invariantes, ou de um modo mais geral, descobrindo novas relações entre os elementos de uma figura, que permitam construir figuras diferentes. De modo geral, alguns dos processos de contornar a linguagem formal têm a ver, precisamente, com a utilização do computador. Este permite alargar a gama de objectos manipuláveis. Esta capacidade manipulativa contribui para uma abordagem experimental e indutiva, desenvolvendo a

---

[5] *Pensilsonly* no original
[6] *Respond* em itálico no original
[7] Constructional material no original

construção de generalizações a partir de múltiplas observações. Além disso, a manipulação de representações gráficas pode facilitar a compreensão de ideias matemáticas. Kamii, referida em Albuquerque (2000), sustenta que:

> Se os adultos criarem uma atmosfera que indirectamente encoraja o pensamento, as crianças surgirão com uma quantidade de relações que nos surpreendem. As crianças que são encorajadas a tomar decisões são encorajadas a pensar e isto favorece a autonomia da criança (p.43).

Na mesma linha de Kamii, Huges (1990) refere que os computadores podem ter um papel crucial para desenvolver o pensamento da criança durante o processo de descontextualizar esse pensamento. Para este autor o uso apropriado do computador pela criança pode permitir-lhe tomar consciência e reflectir no seu próprio processo de pensamento, o que constitui um elemento crucial para a aquisição de controlo sobre os seus processos de pensamento. Para conseguir isto, sustenta Hughes, são importantes os seguintes elementos: tempo, estrutura[8], permitir que a criança cometa erros, motivação intrínseca, sensação de ter o controlo.

Hughes (1990) aponta várias utilizações possíveis dos computadores no processo de ensino-aprendizagem. O computador pode ser usado: (a) como tutor, (b) como simulador, (c) como ferramenta.

Uma das utilizações dos computadores é o uso destes instrumentos como um tutor das aprendizagens. Esta abordagem, baseada na teoria behaviorista da aprendizagem, tem como base a repetição de tarefas como motor de uma boa aprendizagem. A utilização do computador como tutor fornece estrutura, permite que as crianças executem tarefas ao seu ritmo próprio, e permite a obtenção de retorno aos erros cometidos. Também pode ser motivadora na medida em que a criança pode escolher as tarefas que quer realizar, embora pareça que esta motivação venha mais do uso do próprio computador do que da tarefa em si. No entanto, esta abordagem ao uso do computador como tutor não permite que o aluno reflicta no seu processo de pensamento. Pode ser útil, pontualmente, para promover certas capacidades, mas não tem um papel de grande relevo no processo de descontextualizar o pensamento da

---

[8] O termo estrutura é usado no sentido de descrever um elemento do pensamento que permite ajuizar das diversas hipóteses (possibilidades) de uma determinada situação, mesmo que elas sejam numerosas, ou mesmo infinitas.

criança. As justificações para tais factos são, por um lado, a incapacidade de se realizarem tarefas suficientemente abertas para que as crianças tenham a oportunidade de explorar caminhos diferentes, personalizados, de justificarem as suas escolhas, e por outro lado, o facto de que, após algumas utilizações, os alunos mecanizam processos de responder acertadamente, o que retira muito do interesse à utilização de tal tipo de aplicações.

Uma segunda forma de utilização do computador é o uso de simuladores. Aqui, as capacidades gráficas do computador são usadas para criar ambientes simulados, em que surgem situações que criam problemas que têm de ser resolvidos. Os alunos podem ter experiências de aprendizagem, como se de uma situação real se tratasse, mas sem as desvantagens desta (Hughes, 1990).

Para o autor, a utilização do computador, tanto como tutor como simulador, apesar de ter um lugar inquestionável no processo educativo, não tem um papel claro no processo de descontextualização do pensamento da criança. No entanto, os simuladores fornecem ambientes que conseguem envolver e estimular o pensamento contextualizado e as capacidades cognitivas da criança.

Hughes (1990) aponta para a possibilidade da existência de um conflito considerável entre a motivação de uma criança e a pausa necessária para a reflexão. Na utilização do computador como simulador pode acontecer que este provoque uma excitação no aluno que impeça a reflexão calma.

Existe ainda uma terceira abordagem à utilização do computador que é usá-lo como ferramenta. O computador é utilizado como um instrumento de conteúdos livres e abertos que podem ajudar a desenvolver os objectivos educacionais das crianças.

Um exemplo de *software* utilizável como ferramenta é a folha de cálculo. As suas potencialidades são consequência da forma particular como trata a informação. Uma das vantagens é o desvio da ênfase do produto para o processo. A actividade do aluno passa a centrar-se nos dados relevantes, no estabelecimento das relações entre eles, na selecção das operações e no estabelecimento da ordem em que a aplicação as deverá executar (Moreira, 1989). Assim, a solução deixa de ser objecto de preocupação do aluno, que pode focar a sua atenção no modo como chega a essa solução. Este aspecto da reflexão acerca do processo de resolução de problemas é tido como extremamente importante no desenvolvimento das capacidades cognitivas dos alunos (e.g. Hughes

1990, Mason, 1997).

Segundo Veloso (1999) a utilização de programas de computador dedicados ao ensino da geometria (programas de geometria dinâmica), tais como o *Geometer's Sketchpad* e o *Cabri-Geomètre,* são ideais para as explorações e investigações em geometria.

Ao nível da matemática, a aplicação de programas de geometria dinâmica pode revelar-se de uma importância crucial uma vez que, como refere Mason (1997), é muito difícil, por vezes, os alunos conseguirem destrinçar o que é verdadeiro matematicamente, por que razão é verdadeiro e "como é que se faz", quais as técnicas utilizadas, e como são obtidos os resultados. Abrantes et al. (1999) sustentam que os programas informáticos, por exemplo o Logo, ou de geometria dinâmica, como os referidos, podem auxiliar nessa destrinça. na medida em que, por exemplo, desenhando uma figura geométrica, podemos deslocá-la, ampliá-la, reduzi-la e observar que certas características se mantêm inalteradas (regularidades fundamentais no processo de compreensão do conceito de propriedade). Podemos assim "aumentar o convencimento" sobre determinadas relações de uma forma intuitiva, sem recorrermos ao formalismo da lógica.

No entanto, o processo de obtenção dos resultados pretendidos, quando usamos *software* informático deste tipo, é muitas vezes difícil de entender e executar pelos alunos e pelos professores. Necessita de um conhecimento bastante aprofundado do programa que se está a utilizar. Mason (1997) também defende que a atenção dos estudantes na escola está naturalmente voltada para o "como" (fazer).

> [...] A arte do professor consiste em centrar a sua atenção e dirigir as suas energias de modo a que o "porquê" seja também contemplado (Mason, 1997, p.19).

O uso de programas informáticos adequados, segundo Bishop et al. (2000), permite a visualização quase imediata das imagens geradas quando os alunos fazem conjecturas sobre propriedades e relações, e procuram testá-las e justificá-las. Facilita a procura de respostas permitindo que o "porquê" seja uma questão recorrente quando se pretende desenvolver o pensamento matemático.

A manipulação das ferramentas computacionais favorece a formação de imagens mentais, contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de visualização e raciocínio espacial (Abrantes et al., 1999).

No tocante às transformações geométricas, dizem os mesmos autores, estas são processos importantes do pensamento geométrico que podem ser iniciadas com a observação de figuras simétricas, congruentes ou semelhantes.

Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD)

Olive (2003) inclui na "tecnologia de geometria dinâmica" qualquer meio (dispositivo) tecnológico (incluindo calculadoras e outros meios informáticos) que fornece ao utilizador ferramentas para criar os elementos básicos da geometria euclidiana (pontos, rectas, segmentos de recta e círculos) através do movimento directo via utilização de um dispositivo para apontar (rato, *touch pad*, ou teclas de cursor) e para construir as relações geométricas entre esses elementos. Uma vez construídos, os objectos são transformáveis pelo simples arrastamento de qualquer uma das suas partes constituintes. Estão englobados nestes meios ou dispositivos tecnológicos as seguintes aplicações: Cabri-Géomètre, o Geometer's Sketchpad[9] o Geometry Inventor o Geometry Expert e o TesselMania ® (aplicação dinâmica de pavimentações) (Olive, 2003).

Os ambientes de geometria dinâmica dão possibilidades de execução de figuras de uma forma mais rápida e mais precisa do que quando feitas utilizando papel e lápis. Para além disso permitem, como já se referiu, movimentar e modificar essas figuras o que promove uma maior facilidade de visualização das suas propriedades geométricas.

Um aspecto comum da geometria dinâmica é que as figuras geométricas podem ser construídas pela ligação dos seus componentes, por exemplo, um triângulo pode ser construído pela ligação de três segmentos de recta. No entanto, um triângulo não é uma figura estática, tal como o seria se fosse desenhado numa folha de papel. É, no essencial, o protótipo para todos os tipos de triângulos. Ao seleccionarmos e ao movermos um vértice desse triângulo com o rato, o comprimento e a orientação dos

---

[9] A criação do Cabri-Geomètre foi proposta por Jean-Marie Laborde; o *Geometer's Sketchpad* foi criado por Nick Jakiew.

dois lados concorrentes nesse vértice vão alterar-se continuamente[10]. As implicações matemáticas desta simples operação de manipulação ajudam, no dizer de Olive (2003), na transição do primeiro para o segundo nível de van Hiele: "desde o parece que, até uma consciência sobre as propriedades das formas" (p.9).

Na resolução de situações matemáticas, as aplicações informáticas de geometria de tipo dinâmico oferecem um *feedback* ao utilizador, através da possibilidade de arrastar, de dupla natureza: por um lado propicia informação sobre as relações geométricas entre os elementos do desenho e, por outro lado, permite ao aluno tornar-se conhecedor da possível incorrecção da sua resposta (Piteira, 2002).

A autora refere que num desenho, que é apenas visualmente correcto, algumas das suas propriedades não se mantêm quando é "deformado" por arrastamento, uma vez que quando se arrasta o desenho, este apenas mantém as relações geométricas usadas na construção ou que podem ser deduzidas dela. Nos AGD, uma condição necessária para verificar a correcção das construções é estas preservarem as propriedades esperadas, ao serem arrastadas pelo rato. Este aspecto torna a geometria dinâmica melhor materializada do que a que é feita com papel e lápis, uma vez que a correcção de uma construção depende apenas das propriedades incidentes e não de aspectos como o tamanho do desenho. Além disso, o facto de ser possível obter, em instantes, uma série de desenhos da mesma classe de objectos, torna o processo de experimentação menos fastidioso do que com papel e lápis, onde o aluno teria de construir sempre de novo. O modo de arrastamento pode ser usado para obter contra-exemplos de um desenho, proporcionando controlo sobre as produções, o que torna o *feedback* um factor de evolução no processo de uma resolução de uma situação e, consequentemente, na aprendizagem matemática do aluno. A percepção, por sua vez, pode ser usada como *feedback* para obter informação sobre um caminho para a solução de uma situação ou para a correcção da sua solução, o que a torna num instrumento de solução, mas também de validação. O *feedback* é interpretado com o conhecimento de geometria que o aluno já possui havendo uma interacção entre o seu conhecimento e a visualização. Como o aluno já tem uma ideia sobre alguns dos invariantes de uma figura, assim ele convence-se da incorrecção da sua solução (Piteira, 2002).

---

[10] É pelo menos esta a percepção que se tem, apesar de o movimento não ser contínuo, pelo próprio funcionamento do computador.

O uso de AGD pode também contribuir para a ampliação das representações com que os alunos trabalham quando, por exemplo, deslizam, rodam, ampliam ou reduzem uma dada construção geométrica. Isto pode permitir que os alunos sejam capazes de compreender as relações de semelhança entre figuras. O raciocínio proporcional é necessário ao desenvolvimento deste conceito de semelhança (Abrantes et al., 1999).

O desenho, a manipulação, a investigação de relações e a construção no computador de objectos geométricos permitem a exploração de conjecturas que precedem o uso do raciocínio formal. Actualmente, ferramentas computacionais designadas por ambientes geométricos dinâmicos […] são geradoras de uma nova abordagem no ensino e aprendizagem da geometria. Permitem a construção e manipulação de objectos geométricos e a descoberta de novas propriedades desses objectos, através da investigação das relações ou medidas que se mantêm invariantes (Abrantes et al., 1999).

O recurso ao AGD dá ao aluno a possibilidade de fazer construções no ecrã de um computador, tendo em conta as propriedades das figuras geométricas, e de manipular essas construções, mantendo as referidas propriedades. Estes ambientes informáticos permitem um maior leque de acções e o trabalho com objectos mais complexos relativamente à utilização das ferramentas clássicas (papel, lápis, régua e compasso). Fundamentalmente, permitem que os alunos contactem com um grande número de situações em tempo real e se apercebam do domínio de validade das propriedades estudadas. Trabalhar com estes ambientes ajuda os alunos a dar sentido ao processo da justificação. A sua aprendizagem decorre por etapas e a formulação de conjecturas e a sua validação, com a análise de exemplos e contra-exemplos, é facilitada pelo vaivém contínuo facultado pelas ferramentas.

No dizer de Dreyfus e Schwarz (2000), o facto de a geometria ser entendida numa perspectiva dual - metódica e perfeita- permite que se possa fazer a distinção entre dois aspectos da figura geométrica, e que são problemáticos dum ponto de vista didáctico. Por um lado temos a figura entendida como um desenho (geometria da observação) e por outro lado entendida como um desenho de precisão arbitrária (geometria da dedução). O "micromundo" da geometria fornece um terceiro aspecto, uma vez que permite definir o conceito de classe de figura ou configuração. Na Figura 2.1 estabelecem-se as relações acima referidas.

A dualidade da construção de figuras é responsável por três obstáculos:

(a) A natureza particular de um diagrama conduz o aluno a ter em consideração as características desse diagrama; essas características não têm relação com as propriedades da figura e, por isso, provavelmente não estarão adaptadas ao problema;

(b) A natureza padrão de certos esquemas ou diagramas induz no aluno a aparência de estereotipos, o que mais tarde pode prejudicar o reconhecimento das propriedades em situações não padronizadas;

(c) Inabilidade para visualizar um diagrama de maneiras diferentes ou, em particular, para abarcar o todo e a parte em simultâneo (Dreyfus e Schwarz, 2000).

Os autores defendem que a introdução de um AGD fornece uma modificação para o ensino-aprendizagem da geometria, possibilitando que a figura perca a sua natureza estereotipada; sejam analisados casos críticos e casos limite; uma única situação geométrica pode ser visualizada a partir de diferentes ângulos.

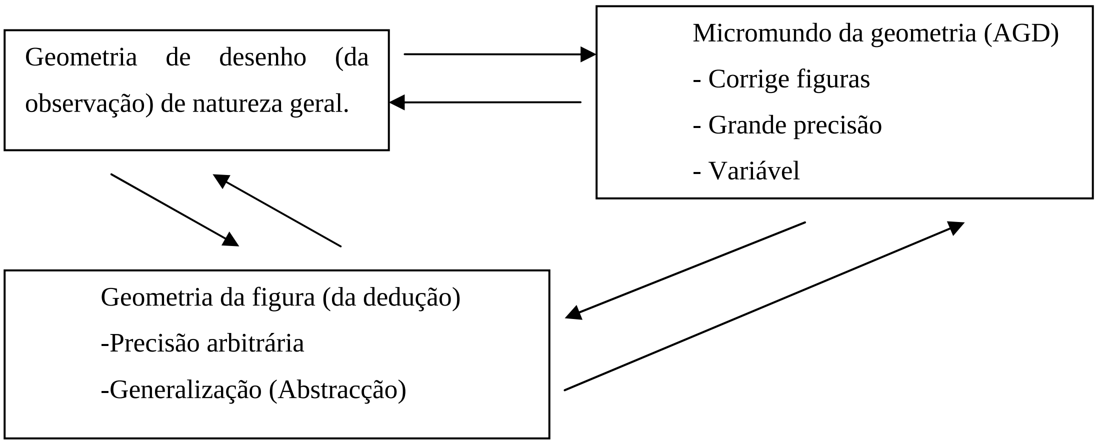


Figura 2.1- Relações entre a geometria do desenho, a geometria da figura e o micromundo da geometria (Dreyfus e Schwarz, 2000).

Comunicação das descobertas em AGD

Com a utilização de AGD no ensino-aprendizagem da geometria surge o problema de saber como é que os alunos podem comunicar o seu raciocínio e as suas descobertas, de modo a que possam ser analisados, discutidos e avaliados.

A capacidade de um investigador conseguir distinguir, quando uma criança comunica as suas descobertas, entre o que ela na realidade fez e o que ela diz que realizou, pode ser determinante num processo de investigação (Hoyles e Noss, 1994). Muitas vezes, as crianças podem dizer-nos o que elas gostariam de ter pensado, sentido ou feito em vez do que fizeram na realidade.

Segundo os autores, adivinhar as "regras do jogo" é uma actividade comum nas salas de aula em geral e na sala de aula da matemática em particular.

Naturalmente, este factor é particularmente significante quando o entrevistador está a testar as atitudes do aluno e não as suas estratégias. Como será compreensível, este aspecto constitui um problema quando se pretende fazer um estudo sobre as competências das crianças, nomeadamente para fazerem investigações. O julgamento sobre essas competências é um dos principais obstáculos que bloqueiam a tomada de posse como investigadores dos alunos mais novos. A idade costuma ser o cavalo de batalha dos estudiosos da matéria. No entanto, estudos recentes parecem mostrar que a experiência social é um marcador bastante fiável para a maturidade e para a competência. Assim, é necessário ver as competências das crianças como diferentes das dos adultos e não menores do que as deles.

Outra barreira reside na crença de que as crianças não possuem conhecimentos e entendimento suficientes para investigar assuntos com alguma profundidade. No entanto, e no dizer da autora, tal não é correcto, porque as crianças têm um conhecimento muito rico que é inerente à própria compreensão dos seus mundos e das suas subculturas.

Reflectindo estas ideias, embora num âmbito mais restrito ligado à resolução de problemas se não propriamente à investigação, segundo o NCTM (2000), a comunicação é uma parte essencial da matemática e da educação matemática. É um modo de compartilhar ideias e clarificar a compreensão. Através da comunicação as ideias tornam-se objectos de reflexão, discussão e refinamento e consequentemente de emenda. O processo de comunicação ajuda também a construir significado, permanência das ideias e também as torna públicas. Quando os alunos são desafiados a pensar, a raciocinar e a comunicar com os outros oralmente ou por escrito, aprendem a ser claros e convincentes. Ouvir as explicações dos outros dá aos alunos oportunidades de desenvolverem as suas próprias compreensões. Conversas em que são exploradas ideias matemáticas sob múltiplas perspectivas ajudam os participantes a melhorar o seu modo de pensar e a construir relações. Os alunos que estão envolvidos em discussões, nas quais podem justificar as soluções que encontraram, ganham uma melhor compreensão matemática enquanto trabalham para convencer os colegas, sobretudo se estes discordam das soluções apresentadas. Actividades deste tipo ajudam os alunos a desenvolver uma linguagem para expressar ideias matemáticas e o gosto pela precisão desse tipo de linguagem.

Em suma, os alunos que são encorajados e têm oportunidade de se envolverem em actividades de discussão das suas descobertas matemáticas e são apoiados quando escrevem, lêem, ouvem e discutem as suas conclusões matemáticas ou as dos seus colegas comunicam para aprender matemática e aprendem a comunicar matematicamente.

O “fazer matemática” envolve descoberta. A conjectura é um caminho importante para a descoberta que os alunos dos primeiros anos de escolaridade devem percorrer. Eles devem aprender a fazer conjecturas, a refiná-las e a testá-las. Por este motivo os professores devem ajudar os seus alunos a fazer conjecturas, fazendo questões que levem os alunos a pensar o que acontecerá em seguida, qual é o padrão, se uma dada relação descoberta será sempre verdade, ou só algumas vezes.

As crianças devem exprimir as suas conjecturas, descrever usando as suas próprias palavras e, com elas, o modo como pensaram. Se for necessário, devem verbalizar as suas descobertas usando exemplos e materiais concretos.

De acordo com o NCTM (2000), a forma correcta das justificações matemáticas deve assumir um papel secundário em relação a uma comunicação correcta das ideias matemáticas adequadas ao ano de escolaridade dos alunos.

As crianças devem ser encorajadas a raciocinar a partir daquilo que sabem e ensinadas a explicitar os conhecimentos que usam ao criar argumentos e justificações.

A matemática está cheia de símbolos, por isso a comunicação oral e escrita das ideias matemáticas não é muitas vezes considerada como sendo uma parte importante da educação matemática. Os alunos não falam naturalmente de matemática, os professores têm que os ajudar nessa tarefa.

O trabalho de grupo

Podemos entender a aprendizagem em matemática (e noutras disciplinas) como a adaptação a novas situações, que podem ser problemas que o aluno não possa resolver sozinho com os conhecimentos disponíveis, mas para a solução dos quais tem que os trabalhar de modo a poder encontrar uma estratégia viável de resolução. Este processo de adaptação não é espontâneo e o ambiente de ensino-aprendizagem deve ser organizado de modo a permitir o seu desenvolvimento. A aprendizagem não se processa unicamente no plano individual de interacção entre o aluno e o conhecimento, mas também num plano social. Por essa razão, Laborde (1994) refere que as soluções produzidas pelos grupos são geralmente melhores do que as dos alunos individualmente. Refere também a autora que as aprendizagens feitas em grupo parecem ser mais relevantes, uma vez que o trabalho de grupo parece fornecer um impacto positivo na aprendizagem a longo prazo. Sendo assim as aprendizagens em grupo parecem tender a ser mais duradouras.

Laborde (1994) afirma que, de acordo com a teoria do conflito sociocognitivo, as contradições provenientes de pontos de vista diferentes são mais prontamente percebidas e não podem ser refutadas tão facilmente, como quando surgem num indivíduo. Este, sozinho, pode não se aperceber da contradição ou não a ter em linha de conta quando é necessário optar entre dois ou mais pontos de vista. Trabalhando em grupo, para ultrapassar uma contradição, os alunos têm de coordenar esforços para obter uma opção aceite por todos, o que corresponde a um conhecimento de nível superior.

Segundo Laborde (1994), na constituição de grupos e na escolha de tarefas deve haver um certo equilíbrio conceptual relacionado com as concepções matemáticas dos alunos, na medida em que a distância cognitiva entre dois elementos de um grupo de trabalho, não deve ser nem demasiado pequena, nem demasiado grande. No primeiro caso os elementos do grupo poderão ter pontos de vista semelhantes e, portanto, não haverá discussão. No segundo caso, pode acontecer que os elementos entrem em conflito e não consigam entender o ponto de vista do(s) colega(s).

A autora defende ainda que as tarefas alvo do trabalho de grupo devem apresentar novas situações que os alunos não consigam resolver imediatamente. Se o conseguissem a discussão seria inútil. Pelo contrário, as tarefas devem permitir que os alunos as iniciem com os conhecimentos anteriormente adquiridos, embora estes sejam insuficientes para a sua resolução completa. Estas tarefas devem favorecer a verbalização e a comunicação entre os elementos do grupo.

Indicadores linguísticos

São vários os termos deícticos que servem para identificar ou designar objectos, pessoas, lugares e coisas, sem referir nada em particular, tais como “isto”, “aquilo”, “aquele”, etc., e, segundo Bills (2002), estas palavras podem ser indiciadoras de generalização.

A linguagem pode ser um indicador do nível de desenvolvimento do pensamento e de diferentes qualidades de pensamento. O tipo de linguagem usado nas explicações pode ser um indicador da qualidade da compreensão. Referindo Margaret Donaldson, Bills (2002) sustenta que muitas vezes o facto de os alunos mais novos não conseguirem dar uma explicação a uma determinada questão se deve a uma má compreensão do conceito ou a uma fraca capacidade de usar e dominar a língua. A adequada competência linguística para a explicação é demonstrada pelo uso apropriado de conjunções consecutivas, tais como “porque” e “portanto”. O seu uso adequado na forma dedutiva acontece a partir dos oito anos de idade. Assim, a capacidade linguística e a capacidade cognitiva de compreensão das conjunções causais são interdependentes.

Bills (2002) refere um estudo conduzido por Vygotsky em que este autor conclui que a capacidade de as crianças usarem “porque”, apropriadamente nos conceitos de todos os dias, é melhorada quando é feita essa utilização em conceitos científicos. A utilização de conjunções consecutivas, tais como “porque” e “portanto”, pelos alunos pode surgir pela utilização de exemplos, casos particulares, ou pela apresentação de justificações gerais.

Num estudo conduzido por Rowland, referido por Bills (2002), este conclui que, em situação de resolução de problemas, quando um aluno muda a expressão “eu” para “tu” ou “vocês”, isto significa que mudou do trabalho com casos particulares para passar a exprimir generalização.

Bills (2002) refere ainda que, na sala de aula, o uso de indicadores linguísticos pode alertar o professor para diferenças entre os alunos, permitindo–lhe ajudar o aluno com menor sucesso a ganhar maior compreensão.

Balacheff (1987), por seu lado, conduziu uma investigação que levou ao surgimento de um ambiente favorável ao aparecimento de conjecturas e argumentos matemático, e que proporcionou uma forma de identificar quatro tipos de justificação: 1-Empiricismo ingénuo - Declaração de veracidade de um resultado após verificação de um número pequeno de casos particulares. Os alunos consideram suficiente a observação dos casos particulares para conseguirem demonstrar a conjectura. 2-Experiência crucial - Processo de validação de uma afirmação, no qual o indivíduo coloca explicitamente o problema da generalização. A conjectura é verificada com recurso a um caso particular escolhido propositadamente e não ao acaso. 3-Exemplo genérico - Explicitação das razões de validade de um resultado pela realização de acções ou transformações sobre um objecto, apresentado não como por si próprio, mas como um representante característico de uma classe de indivíduos. 4-Experiência mental - Consiste na invocação da acção através da sua interiorização, destacando-a da realização sobre um representante particular.

Este posicionamento de Balacheff parece apontar no sentido de se colocar o problema da justificação/demonstração, mesmo com alunos dos níveis iniciais de escolaridade.

Com a utilização das novas tecnologias, nomeadamente dos AGD, a justificação em geometria, a partir dos níveis iniciais de escolaridade, pode tomar um novo impulso.

Na opinião de Piteira (2002), os ambientes dinâmicos de geometria dinâmica conferem um carácter à justificação muito diferente do que era inerente ao ensino tradicional, uma vez que ao contrário da utilização do método dedutivo para fazer demonstrações - em que os alunos faziam demonstrações de teoremas atrás de teoremas sem perceber por que razão é que as propriedades com que trabalhavam eram verdadeiras – ao modo tradicional, com os AGD os alunos podem ser levados a realizar várias construções que são continuamente investigadas, discutidas e validadas.

Assim, a justificação, suscitada por tarefas e realizada com recurso a um AGD, já não servirá para convencer os alunos de que uma determinada propriedade é verdadeira, mas sim por que razão é que é verdadeira. A dedução será uma explicação, mais do que uma verificação, sendo no sentido de explicar um caso que se deverá entender a palavra inglesa “proof”, não com o sentido de prova, garantia de verdade, mas mais com o sentido de explicação (Villiers, 1996).

Tarefas abordando conceitos de geometria poderão servir de ilustração ao que foi referido. Estas visam que as crianças possam ser confrontadas com comportamentos básicos de transformação, sendo a ênfase feita mais nas relações entre os objectos que foram transformados, rodados ou sofreram translação e menos nas propriedades destes.

Segundo Sinclair (s/d), tarefas que permitem o uso do GSP podem ser usadas produtivamente através de todo o programa do currículo da escolaridade elementar. Juntamente com as de geometria, há tarefas que tocam diversos pontos, nos capítulos de Medida, Álgebra, Número e Operações, e que são aspectos programáticos para o ensino e aprendizagem da Matemática (M.E., 2001). No documento do NCTM (2000), as normas relativas aos procedimentos, e que normalmente são sacrificadas na prática lectiva, são tão importantes como as que se referem aos conteúdos. Assim, estas tarefas estão focadas na Resolução de Problemas, no Raciocínio, na Justificação e na Comunicação.

Geometer's Sketchpad ou Cabri Geomètre – as razões de uma escolha

O Geometer's Sketchpad (GSP) e o Cabri Géomètre (Cabri) têm sido, no dizer de Piteira (2002), os mais usados de entre os programas de geometria dinâmica. A principal diferença entre estes dois aplicativos consiste sobretudo no facto de que no GSP se seleccionam primeiro os objectos e em seguida a operação geométrica a realizar, enquanto que no Cabri, é seleccionada primeiro a operação a realizar e depois os objectos sob a qual esta incide (Piteira, 2002).

Segundo a mesma autora, a lógica do GSP reside na necessidade de se ter um conhecimento prévio das propriedades (de uma figura geométrica, por exemplo) para se poder fazer uma construção. Este facto permite entre outras coisas que se façam conjecturas sobre o modo de construção e, depois, se testem essas conjecturas, construindo figuras que, apesar de "deformáveis", mantêm as suas propriedades. Neste sentido Piteira (2002) diz que o papel de mediação que os artefactos existentes num contexto de actividade devem ter no desenvolvimento cognitivo, é o de ajudar a pensar nas propostas de trabalho (Piteira 2002).

No GSP é a lógica do utilizador normal do ambiente windows que prevalece, no Cabri, a lógica é apenas funcional; primeiro é indicada a função e depois a variável a que esta se vai aplicar.

Segundo Veloso (1998), a vantagem do GSP relativamente ao Cabri reside no facto de, neste último, o aluno poder ter de andar a fazer tentativas até conseguir decidir quais os objectos que quer alterar, enquanto que, no primeiro, a alteração só poder ser feita após se ter seleccionado dois objectos para os quais a construção tenha sentido, uma vez que só nessa altura é que os menus estão acessíveis. Com o GSP o aluno não pode usar uma estratégia de tentativa e erro: tem que saber o que pretende construir e quais os meios que necessita para o fazer.

Nick Jakiew,[11] o criador do GSP, citado por Veloso (1998), refere que o seu propósito ao conceber a aplicação, não foi fornecer uma máquina que ensinasse geometria, mas, em vez disso, fornecer um ambiente em que cada um possa rapidamente explorar e idealmente atingir e ampliar os limites da sua própria compreensão e apreciação da geometria.

Relativamente à escolha do AGD a utilizar no estudo era indiferente utilizar o GSP ou *Cabri Geomètre*, uma vez que os alunos não iriam construir figuras mais complexas do que um triângulo. A minha opção pelo GSP deveu-se sobretudo ao facto de já conhecer e ter trabalhado com este AGD, e de ter encontrado tarefas interessantes e facilmente adaptáveis ao nível etário dos alunos participantes, quando pesquisei a página da Internet a ele dedicada da autoria de Sinclair (s/d).

Investigações realizadas no âmbito da utilização de novas tecnologias para o ensino da geometria

Segundo Ponte et al. (1998) os estudos de natureza curricular realizados em Portugal em torno do uso das novas tecnologias são relativamente numerosos e em grande parte foram estimulados pela intensa actividade do Projecto MINERVA no fim da década de 80 e início da década de 90 do século XX. No caso da disciplina de Matemática, os instrumentos computacionais mais usados na sala de aula foram a folha de cálculo, os programas que criam ambientes de aprendizagem da geometria e a

[11] Nick Jakiew proferiu esta afirmação num grupo de discussão na Internet

tecnologia gráfica proporcionada, quer por programas de computador, quer pelas poderosas calculadoras gráficas que hoje existem.

No que diz respeito a domínios da Matemática escolar envolvidos nos estudos realizados, podem identificar-se alguns conceitos numéricos (nos dois primeiros ciclos do ensino básico), a geometria (em especial no 3º ciclo) e as funções (no secundário).

Referem ainda Ponte et al. (1998) que, na fase inicial de estudo da utilização educativa dos computadores em Portugal, a linguagem Logo atraiu uma atenção considerável. Enquanto diversas experiências pedagógicas tinham lugar em escolas de vários níveis de ensino, uma primeira investigação formal foi desenvolvida por Matos (1987) com o propósito de estudar o ambiente de aprendizagem criado pelo recurso linguagem Logo no ensino primário (actual 1º ciclo de Ensino Básico).

Na experiência associada a este estudo, o investigador e as professoras prepararam dois tipos de tarefas para as crianças. Por um lado, desenvolveram folhas de trabalho, organizadas de modo a permitir a realização de tarefas complexas a partir de procedimentos simples, algumas das quais tendo como objectivo introduzir ideias poderosas. Por outro lado, propuseram a realização de projectos livres que viriam a tornar-se actividades dominantes. Inicialmente, e por proposta das professoras, os grupos de alunos foram encorajados a ter projectos definidos antes de irem trabalhar no computador, concretizando-os geralmente através de desenhos feitos em papel quadriculado, acompanhados das instruções para a sua introdução no computador. Os alunos mostraram uma preferência clara pela realização destas actividades, tendendo a escolher as folhas de trabalho apenas na ausência de um projecto da sua autoria.

Na fase final do estudo surgiram projectos livres de tipo diferente, vindos de "alunos especialistas", que não tinham associado um conjunto de procedimentos e que pareciam corresponder a experiências que as crianças pretendiam fazer no computador. O estudo conclui que as tarefas baseadas na programação Logo se revelam fortemente adaptáveis a uma escola do 1º ciclo onde já se praticava uma pedagogia centrada a diversificação de actividades, recursos de aprendizagem e na autonomia e responsabilização dos alunos (Ponte et al., 1998).

Em 1990 surge um estudo piloto realizado com alunos do 1º ciclo centrado sobre a geometria desse nível de escolaridade, para investigar o desenvolvimento na criança de métodos formais e modelos conceptuais de matemática, realizado por Ceia, referido por

Ponte et al. (1998). Este estudo revelou que as crianças não têm dificuldades em identificar figuras como quadrados, rectângulos ou ângulos rectos, mas revelaram dificuldades na identificação de linhas rectas ou linhas curvas. Muito poucas crianças identificam o quadrado como rectângulo, ou o quadrado como losango. No entanto, à semelhança do que acontece noutros países, os alunos do 1º ciclo têm, das figuras geométricas, uma concepção essencialmente visual.

Ao nível do 1º Ciclo do Ensino Básico, actividades simples, que englobem o uso de computadores e calculadoras, podem ser implementadas com relativa facilidade, podendo servir de base de trabalho para diversas áreas curriculares. Um desses exemplos foi-nos fornecido por Assude e Gelis (2002). Estes investigadores propuseram aos alunos de 10 anos actividades de resolução de problemas utilizando o Cabri – Géomètre, em simultâneo com a realização de tarefas idênticas de modo mais convencional, com papel e lápis durante várias sessões. Os alunos foram iniciados na utilização da aplicação informática, tanto individual como colectivamente. As actividades foram escolhidas, tendo por base algumas das seguintes características: a) proporcionar aos alunos a utilização do máximo possível de funções da aplicação; b) não proporcionar a aprendizagem de assuntos novos, mas pelo contrário integrar conhecimentos já adquiridos; c) algumas funções do aplicativo não foram usadas no início das actividades, mas foram introduzidas mais tarde no decorrer de outras actividades. No final de cada sessão teria de ser feito o ponto da situação no tocante a conhecimentos sobre matemática e conhecimentos sobre o aplicativo; O aluno deveria fazer, no final de cada actividade, uma observação do que realizou, de modo a responder à questão: "O que notas?". Tal seria necessário para fazer com que o aluno parasse e reflectisse sobre a actividade realizada. Foi proposto aos alunos que construíssem quadriláteros a partir das suas diagonais e os identificassem. As actividades acima referidas tiveram como finalidade a extracção do conceito de propriedade, de propriedades dos quadriláteros, de análise de propriedades ligadas aos lados, aos ângulos, às diagonais e utilizar essas propriedades para a construção de figuras, tanto com recurso ao Cabri-Géomètre, como ao papel quadriculado. Como complemento destas actividades os alunos deveriam, em dois cadernos, registar, num, as conclusões das actividades do dia, no outro, os seus sentimentos e opiniões acerca dessas actividades. As conclusões da investigação apontam para que a introdução do

Cabri faz a ligação entre as actividades inovadoras e as actividades “normais” e que deve existir um cuidado no estabelecimento dos conhecimentos instrumentais que terão de ir para além do jogo, quando se manipulam computadores.

Junqueira (1995) realizou um estudo, com alunos de uma turma do 9º ano de escolaridade, no âmbito da geometria e com recurso ao GSP. Nesse estudo pretendia analisar os seguintes aspectos: (a) as estratégias de construção de conhecimentos geométricos resistentes, as propriedades e relações que não mudam quando se modifica um desenho por arrastamento de elementos livres e semilivres, com o envolvimento da realização de construções; (b) justificação de processos utilizados; (c) investigação das construções e descoberta das propriedades das figuras; (d) a compreensão dos objectos e relações geométricas; (e) formulação de conjecturas e elaboração de argumentos indutivos e dedutivos. A autora concluiu que a utilização do GSP permitiu aos alunos fazerem observações e manipulações de forma bastante rápida, e ajudou-os a construir as suas compreensões sobre o assunto em estudo. Promoveu a construção de significado matemático através da produção da sua actividade, crescendo na forma como estes agiram uns com os outros, com os professores envolvidos e com o ambiente de geometria dinâmica, relacionando os conhecimentos novos com os anteriores. A autora considera também que foi sendo feita gradualmente a clarificação de ideias e foi também positiva a elaboração de relatórios e registo de conclusões, onde os alunos tiveram que discutir entre si as conclusões a que chegaram, ou seja, a elaboração do relatório fez com que os alunos pensassem e reflectissem sobre as sua acções, tomando consciência dos passos seguidos, figuras e relações geométricas obtidas (Moreira e Guimarães, 1986).

Síntese

Existem vários modos de entender o ensino-aprendizagem da matemática que vão do entendimento desta disciplina como sendo um conjunto de verdades acabadas, até à concepção de que a matemática evolui e se constrói através do raciocínio e da dedução. Muitos alunos, no entanto, continuam a entendê-la como um conjunto de regras e fórmulas, de aplicação “padronizada” que nada têm a ver com a realidade. O seu carácter experimental, de que a geometria é um dos exemplos mais reveladores, só há poucos anos é que tem vindo a ser reconhecido.

A geometria, na sua génese, é uma disciplina que assenta na experimentação e no raciocínio dedutivo e não na memorização de conceitos. No entanto, até há bem pouco tempo, a geometria era um assunto considerado como secundário, tanto pelos currículos como pelos professores. É um corpo de conhecimentos teóricos que, ao longo dos séculos, perdeu o seu carácter experimental, tornando-se numa parte da matemática em que a verdade das afirmações deveria ser estabelecida através de um processo dedutivo. Com as perspectivas sociocultural e construtivismo deu-se uma mudança na forma de entender a finalidade do estudo da geometria, bem assim como da forma como deveria ser tratada. Considera-se agora que a geometria só pode ter pleno significado quando se explora a sua relação com o espaço, experimentando. Este entendimento permite a utilização da geometria como uma ponte que faz a interligação de vários conceitos matemáticos e de vários campos do saber, o que parece permitir a que os alunos vejam o estudo desta rubrica como interessante, motivador e fundamental para o seu futuro (e.g. Freudhental, 1973; Goldenberg et al., 1998; Piteira, 2002).

O ensino da geometria deve privilegiar formas intuitivas de raciocínio e de justificação, em detrimento da formalização e da demonstração, pelo menos quando se trata de alunos jovens. Este capítulo da matemática deve estar ligado ao resto da disciplina e por sua vez esta deve estar ligada ao real. A geometria presta-se à aprendizagem da matematização da realidade e à realização de descobertas feitas "com os próprios olhos e mãos". Se assim for, a aprendizagem torna-se rica e significativa. Pensamento visual é aquilo que é feito quando rapidamente se reconhece e manipula símbolos de qualquer tipo (Loureiro 1999). O pensamento visual varia de indivíduo para indivíduo e alguns indivíduos pensam mais visualmente do que outros. Devido a este facto há necessidade de, numa perspectiva construtivista, democratizar o pensamento visual tornando possível que grupos de indivíduos, ainda que separados por grandes distâncias, possam colaborar na exploração visual. Uma contribuição neste sentido parece surgir dos AGD.

O uso apropriado do computador pela criança pode permitir-lhe tomar consciência e reflectir no seu próprio pensamento. Os ambientes de geometria dinâmica permitem a realização de actividades centradas na resolução de problemas e que solicitam dos alunos um certo número de competências que eles já possuem ou que poderão desenvolver com a utilização dos AGD. Estes ambientes dão possibilidades de execução de figuras de uma forma mais precisa e mais rápida, do que quando feitas utilizando papel e lápis, permitem movimentar e modificar as figuras, o que promove uma maior facilidade de visualização das suas propriedades geométricas e promovem a aquisição de competências várias.

Em Portugal foram feitas poucas investigações em que se utilizaram AGD nos primeiros anos de escolaridade. No entanto, as investigações feitas, tanto em Portugal como no estrangeiro, fazem salientar, fundamentalmente, a dificuldade de escolha e de implementação de tarefas apropriadas para os níveis etários considerados (8-10 anos) e da comunicação das descobertas pelos alunos.

CAPÍTULO III

Metodologia de Investigação

Neste capítulo descreve-se a metodologia seguida neste estudo, referindo-se os procedimentos adoptados, os métodos de recolha e análise de dados, bem como a calendarização do estudo.

Opções metodológicas

As questões em estudo estão relacionadas com os processos e a dinâmica da prática educacional e, por essa razão, optei por um estudo de caso de natureza qualitativa.

A escolha do paradigma qualitativo pareceu-me adequada para uma investigação deste tipo, visto que o problema, apesar de não ter sido estudado em ambiente natural de sala de aula, foi estudado num ambiente que se lhe assemelhava (dentro do horário lectivo habitual e na mesma escola). O investigador foi o principal instrumento de recolha de dados e estes resultaram de observações variadas do desempenho dos alunos, perante tarefas realizadas com o auxílio do GSP, de entrevistas e de relatórios escritos pelos alunos. Segundo Yin (1988), o estudo de caso é uma metodologia adequada quando as questões do "como" e "porquê" são fundamentais, tal como na presente investigação, e quando o objecto do estudo é um fenómeno que se desenrola em contexto real. Neste caso, como há pouco controlo sobre as variáveis e se pretende que o resultado final seja holístico, optei por uma investigação onde pretendo obter uma interpretação do fenómeno a estudar.

Lüdke e André (1986) e Bogdan e Biklen (1994) referem algumas características dos estudos de natureza qualitativa que se verificam na investigação a realizar. Estes estudos (a) têm o ambiente natural como a sua fonte directa de dados; (b) têm o investigador como principal instrumento de recolha desses dados; (c) os dados recolhidos são predominantemente descritivos; (d) a preocupação com o processo é maior do que com o produto; (e) o "significado" atribuído à vida pelas pessoas é um dos aspectos a que o investigador dá especial atenção; (f) a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo.

Lüdke e André (1986) identificam os estudos qualitativos como estudos naturalistas, visto que os problemas são estudados no seu contexto natural, não ocorrendo nenhuma manipulação intencional da situação por parte do investigador. O contacto estreito e directo do investigador com a situação em análise justifica-se pelo facto dos fenómenos ocorrerem naturalmente e serem influenciados pelo seu contexto. Pessoas, gestos, palavras, materiais, tarefas propostas, ferramentas disponíveis estão sempre relacionadas com o contexto.

No tocante ao estudo de caso, este é o estudo de um caso ou de vários casos, que podem ser simples e específicos, como o estudo de um aluno, ou de uma turma, ou da acção de um professor de uma escola, ou complexos e abstractos como o do ensino nocturno (Cohen e Manion, 1998; Lüdke e André 1986, Mertens 1998, Bogdan e Biklen, 1994). Na presente investigação foram estudados quatro casos constituídos, cada um, por um par de alunos do 4º ano de escolaridade.

O caso é sempre bem delimitado, devendo os seus contornos estar claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser semelhante a outros mas, ao mesmo tempo, é distinto, pois tem um interesse próprio e singular que incide naquilo que o caso tem de único, de particular, de específico, mesmo que depois se venham a realçar semelhanças com outros casos ou situações.

Mertens (1998) refere que um estudo de caso é um método para aprender acerca de uma situação complexa. A aprendizagem baseia-se no entendimento compreensivo da situação referida, obtida através de descrições e análises pormenorizadas dessa situação tomada como um todo e apreciada no seu contexto.

Nestes termos foi concebida uma investigação pedagógica que consistiu em propor aos alunos intervenientes um conjunto de tarefas de geometria, que se apresentam em separata para maior facilidade de consulta do leitor.

Tarefas. Em conjunto com a professora da turma, foram analisadas e escolhidas várias tarefas que visavam a construção de figuras geométricas simples, identificação das suas propriedades, a compreensão dos conceitos de segmento de recta, semi-recta, recta, circunferência e simetria, mas sempre numa perspectiva de resolução de problemas e estímulo à justificação e generalização. Algumas dessas tarefas foram usadas como tarefas introdutórias, com a finalidade de despistar possíveis incorrecções nos enunciados e/ou nas tarefas, e afinar o tipo de questões a colocar, tendo servido para pilotagem das tarefas. Foram cometidas, deliberadamente, algumas incorrecções de linguagem, nomeadamente “medir o segmento” em vez de “medir o comprimento do segmento” e “ a medida do ângulo” em vez de “ a medida da amplitude de um ângulo”, com o fim de não confundir os alunos com esta terminologia, que eles não usavam quando se referiam a acções de medição.

Para além das tarefas introdutórias foram apresentadas aos alunos sete tarefas, algumas delas subdivididas em actividades. Duas tarefas foram traduzidas e adaptadas de Sinclair (s/d) (Tarefa 1 e Tarefa 7) e outra tarefa foi criada seguindo uma sugestão de Olive (2003) (Tarefa 2). As restantes foram elaboradas por mim. Estas tarefas, bem como as competências associadas constam do Quadro 3.1. As respostas às questões das tarefas realizadas com os participantes foram gravadas em áudio e foi-lhes pedido que registassem, na folha “Notas”, fornecida pelo investigador, as suas conclusões. Por vezes ainda foram tiradas notas de campo suplementares.

O porquê das tarefas e da sua ordem. A escolha das tarefas foi feita tendo em consideração o programa de geometria para o 4º ano de escolaridade (M.E., 1990). A ordem em que as tarefas foram apresentadas aos alunos teve uma razão especial, que foi a de relembrar conceitos que, explicita ou implicitamente, estivessem contidos nas tarefas seguintes. Também foi considerado critério de selecção a possibilidade de, as tarefas, permitirem a existência de casos limite, tal como referido por Dreyfus e Schwarz (2000) e favorecerem “generalizações” (tarefas 4 e 5). Na elaboração das tarefas foi tido em linha de conta o que é referido nas Normas para o Currículo e a Avaliação (NCTM, 2000) e no Currículo Nacional do Ensino Básico (M.E., 2001) relativamente a normas, conteúdos e competências (Anexo A).

Houve algumas tarefas em que aos alunos não se pedia para desenhar as figuras com que trabalharam. A razão para tal teve a ver com as noções geométricas envolvidas na sua construção. Se não é difícil, para os alunos, construír um triângulo com o GSP, pois basta marcar três vértices, na construção de um quadrado, por exemplo, estão envolvidas questões relacionadas com uma análise atenta das suas propriedades, (Villiers, 1999), podendo ser usadas as isometrias, nomeadamente a rotação, que os alunos ainda não dominavam o suficiente para executar a construção.

Tarefa/Actividade	Objectivos	Competências/Normas
1/1 Fantasmas	Comparar os caminhos dos fantasmas, desenhar rectas, semi-rectas e segmentos de recta e identificá-los, relacionar os movimentos das figuras com entes geométricos. (Discute, compara, descreve, verifica, "define", escreve)	1, 2;3 b) c) d) e)
2/1 e 2/2 Rectas, semi-rectas e segmentos de recta.	Marcar pontos, segmentos de recta, semi-rectas e rectas, medir estes entes, verificar da impossibilidade de medição da recta e da semi-recta, discutir sobre a deformação de um triângulo (Discute, compara, descreve, verifica "define" escreve)	1, 2;3 b) d)
3/1 Quadrados	Desenhar um quadrado e identificar algumas das suas propriedades. (Discute, compara, descreve, verifica "define" escreve)	1, 2;3 b) d) e)
4/1 Quadrados e losangos	Identificar algumas das propriedades do quadrado e do losango. (Será possível transformar o 1º no 2º? E o 2º no 1º?) (Discute, compara, descreve, verifica. "define", escreve)	1; 2; 3; 4 a) b) c) d)
5/1 Circunferência	Identificar algumas propriedades da circunferência. (Discute, compara, descreve, verifica, mede, estima "define", escreve)	1; 2; 3; 4 a) b) c) d) e) f)
6/1 Reflexões	Construir um triângulo e um eixo de simetria executar uma reflexão, identificar algumas propriedades das isometrias (Reflexões) (Discute, compara, descreve, verifica. "define", escreve)	1; 2; 3; 4 a) b) c) d) e) f)
6/2 Reflexões	Identificar algumas propriedades das isometrias (Reflexões e eixo de reflexão) (Discute, compara, descreve, verifica. "define", escreve)	1; 2; 3; 4 a) b) c) d) e) f)
7/1 e 7/2 Reflexões (Rooboogoo)	Identificar algumas propriedades das isometrias (Reflexões e eixo de reflexão) (Discute, compara, descreve, verifica. "define", escreve)	1; 2; 3; 4 a) b) c) d) e) f)
7/3 Reflexões	Aplicação de algumas propriedades das isometrias (Reflexões e eixo de reflexão)	1; 2; 3; 4 a) b) c) d) e) f)

Quadro 3.1- Tarefas/actividades propostas, objectivos, competências e normas

Legenda (Competências): 1)- O reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas; 2)- A aptidão para realizar construções geométricas simples, 3)- A aptidão para identificar propriedades de figuras geométricas; 4) A aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial.
Legenda (Normas): a)-A matemática como resolução de problemas; b)-A matemática como comunicação; c)-A matemática como raciocínio; d)- Geometria e sentido espacial; e)-Padrões e relações; f)-Raciocínio e Demonstração.

Como objectivos para as tarefas seleccionei os seguintes: a Tarefa 1, caminhos 1,2,3 e 4, pretendia que os alunos fossem capazes de comparar os caminhos dos fantasmas, desenhar rectas, semi-rectas e segmentos de recta e identificá-los e relacionar os movimentos das figuras com entes geométricos (recta, semi-recta, segmento de recta, polígonos regulares); a Tarefa 2, Actividade 1 tinha como objectivo que eles fossem capazes de, com o auxílio da aplicação, marcar pontos, desenhar segmentos de recta, semi-rectas e rectas, medir estes entes, identificar e distinguir uma recta de uma semi-recta e de um segmento de recta e verificar da impossibilidade de medição da recta e da semi-recta. Na Actividade 2 era objectivo que os alunos conseguissem discutir sobre se, um triângulo que poderiam deformar, era ainda o mesmo triângulo (que poderia estar a rodar) ou seria um triângulo diferente; nas Tarefas 3 e 4 pretendia-se que os alunos fossem capazes de identificar algumas das propriedades do quadrado, de as aplicar para distinguir um quadrado de um losango e de referir em que condições um losango se poderia transformar num quadrado; na Tarefa 5 os alunos deveriam construir uma circunferência, identificar algumas das suas propriedades, nomeadamente quanto aos seus elementos notáveis (raio e diâmetro). Também, na Actividade 2, se pretendia levar os alunos a manipular a circunferência até o seu raio ser zero, para discutirem se, neste caso, ainda seria ou não uma circunferência; na Tarefa 6 os alunos deveriam utilizar os procedimentos da aplicação para desenhar um triângulo, um eixo de simetria e executar uma reflexão, referindo algumas diferenças entre o original e o transformado (orientação dos ângulos), bem como identificar algumas das propriedades dessa isometria; na Tarefa 7, Actividades 1, 2 e 3, os alunos deveriam identificar e aplicar propriedades sobre isometrias (reflexões).

As actividades preparatórias tiveram como objectivo: (a) proporcionar aos alunos um primeiro contacto com a aplicação informática, (b) familiarizar os alunos com o tipo de questões que lhes iriam ser postas e o tipo de respostas e de justificações que eles deveriam dar, (c) relembrar algumas ideias e conceitos simples, tais como ponto, recta, triângulo, quadrado, lado, figura geométrica, (d) testar até que ponto os alunos conseguiriam “trilhar” o caminho da “generalização”, (e) familiarizar os alunos com o investigador e com o seu estilo de levantar questões e pedir justificações.

Instrumentos para recolha de dados

O investigador qualitativo utiliza três formas privilegiadas de recolher dados: através de observações, entrevistas e documentos (Bogdan e Biklen, 1994; Goetz e LeCompte, 1988; Lüdke e André 1986; Guba e Lincoln, 1994; Patton, 1990; Yin, 1988).

A mente humana é bastante selectiva. Provavelmente duas pessoas a olhar para o mesmo objecto ou situação poderão ver coisas diferentes. Essas coisas dependem da sua história pessoal, dos seus conhecimentos, da sua cultura, das suas capacidades e dos seus gostos. A observação, para se tornar um instrumento válido de investigação, necessita de ser controlada e sistemática, o que implica a necessidade de existir um plano cuidadoso do trabalho a realizar e uma observação cuidada do observador.

A grande vantagem da entrevista é que ela permite captar imediatamente a informação desejada com quase qualquer tipo de participante e sobre assuntos diferenciados. Pode permitir o aprofundamento, o esclarecimento de aspectos levantados por outras técnicas de recolhas de dados, como sejam as observações e os questionários.

Para a recolha de dados foram realizadas observações enquanto os alunos resolviam as tarefas, conduzidos inquéritos por questionário e entrevista semi-estruturada, tanto aos alunos como à professora, e recolhidos documentos escritos pelos alunos e notas de campo do investigador.

Observações. Foi feita a observação de partes de algumas aulas da professora, por um lado para que eu não fosse totalmente estranho aos alunos, uma vez que seria eu a implementar as tarefas. Por outro lado, para poder ter alguma ideia de como funcionava a turma, que tipo de questões eram postas, se eram pedidas justificações, como eram pedidas, etc. Em simultâneo tive conversas informais com a docente para tentar ter uma ideia um pouco mais pormenorizada sobre o modo de funcionamento da turma, a sua opinião sobre os alunos que iriam integrar os pares e de algumas especificidades mais relevantes da turma.

Foram também feitas observações enquanto os alunos resolviam as tarefas e tomadas notas de campo sobre aspectos considerados relevantes.

Inquéritos por questionário e entrevista. No início do estudo foi conduzida uma entrevista à professora da turma para obter uma caracterização dos alunos, dos métodos de ensino e do modo como era utilizado o computador. Antes da realização das tarefas foi passado aos alunos um inquérito por questionário e desenho (Anexo B), onde lhes era perguntado o que era para eles a matemática, se gostavam ou não, etc. Após a execução de todas as tarefas foi apresentado de novo o questionário inicialmente fornecido aos alunos, para ver se teria havido alguma alteração às respostas, que tivesse sido induzida pelo trabalho desenvolvido. Depois disto, foi conduzida aos pares de alunos uma entrevista semi-estruturada (Anexo C) para tentar saber as suas opiniões sobre a experiência vivida e perceber as razões para as suas respostas ao questionário, na segunda vez em que este lhes foi apresentado. Foi entrevistada também a professora da turma (Anexo C) para tentar saber, entre outras coisas, se teria havido ou não mudanças no comportamento dos alunos quando resolviam questões de geometria e, no caso de existirem, a que circunstância ou conjunto de circunstâncias poderia ser atribuído tal facto.

Documentos. Para além das observações e das entrevistas foram recolhidos documentos escritos pelos participantes no estudo. Estes documentos forneceram informação sobre o problema em estudo. Ao analisar o trabalho escrito dos alunos pude identificar concepções manifestadas relativamente à matemática e à geometria, identificar conhecimentos matemáticos utilizados e obter informações sobre as dificuldades dos alunos.

Procedimentos de análise dos dados

Para Lüdke e André (1986) analisar dados qualitativos significa "trabalhar" todo o material obtido durante a investigação. Este trabalho implica a organização de todo o material recolhido, dividindo-o em partes, relacionando essas partes e procurando identificar certos padrões.

Nos estudos qualitativos, a análise dos dados recolhidos vai-se fazendo à medida da sua recolha, visto que o estudo não está à partida completamente definido. É com base na análise dos dados recolhidos que se pode proceder a alterações e adaptações. No final da recolha de dados inicia-se um período mais formal da análise. Este período começa com várias leituras de todo o material recolhido. Destas leituras devem surgir padrões para a "arrumação" do material em categorias de análise – categorias de codificação (Bogdan e Biklen, 1994) sem que, no entanto, se deva perder de vista o todo recolhido.

A análise de dados qualitativos pode fazer-se de modo recursivo, indutivo e holístico (Goetz e LeCompte, 1988). Quando se procede à análise dos dados recolhidos para prosseguir a recolha, diz-se que a análise de dados é recursiva. Quando as sequências e os padrões de análise emergem dos dados recolhidos e não estão definidos à partida diz-se que a análise de dados é indutiva. Quando a análise se faz globalmente, apesar de se focar também em alguns aspectos, diz-se holística.

Neste estudo fez-se uma análise indutiva e holística. Indutiva porque certos padrões emergiram dos dados recolhidos como, por exemplo, as escalas de análise dos níveis de identificação e integração de conceitos. Holística porque a análise foi feita globalmente, embora tivessem sido focados alguns aspectos, tais como as competências manifestada e as dificuldades detectadas.

Para fazer a análise do material recolhido durante as sessões surgiu uma questão fundamental: não consegui encontrar um modelo teórico que se adaptasse com credibilidade à natureza do estudo e às características dos alunos. Por um lado, as teorias cognitivistas de alguns autores, tais como Piaget, foram desenhadas para a utilização de materiais "estáticos" e, quando se pretende dar dinamismo às construções, estas têm primeiro de ser desmanchadas, ou alteradas para formas intermédias, que roubam qualquer sensação de continuidade no movimento.

> A intuição do espaço aparece efectivamente sob duas espécies bem distintas: Por um lado ela liga-se às figurações estáticas, como quando ela evoca uma triângulo ou uma recta, mas, por outro, ela exprime as transformações possíveis, tais como a decomposição de um triângulo, ou uma rotação da recta sobre ela mesma (Piaget e Inhelder, 1981, p.24).

Por outro lado, para tentar compreender o modo como as aprendizagens ocorriam, fiz a análise das respostas dos alunos. Não pretendia saber se atingiam um ou outro nível ou estádio mas, principalmente, se havia ou não integração de conceitos enquanto resolviam as tarefas. Era de todo interesse identificar até que ponto a utilização de um ambiente de geometria dinâmica favorecia aprendizagens significativas diferentes, ou difíceis de fazer com a utilização de métodos mais tradicionais.

Para a realização deste estudo foram feitos dois tipos de análise dos dados. Foi feita uma análise vertical para cada par de alunos, apreciando o seu desempenho ao longo das tarefas, de modo a detectar a sua evolução. Nesta análise foi visível o desempenho global de cada par, sendo evidenciada a evolução que teve ao longo do estudo. Foram realçadas, deste modo, as competências manifestadas e as dificuldades detectadas ao longo do conjunto de tarefas. Foi realizada também uma análise horizontal que visou comparar os desempenhos de todos os pares em cada uma das tarefas, para ajuizar das competências e dificuldades manifestadas pelos quatro pares, tarefa a tarefa. Deste modo pude aperceber-me se alguma(s) dela(s) contribuíram para a manifestação da capacidade de descontextualização do pensamento. Nesta análise foi possível aferir até que ponto é que uma dada tarefa contribuiu, ou não, para a manifestação de competências, para a capacidade de descontextualização do pensamento pelos pares e antecipar razões para justificar tal contributo.

No Anexo D são apresentadas as matrizes dos quadros utilizados para registar os resultados da análise de dados: Quadro 1 - Comparação do tipo de respostas dadas pelos alunos. Neste quadro é possível comparar as respostas dos alunos nos dois momentos de apresentação do inquérito; Quadro 2 - Concepções dos alunos sobre matemática e geometria. Neste quadro foi feito o registo das concepções manifestadas por cada par aquando das respostas ao inquérito. As respostas foram analisadas segundo Ernest (1989); Quadro 3 – Níveis de identificação e integração de conceitos. Neste quadro é possível comparar os níveis de identificação e integração de conceitos atingidos pelos alunos em cada tarefa. Para o seu preenchimento foram elaboradas escalas de categorização baseadas em Bills (2002), das quais darei conta no ponto seguinte; Quadro 4 - Dificuldades detectadas. Neste quadro foram feitos os registos das dificuldades que os alunos manifestaram ao longo da resolução das tarefas.

Para a detecção das competências manifestadas pelos alunos foram lidas várias vezes as transcrições efectuadas da resolução das tarefas e foram detectados padrões de resposta. Foi feita uma análise com recurso ao Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais (M.E., 2001).

Justificação das escalas de categorização utilizadas. No tocante à categorização dos "Níveis de Identificação de Conceitos", o ponto de partida surgiu da observação do desempenho dos alunos na resolução das tarefas, da análise das transcrições efectuadas e da detecção de padrões nas respostas. Às vezes eles identificavam total ou parcialmente os conceitos, mas com a minha ajuda ou com a ajuda disponível em algumas das tarefas. Outras vezes faziam-no sem qualquer tipo de ajuda, aplicando os conhecimentos que possuíam. Embora a capacidade de interpretação da ajuda disponível nas tarefas fosse uma competência relevante, o que se pretendia com as tarefas era que os alunos a utilizassem o menos possível e tentassem realizá-las discutindo os procedimentos. Como os alunos não estavam habituados a proceder deste modo, muitas vezes tinha que os ajudar. Levantava questões orientadoras a fim de que os alunos fossem capazes de realizar com sucesso as tarefas propostas.

Assim, optei pelos cinco níveis seguintes:

0- Não identificou o conceito;

1- Identifica parcialmente o conceito com ajuda;

2- Identifica parcialmente o conceito sem ajuda;

3- Identifica totalmente o conceito com ajuda;

4- Identifica totalmente o conceito sem ajuda.

Considerei que uma identificação parcial de conceitos sem ajuda se situa num nível inferior à identificação total de conceitos com ajuda, por duas razões: (a) em termos de execução da tarefa interessava que, tanto quanto possível, os conceitos fossem identificados total e não parcialmente e (b) apesar de haver ajuda (que só na primeira tarefa era explícita), a identificação total dos conceitos, mesmo com ajuda, mostrava que os alunos dominavam melhor esses conceitos.

Quanto à categorização dos "Níveis de Integração de Conceitos", baseado em Bills (2002), optei também por considerar cinco níveis. A sua definição baseou-se na análise do desempenho dos alunos na resolução das tarefas, nas observações efectuadas, nas transcrições e na detecção de padrões relativos a certos termos que foram utilizados.

Assim, elaborei uma escala em que cada nível seria atingido à medida que as frases utilizadas pelos alunos fossem sendo mais elaboradas e incluíssem expressões que indicassem um grau cada vez maior de utilização de conceitos implícitos nas tarefas:

0– O aluno dá respostas simplistas. Não é efectuada a integração de conceitos:

1– O aluno consegue conjugar mais do que um conceito matemático da mesma natureza ou de naturezas diferentes;

2– O aluno associa correctamente dois conceitos matemáticos e tenta "generalizar";

3– O aluno associa dois ou mais conceitos, sendo pelo menos um deles de natureza matemática e o outro do mundo real;

4– O aluno faz inferências.

Foi atribuído o nível mais alto ao uso de expressões que indicassem inferências, uma vez que este tipo de raciocínio é de nível superior.

O nível zero foi atribuído a frases simples do tipo “sim”, “não”, “é um quadrado”.

O nível um foi atribuído a frases mais elaboradas, que referissem dois conceitos matemáticos, por exemplo: “o quadrado tem quatro lados iguais e quatro ângulos rectos”, “[a semi-recta] não se pode medir porque tem princípio mas não tem fim”.

O nível dois foi atribuído quando, ao serem associados conceitos matemáticos, houve já uma tentativa de “generalização”: “o quadrado tem tudo igual”, “é sempre do mesmo tamanho”.

No nível três foi considerada a capacidade de os alunos conseguirem “sair do papel” e compararem as situações matemáticas com situações reais. Estão neste nível frases como: “é uma caixa” (o quadrado), “é como um espelho”, “se fizermos um triângulo às tintas (sic.)” (fazer uma simetria pelo método do desenho com tinta e dobragem do papel). Os alunos neste nível parecem estar a associar a imagem visual a uma imagem mental por eles construída, a partir de situações que podem ter sucedido extra-escola.

O nível quatro foi atribuído àquelas frases que evidenciavam inequivocamente inferência. Neste nível, os alunos já conseguiram sair da situação em concreto e, porque revelaram consciência de que há invariantes (propriedades), pareciam conseguir prever que esses invariantes se iriam manter em qualquer situação: “se tem os lados iguais e os ângulos rectos então é um quadrado”.

Calendarização da investigação

O estudo desenvolveu-se em várias fases.

Na primeira fase, que decorreu no mês de Fevereiro de 2004, conduzi uma entrevista com a professora da turma e assisti a partes de algumas aulas da professora de modo a criar empatia com os alunos da turma. Procedi, no início de Fevereiro de 2004, à iniciação de todos os alunos da turma na utilização da aplicação informática (GSP) a utilizar. Foram apresentadas a todos os alunos da turma algumas tarefas preparatórias, para os familiarizar, tanto com os comandos básicos da aplicação, como com o tipo de questões e de respostas que lhes seriam colocadas e exigidas nas actividades subsequentes (Anexo E). Os comandos básicos utilizados e os procedimentos que os alunos iam efectuando foram registados numa folha de "Instruções", que lhes foi fornecida por mim para ser utilizada sempre que necessário.

As questões a colocar durante a resolução das tarefas seriam diferentes das que eles estavam habituados a resolver na sala de aula, tal como pude confirmar ao questionar a professora e como pude verificar *in loco*.

Foi com base no desempenho dos alunos nestas actividades e, tendo em consideração também a opinião da professora da turma, que foram escolhidos os oito alunos e formados os pares. No Capítulo IV darei conta mais detalhadamente do contexto do estudo e das características dos participantes. Também durante o mês de Fevereiro se procedeu à adaptação ou desenvolvimento das tarefas para apresentar aos alunos.

Na segunda fase, que decorreu do final de Março até ao final de Maio de 2004, procedeu-se à implementação das sete tarefas seleccionadas para apresentar aos quatro pares de alunos, tendo trabalhado no computador e resolvido tarefas um par de cada vez. Só no final da resolução de cada tarefa por todos os pares é que se passava à tarefa seguinte. Nesta fase foram feitas observações aos pares, enquanto resolviam as tarefas. No final os alunos dos pares foram entrevistados. Foi também entrevistada a professora da turma.

Na terceira fase, que decorreu de Julho de 2004 a Novembro de 2005, foi feita a análise e a interpretação dos dados e elaborado o relatório final.

No Quadro 3.2 apresentam-se as etapas, as acções desenvolvidas em cada um delas e a respectiva calendarização.

Etapas do estudo	**Acções**	**Calendarização**
1ª Etapa- Preparação da intervenção	- Contacto e entrevista com a professora da turma - Observação de partes de aulas da professora - Selecção e desenvolvimento de tarefas - Iniciação dos alunos da turma na utilização da aplicação GSP - Pilotagem de tarefas	Fevereiro – Março 2004
2ª Etapa- Intervenção	- Implementação das tarefas com os quatro pares de alunos - Observação dos pares de alunos - Entrevistas aos pares de alunos - Entrevista à professora da turma	Final de Março – Final de Maio 2004 Terças e Quintas, das 10.30h às 12.50h
3ª Etapa- Análise e elaboração de relatório	- Análise e interpretação dos dados - Elaboração do relatório final	Julho 2004 – Novembro 2005

Quadro 3.2- Calendarização do Estudo

CAPÍTULO IV

Intervenção Pedagógica

Neste capítulo apresenta-se o contexto da intervenção, os participantes e também se descreve com pormenor a resolução das tarefas feitas pelos pares, sendo referidas as suas concepções sobre a matemática, e o desempenho perante as tarefas .

Contexto da intervenção

A intervenção foi conduzida numa escola do primeiro ciclo do distrito do Porto. A escola é do tipo "Plano Centenário" e foi construída no ano lectivo de 1962/1963. Cada uma das entradas tem dois pisos, um átrio e três salas de aula. Uma das salas do piso de baixo, do lado da sala de aula dos alunos participantes no estudo, é uma "sala multimédia" onde está o computador, e onde funciona a biblioteca. Serve também de sala de reuniões e de ginásio para os alunos do 1º ano, quando está a chover. As instalações encontram-se em razoável estado de conservação, embora se detectem algumas deficiências, quer nas infra-estruturas, quer ao nível do campo de jogos e respectivos espaços verdes. Fica situada praticamente no centro da freguesia e é servida por boas vias de comunicação. Esta escola é frequentada por, aproximadamente, 170 alunos, existindo onze professores, dos quais oito são titulares de turma, e três são professores de apoio.

A escola funciona com horário duplo: na parte da manhã a entrada é às 8:00h e saída às 13:00h; na parte da tarde a entrada é às 13:15h e a saída é às 18:15h.

Participantes

A turma que participou no estudo é formada por 24 alunos do 4º ano de escolaridade, sendo 12 do sexo masculino e 12 do sexo feminino. Todos os alunos se encontravam na faixa etária dos 9 anos e, à excepção de um dos alunos que sofreu uma retenção no 2º ano, todos eles tinham uma só matrícula em cada um dos quatro anos de escolaridade. A actual docente da turma nunca tinha trabalhado com estas crianças, uma vez que, nos três primeiros anos de escolaridade, os alunos tiveram sempre uma outra professora.

Na sua maioria as crianças frequentaram o jardim-de-infância. Dos alunos participantes no estudo só Nancy não frequentou o ensino pré-primário. Todos estavam a seguir o programa do 4º ano de escolaridade. A turma desenvolvia actividades lectivas durante o horário duplo da manhã, com interrupção às 10:30h para intervalo e lanche. Depois do horário lectivo, dois alunos da turma frequentam o ATL da parte da tarde. Os restantes ficam na casa dos pais ou avós.

Segundo a professora da turma, os alunos tinham conseguido um bom nível de aquisição de conhecimentos e de desempenho a matemática. Havia, no entanto, três alunos com dificuldades de aprendizagem identificadas, dois dos quais integraram dois dos grupos de investigação. Um deles, Sílvia, apresentava dificuldades ao nível do uso da língua portuguesa, devido ao facto de ter vindo recentemente do Canadá. Como falava inglês conseguia compreender algumas das instruções da aplicação utilizada. Esta aluna, para além das dificuldades inerentes à utilização de uma língua que, até certo ponto, era uma segunda língua, também estranhava o bulício e o modo de estar na sala de aula dos seus colegas. Achava-os barulhentos e desorganizados. Talvez por esse facto, as suas relações privilegiadas fossem com Carla, sua colega de carteira, que por essa razão também foi escolhida para realizar as actividades do estudo. Uma outra aluna que participou no estudo, Nancy, não tinha um desempenho ao nível do dos seus colegas, embora não tenha sido referenciada como possuindo dificuldades de aprendizagem específicas. Possuía a particularidade de manter a sua opinião, só a alterando quando "se convencia" do contrário.

Todos estes alunos, os que fizeram parte do estudo e os seus colegas, tiveram pouco contacto com computadores, com a excepção de um aluno, Jorge, elemento do par B, cujo encarregado de educação possuía uma loja de fotografias com um computador, que às vezes era utilizado, tanto por Jorge como por Vítor, seu colega no par. O contacto que os alunos participantes tiveram anteriormente com o computador nunca se revestiu de uma utilização como auxiliar na resolução de problemas, mas unicamente como ferramenta de pesquisa na Internet e como processador de texto. Foi nestes tipos de utilização que os alunos foram iniciados com um monitor de informática que se deslocava à escola para esse tipo de actividades.

Segundo a professora, os alunos do estudo gostavam de ocupar os seus tempos livres a ouvir música, ver televisão, praticar desporto, jogar no computador, brincar e ajudar os pais. Demonstravam gosto pela escola em geral e estabeleciam um bom relacionamento entre si e os adultos. Em termos comportamentais, a turma é bastante irrequieta e barulhenta, mas os oito alunos seleccionados são bastante calmos, pese embora o facto de o aluno Rui ser considerado pela professora como irrequieto, falador e demasiado interventor.

Os pares. Os participantes no estudo foram organizados em quatro pares. A utilização de pares prendeu-se com os seguintes aspectos: a) a necessidade de serem trocadas ideias e de haver inter ajuda para resolver tarefas que não eram habituais para os alunos; b) a necessidade de confronto de opiniões sobre os resultados obtidos; c) a disponibilidade de um só computador para a realização das tarefas e d) o meu interesse em estudar as respostas e comportamento de um número razoável de alunos.

Os alunos foram seleccionados utilizando quatro critérios básicos: (a) facilidade de expressão; (b) à vontade na utilização do computador; (c) diversidade de meios sociais; (d) diversidade de níveis de avaliação.

No Quadro 1 do Anexo F podemos ver a descrição, feita pela professora da turma, dos alunos seleccionados para os pares. Essa descrição refere-se a alguns aspectos de personalidade e desempenho, na sala de aula.

Resolução das tarefas pelos pares

Durante a resolução das tarefas foi necessário, quase sempre, ler as questões aos alunos. Tal facto foi referido como “normal” pela professora da turma. No final de cada tarefa foi feita a discussão das conclusões obtidas e o registo das mesmas.

Par A: Sílvia e Carla

Estas duas alunas, ambas com nove anos, muito caladinhas e bem comportadas, na sala de aula estavam sentadas em mesas próximas, e parecia haver uma certa cumplicidade entre elas.

Sílvia veio há algum tempo do Canadá e, embora se tenha adaptado relativamente bem à turma e aos métodos de ensino, tem tido dificuldades com a língua portuguesa. Também tinha dificuldade em trabalhar com o "barulho" e o comportamento dos colegas que, na sua opinião, era muito diferente do que acontecia no Canadá. É possível que tais circunstâncias fizessem com que ela fosse bastante reservada, embora, quando realizavam as tarefas, fosse Sílvia que mostrava mais entusiasmo em manipular o rato e experimentar coisas novas[12]. Também era a aluna que exprimia mais frequentemente as suas opiniões.

Carla quase nunca tomava a iniciativa de mexer ou de falar. Só quando questionada directamente ou quando Sílvia, que era muito cuidadosa na repartição equitativa da manipulação do rato, lhe dizia que era a sua vez de o fazer é que respondia ou desenhava. No entanto, tal não parecia dever-se ao facto de ter mais dificuldades do que a colega. Penso que era mesmo uma questão de feitio, uma vez que nas aulas se comportava do mesmo modo.

Estas duas alunas não estavam habituadas a relatar por escrito a sua forma de pensar e de resolver problemas, apesar de a actual professora insistir bastante em actividades de resolução de problemas, e de lhes pedir uma justificação oral dos seus procedimentos, como é visível neste excerto da última entrevista efectuada:

> P: "Vocês estão habituadas a explicar?"
> R: (Sílvia) "Não. Dizemos alto"
> P: "Dizem alto, mas não discutem os resultados, ou porque é que chegaram a um resultado!?"
> R: (Sílvia) "Mais ou menos" .

Concepções

Da análise do quadro comparativo das respostas ao questionário, Quadro 2, (Anexo F) podemos ver que as alunas têm uma atitude positiva relativamente à matemática, pois acham-na fácil e divertida.

Na questão 1: "gostas de matemática? Porquê?" elas responderam que gostavam, que se aprendia muito e que era divertida.

[12] Da primeira vez que contactou com a aplicação Sílvia tentou fazer um desenho e construiu um pormenorizado boneco de neve que se apresenta na página 1 do Anexo F.

Na questão 2 pedia-se que fizessem um desenho alusivo àquilo que elas achassem mais representativo da matemática. As alunas desenharam, na primeira vez que responderam ao questionário, algoritmos, alguns instrumentos de desenho geométrico, um geoplano e uma circunferência. No entanto, na segunda vez, continuaram a desenhar algoritmos e a certa altura, já quando Sílvia ia a entregar o questionário, é que diz a meia voz para Carla ouvir: "Ah! Já me esquecia o computador". E surge assim o desenho de um computador com uma das tarefas (a primeira tarefa, a dos fantasmas).

Estas duas alunas tinham uma opinião formada sobre para que serviria a Geometria, uma vez que a experiência que tinham (e que um colega de outro grupo referiria posteriormente) era a de um conjunto de "coisas giras", aquilo que se faz no fim das aulas enquanto não toca para a saída.

Referiram sempre as "contas" e actividades de medição quando responderam à questão 3, "O que gostas mais de fazer em matemática? Porquê". Após a realização das tarefas com o GSP, não alteraram as suas preferências. Consideraram–nas como fáceis.

Na questão 4, "O que aprendes em matemática", referiram aprender algoritmos, "contas", e questões relacionadas com número e medição. As actividades de geometria foram relegadas para um plano secundário. Foi Carla que referiu, quase por acaso, as "simetrias".

Na resposta à questão 5, pareceram não saber muito bem qual a utilidade da matemática. Vêem-na como um instrumento para trabalhar no imediato, para resolver questões escolares, para "saber", importante para "resolver fichas", para "resolver problemas", para "aprender coisas".

O par perante as tarefas

No tocante à execução das tarefas, Sílvia e Carla apresentavam-se sempre com " a lição estudada", quero com isto dizer que conheciam a terminologia básica e sabiam aplicá-la convenientemente. Quando resolviam as tarefas dialogavam sempre entre si em voz bastante baixa e só executavam qualquer tarefa quando estavam de acordo.

Tarefa 1

1.1-Introdução: Nesta actividade de introdução demoraram muito tempo a começar a actividade e manipularam o cursor com movimentos pouco amplos, timidamente. Não obstante realizaram a actividade de introdução com sucesso.

1.2-Caminho Escondido 1: As alunas olharam com um misto de curiosidade e apreensão para o ecrã do computador. Das duas alunas, Sílvia foi a que procurou investigar, experimentar mais. No entanto, pareceram ambas um pouco intimidadas. Falaram pouco e muito baixo. Tentaram forçar os movimentos dos fantasmas para cima e para baixo, em vez de tentarem que eles se deslocassem de outro modo, por exemplo, para a esquerda e direita, sempre com movimentos muito cuidadosos e pouco amplos.

> P: “ O que é igual nos dois caminhos”
> R: “Eles andam numa linha”
> P: “ O que é diferente ?”
> R: “ O Diogo começa e termina e a Luísa não começa nem termina”.

Esta tarefa tinha um botão de ajuda, cuja função era a de explicitar os caminhos dos fantasmas, auxiliando os alunos na sua identificação. No entanto, carregando no botão e olhando para o ecrã de ajuda, preferiram manter as suas opiniões.

Passaram para a actividade seguinte, ou seja, para a descoberta do Caminho Escondido 2.

1.3-Caminho Escondido 2: As alunas traçaram correctamente o que é pedido nesta questão, identificando os elementos geométricos envolvidos, sempre com um ar sério e concentrado. Sílvia disse em 1.3.2. que os dois fantasmas “fazem igual” e nada encontraram de diferente nos dois caminhos**.**

1.4-Caminho Escondido 3: As alunas traçaram correctamente o que era pedido nesta questão identificando os elementos geométricos envolvidos, mantendo o ar sério e concentrado.

> P: “ O que é igual nos dois caminhos?”
> R: “Os dois andam”
> P: “ O que é diferente ?”
> R.(Carla): O Diogo anda à volta da Luísa e a Luísa anda para cima para baixo”
> R: “Eles andam de maneira diferente”.

Não consegui que dissessem mais nada e utilizaram a ajuda. Sorriem ao ver os rastos dos movimentos dos fantasmas, mas não acrescentaram mais nada.

1.5- Caminho Escondido 4: As alunas identificaram os caminhos percorridos pelos fantasmas.

> P: "O que é igual nos dois caminhos?"
> R: "Andam à roda"
> P: "O que é diferente ?"
> R: (Sílvia) "O Diogo faz um caminho de seis lados e a Luísa faz um caminho de oito lados"
> R: (Carla): "É um hexágono e a Luísa é um octógono".

Tarefa 2

2.1-Actividade 1: As duas colegas desenharam e mediram o comprimento do segmento de recta tal como na actividade anterior. Quando tentam medir a semi-recta, Sílvia diz:

> R: "Não trabalha"
> P: "Pooiis! E porque é que não trabalha?"
> R: "Ah! Porque isto não é um segmento de recta".

Carla foi mostrando a sua concordância com o que diz a colega, acenando afirmativamente de vez em quando.

> P: "Então o que é?"
> R: "(Sílvia) "É uma semi-recta"
> P: " E porque é que ele não mede?"
> R: (Sílvia) "Porque isto não é um segmento de recta"
> P: "E o que é que tem o segmento de recta, que não tem a semi-recta?"
> R: "Só tem princípio e não tem fim".

Desenharam agora a recta e procederam como anteriormente.

> P: "E agora, dá para medir ou não?"
> R: "Não"
> P: "Porquê?"
> R: (Sílvia) "Porque esta não é um segmento de recta nem uma semi-recta"
> P: "Então o que é?"
> R: "É uma recta".

2.2-Actividade 2: As alunas souberam identificar a figura obtida como sendo um triângulo. Seguidamente arrastaram um dos vértices desse triângulo e observaram as alterações produzidas. Perguntei: “É o mesmo triângulo ou não?”. Respondem: “É o mesmo triângulo” e prossegui com as questões:

> P: “E o que é que acontece? Muda de forma, não muda de forma…?”
> R: “Muda de forma”
> P: “Muda de forma? E então, é o mesmo triângulo ou não?”
> R:(Sílvia) “É o mesmo triângulo e muda de…tamanho”.

Penso que aqui, a aluna se referia a tamanho querendo significar forma, pois respondeu de modo muito hesitante, mas no entanto estava a desenhar com o dedo no ar a forma de um triângulo e não a dar a indicação de este estar a aumentar ou diminuir.

Seguidamente, as alunas utilizaram o botão da rotação, tal como pedido, e aplicaram-no ao triângulo. Observaram as alterações produzidas (Anexo F, Par A, Tarefa 2).

Tarefa 3

3.1-Actividade 1: No dia 22 de Março de 2004 as alunas trabalharam na Tarefa 3, composta por três actividades. A Actividade 1 tinha uma pequena rasteira. Pedia uma definição de quadrado e era esperado que os alunos não referissem a igualdade dos ângulos.

Perguntei:”O que é para vocês um quadrado?” Sílvia respondeu: “Um quadrado… é uma figura com quatro lados iguais”. Carla acenou a sua concordância. Tinha apresentado um ar grave e concentrado, mas quando acenou, mostrava-se mais relaxada.

3.2-Actividade 2:

> P:”Queria que arrastassem um vértice do quadrado e que reparassem nos números a verde e a azul. O que é que acontece aos valores a verde, às medidas dos lados?”
> R: (Carla) “ O quadrado cresce e ficam maiores…”
> P: “ Mas ficam todas maiores, ou …desculpem, eu fiz mal a pergunta. Os lados ficam todos iguais ou …”
> R: “ Os lados ficam todos iguais”
> P: “E o que é que está a acontecer à medida dos ângulos”
> R: “É igual”
> R: (Sílvia) “ Os ângulos ficam todos iguais”.

Registaram na folha “NOTAS” que o quadrado é uma figura que tem os lados e os ângulos iguais.

3.3-Actividade 3: As alunas não aparentaram ter dificuldades de maior e resolveram a questão rapidamente.

> P:"São iguais (as diagonais), porque é que acham que são iguais? Ou não são?"
> R: (Sílvia., apontando no ecrã) "Daqui aqui são iguais também são. O quadrado tem tudo igual".

Registaram na folha "NOTAS" que as diagonais do quadrado são iguais.

Tarefa 4

A Tarefa 4 e a Tarefa 5 foram realizadas no dia 31 de Março de 2004. A Tarefa 4 estava dividida em alíneas, três das quais, as alíneas c), d) e e), foram resolvidas em simultâneo. Ao resolverem a questão da alínea a), as alunas devem ter-se recordado do que tinham observado na tarefa anterior, pois responderam correctamente sem terem necessidade de consultar as suas notas.

Perguntei-lhes: "Lembram-se do que era um quadrado?". Elas responderam: "É uma figura que tem os lados e os ângulos iguais".

As alunas passaram para a alínea seguinte, alínea b)

> P: "E essas têm os quatro lados iguais e os ângulos iguais, ou não?"
> R: "Têm"
> P: "Então são as duas quadrados, não são?"
> R: "São".

Quanto às alíneas c), d) e e), as duas colegas resolveram-nas em simultâneo, uma vez que estavam tão envolvidas na execução dos procedimentos, que não respeitaram a ordem das questões e só me restou aproveitar a situação para tentar ganhar algum tempo. Perguntei: "Então agora arrastem os vértices da figura vermelha e da figura verde". Sílvia e Carla mostraram-se confusas quanto ao que possa ser um vértice e, por isso, propus-lhes que passassem a chamar "bicos" aos vértices. No entanto, como se pode ver pela transcrição relativa à manipulação da figura verde (losango), de seguida usaram sempre o termo vértice (Anexo F, Par A, Tarefa 4, Excerto 1). Uma vez que aqueles ângulos mudavam de amplitude, as alunas escreveram as suas conclusões, ou seja que aquela figura não era um quadrado.

Pedi-lhes: “Façam agora o mesmo com este, com o vermelho…. Fica direitinho, não é?”. As alunas acenaram em concordância e escreveram na respectiva folha “NOTAS” que no losango podia variar “a medida dos ângulos”, enquanto que no quadrado os ângulos eram sempre iguais.

Partindo da situação da alínea anterior, em que o losango estava com a “sua forma habitual”, seleccionaram o botão que lhes é sugerido pelo enunciado da tarefa e verificaram que as figuras foram ampliadas ou reduzidas. Constataram que as figuras mudaram de posição e de dimensões, mantendo a forma.

Tentaram resolver a questão seguinte que pedia para transformar a figura verde (losango) na figura vermelha (quadrado), arrastando um dos vértices.

> P: “Quando é que isso acontece?” (transformar uma das figuras na outra)
> R:(Carla) “Quando mexemos nela”
> P: “Quando mexem nela e …? Estás a mexer na figura vermelha e não dá. Quando é que podemos por a figura verde igual à vermelha?”
> R: (Carla) “Aumentando os ângulos”
> P: “Aumentando os ângulos, até quanto?”.

As alunas não responderam e fizeram várias tentativas infrutíferas, sentindo a necessidade de sobrepor as duas figuras para as comparar. Por fim concluíram:”Não pode ficar igual”.

Perguntei: “ Mas vocês, há pouco disseram que podia, lembram-se?”.

O problema das alunas tinha a ver com o facto de, como não tinham muita destreza a lidar com o rato, não conseguiam sobrepor as duas figuras, fazendo-as diferir em tamanho, e na posição. Não ligavam à informação que estava disponível no ecrã, uma vez que não repararam na medida da amplitude dos ângulos. Tinham no ecrã um quadrado “na posição normal”, ou seja com os lados paralelos aos bordos do ecrã, e outro com os lados um pouco enviesados.

Carla experimentou num dos vértices que não permitiam a deformação da figura e, perante a sua insistência e ar baralhado, tive que lhe sugerir que experimentasse outro vértice (Anexo F, Par A, Tarefa 4, Excerto 2).

Sílvia pareceu não ter entendido a questão de se poder transformar ou não um losango num quadrado. Pareceu esquecer-se do que tinha dito anteriormente, ou então estaria confusa.

P: "Sílvia, há bocado disseste que um quadrado era uma figura que tinha…"
R: (Sílvia) "Os lados todos iguais"
P: "E os ângulos…"
R: "Todos iguais".

Sugeri: "Vê se a figura verde tem essas condições: Se tem os lados todos iguais e os ângulos…iguais". A aluna tentou fazer coincidir as duas figuras, mas lutava com alguma imprecisão de movimentos e com o facto de a figura que estava a tentar sobrepor não ter sido construída da mesma maneira que o quadrado, e portanto, havia sempre um ligeiríssimo desfasamento de posições, que no entanto, "incomodava" Sílvia. Tentei ajudar a aluna e arrastei um dos vértices ampliando a figura e fazendo-a coincidir com a outra. Sílvia acenou afirmativamente.

Perguntei: "Mas se calhar podemos fazer isto... Isto agora é só fazer uma rotaçãozinha… E agora?".

As duas figuras estavam sobrepostas e coincidiam. Sílvia voltou a acenar afirmativamente sem despegar os olhos do monitor. As duas colegas sorriram e registaram na sua folha o que observaram, ou seja que podiam transformar o losango no quadrado desde que o losango passasse a ter todos os ângulos iguais.

Tarefa 5

Na Tarefa 5 alínea a) as duas colegas, seguindo as instruções escritas na sua folha "Procedimentos", construíram a circunferência e referiram que esta aumentava e diminuía de tamanho. Na alínea b) construíram os dois raios. Perguntei-lhes: "Quantos raios podem traçar?". As alunas responderam muito rapidamente, "infinito", fazendo com o dedo sobre a figura alguns raios. Na alínea c) mediram o comprimento de um deles, registando o valor obtido. Quando tentaram resolver a alínea d) perguntei:

P:" Quanto é que mede o outro raio?"
R: " O mesmo"
P:" Mede o mesmo, não há dúvidas ?".

Sílvia e Carla acenaram afirmativamente. Na alínea e) fizeram aumentar e diminuir o raio da circunferência.

P: " Então o que é uma circunferência?"
R: (Sílvia) "É uma …"
P:" É uma figura, um risco…"

> R: (Sílvia) “É uma linha curva dividida ao meio e com raios infinitos”.

As alunas tinham traçado dois raios que estavam um no seguimento do outro, formando assim um diâmetro. Daí a resposta da aluna. Contudo, tentei levá-las a construir uma definição de circunferência.

> P: “Pode ser melhor. Uma linha curva pode ser, isto assim (desenho no ar com o dedo uma linha curva diferente de uma circunferência) também é uma linha curva”. Então é uma linha curva e o que é que tem de especial?”
> R: (Sílvia) É uma linha curva… na forma de um círculo, que… que tem isto (aponta o raio) infinitos”
> P: “E… quanto aos comprimentos dos raios?”
> R: (Sílvia) “ São … (sorri)…iguais”
> P: “Então reparem numa coisa: Se os raios são iguais a distância da linha ao centro é sempre a mesma, ou não é?”
> R: “É sempre a mesma”.
> P: “Então o que é uma circunferência? É uma linha… que está sempre à mesma distância do centro não é?”

As duas colegas, com um ar “satisfeito”, acenaram afirmativamente e registaram a informação, mas não fiquei convencido de que esta definição fosse relevante para elas. Nesta altura tive a impressão de que a palavra distância não lhes era muito familiar. Mais tarde descobri que afinal a palavra era conhecida e usada, mas noutros contextos, que não em matemática.

A alínea f) não lhes suscitou qualquer dúvida. Elas tinham arrastado o ponto na circunferência até ao centro, fazendo coincidir estes dois pontos. Perguntei: “E agora, ainda é uma circunferência, ou não?”.

As alunas responderam um tanto hesitantes: “É”. Perguntei novamente: “É, ou não é?”. Desta vez só Sílvia respondeu: “ É uma circunferência com *zero raio*”.

Carla concordou e as duas alunas registaram na folha respectiva que a figura desenhada era uma circunferência de raio zero.

Também não aparentaram qualquer dificuldade para completar o que era pedido na alínea seguinte, alínea g). “O tamanho de uma circunferência depende da medida do seu raio. Quanto maior for o raio de uma circunferência maior é o tamanho desta”.

Tarefa 6

A Tarefa 6 foi realizada no dia 28 de Abril de 2004 após uma interrupção de duas semanas, devido às férias da Páscoa e a uma visita de estudo. Talvez por esse facto Sílvia e Carla aparentaram ter algumas dificuldades na execução da tarefa, porque já não se lembravam dos procedimentos para marcação de uma recta e não consultaram as suas anotações. Tive que as ajudar. Sílvia continuava a ter alguns problemas com a língua portuguesa e com o significado de algumas palavras. Estava um pouco constipada.

6.1-Actividade 1: Pedi-lhes para desenharem um triângulo, para fazerem a sua reflexão e para compararem os dois triângulos tal como era pedido na alínea b).

> P: "O que aconteceu?"
> R: "Fez outro triângulo"
> P "E esse triângulo ficou igual…, não ficou nada…? Reparem neste vértice (vértice B)"
> R:(Sílvia): "Ficou de igual, mas mudou de lado"
> R:"Ficou como um espelho".

Passando à alínea c) pedi:

> P:"Queria, agora que me fizessem uma coisa. Queria que me seleccionassem o vértice (B) e que mexessem de um lado para o outro … E agora reparem o que acontece à outra figura".

Sílvia fez movimentar o vértice para a direita.

> R:(Sílvia): "Este aqui foge daqui"
> P: "Mas faz igual, ou faz para o outro lado?"
> R:(Sílvia): "Este anda para aqui"
> P: "Mas então e o outro? Faz igual ou anda ao contrário?"
> R:(Sílvia):"Faz do outro lado"
> P: "Parece o quê?"
> R: "Parece um espelho".

As alunas continuaram a actividade. Perguntei: "Agora vão seleccionar um lado e arrastam. Será que é possível colocar um dos lados em cima do outro?". Fizeram o que lhes era sugerido, mas somente um dos vértices de cada um dos triângulos é que ficou a tocar na linha (Anexo F, Par A, Tarefa 6, Excerto 1).

Considerei que responderam às duas questões. Pedi-lhes para registarem o que concluíram (arrastando um dos lados do original em direcção ao eixo de simetria, o lado correspondente do transformado, também se deslocava para o eixo de simetria).

6.2-Actividade 2: Na alínea a) pedi-lhes para arrastarem a recta, que serve de eixo de simetria, para um lado e para o outro, descrevendo as alterações que observavam na posição das figuras. Perguntei: "Há bocado eu disse-vos para arrastarem um lado. E agora se fizerem o mesmo com o eixo?". Ao aproximarem o eixo do triângulo original, este manteve-se estático (Anexo F, Par A, Tarefa 6, Excerto 2).

Pedi-lhes para registarem a conclusão, ou seja que a distância do triângulo original para o eixo de simetria era a mesma do que a do transformado para esse eixo (Anexo F, Par A, Tarefa 6, Excerto 3).

Em seguida executaram o pedido da alínea b) fazendo a sua sobreposição ao eixo de simetria e registaram que arrastaram o vértice para cima da recta.

Do mesmo modo procederam correctamente para realizar o que era pedido nas alíneas c) e d), referindo tanto os procedimentos, como o facto de conseguirem sobrepor os lados das duas figuras na recta.

Assim, incentivado pelo seu desempenho, resolvi arriscar uma questão que não estava prevista.

> P: "Agora vou apagar este triângulo (da direita). O que aconteceu?"
> R:(Sílvia) "Desapareceu e ficou o outro"
> P: "Agora vou apagar este da esquerda. O que aconteceu?"
> R: "Apagaram os dois"
> P: "Porque é que quando apago o da direita só ele é que desaparece e quando apago o da esquerda desaparecem os dois?"
> R:(Sílvia)"O triângulo da direita é fotocópia".

Carla acenou em concordância.

Tarefa 7

Esta tarefa foi realizada no dia 6 de Maio de 2004.

7.1-Actividade 1 (Página 1): As alunas fizeram movimentar os pontos e concluíram, na alínea a), que faziam ambos o mesmo, mas que um fazia para cima e outra fazia para baixo. A alínea b) foi executada e respondida do seguinte modo:

> P:"Onde é que o Roo pode apanhar o Goo?"

R: “No meio”
P: “Sim senhor, mas no meio de quê?”
R: “No meio da …”
P: “No meio do ecrã?”
R: “…”
P: “Ora tentem lá fazer uma figura”.

Sílvia desenhou um quadrado com o Goo e diz que o Roo apanha o Goo “aqui no biquinho”. Perguntei: “Vocês desenharam um quadrado e os dois pontos encontram-se só num dos vértices, é?” As duas alunas acenaram em concordância.

Em seguida, li-lhes a questão c), para que não se baralhassem, uma vez que havia muito texto no ecrã.

P: “Faz com que o Roo desenhe uma linha horizontal. O que acontece ao Goo?”
R: “Faz também uma linha mas é vertical”
P: “Sabem como é que se chamam essas duas linhas”.
R: “Perpendiculares”.

Procedi do mesmo modo com a questão d)

P: “Façam agora o Roo desenhar um círculo. O que é que acontece ao Goo?
Sílvia: “Também faz”
R: (Carla): “O Goo fez um círculo igual, mas o do Roo rodou”
P: “Rodou como?”
R: Carla) “O Roo está p’ra cima e o Goo está p’ra baixo”.

Na alínea e) as alunas não apresentaram qualquer dificuldade, tendo realizado procedimentos idênticos. Em seguida, desenharam um triângulo, para responderem à alínea f).

R: “É como um espelho. Virou de lado. Parece aquela tábua…”
P: “Vocês lembram-se de trabalhar nas aulas com os elásticos!? Aquela tábua chama-se geoplano. Acham que aqui é igual?”
R: “Sim, funciona como um geoplano”.

Nas alíneas g) e h) tiveram mais dificuldade e, se no caso da alínea h), acabaram por desenhar uma circunferência, no caso da alínea anterior, foi somente Sílvia que conseguiu desenhar um coração, com uma pequena ajuda da minha parte, indicando-lhe onde devia tentar iniciar o desenho.

7.2-Actividade 2 (Página 2): Às alíneas a) e b) as alunas responderam que o Goo fazia o mesmo que o Roo e que eles só se encontravam num único sítio: “Faz igual, mas mais ao lado”. Já quanto à alínea c), referiram que: “Faz também uma linha mas é vertical”.

Na alínea d) perguntei: "Quando o Roo desenha um círculo, o que é que acontece ao Goo?. Faz igual como há bocado, ou não?". Respondeu Carla: "Se um muda, a outra muda como um espelho". Perante esta resposta, dada com tanta convicção, resolvi não insistir mais e passámos à actividade seguinte.

7.3-Actividade 3 (Página 3): As alunas fizeram movimentar as figuras e concluíram, na alínea a), que faziam ambas o mesmo, mas ao lado uma da outra. Na alínea b) as alunas responderam que fazia o mesmo e que Roo e Moo não se podiam mover na mesma linha. Como as alunas estavam entusiasmadas a fazer mexer os pontos ainda lhes perguntei "Onde é que o Roo apanha o Boo? E o que é que faz o Moo e o Goo?". Tentaram algumas vezes até que fizeram com que Roo e Goo se encontrassem num ponto (Anexo F, Par A, Tarefa 7).

No final as alunas disseram que gostaram da tarefa, e de facto, semanas mais tarde, quando responderam ao último questionário, foi essa tarefa que referiram em primeiro lugar.

Síntese

Estas alunas trabalharam bem em conjunto. Dos diálogos que travaram entre si resultou um desempenho que poderia ter sido bastante melhor se tivesse havido maior confronto de opiniões. Sílvia liderava as operações, mas Carla manteve-se sempre muito calada e poucas vezes exprimiu as suas opiniões, concordando quase sempre com a colega. As duas alunas pareciam ter consolidado os conceitos básicos necessários à realização das tarefas. Resolveram-nas todas demonstrando ter muitas dificuldades na construção de frases completas, tanto escritas como orais. Nos casos–limite estiveram um pouco inseguras. Primeiro Sílvia e depois Carla mostraram conseguir fazer inferências e evidenciaram ter apreciado a realização das tarefas, porque estiveram sempre bastante entusiasmadas (mais Sílvia) durante todas as actividades.

Carla conseguiu fazer o mesmo que a sua colega, mas foi sempre muito parca em palavras nas suas justificações parecendo ser muito tímida.

Par B: Jorge e Vítor

Jorge e Victor eram considerados os melhores alunos da turma. Ambos sossegados, pareciam ser os alunos que se sentiam mais à vontade para dar justificações, tanto escritas como orais. Também costumavam usar o computador, sobretudo para jogar. O facto de estarem habituados a ver as imagens dos jogos deformarem-se, rodarem e apresentarem-se-lhes de ângulos diferentes, pode ter tido alguma influência no modo como estes alunos "viam" o que se passava durante as tarefas.

Foi o grupo mais homogéneo. Respondiam os dois às questões e não apresentaram dificuldades de maior na compreensão do que era pedido. No entanto, referiram que o que acharam mais difícil nas tarefas foi explicar o seu pensamento:

> P: "Achaste que era difícil, ou achaste que era difícil explicar?"
> R:(Victor) "Explicar"
> R:(Jorge) "Foi difícil explicar."
> P: "Então, explicar é difícil!? Mas acham que é importante explicar, ou não?"
> R: "…".

Concepções

No que diz respeito às concepções sobre a matemática estes alunos referiram sempre que gostavam da "disciplina" (Quadro 3, Anexo F).

Na questão 1, Vítor disse que achava interessante e Jorge que gostava de fazer contas e isometrias. Na mesma questão da segunda vez, Vítor manteve a sua opinião e Jorge referiu que se aprendia muito.

Na questão 2, Vítor desenhou um caderno em que apareciam algoritmos e uma régua, enquanto que o colega desenhou um rectângulo com segmentos de recta com pontos e extremidades. Na segunda vez, Vítor optou por desenhar um rectângulo, enquanto que Jorge desenhou algoritmos e algo semelhante a uma coluna de som (não tive oportunidade de perguntar o significado do desenho).

Na questão 3, Vítor referiu gostar da geometria porque a achava divertida e Jorge disse que gostava de fazer "contas", porque com elas resolvia problemas. Na segunda vez, Vítor disse que gostava de trabalhar com medidas e que gostava de fazer reduções. O seu colega, para além das "contas", referiu também a geometria. Para eles, ambas permitiam resolver problemas.

Na questão 4, os alunos referiram que aprendiam “contas”, geometria e Vítor referiu ainda problemas. Na segunda vez não mudaram de opinião.

Na questão 5, Vítor referiu a matemática como um instrumento para saber (coisas). Na segunda vez a tónica foi colocada no ensinar. A matemática é importante para ensinar. Nas duas vezes que respondeu ao questionário, Jorge referiu que a matemática é importante para ter futuro.

O par perante as tarefas

Jorge e Victor pareciam ser aquele tipo de alunos que, embora aplicados, conseguiam facilmente pôr-se a par das matérias com pouco esforço.

Foi o grupo mais homogéneo, como referi. Respondiam os dois às questões e não apresentaram dificuldades de maior. No entanto, deram sempre respostas bastante simplistas e poucas ou nenhumas justificações.

Tarefa 1

1.1-Introdução : No dia 18 de Março de 2004, Jorge e Victor iniciaram as suas tarefas. Na actividade introdutória os alunos verificaram que podiam mover à vontade os fantasmas. Pareciam divertidos e entusiasmados.

1.2-Caminho Escondido 1: Quando iniciaram a resolução do “Caminho escondido 1”, Jorge, que era o mais falador, não teve o cuidado de experimentar o movimento dos fantasmas para os dois lados e, por isso, não descobriu que o caminho do fantasma Luísa era mais comprido que o do fantasma Diogo. Ficaram um pouco baralhados com o facto de, ao contrário do que aconteceu na página inicial, página de apresentação, não conseguirem arrastar os fantasmas à vontade, mas sim segundo direcções bem definidas. Formulei a seguinte pergunta: “O que há de igual nos dois caminhos?”. Os alunos pensaram um pouco e Vítor respondeu: “ Um dos caminhos vai mais para baixo do que o outro”. Jorge concordou e repetiu o que disse Vítor. Imediatamente perguntei: “Mas andam os dois da mesma maneira?”. Demoraram a responder, parecia que não tinham percebido bem o que era pretendido com a questão (Anexo F, Par B, Tarefa 1, Excerto 1). E não disseram mais nada. Escreveram a conclusão na folha.

1.3-Caminho Escondido 2*:* Na página 2 identificaram mal os trajectos dos dois fantasmas. Pedi-lhes para experimentarem novamente e, os dois alunos dessa vez, identificaram bem o segmento de recta e a semi-recta, não necessitando de ver o ecrã de ajuda. Fizeram bem os desenhos na folha de respostas, não sem antes levantarem algumas dúvidas sobre o que teriam de fazer: se era para desenhar, se era para desenhar o que estava no ecrã, ou se era para desenhar o que tinham dito.

Perguntei a Vítor porque é que tinha dito a medo que um dos caminhos era uma semi-recta. O aluno respondeu : "já não sabia bem".

Não insisti mais pois na ocasião achei natural alguma confusão com os conceitos uma vez que eram conceitos aprendidos há relativamente pouco tempo.

1.4- Caminho Escondido 3: Os alunos leram as questões, manipularam o cursor, arrastando os fantasmas e, imediatamente, disseram sem dúvida que "o Diogo faz uma circunferência". Quanto à Luísa já não se mostraram tão certos.

Pensaram, manipularam e disseram ao mesmo tempo que a Luísa "faz um segmento de recta".

> P: "Mas onde é que a Luísa faz o segmento de recta?"
> R: "…"
> P: "Se eu não estivesse a olhar para aí, vocês eram capazes de me explicar o que fazia cada um deles (fantasmas)? É que vocês dizem-me que faz uma circunferência e um segmento de recta, mas eu posso não estar a ver onde é que eles os fazem. Podem fazer a circunferência aqui (desenho no ar com o dedo uma circunferência, e um segmento de recta bastante afastado)."
> R: (Vítor, pensativamente) "…é o raio". O Diogo está fazer uma circunferência e a Luísa está a fazer o raio".

Propus que confirmassem carregando no botão "ajuda". Eles executaram a instrução e verificaram sorrindo que na realidade os dois fantasmas descreviam os caminhos anteriormente referidos. Pedi-lhes para explicarem, e preencherem a tabela das respostas. Pareceram ficar baralhados. Perguntei: "O que é que acham que é igual? O feitio dos caminhos não é com certeza, pois não?"

Fizeram silêncio. Não conseguiram referir o que é que havia (ou não) de igual nos dois caminhos. Perante este impasse disse: "Se acham que os dois caminhos têm alguma coisa igual dizem que têm. Se acham que não têm, dizem que não têm!".

Os alunos registaram a resposta "os caminhos não têm nada de igual". Depois não tiveram dúvida em registar o que é que os dois caminhos tinham de diferente: "um é redondo e o outro é direito".

1.5- Caminho Escondido 4: Mexeram demasiadamente depressa no cursor e disseram que eram circunferências.

Pedi-lhes para manipularem o rato mais devagar e o Vítor disse logo: "deixa ver quantos lados tem…". Deixou o colega experimentar e aconselhou: "devagarinho…". Contaram os lados, mas pareciam um pouco indecisos.

Contaram devagarinho até cinco e disseram "é um pentágono". Perguntei: "Ora contem lá outra vez". Desta vez contei com eles.

Não sabiam o nome do octógono, e por isso disse-lhes para registarem só o número de lados. Em seguida retomei a questão inicial da actividade (Anexo F, Par B, Tarefa 1, Excerto 2).

Escreveram que a figura tinha os lados "todos segmentos de recta".

Referiu Vítor rindo, "isto se calhar sai no teste" e riram-se os dois, concordando.

Perguntei o que tinham achado da actividade e os dois disseram que acharam "gira e um bocadinho difícil".

Tarefa 2

2.1-Actividade 1: No dia 23 de Março de 2004 os dois colegas retornaram à sala de estudo para resolverem as Tarefas 2 e 3. Procederam à construção e medida de um segmento de recta e registaram o valor encontrado. Traçaram uma semi-recta e não conseguiram medi-la, o mesmo acontecendo com a recta. Depois de um diálogo justificaram que não conseguiam medi-las porque a primeira não tinha fim e a segunda não tinha princípio nem fim (Anexo F, Par B, Tarefa 2, Excerto 1).

2.2-Actividade 2: Os alunos construíram um triângulo (obtusângulo), tal como era pedido na alínea a). Construíram quase um segmento de recta, porque quase alinharam os três pontos. Mesmo assim identificaram a figura como sendo um triângulo, sem terem tido necessidade de arrastar nenhum dos vértices para uma posição "mais esclarecedora". Em seguida manipularam o rato para fazerem deformar a figura desenhada. Começaram por arrastar o vértice mais à direita, "endireitando" a figura e passaram à execução do que era pedido na alínea b) (Anexo F, Par B, Tarefa 2, Excerto 2). Apesar de não terem chegado a uma conclusão resolvi não insistir mais, uma vez que ainda faltava uma tarefa que talvez conseguisse esclarecer os dois colegas.

Os rapazes passaram, assim, para a alínea c).

> P: "O que é que está a acontecer agora ao triângulo, é o mesmo triângulo?"
> R: (Jorge) "Porque ele só muda de tamanho e não muda de …"
> P: "De forma, não é?"
> R:(Jorge) "Sim"
> R: (Victor) "Anda às voltas."

Este aluno pressionava a tecla de aumento e diminuição, e dava-lhe a sensação de que o triângulo rodava.

> P:"Mas tu há bocado disseste que ele mudava de forma e era sempre o mesmo triângulo, como é que ficamos?"
> R: (Jorge) "…"
> P:"Então há bocado era o mesmo triângulo, ou não?"
> R: (Jorge) "Não sei…"
> P:" Não tens a certeza?".

Jorge acenou afirmativamente.

> P: " Então há bocado podia não ser o mesmo triângulo?"
> P: "E agora é o mesmo triângulo ou não é?"
> R: (Victor)"É, mas só que agora …estica e encolhe."

Perante a "confusão dos alunos" não insisti mais.

Tarefa 3

3.1-Actividade 1: Comecei esta actividade lançando a seguinte questão: "O que é para vocês um quadrado?". Os alunos tiveram alguma dificuldade em começar a caracterizar o quadrado (Anexo F, Par B, Tarefa 3). Registaram que um quadrado é uma figura geométrica que tem os lados, que são segmentos de recta, iguais, e ângulos rectos.

3.2-Actividade 2:

> P: "O que é que está a acontecer à medida dos lados?"
> R: "Ficam diferentes"
> P: "Eu sei que eles ficam diferentes, mas há algum lado que fique maior ou mais pequeno que os outros?"
> R: "Fica sempre igual"

P: “E o que é que acontece às medidas dos ângulos?”
R: “Sempre iguais”.

Confrontaram a nova “definição” com o que tinham escrito anteriormente e confirmaram que tinham “definido correctamente” um quadrado.

3.3-Actividade 3: Manipularam o quadrado, arrastando os seus vértices, experimentando se era possível, ou não, deformar a figura para tirarem conclusões sobre as diagonais.

P: “As duas diagonais são iguais ou diferentes?”
R:”…”
P:”Medem o mesmo, ou não?”
R: (Victor) “ Medem o mesmo”
P: “ Porque é que acham isso?”
R: “Porque o quadrado tem tudo igual”.

Tarefa 4

A Tarefa 4 devia ter sido resolvida por estes alunos no dia 29. No entanto, só o foi no dia 31 de Março. Este adiamento deveu-se ao facto de a escola não ter ginásio, no dia 29 ter chovido e o recreio estar molhado. Os alunos do 1º ano, que iriam ter educação física, tiveram de ocupar a sala onde normalmente decorriam as actividades da investigação e, portanto, estas foram mudadas para o único espaço livre, a “sala do café”. Mas o intervalo durou mais do que o normal. Por essa razão, só pude começar bem depois das onze e um quarto, hora em que o espaço ficou livre. Como o par Jorge e Vítor era o último previsto para esse dia, teve que adiar o seu trabalho para o dia 31 de Março. Nesse dia realizaram também a Tarefa 5.

Para fazer a introdução da alínea a), perguntei, sobre um assunto trabalhado na questão anterior: “sabem o que é um quadrado?”. Os dois alunos responderam “tem os ângulos todos rectos… tem os lados iguais e os ângulos todos rectos”.

Passámos para a resolução da alínea b) em que se pretendia saber qual das duas figuras era um quadrado (Anexo F, Par B, Tarefa 4).

Como foram peremptórios a dar a justificação resolvi passar às perguntas seguintes, c), d) e e). Os alunos carregaram nos botões de ampliação e de rotação. No primeiro caso disseram que as figuras eram as mesmas, só que maiores ou mais pequenas. No segundo caso perguntei-lhes: “As duas figuras mantêm a mesma forma quando se mexem?”. Responderam imediatamente: “Não”. Voltei a perguntar: “Porquê? “Então esta aqui não é um quadrado?”.

> R: (Jorge) “Não. É o mesmo quadrado só que anda de um lado para o outro”
> R: (Vítor) “Não é. Quando viramos, os ângulos não são de noventa graus”
> R: (Jorge) “Pois é! Não é um quadrado”.

Pensaram um pouco e responderam: “Agora é um losango”.

Os alunos estavam a visualizar a rotação do quadrado e, quando se atingiram os 45º de amplitude de rotação, o quadrado foi percepcionado como um losango.

Perguntei: “E não pode ser o quadrado a rodar?”. Pensaram um pouco e, com um sorriso matreiro, responderam : “Pode”.

Perguntei-lhes porquê, e eles disseram que, ao vê-lo de lado, afinal ficava com a forma de quadrado. Disse aos alunos para registarem a sua resposta e para passarem à questão seguinte.

> P: “É possível fazer com que a figura verde fique como a vermelha?”
> R:”É possível”
> P: “É possível? E quando é que isso é possível?”
> R: “Quando tem os ângulos rectos”
> P: “Sabem como é que se chama a figura a verde?”
> R:(Jorge) “Tem dois (ângulos) agudos… .”

Os alunos não pareciam ter a certeza do nome da figura, por isso informei-os de que era um losango.

Em seguida, e perante o bom desempenho dos dois alunos, resolvi colocar-lhes uma questão extra: “É possível transformar a figura vermelha (quadrado) na verde (losango com ângulos não rectos)?”.

Os alunos movimentaram a figura vermelha e a verde e observaram que só havia congruência entre as duas quando o losango tinha os ângulos rectos. Tentaram mais uma vez com a figura vermelha, mas depressa consideraram que nesta os ângulos eram sempre rectos. Responderam em uníssono: “Não”. Mas não adiantaram mais nada.

Tarefa 5

Os alunos desenharam (com dificuldade e com ajuda) os elementos pedidos na alínea a) do enunciado. Perguntei-lhes: “Vocês fizeram o quê?”. Responderam imediatamente: “O raio.” Na alínea b) responderam rapidamente que (a circunferência) tinha “infinitos” (raios). As crianças, para a alínea c), mediram o raio e escreveram o resultado na folha “NOTAS”. Traçaram um novo raio mas não o mediram, fizeram só uma estimativa visual. Perguntei: “Esse raio mede o mesmo que o outro ou não?”. Responderam: “Mede o mesmo”. Considerei, deste modo, que tinham respondido também às alíneas c) e d). Passámos para a alínea e). Aqui os alunos tiveram dificuldade na definição de circunferência (Anexo F, Par B, Tarefa 5, Excerto 1).

Para não os “enervar” decidi passar à alínea f). Disse-lhes para fazerem “uma roda” no computador e fiz diminuir o raio até zero. Hesitaram em identificá-la como circunferência.

> P: “É uma roda?
> R: “..Mmmnão.”
> P: “É uma circunferência?”
> P: “É uma circunferência? Quanto é que mede o raio?”
> R: “Zero.”
> P: “É uma circunferência?”
> R:(Victor) “Não”
> R: (Jorge) “É”.

Pedi-lhes que registassem as suas opiniões, para depois não se contradizerem. Mas neste momento Jorge mudou de opinião e categoricamente disse que não era uma circunferência (Anexo F, Par B, Tarefa 5, Excerto 2). Sem qualquer tipo de dificuldade completaram a frase do enunciado: “O tamanho de uma circunferência depende da medida do seu raio. Quanto maior for o raio de uma circunferência maior é o tamanho desta”.

Tarefa 6

6.1-Actividade 1: Esta tarefa foi realizada no dia 28 de Abril de 2004. Os alunos seguiram as instruções escritas e rapidamente executaram os procedimentos constantes das alíneas a) e b). Na alínea c) perguntei o que estava a acontecer quando desenharam e manipularam o triângulo (Anexo F, Par B, Tarefa 6, Excerto 1). Após responderem passaram para a alínea d). Pedi-lhes para seleccionarem um dos lados do triângulo da esquerda e para o arrastarem. Perguntei: “O que é que acontece ao (triângulo**)** da direita?”. Responderam em conjunto: “Reflecte sempre”.

6.2-Actividade 2: Na alínea a) os alunos rapidamente seleccionaram o eixo de simetria e fizeram-no deslocar (Anexo F, Par B, Tarefa 6, Excerto 2).

Prosseguimos a realização da tarefa com as alíneas b) e c). Perguntei-lhes: “Será que é possível pôr um vértice do triângulo da esquerda em cima de um vértice do triângulo da direita? Victor, por exemplo o vértice F em cima do F’? Anda com ele!” (Anexo F, Par B, Tarefa 6, Excerto 3). Pedi-lhes para registarem as suas respostas: “podemos colocar um vértice em cima do outro. Isso acontece em cima da linha (eixo de simetria)”.

Em seguida, e tal com fiz com os outros grupos, resolvi provocar os dois colegas.

> P:”Se eu apagar o triângulo da direita, só apago mesmo o triângulo da direita. E se eu apagar o triângulo da esquerda, o que é que vai acontecer?”
> R: (Jorge) “Apaga também o da direita.”
> P: “Porquê?”
> R: “Porque aquele reflectiu aquele.”

Perante esta resposta dos dois alunos concluí que pareciam ter a noção de que havia um original e um transformado e que, embora alterações num deles provoquem alterações no outro, o transformado só existe porque existe um original. Por isso dei por finda a resolução da tarefa.

Tarefa 7

7.1-Actividade 1 (Página 1): Os alunos fizeram movimentar as figuras e concluíram que faziam ambas o mesmo, mas que uma fazia para cima e outra fazia para baixo. Para a alínea a) perguntei:

> P: “Onde é que o Roo pode apanhar o Boo?”
> R: “No meio.”
> P: “Consegue apanhar no meio… Sim senhor. Olhem lá, no meio de quê?”
> R: “No meio da figura que fizemos.”
> P: “Faz com que o Roo desenhe uma linha horizontal. O que acontece ao Boo?”
> R: “Faz também uma linha”.
> P:”Sabem como é que se chamam essas duas linhas?”
> R:”…”.

Resolvi não insistir na denominação “paralelas”, uma vez que não era importante para a execução da tarefa.

Passaram para as alíneas b) e c) e conseguiram que os dois pontos andassem juntos. Nas alíneas d) e e), responderam novamente às mesmas questões que na alínea c) e o que visualizaram do movimento dos pontos levou-os a alterar algumas das suas respostas. Disseram que o Roo e o Boo, agora, não conseguiam andar juntos a não ser “no meio” (num ponto) e quando um deles andava “a direito”, o outro andava “para cima e para baixo”. Desenharam um triângulo rectângulo e consideraram que “fica como um espelho”. Em seguida sugeri-lhes que desenhassem um círculo já que esta figura não tem vértices. Assim, os alunos poderiam ter dificuldade em dar a mesma justificação (Anexo F, Par B, Tarefa 7, Excerto 1).

Os alunos riram-se e divertiram-se, fazendo com que um dos pontos tentasse apanhar o outro. Jorge e Vítor registaram que os pontos faziam a mesma coisa, mas começavam em sítios diferentes (Anexo F, Par B, Tarefa 7, Excerto 2).

Na alínea f) depois de algumas tentativas e de uma animada troca de opiniões descobriram que tinham de começar com os dois pontos juntos, para poderem traçar um coração.

7.2-Actividade 2 (Página 2): Perguntei: “Vejam lá agora onde é que o Roo e o Goo se apanham um ao outro”. Novamente os alunos riram divertidos ao tentar fazer com que um dos pontos apanhasse o outro (Anexo F, Par B, Tarefa 7, Excerto 3), mas tiveram dificuldade em indicar que entes geométricos eram descritos por Roo e Goo.

7.3 -Actividade 3 (Página 3): Passaram em seguida para a terceira parte. Pedi-lhes para compararem o que fazia o Roo e o Moo com o que fazia o Goo e o Boo.

> R: “…também fazem, só que fazem para o outro lado.”
> P: “Ai é? E agora? Mas o Roo e o Goo fazem exactamente a mesma coisa?”
> R:(Victor) “Não porque estão mais distantes.”
> R:(Jorge) “Um faz p’ra cima e o outro faz p’ra baixo.”
> P: “Quando o Roo apanha o Boo o Goo apanha o Moo, ou não?”

Os alunos fizeram uma pequena experiência para responderem à questão e chegaram à conclusão que o Goo não apanhava o Moo, quando o Roo apanhava o Boo. Os pares de pontos referidos executavam os mesmos movimentos, só que em posições diferentes (simetria e translação) (Anexo F, Par B, Tarefa 7, Excerto 4).

Síntese

Jorge e Vítor mostraram ser um par bastante equilibrado e com um desempenho constante ao longo de todas as tarefas. Mostraram dificuldade em se exprimirem, tanto oralmente como por escrito. As suas justificações tinham de ser "arrancadas" após frequentes solicitações da minha parte. Trocavam impressões entre si em voz baixa, mas eram muito lacónicos na sua forma de se exprimir.

Apresentaram algumas dificuldades de interpretação daquilo que viam e também mostraram ter algumas lacunas ao nível dos conhecimentos anteriormente adquiridos.

Não mostraram qualquer espécie de estranheza nos casos–limite. Responderam sempre com muita tranquilidade.

Par C: Miguel e José Pedro

Estes dois alunos, também considerados bons pela professora da turma, eram um pouco menos expansivos do que os do outro par, Jorge e Victor. Respondiam muitas vezes sem grande predomínio de um ou de outro e, frequentemente, em simultâneo.

No decorrer das actividades fui confrontado com duas dificuldades, que depois verifiquei existirem em mais alguns alunos que não estavam nos grupos: (a) os alunos tinham dificuldades na lateralidade, nomeadamente em descrever (e encontrar) imagens reflectidas, e também (b) um pré-conceito curioso sobre a relação entre o raio e o comprimento de uma circunferência que, em minha opinião, deverá ter surgido da forma como foi trabalhada tal relação.

Um aspecto muito positivo deste par foi o facto de, por vezes, sustentarem as suas opiniões, quando eram diferentes, e gerarem alguma discussão.

Na execução das tarefas estes alunos não demonstraram estar muito inibidos e iam respondendo sem ser necessário insistir muito e bastantes vezes com um entusiasmo que era bonito de ver, usando termos e expressões que usariam se estivessem a sós, como por exemplo "ena, pá!"

Sublinho o facto de, na última tarefa (RooBooGoo), estes dois alunos se terem divertido a tentar, com o Roo, por exemplo, apanhar as linhas que o Boo descrevia, rindo entusiasmados, quase parecendo que estavam a jogar num simulador de ralis.

Concepções

Estes alunos mostraram uma atitude diferente no modo como percepcionavam a matemática. (Quadro 4, Anexo F). Para José Pedro a matemática era uma disciplina de que gostava e onde aprendia muitas coisas. Já o seu colega Miguel referiu ter algumas dificuldades e, por isso, não gostava. Na segunda vez que responderam ao questionário não mudaram de opinião, mas explicitaram um pouco mais as suas posições. José Pedro gostava mais de "contas e reduções". Para Miguel o problema residia nas divisões.

Na questão 2 eles desenharam tabuadas e algoritmos nos dois questionários.

Na resposta à questão 3, João Pedro referiu, na primeira vez que respondeu ao questionário, que gostava de problemas, porque tinha que pensar e na segunda vez disse que o que gostava mais de fazer era geometria. Já Miguel referiu sempre que o que gostava mais de fazer eram contas. Na questão 4, penso ser curiosa a resposta de Miguel. Enquanto na primeira vez referiu a geometria e "as contas" como suas actividades preferidas, na segunda vez foi menos explícito e não referiu expressamente a geometria. Já José Pedro, que na primeira vez respondeu que gostava de "contas", tabuada e geometria, na segunda referiu gostar de fazer "coisas divertidas".

Quanto à questão 5, os alunos responderam que a matemática era importante para o futuro e para ensinar (José Pedro). Miguel, que na primeira vez que respondeu ao questionário referiu que a matemática era importante para ensinar, disse que ela era importante para "ser alguém".

O par perante as tarefas

Estes alunos, apesar de algumas dificuldades em certos conceitos, tiveram uma atitude muito positiva relativamente às tarefas que realizaram, uma vez que foi o par que "mais trabalhou em grupo". Discutiram sempre as questões entre si e tentaram explicar o melhor possível as suas opções, construindo frases completas.

Tarefa 1

1.1-Introdução: Os alunos começaram as suas tarefas no dia 18 de Março de 2004, executando lentamente, mas sem dificuldade aparente, as instruções que lhes apareciam no ecrã.

1.2-Caminho Escondido 1: José Pedro leu em voz alta os versos da introdução (em separata) e pareceu achar-lhes graça. Foi o único elemento de todos os grupos que teve uma atitude deste tipo, visível, relativamente aos versos da introdução. Demoraram a iniciar a actividade, porque não movimentaram o cursor para arrastar os pontos. Quando o fizeram, executaram os movimentos com pouca amplitude, portanto não conseguiram distinguir os movimentos dos fantasmas. Sugeri-lhes que utilizassem a ajuda. Carregaram no botão e disseram ao mesmo tempo: "Ena pá!" Leram o texto da ajuda e depois responderam correctamente (Anexo F, Par C, Tarefa 1, Excerto 1).

1.3-Caminho Escondido 2: Perguntei-lhes o que é que estava a acontecer.

> R: (Miguel) "Agora é ao contrário. O Diogo anda numa recta e a Luísa acho q'anda num…"
> R: (José Pedro) "Andam os dois iguais, só que o Diogo anda mais lento".

Hesitaram um pouco, mas desenharam o que era pedido. Disse-lhes que utilizassem a ajuda e mostrei que o Diogo parava, descrevendo uma semi-recta. Mesmo assim não mostraram que tinham identificado os percursos.

1.4- Caminho Escondido 3: Perguntei: "O que é igual nos dois caminhos?". Os alunos fizeram mover o fantasma Diogo e disseram "mexe-se como um círculo. Ora deixa ver…". "A Luísa anda num segmento de recta e o Diogo anda numa circunferência".

Disse-lhes então para registarem a sua opinião, ou seja, que os fantasmas não faziam nada de igual. Perguntei-lhes o que é que os fantasmas faziam de diferente. José Pedro e depois Miguel, quase em simultâneo, disseram: "Já sei; a Luísa marca um raio da circunferência do Diogo". Registaram o que disseram e passaram à tarefa seguinte (Anexo F, Par C, Tarefa 1, Excerto 2).

1.5-Caminho Escondido 4: Os alunos mexeram no cursor e nem sequer tive tempo de começar a falar. Disse Miguel: "Isto parece um triângulo". Interrompeu José Pedro: " Não é nenhum triângulo".Continuou Miguel: "É uma coisa esquisita". Disse José Pedro: "É um hexágono". Miguel concordou. Contaram novamente os lados do hexágono, mas desta vez contaram mal e disseram que tinha cinco lados. Corrigi-os e eles contaram novamente, mas desta vez acertaram (Anexo F, Par C, Tarefa 1, Excerto 3).

Tarefa 2

2.1-Atividade 1: No dia 21 de Março de 2004, os alunos traçaram um segmento de recta, mediram-no e anotaram o seu comprimento. Tentaram medir a semi-recta e verificaram que tal não lhes era permitido pela aplicação. Aplicando os procedimentos de construção da recta, de que se recordavam, pois discutiram antes de os executar, construíram uma recta e tentaram medi-la. Verificaram sem surpresa aparente que não lhes era permitida essa operação (Anexo F, Par C, Tarefa 2).

2.2-Actividade – 2: José Pedro marcou três pontos mas bastante alinhados, construindo assim um triângulo obtusângulo. Os alunos mexeram no triângulo e só quando ele assumiu a forma de um triângulo isósceles é que o reconheceram.

> R: (Miguel) “É um triângulo”
> R: (José Pedro) “É rectângulo”
> P: “Vocês agora mexem num dos vértices. É o mesmo triângulo ou não? São triângulos diferentes?”
> R:(Miguel) “São triângulos diferentes, mas são o mesmo triângulo”
> R:(José Pedro) “É o mesmo triângulo a mudar de forma”
> P: “Mas esperem lá. São o mesmo triângulo ou são triângulos diferentes?”
> R: (José Pedro) “É o mesmo triângulo a mudar de forma”.

Estas respostas dos alunos pareceram indiciar que, no caso de Miguel, ele percepcionava o triângulo a tomar posições diferentes (no espaço), e no caso de José Pedro, o triângulo mudava de forma, mas no ecrã só era visível uma figura (um triângulo).

Perante a resposta do colega, Miguel sentiu-se baralhado e tentou emendar a sua resposta.

> P: “E agora, quem é que acham que tem razão? José Pedro, tu disseste que era o mesmo triângulo que tinha formas diferentes. Achas que é assim?”
> R: (José Pedro) “É o mesmo triângulo a mudar de forma”.
> P: “E porque é que dizes que é o mesmo triângulo a mudar de forma?”
> R:(José Pedro) “ Porque os…”
> P: “Pontos...?”.
> R: “Os pontos não…, não mudaram…, mudaram de sítio”
> P: “Não mudaram? Mudaram de sítio? Ora espera lá” (e faço alterar as dimensões e as amplitudes dos ângulos do triângulo)
> R: (José Pedro) “Mudar, mudaram… Não saíram (do ecrã)”.

Preferi deixar as coisa neste ponto, uma vez que com a prossecução da actividade as dúvidas possivelmente seriam esclarecidas. Registaram as suas opiniões e carregaram agora na tecla que permitia ampliar ou reduzir.

P: “E agora, é o mesmo triângulo, não é, o que é que acontece?”
R: (Miguel) “É o mesmo triângulo, só que um ponto está parado e o outro está assim a andar à volta”
P: “Concordas?” (José Pedro).
R: (José Pedro) “Concordo”
P: “Então o que acontece?”
R: (Miguel) “ É o mesmo triângulo, só que…”
P: “Estica?”
R: (Miguel) “Estica.”

Nesta altura, a opinião de José Pedro alterou-se, pois pareceu ter verificado que, pelo facto de os vértices do triângulo terem mudado de localização, já não era o mesmo triângulo a mudar de forma, mas o mesmo triângulo a mudar de posição, tal como interpretei a conclusão anterior de Miguel.

Tarefa 3

3.1-Actividade 1: Perguntei aos alunos que figura seria aquela que estava desenhada no ecrã. Responderam-me: “É uma caixa”. Em seguida, e perante a minha admiração, reconsideraram e chamaram à figura quadrado. Perguntei-lhes o que era um quadrado e responderam-me que era uma figura que só tinha os lados iguais. Registaram a sua “definição” de quadrado e passaram à actividade seguinte.

3.2-Actividade 2: Comecei esta tarefa por referir a conclusão a que Miguel e José Pedro tinham chegado anteriormente e pedi-lhes para arrastarem um dos vértices (o vértice B). Os dois alunos consideraram que o quadrado estava a encolher e a esticar e que a medida dos lados, que podiam observar no ecrã, aumentava e diminuía. Como não pareceram reparar na medida da amplitude dos ângulos, que também surgia no ecrã, fiz-lha notar e eles referiram que ficavam iguais (Anexo F, Par C, Tarefa 3).

Perguntei: “Então quer os lados aumentem, quer diminuam, os ângulos também são importantes, porque ficam todos iguais, certo?” Eles confirmaram com pouco entusiasmo. “Então o que é agora para vocês um quadrado?”, voltei a perguntar. Parece que afinal não acharam assim tão importante a questão dos ângulos, porque disseram que:

R: “Um quadrado tem todos os lados iguais, e quando mexemos,… .”
P: “Tem os ângulos iguais, não é?”
R: (Miguel) “É”.
P: “Essas diagonais, são iguais…, são diferentes…? Porquê?”

R:(José Pedro) "São iguais, porque, estas coisas daqui…(aponta as diagonais e os lados) são iguais."
P: "E tu?"(dirijo-me a Miguel)
R: "São iguais, porque as medidas dos lados do quadrado são iguais."

Os alunos fizeram o registo de que as diagonais do quadrado eram iguais.

Tarefa 4

4.1- Actividade 1: No dia 31 de Março de 2004 os alunos realizaram as Tarefas 4 e 5. Perguntei-lhes se estavam lembrados do que era um quadrado. Esperava que dessem a "definição" de que o quadrado só tinha os lados iguais, mas responderam em simultâneo: "Um quadrado é uma figura…geométrica que tem tudo igual, quatro lados iguais e os ângulos rectos".

4.2- Actividade 2: Nesta questão os alunos repararam nas duas figuras e consideraram-nas quadrados mas, após arrastarem um dos vértices do losango e observarem que a figura não mantinha os ângulos rectos, consideraram imediatamente que não se tratava de um quadrado (Anexo F, Par C, Tarefa 4).

Nas duas questões seguintes os alunos consideraram que era a mesma figura que rodava ou que aumentava e diminuía.

R: (Miguel) "É como uma bola de ténis; bate ali e cresce!"
P: "É possível transformar a figura verde na vermelha?"
R: (Miguel) "É possível. Acrescenta-se os lados…"
R: (José Pedro) "É possível. Acrescenta-se a medida dos lados e os ângulos têm que ser de noventa graus".

Perante este tipo de respostas não me contive em levantar uma outra questão que não estava prevista.

P. "E a vermelha? Será que se pode transformar na verde?"
R: "Não"
P: "Porquê?"
R: (José Pedro) "Porque esta aqui (o quadrado) não acrescenta nem diminui (a amplitude dos ângulos)".

Tarefa 5

Nas questões 1 e 2 os alunos responderam rápida e correctamente. No entanto, Miguel e José Pedro questionados sobre a possibilidade de o segundo raio ter um comprimento diferente do primeiro hesitaram, mas utilizaram a aplicação para experimentar. Mas José Pedro, secundado por Miguel, ainda refere que a "roda" (circunferência) tinha o tamanho do diâmetro (Anexo F, Par C, Tarefa 5).

Perante esta afirmação dos dois alunos resolvi fazer uma pequena dramatização, uma vez que percebi que eles estavam a considerar a medida do diâmetro igual à do perímetro. Pedi a José Pedro que se colocasse sobre uma marca no soalho e andasse para a frente e para trás, a partir dessa marca, exactamente um passo. Quando José Pedro andou para a frente, Miguel postou-se no local onde José Pedro parou e quando este último andou para trás, eu marquei com o pé o local onde José Pedro parou. Em seguida pedi a Miguel que andasse em torno de José Pedro, colocado na marca (centro), e que passasse, descrevendo um movimento o mais circular possível, sobre o meu pé, contando os passos. Se a conjectura dos dois alunos se verificasse, a circunferência teria de medir exactamente dois passos e bem pequenos, tal como o eram os passos que José Pedro deu. Ora Miguel, apesar de ter aberto bem as pernas, cedo se convenceu que nem com três passos dos dele conseguiria descrever a circunferência pedida. Mesmo assim os dois alunos não conseguiram aprofundar as suas explicações sobre o que seria uma circunferência, portanto mudei de actividade, já que José Pedro respondeu: "é uma linha que tem a forma redonda e onde se podem marcar raios e diâmetros".

Na alínea f) era pedido que fizessem coincidir o ponto da circunferência com o seu centro.

> P: "Arrastem o ponto que está sobre a circunferência para cima do centro. Isso ainda é uma circunferência?"
> R: "Não!"
> P: "Porquê?"
> R:"É um ponto, porque não tem medida dos raios."

Voltei a insistir na questão sobre o que seria então uma circunferência, mas os alunos não adiantaram mais nada ao que já tinham dito.

Tarefa 6

A Tarefa 6 foi realizada no dia 28 de Abril de 2004 após uma interrupção de duas semanas, uma e meia das férias da Páscoa e mais uns dias em que os alunos fizeram visitas de estudo. Os alunos pareciam bem dispostos e entusiasmados para realizarem a tarefa programada para esse dia.

6.1- Actividade 1: Enquanto iam discutindo procedimentos executaram rapidamente as propostas das alíneas a), b) e c) sem terem tido necessidade de consultar os seus apontamentos.

> P:"O que é que aconteceu?"
> R: (Miguel)"Este triângulo passou para o outro"
> P:"Mas passou da mesma maneira, ou mudou…, como é que foi?"
> R: (Miguel) "'tá certo…estas duas coisas 'tão certo, p'causa que se eu pôr aqui, este vir assim, o I fica p'ráqui e o H fica p'ráqui assim"
> P:"E então o que aconteceu?"
> R:"É assim como fazer um triângulo às tintas e depois dobrar a folha fica lá aquele…, aquela marca".

Pedi-lhes para fazerem o registo das suas conclusões, ou seja, que fizeram uma simetria, como quando a faziam com papel e tinta. Passaram rapidamente para as alíneas d) e e) e consideraram que quando faziam mover um dos triângulos, o outro se mexia do mesmo modo, mas ao contrário. Registaram esta conclusão.

6.2-Actividade 2: Em seguida, na alínea a), pedi-lhes para arrastarem a recta que servia de eixo de simetria para um lado e para o outro, descrevendo as alterações que observaram na posição das figuras.

Em diálogo consideraram que cada ponto e o seu transformado estavam à mesma distância do eixo de simetria (Anexo F, Par C, Tarefa 6). Todo este diálogo foi mantido numa toada calma, e as respostas foram peremptórias. Os dois colegas registaram a conclusão e terminaram assim a Tarefa 6.

Tarefa 7

7.1- Actividade 1 (Página 1): Miguel e José Pedro retomaram a resolução das tarefas, nomeadamente da última, no dia 3 de Maio, mas já atrasados, devido a condicionalismos da escola. Mais uma vez pareciam bem dispostos e ansiosos para verem o que lhes ia calhar. Começaram a fazer deslocar os pontos e acharam graça, pois iam–se rindo enquanto realizavam as alíneas a) e b). Depois de alguns movimentos com os pontos consideraram que um deles serviria de um hipotético eixo de simetria ao outro, uma vez que a linha que descrevia era "perpendicular" à linha que descrevia o outro. Poderia haver alguma confusão entre eixo de simetria, original e transformado, uma vez que o eixo, sendo o Roo, implicaria a existência de um "Goo linha" oposto a esse eixo (Anexo F, Par C, Tarefa 7, Excerto 1). Passaram para a alínea c) e identificaram o eixo de simetria como sendo o local onde os dois pontos andavam juntos (Anexo F, Par C, Tarefa 7, Excerto 2). Miguel e José Pedro passaram para a resolução das alíneas d) e e) e, sem problemas, descreveram o que observaram, registando de modo análogo ao que tinham feito anteriormente. Verificaram que o comportamento dos pontos não dependia da posição do eixo de simetria. Para responderem às alíneas f), g) e h) perguntei:

> P: "Façam com o Roo um triângulo rectângulo. O que é que faz o Boo?"
> R:(Miguel) "O Boo faz igual"
> P: "Consegues que o Roo e o Boo tracem juntos um coração?"
> R: (Miguel) "Não dá p'ra fazer o biquinho de baixo"
> P: "Essa agora! Não dá p'ra fazer o biquinho de baixo!? E já experimentaste?".

Com uma pequena ajuda desenharam o que era pedido. Na alínea seguinte, a construção de um quadrado, consideraram que o original e o transformado pareciam iguais, mas ao contrário. Insisti nesse ponto e de súbito Miguel começou a desenhar uma circunferência, considerando que, embora tivessem sido feitas ao contrário uma da outra, as duas figuras pareciam iguais. Os alunos carregaram na tecla um "Boo diferente" e tentaram responder à alínea g) (Anexo F, Par C, Tarefa 7, Excerto 3).

7.2-Actividade 2 (Página 2): Os alunos responderam às alíneas a), b) e c) com rapidez (Anexo F, Par C, Tarefa 7, Excerto 4). Após algumas tentativas descobriram que Roo e Goo se encontravam somente num ponto e, por isso, não conseguiam andar juntos. Tiveram dificuldade em explicar as alíneas d) e e), mas pensando um pouco referiram que os dois pontos faziam o mesmo, mas um ao contrário do outro. A alínea f) foi feita com facilidade e provocou risos dos dois colegas. Devido ao adiantado da hora decidi não fazer a última alínea e passámos para a página 3.

7.3-Actividade 3 (Página 3): Pedi aos alunos que desenhassem um círculo com o Roo e, em seguida que tentassem descobrir os eixos de simetria que existiam entre as linhas criadas pelos vários pontos. Os alunos conseguiram responder facilmente a esta questão (Anexo F, Par C, Tarefa 7, Excerto 5).

Síntese

Miguel e José Pedro mostraram ter um desempenho bastante homogéneo ao longo de todas as tarefas. As tarefas 1 e 5 foram as que "lhes correram pior". Na Tarefa 1 tiveram alguma dificuldade em identificar os elementos geométricos não visíveis e não utilizaram as informações da ajuda. Também apresentaram alguns problemas de lateralidade que, uma vez resolvidos, não afectaram o seu desempenho nas outras tarefas. É de realçar que foi o único grupo em que houve discussão sobre as actividades, uma vez que a troca de opiniões antecipava quase sempre a execução das tarefas. Tal como o par precedente, também não mostraram qualquer espécie de estranheza nos casos–limite. Responderam sempre com muita tranquilidade. Considero que tiveram bastante prazer em trabalhar com a aplicação, pois viam em muitas actividades qualquer coisa parecida com um jogo.

Par D: Nancy e Rui

Estes dois alunos constituíam um par bastante heterogéneo em comportamento e desempenho. No entanto, considero que a sua escolha teve vários aspectos positivos. Nancy era muito reservada e só falava (quase sempre usando monossílabos) depois de muito instada. É de realçar que, com o passar do tempo, Nancy deixou de ser tão reservada e passou a mostrar maior autoconfiança, dado que, das poucas vezes que falava, parecia revelar que estava a perceber o que estava fazer. Algumas vezes interveio com bastante perspicácia. Por outro lado, Rui era um aluno muito expressivo e o mais extrovertido da turma criando, por essa razão muitas vezes, problemas disciplinares na sala de aula. Durante a recolha de dados esse aspecto da sua personalidade fazia com que as actividades acabassem por ser realizadas num ambiente descontraído, agradável e mesmo divertido, onde o aluno conseguia mostrar as suas potencialidades. Pelo contrário, Nancy tinha um desempenho fraco, mas mantinha sempre a sua opinião, a menos que fosse convencida do contrário, como referido.

Enquanto não percebia os assuntos mostrava sempre um ar sério, quase resignado, por contraponto com o sorriso que lhe alegrava a expressão quando descobria como as coisas funcionavam. Fazendo o contraponto, Rui era sempre o primeiro a falar e, frequentemente, a precipitação fazia com que não reparasse em pormenores o que, algumas vezes, influenciou negativamente o seu raciocínio. No entanto, quando focava a sua atenção, e pelo facto de ser extrovertido, era um excelente elemento, uma vez que podia ser facilmente "provocado".

A razão da inclusão num só grupo destes dois elementos teve a ver precisamente com esta diferença de personalidades, uma vez que esperava que Nancy fosse como o "fiel da balança", obrigando-me frequentemente a reformular questões, e estratégias de abordagem. Uma das situações que ilustram este facto aparece transcrita e comentada na Tarefa 2, Actividade 1.

No tocante à execução das tarefas, estes dois alunos nem sempre se apresentavam com "a lição estudada", mas enquanto Nancy assumia que não tinha estudado, e mantinha-se calada, Rui compensava a falta de estudo com a verbalização em voz alta dos seus raciocínios.

Concepções

Na resposta ao questionário, sobre as suas concepções, estes alunos não mudaram muito as suas opiniões (Quadro 5, Anexo F).

Na questão 1, em que se pedia a opinião sobre o que era a matemática para cada um dos alunos, a sua resposta é de que gostavam de matemática, achavam-na divertida e até fácil. Na segunda vez que responderam ao questionário, enquanto Nancy manteve mais ou menos a mesma opinião, Rui referiu que gostava e depois explicou que gostava de fazer "contas" e "reduções". Na questão 2 Rui desenhou uma mesa e uma cadeira, possivelmente do local onde estuda em casa. Já Nancy desenhou a planta da sala de aula, com os seus colegas representados por bolas (na primeira vez) e só as carteiras (na segunda) com as tabuadas do dois e do três e com a professora (?) no quadro a explicar. Em nenhum dos dois desenhos se desenhou a si; pelo menos, tal não é explícito. Na questão 3, "o que gostas de fazer em matemática?", ambos referiram gostar de fazer contas. No entanto Rui, na segunda vez, já referiu a geometria.

Sobre o que aprendiam em matemática, questão 4, os alunos referiram contas, embora Rui referisse, na primeira vez, que gostava mais de fazer geometria porque "inventa figuras e se diverte muito". Na segunda vez foi mais sucinto e referiu somente "contas" e "medidas". Quanto à última questão, "para que achas que serve a matemática?", Nancy respondeu, na primeira vez, que servia para "brincar" e "medir" e na segunda vez, já pensava no seu futuro imediato e considerou que "a matemática é útil para o segundo ciclo". Rui pensava no futuro menos próximo e referiu que a matemática era importante para o "futuro", isto na primeira vez, e que era importante "para ensinar" na segunda.

O par perante as tarefas

As atitudes de Nancy e de Rui, perante as tarefas, não foram idênticas no decorrer da investigação.

Nancy começou por se manter calada, concordando com tudo o que Rui dizia, acenando com a cabeça, mas nunca emitindo opinião. À medida que começou a ganhar um pouco mais de autoconfiança, começou a falar e a justificar alguns dos seus raciocínios de uma maneira bastante curiosa, se atendermos às dificuldades que a aluna inicialmente demonstrava.

Quanto a Rui, durante a realização das tarefas, mostrou sempre boa disposição e muita autoconfiança que por vezes o terá impedido de mostrar um melhor desempenho.

Tarefa 1

1.1– Introdução: No dia 18 de Março de 2004 os dois alunos iniciaram a resolução das duas primeiras tarefas e executaram o que era pedido na actividade de introdução com relativa facilidade.

1.2-Caminho Escondido 1: Na primeira actividade, os alunos ficaram de braços cruzados e só depois de serem incentivados é que mexeram no rato. Nancy, nunca tomou a iniciativa de mexer no dispositivo mas, no entanto, demonstrou curiosidade pelas tarefas propostas.

Ao contrário do colega, Nancy parecia ter medo de errar. Como os alunos tomaram uma atitude passiva perante a tarefa, pois parecia que estariam à espera de ser apenas espectadores, resolvi ler alto as tarefas enquanto eles iam pegando no rato.

> P: “O que é igual nos dois caminhos? O que é que eles (fantasmas) fazem de igual?”
> R: (Rui) “Eu sei diferente, agora igual…”
> P: “Então o que é que eles fazem de diferente?”
> R: (Rui) “De diferente…, de diferente…ahn… O fantasma, o Diogo, anda só para a frente, e a Luísa anda para todos os lados”.

Nancy, sem deixar de olhar para o monitor do computador encolheu os ombros, sorrindo. Foi um gesto que repetiu várias vezes durante as tarefas. Não disse nada. Disse-lhe: “Então pegas no rato e vês, confirmas.” A aluna pegou no rato, pressionou o botão esquerdo e largou-o rapidamente quase como se lhe tivesse queimado a mão. Insisti com ela e a aluna pegou muito a medo no rato. Por essa razão fez movimentos pouco amplos com um dos fantasmas. Por fim, a curiosidade pareceu vencer a timidez e perguntou: “Posso ver este?”. Respondi-lhe: “Podes ver o que tu quiseres… Já viste se anda para um lado e para o outro? É que só viste para cima e para baixo…!”.

Nancy tentou sempre mover o rato para cima e para baixo, insistindo em fazer mover os fantasmas em direcções que eles não podiam tomar. Por fim tentou fazer andar uma das figuras para a direita e para a esquerda, mas com movimentos curtos, a medo, não podendo assim visualizar o caminho completo que cada um dos fantasmas descrevia.(Anexo F, Par D, Tarefa 1, Excerto 1). Disse-lhes para utilizarem a ajuda disponível. Leram o que estava escrito. Rui leu alto mas não respondeu. Só pareceu compreender que estava a ler a resposta quando pergunto:

> P: “É um segmento de recta?”
> R: (Rui) “Segmento de recta?...É!”
> P: “Porquê?”
> R: (Rui) “Porque tem princípio e tem fim.”

Ajudei Nancy a movimentar a Luísa. A aluna tinha dificuldade em explicitar o que faziam os dois fantasmas (Anexo F, Par D, Tarefa 1, Excerto 2). Não respondeu e insisti para que os fizesse mexer.

> P: “O caminho que ele (Diogo) faz é direito ou é torto?”
> R: (Nancy) “É torto”
> P: “É torto! Porque é que dizes que é torto?”.

Nancy explicou apontando que o fantasma fazia um caminho em zig-zag (a aluna referia-se ao movimento saltitante do cursor, provocado pela deslocação da figura num segmento de recta desenhado obliquamente) (Anexo F, Par D, Tarefa 7, Excerto 3). Não consegui mais nenhuma justificação e passámos para a actividade seguinte.

1.3-Caminho Escondido 2: Rui, sempre o primeiro a manipular o rato, fez mover os fantasmas e disse: "Já sei! Já sei! O Diogo é um segmento de recta e a Luísa é uma semi-recta". Nancy, sempre parca de palavras, sorriu e acenou com a cabeça. Passaram para o desenho pedido na actividade. Nancy, com um ar um pouco encabulado, disse: "É que eu já me esqueci do que é um segmento de recta…". Rui ajudou-a correctamente, dizendo com o seu ar sempre sorridente que "um segmento de recta tem princípio e tem fim". Ambos responderam rapidamente à questão .

1.4- Caminho Escondido 3: Os alunos leram o que era pedido. Rui, como sempre foi o primeiro a tentar responder.

> R: (Rui) " Faz um círculo e… ."
> P: "O que é igual nos dois caminhos?"
> R: (Rui)"Não têm nada e já sei o que tem de diferente"
> P: "Então diz lá"
> R: "O Diogo faz uma curva e a Luísa faz um segmento de recta".

Disse-lhes que carregassem no botão de ajuda. Rui exclamou: "Olha, faz um chupa-chupa". Perguntei: Esse segmento de recta tem algum nome especial ou não? Rui respondeu : "Não" e Nancy concordou com o colega.

1.5- Caminho Escondido 4: Nesta última tarefa contaram (mal) os lados do hexágono, Nancy fê-lo com o dedo, e depois Rui carregou na ajuda e também contou os lados. De qualquer modo, a aluna concordou que ambos os fantasmas descreveram uma figura e desenhou-a com o dedo. Rui teve a noção de que ambas as figuras eram formadas por segmentos de recta (Anexo F, Par D, Tarefa 1, Excerto 4).

Tarefa 2

2.1- Actividade 1: No dia 23 de Março os alunos fizeram o que era pedido no enunciado e representaram o comprimento do segmento medido com a notação que aparecia no ecrã, "m $\overline{AB}$ = 2,5 cm ". Na alínea seguinte esqueceram-se que tinham de marcar dois pontos antes de poderem desenhar uma semi-recta e, por isso, ajudei-os relembrando os procedimentos. Mesmo assim, Nancy pareceu ter dúvidas, hesitando entre o segmento de recta e a semi-recta. Sugeri que voltasse ao enunciado da actividade anterior e visse se aquilo que desenhou correspondia ao que era pedido. A aluna desfez as dúvidas e concordou que o que desenhou era uma semi-recta. Perguntei: “Então agora meçam. Conseguem medir?”. Rui teve alguma dificuldade com os comandos e tentou medir. Como não conseguia e já não se lembrava da medição feita anteriormente foi consultar a tarefa precedente. Nenhum dos alunos respondeu à questão. Viram que não conseguiam aceder à ferramenta de medição, mas pareceram não perceber a razão e passaram para a actividade seguinte onde se pretendia a construção de uma recta (Anexo F, Par D, Tarefa 2, Excerto 1). Nancy ficou com um ar encabulado. Pelo que consegui perceber parecia que não tinha estudado, mas fiquei com a impressão de que havia algo mais para além da falta de estudo. Nesta altura, Rui diz muito rapidamente: “Não se pode medir a semi-recta porque não tem fim, e a recta também”. Pedi para escreverem a conclusão a que tinham chegado, de que não podiam medir a semi-recta e a recta, porque não tinham fim (e a recta também não tinha princípio). Perguntei: “Nancy, tu não concordas com o que disse Rui?”. Nancy diz :“Concordo”.

Voltando a sentir a impressão de que Nancy parecia não compreender a questão de não poder medir a semi-recta e a recta, desenhei um segmento de recta que medi e fui progressivamente alongando até uma das extremidades desaparecer do ecrã. Nancy notou que o comprimento ia aumentando cada vez mais. Em seguida desenhei uma semi-recta que, tal como anteriormente, não consegui medir, mas propus a Nancy que medisse o segmento de recta compreendido entre os dois pontos utilizados na sua construção. Ela assim fez e viu que agora já tinha um valor para o comprimento. Aumentei o comprimento do segmento de recta até fazer coincidir um dos seus extremos com a parte visível da semi-recta e Nancy viu que o valor desse segmento aumentava muito. Por fim repeti o procedimento, mas desta vez desenhei uma recta e Nancy sorriu abertamente, olhou para mim e disse: “Não se pode medir porque a recta não tem fim”.

2.2-Actividade 2: Na alínea a) Rui desenhou um triângulo, depois de demorar alguns momentos a fazer “algum teatro” para se lembrar dos procedimentos. Os dois alunos identificaram a figura desenhada como sendo um triângulo. Depois, na alínea b), Rui arrastou um dos vértices. Em seguida Nancy pegou no rato e também fez mover um dos vértices do triângulo. Perguntei "E agora é o mesmo triângulo ou não?". "É", responderam. "Porquê?", perguntei eu. Nenhum dos alunos respondeu. Não consegui mais nenhuma justificação e sugeri-lhes que passassem para a alínea c), pois talvez que com a prossecução da actividade os alunos conseguissem ser mais explícitos.

Na alínea c) Rui executou a instrução do enunciado. Os alunos exprimiram opiniões divergentes. Nancy disse que eram triângulos diferentes, e Rui sustentou que era sempre o mesmo triângulo (Anexo F, Par D, Tarefa 2 Excerto 2). Não consegui mais nenhuma justificação e, portanto, disse-lhes para registarem as suas opiniões.

Na alínea d) Rui pegou novamente no rato e executou o procedimento constante na questão, seleccionando um lado e depois um vértice. Fez uma rotação do triângulo para baixo. Novamente Rui afirmou que era o mesmo triângulo e Nancy disse que eram triângulos diferentes, mas não justificou (Anexo F, Par D, Tarefa 2, Excerto 3).

Como os dois alunos não tinham justificado satisfatoriamente as suas repostas, insisti com mais um exemplo, construindo um triângulo obtusângulo e arrastando um dos vértices (Anexo F, Par D, Tarefa 2, Excerto 4). Rui continuou a afirmar que se tratava do mesmo triângulo, só que mudava de nome. Nancy não respondeu, mas acenou afirmativamente com sorriso, não deixando de fitar o ecrã.

Tarefa 3

3.1-Actividade 1: Perguntei aos alunos o que era para eles um quadrado. Rui, mostrando um ar de "conhecedor do assunto" respondeu que "os lados são ângulos rectos", (Anexo F, Par D, Tarefa 3, Excerto 1). Satisfeito com a sua resposta, acenou afirmativamente e Nancy não discordou. Penso que Rui decorou a definição que talvez tenha percebido mal na aula, ou estava a confundir lados com ângulos, ou então, como talvez percepcionasse os ângulos sendo formados pelos lados, não distinguisse entre o "ser" e o "formar". É possível que, para este aluno, o rigor de linguagem nem sempre constituísse uma meta a atingir. Quanto a Nancy, suponho que ao ver os ângulos rectos que os lados do quadrado formavam, também achou bem o que o colega disse, ou acanhou-se de o contradizer, mas nesta aluna, penso que seria mesmo uma lacuna no seu conhecimento.

3.2- Actividade 2: Nancy, tinha pegado no rato e, um pouco a medo, tentava manipular a figura que estava representada. Ambos os alunos observaram que os lados aumentavam e diminuíam, mas os ângulos mantinham-se sempre rectos (Anexo F, Par D, Tarefa 3, Excerto 2).

Escreveram a sua opinião e atribuí "os lados rectos" referidos anteriormente a uma mera confusão de nomes.

Em seguida indiquei aos alunos como haviam de proceder para traçarem as diagonais do quadrado e eles foram executando os procedimentos. Consideraram que as diagonais do quadrado eram iguais, porque "o quadrado tem tudo igual". Rui, ao dizer isto, de olhos semi-serrados e com um sorriso, exibia um ar que parecia querer dizer: "Não vale a pena estar com perguntas. Eu sei o que é um quadrado e pronto!".

Tarefa 4

Esta tarefa foi realizada no dia 29 de Março. Nancy pareceu mais descontraída do que nas vezes anteriores. Rui mantinha a sua boa disposição.

Os alunos viram o que estava representado no ecrã e ficaram um pouco preocupados com a quantidade de números. Acalmei-os e iniciaram as respostas às alíneas a) e b). Para isso fi-los reparar nas duas figuras desenhadas, um quadrado e um losango que também estava na forma de quadrado:

> P: "O que é um quadrado?"
> R: "Um quadrado é uma figura que tem os lados todos iguais e os ângulos também"
> P: "Qual dessas figuras vocês acham que é um quadrado?"
> R: "São as duas."

Tentaram responder às alíneas c) e d). Pedi: "Agora mexam numa e noutra, arrastando o ponto B. Isso (a figura verde). Ainda continua a ser um quadrado, ou não?". Rui fez ampliar o quadrado e, possivelmente, precipitou-se, porque responde "não". No entanto, acabaram por identificar o quadrado, e após manipularem a figura verde (losango) consideraram que os seus ângulos variavam, mas podiam chegar a atingir os 90º (Anexo F, Par D, Tarefa 4). Não sabiam como se chamava a figura verde, mas mesmo assim registaram as suas observações na folha “NOTAS”. Em seguida utilizaram, para a alínea e), as ferramentas de rotação e de ampliação e consideraram que eram sempre as mesmas figuras. Devido ao adiantado da hora e ao facto de parte das questões da alínea f) já terem sido respondidas correctamente ao realizarem as alíneas anteriores, decidi tratar a questão de ser ou não possível fazer com que o losango ficasse um quadrado, e em que condições é que tal aconteceria. Foi preciso pedir aos alunos que mexessem na figura.

> R: (Rui) “É!”
> P: “Quando é que isso acontece?... Olha para as medidas dos ângulos e dos lados”
> R: “Quando os ângulos têm noventa graus”
> P: “Neste caso a figura muda de nome ou não?”
> R:(Rui) “Muda”
> P: “E como é que se fica a chamar?”
> R: “Quadrado”.

Tarefa 5

No dia 29 de Março Nancy e Rui realizaram a Tarefa 5. Rui construiu a circunferência e dois raios, era pedido nas alíneas a) e b). Os alunos mediram um dos raios realizando assim a alínea c) e não necessitaram de fazer a alínea d) porque imediatamente disseram que o outro raio teria de medir o mesmo (Anexo F, Par D, Tarefa 5, Excerto 1).

Os alunos passaram rapidamente à línea e) e consideraram que a circunferência era uma curva. Querendo “provocar os alunos” dirigi-me ao quadro e desenhei uma linha curva fechada com um formato semelhante a um oito deitado mas sem “separação” e perguntei se era uma circunferência. Rui disse que não, porque “não foi traçado a compasso”. Após uma série de questões, o aluno acabou por referir que, numa circunferência, “quando nós traçamos o raio, a medida é igual”. Tentei que Nancy desse a sua opinião. Ela refez a figura que o colega tinha executado anteriormente, mas não conseguiu “definir” o que era, para si, uma circunferência.

Para responderem à alínea f) os alunos fizeram coincidir o ponto da circunferência com o centro, pelo que esta passou a ter raio zero. Rui considerou que ainda era uma circunferência e Nancy, comparando um ponto anteriormente desenhado com a circunferência de raio zero responde que "esta (o ponto) não pode ser aumentada e esta (a circunferência) pode" (Anexo F, Par D, Tarefa 5, Excerto 3). Os alunos registaram na folha "NOTAS" as suas conclusões, e completaram a frase: "O tamanho de uma circunferência depende da medida do seu raio. Quanto maior for o raio de uma circunferência maior é o tamanho desta".

Tarefa 6

6.1-Actividade 1: A Tarefa 6 foi realizada no dia 28 de Abri, após uma interrupção de duas semanas, devido às férias da Páscoa e a uma visita de estudo. Os dois colegas pareciam bem dispostos. Nancy, como sempre sorriu mas não falou. Pedi para desenharem um triângulo, para fazerem a sua reflexão e para compararem os dois triângulos. Como já não se lembravam dos procedimentos ajudei-os e assim conseguiram fazer o que era pedido nas alíneas a), b) e c) (Anexo F, Par D, Tarefa 6, Excerto 1). Os alunos observaram que um triângulo estava para o lado direito, e outro para o lado esquerdo. Registaram a sua conclusão de que os triângulos eram iguais, mas não tinham os vértices na mesma posição. Perguntei: "O que será que foi feito para que este triângulo ficasse nesta posição?". Responderam: "É um espelho".

6.2-Actividade 2: Para resolverem as alíneas a) e b), resolvi ler-lhes o enunciado, uma vez que eles se atrapalhavam muitas vezes com a leitura. Os alunos concluíram que "os triângulos estão sempre à mesma distância da recta". (Anexo F, Par D, Tarefa 6, Excerto 2). Passámos à alínea c). Manipularam os vértices de um dos triângulos e concluíram que as figuras se moviam como se fosse um espelho (Anexo F, Par D, Tarefa 6, Excerto 3). Para resolverem a alínea d) perguntei se era possível colocar um vértice sobre o outro. Os alunos concluíram que era possível fazer isso sobre o eixo de simetria. Também concluíram que, "quando o (triângulo) verdadeiro desaparece, o espelho também desaparece" (Anexo F, Par D, Tarefa 6, Excerto 4).

Tarefa 7

7.1-Actividade 1 (Página 1): Os alunos, no dia 6 de Maio deram início à resolução da última actividade das que foram seleccionadas para a investigação. Rui e Nancy acharam graça aos movimentos dos dois pontos e, sobretudo, Rui divertiu-se a fazer andar as figuras. Nancy também pareceu divertir-se, mas como era muito menos expansiva que o seu colega, não demonstrava as suas emoções, embora olhasse interessada para o ecrã. Ajudei-os na leitura das instruções. Os alunos desenharam um quadrado e acabaram por considerar que o Roo e o Boo se encontravam num dos seus vértices (Anexo F, Par D, Tarefa 7, Excerto 1). Procurando que eles respondessem à alínea b) perguntei se os pontos andavam juntos. Responderam que sim. Perguntei-lhes onde é que isso acontecia e tive de os incentivar a experimentar. Após algumas tentativas falhadas por falta de destreza na manipulação do rato, os dois colegas responderam: “Neste risco.” Para as alíneas c), d) e e), os alunos mudaram a posição do Boo, mas mantiveram as opiniões anteriores. O ponto de encontro e a possibilidade de andarem juntos não dependia da posição inicial dos pontos. Os dois colegas tentaram responder à alínea f), mas tiveram dificuldades (Anexo F, Par D, Tarefa 7, Excerto 2). Tentaram durante alguns minutos fazer o que era pedido na alínea g), mas não conseguiram. Não descobriram que tinham de começar com os dois pontos juntos para desenhar o coração. Na alínea h) os alunos desenharam uma circunferência com o Goo e verificaram que o Roo descrevia uma circunferência igual. Perguntei-lhes porque é que tinham desenhado uma circunferência, e depois de algumas hesitações, Rui respondeu: “porque tem tudo igual”.

7.2-Actividade 2 (Página 2): Os alunos carregaram na tecla “um Boo diferente” e responderam às mesmas perguntas. À questão de saber se os pontos conseguiam andar juntos Rui respondeu: “Sim” mas, após uma curtíssima pausa, emendou: “Quando o Roo vai p’ró lado, o Goo vai p’ra baixo. Ou quando o Goo vai p’ra cima, o Roo vai p’ró lado”. Perguntei novamente: “Então e assim? Vamos experimentar fazer com o Roo e com o Goo uma linha horizontal.” Rui, franzindo a testa, perguntou: “Uma linha horizontal? O que é isso?”. Indiquei como queria a linha. Os alunos concluíram que os pontos faziam sempre o mesmo desenho, embora em sítios e posições diferentes (Anexo F, Par D, Tarefa 7, Excerto 3).

7.3-Actividade 3 (Página 3): Pedi aos alunos para verem onde é que o Roo apanhava o Moo. Fizeram algumas tentativas e Rui respondeu que não conseguia apanhar. O diálogo apresentado em anexo (Anexo F, Par D, Tarefa 7, Excerto 4) desenrolou-se em torno da questão de saber se o Roo, o Boo, o Goo e o Moo faziam as mesmas coisas, e de que modo.

Síntese

Apesar de terem comportamentos muito diferentes, os alunos deste par tiveram um desempenho interessante. Se bem que a interacção entre os dois não tenha sido frequente, houve situações em que surgiram opiniões contrárias que tiveram de ser discutidas. Demonstraram ter dificuldades na aplicação de alguns conceitos que já deveriam ser do seu conhecimento, mas, para o final das tarefas, o desempenho, sobretudo de Nancy melhorou. Rui não teve um desempenho melhor porque se mostrou bastante precipitado e talvez um pouco seguro de si em demasia. Nancy, por sua vez, foi melhorando o seu desempenho à medida que ia ganhando confiança ao resolver as tarefas.

CAPÍTULO V

Análise dos Dados Recolhidos

Neste capítulo é feita uma análise comparativa das respostas dos alunos ao questionário relativo às concepções, bem como uma análise da evolução do desempenho de cada par na realização das tarefas. Em seguida faz-se uma análise comparativa do desempenho dos pares em cada tarefa. São referidos os níveis de identificação e integração de conceitos, bem como as dificuldades manifestadas. Por fim é feita uma discussão do papel que cada uma das tarefas teve na manifestação de competências por parte dos alunos.

Análise comparativa das concepções reveladas pelos pares

No que se refere às concepções sobre a matemática e a geometria evidenciadas, eles entendiam a matemática como sendo fundamentalmente cálculos e como tendo uma função “utilitária e imediatista”. A geometria era qualquer coisa de lúdico e secundário.

Na questão 1, “O que é para ti a matemática?”, todos os pares, nas duas vezes que responderam ao questionário, referiram gostar de matemática, que era uma “disciplina” divertida, e que consistia em contas. Houve um elemento do par C, Miguel, que na segunda vez admitiu que não gostava, porque tinha algumas dificuldades. Não consegui identificar totalmente quais seriam essas dificuldades, embora o aluno tivesse referido as reduções. Por coincidência, este par mostrou ter pré-conceitos errados em relação à circunferência evidenciados na Tarefa 5 e também demonstrou algumas dificuldades na explicação das características de duas figuras simétricas.

Na questão 2, “Faz um desenho sobre o que é para ti a matemática”, todos os elementos dos pares desenharam algoritmos, tabuadas e, eventualmente, algumas figuras que teriam a ver com geometria. Estes desenhos de motivos geométricos apareceram sobretudo depois das tarefas com o GSP mas, em quase todos os casos, só porque os alunos se lembraram de os fazer quando já pensavam em entregar o questionário e, em minha opinião, porque Sílvia (par A) referiu em voz alta “Ah! Já me esquecia do computador.”

Na questão 3**, “**O que gostas mais de fazer em matemática?”, os alunos referiram sobretudo contas, geometria e reduções, estas mais na segunda vez, porque era a matéria que estavam a trabalhar nas aulas. Quando referiram a geometria, que eles trabalhavam sobretudo em geoplano, salientaram quase sempre o facto de ser divertida. A excepção a estas respostas é, sobretudo, José Pedro (par B) que na primeira vez salientou os problemas, como a sua actividade matemática favorita, “porque tenho que pensar”, e na segunda vez referiu sobretudo a geometria. O seu colega, Miguel, na segunda vez referiu, ambiguamente, coisas divertidas. Não consegui apurar que coisas seriam essas, mas penso ser sintomático o facto de esta resposta ter surgido depois do aluno ter realizado as tarefas com o GSP e se ter divertido com elas: “É giro fazer matemática em computador. Aprende-se muita coisa do que nos livros.”

Na questão 4, “O que aprendes em matemática?”, as respostas foram muito parecidas, uma vez que foram os algoritmos e as reduções que apareceram em primeiro plano, ficando a geometria relegada para uma actividade secundária, realizada para ocupar tempo livre no final das aulas.

Por último, e no tocante à questão 5, os alunos referiram que a matemática serve para fazer coisas relacionadas com o seu futuro escolar mais ou menos imediato, e só os pares constituídos unicamente por rapazes (pares B e C) referiram a importância da matemática para um futuro profissional. Também Rui (par D) referiu a importância da matemática para “ensinar”.

Podem ver-se em síntese nos quadros apresentados no Anexo G (Análise comparativa das concepções reveladas pelos pares, quadros 1,2,3,4 e 5) as respostas dos pares às questões.

Síntese

A matemática e a geometria foram, para estes alunos, assuntos que suscitaram curiosidade, diversão e algum sentimento de utilidade. Note-se que só um dos alunos disse ter dificuldades e não gostar, enquanto que os outros, mesmo quando são alunos "fracos" (na opinião da professora da turma) afirmaram gostar e até divertir-se ao "fazer matemática". Todos os alunos participantes no estudo salientaram o facto de gostarem de "fazer contas " e "reduções". É possível que esta opinião tenha a ver com a actividade matemática "socialmente mais valorizada", o cálculo, e também a mais rotineira, cujo sucesso depende, em grande parte, da aquisição de rotinas de cálculo. Este aspecto "facilita a vida" a muitos alunos, precisamente porque é rotineiro e não exige o esforço de pensar, justificar e a adaptação a situações novas diferentes das situações anteriores. Só alguns alunos referiram gostar de geometria e, dentro desta área, das "simetrias", que, como já foi referido, era a actividade geométrica predominante das aulas e que normalmente era realizada com recurso ao geoplano e nos "tempos mortos". Mesmo depois da realização das tarefas com o GSP, estes alunos só referiram a geometria na segunda apresentação do questionário, quase que "a contra gosto", como se as tarefas não lhes tivessem dito nada. Os alunos participantes deste estudo possuíam, em meu entender, uma concepção "utilitarista e imediatista" do propósito de aprender matemática, muito influenciada pelo entendimento comum de que a matemática é importante (para quê…?). Só dois dos alunos referiram à vez no questionário que a matemática servia para o futuro ou para conseguir obter conhecimento, "para saber".

Análise da evolução do desempenho de cada par

Par A: Sílvia e Carla

Competências manifestadas. Durante todas as tarefas as alunas manifestaram as seguintes competências: reconhecimento de formas geométricas simples e a aptidão para descrever figuras geométricas, aptidão para realizar construções de figuras geométricas simples e para identificar as propriedades de figuras geométricas. Pontualmente manifestaram a aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial (Anexo G, Quadro 6).

Apesar de não terem nomeado os movimentos dos fantasmas como sendo segmento de recta e recta, mesmo quando viram os caminhos traçados no ecrã de ajuda, nas actividades seguintes reconheceram e nomearam-nos imediatamente, sem necessitarem de ler o texto de ajuda. Nas restantes tarefas reconheceram facilmente as formas geométricas envolvidas.

No tocante à capacidade de construção de figuras geométricas simples, as duas colegas não apresentaram grandes dificuldades, atendendo a que o instrumento de trabalho era novo para elas. Em todas as tarefas, as duas alunas identificaram sempre as propriedades das figuras.

Quanto à aptidão para formular argumentos válidos, recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, foi sobretudo Sílvia quem se destacou, apesar desta competência se ter manifestado poucas vezes. Uma dessas alturas foi na Tarefa 4, onde a aluna, com toda a naturalidade, fez uma inferência correcta a partir da situação observada, "se é um quadrado não mudam os ângulos". Carla deu uma resposta semelhante na Tarefa 7, Actividade 2, "se um muda (o Roo), a outra (o Goo) muda como um espelho".

Quando as alunas executaram a Tarefa 3, o desenho e a manipulação de um triângulo, pareceu que, quando este mudava de forma ao deslocar-se, estavam a identificar a figura triângulo que viam, no geral, ou seja estavam a identificar a classe dos triângulos, visto que diziam tratar-se do mesmo. No entanto, elas referiram mudanças de dimensão da figura, alterações no plano, muito mais frequentemente do que referiram alterações no espaço. Outra constatação curiosa foi o enriquecimento da linguagem utilizada nas respostas, ao longo de todo o trabalho efectuado.

No tocante à Tarefa 5, o facto de as alunas terem respondido rapidamente que o número de raios da circunferência era infinito, pareceu indiciar duas coisas: a) a professora tinha referido esse facto na aula e as alunas recordaram, b) ao fazerem os desenhos com os dedos e ao movimentarem o raio da circunferência em volta do centro, parecem ter assimilado o conceito. Já na Actividade 2, ao referirem que a circunferência de raio zero era ainda uma circunferência, podem tê-lo feito, porque estavam a manipular "a mesma" circunferência e repararam na medida do raio.

Quanto às tarefas 6 e 7, apesar das dificuldades em relatar o que observavam, sobretudo na última tarefa é possível que o facto de as alunas não terem sentido grandes obstáculos se deva à realização de muitas actividades com o geoplano nas aulas. É de salientar a comparação que é feita, automaticamente, com espelhos e fotocópias e a assumpção natural de que só o original tem existência física, sendo o reflexo, nada mais do que uma imagem, uma coisa virtual.

Identificação e integração de conceitos. As alunas atingiram um nível de identificação de 0 na Tarefa 1, exceptuando a Actividade 2 em que atingiram nível 3. Este nível ou superior foi atingido nas outras tarefas. Quanto aos níveis de integração estes foram sempre inferiores a 3 nas tarefas 1,2,3 e 5, iguais ou superiores a 3 nas tarefas 4, 6 e 7 (Anexo G, Quadro 7).

Analisando as descrições anteriores relativas à resolução das tarefas pelo par Sílvia e Carla, podemos ver que houve, sobretudo por parte da Sílvia, uma melhoria na sua capacidade de identificação e descrição de conceitos geométricos. Carla só começou a responder e a tomar um lugar menos passivo na execução das actividades, a partir da Tarefa 3.

As duas alunas tiveram muita dificuldade em identificar (nomear) recta, semi-recta e segmento de recta, na Tarefa 1. Elas viam os movimentos dos fantasmas, mas parece que não os associavam a nada relacionado com matemática. No entanto, a partir desta tarefa, melhoram o seu desempenho. Exceptuando a Tarefa 1, em que os conceitos envolvidos estavam "escondidos" e em que as duas alunas tiveram um desempenho menos bom, nas restantes identificaram-nos sempre com bastante facilidade.

Quanto à capacidade demonstrada para fazer a integração de conceitos, ao longo das tarefas que executaram, podemos verificar pelo Quadro 7.(Anexo G) que só a partir da Tarefa 3 é que as duas alunas, com predominância para Sílvia, começaram a mostrar que estavam a fazer alguma integração. Esta integração consistiu no abandono de respostas do tipo "andam a direito" e na utilização de respostas um pouco mais elaboradas, em que foram utilizadas expressões do tipo "primeiro é um quadrado e depois eu puxei pelos vértices e mudam". São de salientar as tarefas 4 e 7, nas quais as respostas foram dadas de modo que penso ser possível falar de tentativa de "generalização" (Tarefa 4) "se é um quadrado não mudam os ângulos" e associação a elementos não matemáticos, como o espelho (Tarefa 7). Na Tarefa 4, Sílvia conseguiu mostrar que interiorizou algumas das propriedades do quadrado e que começou a considerá-las gerais. Para isso ela teve de passar da "definição normal" de quadrado, ou seja “que tem os lados iguais”, para uma outra em que a amplitude angular era determinante, mantendo a relação de congruência entre os lados.

Nas tarefas 1, 2 e 5 e mesmo na Actividade 1 da Tarefa 3, o nível de integração foi bastante baixo, tal como foi referido anteriormente e se pode verificar no Quadro 7 (Anexo G).

Dificuldades detectadas. Este par apresentou, em todas as tarefas, dificuldades na comunicação oral e escrita dos seus raciocínios e, pontualmente, na identificação de alguns conceitos e na utilização da aplicação informática (Anexo G, Quadro 8).

Quanto à identificação de alguns conceitos pareceram não conseguir perceber que deveriam descrever os movimentos dos fantasmas utilizando termos matemáticos. Quanto à comunicação oral e sobretudo, comunicação escrita do raciocínio, esta dificuldade manifestou-se porque somente Sílvia é que falava alto, depois de ter trocado impressões em voz baixa com Carla. Mas Sílvia tinha dificuldades com a língua portuguesa; assim é possível que se não fosse este problema ou se Carla fosse menos “envergonhada”, se pudessem ter obtido respostas mais ricas.

Também tiveram alguma dificuldade na execução dos procedimentos técnicos da aplicação e na manipulação do rato.

Apreciação das tarefas pelo par. As opiniões das alunas apontaram no sentido de as tarefas terem permitido fazer coisas que o papel e o lápis não permitiam, pelo menos com a mesma facilidade, como, por exemplo, “aumentar e diminuir” e ver como certas características se mantinham invariantes, como no caso do quadrado.

As alunas referiram que gostaram de realizar as tarefas, pelo menos algumas delas, por serem novidade e porque consideraram algumas delas engraçadas (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par A, Excerto 1). Uma das alunas chegou mesmo a referir que estas tarefas, realizadas com o GSP, seriam “para ver se entendemos mais coisas”, parecendo assim ter havido por parte da aluna uma percepção de que a aplicação utilizada as ajudou na compreensão dos assuntos matemáticos: ”E isto que vocês fizeram, p’ra que é que serve? “. ”Serve…p’ra ver se entendemos mais coisas.” No entanto, estes factos pareceram não ter tido grande impacto no modo como elas passaram a percepcionar a geometria.

Confirmando as dificuldades que tinham sido detectadas durante a resolução das tarefas as alunas referiram ser difícil explicar o que tinham pensado (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par A, Excerto2).

Tentando saber se as tarefas realizadas eram entendidas como sendo matemática questionei as alunas nesse sentido, mas a sua resposta não foi muito clara (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par A, Excerto3).

Síntese

Este foi um par difícil de caracterizar. Se por um lado as alunas pareciam estar sempre de acordo, e sob esse aspecto, o par podia ser considerado homogéneo, por outro havia a predominância de respostas de uma das alunas, Sílvia. Apesar de ter solicitado por repetidas vezes, nunca consegui que estas alunas dialogassem em voz alta. Devia ser a sua estratégia. As alunas conseguiram quase sempre manifestar competências matemáticas nas tarefas em que “a matemática era imediatamente perceptível”, o que não foi o caso das tarefas 1 e 7. Nestas tarefas, as alunas tiveram dificuldade em “ver a matemática” que estava por trás de uma actividade aparentemente lúdica. Apesar disso, em muitas tarefas conseguiram identificar os conceitos envolvidos, mas atingiram níveis de integração baixos. A maior dificuldade sentida foi, aparentemente, a comunicação oral e sobretudo escrita dos seus raciocínios.

Par B: Jorge e Vítor

Competências manifestadas. Durante todas as tarefas os alunos manifestaram as seguintes competências: reconhecimento de formas geométricas simples e a aptidão para descrever figuras geométricas, aptidão para realizar construções de figuras geométricas simples e para identificar as propriedades de figuras geométricas. Algumas vezes manifestaram a aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial (Anexo G, Quadro 9).

Estes alunos eram considerados bons, pela professora da turma, e estiveram bastante calmos e divertidos ao realizar as tarefas. Como já esperava, a primeira questão da Tarefa 1 levantou-lhes algumas dificuldades, de tal modo que inicialmente não reconheceram o caminho escondido 1. No entanto, nas tarefas seguintes conseguiram sempre reconhecer os conceitos matemáticos subjacentes.

No tocante à capacidade de construção de figuras geométricas simples mostraram, em todas as tarefas, que conseguiam construir este tipo de figuras. Também identificaram sempre as propriedades das figuras. Quanto à aptidão para formular argumentos válidos também foi manifestada, mas só em algumas tarefas.

Nas tarefas 3 e 4 os alunos não tiveram dificuldades em corresponder ao que era pedido. É, no entanto, de salientar o facto de não terem utilizado os conceitos “adquiridos”, que costumavam utilizar nas suas justificações para analisar situações em que o que viam lhes parecia diferente dos seus conhecimentos. “Definiram” bem quadrado, indicando dois dos seus invariantes mas, quando observaram a rotação dessa figura, tiveram dúvidas em que eles se mantivessem, achando que ela teria de mudar de nome.

Na Tarefa 5 pareceram ter uma noção intuitiva de circunferência. Não tiveram dificuldade em enunciar alguns dos invariantes do ente geométrico, mas não consideraram ter desenhado uma circunferência, quando fizeram coincidir um ponto da circunferência com o centro, mesmo tendo visto que este “novo ponto” resultou da diminuição do comprimento do raio.

Na Tarefa 7 os alunos divertiram-se a realizá-la mas, nem sempre conseguiram identificar aspectos das isometrias, tais como eixo de reflexão. Possivelmente o facto de estarem a divertir-se com a actividade tê-los-á desconcentrado, ou então, tal como na Tarefa 4, não conseguiram associar o que viam ao que sabiam.

Identificação e integração de conceitos. Os alunos atingiram níveis de identificação de 3 e 4, excepto na primeira actividade das tarefas 1 e 2, em que atingiram níveis 2 e 1, respectivamente. Quanto aos níveis de integração, estes foram sempre iguais ou superiores a 3 na Tarefa 1, Actividade 4, Tarefa 2, Actividade 2 e nas tarefas 4, 5, 6 e 7 e inferiores a 2 nas restantes (Anexo G, Quadro 10).

Na Tarefa 1, Actividade 2, identificam bem os conceitos, embora a justificação não surgisse naturalmente. Tive que insistir.

Na Tarefa 2 os alunos identificaram correctamente a figura e Jorge ainda justificou. Para ele o facto de os segmentos de recta dos lados do triângulo mudarem de posição, punha-o desconfortável. Parecia-lhe que o triângulo teria de ter outro nome, assim que a posição relativa dos lados mudasse. Quanto a Vítor, ele parecia ter uma ideia formada, mas perante a resposta do colega "retraiu-se" e não conseguiu justificar.

Estes alunos começaram as suas tarefas usando frases simplistas para justifica as suas afirmações. Tal facto é sobretudo visível na Tarefa 1, com excepção do caminho escondido 4, em que pareceram fazer a integração de conceitos. Apesar das frases simplistas, os alunos conseguiram um nível de raciocino que considerei como indicador de que parecia ter sido feita uma integração de conceitos de nível 3. O problema foi que as respostas tiveram de ser "tiradas a saca-rolhas", uma vez que os dois colegas pareciam estar concentrados na movimentação dos pontos.

Dificuldades detectadas. Este par apresentou em todas as tarefas dificuldades na comunicação oral e escrita dos seus raciocínios e, pontualmente, na identificação de alguns conceitos (Anexo G, Quadro 11).

Na entrevista realizada no final das tarefas, os dois alunos referiram que o mais difícil foi explicar o seu pensamento: "Achaste que era difícil ou achaste que era difícil explicar?"."Explicar". "Foi difícil explicar". Quando os questionei sobre se era importante ou não saber explicar, os alunos não responderam. Mas não foi só essa dificuldade que eles demonstraram.

Nas tarefas 1 (Caminho Escondido 1) e 7 houve situações em que os alunos só mostraram ter identificado os conceitos depois de "provocados" com questões. Na Tarefa 1 tiveram alguma dificuldade em nomear os caminhos dos fantasmas. Essa dificuldade manteve-se mais ou menos presente em várias tarefas. Na Tarefa 2, Actividade 2, sentiram dificuldade em explicar aquilo que viam. Embora um dos alunos tivesse a noção de que a forma dos triângulos tinha algo a ver com a sua congruência, ambos justificaram a medo e de um modo incompleto ou não responderam. Também me pareceu que alguns conceitos, como o de semi-recta, não estavam presentes. Talvez fosse falta de estudo ou estes alunos, como estavam habituados a raciocinar (segundo a professora), reagissem mal a actividades de memorização. Os nomes não pareciam ser muito importantes para eles. Outra situação que achei interessante aconteceu na Tarefa 4. Os alunos não necessitaram de sobrepor figuras para comparar algumas das suas propriedades, como o caso do quadrado e do losango. Nesta actividade, um pouco surpreendentemente, um dos alunos referiu uma deformação do quadrado pelo facto de mudar de posição, em vez de reparar nos valores dos ângulos expostos no ecrã.

Apreciação das tarefas pelo par. Quando foram entrevistados depois da realização das tarefas e de terem respondido pela segunda vez ao questionário, estes alunos produziram algumas opiniões, que penso serem interessantes (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par B, Excerto1). Os dois alunos consideraram as actividades engraçadas e que era mais fácil trabalhar no computador do que com papel e lápis. No entanto, achavam importante o trabalho com estes dois últimos recursos. Não consegui que me explicassem porquê, embora a ideia com que fiquei foi a de que os alunos necessitavam de "sentir" as coisas na realidade. Consideraram que gostaram mais de algumas tarefas, porque elas representavam um desafio (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par B, Excerto 2). Também consideraram que era difícil explicar o que pensavam.

Síntese

Jorge e Vítor realizaram as tarefas propostas com relativa facilidade e discutiram os seus raciocínios entre eles. Manifestaram várias competências matemáticas e atingiram níveis de identificação bastante altos em quase todas as tarefas. Quanto aos níveis de integração foi relevante o facto de não terem conseguido atingir um "nível alto" de integração de conceitos em muitas tarefas. Os dois colegas falavam com certa fluência e emitiam as suas opiniões, por exemplo, na entrevista, de uma forma bastante fundamentada, embora sempre com economia de palavras. No entanto, verbalizavam muito pouco as suas conclusões. Talvez estivessem muito concentrados na manipulação das figuras ou achassem que as situações propostas não necessitavam de maior explicação ou por não estarem habituados a justificar e não sentirem necessidade de o fazer. Era possível que não estivessem muito dentro da matéria e, portanto, não soubessem relacionar os conceitos necessários. Uma última explicação possível para a simplicidade das justificações poderá ter sido a estranheza que sentiram com as tarefas, uma vez que referiram que, com papel e lápis, aprendiam coisas diferentes do que acontecia com o GSP.

Par C: Miguel e José Pedro

Competências manifestadas. Durante todas as tarefas os alunos manifestaram as seguintes competências: reconhecimento de formas geométricas simples e a aptidão para descrever figuras geométricas, aptidão para realizar construções de figuras geométricas simples e para identificar as propriedades de figuras geométricas. Frequentemente manifestaram a aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial (Anexo G, Quadro 12).

Curioso, ou talvez não, estes alunos eram considerados, pela professora, como sendo bons alunos, mas não os que tinham melhor desempenho na turma.

Na Tarefa 1 os alunos conseguiram descobrir e comparar os caminhos dos fantasmas, chegando ao preciosismo de dizer que as figuras eram formadas por segmentos de recta. Na Tarefa 2, Actividade 1, construíram os entes geométricos e verificaram a impossibilidade de medir a semi-recta e a recta, justificando correctamente. Na Actividade 2 foi interessante a discussão sobre se seria ou não o mesmo triângulo. Os alunos, a medo, foram tecendo considerações e tentando justificar as suas posições. Outro ponto digno de realce foi o facto de os alunos só terem reconhecido o triângulo que desenharam, quando este tomou uma "forma mais habitual".

Já na Tarefa 3 os alunos não mostraram ter-se apercebido das propriedades expressas do quadrado.

Na Tarefa 4 eles referiram "todas" as propriedades do quadrado, nomeadamente a igualdade dos comprimentos dos lados e da amplitude dos ângulos. No entanto, ficou a dúvida se eles se teriam lembrado de incluir a igualdade angular na "nova definição", porque viram, na tarefa anterior, que não a tinham referido, por não a acharem importante ou se teriam tido alguma informação dada na sala de aula sobre as propriedades do quadrado. De qualquer modo conseguiram responder correctamente à questão de se poder transformar o losango no quadrado. Os alunos não tiveram dúvidas em incluir na justificação o facto de o quadrado ter sempre os ângulos iguais, daí ter considerado que manifestaram a competência 4.

Na Tarefa 5 os alunos pareciam ter-se baseado na leitura da medida do raio da circunferência, para tomarem uma decisão sobre a circunferência de raio zero. A forma como justificaram a resposta, parece querer indicar tal facto. É possível que para eles o zero "não valha nada" e, portanto, uma circunferência com raio zero, nem sequer "merece que se perca tempo a discuti-la".

Na Tarefa 6 os alunos não tiveram quaisquer dificuldades e foi engraçada a justificação que deram para o facto de estarem perante dois triângulos simétricos: "é assim como fazer um triângulo às tintas e depois dobrar a folha fica lá aquele… aquela marca". Em minha opinião, na mesma tarefa, estava claro para eles que havia um original e uma cópia e que a existência da cópia se devia somente à existência de um original.

Na Tarefa 7 os alunos divertiram-se, a ajuizar pelas suas expressões e exclamações, e é de referir que, com alguma facilidade, conseguiram resolver a questão de fazer com que os pontos traçassem juntos um coração.

É de realçar que foi o único par em que houve discussão séria e útil das actividades, uma vez que a troca de opiniões antecipava quase sempre a execução das tarefas. Salienta-se ainda o diálogo estabelecido à volta da Actividade 2, da Tarefa 2 (Capítulo IV, pp. 84-85). Um dos alunos (Miguel) parecia ter uma visão dinâmica (projectiva?) de triângulo, enquanto o seu colega, José Pedro, parecia ter uma visão topológica dessa figura. Miguel manteve essa opinião e José Pedro, utilizando a sua capacidade lógica, conseguiu perceber a posição do colega e presumivelmente entendeu-a, pela expressão que iluminou o seu semblante.

Identificação e integração de conceitos. Os alunos atingiram um nível elevado de identificação em quase todas as tarefas. Atingiram o nível de integração 3 a partir da Tarefa 4 e também na Tarefa 1, Actividade 4. Nas primeiras tarefas o nível de integração nunca superou o 2 (Anexo G, Quadro 13).

Nas tarefas 3, 4, 5, 6 e 7 penso que houve uma identificação bastante clara dos conceitos envolvidos e mesmo na Tarefa 1, nos caminhos escondidos 2, 3 e 4, foi evidente que os alunos, mesmo com pouca ou nenhuma ajuda, identificaram entes geométricos tais como a circunferência e o seu raio, ou que eram figuras formadas por segmentos de recta e que, por isso, era necessário contar os seus lados.

Quanto aos níveis de integração de conceitos, estes mostram que, no tocante à linguagem utilizada, esta não revelou que houvesse um nível alto de integração, que houvesse tentativas de "generalização" ou que, pelo menos, houvesse comparações com elementos externos à matemática. Este facto poderá dever-se aos bons níveis de identificação de conceitos e ao tipo de linguagem utilizado, com bastantes termos matemáticos. Não era necessário fazer comparações, porque os conceitos "eram evidentes".

Dificuldades detectadas. Este par apresentou, em todas as tarefas, dificuldades na comunicação escrita dos seus raciocínios e, pontualmente, na identificação de alguns conceitos (Anexo G, Quadro 14).

As dificuldades sentidas na execução das tarefas foram de vária ordem, mas segundo os próprios alunos, o mais difícil foi a justificação: "Acham que é fácil vocês dizerem porque é que…". "Não."

Este par discutiu entre si, expôs o seu raciocínio e deu exemplos para consubstanciar algumas das suas opiniões. Foi notório que tiveram dificuldade em "dizer tudo" e que tiveram de ser "puxados". No entanto, utilizaram frases relativamente longas e bem elaboradas, pelo que achei que não poderia falar verdadeiramente em dificuldades de comunicação oral do raciocínio. Pelo contrário, estes alunos tiveram muitas dificuldades em relatar por escrito as suas conclusões.

Na Tarefa 1 tiveram inicialmente alguma dificuldade na identificação dos elementos geométricos escondidos, não visíveis, não utilizaram as informações da ajuda, mas depois de verem como se fazia a primeira das actividades, depressa melhoraram o seu desempenho e completaram as outras correctamente. Na Tarefa 2 tiveram dificuldades na identificação de um triângulo quando era escaleno. Na Tarefa 5 mostraram como muitas vezes um conceito, aparentemente simples, como a relação entre o diâmetro da circunferência e o seu comprimento, pode ser mal entendido por mais do que um aluno, e neste caso eram dois alunos considerados como bons.

Embora não seja perceptível pelas transcrições tiveram dificuldades em comparar imagens simétricas, de tal modo que tive que os levar diante de um espelho e fazê-los reparar no que sucedia ao reflexo, no tocante à orientação da imagem. O facto de parecerem ter dificuldades na lateralização não afectou o seu desempenho nas tarefas, uma vez que os problemas parecem ter sido resolvidos com a utilização de um espelho, tal como referido.

Apreciação das tarefas pelo par. Miguel e José Pedro gostaram das tarefas. Acharam-nas "giras": (Miguel) "É giro fazer matemática em computador. Aprende-se muita coisa do que nos livros". Das tarefas que mais gostaram destacaram a Tarefa 1, dos fantasmas e a Tarefa 7, RooBooGoo (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par C, Excerto 1). Estas tarefas colheram a preferência dos alunos porque se assemelhavam a um jogo, tinham um desafio implícito e eram de resolução aparentemente fácil. Também consideraram que havia algumas tarefas mais difíceis de resolver (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par C, Excerto 2).

Miguel e José Pedro tiveram uma atitude muito positiva perante as tarefas, porque colaboraram um com o outro e também comigo, uma vez que dialogavam entre si, discutiam e se ajudavam mutuamente.

Síntese

Miguel e José Pedro mostraram ter um desempenho bastante homogéneo e conseguiram manifestar competências matemáticas em todas as tarefas. O nível de identificação dos conceitos foi elevado, mas o nível de integração não passou do 3. A maior dificuldade foi a da comunicação escrita, embora também tenha havido dificuldades pontuais na identificação dos elementos geométricos não visíveis.

Por último, considero que estes alunos tiveram bastante prazer em trabalhar com a aplicação, pois viam, em muitas actividades, qualquer coisa parecida com um jogo.

Par D: Nancy e Rui

Competências manifestadas. Durante as tarefas os alunos manifestaram as seguintes competências: reconhecimento de formas geométricas simples e a aptidão para descrever figuras geométricas, aptidão para realizar construções de figuras geométricas simples e para identificar as propriedades de figuras geométricas. No entanto, nas duas primeiras, apenas um dos alunos as manifestou. Pontualmente manifestaram a aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial (Anexo G, Quadro 15).

Não foi muito fácil ajuizar das competências manifestadas por Nancy, uma vez que esta aluna falou sempre muito pouco e raramente emitiu uma opinião.

Na Tarefa 1 os alunos (sobretudo Rui) identificaram os conceitos envolvidos nos caminhos 2 e 3 e conseguiram, não sem alguma dificuldade por parte de Nancy, desenhar o que era pedido na questão, mas depois não nomearam o raio e a circunferência no penúltimo caminho.

A actividade de medida de uma recta e de uma semi-recta, Tarefa 2, Actividade 1, parece ter mostrado que, possivelmente, a aluna tinha decorado um conceito sem o compreender, e que com a ajuda do GSP, talvez tenha conseguido visualizar e "concretizar" a situação. Na Tarefa 2, Actividade 2 descreveram a figura que desenharam, mas não justificaram as alterações que a figura sofreu. No entanto, pareceu ser claro, pelo menos para Rui, que a figura era diferente da original e que por isso tinha que mudar de nome. Penso que houve aqui algum reconhecimento, pelo menos por parte de um dos elementos, de uma característica dos triângulos e que tem a ver com denominações diferentes para triângulos com diferentes características.

Na Tarefa 3 os alunos referiram as duas propriedades esperadas e, por isso manifestaram as competências 1, 2 (pelo desenho da diagonal do quadrado) e 3.

Quanto à Tarefa 4 apesar de terem, na tarefa anterior, indicado duas propriedades do quadrado, nesta pareceram não se recordar do que tinham dito ou então aquilo que disseram não estava a ser aplicado por eles à situação. Com um pouco de ajuda identificaram as diferenças das figuras, mas não conseguiram nomear o losango.

Na Tarefa 5 manifestaram as competências esperadas e Nancy conseguiu dar uma justificação interessante para o problema de um ponto ser ou não uma circunferência: "é que esta (o ponto) não pode ser aumentada e esta (a circunferência) pode".

Na Tarefa 6, Nancy e Rui conseguiram manifestar, com relativa facilidade, as competências 1,2, 3 e a 4 na Actividade 2, apesar de as repostas terem sido bastante "puxadas".

Quanto à Tarefa 7, com um pouco de ajuda, conseguiram resolver quase todas as questões, com excepção de algumas, das quais destaco o desenho de um coração.

Para Nancy estas tarefas foram bastante enriquecedoras, pois a aluna, a partir de certa altura, começou a intervir mais vezes, a elaborar as frases e o raciocínio. Para Rui as tarefas também foram bastante enriquecedoras mas, possivelmente pelo seu carácter mais "despistado", elas não tiveram o impacto que eu esperava. Pelo menos foi essa a sensação com que fiquei, uma vez que a capacidade de justificação do aluno não se modificou sensivelmente ao longo das tarefas, ao contrário do que aconteceu com a colega.

Identificação e integração de conceitos. Os alunos manifestaram um nível baixo de identificação e de integração na generalidade das tarefas (Anexo G, Quadro 16).

Na resolução de todas as tarefas foi visível, em minha opinião, que o nível de identificação de conceitos foi baixo. Estes alunos evidenciaram algumas lacunas, que poderão relacionar-se com o facto de não terem presente a matéria ou não terem ideias muito sólidas sobre os conceitos envolvidos. São de salientar as tarefas 3 e 5 onde Rui conseguiu obter o nível de identificação mais elevado.

Quanto aos níveis de integração de conceitos, estes também foram baixos, uma vez que os alunos deram respostas simplistas e dificilmente tiraram conclusões. Salienta-se o caso de Nancy (Tarefa 5, Actividade 2). Nunca foi atingido o nível 4, o que parece mostrar a dificuldade que estes alunos tiveram em tirar conclusões e em justificar por si próprios os seus raciocínios.

Dificuldades detectadas. Este par apresentou, em todas as tarefas, dificuldades na comunicação oral e escrita dos seus raciocínios, pontualmente, na identificação de alguns conceitos e na aplicação de conhecimentos, admitindo que os teriam adquirido (Anexo G, Quadro 17).

Quanto às dificuldades de aplicação de conhecimentos, elas foram visíveis particularmente nas tarefas 1, 2 e 4 em que, por exemplo, Nancy "confessou" "é que eu já me esqueci do que é um segmento de recta…" (caminho escondido 2) e Rui não identificou um losango como não sendo um quadrado, porque não utiliza a propriedade da igualdade angular, que tinha anteriormente referido.

Quanto às dificuldades de comunicação oral e escrita, elas foram visíveis em todas as tarefas, uma vez que os alunos davam respostas simplistas, o que obrigava a que fossem colocadas muitas questões diferentes para obter uma só justificação.

Os alunos tiveram alguma dificuldade inicial em descobrir o que eram os caminhos dos fantasmas. Depois, sobretudo Rui, melhorou o seu desempenho, mas nem sempre descobriu os entes matemáticos que estavam escondidos. Realço a dificuldade de Nancy em entender a questão de a semi-recta e a recta serem "infinito". Ela referiu o facto de estes entes matemáticos não se poderem medir porque não tinham fim ou princípio e fim, talvez por ter ouvido na sala de aula e ter decorado que assim era. Para Nancy, este conceito de "infinito" era problemático e, por um acaso, consegui detectar que ela utilizava as mesmas expressões que os colegas, mas parecia não perceber o que estava envolvido.

Por último, penso ser de referir mais algumas dificuldades que estes alunos aparentemente demonstraram. Foram muito pouco autónomos, tendo de ser sempre estimulados a manipular as figuras. É possível que este facto tenha a ver com as suas personalidades. Nancy era introvertida e deveria ter medo de errar e ser repreendida. Rui, como extrovertido que era, deveria ter medo de "fazer asneira" (muitas vezes era repreendido nas aulas por comportamentos menos próprios, no dizer da professora). Talvez por estas razões nem um nem outro se mostraram muito decididos a pegar no rato e a experimentar. Também é visível o facto de estes alunos terem dificuldade em justificar as suas conclusões.

Por último Nancy e Rui também revelaram dificuldade em seguir instruções escritas, como aconteceu, por exemplo, na Tarefa 1, Actividade 1. Rui leu a solução mas, numa primeira fase, não ligou o que leu ao problema que tinha de resolver.

Apreciação das tarefas pelo par. Tanto para Nancy como para Rui as tarefas foram divertidas, sendo a Tarefa 1 a que mais lhes agradou.

> P: "Qual foi das tarefas a que mais gostaram?"
> R: "Foi a dos fantasmas"
> P: "Porquê?"
> R:(Rui) "Porque eles mexiam. Faziam as formas por nós…".

Para Nancy as tarefas revestiram-se de alguma dificuldade, sobretudo nas questões colocadas (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par D, Excerto 1), tal como detectei durante a resolução das tarefas. Para Rui, pelo contrário, as tarefas foram "fáceis" e o aluno gostou muito de as realizar (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par D, Excerto 2).

Quanto à tarefa que acharam mais difícil penso que a resposta de Rui revelou um pouco a sua atitude perante as tarefas: "P'ra mim, nenhuma". Nancy não tinha a mesma opinião. Para ela havia alguma coisa que era difícil: as perguntas feitas. Ela confessou que nunca tinha pensado nos assuntos que trabalhou nas tarefas e também que não estava habituada a explicar o seu raciocínio. Já Rui dizia que estava habituado a dar explicações sobre a sua forma de pensar (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par D, Excerto 3). Esta convicção era um tanto ou quanto exagerada como se viu depois pelo desenrolar das tarefas. Parecia revelar que Rui tinha demasiada autoconfiança. Os alunos também consideraram que as actividades que tinham realizado eram matemática (Anexo G, Apreciação das tarefas pelo par D, Excerto 4).

Síntese

Os elementos do par tiveram comportamentos muito diferentes, mas mesmo assim, tiveram um desempenho interessante. Apesar de a interacção dos dois alunos não ser frequente surgiram situações em que houve oportunidade para alguma discussão.

Os alunos nem sempre manifestaram todas as competências esperadas, nomeadamente nas duas primeiras tarefas. Só pontualmente manifestaram a capacidade de argumentar recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial.

O nível de identificação de conceitos foi geralmente baixo. Pontualmente atingiram os níveis 3 e 4. A integração de conceitos também foi bastante baixa, nunca atingindo o nível 4.

Quanto às dificuldades demonstradas, elas foram de vária ordem, sendo as mais notórias, a dificuldade de perceber o que era pretendido, na aplicação de alguns conhecimentos e em verbalizar o seu raciocínio.

Análise comparativa do desempenho dos pares em cada tarefa

Competências manifestadas pelos pares em cada tarefa

Tarefa 1. Esta tarefa era um tutorial e, como tal, tinha à partida um valor limitado na capacidade de promover a manifestação de competências por parte dos alunos. Não permitia muitas possibilidades de exploração e podia dar origem a que eles utilizassem justificações padronizadas, que possivelmente não compreenderiam na totalidade. No entanto, teve sobretudo a vantagem de fazer uma introdução ao tipo de problemas que se iriam seguir e promoveu o reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas, a aptidão para realizar construções geométricas simples, com papel e lápis, e aptidão para identificar propriedades de figuras geométricas, que todos os pares manifestaram como se pode constatar no Anexo G (Quadro 18).

Tarefa 2. Esta tarefa contribuiu para promover a manifestação de várias competências: o reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas, a aptidão para realizar construções geométricas simples e para identificar propriedades de figuras geométricas.

Quase todos os alunos conseguiram mostrar, ao resolver as questões, essas competências, pelo que parece que a utilização de um ambiente de geometria dinâmica, neste caso, foi um processo interessante de proporcionar aos alunos uma possibilidade de testarem as suas capacidades. O facto de verem o triângulo assumir posições diferentes provocou-lhes estranheza e provocou-os também, na medida em que justificaram de modos diferentes aquilo que viam. Sem um AGD, não seria possível realizar uma tarefa deste tipo, uma vez que uma das questões essenciais era descobrir o modo como os alunos percepcionavam as transformações ocorridas: a duas ou a três dimensões. No entanto relativamente à aptidão para formular argumentos válidos, esta competência só foi manifestada na Actividade 2 pelos pares B e C (Anexo G, Quadro 19).

Tarefas 3 e 4. Estas duas tarefas constituíam um todo e a necessidade de separar a análise de algumas propriedades do quadrado em duas tarefas não foi inocente. O propósito era proporcionar aos alunos uma oportunidade de "se esquecerem" da questão da igualdade angular, caso a tivessem referido na Tarefa 3, propondo-lhes uma nova tarefa em que tal propriedade não era imediatamente aparente.

Os alunos conseguiram descrever e identificar as formas geométricas envolvidas, com a excepção de um par, que não se lembrava do nome losango, e também conseguiram identificar as propriedades do quadrado (Anexo G, Quadro 20). Nesta tarefa foi interessante observar o caso de Sílvia (Par A) que conseguiu, como já foi referido, fazer correctamente uma inferência. Nos casos dos Pares B e D, um dos elementos do Par B e outro do Par D, não "acreditaram" naquilo que sabiam, ou era suposto que soubessem. No primeiro caso é possível que fosse uma distracção, mas no segundo, penso que o aluno não tinha assimilado os conceitos necessários, pelo que foi incapaz de os aplicar à situação concreta. Foi a própria aluna que reconheceu, por diversas vezes já não se lembrar de alguns conceitos.

No tocante à Tarefa 3 não houve grandes diferenças entre o desempenho dos pares, pelo que, em minha opinião, todos manifestaram as competências 1 e 3. Os alunos referiram que um quadrado era uma figura com os lados iguais e só mais tarde, com alguma provocação da minha parte, é que referiram o facto de os ângulos também serem rectos. A única excepção foi Rui (par D) que deu a "definição correcta" logo à primeira vez e "toda de enfiada". No entanto, penso que os alunos verificaram que, por alterarem a figura, não provocavam a alteração dos valores das amplitudes dos ângulos, pelo que é possível que tenham passado a considerar tal invariante como sendo importante para a descrição do que seria um quadrado. Tal facto foi visível na tarefa seguinte.

Na Tarefa 4 os alunos reagiram mais ou menos como era esperado, pese embora o facto de, ao contrário do que eu supunha, não se terem esquecido da questão dos ângulos quando “definiam” quadrado. Com excepção do par B, em que houve divergência de opiniões, todos os alunos responderam da forma esperada às questões, pelo que considero que as competências 1, 2 e 3 foram manifestadas. No entanto, um dos elementos do par A faz uma inferência correcta: “se é um quadrado, não mudam os ângulos” (competência 4). Esta resposta é importante, em minha opinião, porque em respostas anteriores a aluna não refere a questão da igualdade angular.

Tarefa 5. Esta tarefa foi idealizada para tentar descobrir até onde é que estes alunos poderiam chegar no processo da “generalização”. Por isso incluía a questão de se poder considerar uma circunferência de raio zero como uma circunferência. Como “subproduto” acrescentei um pedido de “definição” de circunferência, o que me deu a indicação de que estes alunos possuíam uma noção intuitiva bastante aproximada do conceito de circunferência, mas ainda não conseguiam chegar a uma definição mais formal. Esta tarefa proporcionou a manifestação de várias competências. Os alunos conseguiram reconhecer e descrever os elementos geométricos envolvidos, desenharam a circunferência e alguns raios e diâmetros. Também identificaram as propriedades da figura, mas quanto à aptidão para formular argumentos válidos, esta competência só se manifestou nos pares B e D (Anexo G, Quadro 21).

Esta tarefa, embora simples, proporcionou uma visão interessante sobre os conceitos que os alunos tinham de assuntos que seriam do seu conhecimento e sobre as capacidades de justificação em situações fora do habitual. Foi também importante para despoletar algumas dúvidas dos alunos sobre conceitos pouco claros (relação diâmetro, perímetro). Não foi o AGD em si, mas a tarefa que o fez .

As respostas à questão de saber se uma circunferência de raio zero ainda seria uma circunferência podem ser divididas em três tipos: (i) é uma circunferência com o raio zero (Par A); (ii) não é uma circunferência, porque os pontos (o centro e o ponto de intersecção entre o raio e a circunferência) se tocam, ou não tem medida de raio (Pares B e C); (iii) é uma circunferência, porque “derivou” de uma circunferência “normal”; num ponto não podemos definir raio, mas numa circunferência de raio zero, se “esticarmos” o raio, este deixa de ser zero (Par D). Considerei curiosa a forma como o elemento do Par D (Nancy) deu a resposta: “É que esta (o ponto) não pode ser aumentada e esta (a circunferência) pode". Penso que se pode considerar que Nancy foi a aluna que fez um maior aproveitamento do AGD nesta tarefa, na medida em que verbalizou aquilo que observou e isso pareceu fazer para ela todo o sentido.

Tarefa 6. Esta tarefa, dividida em duas actividades, constituía uma introdução para a tarefa seguinte. Pretendia-se que os alunos identificassem conceitos e invariantes ligados com as isometrias (reflexões) num ambiente de trabalho diferente do da sala de aula. A razão para tal pretensão prendia-se com o aproveitamento do facto de, nas aulas, a professora fazer bastantes actividades usando o geoplano.

Nesta tarefa não houve surpresas. Todos os pares manifestaram as seguintes competências: o reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas, a aptidão para realizar construções geométricas simples, a aptidão para identificar propriedades de figuras geométricas e a aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial (Anexo G, Quadro 22).

Os invariantes pedidos, tais como forma, dimensões, orientação e distância ao eixo do original e transformado, foram todos respondidos pelos alunos que davam exemplos como o geoplano ou o desdobrar de uma folha de papel dividida a meio, para justificar o que viam. Também foi claro para eles o facto de o transformado ser um "ente dependente" do original e que sem este, aquele não poderia existir: "É a fotocópia" (Par A).

Não foi surpresa, o facto de todos os alunos terem manifestado as competências em análise. As reflexões eram um assunto de que todos gostavam e a professora dava sempre um aspecto lúdico às actividades sobre esta matéria.

Tarefa 7. Esta tarefa era apelativa na opinião da maior parte dos alunos que pareceu divertir-se ao realizá-la. Era constituída por três "páginas" e nelas era pedido aos alunos que interagissem com os pontos Roo, Boo, Goo e Moo e descrevessem o que eles faziam.

A tarefa apelava para a aplicação de conceitos sobre reflexão a situações diferentes do habitual, uma vez que o conteúdo matemático não era aparente. Os conceitos a aplicar eram já do conhecimento dos alunos, como pude verificar na tarefa anterior.

Nesta tarefa os alunos reconheceram formas geométricas simples, rectas paralelas e perpendiculares, se bem que alguns elementos de alguns pares fizessem confusão entre estes dois tipos de rectas. Também manifestaram a aptidão para descrever figuras geométricas, a aptidão para realizar construções geométricas simples, mas quanto à aptidão para formular argumentos válidos, recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, os pares A e D não conseguiram manifestar esta competência (Anexo G, Quadro 23).

Numa das questões pedia-se aos alunos que desenhassem um coração, movimentando apenas um dos pontos, mas tendo em consideração o movimento do outro. O que se pretendia era saber até que ponto estes alunos conseguiam aplicar as características da reflexão cujo eixo passava pelo meio da figura. Como a resposta a esta questão obrigava os alunos a desenhar uma "meia figura", com um dos vértices colocado num eixo de simetria "imaginário", considerei que ao desenharem correctamente, os alunos estavam a argumentar validamente a partir da visualização espacial e, portanto, teriam manifestado a competência 4.

Esta foi a tarefa que mais sucesso teve entre os alunos devido ao aspecto lúdico que apresentava. Era, no entanto, uma tarefa enganosamente fácil, uma vez que apelava dissimuladamente à aplicação de conceitos que supostamente teriam sido adquiridos. Pelo menos, na tarefa anterior, os alunos mostraram possuí-los, mas agora, nesta tarefa teriam de os aplicar a situações não imediatamente perceptíveis.

No geral os alunos reagiram bem, com algumas dificuldades ao nível das justificações dadas, devido ao carácter não imediato das questões, mas a grande diferença de desempenho surgiu, em minha opinião, entre os pares B e C e os dois restantes, quando lhes foi pedido que desenhassem um coração. Só estes pares é que o fizeram, embora o par B necessitasse de alguma ajuda.

Síntese

Nas tarefas propostas os alunos manifestaram quase sempre a aptidão para reconhecer formas geométricas simples, bem com a aptidão para descrever figuras geométricas, a aptidão para realizar construções geométricas simples e a aptidão para identificar propriedades de figuras geométricas. A aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial foi apenas pontualmente manifestada e com maior predominância pelos pares B e C.

Identificação e integração de conceitos manifestados pelos pares em cada uma das tarefas

Tarefa 1. Esta tarefa tinha à partida duas desvantagens: ser a primeira e ser um tutorial. Por essas razões seria de esperar que os alunos atingissem níveis baixos de identificação e de integração de conceitos. Tal conjectura não se revelou totalmente correcta, uma vez que os alunos, a partir do caminho escondido 1 (com excepção do par A), melhoraram o seu desempenho e conseguiram níveis de identificação bastante altos. No tocante à integração de conceitos tal não se verificou (Anexo G, Quadro 24). O facto de os alunos não estarem familiarizados com as tarefas, comigo e com a necessidade de justificar aquilo que faziam, podem ser algumas das explicações. Outra explicação, poderá ser a natureza da tarefa que, com a ajuda disponível, poderá ter condicionado algumas das respostas.

O par A mostrou não ter identificado os conceitos matemáticos envolvidos em três das quatro questões e o nível de integração também foi muito baixo, limitando-se os elementos do par a dar respostas simplistas.

Já o par B, identificou os conceitos matemáticos, muitas vezes com pouca ajuda, mas não mostrou ter um nível de integração diferente do nível do par anterior, com excepção da questão 1.4 em que o nível de integração é 3, uma vez que os alunos referiram que as figuras são formadas por segmentos de recta.

Quanto ao par C teve um início pior, no tocante à identificação de conceitos, mas depois atingiu sempre o nível mais elevado em todas as actividades. Quanto à integração de conceitos, o seu desempenho é bastante semelhante ao do par anterior, embora na

Actividade 3 tenham atingido o nível 2 pela resposta: "a Luísa marca um raio da circunferência do Diogo".

O par D teve um nível de identificação melhor do que o do par A, e quase ao mesmo nível do par B. No entanto, pelas respostas simplistas que dá, considerei que o seu nível de integração de conceitos foi bastante baixo, uma vez que se limitou a construir frases simples: "um (o da Luísa) é uma recta e o do Diogo é um segmento de recta".

Tarefa 2. Esta tarefa, embora simples, mostrou dois factos: o primeiro teve a ver com a boa identificação dos conceitos envolvidos, o segundo teve a ver com a fraca integração de conceitos que gerou. Quanto ao primeiro dos factos era natural que assim sucedesse, uma vez que os conceitos envolvidos tinham sido ensinados há relativamente pouco tempo, e em si, não revelavam grande dificuldade de identificação. Quanto ao segundo facto, os alunos não devem ter sentido necessidade de integrar conceitos estranhos à tarefa, ou pelo menos, nas suas justificações, não devem ter sentido necessidade de explicar mais pormenorizadamente o que viam ou não sabiam (Anexo G, Quadro 25).

Ressalto aqui os pares B e C que construíram triângulos dificilmente identificáveis, pois os três pontos eram quase colineares. Mesmo assim os alunos identificaram as figuras como tal. O par C teve de arrastar um dos vértices para se certificar de que era mesmo um triângulo.

Quanto aos níveis de integração, estes foram muito baixos, uma vez que os alunos se limitaram a construir frases simples e parece não terem tido necessidade de recorrer a conceitos estranhos à matemática para justificar aquilo que viam. Penso que pode haver várias explicações para o sucedido. Uma delas será talvez o facto de os alunos acharem esquisito ver o triângulo efectuar aqueles movimentos e, portanto, refugiarem-se naquilo que viam, descrevendo as diferentes situações em conformidade, sem necessidade de incorporar conceitos estranhos à tarefa. Outra pode ser o facto de acharem óbvio aquilo que viam e, portanto, não seria necessário explicar detalhadamente, utilizando frases mais elaboradas. Uma outra explicação terá a ver também com a relativamente fraca capacidade, destes alunos, de comunicar os seus raciocínios, sobretudo em actividades que saíam do normal a que estavam habituados.

Tarefa 3. Sendo idealizada para servir de introdução a outra, esta tarefa não poderia ser muito complicada. O objectivo era fazer com que os alunos reparassem na invariância da amplitude dos ângulos do quadrado, apesar deste sofrer alterações de posição e/ou de dimensões. Assim, todos os pares atingiram níveis 3 e 4 no relativamente à identificação de conceitos. As excepções foram os pares C, que não referiu os ângulos, e o par D.

Quanto à integração de conceitos os níveis dos diversos pares foram relativamente baixos, com excepção do par B na Actividade 2, que responde que o quadrado tem tudo sempre igual (Anexo G, Quadro 26). Todos os outros alunos tinham a noção de que "era tudo igual" no quadrado. No entanto, nenhum deles referiu que tinha sempre tudo igual. Esta noção ou "generalização", se quisermos, será importante na tarefa seguinte. De resto, penso que o facto de os níveis de integração demonstrados pelos alunos serem relativamente baixos pode ser explicado por terem mecanizado a resposta à questão, nas aulas, e não sentirem necessidade de integrar outros conceitos.

Tarefa 4. Esta tarefa que propunha aos alunos a "descoberta" de invariantes do quadrado e a sua comparação com o losango, pode ter sido influenciada pela actividade anterior, uma vez que todos os pares referiram a questão da igualdade angular quando "definiram" o quadrado. Talvez porque os alunos estivessem já mais habituados às actividades, ou porque as questões eram pouco abertas, os níveis de identificação de conceitos fossem tão altos e os níveis de integração tão homogéneos (Anexo G, Quadro 27).

No âmbito da identificação dos conceitos, todos os pares identificaram correctamente os conceitos envolvidos sem necessitarem de ajuda relevante, com excepção do par A que, já na Tarefa 3, não pareceu achar relevante a questão da igualdade das medidas das amplitudes dos ângulos do quadrado.

No par D, somente Rui responde a quase todas as questões. Nancy somente responde a três e não o faz quando se trata de responder à questão de se poder, ou não, transformar o losango num quadrado.

Quanto aos níveis de integração de conceitos, quase todos os pares atingiram nível 2. A excepção é o par D, cujos elementos atingiram níveis diferentes de integração, tendo Nancy registado o pior resultado, porque falou pouco e só usou frases simples. O nível de integração que estes alunos atingiram não foi mais elevado, porque é possível que, como as questões eram pouco abertas, eles não tivessem necessitado de integrar outros conceitos.

Na medida em que os níveis de identificação de conceitos foram elevados, penso que esta tarefa se mostrou mais como um exercício de consolidação de conhecimentos, em que era pedido um pouco de “generalização”, do que propriamente um problema que suscitasse diálogo e diferenças de opinião entre os elementos dos pares.

Tarefa 5. O “prato forte” desta tarefa era saber qual a opinião dos alunos sobre uma circunferência de raio zero: seria ou não uma circunferência?

Os alunos tinham uma noção intuitiva de circunferência bastante interiorizada e, portanto, as respostas às primeiras questões revelaram que todos os elementos dos pares identificaram os conceitos envolvidos (Anexo G, Quadro 28). A possível excepção terá sido Nancy (par D) que, como falou pouco, não deixou transparecer verdadeiramente o seu nível de identificação de conceitos. Os alunos tinham os conceitos bastante bem interiorizados e essa será talvez a razão porque todos os pares obtiveram nível máximo na identificação de conceitos.

Quanto aos níveis de integração de conceitos optei por atribuir o nível 3 a todos os pares, devido à discussão que se levantou sobre o meu pedido de “definição” de circunferência. Só o par A e Nancy (par D) é que não deram nenhum exemplo concreto, como, por exemplo, ser a circunferência uma linha traçada a compasso. Curioso é talvez o facto de nenhum destes alunos ter conseguido explicar porque é que o compasso traçava uma circunferência e não uma outra linha curva qualquer. Apesar de haver respostas curiosas, que utilizaram nitidamente a imagem visual como suporte para a justificação, os níveis atingidos foram médios, talvez porque os alunos se tivessem “refugiado” nas noções intuitivas, em detrimento de raciocínios envolvendo noções mais complexas e que para eles, possivelmente, teriam um valor funcional menor do que as noções que possuíam.

Esta foi uma tarefa que, talvez pela sua complexidade, levou a que os alunos utilizassem as suas ideias intuitivas e não dessem passos mais decisivos no sentido de uma “generalização”. As questões colocadas para que os alunos dessem uma definição de circunferência não surtiram grande efeito. Os alunos pareceram indicar que tinham unicamente uma noção intuitiva de circunferência e a aplicação do termo *distância* (entre dois pontos) nunca foi empregue, embora, noutros contextos, empregassem esse termo.

Tarefa 6. Esta tarefa proporcionou um desempenho desigual dos pares, tanto ao nível da identificação como da integração de conceitos (Anexo G, Quadro 29). Esta diferença pode ter a ver com o facto de ter sido realizada após uma interrupção lectiva bastante longa e alguns alunos poderem estar algo inseguros nos conceitos. Por isso tiveram necessidade de ajuda, sobretudo na identificação de pormenores diferentes entre o original e o transformado. Os pares A e D necessitaram de ajuda para identificar totalmente os conceitos envolvidos, o que não sucedeu com os pares B e C.

Os níveis de integração de conceitos oscilaram entre o 2, par D, e o 4 que considerei ter sido atingido pelo par B. Este par chega mesmo a falar em triângulo reflectido, “aquele reflectiu aquele”, o que poderá indiciar uma inferência ou meramente uma consequência da associação com o espelho. No contexto em que foi dito pareceu-me que poderá ser válida a primeira interpretação.

Quanto ao par D é possível que, o facto de haver uma grande diferença na quantidade de intervenções entre os dois elementos, não tenha proporcionado um ambiente mais enriquecedor no sentido de um maior nível de integração.

Tarefa7. Esta tarefa, ao longo das suas páginas de trabalho, proporcionou um nível de identificação de conceitos que considerei ser de nível três (Anexo G, Quadro 30).

A única excepção foi o par C, que fala em eixo de reflexão e, portanto, está a utilizar um conceito matemático de nível mais elevado do que os seus colegas. Por isso foi-lhe atribuído o nível 4.

A não identificação total dos conceitos envolvidos podia, em minha opinião, ser de esperar, atendendo ao nível etário destes alunos. No entanto, penso que mesmo com ajuda, conseguiram relacionar a tarefa com matemática, classificando e comparando elementos de modo análogo às tarefas anteriores.

No tocante aos níveis de integração, com excepção do par A, todos atingiram o nível 3 (o par D sofreu dos mesmos problemas de comunicação já referidos noutras tarefas). Já o nível quatro, atribuído ao par A, deveu-se à capacidade de fazer inferências e, portanto, "generalizações" que este par já tinha mostrado anteriormente.

Síntese

Da análise comparativa das respostas dos pares a cada uma das tarefas, relativamente aos aspectos de identificação e integração de conceitos, é possível apontar os seguintes aspectos gerais: (i) relativamente à identificação de conceitos, dois dos pares (B e C) manifestaram um bom nível de identificação (nível 4), enquanto que os outros dois não conseguiram chegar ao nível dos seus colegas, ficando muito aquém; (ii) relativamente à integração de conceitos, os quatro pares manifestaram um nível global bastante baixo. O nível 4 foi atingido apenas pontualmente pelos pares A e B.

Dificuldades detectadas

Durante a execução das várias tarefas, os elementos dos pares foram demonstrando ter algumas dificuldades, sendo umas específicas e pontuais, mas a maior parte foram dificuldades recorrentes e que têm a ver com a justificação de procedimentos e com a manipulação do rato. No tocante à justificação escrita de procedimentos, em conversa com a professora da turma, fiquei a saber que os alunos já vinham de anos anteriores com dificuldades na escrita e que não gostavam de escrever. Quanto à manipulação do rato, era natural que estes alunos, que não tinham uma grande convivência com computadores, tivessem dificuldades, uma vez que havia situações em que os movimentos necessitavam de ser bastante precisos.

Tarefa 1. Nesta tarefa, que os alunos acharam apelativa, era de aceitar que os elementos dos pares tivessem algumas dificuldades, uma vez que era a primeira vez que contactavam com uma actividade deste tipo (Anexo G, Quadro 31). Assim, todos os pares apresentaram as seguintes dificuldades: identificação dos elementos geométricos escondidos, mas os pares B, C e D, apenas no caminho escondido 1; interpretação da ajuda disponível; comunicação oral e escrita do raciocínio. Quanto à descoberta e comparação dos padrões de comportamento das figuras, esta dificuldade foi manifestada somente pelo par A. Saliento que os enunciados das tarefas foram lidos aos alunos o que, possivelmente, atenuou ou fez desaparecer possíveis dificuldades de leitura e interpretação do texto escrito.

Tarefa 2. Aqui sobressaíram dois tipos de dificuldades que vou chamar "dificuldades de tipo 1" e "dificuldades de tipo 2", sendo estas últimas as que estão mais directamente relacionadas com as tarefas (Anexo G, Quadro 32). As "dificuldades de tipo 1" estão consubstanciadas na "dificuldade na utilização da aplicação para experimentar". Os alunos mexiam a medo no rato, com movimentos pouco amplos, cobrindo poucas hipóteses e, mesmo isto, só quando eram incentivados a manipular o dispositivo, a experimentar.

As "dificuldades de tipo 2" prendem-se com a identificação de entes geométricos, aplicação de conceitos e com a comunicação.

Assim, as dificuldades apresentadas (dos dois tipos) foram as seguintes: utilização da aplicação para experimentar; comunicação escrita do raciocínio; identificação de entes geométricos (par C); aplicação de alguns conceitos supostamente aprendidos (Nancy, par D).

Tarefa 3. Nesta tarefa verificaram-se sobretudo dificuldades de comunicação quer oral, quer escrita do raciocínio. A única excepção foi o par B que demonstrou apenas dificuldades ao nível da comunicação escrita. Algumas das "dificuldades de tipo 1", referidas anteriormente, foram superadas e os pares mostraram-se mais autónomos e mais curiosos, tomando a iniciativa (pelo menos alguns elementos) de mexer no rato, sem ser preciso "pedir autorização" (Anexo G, Quadro 33).

Tarefa 4. Nesta tarefa, com excepção dos pares C e D, que também demonstraram dificuldades na aplicação de conceitos que já tinham aprendido, todos os pares revelaram, mais uma vez, dificuldades na comunicação, sobretudo escrita, dos seus raciocínios. O par A mostrou alguma dificuldade em verificar a conjectura de um losango de ângulos rectos ser um quadrado, porque necessitou de sobrepor as duas figuras (Anexo G, Quadro 34).

Tarefa 5. Quanto a esta tarefa, todos os pares apresentaram dificuldades na justificação escrita e oral do raciocínio

Os elementos do par C também mostraram que tinham um conceito errado sobre a relação entre o diâmetro de uma circunferência e o seu comprimento (Anexo G, Quadro 35).

Tarefa 6. Nesta tarefa houve um par que teve dificuldade na identificação de algumas propriedades, o par C, devido aos problemas de lateralização, que pareciam possuir. Uma vez esclarecidos sobre essa questão, não apresentaram outra dificuldade que não a da comunicação escrita das suas conclusões, tal como os seus outros colegas (Anexo G, Quadro 36).

Tarefa 7. Nesta tarefa todos os alunos tiveram dificuldades no registo escrito do seu raciocínio e todos tiveram dificuldade em desenhar o coração (alínea g) da Actividade 1). Nesta questão pedia-se que, sem verem um modelo, inferissem em que local do "plano de trabalho" tinham que desenhar metade da figura para que o simétrico do seu desenho tocasse o original somente em dois pontos. O par B teve dificuldade na identificação imediata de algumas propriedades (a troca de nomes entre rectas paralelas e perpendiculares, por exemplo). Também foram pouco "faladores" quando se tratava de darem justificações, uma vez que não justificavam globalmente, mas limitavam-se a responder às questões que eu ia colocando, para induzir a justificação. Os pares A, e D tiveram maiores dificuldades na utilização do rato (Anexo G, Quadro 37).

Síntese

As principais dificuldades demonstradas por estes alunos são devidas à novidade da situação em que estavam a trabalhar, com um “professor novo e fora da sala de aula”, ao tipo de material utilizado, ou seja, um computador e um *software* com os seus problemas de necessária adaptação e, sobretudo, ao facto de lhes ser constantemente pedida uma justificação, quer oral quer escrita dos seus raciocínios. Como já foi referido e apesar de, no dizer da docente da turma, esta fazer com os seus alunos muitas actividades em que eles deviam justificar as suas opiniões, essas propostas não visam uma possível “generalização”, como era o caso das tarefas do estudo. Como disse a professora, as justificações eram normalmente feitas oralmente. Penso que, da análise das dificuldades, também é visível que estas surgiram ao nível da justificação e da comunicação e pontualmente ao nível da utilização do *software*. Quanto às dificuldades de justificação, estas podem ter-se devido, em parte à dificuldade em “reparar” no pormenores.

Discussão do papel que cada uma das tarefas teve na manifestação de competências por parte dos alunos

Após a análise da evolução do desempenho dos alunos na realização das tarefas penso ser bastante visível que nem todas contribuíram para a manifestação das mesmas competências por parte dos alunos (Anexo G, Quadro 38).

A Tarefa 1, por exemplo, sendo um tutorial, permitiu que os alunos conseguissem fazer alguma abstracção, na medida em que pedia para descobrir os conceitos matemáticos que não estavam imediatamente acessíveis. No entanto, era uma tarefa que não permitia, com facilidade, ulteriores explorações por parte dos alunos. Era uma tarefa “fechada”. A mesma apreciação se poderia fazer da Tarefa 7, se bem que aqui havia uma série de conceitos, nomeadamente a identificação do tipo de isometria e a localização do eixo de simetria, que permitiriam posteriores explorações. No entanto, posso considerá-la também como uma tarefa “fechada”, uma vez que a manipulação dos pontos permitia um número limitado de hipóteses de trabalho.

As Tarefas 3 e 4 foram pensadas para a construção de uma definição, a definição de quadrado. Eram por si só tarefas limitadas no seu papel, mais ainda, a Tarefa 3 era uma introdução à Tarefa 4. No entanto, estas tarefas poderiam ser alteradas de modo, por exemplo, a pedir aos alunos que, após terem descoberto os invariantes do quadrado, tentassem construir o seu próprio quadrado, usando as propriedades das isometrias, ou pela construção das diagonais. Estas questões constituiriam extensões do problema inicial, aumentando-lhe a dificuldade, pelo que as considero como tarefas mais "abertas". Quanto à Tarefa 6, ao pedir a construção de uma figura e a sua posterior reflexão, permite também extensões e alterações do grau de dificuldade de uma maneira simples, fazendo alterações nas figuras a desenhar, tornando-as mais complexas, analisando as distâncias dos originais e respectivos transformados ao eixo de simetria, fazendo composição de reflexões, etc. Assim, as tarefas 3, 4 e 6 poderiam ser promotoras da aquisição de diversas competências que passam pelo desenho, antecipação de resultados, aplicação de conhecimentos, entre outras.

Deixei para o fim propositadamente as tarefas 2 e 5, porque estas podem permitir um grau de dificuldade bastante elevado, ou muito baixo, conforme se queira. São tarefas que abordam casos limite (Dreyfus e Schwarz, 2000). No caso da Tarefa 2, Actividade 1 a dificuldade reside na compreensão do conceito de infinito, e na Actividade 2 no facto de ser ou não o mesmo triângulo a movimentar-se. Esta tarefa poderá ter um aproveitamento limitado, a menos que se queiram abordar questões relativas a ângulos ou a tipos de triângulos, ou ainda a figuras topologicamente equivalentes, por exemplo. Já na Tarefa 5 a dificuldade reside na justificação do caso da circunferência de raio zero. Poder-se-ão fazer extensões do problema, mas todas versarão a mesma questão que é o facto de as propriedades se manterem ou não quando as dimensões são zero.

Pelo exposto penso que as tarefas mais conseguidas em termos de manifestação de competências foram as tarefas 2 (Actividade 2), 4, 5, 6 e 7. Só alguns pares (ou elementos), nas tarefas referidas é que conseguiram manifestar a competência 4, ou seja, formularam alguns argumentos mais elaborados para as suas justificações. Assim, as tarefas 1 e 2 (Actividade 1) foram as que menos contribuíram para a manifestação de competências de nível mais elevado por duas razões: quanto à Tarefa 1, pelo facto de ela ser um tutorial, tal como afirma Hughes (1990), quanto à Tarefa 2 (Actividade 1) penso que foi a sua simplicidade (aparente) que originou que os alunos não manifestassem competências de nível mais elevado.

Síntese

Da análise do desempenho dos alunos na realização das tarefas propostas verifiquei que houve diferentes níveis de contribuição dessas tarefas para a manifestação de competências por parte dos alunos. Houve tarefas em que a exploração se revelou limitada e, portanto, tiveram uma contribuição pouco relevante para a manifestação de competências, sendo que, as tarefas 1, principalmente, e 7, em menor grau, podem ser consideradas como tutoriais. Quanto às outras tarefas, a sua contribuição foi maior, uma vez que permitiu que alguns dos alunos formulassem, pontualmente, raciocínios mais elaborados.

CAPÍTULO VI

Conclusões

Neste capítulo são apresentadas as limitações do estudo, algumas sugestões para ulteriores investigações e as conclusões obtidas através de resposta às questões orientadoras. É feita também a discussão de alguns resultados e tecidas algumas considerações finais.

Limitações do estudo e sugestões para investigações a desenvolver

São várias e de vária ordem as limitações deste estudo.

Ao contrário do que tinha sido inicialmente planeado, não foi possível evitar a minha interferência de investigador neste estudo, uma vez que foi necessário ser eu a fazer a aplicação das tarefas aos alunos. Isto deveu-se ao facto de a professora, que não tinha substituto para tomar conta da turma, não se poder ausentar da sala de aula. Esta ausência seria necessária, uma vez que não havia espaço físico na sala de aula que pudesse proporcionar a privacidade suficiente para realizar as tarefas. Por isso as respostas dos alunos foram certamente condicionadas pelo estilo de questões apresentadas e pela relação de maior ou menor empatia que se estabeleceu entre mim e os participantes neste estudo.

Também é possível que, pelo facto de a realização das tarefas ter decorrido fora da sala de aula, tivesse dado aos alunos a impressão de que se tratava de uma série de actividades acessórias, sem relevância e sem continuidade. Este sentimento, por parte dos alunos, pode ter influenciado a sua atitude na resolução das tarefas, nomeadamente ao nível do empenho e do discurso utilizado.

Pode ter havido mais alguns factores limitativos ao estudo: o percurso escolar da turma, que não teve sempre o mesmo professor e o facto de só se ter usado um único computador na realização das tarefas. Este último factor, motivado pela falta de capacidade do computador disponível na escola que não suportava a aplicação utilizada, impediu que houvesse mais do que um par a trabalhar de cada vez e por isso não foi possível o confronto de ideias inter-pares.

Outra das limitações foi a curta duração do estudo, ao longo de dois meses, que não permitiu explorar melhor as tarefas e, sobretudo, não permitiu constatar se os ganhos em termos de competências que estes alunos tiveram, foram ou não duradouros. Também é possível que, com mais tempo de aplicação das tarefas, houvesse um melhor desempenho por parte de alguns dos alunos participantes.

Outros resultados distintos poderiam, certamente, ter sido obtidos com o recurso a outras tarefas ou com uma constituição diferente dos pares.

As conclusões do estudo realizado, que se apresentam no ponto seguinte, parecem sugerir que seria interessante começar a propor actividades, como as que foram realizadas nesta investigação, a alunos do terceiro ano de escolaridade. Estes deveriam ser depois acompanhados durante o quarto ano, para assim se ter tempo de lhes criar gosto e interesse por este tipo de tarefas e integrá-las no quotidiano da sala de aula.

A discussão inter-pares não foi conseguida; portanto seria importante realizar um estudo desta natureza com dois pares a trabalhar em simultâneo, para que pudessem confrontar os seus pontos de vista.

Com mais tempo para a realização das tarefas seria proveitoso insistir na questão dos relatos escritos dos raciocínios.

Finalmente, seria interessante que os alunos que participassem num futuro estudo desta natureza pudessem realizar algumas das suas tarefas em paralelo com material manipulável ou papel e lápis, como referem Assude e Gelis (2002), para não ser feito um corte drástico com o que fazem no dia-a-dia. Quando achassem que determinada tarefa podia ser realizada com mais vantagem de um modo ou de outro poderiam, os próprios alunos, optar pela "ferramenta" que considerassem mais adequada, para que pudessem "sentir" o que estavam a fazer. Este aspecto salientaria o carácter de ferramenta do computador, tal como refere Hughes (1990).

Resposta às questões orientadoras do estudo

Após a realização de todo o trabalho de investigação penso estar em condições de responder às questões orientadoras deste estudo.

Que concepções revelam os alunos do 4º ano de escolaridade relativamente à matemática em geral e à geometria em particular?

Da análise das respostas dos alunos ao questionário que lhes foi apresentado, antes e depois da realização das tarefas, ressalta que: i) a matemática é útil; ii) os alunos, normalmente, gostam da disciplina; iii) a geometria tem um carácter secundário, lúdico e de auxiliar para resolver questões numéricas.

No tocante às concepções que os alunos manifestaram sobre a matemática, quase todos disseram gostar dela, embora houvesse um aluno que, da segunda vez, respondeu que não gostava, porque a achava difícil. Em conversa com esse aluno interpretei que não se referia especificamente às tarefas realizadas, mas sobretudo à matéria que estavam a dar na turma, reduções, de que não gostava particularmente.

Antes e depois das tarefas, quando lhes foi pedido que fizessem um desenho que representasse o que era a matemática para eles, todos os alunos desenharam figuras que estavam relacionadas com cálculo, nomeadamente, algoritmos e tabuadas. São poucos os alunos que também representaram elementos geométricos antes de terem participado nas tarefas. Todos os alunos assumiram que, o que gostavam mais de fazer, eram "contas" e "reduções", mesmo quando tinham dificuldade em realizá-las e apesar de terem tido um desempenho bastante aceitável ao realizar as tarefas da investigação. Quando referiram a geometria que eles, na sala de aula trabalhavam, sobretudo com recurso ao geoplano, salientaram quase sempre o facto de ser divertida. Só os elementos de um dos pares, Miguel e José Pedro, por sinal os alunos que inicialmente revelaram possuir alguns pré-conceitos errados sobre certas questões geométricas, referiram, explicitamente, a geometria como área de que gostava (José Pedro) e, implicitamente, "coisas divertidas" (Miguel), também se referindo à geometria. Este foi o par que pareceu divertir-se mais ao realizar as tarefas. Os alunos participantes no estudo disseram que, em matemática, aprendem contas e também geometria. Mas fica sempre a ideia de que a geometria era uma coisa acessória, com um carácter lúdico e um pouco afastada do que eles pareciam considerar a "verdadeira matemática".

Um dos alunos disse que a geometria pode ajudar a resolver problemas e esta resposta foi a que pareceu revelar que esse aluno considerava que a geometria poderia ter alguma utilidade. Esta minha opinião deve-se ao facto de saber que a docente da turma utilizava muitas vezes situações geométricas para ajudar a resolver alguns tipos de problemas, como é patente no excerto da entrevista feita à professora da turma (Anexo H, Excerto1).

Por último, os alunos pareceram ver na matemática uma ferramenta para o seu futuro percurso escolar. No entanto, três alunos parecem ter tido uma ideia mais específica sobre a sua utilidade. Disseram que a matemática podia servir para "ensinar" ou para fazer "coisas".

Outro aspecto a ressaltar é o de que não houve alterações significativas entre as respostas dadas antes e depois da realização das tarefas, possivelmente pela atitude "displicente" dos alunos já referida. Quando o inquérito foi apresentado pela segunda vez, só Sílvia é que se lembrou, já quando o ia a entregar, que deveria mencionar o computador e as tarefas que tinha realizado. Os outros colegas que referiram estas tarefas fizeram-no depois de Sílvia ter dito alto: "Ah! Já me esquecia do computador." Esta exclamação parece ser sintomática da opinião da aluna (e dos colegas) sobre as tarefas. Para estes alunos a matemática "era contas" e a sua opinião não foi alterada com a realização das tarefas de geometria. Quando muito, parece que a geometria passou a ter um papel um pouco mais relevante do que tinha anteriormente, tal como parece transparecer das respostas ao questionário, após a realização das tarefas, mas ainda não suficientemente importante para ser objecto de uma referência destacada. O computador, apesar de tudo, constituiu um atractivo e, porque não, um desafio.

É curioso o facto de os elementos dos pares participantes no estudo não parecerem fazer qualquer relação entre as figuras geométricas e a realidade envolvente. Um exemplo desta situação, é que os alunos quando questionados sobre a finalidade da geometria ou não responderam ou, quando o fizeram, disseram que a geometria servia para fazer desenhos ou figuras. No entanto, pareciam ter dificuldade em referir que o calendário da parede ou a janela da sala, por exemplo, tinham uma forma rectangular. Penso que se verificou, neste caso, o que Schoenfeld, referido em Grows (1992) defende, no tocante às concepções dos alunos sobre a matemática: a matemática aprendida na escola tem pouco ou nada a ver com o mundo real. Estas crianças tinham a noção das formas e dos seus nomes, mas parece que não estavam habituadas "a sair do papel”, a observar objectos à sua volta e a analisar na prática propriedades dos objectos reais fazendo a ligação com a geometria.

É possível encontrar várias explicações para as concepções destes alunos, e para a sua manutenção, apesar do trabalho desenvolvido:

a) Os alunos tiveram durante três anos o mesmo professor que, segundo a actual docente, teria um tipo de ensino bastante tradicional, com privilégio das questões numéricas mais ou menos directas, com prejuízo, tanto dos processos de resolução de problemas, como da geometria. Nesses três primeiros anos de escolaridade os alunos não utilizaram o computador para qualquer actividade lectiva. A actual professora tentava privilegiar um método de ensino-aprendizagem diferente, centrado na resolução de problemas, mas o intervalo de tempo em que isso decorreu parece não ter sido suficiente para produzir alterações significativas. Também nunca usou o computador como ferramenta para resolver problemas. Por outro lado, e como já foi referido, os alunos trabalhavam a geometria, muitas vezes como actividade “lúdica” para ocupar tempo até à hora de saída, como foi referido pela professora da turma (Anexo H, Excerto 2).

b) As “contas” são a actividade matemática mais valorizada socialmente. Os alunos, no “ensino primário”, devem aprender a ler, a escrever e a contar, segundo se diz. Cedendo a este tipo de “concepção social” sobre a matemática, que os alunos na sua maioria, parecem ter reproduzido nas respostas ao inquérito, parece-me natural que os docentes privilegiem um ensino centrado no cálculo em detrimento da resolução de problemas e da geometria. É possível também que os docentes não gostem de arriscar tarefas do tipo das que foram implementadas, porque considerarão, talvez, que estão “a perder tempo” com assuntos cuja utilidade não é imediatamente visível e assim não poderão “cumprir o programa”. Em entrevista à professora da turma surgiu a seguinte frase, que penso ser esclarecedora do que se passava ao nível do ensino da matemática no geral, e da geometria em particular pelo menos naquela escola:”A matemática não se discute” (Anexo H, Excerto 3).

c) O “desencanto” que os alunos pareceram sentir, quando viram que tinham que responder a questões e dar justificações, coisa a que eles não estavam habituados, pelo menos nos moldes em que foram desafiados a fazer durante a realização das tarefas.

Normalmente, na sala de aula, era solicitado o aluno que acabava primeiro a realização de uma determinada tarefa, a apresentar a sua resolução ao resto da turma, mas não, tanto quanto pude saber pela professora, numa perspectiva de "generalização", de descoberta de invariantes, e de discussão de conceitos (Anexo H, Excerto 4). As questões ligadas ao facto de saber qual o entendimento de infinito, de ser ou não o mesmo triângulo que se movia no ecrã, ou o facto de poder haver circunferências de raio zero, são noções bastante delicadas a que os alunos tentaram responder durante a realização das tarefas, mas que não devem ter trabalhado nestes moldes na sala de aula, pelo que se pode depreender do excerto da transcrição anteriormente referida.

d) O pouco tempo que a actividade durou, o facto de ser feita fora da sala de aula, não ter sido orientada pela professora da turma, e as questões abordadas não serem objecto de posterior tratamento e avaliação na sala de aula. Estes factores podem ter contribuído para fazer crescer nos alunos uma sensação de "inutilidade" das tarefas, pelo menos numa perspectiva do entendimento imediato que esses alunos pareciam ter sobre a matemática.

e) Os alunos pareciam apreciar uma certa "segurança" dada pelas actividades rotineiras. Neste tipo de actividades as justificações costumam ter por base resultados concretos e únicos que servem para os certificar. Normalmente não são pedidas justificações de ideias ou conceitos mais abstractos. Isto é o que costuma passar-se com as tarefas numéricas, em que é pedido aos alunos que resolvam uma tarefa pela aplicação de um ou mais algoritmos e justifiquem a resposta que dão, unicamente numa perspectiva de certificação do resultado. Tal acontece, por exemplo, em exercícios rotineiros, ou problemas de um ou mais passos.

Que competências foram manifestadas pelos alunos do 4º ano de escolaridade decorrentes da utilização de um AGD?

As competências manifestadas por estes alunos foram as seguintes: i) identificaram conceitos; ii) reconheceram formas geométricas simples; iii) descreveram e identificaram figuras geométricas e suas propriedades; iv) construíram figuras geométricas simples; v) formularam, pontualmente, argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial.

Os conceitos envolvidos nas tarefas foram identificados, muitos deles inteiramente e sem a minha ajuda, em quase todas as tarefas. São excepções as tarefas 1 e7, onde nem todos os conceitos foram inteiramente identificados, e quando o foram, foi muitas vezes com a minha ajuda. Nas restantes tarefas, o nível de identificação foi bastante elevado. Tal poderá ser explicado pelo facto da professora da turma se ter prontificado a insistir com os alunos nos conteúdos programáticos que estavam envolvidos nas tarefas.

Porquê, então, o desempenho menos bom nas tarefas referenciadas? Na Tarefa 1 é possível que os elementos dos pares a estranhassem um pouco, porque era a primeira vez que realizavam uma proposta daquele género e o conteúdo matemático não era imediatamente visível. Na Tarefa 7 o conteúdo matemático também não era imediatamente perceptível e, sobretudo, estava mascarado de um tipo de jogo, que os alunos declararam ser divertido. Esse facto pode ter-lhes desviado a atenção para o carácter lúdico em prejuízo do carácter geométrico da questão.

No tocante ao reconhecimento de formas geométricas simples, muitos dos alunos manifestaram frequentemente esta competência. As excepções ocorreram também nas tarefas 1 e 7, em que, na sua maioria, os alunos tiveram dificuldade em reconhecer os entes geométricos envolvidos. Também sucedeu que na Tarefa 2, Actividade 2 um par teve dificuldade em reconhecer um triângulo, e teve de manipular a figura para que tomasse uma forma "mais usual", próxima do triângulo isósceles. Estes alunos manifestaram uma concepção essencialmente visual do triângulo, à semelhança do que sustenta Ceia, referido por Ponte et al. (1998).

Quanto à descrição e identificação de figuras geométricas e suas propriedades, esta competência nem sempre foi manifestada. Este facto foi mais visível nas tarefas 1, 2 (Par C), 4 (Par A) e 7 (Pares A, C e D).

A Tarefa 1 era a primeira tarefa que os alunos realizavam e, portanto, era natural que não tivessem tido tempo para se aperceberem das características das figuras e do que deveriam referir nas suas respostas. Nas tarefas 2 e 4, é possível que os pares referidos não tivessem feito uma boa integração de conceitos ou tivessem manifestado problemas de conservação do conceito de forma. Já na Tarefa 7 é possível que o seu aspecto tivesse distraído os alunos.

No tocante à aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, esta competência foi manifestada pontualmente. No entanto, houve algumas tarefas, tais como a Tarefa 4, em que somente alguns dos pares atingiram o nível 4, e a Tarefa 6, onde todos os pares manifestaram essa competência. Nesta última tarefa, a manifestação desta competência pode ter a ver com o facto de eles, praticamente todos os dias, fazerem algumas actividades envolvendo a simetria e utilizando o geoplano.

As razões para que esta competência não tivesse sido manifestada mais vezes são várias, mas as principais parecem relacionar-se com o estilo de comunicação mais ou menos lacónico de alguns alunos. Talvez considerassem que uma dada resposta não necessitaria de uma justificação mais elaborada, talvez não estivessem a perceber o que se pretendia com a tarefa (mais perceptível nas tarefas 1 e 7), talvez não estivessem habituados a este estilo de questões, ou ao tipo de justificações que eu lhes exigia. É também possível que tivessem achado que o que estavam a fazer não era importante para as aulas de matemática dadas pela professora, uma vez que sabiam que não iriam ser avaliados pelo seu desempenho na realização das tarefas.

No entanto, segundo a professora da turma, alguns dos alunos participantes passaram a utilizar gestos indicando movimento, quando eram chamados a justificar os seus raciocínios na realização de tarefas de geometria na sala de aula. Para ela, estes gestos foram influenciados pelos movimentos observados nas tarefas com o GSP. Este facto parece indiciar que os alunos passaram a considerar útil este tipo de justificação, mesmo que o fizessem inconscientemente.

Globalmente, em todas as tarefas, as razões para a manifestação das competências referidas podem ser várias:

a) Na sala de aula a professora da turma, tal como tínhamos combinado previamente, fez revisões dos conceitos programáticos envolvidos nas tarefas.

b) A aplicação informática tornou as tarefas atractivas e ajudou os alunos não só a reconhecer e a aplicar propriedades, mas também os incentivou, em algumas tarefas, a fazer justificações, onde foi visível a utilização de raciocínio lógico.

c) A própria “habituação” dos elementos dos pares ao tipo de questões que eram levantadas, onde se insistia sempre na justificação, no “porquê”, parece ter sido fundamental, uma vez que se tornou notório, que a maioria dos alunos ia demonstrando um maior à vontade, que se traduziu em mais e melhores intervenções, à medida que iam executando as tarefas.

As tarefas apresentadas aos alunos podem tê-los ajudado no processo de descontextualização do pensamento, tal como defende Margaret Donaldson referida por Hughes (1990). Esta convicção é apoiada nos seguintes argumentos:

a) Os alunos trabalharam situações diversas das que estavam habituados e fizeram-no observando, não só uma multiplicidade de casos diferentes mas, em algumas ocasiões, (o triângulo estar sob a forma de um segmento de recta, o losango estar na forma de quadrado e o raio da circunferência medir zero) estando perante casos limite.

b) Alguns alunos foram abandonando o estilo de linguagem simples que inicialmente utilizavam, passando a aplicar, em algumas situações, um outro mais elaborado e conseguindo fazer inferências (Bills, 2002).

Que dificuldades manifestam alunos do 4º ano de escolaridade quando utilizam um ambiente de geometria dinâmica para resolver questões de geometria?

As dificuldades manifestadas por estes alunos, ao resolverem as tarefas propostas, foram: i) dificuldades na leitura, escrita e interpretação de textos; ii) dificuldade (inicial) na utilização da aplicação; iii) dificuldades em identificar e aplicar alguns conceitos; iv) dificuldades na comunicação e em explicar os seus raciocínios.

Os alunos participantes na recolha de dados tinham dificuldades no uso da língua portuguesa. De facto estes alunos não gostavam (no dizer da professora) de português: “Pronto, [...] eles não gostam de língua portuguesa, e depois, como compensação fazem um joguinho de geometria”. Assim, pedir a estes alunos que lessem os enunciados, tentassem compreendê-los e depois que escrevessem as suas conclusões foi uma tarefa difícil que, devido à limitação de tempo, teve de ser contornada com a leitura e interpretação em conjunto comigo. Tive de ajudar os alunos no registo escrito das suas conclusões, uma vez que tinham muitas dificuldades em elaborar frases completas, que reflectissem aquilo que estavam a pensar e a dizer, para além de darem muitos erros gramaticais.

No princípio da realização das tarefas surgiu uma dificuldade que foi geral, e que foi a da utilização da aplicação, uma vez que os seus menus estavam em inglês e os alunos nunca tinham contactado com uma aplicação do género do GSP. Com o decorrer das tarefas esta dificuldade foi sendo gradualmente superada. Também mostraram um certo retraimento em experimentar utilizando o GSP. Quando eram incentivados a fazê-lo só o faziam a medo, sem cobrir várias hipóteses. Deixaram-me a impressão de que não estavam habituados a experimentar, não sabiam como fazer e, possivelmente, achavam que era desnecessário fazê-lo. Esta última sensação deve-se ao facto de saber que a professora da turma tentava fazer com que os alunos experimentassem, mas sobretudo nas questões numéricas. As questões de geometria[13] apresentadas na sala de aula, que poderiam requerer exploração, não eram muito variadas, tanto quanto tive hipótese de observar. Assim é possível que os alunos acabassem por cair numa certa rotina e desvalorizassem a experimentação de situações, como método de resolução de problemas em geometria. Com o decorrer das actividades, esta dificuldade inicial foi-se desvanecendo. Os alunos começaram a ser mais ousados nas suas experiências. Fica, no entanto, a dúvida de saber se o foram porque acreditavam na necessidade de experimentar, ou se descobriram que, ao fazer experiências, tinham mais tempo para manipular o rato e assim “jogar” com a aplicação. Depois da interrupção lectiva motivada pelas férias da Páscoa e por actividades extra-curriculares, houve algum recrudescimento deste tipo de dificuldades em alguns alunos. É de realçar que nenhum deles tomou a iniciativa de consultar a ajuda disponível e que tinham elaborado. Limitaram-se a assumir que já não se lembravam dos procedimentos e esperaram a minha ajuda.

---

[13] Das aulas a que assisti ficou-me a sensação de que a professora deixou as possíveis actividades de investigação em geometria para serem trabalhadas com o auxílio do geoplano. O tipo de questões apresentadas pedia que os alunos construíssem figuras e eventualmente que as medissem, ou então que construíssem figuras com determinadas dimensões, relacionando a geometria quase sempre com a medida, e por isso com os números.

No tocante à identificação de conceitos, estes alunos pareciam não estar habituados a "reparar" em pormenores, pelo que a explicação do que é igual ou diferente no comportamento de figuras, por exemplo da Tarefa 1, foi bastante difícil. Tal como Mason (2003) refere, muitos alunos têm dificuldade em "reparar" nas características de figuras ou de objectos. Penso que aqui se revelou essa falha. Os alunos viam as figuras, mas não sabiam em que características deveriam focar a sua atenção, ou seja, "reparar". Com o decorrer das tarefas alguns alunos melhoraram o seu desempenho neste particular, na medida em que começaram a prestar mais atenção aos detalhes, nomeadamente, aos invariantes das figuras.

Para além destas dificuldades houve outra que foi evidenciada pelos alunos. Tratou-se da comunicação e da justificação dos raciocínios. Alguns alunos eram tão tímidos que quase nunca expuseram o seu pensamento. É de realçar que, para o final do estudo, essa timidez foi desaparecendo e os alunos tornaram-se bem mais comunicativos. Alguns elementos dos pares só expuseram os seus raciocínios utilizando frases muito simples, que pouco ou nada revelavam da sua forma de pensar. Por isso tive de estar continuamente a questioná-los de forma a solicitar as suas justificações.

Globalmente as razões para as dificuldades detectadas podem ser várias:

a) Quanto às dificuldades na leitura, escrita e interpretação de textos, as razões para tal facto são dadas pela própria professora. Os alunos não gostavam de língua portuguesa, e talvez não tivessem os pré-requisitos necessários para ler e interpretar os enunciados e as ajudas e escrever as suas conclusões.

b) Quanto às dificuldades na utilização da aplicação, estas deveram-se ao facto de os alunos nunca terem trabalhado com o GSP e mesmo, quando trabalharam com o computador, fizeram-no usando aplicações de processamento de texto e de pesquisa na Internet. No caso das tarefas do estudo era necessário que os alunos tivessem a motricidade fina desenvolvida, para manipular o rato, o que nem sempre acontecia.

c) Quanto às dificuldades em identificar e aplicar alguns conceitos, as razões poderão ter a ver com a necessidade em "reparar" e ser sintetizadas pelo que sustenta Mason (2003): "nós vemos através das lentes das nossas experiências passadas"(p.6). Quanto mais ricas forem essas experiências, maior a facilidade em "reparar". Estes alunos podem não ter tido "experiências passadas" que os ajudassem nas tarefas propostas, pelo que pude saber pela professora da turma. Também pode ter acontecido que alguns alunos se distraíssem, não se mantendo atentos às transformações que viam no ecrã. Pode ser que não tivessem ainda a sua lateralidade totalmente definida, o que lhes dificultou a acção de "reparar". As dificuldades em identificar os conceitos matemáticos podem ter-se prendido com a própria natureza das tarefas que talvez tivessem "mascarado" esses conceitos. Este facto pode ter distraído os alunos que se divertiram a "jogar" com a aplicação em vez de "trabalhar" com ela. Para certas questões como, por exemplo, aquelas que envolviam casos-limite, pode também ter acontecido o que sustenta Vinner e Hershkowitz, referidos em Grows (1992): as pessoas, quando pensam não usam apenas definições ou conceitos, mas antes uma combinação de todas as imagens mentais e propriedades que estão associadas ao conceito; as imagens conceptuais, que existem para um certo número de conceitos geométricos, mas que podem ser afectadas por instruções inapropriadas.

d) No tocante à comunicação e explicação dos raciocínios posso levantar algumas questões: Os alunos perceberiam as perguntas? Não saberiam que responder? Teriam dificuldade em elaborar frases ricas de conteúdo? Seriam lacónicos? Não sentiriam necessidade de explicar mais? Estariam de tal maneira embebidos na tarefa de manipular o rato que não prestavam grande atenção ao que lhes era pedido? É possível que estas questões apontem razões para as dificuldades detectadas. No entanto é possível que a explicação seja outra. Alguns dos alunos eram considerados bons, pela professora, e, normalmente, realizavam as tarefas na sala de aula com rapidez e qualidade. Quando eram solicitados a explicar os seus raciocínios faziam-no de modo lacónico, uma vez que não necessitavam de "convencer" os colegas da correcção das suas resoluções. Por esse facto é possível que se tenham habituado a um estilo de comunicação oral feito de frases curtas que poderiam servir para dar "uma resposta", mas eram insuficientes para mostrar claramente como estavam a pensar. Durante a realização das tarefas, esses alunos assumiram algum protagonismo, antecipando-se aos seus colegas, nas respostas e justificações. Os outros ficavam à espera e limitavam-se a concordar com elas. Assumiam uma atitude mais passiva, embora houvesse casos em que ambos os elementos de um par interviessem na verbalização das respostas e na formulação de justificações.

Resposta ao problema central do estudo

Após o processo até aqui percorrido estou em condições de pensar que o impacto que a utilização de um ambiente de geometria dinâmica tem no ensino-aprendizagem da geometria, com alunos do 4º ano do 1º ciclo do ensino básico, é positivo. Esta convicção resulta das constatações que acabei de descrever e que sintetizo a seguir.

Começo por apontar aspectos relativos à aprendizagem da geometria:

a) Ao longo das tarefas, as concepções destes alunos sobre a matemática e a geometria parecem ter-se alterando, devido à utilização do AGD. Tal convicção é apoiada em dois factos: Os alunos incluíram as tarefas de geometria que realizaram nos desenhos que fizeram, em resposta ao questionário, quando este lhes foi passado da segunda vez e, segundo a professora, passaram a integrar gestos indicando movimento, quando davam justificações orais na sala de aula.

b) Os alunos manifestaram diversas competências. Identificaram conceitos, reconheceram formas geométricas simples, descreveram e identificaram figuras geométricas e suas propriedades, assim como construíram figuras geométricas simples. Apenas pontualmente apresentaram argumentos com base na visualização e no raciocínio espacial. Tal facto, apesar de ter sido esporádico, resultou indubitavelmente da utilização do AGD. Esta presunção baseia-se em várias situações observadas e também no que Sílvia diz, referindo-se ao GSP, quando questionada na entrevista final: "para ver se entendemos mais coisas".

c) Inicialmente foram detectadas, aos alunos, diversas dificuldades. Algumas, tais como a aquisição incorrecta de conceitos e a não aplicação de conceitos previamente adquiridos, foram-se atenuando sensivelmente com o decorrer das tarefas e, inclusivamente, os alunos conseguiram superar as dificuldades com que certos casos limite os confrontaram. Isto deveu-se também à utilização do AGD.

d) A utilização do AGD possibilitou também situações curiosas de aprendizagem, das quais destaco a percepção a 2 ou 3 dimensões de transformações de imagens a 2 dimensões. Este tipo de percepção visual pode vir a ser útil para os alunos, facilitando a aprendizagem de novos conceitos, tal como sustentam Abrantes (1999) e Perry e Dockett (2002).

e) A utilização do AGD parece ter possibilitado que os alunos começassem a “reparar” mais nos pormenores, nos invariantes das figuras, apesar desta “conquista” ter sido muito incipiente.

Relativamente ao ensino da geometria, a utilização de um AGD em sala de aula implica aspectos, como os que a seguir se referem, que não resultaram directamente do estudo, mas que nele estiveram sempre implícitos. Assim, é necessário que o professor consiga:

a) Criar ambientes de sala de aula propícios à experimentação, ao questionamento, discussão e reflexão.

b) Aprofundar os seus conhecimentos matemáticos (geométricos), tecnológicos e didácticos.

c) Investigar para recolher, adaptar e criar tarefas ricas de conteúdo.

d) Criar formas de avaliação adequadas que permitam integrar este tipo de tarefas, de modo a que a avaliação esteja alinhada com o tipo de ensino praticado.

e) Discutir com os seus pares sobre o ensino e aprendizagem da matemática, de modo a trocar experiências, ouvir opiniões e reflectir sobre o seu trabalho.

Por fim, a utilização de um AGD coloca o professor perante uma dificuldade significativa, que se prende com o modo com deverá colocar as questões aos seus alunos. Estas terão de alcançar o ténue equilíbrio entre o serem sugestivas e directivas.

Considerações finais

Perante o exposto considero que as tarefas foram um instrumento muito útil para a construção, por parte dos alunos, de um pensamento matemático mais profundo e consistente, na medida em que, tal como diz Mason (1997), não só o “como”, mas também “o porquê” estiveram sempre presentes ao longo do processo de resolução das tarefas. Este segundo “ingrediente” do pensamento matemático foi elevado a uma dimensão diferente e mais rica, pelo facto de os alunos poderem participar na construção e na movimentação das figuras, focando a sua atenção nas suas propriedades, realçadas pela característica dinâmica da aplicação.

É de salientar um facto, entre vários que tive ocasião de relatar, e que foi a resposta dada de forma natural à questão “porque é que temos de marcar dois pontos antes de traçarmos uma recta?”[14]. Foi imediatamente perceptível aos alunos quando usaram o GSP que o primeiro ponto servia para “marcar” a recta e o segundo servia para a “segurar”. Esta resposta foi dada enquanto os alunos faziam oscilar a recta por eles próprios construída. A justificação que deram foi-lhes “sugerida pela construção”, porque puderam ver o movimento da figura enquanto a manipulavam. As justificações dadas não foram fruto da construção e da observação de um ou dois casos pontuais, como o seriam se os alunos estivessem a utilizar, nas suas “investigações”, apenas material manipulável concreto ou papel e lápis. Pelo contrário e porque o GSP, pela sua génese, permitiu analisar muitos casos, promoveu, por parte dos alunos do estudo, mais do que qualquer outro material manipulável, a visualização e o sentimento de que não bastava uma justificação pontual caso a caso. As justificações tornavam-se necessárias para englobar todos os casos que eram percepcionados, à medida que a figura mudava continuamente. É o que Perry e Dockett (2002**)** chamam pensamento espacial. Os alunos eram motivados a fazer, à sua maneira, generalizações, que são importantes para um ensino-aprendizagem construtivista da matemática.

Em conclusão, considero que um AGD, como o GSP, é uma aplicação útil, interessante e “provocadora das aprendizagens”. Ao proporcionar ao utilizador, com relativa facilidade, a possibilidade do movimento “contínuo”, provoca-o a experimentar e a tentar descobrir as razões, tanto da construção, como do comportamento das figuras que ele próprio constrói e manipula, contribuindo assim para o desenvolvimento de uma visão diferente e mais rica da geometria. A sua utilização com crianças de um nível de escolaridade inicial, apesar de poder fazer surgir problemas de diversa ordem, permite que estes alunos contactem, desde cedo, com novas exigências tanto ao nível do pensamento lógico, como ao nível da justificação. Assim, considero fundamental que esta aplicação informática seja explorada, pelo menos, com alunos do 4º ano de escolaridade, de modo continuado e procurando diversificar as tarefas para que os benefícios decorrentes desta utilização possam ser mais consistentes, significativos e duradouros.

---

[14] Nas tarefas introdutórias pedi a muitos dos alunos da turma que me desenhassem uma “recta” paralela à borda do quadro. Quase todos o faziam “a olho” sem preocupação de medir distâncias e marcar pontos. Quando o faziam não sabiam explicar as razões porque o tinham feito.

BIBLIOGRAFIA

Abar, C. (2005). Objectos de aprendizagem no ensino da matemática: Estamos preparados? In *Actas do V Congresso Ibero-americano de Educação matemática-GD 05.* Porto (cd-rom).

Abrantes, P. (1999). Investigações em geometria na sala de aula. In E. Veloso, H. Fonseca, J. Ponte e P. Abrantes (Orgs.), *Ensino da geometria ao virar do milénio* pp. 51-62. Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

Abrantes, P., Leal, L. e Ponte, J. (1996). *Investigar para aprender matemática: textos seleccionados*. Lisboa: Projecto "Matemática para todos" da Associação de Professores de Matemática".

Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I., Loureiro, C e Nunes, F. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica.

Albuquerque, M. (2000). *Um ambiente computacional para aprendizagem matemática baseado no modelo pedagógico de Maria Montessori*. (Dissertação de mestrado). Florianópolis-SC.

Associação de Professores de Matemática (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escola*r. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Assude, T. e Gelis, J. (2002). La dialetique ancien-nouveau dans l'integration de Cabri-Géomètre à l'école primaire. In *Educational studies in mathematics*, 50, pp. 259-287.

Balacheff, N. (1987). Procesus de prevue et situations de validation. In *Educational studies in mathematics,* 18, pp. 147-176.

Barbosa, A. (2002). *Geometria no plano numa turma de 9º ano de escolaridade: uma abordagem sociolinguística à teoria de van Hiele usando o computador (*Tese de Mestrado). Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Departamento de Matemática Pura.

Battista, M. (2000). *Learning geometry in a dynamic computer environment.* Berkely: Key Curriculum Press.

Biehler, R, Scholz, R., Winkelman, B. (1994). *Didactics of mathematics as a scientific discipline.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bills, C. (2002). Linguistic pointers in young children's descriptions of mental calculations. In *Proceedings of the 26th Annual Conference,* Vol.2, PME 26.

Bishop, A., Olsen, S, Dormolen, J. (2000). *Mathematical knowledge: its growth through thinking.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bogdan, R. e Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Cohen, L. e Mannion, L. (1998). *Research methods in education*. London: Routledge.

Davis, P. e Hersh, R. (1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva.

Denzin, N. e Lincoln, Y. (1994). *Handbook of qualitative research*. London: Sage Publications.

Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões.* Porto: Porto Editora.

Douek, N. e Pichat, P. (2003). *From oral to written texts in grade 1 and the long term approach to the mathematical organization*. Paris: UFR de Psychologie, Université Paris-8.

Dreyfus, T. e Schwarz, B. (2000). *Intelligent learning environments: the case of geometry*. Jean-Marie Laborde (Ed.). Berlin: Springer.

Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model. In *Journal of Education for Teaching*, 15(1), pp. 13-33.

Ferguson, G. et al. (1989). *Statistical analysis in psychology and education.* New York: McGraw-Hill.

Fishbein, E. (1994). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Fox, D. (1987). *El proceso de investigación en educación*. Pamplona: Ediciones Universidad de Navarra.

Freudenthal, H. (1973): *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Furinghetti, F. e Paola, D. (2002). *To produce conjectures and to prove them within a dynamic geometry environment: a case study.* http//www2.edc.org/mcc/iss_tech.pdf (consultado a 30/12/2004).

Goetz, J. e LeCompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.

Goldenberg, E. (2000): *Thinking (and talking) about technology in math classrooms.* http://www2.edc.org/mcc/iss_tech.pdf (consultado a 30/12/2004).

Goldenberg, P. Cuoco, A. e Mark, J. (1998). A role for geometry in general education. In R. Lehrer e D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*, pp. 3-42. London: LEA.

Greenberg, M. (1993): *Euclidean and non-euclidean geometries–Development and history*. New York: W.H. Freeman and Company.

Grows D. (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning-A project of the National Council of Teachers of Mathematics.* New York: McMillan Publishing Company.

Guba, E. e Lincoln, N. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. Denzin e Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*, pp. 105-117. London: Sage Publications.

Hoyles, C. e Noss, R. (1994). Dynamic geometry environments: what's the point ? In *Mathematics Teacher*, 87(9), pp. 716-717.

Hughes, M. (1990). Children's computation. In *Understanding children–Essays in honour of Margaret Donaldson*. Oxford: Blackwell.

Junqueira, M. (1995). *Aprendizagem da geometria em ambientes computacionais dinâmicos: um estudo no 9º ano de escolaridade*. (Tese de Mestrado). Lisboa: APM.

Kestenbaum, D. (2005). The challenges of IDC: what have we learned from our past? A conversation with Seymour Papert, Marvin Minsky, and Alan Kay. In *Communications of the ACM*. http://portal.acm.org/citation.cfm (consultado a 3/4/2005).

Laborde, C. (1994). Working in small groups. A working situation? In R. Biehler, R. Scholz, R.Staβer e B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline*, pp. 147-158. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lehrer, R. e Chazan, D. (1998): *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space.* London: Lawrence Earlbaum Associates, Publishers.

Longeot, F. (1978). *Les stades opératoires de Piaget et les facteurs de l'intelligence.* Grenoble: Presses Universitaires.

Loureiro, C. (1999). Computadores no ensino da geometria. In E. Veloso, H. Fonseca, J. Ponte e P. Abrantes (Orgs.), *Ensino da geometria ao virar do milénio,* pp. 43-61. Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

Lourenço, O. (1997). *Psicologia de desenvolvimento cognitivo*. Coimbra: Livraria Almedina.

Lüdke, M. e André, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. S. Paulo: E.P.U.

Mammana, C. e Villani, V. (1998). *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century–An ICMI Study*. London: Kluwer Academic Publishers.

Markopoulos, C. e Potari, D. (1996). Thinking about geometrical shapes in a computer-based environment. In L.Puig e A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 337-344. Valencia: Universitat de Valencia.

Mason, J. (1997). O "quê", o "porquê" e o "como" em matemática. In *Investigar para aprender matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Mason, J. (2001). Convincing myself and others. Discussing with mummy and justifying to daddy. In *Mathematics teaching*, 177, pp. 31-36.

Mason, J. (2002). Explorando imagens mentais no ensino/aprendizagem de matemática. In *Actas do ProfMat* Viseu. Lisboa: APM (cd-rom).

Mason, J. (2003). The discipline of noticing. In *Actas do Encontro A Matemática e A Criança.* Viana do Castelo (cd-rom).

Matos, J. (1984). *Van Hiele levels of primary teachers in Portugal*. (Tese de Mestrado) Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Matos, J.F. (1987). *A natureza do ambiente de aprendizagem criado com a utilização da linguagem LOGO no ensino primário e as suas implicações na construção do conceito de variável*. (Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica). Lisboa: Projecto Minerva, DEFCUL.

Matos, J. e Serrazina, L. (2002). *Didática da matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Mertens, D. (1998). *Research methods in education and psychology. Integrating diversity with quantitative and qualitative approaches*. London: Sage Publications.

Ministério da Educação-Departamento de Educação Básica (2001). *Currículo nacional do ensino básico, competências essenciais.* Lisboa: Antunes & Amílcar, Ldª.

Ministério da Educação-Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário (1990). *Ensino básico. Programa do 1º ciclo*. Algueirão: Editorial do M. E.

Miskluin, R., Silva, M. e Amorim, J. (2005). A implementação do ambiente computacional TelEduc e suas influências na prática pedagógica de professores em formação. In *Actas do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática- GD 05.* Porto (cd-rom).

Moreira, L. (1989). *A folha de cálculo na educação matemática: uma experiência com alunos do ensino preparatório.* (Tese de Mestrado). Lisboa: Projecto Minerva, DEFCUL.

Moreira, L. e Guimarães, H. (1986). Situações de aprendizagem no ensino da Matemática - Uma reflexão teórica, p. 51. In *Actas do ProfMat nº 2*. Lisboa: APM.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Noss, R. (1997). Meaning mathematically with computers. In T. Nunes e P Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics-An international perspective*. Hove: Psychology Press, Ltd.

Olive, J. (2003). Implications of using dynamic geometry technology for teaching and learning. In *Actas do IX Encontro de Investigação em Educação Matemática* - Fundão 2003. Secção de Educação Matemática, Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Papert, S. (1998). Let's tie the digital knot. *In technos quarterly,* Winter 1998, Vol. 7, nº4.
http://www.technos.net/tq_07/4paper.htm (Consultado a 15/05/2005)

Parzysz, B. (1988). "Knowing" vs. "seeing". Problems of the plane representation of space geometry figures. In *Educational studies in mathematics*, 19, pp. 79-92.

Patton, M. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. London: Sage Publications.

Pereira, M. (2001). *A geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino*. (Tese de Mestrado). S. Paulo: PUC.

Perner, J. (1994): *Comprender la mente representacional.* México: Ediciones Paidós.

Perry, B. e Dockett, S. (2002). Young children's access to powerful mathematical ideas. In L.English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*, pp. 81-105. London: Lawrence Earlbaum Associates, Publishers.

Piaget, J. (1985). *Fazer e compreender.* S. Paulo: Biblioteca de Educação Melhoramentos da Universidade de S. Paulo.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1977). *A Imagem mental na criança*. Barcelos: Ed. Companhia.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1981). *La représentation de l'espace chez l'enfant.* Paris: Presses Universitaires de France.

Piteira, G. (2002). *Actividade emergente com os ambientes dinâmicos de geometria dinâmica* (Tese de Mestrado). Lisboa: A.P.M.

Ponte, J. (1988). *Matemática, insucesso e mudança: problema impossível ou indeterminado?* In Revista Aprender, 11, pp. 10-19.

Ponte, J. (1995). Novas tecnologias na aula de matemática. In *Encontro A matemática em exame*, Lisboa.

Ponte, J. (2003). O Ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? In *O ensino da matemática: situação e perspectivas*. Lisboa: Conselho Nacional de Educação.

Ponte, J., Matos, J. e Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática e desenvolvimento curricular.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J., Monteiro, C., Maia, M, Serrazina, L. e Loureiro, C. (1998). *Desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Que formação?* Lisboa: Secção de Educação da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Ponte, J e Serrazina, L. (2000): *Didáctica da matemática do 1º Ciclo.* Lisboa: Universidade Aberta.

Silva, C. (1994). *Estatística aplicada à psicologia e ciências sociais.* Lisboa: McGraw-Hill.

Silva, C. e Azevedo, N. (2005). O significado das tecnologias de informação para educadores. *Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação*, Vol. 13, nº 46, Rio de Janeiro, Jan./Mar. 2005. http://www._scielo.br/pdf/ensaio/v13n46/v13n46a02.pdf (consultado a 18/10/2005).

Sinclair, N. (s/d). *Sketchpad activities for young learners: Grades 3-5.* http://www.keypress.com/sketchpad/general_resources/classroom_activities/young_learners/pages/grades_3to5.php (consultado a 15/09/2003).

Souza, M. (2001) *Estudo de geometria no ambiente do software Cabri-Géomètre*. (Dissertação de Mestrado). Fortaleza: Universidade Federal do Ceará.

Veloso, E. (1998). *Geometria. Temas actuais. Materiais para professores.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Veloso, E. (1999). Ensino da geometria: ideias para um futuro melhor. In E. Veloso, H. Fonseca, J. Ponte e P. Abrantes (Org.), *Ensino da Geometria no virar do milénio.* Lisboa: F.C. Universidade de Lisboa

Vergnaud, G. (1997). The Nature of mathematical concepts. In T. Nunes e P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics. An international perspective*. London: Psychology Press.

Villiers, M. (1996). *The future of secondary school geometry*. La lettre de la preuve, Novembre - Décembre 1999. http//www.lettredelapreuve.it. (consultado a 15/11/2003).

Villiers, M. (1999). *Rethinking proof with the geometer's sketchpad.* Emeryville CA: Key Curriculum Press.

Vygotsky, L. (1934). *Thinking and speaking.* http://www.marxists.org/archive/Vygotsky/works/words/preface.htm (consultado a 7/9/2004).

Yerón, J. e Gómez, I. (2005). Pensando, creando y aprendiendo matemáticas: Apremat. In *Actas do V Congresso Ibero - Americano de Educação Matemática – GD 05.* Porto (cd-rom).

Yin, R. (1988). *Case study research. Design and methods*. Newbury Park: Sage Publications.

ANEXO A

Normas, competências e aspectos da competência matemática envolvidos na elaboração das tarefas

As Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 2000) estabelecem, que a Matemática deve ser entendida, entre outros aspectos, como:

Norma 1: A matemática como resolução de problemas

Usar a resolução de problemas como forma de abordagem para investigar e compreender o conteúdo matemático
Formular problemas a partir de situações do quotidiano e de situações matemáticas
Desenvolver e aplicar estratégias para resolver uma grande variedade de problemas
Verificar e interpretar resultados no quadro proposto pelo problema original
Adquirir confiança para usar a matemática significativamente.

Norma 2: A matemática como comunicação

Relacionar materiais físicos, figuras e diagramas com as ideias matemáticas
Reflectir e clarificar o seu próprio pensamento sobre ideias e situações matemáticas
Relacionar a linguagem comum com a linguagem matemática e com os símbolos
Compreender que representar, discutir, ler, escrever e ouvir matemática constitui uma parte vital da aprendizagem e do uso da matemática
Compreender que representar, discutir, ler e ouvir matemática constitui uma parte vital da aprendizagem e do uso da matemática
Formular conclusões lógicas
Usar modelos, factos conhecidos, propriedades e relações para explicar o seu raciocínio
Justificar as suas repostas e processos usados para obter a solução.

Norma 4: Conexões matemáticas

Estabelecer conexões entre o conhecimento conceptual e o conhecimento processual
Relacionar, umas com as outras, diferentes representações de conceitos e procedimentos
Reconhecer relações entre diferentes tópicos da matemática
Aplicar a matemática a outras áreas do currículo
Usar a matemática na vida quotidiana.

Norma 5: Estimação

Explorar estratégias de estimação
Reconhecer quando a estimação é apropriada
Avaliar a plausibilidade de resultados
Usar a estimação ao trabalhar com quantidades, medidas, cálculos e resolução de problemas.

Norma 9: Geometria e sentido espacial

Descrever, modelar, desenhar e classificar formas
Investigar e prever o resultado de combinar, subdividir e modificar formas
Desenvolver o sentido espacial
Associar ideias geométricas a ideias numéricas e a ideias sobre medidas
Reconhecer e apreciar a geometria no mundo real.

Norma 10: Medição

Compreender os atributos de comprimento, capacidade, peso, massa, área, volume, tempo, temperatura e amplitude
Desenvolver o processo de medição e os conceitos associados às unidades de medida
Fazer e usar estimativas de medidas
Fazer e usar medições em situações problemáticas quotidianas.

Norma 13: Padrões e relações

Reconhecer, descrever, ampliar e criar uma grande variedade de padrões
Representar e descrever relações matemáticas
Explorar o uso de variáveis e de frases abertas para exprimir relações.

Norma 14: Demonstração e o raciocínio

Reconhecer a demonstração e o raciocínio como aspectos fundamentais da matemática
Fazer e investigar conjecturas matemáticas
Desenvolver e avaliar argumentos e justificações matemáticas
Seleccionar e usar vários tipos de raciocínio e métodos de justificação.

O currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais (M.E., 2001) refere também aspectos gerais e específicos da competência matemática que os alunos devem desenvolver:

Aspectos gerais:

A aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente recorrendo a materiais manipulativos e a *software* geométrico (a)
A aptidão para utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas de geometria e em outras áreas da matemática (b)
A compreensão dos conceitos de comprimento e perímetro, área, volume e amplitude, assim como a aptidão para utilizar conhecimentos sobre estes conceitos na resolução e formulação de problemas (c)
A aptidão para efectuar medições e estimativas em situações diversas, bem como a compreensão do sistema internacional de unidades (d)
A predisposição para procurar e explorar padrões geométricos e o gosto por investigar propriedades e relações geométricas (e)
A aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial explicitando-o em linguagem corrente (f)
A sensibilidade para apreciar a geometria no mundo real e o reconhecimento e a utilização de ideias geométricas em diversas situações, nomeadamente na comunicação (g).

Aspectos específicas:

O reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas e para completar e inventar padrões (1)
A aptidão para realizar construções geométricas simples, assim como para identificar propriedades de figuras geométricas (2)
A compreensão do processo de medição e a aptidão para fazer medições e estimativas em situações diversas utilizando instrumentos apropriados (3)

ANEXO B

QUESTIONÁRIO

Gostas de Matemática? Porquê?

O que é para ti a Matemática? Faz um desenho sobre o que a Matemática representa para ti.

O que gostas mais de fazer quando trabalhas em Matemática? Porquê?

O que aprendes em Matemática?

Achas que o que aprendes em Matemática é importante? Porquê?

Como estudas Matemática?

Data:

Nome____

ANEXO C

Questões colocadas aos alunos no final da resolução das tarefas

- Vocês lembram-se das tarefas que fizeram? Lembram-se de alguma actividade?

- Das tarefas que vocês se lembram houve alguma que tivessem gostado mais? Qual? Porquê?

- Houve alguma de que não tenham gostado ou que tenha parecido assim mais difícil?

- Foi difícil fazer ou foi difícil explicar?

- Aquilo que fizeram foi matemática ou, não?

- O que vocês fizeram, para que é que serve?

- Vocês estão habituados a explicar? Acham importante dizer porquê?”

Questões colocadas à professora no final da intervenção pedagógica

- Qual é a sua opinião sobre o programa de Geometria para o 4º ano de escolaridade?

- Os seus actuais alunos já a tinham tido como professora, anteriormente?

- Como caracterizaria o ensino que os seus alunos teriam tido antes de ser professora da turma nos seguintes pontos:

  - Resolução de problemas
  - Justificação de procedimentos
  - Comunicação de conclusões

- Qual é a opinião que tem dos seus alunos na área de Matemática?

- Normalmente quando ensina geometria aos seus alunos utiliza materiais manipulativos? Utiliza algum outro suporte pedagógico, tal como vídeo ou computador?

- O que pensa da utilização de uma aplicação de geometria dinâmica no ensino da geometria aos seus alunos.

- Notou alguma alteração no modo como os alunos dos grupos de estudo passaram a encarar as tarefas normais de sala de aula, nomeadamente ao nível da visualização de situações, resolução das mesmas e comunicação das conclusões?

ANEXO D

	Inquérito 1ª vez		**Inquérito 2ª vez**	
Alunos / Questões	**Aluno A**	**Aluno B**	**Aluno A**	**Aluno B**
1				
2				
3				
4				
5				

Quadro 1- Comparação do tipo de respostas dadas pelos alunos

Par	**Concepções sobre a matemática**	**Concepções sobre a geometria**
A- Sofia e Carla		
B- Jorge e Vítor		
C- Miguel e José Pedro		
D- Nancy e Rui		

Quadro 2- Concepções dos alunos sobre matemática e geometria

Tarefa	**Nível de identificação de conceitos**	**Nível de integração de conceitos**
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

Quadro 3– Níveis de identificação e integração de conceitos

Tarefa	**Dificuldades detectadas**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Quadro 4- Dificuldades detectadas

ANEXO E

Tarefas de introdução à utilização da aplicação G.S.P.

1- Repara no lado esquerdo do ecrã. Que botões observas? Carrega naquele que tem representado um ponto. O que aconteceu? Desloca o cursor para a parte branca da tua folha e dá um *clic* com a tecla esquerdo do rato. O que aconteceu? Consegues mover o ponto que desenhaste? Desenha o botão em que carregaste na folha "INSTRUÇÕES" e escreve qual o resultado dessa acção.

2- Carrega, agora no botão do lado esquerdo do ecrã que tem uma seta representada. Desloca o cursor para cima do ponto que desenhaste. *Clica* nesse ponto. O que aconteceu? Tenta agora mover esse ponto mantendo a tecla esquerda do rato pressionada. E agora, já consegues mover o ponto? Desenha esse botão na tua folha "INSTRUÇÕES". Esse é o botão para seleccionar objectos.

3- Coloca o cursor em cima do ponto que marcaste, carrega na tecla do lado esquerdo rato, e sempre com ele carregado faz deslocar o cursor pela folha de trabalho. O que aconteceu? O ponto moveu-se, não foi?

3.1- No lado direito da tua folha "INSTRUÇÕES" vais agora descrever para que serve o botão com a seta no qual carregaste. Esse botão serve para seleccionar e mover a figura, ou seja, serve para seleccionar a figura e para fazer uma <u>translação</u> dessa figura.

3- Carrega novamente no botão que tem um ponto representado. Desloca o cursor e com um *clic* coloca outro ponto na folha de trabalho. Carrega na tecla *shift* e mantendo essa tecla carregada desloca o cursor para outro dos pontos que já tens desenhados. O que aconteceu? Acabaste de seleccionar dois pontos.

4- Volta à parte de cima da folha de trabalho e carrega no menu *"Construct"* e depois em*"segment"*. O que aconteceu? Que figura desenhaste? Anota o modo como procedeste na folha "INSTRUÇÕES".

4.1- Selecciona, agora os dois pontos, vai à parte superior do ecrã, carrega no botão *"mesure"* e, em seguida, no menu *"distance"*. Repara que, no lado esquerdo do ecrã apareceu um número. Esse número é o comprimento do segmento que mediste. Escreve na folha "INSTRUÇÕES" como procedeste para medir um segmento.

TAREFA 1- Marcar pontos, seleccioná-los, construir segmentos de recta, seleccioná-los e medi-los.

Objectivo: Pretende-se que os alunos tomem contacto com as ferramentas de marcação de pontos de desenho de segmentos de recta e de medida desses segmentos.

Questões:

1-Que botão utilizaste para desenhar pontos? Se não te recordares consulta a folha “INSTRUÇÕES”.

2-Que instruções deste para desenhar um segmento de recta? Escreve-as na tua folha “INSTRUÇÕES.

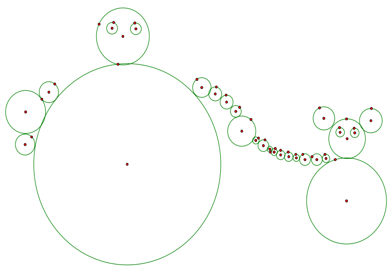
3- Porque é que tiveste que seleccionar dois pontos antes de poderes traçar o segmento de recta? Discute comos teus colegas a tua opinião e escreve as tuas conclusões no caderno.

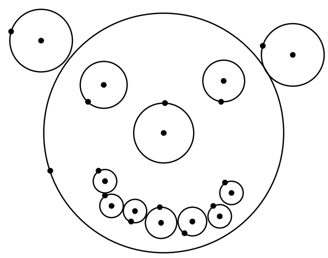
4-Selecciona agora o segmento de recta que construíste e mede-o. Para isso carrega no menu *mesure* Escreve na folha “INSTRUÇÔES” como procedeste. Escreve no teu caderno a medida desse segmento.

5- Limpa agora o ecrã do computador. Em seguida marca novamente dois pontos e selecciona-os usando as instruções que anotaste anteriormente. Procura no topo da tua folha de trabalho do computador a palavra “*ray*”. Carrega nesse menu. O que aconteceu? Como se chama a figura que desenhaste? Consegues medi-la? Porque será que tal acontece? Discute com os teus colegas e escreve as tuas conclusões no teu caderno.

6- Limpa novamente o ecrã do computador. Em seguida marca dois pontos e selecciona-os usando as instruções que anotaste anteriormente. Procura no topo da tua folha de trabalho do computador a palavra “*line*”. Carrega nesse menu. O que aconteceu? Como se chama a figura desenhada Consegues medi-la? Porque será que tal acontece? Discute com os teus colegas e escreve as tuas conclusões no teu caderno.

TAREFA 2- Desenhar as seguintes figuras usando circunferências.





Objectivo: Pretende-se que os alunos tomem contacto com as ferramentas de desenho de circunferências de arrastamento, de rotação e translação.

Questões:

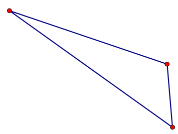
1- Que figuras desenhaste?

2- Que figuras geométricas utilizaste? Têm todas o mesmo tamanho? E a mesma forma?

3- Desenha na tua folha "INSTRUÇÕES" qual foi o que utilizaste para desenhar cada uma das figuras e no teu caderno escreve o que aconteceu.

4- Vais agora aprender a guardar o teu trabalho. Carrega no *"file"*. Procura a palavra *"save as"*. O computador está a perguntar-te com que nome desejas guardar o teu trabalho. Vai aparecer-te uma "caixa de diálogo" em que verás o cursor a piscar à frente do nome da tarefa que estás a realizar. Dá um espaço carregando na tecla grande do fundo do teclado do computador, tecla *"tab"* e escreve o número do teu grupo, por exemplo, **"grupo 1",** escrevendo assim o número do teu grupo.
Regista na tua folha "INSTRUÇÕES" quais as teclas utilizadas para guardar o desenho que fizeste.
Não te esqueças! Terás de guardar sempre os teus desenhos desta maneira.

TAREFA 3- Desenhar um triângulo através da marcação de pontos.



Objectivo: Pretende-se que os alunos marquem vários pontos e utilizem em simultâneo a tecla "*shift*" enquanto seleccionam os pontos para obter os três pontos seleccionados ao mesmo tempo.

Em seguida os alunos utilizarão a função de rotação e, seleccionando um dos vértices farão rodar o triângulo.

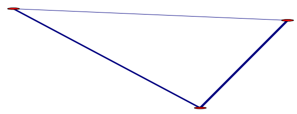
Questões:

1- Marca três pontos. Mantendo a tecla "shift" carregada selecciona-os um após o outro. Na tua folha "INSTRUÇÕES" desenha a tecla em que carregaste e escreve na outra coluna para que é que serviu.

2- Na parte superior do ecrã encontras o menu "*Construct*". Carrega nele e depois na palavra "*segments*". Anota na folha de instruções estas duas acções. Que figura desenhaste? Escreve como procedeste no teu caderno.

3- Procura agora o que te permite seleccionar objectos. Se não te recordares qual é recorre à tua folha "INSTRUÇÕES". Selecciona agora dois vértices.

4- Carrega agora no menu *"mesure"*, e em seguida na palavra *"distance"*. Repara agora o que apareceu na parte superior esquerda do ecrã. A medida do lado do triângulo situado entre os vértices que seleccionaste. Escreve na folha “INSTRUÇÕES” os botões do menu em que carregaste e o que aconteceu.



TAREFA 4-

Objectivos. Pretende-se com esta actividade que os alunos contactem com os botões de traslação, rotação e de ampliação/redução.

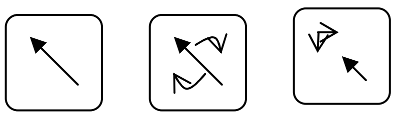
4.1- Marca três pontos. Mantendo a tecla “shift” carregada selecciona-os um após o outro. Na tua folha “INSTRUÇÕES” desenha a tecla em que carregaste e escreve na outra coluna para que é que serviu.

4.2- Na parte superior do ecrã encontras o menu “*Construct*”. Carrega nele e depois na palavra “*segments*”. Anota na folha de instruções estas duas acções. Que figura desenhaste? Escreve como procedeste no teu caderno.

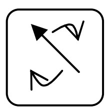
Questões:

1- Que figura desenhaste? Escreve o seu nome no caderno juntamente com o nome dos botões que utilizaste.

2- Na parte lateral esquerda do ecrã carrega na tecla que tem uma seta, mas continua a carregar na tecla esquerda do cursor. Notarás que aprecem três botões. Desenha-os na tua folha “INSTRUÇÕES”:

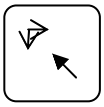


O primeiro já conheces. Serve para seleccionar objectos.

2.1- Experimenta agora o segundo. 

Carrega nele e em seguida escolhe um dos vértices do triângulo e carrega em cima dele. O que aconteceu? Deixa de carregar no cursor e escolhe outro dos vértices. Seguidamente, *clica* novamente no cursor e arrasta-o em qualquer direcção. O que aconteceu?

Será que é o mesmo triângulo? Tenta explicar o que vês. Discute com os teus colegas e regista as tuas conclusões no caderno.

2.2 – Carrega agora no botão seguinte,  e selecciona um dos vértices do triângulo, como fizeste anteriormente.

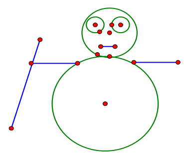
Coloca o cursor no outro vértice e arrasta – o. O que aconteceu? A figura moveu-se do mesmo modo que anteriormente? Será que é o mesmo triângulo? Tenta explicar o que vês. Discute com os teus colegas e regista as tuas conclusões no caderno.

ANEXO F

Alunos	Desempenho	Expansividade	Cap. comunicação	Interesse e Responsabilidade
Carla	Boa aluna	Muito pouco expansiva	Pouco comunicativa	Interessada e responsável
Sílvia	Aluna média	Pouco expansiva	Comunicativa	Muito interessada e responsável
Rui	Bom aluno	Muito expansivo	Muito comunicativo	Muito interessado mas pouco responsável
Nancy	Aluna fraca	Muito pouco expansiva	Muito pouco comunicativa	Interessada e responsável
Miguel	Bom aluno	Pouco expansivo	Pouco comunicativo	Muito interessado e responsável
J.Pedro	Bom aluno	Pouco expansivo	Comunicativo	Muito interessado e responsável
Jorge	Bom aluno	Pouco expansivo	Pouco comunicativo	Muito interessado e responsável
	Muito bom aluno	Pouco expansivo	Comunicativo	Muito interessado e responsável

Quadro 1- Caracterização dos alunos feita pela docente da turma

Par A: Sílvia e Carla



Boneco desenhado por Sílvia a 07/03/2004

	Questionário 1ª vez		Questionário 2ª vez	
Alunos / Questões	Sílvia	Carla	Sílvia	Carla
1	Gosto. É fácil. Aprende-se muito	Aprende-se muito	Gosto. Aprende-se muito	Aprende-se muito. É divertido
2	Algoritmos, régua Esquadro e circunferência	Geoplano e "contas"	Algoritmos, "contas" Computador com tarefa	Algoritmos, "contas" Computador com tarefa
3	Contas; Fáceis e divertidas	Contas, porque aprendo e gosto	Reduções; São fáceis	Contas; Fáceis
4	Contas, tabuada, medir	Tabuada e contas	Tudo	Contas, medidas "simetrias"
5	Sim; Contar e medir	Importante para resolver fichas	Importante para fazer	Importante para aprender

Quadro 2- Comparação do tipo de respostas dadas pelos alunos do par A

Questões:

1- Gostas de Matemática? Porquê?
2- O que é para ti a Matemática? Faz um pequeno desenho sobre o que a Matemática representa para ti.
3- O que gostas mais de fazer quando trabalhas em Matemática? Porquê?
4- O que aprendes em Matemática?
5- Achas que o que aprendes em Matemática é importante? Porquê?

Tarefa 2

P: “Portanto ficou maior e mudou a forma?”
R: “Sim”
P: “O que é que acontece agora ao triângulo?”
R: “Anda à roda”
P: “E é o mesmo triângulo?”
R: “É!”
P:” “Mas agora faz alguma coisa diferente do que fez à bocado, ou não?”
R: “Faz”
P: “Faz o quê?”
R: “…”
P: “Há bocado mudava de forma, e agora muda de forma?”
R: “Este aqui anda à roda e o outro não”
P: “Mas é sempre o mesmo triângulo? Há bocado também era o mesmo triângulo?”
R:”Sim”
P: “O que é que está a acontecer agora?”
R: (Sílvia) “Eu arrasto para aqui e ele fica piquinininho, depois arrasto para cima e ele fica grande. Primeiro o bico está para baixo e depois o bico vai para cima”
P: “Exacto! E é o mesmo triângulo, ou não?”
R: (Sílvia) “É!”.

Tarefa 4

Excerto 1

P: “E agora o que é que aconteceu?”
R: “Mudou os ângulos”
P: “Mudou os ângulos e então já não é um quadrado?”
R: (Sílvia) “Primeiro é um quadrado e depois eu puxei pelos vértices (!) e mudam (Os ângulos)”
P: “E não será um quadrado a dar a volta?”
R: (Sílvia) “Se é um quadrado não mudam os ângulos”.

Excerto 2

P: “E agora, é possível ou não?”
R: “É”
P: “Então é possível quando?”
R: “...”
P: “Quando a figura verde fica… “
R: “Com os ângulos iguais”
P: “Com os ângulos, quantos?”
R: (Sílvia) “ Com os ângulos a noventa graus”.

Tarefa 6

Excerto 1

R: “Ficam aqui dois pontos”
P: “Aqui onde? Esperem lá. Vocês estavam a fazer assim… (e faço arrastar o vértice do transformado em direcção ao eixo de simetria). Onde é que os dois pontos se juntam?
R: “Na linha recta”
P: “Como é que conseguiram juntar os dois lados na mesma linha?”
R: ”Seleccionamos um lado… e depois juntamos com o outro”
P: “Como?”
R: (Sílvia): “Os dois andam como o mesmo. Se um vai para um lado o outro também vai”
P: “Não concordo. Desculpem, mas não concordo. Sílvia, tu disseste assim: Um vai para um lado e o outro também vai. Mas o outro não vai para o mesmo lado, ou vai?”
R: (Sílvia): “Para o mesmo lado não”.
P: “Então vamos cá ver uma coisa. Há bocado vocês seleccionaram um vértice, não foi? E o que é que fizeram a esse vértice?”

R: “Arrastámo-lo”
P: “Para onde?”
R: ”P’rá recta”
P: “E o que é que aconteceu ao outro vértice?”
R: (Sílvia): “Também arrastou para o meio”
P: “Também arrastou, não! Ele veio… “
R: (Sílvia): “Veio para o meio. Também ficou na recta”
P: “Portanto arrastaram um dos vértices para a recta e o outro também veio atrás”.

Excerto 2

R: (Sílvia) “Aquele não se mexe e aquele … “
P: ”Aquele não se mexe… “
R: (Sílvia) “E aquele mexe-se, nós afastamos p’raquele lado… “
P: ”Mas acham que a distância…, acham que ficam… Quando vocês arrastam o eixo o da esquerda fica mais perto, ou mais longe do que o da direita? (exemplifico) ”
R: (Carla): “Fica mais perto”
P: “Então quando vocês arrastam o eixo, o da esquerda fica mais perto ou mais longe do eixo do que o da direita?”
R: (Carla) “Fica mais perto… “
R: (Sílvia) “Ficam os dois perto”
P: “Digam-me só uma coisa: Se eu tivesse de andar daqui (vértice B’ do triângulo transformado) para aqui (eixo) andava mais ou menos. Ou andava a mesma coisa do que se tivesse de andar daqui (vértice B do triângulo original) para aqui (eixo)?”
R: “Andava a mesma coisa”
P: “E quando afasto, quando ando com o eixo para a direita?”
R: (Sílvia) “Afasta aquele (o transformado) ”
P: ”Só aquele?”
R: (Sílvia) “E aquele (original) fica no mesmo lugar”
P: “Mas agora pergunto eu, se tivesse de andar daqui para aqui (do triângulo original para o eixo) e daqui para aqui (do triângulo transformado para o eixo) andava o mesmo ou andava diferente?”
R: (Carla) “Andava o mesmo”
R: (Sílvia) “Andava diferente”
P: “Então decidam lá. Então andavam o mesmo ou andavam mais dum lado que do outro?”
R: “Andavam o mesmo”.

Excerto 3

P: “Portanto, quando ando com o ei…, com a linha para a esquerda o que é que acontece às figuras?”
R: “Andam o mesmo”
P: “’tá bem, andam o mesmo, mas para onde? Aproximam-se, afastam-se… “
R: “Aproximam-se”
P: “Quando ando com o eixo para a direita…”
R: “Afastam-se”.
P: “Afastam-se sempre o mesmo, não é?”.

Tarefa 7

P: “Será que haverá… Quando Boo apanha o Roo o que é que acontece com o Goo e com o Boo?”
R: (Sílvia) “Também se encontram”
P: “Então experimenta lá…. Olha, e quando o Boo e o Roo andam juntos, o que é que acontece ao Goo e ao Moo?”
R: “… “
P: “Quando o Boo e o Roo andam sempre juntos… Quando é que eles andam juntos?”
R: “… “
P: “Oh dona Sílvia, sabe o quer dizer juntos, ou não?”.
R: “Andam sempre na mesma linha”

P: “E o que é que fazem o Goo e o Boo?”
R: “O Goo vem p’ra baixo e o Boo vai p’ra cima”
P: “Pronto. Mas onde é que o Roo anda?”
R: “Anda nestas linhas”
P: “Nas linhas do Boo e do Goo, não é? E quando o Roo anda na linha do Boo e do Goo o que é que faz o Moo?”
R: “… “
P: “Hum?”
R: (Sílvia) “Vai p’ra cima”
P: “Vai p’ra cima. E anda paralelo, ou não?”
R: (Sílvia) “Anda paralelo com os outros três”.
Carregam na tecla “um Boo diferente”
P: “E agora?”
R: (Sílvia) “Agora… ai não!”
P: “O que é que é agora ai não? Fazem muita coisa?”
R: (Carla) ”Agora estes dois, o Boo e o Goo encontram-se com o Moo e o Roo já não… “
R: (Sílvia) “O Moo e o Goo andam na linha paralela, na mesma, e o Roo e o … o Boo, acho que é , andam também”
P: “Mas a … “
R: (Sílvia) “Andam na linha paralela, e os outros dois andam para o lado”.

Par B: Jorge e Vítor

	Questionário1ªvez		**Questionário 2ª vez**	
Alunos / Questões	**Jorge**	**Vítor**	**Jorge**	**Vítor**
1	Gosto. Interessante	Gosta porque faz contas e isometrias	Gosto. Interessante	Aprende-se muito.
2	Caderno com algoritmos, régua	Segmentos de recta.	Rectângulo	Algoritmos e uma coluna de som(?)
3	Geometria. Divertida	Contas, porque resolvo problemas	Reduções; gosto de trabalhar com medidas.	Contas e geometria, porque gosto de resolver problemas
4	Contas, problemas, geometria	Contas e geometria	Contas, reduções, etc.	Problemas”
5	Importante para saber.	Importante para ter futuro.	Importante para ensinar...	Importante para ter futuro.

Quadro 3- Comparação do tipo de respostas dadas pelos alunos do par B

Questões:
1- Gostas de Matemática? Porquê?
2- O que é para ti a Matemática? Faz um pequeno desenho sobre o que a Matemática representa para ti.
3- O que gostas mais de fazer quando trabalhas em Matemática? Porquê?
4- O que aprendes em Matemática?
5- Achas que o que aprendes em Matemática é importante? Porquê?

Tarefa 1

Excerto 1

P: “Vou fazer a pergunta de outra maneira. Andam os dois o mesmo? Ou um anda mais do que o outro?

R: “Andam os dois de lado e a descer”
P: “Mas andam a direito ou às curvas?”
R: “Andam a direito”
P: “Então o que é que têm de igual os dois caminhos?”
R: “Andam a direito”
P: “E não me sabem dizer o que é isso? Andam os dois a direito e um anda mais do que o outro, não é?”
R: “Sim”, respondem em uníssono”.

Excerto 2
P: “Comecem a registar primeiro o que é diferente, que é mais fácil”
R: “O Diogo faz uma figura de seis lados e a Luísa faz uma figura de oito lados”
P: “Agora uma pergunta mais difícil. O que é que eles fazem de igual?”
R: (Jorge) “Uma circunferência” e logo “não! Têm os lados todos segmentos de recta”
P: “Então é uma circunferência ou têm os lados todos segmentos de recta”?
R: “Têm os lados todos segmentos de recta”

Tarefa 2

Excerto 1
R: “Não dá”
P: “Não dá. Porque é que não dá?”
R: (Jorge) “Não tem medida, porque vai acabar para lá do… “
P: “O que é que vocês desenharam?”
R: (Jorge) “Vai p’ra lá…”
P: “É uma semi-recta?”
P: “Porque é que é uma semi-recta?”
R: “Porque tem princípio mas não tem fim”
P: “E agora?”
R: “É uma recta”
P: “Também não dá?”
R: “Sim”
P: “Porque é que não dá para medir?
R: “Porque não tem princípio nem fim”.

Excerto 2
P: “É o mesmo triângulo ou não é?”
R: (Jorge) “Não é”
P: “Achas que não é?”
R: (Jorge) “Tem outro nome” (de obtusângulo passou a ser rectângulo)”
P: “Quando tem outros nomes, é o mesmo triângulo, ou não é?”
R: (Vítor) “É o mesmo”
P: “É o mesmo e só muda de nome, ou por mudar de nome já é diferente?”
R: (Jorge) “É diferente”
P: “Porque é que dizes que são diferentes?”
R: (Jorge) “Porque os segmentos de recta estão postos… “
P: “Os segmentos de recta estão postos de outra forma, é isso?”
R: (Jorge) “É”
P: “E tu? Porque dizes que é o mesmo?”
R: “São diferentes”
P: “Não senhor. Tu há bocado disseste que era o mesmo. Porque é que disseste isso?”
R: “… “.

Tarefa 3

P: “É uma figura!?”
R: “É uma figura geométrica”

P: “E mais?”
R: “Tem os lados que são segmentos de recta… “
P: “Mas os segmentos de recta são iguais ou não?”
R: “São iguais”
P: “E mais, ou não tem mais nada?”
R: “Tem os ângulos…rectos”.

Tarefa 4

P: “Qual das figuras é que é um quadrado?”
R: (Vítor) “É esta” (A verde) ”
P: “E a outra porque é que não é?”
R: (Vítor) “Acho que têm as duas os ângulos rectos”
R: (Jorge) “E os lados todos iguais”.
R: (Vítor) “São os dois quadrados”
P: “Então agora escolham um dos vértices e andem com ele de um lado para o outro. Oh diabo! E agora?”
R: “Este não é um quadrado” (A verde.)
P: “Porquê?”
R: “Porque o quadrado tem os lados iguais e os ângulos todos rectos”.

Tarefa 5

Excerto 1

P: “O que é uma circunferência?”
R: “É a linha feita com o compasso”
P: “E porque é que é feita pelo compasso. Vocês aqui não usaram um compasso?”
R: (Vítor) “Porque é no computador”
P: “E então?”
R: “… “
P: “O que quer dizer linha feita com o compasso? Eu posso pegar num compasso e fazer uma linha recta, assim… E então?
R: “… “
P: “Vocês primeiro construíram a circunferência e depois o raio, não foi? Agora reparem: Mexam lá na circunferência, para cima, para baixo… “
R: (Jorge) “É uma linha curva”
P: “É uma linha curva? O.K. E o que é que está a acontecer à medida do raio?”
R: “’tá a aumentar”
P: “E agora? Está a aumentar e a diminuir, a aumentar e a diminuir, a aumentar e a diminuir… E então o que é que será uma circunferência?
R: “… “
P: “Mas então o que é que o compasso tem que vos permite fazer uma circunferência? O que é que o compasso faz?”
R: (Vítor) “Faz uma roda”
P: “Uma roda. E porque é que é uma roda? Como é que faz o compasso. Não faz assim? (desenho no ar uma circunferência”)
R: “… “
P: “Mas eu posso fazer uma roda que não é direita como aquela que desenhei há bocado no quadro. (Um oito deitado e sem separação interna)”
R: “Não é uma roda”
P: “Porque é que eu, com o compasso faço uma roda?”
R: “… “.

Excerto 2

P: “Então há bocadinho vocês tinham uma circunferência com o raio 3 e disseram que era uma circunferência. E agora tem raio zero e dizem que não é circunferência. Então porque é que há bocado diziam que era circunferência e agora dizem que não é?”

R: (Jorge) “Porque os pontos estão-se a tocar”
P: “E há bocado?”
R: “Os pontos não estavam-se a tocar”
P: “Mas há bocado, quando os pontos não se estavam a tocar, estavam como?”
R: “Num segmento de recta”
P: “Num segmento de recta? Isso era o raio. Os pontos da circunferência faziam o quê? Faziam uma…roda!?”
R: (Vítor) “É”
P: “Como é que eu posso descrever uma roda? Há este ponto aqui… como é que se chama o ponto A?”
R: “É o centro”
P: “E como é que estão os pontos C e B (intersecções da circunferência com o diâmetro) em relação ao centro?
R: “… “
P: “Reparem. Eu ando com o ponto “B” à volta… “
R: (Vítor) “É o diâmetro”
P: “É o diâmetro sim senhor. E se eu mexer no ponto C?”
R: (Jorge) “Num larga”
P: “Não larga? Como é que eu descreveria o movimento do ponto C em relação a A?
R: “Anda em cima da linha”
P: “Então e se eu apagar a linha?”
R: “Faz uma circunferência”
P: “E sem usar a palavra circunferência?”
R: “Faz uma roda”
P: “Mas relativamente ao ponto A, como é que ficava? Onde é que fica o ponto A na roda?”
R: (Vítor) “No seu centro”
P: ”E isso quer dizer o quê?”
R: (Vítor) ”No meio”
P: “No meio. Ah! Então quer dizer que a distância daqui aqui é a mesma que daqui aqui” (indico a distância do centro a cada um dos dois pontos da circunferência destacados).
R: (Vítor) “É”
P: “Então o que é uma circunferência?”.
R: ”… “

Tarefa 6

Excerto 1

R: “O triângulo ‘tá a reflectir aquele”
P: “E o triângulo reflectido é exactamente igual ao original, é diferente, o que é que tem de igual… “
R: (Jorge) “É diferente”
P: “É diferente, porquê?”
R: (Jorge) “Tem esta parte ao contrário” (referia-se à posição de um dos vértices).
P: “E só por ter isso ao contrário é que é diferente?”
R: “… “
P: “É diferente ou só muda e posição?”
R: “É igual e só muda de posição”
P: “Então, por exemplo o que é que aconteceu ao vértice F?”
R: “É assim e vira assim” (fazem os gestos de “abrir um livro”)
P: “Virou para a esquerda?”
R: “Sim”.

Excerto 2

P: “Seleccionem a recta que está a meio e arrastem-na à vontade. O que é que acontece?”
R: (Jorge) “Fica sempre a mesma distância do triângulo à recta”
P: “Qual triângulo?”
R: (Jorge) “Os dois”

P: “Ou seja, quando aumenta a distância a um dos triângulos o outro aumenta também igual , ou não?”
R: (Jorge) “… “
P: “Quando eu aumento a distância para aqui, o outro fica à mesma distância, ou não?”
R: (Jorge) “Fica, porque este triângulo fica na mesma”
P: “Se fosse outra figura qualquer acontecia o mesmo, ou não?”
R: “… “
P: “Se eu fizesse outra figura, por exemplo um rectângulo, um quadrado ou um círculo, acontecia o mesmo? Ora vamos experimentar”
Desenho um círculo e faço a sua reflexão. Respondem em simultâneo:”Sim”.

Excerto 3

P: “O vértice em cima do outro. O F do lado esquerdo em cima do F do lado direito”
R: “Consegue-se”
P: “E mais pontos? Será que se podem por mais pontos uns em cima dos outros?”
R: (Jorge) “Sim, o D e o G”
P: “Sim, mas só cruzando as figuras. E uma letra em cima da outra letra igual?”
R: (Jorge) “Sim”
P: “E onde é que isso acontece?”
R: “Na linha”.

Tarefa 7

Excerto 1

P: “Faz o Roo desenhar um círculo. O que é que acontece ao Boo?
R: “também faz”
P: (Vítor) “Experimenta lá”
R: “Ele desenha como a linha azul”
P: “Mais ou menos. Mas desenha da mesma maneira, ou… “
R:”Desenha da mesma maneira, só que ‘tá virado p’ra cima”
P: “’Tá virado p’ra cima. Ah!”
P: ”Carreguem agora no botão que diz um Boo diferente e respondam às quatro perguntas. Onde é que o Roo consegue agora apanhar o Boo?”.

Excerto 2

P: “Apanhou ou não? É no mesmo sítio de há bocado?”
R: (Vítor) “Acho que é”
P: “E agora o que é que acontece ao Boo?”
R: “O Roo desce e o Boo sobe”
P: “Exactamente. Mas ele sobe na vertical, ou sobe inclinado, como é que é?”
R: “Sobe na vertical”
P: “Quando o Roo desenha um círculo, o que é que acontece ao Boo? Faz igual à bocado, ou não?”
R: (Vítor) “Agora faz igual”
P: “Vamos agora fazer partir os dois do mesmo sítio. E agora qual é a diferença?”
R: (Vítor) “Não está posicionado no mesmo sítio”
P: “Não está posicionado no mesmo sítio… O que é que queres dizer com isso? É que um está mais acima e o outro está mais abaixo? Ou começam em sítios diferentes?”
R: “Começam em sítios diferentes”.

Excerto 3

P: “Então?”
R: “Não dá”
P: “Façam com que o Roo descreva uma linha horizontal. O que é que acontece ao Goo?”
R: “Vai mais à frente”
P: “Vai mais à frente , mas o que é que ele descreve…também?”
R: “Descreve a mesma coisa, mas começam em sítios diferentes”
P: “Mas o que é que ele faz?”

R: “Rectas”
P: “Rectas, mas… Como é que vocês chamam a essas rectas? Como é que é a posição delas?”
R: “… “
P: “Olhem lá! Elas tocam-se em algum ponto?”
R: ”Não”
P: “São como? São como os carris do comboio, ou não?”
R: “São”
P: “E vocês não falaram na aula como é que se chamam essas rectas?”
R: “Ai , chamam-se… Chamam-se…p… perpendiculares”
P: “Não serão paralelas”
R: “É isso!”
P: “Faz o Roo descrever um círculo. O que é que faz o Goo? Desenhem lá um círculo”
R: “Faz um por cima do outro”
P: “Um por cima do outro?”
R: “Eles passam aqui”
P: “Mas esperem lá. Mas faz um por cima do outro, ou fazem em separado… As duas figuras estão uma por cima da outra?”
R: (Jorge) “Elas encontram-se”
P: “Mas então, se vocês quisessem descrever o que faziam o Roo e o Goo como é que descreviam? Façam de conta que eu não estava a ver”
R: (Jorge) “Fazem a mesma coisa só que começam em sítios diferentes”
P: “Começam em sítios diferentes. E fazem exactamente a mesma coisa? Quando um anda para a direita, o outro anda para a direita, quando um anda para a esquerda o outro também anda para a esquerda, é isso?”
R: “É”.

Excerto 4

R: (Vítor) “Encontraram-se”
P: “Experimentem andar com o Boo e com o Goo juntos”
R: (Vítor) “Encontrar, encontram-se, mas andarem juntos , não”
P: “Não? Ora experimenta lá”
R: “Sim”
P: “E quando andam juntos, o que é que fazem o Roo e o Moo?”
R: “Fazem a mesma coisa, só que não se encontram”
P: “Só que não se encontram. Vamos lá ver se é isto que vocês querem dizer: Quando o Boo e o Goo estão juntos, o que é que eles descrevem, que figura é que eles fazem?”
R: “… “
P: “Assim não andam juntos. Ora experimentem lá juntar o Boo e o Goo. Vocês já viram que eles conseguem andar juntos… mais, mais… anda lá”
R: “… “
P: “Vítor! Anda lá com o Boo e o Goo juntos… Assim, não, assim separa-los! Tem que ser juntos”
R: (Vítor) “Fazem um triângulo”
P: “Um triângulo?”
R: “Não ”
P: “Então que figura é que eles fazem?”
R: (Vítor) “Faz duas linhas paralelas”
P: “Faz duas linhas paralelas?”
R: “Fazem uma recta ”
P: “E o que é que fazem o Roo e o Moo?”
R: “Fazem duas paralelas ”
P: “Façam agora o Roo e o Moo fazer um círculo. … O que acontece ao Goo e ao Boo?”
R: (Vítor) “Parece uma bola furada”
R: “Faz em sítios diferentes ”
P: “Mas como é que descreviam o que faz o Roo e o Moo? Ficam juntos, mais separados…”
R: (Vítor)” Ficam mais separados”.

Par C: Miguel e José Pedro

	Questionário 1ª vez		Questionário 2ª vez	
Alunos / **Questões**	**J. Pedro**	**Miguel**	**J. Pedro**	**Miguel**
1	Gosto. Divertido. Aprende-se muitas coisas	Não. Às vezes é difícil	Gosto. Contas, reduções.	Mais ou menos. Contas de dividir difíceis
2	Tabuadas do 2 e do 3	Caderno e alguns números	Algoritmos	Caderno e alguns números
3	Problemas. Tenho que pensar.	Geometria. É divertido	Geometria (Geoplano)	Reduções; Divertidas
4	Contas, tabuada, geometria	Contas e geometria	Coisas divertidas	Contas, reduções, etc.
5	Importante para o futuro	Importante para ensinar.	Importante para ensinar…	Importante para ser …

Quadro 4- Comparação do tipo de respostas dadas pelos alunos do par C

Questões:
1- Gostas de Matemática? Porquê?
2- O que é para ti a Matemática? Faz um pequeno desenho sobre o que a Matemática representa para ti.
3- O que gostas mais de fazer quando trabalhas em Matemática? Porquê?
4- O que aprendes em Matemática?
5- Achas que o que aprendes em Matemática é importante? Porquê?

Tarefa1

Excerto 1

P: "O que é igual nos dois caminhos "
R: "O Diogo anda para... p'rós lados e a Luísa anda em recta, assim para cima "
P: "A Luísa anda em recta. E o Diogo?"
R: "Anda também em recta só que é para baixo "
P: "E andam os dois o mesmo? "
R: "Não "
P: "Então qual é a diferença?"
R: (José Pedro) "A diferença dos dois caminhos é que… "
R: (Miguel) "Já sei!"
R: (Os dois) "O Diogo anda assim (de um lado para o outro) e a Luísa anda de cima para baixo"
P: "Mas se calhar há uma diferença que com certeza vocês não estão a reparar"
R:" Se eu puxar mais rápido anda mais rápido; Se puxar devagar anda devagar"
P: "É só uma questão de velocidade?
R: "Sim!"
R.(Miguel) "Não, o Diogo anda muito e a Luísa anda menos"
P: "Mas muito, como?"
R: (José Pedro.) (mostrando excitação ao elevar o tom de voz e lendo o texto da ajuda) "O Diogo anda num segmento de recta e a Luísa anda numa recta"
P: "De certeza?"
R: "Sim, porque a Luísa não tem princípio nem fim e o Diogo tem princípio e fim"

Excerto 2

P: "Se eu não estivesse a olhar para aí, como é que me diziam que andavam o Diogo e a Luísa?"
R: (Miguel) "Já se O Diogo anda à volta do segmento de recta da Luísa"
P: Insisto: "Isso que vocês disseram é o que é igual ou diferente?"

R: “Igual”
P: “Então o que é igual nos dois caminhos?
R: “…”
P: “Há alguma coisa que ambos façam do mesmo modo?”
R: “Não”
P: “Então o que é que é diferente? Vocês já disseram ?!
R: “O Diogo anda à volta da Luísa e a Luísa faz um segmento de recta”… (escrevem enquanto falam). A certa altura, Miguel diz : “A Luísa traça um diâmetro… “
P: “É um diâmetro?”
R: “É um diâmetro da circunferência porque vai de um lado ao outro lado”
Carregam no botão que dá acesso à ajuda e fazem mover os fantasmas”
R: (Miguel) “Ah já estou a perceber… “.

Excerto 3

P: “Quantos lados é que tem (a outra figura)?”
R: “Um, dois, três, quatro, cinco, seis,…, sete,…tem oito lados”
P: “Então a Luísa faz uma figura com oito lados, e o Diogo?”
P: “Deixem lá os nomes. Digam só o que acham que as duas figuras têm de igual?”
R: “Fazem segmentos de recta”
P: “Mas fazem segmentos de recta seguidos uns aos outros ou fazem uma figura?”
R: “Fazem uma figura com os segmentos de recta seguidos uns aos outros”
P: “E o que é que é diferente?”
R: “As figuras são diferentes”

Tarefa 2

P: “O que é que traçaram agora?”
R:”Um segmento de recta”
P: “Um segmento de recta. Não será uma semi-recta?”
R: “É ! É uma semi-recta”
P: “Porque é que ele não vos deixa medir a semi-recta?”
R: (Miguel antecipando-se ao colega) “Porque não tem princípio nem fim…porque tem princípio, mas não tem fim”
P: “Porque é que não dará (medir a recta)?”
R: “Não tem princípio nem fim”.

Tarefa 3

P: “O quadrado tem os quatro lados iguais. Muito bem. Então arrastem lá o vértice… o vértice B. Pronto! O que é que se está a passar com os lados?”
R: (José Pedro) “O quadrado está a encolher e a esticar”
P:”E o que é que se passa com a medida dos lados?”
R: (Miguel) “‘tá… ‘tá a aumentar e a diminuir”
P: “Mas aumentam todos por igual, ou uns aumentam mais do que os outros?”
R: (José Pedro) “É tudo igual, é tudo igual”
P: “Agora reparem na medida dos ângulos”
R:(José Pedro) “Ficam iguais”.

Tarefa 4

P: “Olhem para as duas figuras no computador, a vermelha e a verde. Qual delas é um quadrado?”
R: “São as duas”
P:”Queria agora que seleccionassem o vértice B’ da figura verde e o arrastassem. Ainda é um quadrado?”

R: (Miguel) “Não. É o mesmo quadrado só que anda de um lado para o outro”
R: (José Pedro) “Não é. Quando viramos, os ângulos não são de noventa graus”
R: (Miguel) “ Pois é! Não é um quadrado”.

Tarefa 5

R: (José Pedro) “Tínhamos que medir, porque se o raio tem 2 cm… “
P:” O que é que o tamanho da circunferência tem a ver com o raio?”
R:(José Pedro) “É que se somarmos os dois raios dá o tamanho da circunferência”
R. (Miguel) “O raio podia ser diferente … ai, não, que na circunferência é o mesmo”
R: (José Pedro) “Temos que medir… tínhamos que medir, porque se o raio tem 2 cm… não, não era preciso medir”
P: “Conseguem então dizer-me o que é uma circunferência?”
R: (Miguel) “ …”
R: (José Pedro) “Consigo… A circunferência… uma circunferência é uma roda”
P: “E não me conseguem dizer nada acerca dessa roda?”
R: (Miguel) “Tem uma forma assim de bola”
R: (José Pedro) “Podemos fazer raio e diâmetro”
P: “Mas como é essa roda; Porque é que vocês dizem que é uma roda?”
R: (Miguel) “… “
R: (José Pedro) “Tem o tamanho do diâmetro”
P: “Mas esperem lá: Que tamanho tinha a roda? (2cm). Como é que sabem que o tamanho do diâmetro é o tamanho da circunferência?”
R: (Miguel): “… “.

Tarefa 6

P: “Seleccionem agora a recta e mexam com ela para um lado e para o outro. O que é que acontece?”
R: “O reflexo ‘tá-se a mexer”
P: “O reflexo está a mexer-se, mas agora uma pergunta: Se eu tiver de viajar do ponto H para a recta e deste ponto H para a recta, viajo a mesma coisa sempre, ou não?”
R: (Miguel) “Se viaja sempre a mesma coisa?”
P: “Se a distância é a mesma”
R: (Miguel) “É”
P: “Mas então o que é que está a acontecer? Vocês mexem a recta e, à medida que a afastam do original, que é que acontece ao reflexo”
R: (José Pedro)“Também se afasta do original”
P: “Queria saber se era possível pôr um dos vértices do triângulo da esquerda em cima de um dos vértices do triângulo da direita. Como é que é possível fazer isso?”
R: “Na recta!”.

Tarefa 7

Excerto 1

P:” “Onde é que o Roo consegue apanhar o Boo?”
R: (José Pedro) “Heee. Só se fazemos uma recta”
P: “E o que é isso de fazer uma recta?”
R: (José Pedro) “ Nas linhas”
P: “Nas linhas?”
R: (José Pedro) “Sim”
P: “Maas se vocês andarem com o Roo para cima…ora andem lá com o Roo p’ra cima….Já não o apanham!?”
R: “Não”
P: “Então, o que é que precisam de fazer para que eles andem juntos… Ou melhor, antes disso. O que é que faz o Roo e o que é que faz o Boo?”

R:(Miguel) “O Roo anda p’a cima e (o Boo) p’a baixo”
P: “Exacto… “
R: (José Pedro) “É como se o Roo fosse… “
Os alunos trocam ideias em voz baixa.
R: (José Pedro) “ A linha de… “
P: “O eixo?”
R: (José Pedro)” Sim o eixo de … “
P: “O eixo de simetria?”
R: “Sim”.

Excerto 2
P: “Muito bem. E então onde é que o Roo e o Goo conseguem andar juntos”
R: (Miguel., muito rápido) “no eixo de simetria”
P: “De certeza? Ora experimentem lá. E eles assim conseguem andar juntos?”. Ora façam lá com que eles andem juntos”
P: “Não há só essa maneira de eles andarem. (estavam a andar para cima e para baixo) Miguel, tu estavas a dizer que eles andavam juntos no eixo de simetria. Então façam-nos lá andar juntos”.

Excerto 3
P: “Façam agora as questões anteriores.
R: (Miguel) “Apanha na mesma no … eixo… “
P: “No eixo de simetria?”
R: “É”
P: “(José Pedro) “ O Goo faz na mesma”
P: “Faz na mesma como há bocado?”
R: “Faz”
P: “Os triângulos estão na mesma posição?”
R: “Não”
P: “Ah!”
R: (Miguel) “É como uma folha espalmada…” (fazem o gesto de desdobrar uma folha de papel previamente dobrada a meio).
P: “Façam o Roo desenhar uma circunferência como há pouco. O que é que faz o Goo?”
R: (José Pedro) “Faz o mesmo”
R: “Roda”
P: “Roda? Então faz uma rotação?”
R: “Sim”.

Excerto 4
P: “E agora quando é que o Roo apanha o Goo?”
Os alunos riem-se enquanto tentam fazer coincidir os dois pontos.
P: “Dá p’ra apanhar?”
R: “Não”
P: “Façam com que o Roo descreva uma linha horizontal. O que é que faz o Goo?”
R: (Miguel) “Vem atrás”
R: (José Pedro) “Faz outra linha”
P: “Mas como?”
R:(José Pedro) “Horizontal também”.
P: “Mas serão… E encontram-se?”
R: “Não”
P: “Vocês sabem como é que se chamam duas linhas que não se encontram?”
R: (Miguel) “Ai.. eu já sa… Eram, anh… “
P: “Não serão paralelas?”
R: (Miguel) “É isso, paralelas”.

Excerto 5
P: “Faz com que o Roo descreva um círculo. O que é que acontece ao Goo?”
R: “Também faz um círculo”
P: “Mas como?”

R: (Miguel) "Igual ao outro"
R: (José Pedro) "Fazem todos iguais"
P: "E todos no mesmo sítio?"
R: (José Pedro) "Não"
P: "Mas será que podem descrever o que é que se passa? Há bocado vimos que… vocês disseram que era um eixo de simetria. E agora? Por exemplo. P'ró Roo e para o Goo qual será o eixo de simetria?"
R: "É assim (horizontal)"
P: "Não é bem horizontal, mas… bom, 'tá bem"
P: "E p'ró Roo e p'ró Boo, qual seria o eixo?"
R: (Miguel) "Vertical"
P: "E p'ró Roo e p´ró Goo?"
R: "É assim (oblíquo) "
P: "E o Moo e o Boo também será uma coisa dessas? Uma reflex… sim, uma reflexão?"
R: "Sim"
P:"E qual será o eixo?"
R: "Vertical".

Par D: Nancy e Rui

	Questionário 1ªvez		Questionário 2ªvez	
Alunos / Questões	**Nancy**	**Rui**	**Nancy**	**Rui**
1	Gosto. É divertida. Aprende-se muito	Gosto; É fácil e divertida	Gosto. É engraçada	Gosto.
2	Planta da sala de aula com alguém no quadro.	Cadeira, mesa e caderno com contas	Algoritmos, Planta da sala de aula com a professora no quadro	Cadeira, mesa e caderno com contas
3	Contas e desenhos	Contas.	Contas e problemas	Geometria para inventar figuras.
4	Contas	Contas; Geoplano	Contas e problemas	Contas e medidas.
5	Brincar e medir	Importante para ensinar	Importante para o Ciclo …	Importante para o futuro

Quadro 5- Comparação do tipo de respostas dadas pelos alunos do par D

Questões:
1- Gostas de Matemática? Porquê?
2- O que é para ti a Matemática? Faz um pequeno desenho sobre o que a Matemática representa para ti.
3- O que gostas mais de fazer quando trabalhas em Matemática? Porquê?
4- O que aprendes em Matemática?
5- Achas que o que aprendes em Matemática é importante? Porquê?

Tarefa 1

Excerto1

P: "E fizeste tudo?
R: (Nancy) "… "
R: (Rui): "Ah! Agora já sei! De igual eles andam para os lados e de diferente, …, de di ferenteeeeeeeee… "
P: "Andam a mesma coisa?

R: (Nancy): “Não! A Luísa anda assim”(efectua o movimento com as mãos)
R: (Rui) “A Luísa anda para cima e para baixo e sai, …, e sai..” (do ecrã)
P: “E o Diogo?”
R: (Rui) “O Diogo não”
P: “Nancy, é a tua opinião?”
R: “Luísa dá para sair e o Diogo não”
P: “Então sugiro que carreguem no botão de ajuda”.

Excerto 2
R: (Nancy) “E a Luísa é um seg… é uma recta, porque pode andar…”
P: “Ora põe-na lá a andar… “
R: “…”
P: “Então o que é igual nos dois caminhos?”
R: (Rui) “São rectas”
P: “É isso, Nancy?”
R:”… “
R: (Rui) “Mas não são iguais”
P: “Não, tu disseste há pouco que eram iguais, que eram rectas, caminhos rectos”
R: (Rui) “Sim, mas não são iguais”
P: “Sim, mas agora quero que a Nancy me diga se acha que os caminhos, por serem rectos são iguais”
R: (Nancy) “…“
P: “Por exemplo, podia ser um às curvas e outro direito. É isso?”
R: “… “ :
P: “É, Nancy? Um é às curvas e o outro é direito? Ou não?”.

Excerto 3
R: (Nancy) “Porque está sempre a tremer… “
P: “Mas então achas que não têm nada de igual os dois caminhos?”
R: (Nancy) “… “
P: “E de diferente?”
R: (Nancy) “De diferenteeeee…. “
R: (Rui) “Eles nunca se encontram”
P: “Mas então como é que respondem aqui (na folha)?”
R: (Rui) “Um é maior e outro mais pequeno” (esquece-se que tem a solução escrita no monitor)
R: (Nancy) “Um é uma recta e o do Diogo é um segmento de recta”
P: “E então o que é que eles fazem de igual?”
R: (Rui) “De igual, andam”
P: “E tu Nancy o que achas que têm de igual?”
R: (Nancy) “Não têm muito”
P: “Mas se não têm muito é porque têm alguma coisa. O que é que eles têm de igual?”
R: (Nancy) “Não têm nada”
P: “Porquê?”
R:”Não sei”.

Excerto 4
P: “O que há de igual nos dois caminhos?”
R: “…“
P: “Há alguma coisa que os dois façam igual?”
R: (Rui) “Não. Não há nada que façam de igual”
P: “Não há nada de igual?”
R: “Não, porque o Diogo faz tudo recto e a Luísa faz tudo curvo”
P: “Tens a certeza?”
R: (Rui) “A certeza, a certeza, a certeza”
P: “Nancy e tu?
R: “Igual. Faz a mesma coisa”
P: “E que coisa é que ele faz?”
R: (Rui) “A da Luísa é maior, é recto, e o do Diogo é mais pequeno, só que…e também é recto!”

P: “E então?”
R: (Rui)”De igual os dois têm que é recta, e de diferente…”
P: “É recta? Mas então não andam à volta?”
R: “Sim, mas é recta”
P: “É uma volta que é recta?”
R: (Rui) “Sim. E a do Diogo é mais pequena”
P: “Mais pequena?”
R: (Rui) “Sim, tem menos lados. E a da Luísa tem mais lados”.

Tarefa 2

Excerto 1

P: “O que é que vocês construíram agora?”
R: (Rui) “ Uma recta”
P: “Então meçam-na lá”.
R: (Rui) “Não dá!”
P: “Porquê?”
R:”… “
P: “Então porque é que vocês conseguiram medir o segmento de recta e não conseguem medir nem a recta nem a semi-recta?”
R: (Rui) “Porque não tem princípio nem fim”
P: “Quem?”
R: “A semi-recta não tem fim, e a recta não tem princípio nem tem fim”.

Excerto 2

P: “E agora, é o mesmo triângulo ou não?”
R: “É o mesmo triângulo, só está a aumentar”
P: “É o mesmo triângulo, não muda de forma, só muda de tamanho?”
R: (Rui) “Muda”
R: (Nancy) “Muda de forma e de tamanho … “
P: Mas muda de forma, ou só muda de tamanho?”
R: (Rui) “De tamanho”
P: “Só muda de tamanho, não muda de feitio. Continua a ser um triângulo?”
R: “Continua a ser um triângulo”
P:”E continua a ser o triângulo que vocês desenharam no princípio, ou já é um triângulo diferente?
R: (Nancy) “Já é um triângulo diferente”
P:” Então temos aqui um problema, ele diz que é o mesmo triângulo e tu dizes que é um triângulo diferente”
R:”…“.

Excerto 3

P: “E agora é o mesmo triângulo?”
R: (Rui) “É o mesmo triângulo porque aumenta e ‘tá a descer”
P: “Nancy, Porque é que tu disseste que não era o mesmo triângulo?”
R:”…”
P: “O que é que achaste de diferente nos dois triângulos? Foi a forma? Muda de forma, muda de feitio, ou muda só de tamanho?”
R: (Nancy) “Só muda de tamanho”
P:”Então não muda de feitio?
R: “…”.

Excerto 4

P: “E agora é o mesmo triângulo, ou não?”
R: (Rui) “É o mesmo triângulo que está a rodar”
R: (Nancy) “’tá a dar a volta”
P: “Então e se eu fizer assim?” (Arrasto um vértice e desenho um triângulo obtusângulo”

R: (Rui) “É um triângulo obtusângulo”
P: “E agora assim?” (construo um triângulo rectângulo) “ Ainda tem um ângulo obtuso?”
R: (Rui) “Tem um ângulo recto”
P: “ E ainda se chama a mesma coisa?”
R: (Rui) “Não”
P:” Muda de nome?”
R: (Rui) “Muda de nome”
P: “É o mesmo triângulo ou não?”
R: (Rui falando muito rápido) “É o mesmo triângulo só que muda de nome”.

Tarefa 3

Excerto 1

P: “O que é que para vocês um quadrado?”
R: (Nancy) “E um grupo… “ (?)
R: (Rui) “Tem quatro lados e os lados são todos ângulos rectos”
P: “Explica lá outra vez o que é um quadrado?”
R: “Tem os lados todos iguais e os lados são todos ângulos rectos”
P: “Os lados são todos ângulos rectos? Pronto, está bem”.

Excerto 2

P:”Nancy mexe outra vez no quadrado. Isso! Reparem nos números a verde e nos números a azul. O que está a acontecer com os números a verde?”
R: (Nancy) “Está a aumentar”
P: “E a diminuir. E o que é que se passa com os números a azul, as medidas dos ângulos?”
R: (Nancy) “Ficam sempre”
P: “Ficam sempre em que valor?
R: (Nancy) “Em noventa graus”
P: “Em noventa graus, não é? São ângulos quê? …Rectos, não é?”
R: (Rui) “É”
P: “Estava certo ou não, aquilo que vocês diziam?”
R: (Rui) “ Certo”.

Tarefa 4

R:”Não!”
P: “Então o que é que está a acontecer? Isso aí (figura verde) ainda é um quadrado?”
R: (Rui) “É”.
P: “Mas não está com os lados iguais e com os ângulos iguais, como é que é?”
R:”... “
P: “Aconteceu alguma coisa. O quadrado como é que tem os lados?
R: (Rui) “Iguais”
P:” Mas iguais a quê?”
R: “…“
P:” Mexam na figura vermelha. O que é que se passa? Vejam os ângulos… a medida dos ângulos quanto é?”
R: (Rui) “Noventa graus”
P: “E essa figura é um quadrado, ou não é?”
R: (Rui) “É”
P: “Então agora vejam o que acontece na figura verde. O que é que acontece aos ângulos?”
R: “Ficam diferentes”
P: “Mas também chegam aos noventa, não é? Essa figura ainda é um quadrado, ou não é?”
R: “Não!”
P: “Varia o quê?”
R: (Nancy) “Os ângulos”.

Tarefa 5

Excerto 1

P: “Ora aumentem e diminuam a circunferência. O que é que acontece ao raio?”
R: “Aumenta e diminui”
P: “E o outro?
R: “Também aumenta e diminui”.
P: “Quantos raios acham vocês que se podem traçar na circunferência?”
R: “Infinitos”
P: “Infinitos?”
R: (Rui) “Infinitos” (fecha os olhos e assente com a cabeça).
R: (Nancy) “Sim”
P: “O outro raio mede o mesmo (que o primeiro), ou não?”
R: “Mede”.

Excerto 2

P: “Tem os lados todos redondos e não tem extremidades. É uma circunferência?
R: (Rui) “Não”
P: “Então o que é que a circunferência tem que aquele não tem?”
R: “Extremidades”
P: “Aquele não tem extremidades, desculpa lá! E a circunferência também não tem extremidades”
R: (Rui) “O lado não é igual”
P: “Não é igual? Não é igual a quê?”
R: (Rui) “Não é todo redondo assim”
P: “Não é todo redondo assim. Então o que é que tem a circunferência que aquele não tem?
R: (Rui) “É redonda”
P: “Mas aquele também é redondo!”
R: (Rui) ”É traçada com o compasso”
P: “Quando é traçada com o compasso o que é que acontece?
R: (Rui) “Não fica assim (torta)”
P: “E porque é que não fica assim?”
R: (Rui) “… “
P: “Olhem lá. Olhem para o computador. A que distância é que está a circunferência do centro?”
R: “Três centímetros”
P: “E o outro raio quando é que mede?”
R: (Rui) “Três centímetros”
P: “E podia medir menos?”
R: (Rui) “Não”
P: “Porquê?”.
R: (Rui) “Porque… na circunferência por dentro é igual”
P: “Ah!. Então o que é uma circunferência?”
R: “Por dentro a medida é toda igual”
P: “A medida é toda igual por dentro? Mas a circunferência é uma linha, aquela linha que está fora; e então o que é que é sempre igual?”
R: (Rui) “A linha”
P: “Arrasta o rato. Arrasta um dos raios para dentro”
R: (Rui) “Ah! Diminui”
P: “E o que é que acontece ao tamanho do outro?”
R: (Rui) “Fica igual” (ou seja diminui conforme o primeiro)
P: “E se traçássemos mais raios?”
R:(Rui) “ Era igual”
P: “Era igual. Então o que é uma circunferência?”
R: (Rui) “…quando nós traçamos o raio, a medida é igual”.

Excerto 3

P: “Quanto mede agora o raio da circunferência?”
R: “Zero”

P: “E é ainda uma circunferência?”
R: “É”
P: “Porque é que vocês dizem que ainda é uma circunferência?”
R: (Rui) “Porque é redonda”
P. “E isto (“des-seleccionei” o ponto resultante da coincidência anteriormente feita) é uma circunferência?
R: “É”
P: “Mas não tem raio (o ponto)…! E esta tem! (a circunferência com o raio diferente de zero)”
R: (Nancy) “É que esta (o ponto) não pode ser aumentada e esta (a circunferência) pode”.

Tarefa 6

Excerto 1

P: “Estes triângulos, o que é que se passa com eles?”
R: “São iguais”
P: “São exactamente iguais?”
R: (Rui) “Este aqui é o espelho. Esta coisa é o espelho”
P: “E então se a coisa é o espelho … (coloco letras nos vértices). Então vamos lá ver uma coisa: Estes dois triângulos são iguais, ou não?”
R: “São”
P:”São exactamente iguais?”
R: (Rui) “São”
P: “Têm todos os vértices na mesma posição?”
R: (Rui) “Não!”
P:”Não? Então?”
R:(Rui) “Este está para o lado direito e este está para o lado esquerdo”
P: “(Nancy) É isso?”.

Excerto 2

P: “Então, agora fazem o seguinte: Seleccionam aqui isto (o eixo de reflexão) e andam com ele de um lado para o outro”
R:(Rui) “O ponto afasta-se”
P: “É só o ponto que se afasta?”
R: (Rui)”É o triângulo”
P: “E então, digam-me uma coisa: Se eu quiser andar deste ponto para aqui e deste para aqui, ando o mesmo ou não?”
R: (Rui) “P’ró mesmo lado não”
P: “Não é para o mesmo lado. É se é o mesmo caminho, o mesmo comprimento. É?”.
R: (Rui) “É”
P: “Pronto. E então… Arrasta lá esse eixo… arrasta lá essa recta. E agora o que é que está a acontecer aos dois?”
R: (Rui) “Não se mexe” (o triângulo original)
P: “Este não se mexe, mas se eu tiver de andar daqui para aqui e daqui para aqui, ando o mesmo, ou não?”
R: (Rui) “Sim”
P: “O eixo está a afastar-se do triângulo, não é?”
R: (Nancy) “A linha afasta-se para aqui e o triângulo também se afasta”
P: “Exactamente”
R: (Rui) “Mas está na mesma medida”

Excerto 3

P: “Queria que vocês seleccionassem um vértice de um dos triângulos e andassem com ele para onde quiserem. O que é que acontece ao outro?”
R: (Nancy) “Um mexe e outro também mexe”
P: “Mas mexem da mesma maneira, ou um anda ao contrário do outro?”
R: (Rui) “Andam da mesma maneira”
P: “Ai andam? Então vamos cá ver uma coisa. Eu vou andar com o ponto A para a direita”
R: (Nancy) “O outro também ‘tá a andar”

P: “Para a direita?”
R: (Rui) “Não, para a esquerda”
P: “Então não andam da mesma maneira, pois não?”
R: (Rui) “Não”
P: “Então o que é que acontece?”
R: (Rui) “Este anda e o deste lado anda diferente”
P: “Como é que anda diferente?”
R: (Rui) “Anda como se fosse em espelho”

Excerto 4

P: “Eu consigo pôr um vértice em cima do outro?”
R: (Rui) “Consegue”
P: “Onde? Onde é que eu consigo fazer isso?”
R: (Nancy) “No triângulo verdadeiro”
P: “No triângulo verdadeiro? O que é isso?”
R: (Rui) “Não, para a esquerda”
P: “Então não andam da mesma maneira, pois não?”
R: (Rui) “Não, para a esquerda”
P: “Então não andam da mesma maneira, pois não?”
R: (Rui) “Não”
P: “Então o que é que acontece?”
R: (Rui) “Este anda e o deste lado anda diferente”
P: “Como é que anda diferente?”
R: (Rui) “Anda como se fosse em espelho”
R: “Não”
P: “Então o que é que acontece?”
R: (Rui) “Este anda e o deste lado anda diferente”
P: “Como é que anda diferente?”
R: (Rui) “Anda como se fosse em espelho”
R: (Rui) “No triângulo verdadeiro”
P:”E o outro não é verdadeiro?”
R: (Rui) “O outro é um espelho”
P: “Ah! ‘tá bem”
P: “E quando nós pegamos no verdadeiro quando é que pomos um vértice em cima do outro?
R: (Rui) “Quando pegamos no verdadeiro triângulo e pomos em cima da recta, o outro também …”
P: “É isso Nancy, não há dúvidas?”
R: (Nancy) “É”
P: “Agora eu apaguei o triângulo do lado direito e ficou o do lado esquerdo. Porquê?
R: “Porque é o espelho”
P: “Agora vou apagar o do lado esquerdo… “
R: “Apagou os dois!”
P: “Porquê?”
R: (Nancy) “Quando o verdadeiro desaparece o espelho também desaparece”

Tarefa 7

Excerto 1

P: “Onde é que o Roo consegue apanhar o Boo?” (alínea a).
R: (Nancy) “No ponto”
P: “No ponto? Que ponto?”
R: (Rui) “O Boo vai p’ra cima e o Roo vai ao mesmo tempo para baixo e consegue encontrar”
P: “Nancy, experimenta agora tu. Onde é que o Roo apanha o o Boo?”
R: (Nancy)”…“
P: “Tu desenhaste uma figura, não foi? Em que sítio da figura é que o Roo apanha o Boo?”
R: (Rui) “Quando o Boo vai p’ra cima e o Roo vai p’ra baixo”

P: “Experimentem desenhar com o Roo ou com o Boo uma figura qualquer, um quadrado, um triângulo, o que vocês quiserem. Um quadrado. Ora desenhem um quadrado…. Onde é que eles se encontram? Oh Nancy, faz tu, para não ser sempre ele. Onde é que eles se encontram?”
R:(Nancy) “…“
P: “Tens alguma ideia de como hás-de responder à pergunta onde é que eles se encontram?”
R: “Nunca”
P: “Nunca? Então a linha azul … “
R: (Rui) “A linha azul é o fim do quadrado”
P: “É o fim do quadrado? Onde é que é o fim do quadrado? É num vértice, é num lado, como é que é?”
R: (Rui) “É num vértice”
P: “Num vértice? Em que vértice é que eles se encontram? Ora aponta-me lá. Só ai é que eles se encontraram?”
R: “Num vértice da figura”
P:”Então como é que vocês respondiam à pergunta?”
R: (Rui) “O Goo e o Boo encontram-se nos dois vértices do quadrado, no do lado direito e no do lado esquerdo”.
P: “Nancy como é que respondias à pergunta?”
R: (Nancy) “Aqui”
P: “E onde é que é o aqui?”
R: (Nancy) “No quadrado do Roo é no vértice de cima e no quadrado do Goo é no vértice de baixo”

Excerto 2
P: “Faz um triângulo rectângulo com o Roo. O que é que faz o Boo ?”
R: (Rui) “O Boo faz o mesmo que faz o Roo”
P: “Exactamente da mesma maneira?”
R: (Rui) “Não. O Boo quando vai fazer esta linha faz p’ra baixo e o Roo faz p’ra cima”
P: “Pronto. Isto tem alguma coisa a ver com …”
R: (Rui)” “É como se fosse um espelho”.
P: “Será que o Roo e o Boo conseguem traçar juntos um coração?”
R: “… “

Excerto 3
R: (Rui) “Não”
P: “O que é que acontece quando… “
R: (Nancy) “O Roo faz horizontal e o Goo faz vertical”
P: “Agora façam o Roo desenhar um círculo. O que é que acontece ao Goo?”
R: “Também faz um círculo”.
P: “Faz exactamente igual, faz diferente… “
R: (Rui) “Quando o Roo vai p’ra cima, o Goo ´tá p’ró lado”
P: “Bom. E os círculos são iguais?”
R: “Não”
P: “Porque é que não são iguais?”
R: (Rui) “Porque quando acaba ‘tá lá em cima o do Goo”
P: “Mas se eu pusesse um círculo em cima do outro havia diferença entre os dois, ou não, ou era a mesma coisa?”
R: (Rui) “Aannn… “
P: “Por exemplo, se eu conseguisse tirar daí um círculo, por exemplo, o círculo cor de rosa e o pusesse em cima do círculo verde, … Eram iguais, ou não?”
R: (Rui) “Não… e aquela ‘tava p’ra cima e aquela ‘tava p’ró lado”
P: “Então vamos lá ver uma coisa. Se eu pudesse tirar um círculo daqui e o pusesse em cima daquele ali de maneira que o Roo ficasse em cima do Goo, os círculos eram iguais ou eram diferentes?”
R: (Rui)” “Ficava igualzinho”

Excerto 4
P: “Muito bem. Agora vamos fazer com o Roo e o Moo. Onde é que o Roo apanha o Moo?”

R: “Não dá p’rápanhar”
P: “Não dá p’rápnhar”
R: (Rui) “Porque o Roo anda sempre atrás do Moo”
R:(Nancy) “Não… “
P: “Façam com que o Roo e o Moo descrevam uma linha horizontal”
R: (Rui) “Como?”
P: “Horizontal. É a mesma de há bocado”
R: (Rui) “Faz igual… Faz igual c’o Moo”
P: “E como é que se chamam essas duas linhas, sabem?”
R: (Rui) “Haaan…. Eu já sei! Pa...paralelas”
P: “Agora façam com que o Roo descreva um círculo”
R: (Rui., sem experimentar) “O outro também faz”
P: “Experimenta, que eu quero saber como é que faz…. Faz igual, faz no mesmo sítio…”
R: (Nancy) “gual”
R: (Rui) “Igualzinho, igualzinho, igualzinho”
P: “Façam agora com que o Boo e Goo se juntem. E agora andem com o Roo e com o Moo… Andem com o Boo e com o Goo juntos. O que é que acontece?”
R: (Rui) “O Goo vai p’ra trás e o Moo também. E o Boo e o Moo p’rá frente”
P: “Mas andam em paralelo, não andam em paralelo, como é que é?”
R: (Rui) “O Boo e o Moo andam em paralelo e o Roo e o Goo andam em perpendiculares”
P: “Andam em perpendiculares?”
R: (Rui) “Andam juntos”
P: “E andam juntos é a mesma coisa que andam em perpendiculares?”
R:(Rui) “Não
P: “Quando Roo e o Moo fazem um círculo, fazem dois círculos, o que é que acontece ao Boo e ao Goo?”
R: (Nancy) “… não sei explicar. O Goo e o Moo são iguais. O Roo está virado p’ra este lado (direita) e p’ra cima. O Boo está virado p’rá direita, mas p’ra baixo”

ANEXO G

Análise comparativa das concepções reveladas pelos pares

Questão 1: O que é para ti a matemática?

	Questionário 1ª vez	**Questionário 2ª vez**
Par A	Gosto. É fácil; Aprende-se muito	Gosto. É fácil; Aprende-se muito, é divertido
Par B	Gosto; Interessante; Faz-se contas e simetrias (1)	Gosto; Interessante; Aprende-se muito
Par C	Gosto. Divertido; Não gosto (1); Por vezes é difícil (1), Aprende-se muitas coisas.	Não. Às vezes é difícil
Par D	Gosto; Fácil e divertida	Gosto. Engraçada (1)

Quadro 1 - Respostas dos pares à questão 1 do questionário
(1) Um elemento de um par

Questão 2: Faz um desenho sobre o que é para ti a matemática.

	Questionário 1ª vez	**Questionário 2ª vez**
Par A	Algoritmos e elementos geométricos	Algoritmos e elementos geométricos, computador com tarefas de geometria
Par B	Caderno com algoritmos e elementos geométricos (1)	Gosto; Interessante; Aprende-se muito
Par C	Tabuadas do 2 e do 3	Caderno e alguns números; Geometria.
Par D	Sala de aula (1); Escritório (1)	Sala de aula (1); Escritório (1)

Quadro 2 - Respostas dos pares à questão 2 do questionário
(1) Um elemento de um par

Questão 3: O que gostas mais de fazer em matemática?

	Questionário 1ª vez	**Questionário 2ª vez**
Par A	Contas; Fáceis e divertidas	Contas; Fáceis e divertidas
Par B	Algoritmos e geometria	Algoritmos e geometria
Par C	Problemas; Tenho que pensar(1)	Contas e geometria; Contas e geometria porque gosto de resolver problemas (1)
Par D	Algoritmos e desenhos (1); Algoritmos e geoplano (1)	Algoritmos e problemas (1); Geometria para inventar figuras (1)

Quadro 3 - Respostas dos pares à questão 3 do questionário
(1) Um elemento de um par

Questão 4: O que aprendes em matemática?

	Questionário 1ª vez	Questionário 2ª vez
Par A	Contas, tabuada reduções,	Tudo o que há (1) Contas, tabuada, simetrias, reduções, área e perímetro
Par B	Contas e geometria	Reduções, contas, coisas geométricas.
Par C	Contas, tabuadas problemas e geometria	Contas, reduções e geometria; Coisas divertidas; Fazer matemática brincando (1).
Par D	Contas, tabuada, medir, geoplano	Contas, reduções, tabuadas, medidas

Quadro 4 - Respostas dos pares à questão 4 do questionário
(1) Um elemento de um par

Questão 5: Achas que o que aprendes em matemática é importante? Para que serve?

	Questionário 1ª vez	Questionário 2ª vez
Par A	Importante para saber	Importante para saber e para fazer (fichas)
Par B	Importante para saber (1) Importante para ter futuro (1)	Importante para ensinar (1) Importante para ter futuro (1)
Par C	Importante para o futuro (1)	Importante para fazer; importante para ensinar (1)
Par D	Importante para brincar e medir (1); Importante para ensinar (1)	Importante para o futuro (escolar)

Quadro 5 - Respostas dos pares à questão 5 do questionário
(1) Um elemento de um par

Análise da evolução do desempenho de cada par

Nos Quadros 6, 9, 12 e 15 e Quadros 18, 19, 20, 21, 22 e 23 **(Competências manifestadas),** Quadros 7, 10, 13 e 16 e Quadros 24, 25, 26, 27, 28, 29 e 30 (**Nível de Identificação e Integração de Conceitos)** utilizados neste anexo optei, para comodidade de leitura, por não apresentar as legendas dos símbolos utilizados no seguimento de cada um dos quadros, por ser muito extensa. Assim, as legendas serão apresentadas seguidamente:

Quadros 6, 9, 12 e 15 e Quadros 18, 19, 20, 21, 22 e 23 **(Competências manifestadas)**. Legenda: 1- O reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas; 2- A aptidão para realizar construções geométricas simples, 3- A aptidão para identificar propriedades de figuras geométricas; 4- A aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial. (a) Só em algumas actividades; (b) Só um dos elementos do par.

Quadros 7, 10, 13 e 16 e Quadros 24, 25, 26, 27, 28, 29 e 30 **(Nível de identificação e integração de conceitos)**. Legenda:
<u>Nível de identificação de conceitos</u>: 0- Não identificou o conceito;1- Identifica parcialmente o conceito com ajuda; 2- Identifica parcialmente o conceito sem ajuda; 3- Identifica totalmente o conceito com ajuda; 4- Identifica totalmente o conceito sem ajuda.
<u>Nível de integração de conceitos</u>: 0- Não é efectuada a integração de conceitos; 1- O aluno consegue conjugar mais do que um conceito matemático da mesma natureza ou de naturezas diferentes; 2- O aluno associa correctamente dois conceitos matemáticos e tenta generalizar; 3- O aluno associa dois ou mais conceitos sendo pelo menos um deles de natureza matemática e o outro do mundo real; 4- O aluno faz inferências.

Par A: Sílvia e Carla

Tarefa/Actividade	**Competências**
1/1 Fantasmas	1(a), 2, 3
2/1 e **2/2 Rectas, semi-rectas e segmentos de recta.**	1, 2, 3 1, 2, 3
3/1 Quadrados	1, 2, 3
4/1 Quadrados e losangos	1; 2; 3; 4(b)
5/1 Circunferência	1; 2; 3
6/1 Reflexões	1; 2; 3; 4
6/2 Reflexões	1; 2; 3; 4
7/1Reflexões (Rooboogoo)	1; 2;3
7/2 Reflexões	1; 2;3;4(b)
7/3 Reflexões	1; 2;3

Quadro 6 - Tarefas propostas e respectivas competências manifestadas – par A

Tarefa	**Nível de Identificação**	**Nível de Integração**
1 **1-1** **1-2** **1.-3** **1-4**	 0 3 0 0	 1 1 1 1
2 **2-1** **2.2**	 4 4	 1 1
3 **3-1** **3-2**	 3 4	 1 2
4	4	4
5	4	1
6 **6-1** **6-2**	 3 3	 3 3
7	3	4

Quadro 7 - Identificação e integração de conceitos - par A

Tarefa/actividade	Dificuldades detectadas
1	Identificação dos elementos geométricos escondidos. Descoberta e comparação dos padrões de comportamento das figuras Interpretação da ajuda disponível Comunicação oral e escrita do raciocínio.
2	Utilização da aplicação para experimentar Comunicação escrita do raciocínio.
3	Comunicação oral e escrita do raciocínio.
4	Utilização da aplicação (movimentação do rato) Comunicação escrita do raciocínio.
5	Comunicação escrita do raciocínio.
6	Utilização da aplicação Comunicação oral e escrita do raciocínio.
7	Comunicação escrita do raciocínio.

Quadro 8 - Dificuldades detectadas – par A

Apreciação das tarefas pelo par A

Excerto 1

P:"Lembram-se de alguma das tarefas que fizeram?"
R: (Sílvia) "A da circunferência"
P:"Era a da circunferência…de aumentar e diminuir a circunferência. E tu, Carla?"
R: (Carla)"Era… aquela do quadrado… não me lembra agora."
P:"Das tarefas que vocês se lembram houve alguma que tivessem gostado mais?"
R: (Carla) A da Luísa e…"
P:"A dos fantasmas?"
R: (Carla) " Sim"
P:"E tu Sílvia?"
R:"…"
P:" A do quadrado e do losango? A de fazer a reflexão, a dos triângulos?"
R: (Sílvia)"Sim…"
P:" Carla. Porque é que gostaste da da Luísa?"
R: (Carla)"Porque … era engraçada."
P:"E tu, Sílvia, porque é que gostaste da outra?"
R: (Sílvia) "A da circunferência."
P:" A da circunferência? Sim. Porque é que gostaste dessa?"
R: (Sílvia) "Porque dá para aumentar, p'a diminuir… fazer rectas…"
P:"…Vê se concordas comigo. Dá p'ra desenhar sem teres de safar, é isso? Dá p'ra fazer bonecos? Tu lembras-te que tinhas feito um boneco, um boneco de neve que está aqui guardado."
R: (Sílvia) "Dava p'ra desenhar coisas diferentes."

Excerto2

P:"E houve alguma de que não tenham gostado ou que tenha parecido assim mais difícil? Eu lembro-me de uma que a Sílvia disse que era difícil, mas não vou dizer qual é."
R: (Sílvia)"Foi aquela dos triângulos"
P:"Ah, aquela da simetria. Porquê?"
R: (S) "Era estranha."
P:"Era estranha, nunca tinha visto isso. Como é que tinhas feito as simetrias sempre?"
R:(Sílvia)" Fazia sempre assim." (faz o gesto de "desdobrar")
P:"Fazias sempre assim, com aquela placa de madeira e pregos. Mas aqui era um bocado diferente. Mas foi difícil fazer ou foi difícil explicares?"
R:(Sílvia)"Explicar".
P:" Carla, não achaste difícil explicar as coisas?"

R: (Carla)”Algumas coisas”
Excerto3
P:”Acham que aquilo que fizeram foi matemática ou, não?”
R: (Sílvia)”Foi. Mas na matemática, em papel, dá para fazer quadrados da p’ra fazer simetria, mais coisas…”
P:”Dá p’ra fazer mais coisas? Mas aqui também dá!”
R: (Sílvia)” Pois.”
P:”Também dá p’ra fazer isso tudo e não tens necessidade de apagar o que está na folha.”
R: (Carla)”…”
P:”Mas eu perguntei-vos o que era matemática e vocês, todos, disseram que eram contas.”
R: (Sílvia)”Eu não!”
P:”Oh, dona Sílvia! Por acaso depois disseste assim “Ah , esqueci-me de uma coisa”. Pediste a folha e desenhaste lá um computador assim ao lado. Mas foi contas que disseste. Mas as contas, pergunto eu, são assim tão importantes? Para que é que servem as contas?”.
R: (Sílvia)”P´ra fazer …p’ra saber multiplicar…”
P:”E para que é que precisas de saber multiplicar?”
R: (Sílvia”Para saber as coisas…
P:”P’ra saber coisas… Pronto, tá bem. Nós precisamos saber multiplicar, para fazer… para saber se estamos a gastar muito, ou pouco…ou p’ra fazer compras…ou p’ra contar…”
R: (Sílvia)”P’ra medir, tenho feito na escola”

Par B: Jorge e Vítor

Tarefa/Actividade	Competências
1-Fantasmas	1(a), 2, 3
2-1 e 2-2- Rectas, semi-rectas e segmentos de recta. **Triângulo(s)**	1, 2, 3, 1, 2, 3, 4 (b)
3-Quadrados	1, 2, 3
4-Quadrados e losangos.	1; 2; 3(a)
5-Circunferência	1; 2; 3; 4
6.1- Reflexões	1; 2; 3; 4
6.2- Reflexões	1; 2; 3; 4
7.1-Reflexões (Rooboogoo)	1; 2;3, 4 (a)
7.2- Reflexões	1; 2, 3
7.3- Reflexões	1; 2;3

Quadro 9 - Tarefas propostas e respectivas competências manifestadas – par B

Tarefa	Nível de Identificação	Nível de Integração
1		
1-1	2	1
1-2	4	1
1.-3	3	1
1-4	4	3
2		
2-1	1	1
2.2	4	3
3		
3-1	3	2
3-2	4	4
4	4	3
5	4	4
6		
6-1	4	4
6-2	4	4
7	3	3

Quadro 10 - Nível de identificação e de integração de conceitos - par B

Tarefa/actividade	Dificuldades detectadas
1	Identificação dos elementos geométricos escondidos. Descoberta e comparação dos padrões de comportamento das figuras. (Caminho Escondido 1). Comunicação escrita do raciocínio.
2	Utilização do rato para experimentar situações. Comunicação oral e escrita do raciocínio
3	Comunicação oral e escrita do raciocínio
4	Comunicação escrita do raciocínio
5	Identificação imediata de algumas propriedades Comunicação oral do raciocínio
6	Identificação imediata de algumas propriedades Comunicação oral do raciocínio
7	Identificação imediata de algumas propriedades Comunicação oral do raciocínio

Quadro 11 - Dificuldades detectadas - par B

Apreciação das tarefas pelo par B

Excerto 1

P:”Isto que vocês fizeram, estas tarefas, foi matemática, ou não?”
R:”Foi matemática só que um bocado diferente.”
P:”Um bocado diferente, mas para melhor ou para pior? Vocês acham que tem mais piada trabalhar aqui…, ou não?”
R:”Tem mais piada aqui.”
P:”Vocês acham que aqui, no computador conseguem aprender mais, ou melhor do que com papel e lápis? Ou é a mesma coisa; o que vocês fazem aqui também conseguem fazer com papel e lápis?”
R:”Aqui é mais fácil.”

P:”Porquê? Por exemplo, se quiseres comparar dois quadrados e se tivesses de trabalhar com papel como é que tinhas de fazer? Tinhas de os desenhar não era? Mas aqui basta desenhar e arrastar, não é?
R:”É.”
P:”Aqui é mais fácil!? Achas que se aprende melhor assim, ou era importante trabalhar também com papel e lápis?
R:”Das duas maneiras. Porque aqui aprendemos umas coisas e lá aprendemos outras.”
P:”Então vocês acham que é importante juntar as duas coisas!? Mexer nas coisa é diferente do que só ver as coisas!?”
R:”É”.

Excerto 2
P:”Das tarefas que vocês se lembram, qual é que gostaram mais?
R: “Aqueles fantasmas…”
P:”Ou a do Rooboogoo?”
R: “Sim”
P: E a da circunferência? Vocês na altura disseram que gostaram dessa tarefa!?”
R:(Jorge) “Do Rooboogoo…”
P:”E porquê?...Vocês lembram-se das tarefas que fizeram quando usaram o computador?
R:(Jorge) “Era preciso fazer figuras e linhas… e gostei…gostei de pensar.”
P: E tu?
R:(Vitor) “Porque era preciso fazer rectas e pontos…”
P: Portanto, vocês gostaram das tarefas porque eram desafios!?
R:”Sim.”

Par C: Miguel e José Pedro

Tarefa/Actividade	Competências
1-Fantasmas	1, 2, 3
2-1 e 2-2- Rectas, semi-rectas e segmentos de recta. Triângulo(s)	1, 2, 3, 1, 2, 3, 4
3-Quadrados	1, 2
4-Quadrados e losangos.	1; 2; 3; 4
5-Circunferência	1; 2; 3
6.1- Reflexões	1; 2; 3; 4
6.2- Reflexões	1; 2; 3; 4
7.1-Reflexões (Rooboogoo)	1; 2;3, 4
7.2- Reflexões	1; 2, 3, 4
7.3- Reflexões	1; 2;3

Quadro 12 - Tarefas propostas e respectivas competências manifestadas – par C

Tarefa	Nível de Identificação do(s) conceito(s)	Nível de Integração
1		
1-1	1	1
1-2	4	1
1.-3	4	2
1-4	4	3
2		
2-1	4	1
2.2	4 (a)	1
3		
3-1	2	2
3-2	4	2
4	4	3 (b)
5	4	3
6		
6-1	4	3
6-2	4	3
7	4	3

Quadro 13 - Identificação e integração de conceitos - par C

Tarefa/actividade	Dificuldades detectadas
1	Identificação dos elementos geométricos escondidos. Comunicação escrita do raciocínio.
2	Identificação de entes geométricos Comunicação escrita do raciocínio.
3	Comunicação escrita do raciocínio.
4	Comunicação e escrita do raciocínio.
5	Inicialmente na comparação de imagens simétricas
6	(não observado).
7	Manipulação do rato.

Quadro 14 - Dificuldades detectadas – par C

Apreciação das tarefas pelo par C

Excerto1

P: Vocês lembram-se das tarefas que fizeram quando usaram o computador?
R: (Miguel) "Lembro-me da dos fantasmas,…daquele do Roo…"
R:(José Pedro)"Lembro-me da primeira que nós fizemos, dos pontos…"
P:"E desta, das reflexões, que parece um espelho"
R: "Aquela que nós mexíamos num ponto"
P:"E qual foi aquela de que vocês gostaram mais?"
R:"A dos fantasmas e o Roo"
P:"Uma do princípio e outra do fim. 'tá bem. Olha porque é que gostaste dos fantasmas?"
R:(Miguel) "…"
P: "Nunca tinhas trabalhado com fantasmas?"
R:(Miguel) "(rindo) Não."
R:(José Pedro)"Porque se andavam a apanhar uns aos outros e às vezes não se conseguiam apanhar".

Excerto 2

P:"E lembram-se de alguma tarefa que tenha sido mais difícil de fazer?"
R:(Miguel)"ahnnn…A das circunferências. "
P:"Mas achas que foi difícil porque tu já não sabias algumas coisas, ou foi difícil, porque era difícil?"
R:(Miguel)"Porque não tinha estudado."
P:"E tu? Qual foi a que achaste mais difícil?"
R:(José Pedro)"…"
P:"A do Roobogoo foi fácil?"
R:(José Pedro)"Sim"
P:"Achaste que foi fácil?"
R:(José Pedro)"Sim."
…
P:" Lembram-se daquela actividade do quadrado e do losango?"
R:"Sim."
P:"O losango podia ser transformado num quadrado?"
R:"Sim."
P:"E vocês já tinham pensado nisso?"
R:"Não."
P:"Quando é que pensaram nisso? Foi quando mexeram nele!?"
R:"Sim."
P:"Então vocês acham que o mexer nas coisas é importante?"
R:"Sim. É giro."
P:"Mas porquê? É giro estar a mexer nas teclas?"
R:"…"
P:"O que é que acham que o computador tem que os livros, por exemplo não têm?"
R:(José Pedro)"Nos livros as imagens, muitas vezes, não mexem."
P:"Ah! É isso !? E aqui mexem!?"
R:(José Pedro) "Sim."
P:"Olha. Aquela de saber que a circunferência era … se quando tínhamos um ponto ainda era uma circunferência… era fácil?"
R:(Miguel)"…"
P:"Então havia algumas tarefas difíceis, ou foi tudo muito fácil."
R:(Miguel)"Havia algumas coisas difíceis."
P:"Por exemplo?"
R:(Miguel) "As circunferências…"
P:"Mas o quê?"
R:(Miguel)"…"
P:"Não foi desenhar as circunferências!?"
R:(Miguel)"Não."
P:"Então o que foi? Foram as minhas perguntas?"
R:(Miguel)"Sim. Algumas confundiam-nos."
P:"Vocês acham que é difícil quando um professor vos pergunta porquê?"
R:(Miguel)"A gente não sabe responder."
P:"Mas vocês não sabem responder porque não estão à espera que o professor vos pergunte porquê…não estudaram a matéria…, ou não mexeram nas coisas? Não viram como as coisas funcionam?"
R:"…"

Par D: Nancy e Rui

Tarefa/Actividade	Competências
1 Fantasmas	1(a) (b), 2, 3(b)
2/1 e 2/2 Rectas, semi-rectas e segmentos de recta.	1(b);2(b); 3(b)
3/1 Quadrados	1, 2, 3
4 Quadrados e losangos	1; 3
5/1 Circunferência	1;2;3; 4
6/1 Reflexões	1; 2; 3,4
6/2 Reflexões	1; 2; 3,4
7/1Reflexões (Rooboogoo)	1; 2;3
7/2 Reflexões	1; 2;3
7/3 Reflexões	1; 2;3

Quadro 15 - Tarefas propostas e respectivas competências manifestadas – par D

Tarefa	Nível de Identificação do(s) conceito(s)	Nível de Integração
1		
1-1	0	1
1-2	3	1
1.-3	3	1
1-4	2	1
2		
2-1	1	1
2.2	4	2 (Rui), 0(Nancy)
3		
3-1	4	2
3-2	4	3
4	2	0
5	4(a)	2(a)3(a)
6		
6-1	2	1
6-2	2	2
7	3	3 (b)

Quadro 16 - Identificação e integração de conceitos – par D

Tarefa/actividade	Dificuldades detectadas
1	Manipulação do rato. Identificação dos elementos geométricos escondidos. Descoberta e comparação dos padrões de comportamento das figuras (sobretudo o que é diferente) Interpretação da ajuda disponível Comunicação oral e escrita do raciocínio.
2	Utilização da aplicação para experimentar Utilização de conceitos supostamente aprendidos (Nancy) Comunicação oral e escrita do raciocínio.
3	Comunicação oral e escrita do raciocínio.
4	Alguns nomes de figuras e de elementos de figuras. Aplicação de conceitos Comunicação oral e escrita do raciocínio.
5	Alguns conceitos (Nancy) Comunicação escrita do raciocínio.
6	Utilização da aplicação Comunicação escrita do raciocínio.
7	Alguns conceitos Utilização da aplicação Comunicação escrita do raciocínio.

Quadro 17 - Dificuldades detectadas - par D

Apreciação das tarefas pelo par D

Excerto1

R:(Nancy)”Havia alguma coisa que era difícil.”
P:”E o que era?”
R:(Nancy)”Algumas perguntas.”
P:”…Que eu fazia. Mas olha… mas o que é que era difícil nas perguntas, era difícil, porque tu não tinhas estudado…, ou era difícil porque não estavas habituada a responder, ou era difícil porque nunca tinhas pensado nisso?”
R:(Nancy)”Nunca tinha pensado.”
P:”Nunca tinhas pensado? Portanto estás habituada a responder quando te perguntam porquê?
R:(Nancy)”Sim.”
P:”Mas estás habituada a dizer como é que pensas? É que eu muitas vezes perguntava-te a tua opinião!? E achavas que isso era fácil?”
R:(Nancy)”Não!”

Excerto2

P:”Então agora, qual foi a tarefa que vocês acharam mais difícil?”
R:(Rui) “P’ra mim, nenhuma.”
P:”Então vocês não acharam nenhuma das tarefas difíceis. E das tarefas que vocês fizeram e que acharam que era fácil, toda a tarefa era fácil, ou alguma coisa da tarefa era difícil?”
R:(Rui)”Eu achei.”
P:”Achaste que era fácil, porque estás habituado a dizer aquilo que pensas?”
R:(Rui)”Eu faço trabalhos de matemática em casa.”
P:”Mas estás habituado a explicar o que pensas?”
R:(Rui)”’tou.”

Excerto 3

P:”E o que era?”
R:(Nancy)”Algumas perguntas.”
P:”…Que eu fazia. Mas olha… mas o que é que era difícil nas perguntas, era difícil, porque tu não tinhas estudado…, ou era difícil porque não estavas habituada a responder, ou era difícil porque nunca tinhas pensado nisso?”
R:(Nancy)”Nunca tinha pensado.”
P:”Nunca tinhas pensado? Portanto estás habituada a responder quando te perguntam porquê?
R:(Nancy)”Sim.”
P:”Mas estás habituada a dizer como é que pensas? É que eu muitas vezes perguntava-te a tua opinião!? E achavas que isso era fácil?”
R:(Nancy)”Não!”
P:”Não era fácil!?”
R:(Rui)”Eu achei.”
P:”Achaste que era fácil, porque estás habituado a dizer aquilo que pensas?”
R:(Rui)”Eu faço trabalhos de matemática em casa.”
P:”Mas estás habituado a explicar o que pensas?”
R:(Rui)”’tou.”

Excerto 4

P:”Muito bem. As actividades que vocês fizeram, acham que foi matemática, ou não?”
R:”Foi.”
P:”Porquê?”
R:(Rui)”Porque tinha figuras… era tudo sobre matemática.”
P:”’tá bem, mas tu podes fazer um palhaço par pôr acolá na parede, podes fazer um desenho, podes fazer uma pintura, também é matemática?”
R:(Nancy) “Tinha unir os pontos…”
P:”Ah! Tinha unir os pontos…E o que é que unir os pontos tem a ver com matemática?”
R:(Rui)”É p’ra fazer figuras.”

Análise Comparativa da Evolução dos Desempenhos dos Pares

Competências manifestadas pelos pares em cada uma das tarefas

Tarefa 1

Par	Competências
A	1(a), 2, 3
B	1(a), 2, 3
C	1, 2, 3
D	1(a)(b), 2, 3(b)

Quadro 18 - Competências manifestadas na Tarefa 1

Tarefa 2- Actividades 1 e 2.

Par	Actividade 1 Competências	Actividade 2 Competências
A	1, 2, 3	1, 2, 3
B	1, 2, 3	1, 2, 3, 4 (b)
C	1, 2, 3	1, 2, 3, 4
D	1(b?), 2(b?), 3(b?)	1(b), 2(b), 3(b)

Quadro 19 - Competências manifestadas na Tarefa 2

Tarefas 3 e 4.

Par	Tarefa 3 Competências	Tarefa 4 Competências
A	1, 3	1, 2 3, 4 (b)
B	1, 3	1, 2, 3(a)
C	1,3	1, 2,3
D	1, 3	1, 2,3 (?)

Quadro 20 - Competências manifestadas nas tarefas 3 e 4

Tarefa 5.

Par	Competências
A	1, 2, 3
B	1, 2, 3, 4
C	1, 2, 3
D	1,2, 3, 4

Quadro 21 -Competências manifestadas na Tarefa 5

Tarefa 6.

Par	Competências
A	1, 2, 3, 4
B	1, 2, 3, 4
C	1, 2, 3, 4
D	1, 2, 3, 4

Quadro 22 - Competências manifestadas na Tarefa 6

Tarefa 7

Par	Competências
A	1, 2, 3
B	1, 2,3, 4 (a)
C	1, 2,3; 4 (a)
D	1, 2,3

Quadro 23 - Competências manifestados na Tarefa 7

Identificação e Integração de conceitos manifestados pelos pares em cada uma das tarefas

Par Tarefas/Alíneas/Actividades	Nível de identificação de conceitos	Nível de integração de conceitos
A		
1		
1.1	0	1
1.2	3	1
1.3	0	1
1.4	0	1
B		
1		
1.1	2	1
1.2	4	1
1.3	3	1
1.4	4	3
C		
1		
1.1	1	1
1.2	4	1
1.3	4	2
1.4	4	3
D		
1		
1.1	0	1
1.2	3	1
1.3	3	1
1.4	2	1

Quadro 24 - Identificação e integração de conceitos na Tarefa 1

Par Tarefas/Alíneas/Actividades	Nível de identificação de conceitos	Nível de integração de conceitos
A		
2		
2-1	4	1
2.2	4	1
B		
2		
2-1	4	1
2.2	4	1
C		
2		
2-1	4	1
2.2	4	1
D		
2		
2-1	4	1
2.2	4	1

Quadro 25 - Identificação e integração de conceitos na Tarefa 2

Par Tarefas/Alíneas/Actividades	Nível de identificação de conceitos	Nível de integração de conceitos
A **3** **3-1** **3.2**	 3 4	 1 2
B **3** **3-1** **3.2**	 3 4	 2 4
C **3** **3-1** **3.2**	 2 4	 2 2
D **3** **3-1** **3.2**	 4 4	 2 3

Quadro 26 - Identificação e integração de conceitos na Tarefa 3

Par Tarefas/Alíneas/Actividades	Nível de identificação de conceitos	Nível de integração de conceitos
A **4**	 3	 2
B **4**	 4	 2
C **4**	 4	 2 (b)
D **4**	 4(a)	 0(a)2(a)

Quadro 27 - Identificação e integração de conceitos na Tarefa 4

Par Tarefas/Alíneas/Actividades	Nível de identificação de conceitos	Nível de integração de conceitos
A **5**	 4	 2
B **5**	 4	 3
C **5**	 4	 3
D **5**	 4(a)	 2(a)3(a)

Quadro 28 - Identificação e integração de conceitos na Tarefa 5

Par Tarefas/Alíneas/Actividades	Nível de identificação de conceitos	Nível de integração de conceitos
A **6** **6-1** **6-2**	 3 3	 3 3
B **6** **6-1** **6-2**	 4 4	 4 4
C **6** **6-1** **6-2**	 4 4	 3 3
D **6** **6-1** **6-2**	 3 3	 2 2

Quadro 29 - Identificação e integração de conceitos na Tarefa 6

Par Tarefas/Alíneas/Actividades	Nível de identificação de conceitos	Nível de integração de conceitos
A	3	4
B	3	3
C	4	3
D	3	3(b)

Quadro 30 - Identificação e integração de conceitos na tarefa 7

Dificuldades detectadas

Tarefa/ Par	Dificuldades detectadas
1/A	Identificação dos elementos geométricos escondidos. Descoberta e comparação dos padrões de comportamento das figuras Interpretação da ajuda disponível Comunicação oral e escrita do raciocínio.
1/B	Identificação dos elementos geométricos escondidos. (caminho escondido 1) Interpretação da ajuda disponível. (possivelmente) Comunicação oral e escrita do raciocínio
1/C	Identificação dos elementos geométricos escondidos. (caminho escondido 1) Comunicação escrita do raciocínio.
1/D	Identificação dos elementos geométricos escondidos. (caminho escondido 1) Interpretação da ajuda disponível Comunicação oral e escrita do raciocínio

Quadro 31 - Dificuldades detectadas na Tarefa 1

Tarefa/ Par	Dificuldades detectadas
2/A	Utilização da aplicação para experimentar Comunicação escrita do raciocínio.
2/B	Utilização da aplicação para experimentar Comunicação oral e escrita do raciocínio.
2/C	Utilização da aplicação para experimentar Identificação de entes geométricos Comunicação escrita do raciocínio.
2/D	Utilização da aplicação para experimentar. Aplicação de alguns conceitos Comunicação escrita do raciocínio.

Quadro 32 - Dificuldades detectadas na Tarefa 2

Tarefa/ Par	Dificuldades detectadas
3/A	Comunicação oral e escrita do raciocínio.
3/B	Comunicação escrita do raciocínio.
3/C	Comunicação oral e escrita do raciocínio.
3/D	Comunicação escrita do raciocínio.

Quadro 33 - Dificuldades detectadas na Tarefa 3

Tarefa/ Par	Dificuldades detectadas
4/A	Comunicação oral e escrita do raciocínio.
4/B	Comunicação oral e escrita do raciocínio.
4/C	Comunicação escrita do raciocínio. Aplicação de conceitos
4/D	Utilização da aplicação (movimentação do rato) Aplicação de conceitos Comunicação escrita do raciocínio.

Quadro 34 - Dificuldades detectadas na Tarefa 4

Tarefa/ Par	Dificuldades detectadas
5/A	Comunicação escrita do raciocínio.
5/B	Comunicação oral e escrita do raciocínio.
5/C	Confusão entre medida do comprimento do diâmetro e perímetro Comunicação oral e escrita do raciocínio.
5/D	Comunicação oral e escrita do raciocínio.

Quadro 35 - Dificuldades detectadas na Tarefa 5

Tarefa/ Par	Dificuldades detectadas
6/A	Comunicação oral e escrita do raciocínio.
6/B	Comunicação oral e escrita do raciocínio.
6/C	Identificação de pormenores (lateralidade) Comunicação escrita do raciocínio.
6/D	Comunicação oral e escrita do raciocínio.

Quadro 36 - Dificuldades detectadas na Tarefa 6

Tarefa/ Par	Dificuldades detectadas
7/A	Utilização da aplicação Comunicação oral e escrita do raciocínio.
7/B	Utilização da aplicação Identificação de propriedades Comunicação oral e escrita do raciocínio.
7/C	Utilização da aplicação Comunicação oral e escrita do raciocínio.
7/D	Utilização da aplicação (movimentação do rato) Comunicação escrita do raciocínio.

Quadro 37 - Dificuldades detectadas na Tarefa 7

Discussão/síntese do papel que cada uma das tarefas teve na manifestação de competências por parte dos alunos

Tarefa/Actividade	Competências
1 Fantasmas	1; 2; 3
2/1 e 2/2 Rectas, semi-rectas e segmentos de recta.	1;2; 3 1;2; 3; 4*
3/1 Quadrados	1;2; 3*;4*
4 Quadrados e losangos	1; 3; 4*
5/1 Circunferência	1;2;3; 4*
6/1 Reflexões	1; 2; 3; 4
6/2 Reflexões	1; 2; 3; 4
7/1Reflexões (Rooboogoo)	1; 2;3; 4*
7/2 Reflexões	1; 2;3; 4*
7/3 Reflexões	1; 2;3; 4*

Quadro 38 - Tarefas e respectivas competências manifestadas por todos os pares
(*) Só alguns pares

ANEXO H

Entrevista com a docente da turma

Após a realização das tarefas pelos alunos, e depois de ter auscultado a sua opinião sobre as actividades que realizaram, senti necessidade de entrevistar a professora da turma para tentar entender algumas situações surgidas durante as tarefas.

Uma das questões tinha a ver com a utilização da geometria como instrumento de resolução de problemas.

Excerto 1

> P: "Um dos seus alunos, elemento de um dos grupos de estudo, disse-me, na entrevista, que a geometria ajudava a fazer problemas… às vezes a gente faz o desenho e esse desenho ajuda a resolver problemas. Incentiva os alunos a fazer isso?"
> R: "Sim, sim. Eu própria faço a demonstração… um esquema, um desenho, de forma a motivá-los a resolver os problemas."

Excerto 2

> P: "Normalmente, quando está a dar uma aula de matemática, …, quando está a fazer geometria… como é que é…é logo ao início da aula, deixa p'ró fim…tenta fazer geometria como um jogo…"
> R: "Faço mais a geometria como um jogo."
> P: "É?"
> R: "É. De forma a eles… Pronto, de forma a eles pensarem que é uma… uma área de relaxamento… e divertimento…"
> P: "Um spa?
> R: "Pronto, um spa; Eles gostam de… eles não gostam de língua portuguesa, e depois, como compensação fazem um joguinho de geometria."
> P: "Pode escrever como costuma proceder para introduzir a matéria?
> R: "Primeiro começo por lhes dar a teoria, não é? Pelos conceitos. Depois é que usamos algum material concretizador, ou através de desenho…
> P: "Há alguma razão especial para proceder desse modo?"
> P. "Talvez eu me sinta mais segura…Talvez eu ache que é uma maneira de … Talvez eles compreendam melhor assim, foi assim que eu compreendi no meu ensino… na minha aprendizagem, não é? Quer dizer… e por acaso também tive resultados… a maior parte teve resultados. Primeiro… compreender o que quer dizer e então depois concretizar."

Excerto 3

> P: "A concretização do programa (de matemática) foi objecto de alguma discussão com os colegas da escola?"
> R: "Não, os programas foi com o grupo… Nós temos o programa a dar… o programa do ministério, para nós planificarmos as aulas em grupo, para todos os anos, não é? Definimos estratégias, planificamos as aulas…e até realizamos fichas de avaliação. Sobre a Matemática não se discute muito. Discute-se mais sobre Língua Portuguesa, do que propriamente sobre Matemática… pronto, não é? As fichas até aparecem já feitas e tudo. Nem se discute o tipo de problemas, metodologias de ensino… pronto, não se discute matemática.

P: “Tem alguma ideia sobre qual a razão porque isso acontece?”
R: “Olhe, não quero… Discute-se mais Língua Portuguesa e Estudo do Meio, e História de Portugal e essas coisas, porque para elas (as colegas) a Matemática não se discute; É aquilo, é aquilo, e não há mais volta a dar.”

Excerto 4

P: “Promove a discussão das ideias dos alunos?”
R: “Sim, porque quando eles conseguem por os problemas na linguagem deles, eles conseguem compreender melhor.”
P: “Só utiliza a discussão de ideias para a questão da compreensão, ou, também utiliza a discussão de ideias para a justificação, porquê?
R: “Eu tento, sempre que possível, mas … de vinte e cinco alunos, dois chegam aí, conseguem explicar aos colegas como é que chegaram a essa ideia. Na compreensão, sim; Na justificação…, porquê? Não faço; há dificuldades.”
P: “Nas normas curriculares para o 1º Ciclo, vem contemplada a questão da demonstração; Não bem da demonstração, mas é mais da justificação. Como é que vê esta questão ao nível do 1º Ciclo? Acha que é importante, ou não? Acha que eles são capazes, ou não?
R: “Acho que era muito importante que eles chegassem a esse ponto, mas que é difícil encontrar (alunos) com essa capacidade, eu tenho encontrado.”
P: “Mas acha que é uma capacidade que se desenvolve?”
R: “Que é incontornável, é, mas lá está, é preciso tempo para a desenvolver, existir um tempo extra para desenvolver, é que em todas as disciplinas é preciso desenvolver… é preciso tempo para desenvolver essa capacidade.
P: “Vamos supor que tinha esta turma desde o 1º ano de escolaridade… Se calhar não é só uma questão de tempo, é também uma questão de ter andado a saltar de turma para turma”
R: “Que é difícil desenvolver estes conceitos para quem não está habituado a desenvolvê-los, é. Era preciso que eles estivessem já habituados à minha maneira de ensino… eu ter tido sempre a mesma turma. É o factor tempo e o dar continuidade, mas não posso falar nisso porque ainda não tenho essa experiência”.
P: “Não teve essa experiência, mas teve a experiência contrária, não conseguir fazer porque não teve tempo de…”
R: “Sim, sim.”
P: “Portanto a questão da justificação é uma coisa que se desenvolve ao longo de vários anos…”
R: “Sim, sim. Para já só consegui com um ou dois alunos, mas eles já tinham uma certa abertura que os outros não têm, agora com os outros, ainda não consegui.”
P: “E porque é que será que esses alunos têm essa abertura?
R: “Porque são crianças cujos pais têm uma abertura, talvez, um nível de escolaridade e meios, meios que…os alunos estudam, têm métodos de estudo… E são diferentes dos outros, nota-se perfeitamente. São os que têm informática…”