O RACIOCÍNIO ADITIVO E MULTIPLICATIVO EM CRIANÇAS DO PRÉ-ESCOLAR

Florbela Soutinho
JI Jugueiros, Viseu
florbelasoutinho@gmail.com

Ema Mamede CIEC, Universidade do Minho emamede@ie.uminho.pt

Resumo

Este artigo analisa o modo como as crianças pequenas resolvem problemas de raciocínio aditivo e multiplicativo. Conduziram-se entrevistas individuais a crianças do pré-escolar (quatro aos seis anos) durante a resolução dos problemas. Analisaram-se as suas resoluções, estratégias e argumentos. Os problemas de raciocínio aditivo apresentados às crianças foram de três tipos distintos: simples, inversos e comparativos. Os problemas de raciocínio multiplicativo foram simples, inversos e de representação em tabela. Os resultados sugerem que as crianças em idade pré-escolar possuem já um conhecimento informal que lhes permite resolver com sucesso alguns dos problemas propostos. Os argumentos apresentados pelas crianças garantem que as suas resoluções acertadas dos problemas são acompanhadas por uma compreensão das estruturas dos problemas. Apresentam-se ainda algumas considerações sobre a investigação a realizar neste âmbito.

Palavras-chave: Raciocínio aditivo e multiplicativo, crianças do pré-escolar.

Sobre o raciocínio aditivo

As crianças conseguem usar o seu conhecimento informal para analisar e resolver problemas simples de adição e subtracção antes de receberem qualquer ensino formal sobre essas operações (Nunes & Bryant, 1996). Assim como podem, também, saber muito sobre raciocínio multiplicativo quando iniciam a escola do 1.º ciclo (Nunes & Bryant, 2010). Ter oportunidade para resolver problemas de adição e de subtracção poderá ajudar as crianças a construir uma compreensão mais completa sobre estas operações aritméticas. De acordo com Nunes, Campos, Magina e Bryant (2005), a capacidade da criança resolver problemas que envolvem uma estrutura aditiva desenvolve-se em três fases: primeiro, as crianças conseguem resolver problemas simples; em seguida, conseguem resolver problemas inversos; e finalmente conseguem solucionar problemas estáticos.

Os problemas simples de adição e subtracção são aqueles em que as crianças são convidadas a transformar uma quantidade juntando-lhe ou retirando-lhe uma outra quantidade, (por exemplo, o João tinha cinco berlindes. Em seguida deu três ao Tomás. Quantos berlindes tem o João agora?). Estes tipos de problemas envolvem as relações entre o todo e suas partes. Os problemas inversos são aqueles em que a situação apresentada no problema se refere a um esquema, mas a resolução correcta exige o esquema inverso. Por exemplo, no problema "O João tinha alguns berlindes, de seguida ele recebeu mais dois berlindes num jogo. O João tem agora seis berlindes. Quantos berlindes tinha o João no início?" (Nunes & Bryant, 2010), a subtracção aparece como o inverso da adição; a quantidade acrescentada e a quantidade final são dadas mas a quantidade inicial é desconhecida. Os problemas estáticos de adição e subtracção são aqueles em que as crianças são convidadas a quantificar comparações. Por exemplo, "O João tem oito berlindes e o Tomás tem cinco. Quem tem mais berlindes? (uma pergunta fácil) Quantos berlindes tem o João a mais do que o Tomás?" (uma pergunta difícil) (Nunes & Bryant, 1996; Nunes, Campos, Magina & Bryant, 2005).

Para Nunes e Bryant (1996) a dificuldade do problema é determinada não só pela situação, mas também pelos invariantes da adição e subtracção que têm que ser percebidos pelas crianças de forma a resolver um problema específico, e esses invariantes mudam de acordo com as partes desconhecidas do problema. Nunes e Bryant (1996) referem ainda que o sucesso obtido pelas crianças pequenas em tarefas de adição e subtracção também é determinado pelos recursos de que dispõem para implementar procedimentos de cálculo, bem como o sistema de sinais que usam. Para os autores, os problemas que envolvem as relações são mais difíceis de resolver do que aqueles que envolvem quantidades.

A literatura mostra que as crianças do Jardim-de-Infância são capazes de resolver alguns problemas de adição e subtracção (ver Fuson, 1992; Nunes & Bryant, 1996. Nunes et al., 2005), mas isso não significa que elas compreendem todas as relações no contexto dos problemas de raciocínio aditivo. A compreensão da adição e da subtracção por parte das crianças é progressiva e desenvolve-se durante um longo período de tempo.

Sobre o raciocínio multiplicativo

O raciocínio multiplicativo envolve duas (ou mais) variáveis numa relação constante. Assim, problemas tais como: "O João comprou cinco bombons. Cada bombom custou três euros. Quanto gastou ele?" ou "O João comprou alguns bombons. Cada bombom custou três euros. Ele pagou trinta euros. Quantos bombons comprou?" são exemplos de problemas que envolvem raciocínio multiplicativo. O primeiro pode ser resolvido por uma multiplicação para determinar o custo total que é desconhecido; mais tarde poderia ser resolvido através de uma divisão para determinar uma quantidade desconhecida, neste caso, o número de bombons (Nunes & Bryant, 2010). A investigação tem mostrado que as crianças conseguem resolver problemas de multiplicação e divisão deste tipo, mesmo antes do ensino formal, na escola, sobre a multiplicação e a divisão, usando, para tal, o esquema de correspondência um-paramuitos. Carpenter, Ansell, Franke, Fennema e Weisbeck (1993) referem que as crianças do Jardim de Infância revelam desempenhos com percentagens elevadas de sucesso quando resolvem problemas de raciocínio multiplicativo envolvendo correspondência de 2:1, 3:1 e 4:1. Nunes et al. (2005) analisaram o desempenho de crianças brasileiras que frequentavam a escola primária na resolução de problemas de raciocínio multiplicativo. Quando foi mostrada às crianças uma imagem com quatro casas e, em seguida, foram convidadas a resolver o problema: "em cada casa vivem quatro cachorros. Quantos cachorros vivem nas quatro casas ao todo? ", verificou-se 60% de sucesso nas crianças do 1.º ano e cerca de 80% de sucesso nas crianças dos níveis seguintes. Quando as crianças foram convidadas a resolver um problema de divisão, como: "Há vinte e sete doces para partilhar por três meninos. Estes devem receber a mesma quantidade de doces. Quantos doces receberá cada um?", os níveis de sucesso foram, para as crianças do 1.º ano, de 80% e acima desta percentagem para as crianças de outros níveis (do 2.º ao 4.º ano). Kornilaki, citada por Nunes et al. (2005) analisou o desempenho de crianças dos cinco aos oito anos de idade quando resolvem problemas de raciocínio multiplicativo, sendo-lhes apresentado apenas figuras. A autora apresentou problemas de multiplicação e divisão de dois tipos, problemas directos e inversos. Nos problemas directos, as crianças podem chegar à solução usando directamente a correspondência e distribuição para resolver problemas de multiplicação e divisão, respectivamente. Nos problemas inversos, tal não pode ser feito imediatamente. Num problema de multiplicação inversa como por exemplo "É o aniversário do Carlos. Cada amigo que for à festa receberá três balões. Ele comprou dezoito balões. Quantos amigos irão à festa?", os resultados de Kornilaki mostraram que 30% das crianças de cinco anos e 50% das crianças de seis anos conseguiram resolver este problema. No problema de divisão inversa "É o aniversário de Ana e ela vai partilhar biscoitos entre os seus amigos. Preparou pequenos sacos com três biscoitos cada. Ela usou dezoito biscoitos para preparar os sacos. Quantos sacos irá fazer?", 40% das crianças de cinco anos e quase 68% das crianças de seis anos foram bem sucedidas. De novo, a investigação mostra que as crianças podem resolver os problemas de raciocínio multiplicativo antes de tais operações serem ensinadas formalmente na escola, bem como antes de estar completamente desenvolvido o raciocínio aditivo.

Neste cenário, torna-se relevante saber como reagem as crianças portuguesas, que frequentam a educação pré-escolar, perante diferentes tipos de problemas que envolvem o raciocínio aditivo e multiplicativo.

Procurando saber um pouco mais sobre o raciocínio aditivo e multiplicativo de crianças em idade pré-escolar, conduziu-se uma pequena investigação que aqui se documenta.

Metodologia

Conduziram-se entrevistas individuais a seis crianças (dos quatro aos seis anos) a frequentar a educação pré-escolar em Viseu. Estas entrevistas decorreram em duas sessões distintas, com intervalo de dez dias. Cada sessão demorou, aproximadamente, 25 minutos.

Na primeira sessão de entrevistas, as crianças foram convidadas a resolver nove problemas de raciocínio aditivo (três simples, três inversos, três comparativos). Na segunda, as crianças forma desafiadas a resolver nove problemas de raciocínio multiplicativo (quatro simples, dois inversos, três de representação em tabela). Todos os problemas foram apresentados através de histórias, tendo sido disponibilizado material representativo para a contextualização de cada problema. A Tabela 1 apresenta exemplos de problemas de raciocínio aditivo.

Tabela 1 – Exemplos de tipos problemas de raciocínio aditivo

Tipo de	Exemplo
problema	
Simples	A mãe da Francisca deu-lhe quatro coelhinhos de chocolate. Mais tarde deu-lhe mais dois. Quantos coelhinhos tem agora a Francisca? Maria tinha seis flores, deu duas à sua mãe. Quantas flores ela tem agora?
Inverso	O bibe da Maria tinha quatro botões. A mãe coseu mais alguns. Agora o bibe tem seis botões. Quantos botões coseu a mãe? A Ana tinha amêndoas, deu três à mãe. A Ana ficou com duas Quantas amêndoas tinha a Ana no início?
Comparativo Numa sala há seis alunos e quatro cadeiras. Há mais cadeiras? Quantos alunos há a mais?	

Os problemas de raciocínio multiplicativo envolveram problemas simples e inversos, sendo que alguns problemas simples foram apresentados recorrendo ao uso de tabelas. A Tabela 2 apresenta exemplos destes problemas.

Tabela 2 – Exemplos de tipos problemas de raciocínio multiplicativo

Tipo	de	Exemplo		
problema				
		Esta rua tem três casinhas. Em cada casinha moram dois coelhos.		
		Quantos coelhos moram, ao todo, nas três casinhas?		
Simples		No galinheiro da Maria há três pintainhos. Ela tem estes grão		
		milho (mostra-se taça com 12 unidades) para distribuir pelos		
		pintainhos. Quantos grãos de milho vai dar a cada pintainho, para		
		cada um comer a mesma quantidade?		
Inverso		A professora Ana fez anos. Quatro meninos vieram à sua festa e		
		cada um trouxe o mesmo número de flores. A professora Ana		

	recebeu estas flores (12). Quantas flores trouxe cada menino? O Miguel vai fazer anos. Cada amigo que vem à festa vai receber três balões. Ele comprou estes balões para dar. Quantos amigos convidou o Miguel?			
Representação	Cada uma destas casinhas foi feita para dois ursinhos. Se tivermos			
em tabela	quatro ursinhos vamos precisar de duas casinhas. Quantos ursinhos podem morar em três casinhas?			
	e de la companya de l			
	2	1		
	4	2		
		3		

Todas as crianças foram entrevistadas pela mesma investigadora. Em nenhum momento a entrevistadora emitiu sinais de ajuizamento sobre as resoluções das crianças. A todas as crianças, após a resolução, foi perguntado "Porquê?", procurando obter as justificações das crianças, acedendo assim um pouco mais à sua forma de pensar. Os dados foram recolhidos através de gravações em vídeo e de notas de campo da entrevistadora.

Resultados

A análise conduzida recaiu sobre a resolução de cada problema efectuada por cada criança, RES, (certa/errada). Procurando saber mais sobre a forma como os alunos lidaram com estes problemas, analisaram-se ainda os níveis de desempenho, DES, (com facilidade, com ajuda); as estratégias utilizadas, EST; e os argumentos por elas apresentados, ARG.

Os problemas de estrutura aditiva

Contabilizaram-se as resoluções correctas dos alunos nos problemas de raciocínio aditivo. A Tabela 3 resume a informação dos resultados obtidos.

Tabela 3 – Número de respostas certas e erradas das crianças nos problemas aditivos

		Tipo de problema				
		Simples	Inverso	Comparativos		
Respo	osta	(18 resoluções)	(18 resoluções)	(18 resoluções)		
RES	Certa	17	14	10		
	Errada	1	4	8		

Para analisar os níveis de desempenho durante a resolução de cada problema, consideraram-se as seguintes categorias: com facilidade, sempre que a tarefa foi realizada sem necessitar de qualquer explicação acrescida; e com pequena ajuda, que consiste na formulação de uma segunda questão no mesmo problema que auxilia a sua interpretação, transformando uma questão estática em dinâmica (por exemplo, "quantos carrinhos há a mais do que aviões?" - uma questão estática -, formulada de outra forma "quantos aviões temos que dar ao Rui para que ele fique com a mesma quantidade de brinquedos que o Tiago?" - questão dinâmica).

Para analisar as estratégias utilizadas pelas crianças na resolução dos problemas propostos, consideraram-se as categorias juntar, retirar, correspondência um-a-um, já previamente apresentadas na literatura (ver Nunes et al., 2005; Nunes & Bryant, 2010) e ainda a categoria inconclusivo. A categoria juntar contempla todos os casos em que a criança acrescenta uma quantidade a outra para obter o resultado (por exemplo, "quatro mais dois, seis"); a categoria retirar contempla os casos em que a criança retira uma quantidade a outra para obter o resultado (por exemplo, "seis, tirei dois ficaram quatro"). A categoria inconclusivo diz respeito aos casos em que as estratégias usadas não conseguem definir uma forma de actuar revelando confusão no raciocínio da criança.

Os argumentos das crianças foram analisados considerando as categorias de argumentos válidos e parcialmente válidos. Os argumentos válidos considera os casos

em que a explicação atende a todas as quantidades envolvidas no problema, (por exemplo, quando a criança depois de ter dado a resposta "6", mostra contando pelos dedos "quatro, 1, 2, 3, 4, mais dois, 5, 6").

A Tabela 4 resume a informação dos resultados obtidos na resolução correcta de problemas de raciocínio aditivo pelas crianças.

Tabela 4 – Resultados registados nos problemas de raciocínio aditivo

Categorias		Tipo de problema		
		Simples	Inverso	Comparativo
DES	Com facilidade	17	7	7
	Com ajuda	0	7	3
EST	Juntar	12	12	3
	Retirar	5	2	5
	Correspondência um-a-um	0	0	2
ARG	Válido	17	14	8
	Parcialmente válido	0	0	1
	Inválido	0	0	1

A estratégia observada para resolver os problemas de adição foi juntar as quantidades envolvidas nos dois conjuntos e para os problemas de subtracção a estratégia consistiu em retirar quantidades ao conjunto maior. Os problemas comparativos foram mais difíceis para as crianças, tendo sido as estratégias de "juntar o que falta a" e "retirar o que excede a", seguidas de contagem, as que mais conduziram as crianças ao sucesso. Todas as resoluções correctas de problemas simples foram acompanhadas de argumentos válidos e o mesmo sucedeu nas resoluções de problemas inversos. Os problemas comparativos foram mais difíceis para as crianças do estudo do que os problemas simples e inversos. Nos problemas comparativos encontraram-se crianças com resoluções acertadas mas com dificuldade em explicar porquê, o que não surpreende dado tratar-se de crianças tão pequenas. A existência de um argumento

parcialmente válido pode ser interpretada como uma dificuldade da criança em articular verbalmente uma explicação lógica que envolva todas as quantidades do problema. A utilização de argumentos válidos na resolução da maior parte dos problemas simples e inversos permitem-nos concluir que as crianças não aplicaram estas estratégias sem critério, mas sim compreendendo o que estavam a fazer.

Os problemas de estrutura multiplicativa

Analisaram-se as resoluções das crianças nos problemas de raciocínio multiplicativo. A Tabela 5 resume o número de respostas correctas e erradas das crianças na resolução destes problemas.

Tabela 5 – Número de respostas certas e erradas das crianças nos problemas multiplicativos

		Tipo de problema			
		Simples	Inverso	Representação com tabela	
Respo	osta	(24 resoluções)	(12 resoluções)	(18 resoluções)	
RES	Certa	18	9	9	
	Errada	6	3	9	

Os problemas multiplicativos simples e inversos registaram resoluções acertadas na ordem dos 75%; os de representação em tabela parecem ter sido mais difíceis para as crianças. Além da assertividade na resolução dos problemas, analisaram-se também os níveis de desempenho, estratégias e argumentos apresentados pelas crianças nos problemas de resolução correcta.

No que respeita aos níveis de desempenho durante a resolução de cada problema de raciocínio multiplicativo, consideraram-se as mesmas categorias da análise dos problemas aditivos. Para analisar as estratégias utilizadas pelas crianças na resolução dos problemas propostos, consideraram-se as categorias correspondência um-paramuitos, partilha equitativa, já previamente apresentadas na literatura (ver Nunes et al., 2005; Nunes & Bryant, 2010), e ainda as categorias tentativa e aproximação e ainda inconclusivo. A categoria correspondência um-para-muitos contempla todos os casos em que a criança faz corresponder a um elemento de um conjunto um outro conjunto com mais do que uma unidade (por exemplo, a uma casa correspondem três coelhos); a

categoria partilha equitativa consiste em distribuir igualmente objectos por recipientes. A categoria tentativa e aproximação inclui os casos em que a criança vai experimentando várias hipóteses conjecturando e refinando-as até que se aproxima da solução; na categoria inconclusiva encontram-se os casos em que as estratégias usadas não conseguem definir uma forma de actuar revelando confusão no raciocínio da criança.

A argumentação foi analisada considerando as categorias de argumentos válidos, parcialmente válidos, tal como na análise dos problemas de raciocínio aditivo, e ainda sem argumento onde foram inseridas manifestações das crianças como "Não sei explicar!". A Tabela 6 resume a informação observada nos problemas de raciocínio multiplicativo correctamente resolvidos pelas crianças.

Tabela 6 – Resultados registados nos problemas de raciocínio multiplicativo.

Categorias		Tipo de problema		
		Simples	Inverso	Representação
Categori	as			com tabela
		(18)	(9)	(9)
DES	Com facilidade	14	8	8
	Com ajuda	4	1	1
EST	Correspondência um-p/-muitos	14	0	9
	Partilha equitativa	1	6	0
	Tentativa e aproximação	3	3	0
ARG	Válido	17	19	7
	Parcialmente válido	1	0	0
	Sem argumento	0	0	2

Nas resoluções correctas das crianças, a estratégia mais observada para resolver os problemas simples foi a correspondência de um-para-muitos. Nos problemas inversos, as crianças utilizaram estratégias assentes maioritariamente na partilha equitativa e a tentativa e aproximação. Nos problemas inversos foram ainda observadas estratégias

inconclusivas que resultaram em respostas erradas. Nos problemas de multiplicação apresentados com representação em tabela, a correspondência um-para-muitos foi a utilizada por todos os que resolveram com sucesso este tipo de problemas. A utilização de argumentos válidos na resolução da maior parte dos problemas simples e inversos permitem-nos concluir, mais uma vez, que as crianças não aplicaram estas estratégias sem critério, mas sim compreendendo o que estavam a fazer. O número de argumentos válidos reduziu consideravelmente na resolução de problemas apresentados em tabela, tendo-se registados argumentos válidos em sete das nove resoluções correctas (77.7%) e ainda duas resoluções que conduziram à resposta certa mas sem apresentação de argumentos o que, mais uma vez parece ser indicador de que as crianças tiveram dificuldade em justificar as suas respostas, apesar de terem raciocinado correctamente.

Discussão e conclusões

Os resultados deste estudo permitem perceber que as crianças do pré-escolar possuem um conhecimento informal que lhes possibilita resolver com sucesso alguns problemas de raciocínio aditivo e multiplicativo. Exemplos de desempenhos bem sucedidos foram registados em crianças dos quatro aos seis anos. Contudo, e dado o estudo ter incidido sobre uma amostra muita pequena, os dados deste estudo estão longe de poderem permitir qualquer tipo de generalização.

Esta análise sugere-nos que os problemas aditivos simples e inversos parecem ser acessíveis para as crianças do pré-escolar. Estudos conduzidos noutras realidades que não a portuguesa e documentados na literatura apresentam resultados no mesmo sentido (ver Nunes et al., 2005), apesar de terem na sua amostra apenas crianças de cinco e seis anos. Os resultados aqui apresentados sugerem que, mesmo as crianças de quatro anos parecem conseguir algum sucesso na resolução destes problemas, em determinadas condições. Uma análise dos níveis de desempenho, estratégias e argumentos permitiu-nos saber um pouco mais sobre os processos de resolução das crianças nos problemas propostos. A facilidade apresentada pelas crianças na resolução de problemas simples e inversos de raciocínio aditivo, bem como os argumentos por elas apresentados garantiram que os sucessos nas suas resoluções não foram ao acaso. Também os problemas de raciocínio multiplicativo simples e inversos parecem ser acessíveis a algumas crianças, embora os problemas de raciocínio aditivo tenham sido mais fáceis para as crianças. Estas conseguiram ter sucesso na resolução de problemas

simples e inversos nos problemas de raciocínio multiplicativo. Estes resultados convergem com a ideia de Nunes et al. (2005) e de Nunes & Bryant (2010) quando referem que as crianças possuem um conhecimento informal que lhes permite resolver problemas de multiplicação e divisão antes de estas operações lhes terem sido ensinadas formalmente na escola.

Os problemas propostos às crianças deste estudo utilizaram, nuns casos, ilustrações e noutros, concretizações, como forma de apelar à resolução prática das tarefas. Os problemas de representação, apesar de terem sido resolvidos por estratégias confortáveis para as crianças, como é o caso da correspondência um-para-muitos, revelaram-se bem mais difíceis para as crianças em geral e, talvez, isto tenha ocorrido pela sua apresentação em tabela.

Este pequeno estudo constituiu apenas o levantar de um véu sobre as possibilidades de investigação a desenvolver com as nossas crianças a frequentar o pré-escolar. Fará sentido considerar-se um estudo de investigação mais representativo sobre estes assuntos para percebermos como podemos estimular o raciocínio aditivo e multiplicativo das crianças antes de frequentarem o ensino formal.

Referências bibliográficas

- Carpenter, T.P., Ansell, E., Franke, M.L., Fennema, E. & Weisbeck, L. (1993). Models of Problem Solving: A Study of Kindergarten Children's Problem-Solving Processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 428-441.
- Fuson, K. (1992). Research on while number addition and subtraction. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp.243-275). New York: Macmilla Publishing Company.
- Nunes, T. & Bryant, P. (2010). *Understanding relations and their graphical representation*. In T. Nunes, P. Bryant & A. Watson (Eds), Key understanding in mathematics learning. (Acedido em 20 de Abril, 2011, de http://www.nuffieldfoundation.org/sites/defaukt/files/P4.pdf.
- Nunes, T. & Bryant, P. (1996). *Children Doing Mathematics*. Oxford: Blackwell Publishers.
- Nunes, T.; Campos, T; Magina, S. & Bryant, P. (2005). *Educação matemática Números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez Editora.