



Anais do 50º Congresso Brasileiro do Concreto  
**CBC2008**  
Setembro / 2008  
ISBN 978-85-98576-13-8  
@ 2008 - IBRACON



## MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISE ESTRUTURAL DE BLOCOS VAZADOS DE CONCRETO SUBMETIDOS À COMPRESSÃO

MATHEMATICAL MODEL FOR HOLLOW CONCRETE BLOCK ANALYSIS UNDER COMPRESSION

Claudius Barbosa (1); Paulo Lourenço (2); João B. de Hanai (3)

(1) *Doutorando, Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP* [claudius@sc.usp.br](mailto:claudius@sc.usp.br)

(2) *Professor Catedrático, Universidade do Minho, Portugal* [pbl@civil.uminho.pt](mailto:pbl@civil.uminho.pt)

(3) *Professor Titular, Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP* [jghanai@sc.usp.br](mailto:jghanai@sc.usp.br)

Av. Trabalhador São Carlense, 400  
CEP: 13566-590  
São Carlos – SP  
Brasil  
Fone: 55 11 3373-9481  
Fax: 55 11 3373-9479

### Resumo

Durante um ensaio de compressão simples, as unidades de alvenaria ficam sujeitas ao efeito de confinamento que resulta do atrito entre as placas de ensaio e o topo e a base dos corpos-de-prova. Essa restrição ocasiona o aumento do valor da resistência avaliada e uma distribuição não uniforme das tensões ao longo de suas paredes longitudinais e septos transversais. Este trabalho apresenta um modelo numérico que simula o comportamento de blocos vazados de concreto à compressão, considerando o atrito perfeito entre as placas de ensaio e as extremidades do bloco. Utilizou-se o modelo de Drucker-Prager para simular o comportamento à compressão e o modelo de fissura dispersa como critério de ruína à tração. A validação do modelo numérico é obtida por meio da comparação dos resultados experimentais e teóricos. A previsão da força de ruína com o modelo matemático apresenta resultados próximos aos valores obtidos experimentalmente assim como um comportamento similar entre as curvas tensão-deformação, validando-se assim a estratégia numérica adotada.

*Palavra-Chave: Análise numérica, blocos vazados de concreto, MEF, análise não-linear, alvenaria estrutural.*

### Abstract

The masonry units are subjected to confinement effect due the friction between the test plates and the ends of blocks in a compression test. This phenomenon induces the increase of compressive strength evaluation and a non uniform stress distribution through block's face-shells and webs. This paper presents a numerical model that represents the behaviour of blocks under compression taking into consideration the total restraint of the ends of block. It is adopted the Drucker-Prager model in compression and smeared cracking to simulate the tension behaviour of block. The theoretical values are compared to experimental analysis ones. The numerical failure force and stress-strain relationships were similar to the experimental values and indicate that numerical approach was adequate.

*Keywords: Numerical analysis, hollow concrete block, FEM, non-linear analysis, structural masonry.*



**Anais do 50º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2008**  
Setembro / 2008  
ISBN 978-85-98576-13-8  
© 2008 - IBRACON



## 1 Introdução

A caracterização mecânica dos componentes de alvenaria mostra-se de grande importância para a previsão da resistência e da deformabilidade de seus elementos. Entretanto, diversas questões referentes ao comportamento das unidades de alvenaria e sobre a argamassa de assentamento ainda não estão completamente claras.

Por exemplo, as unidades de alvenaria apresentam comportamento não-linear e estão sujeitas a macro e micro fissuração, distinguindo-se ainda se analisadas de forma isolada ou associadas a juntas de argamassa nos prismas e paredes. Os blocos podem ser vazados, constituídos por paredes delgadas e determinado índice de vazios que influenciarão o seu comportamento. No ensaio à compressão, o processo de acabamento das superfícies do topo e da base do bloco influi no efeito de confinamento e, conseqüentemente, em sua resistência e deformabilidade.

O estudo detalhado do comportamento das unidades submetidas à compressão possibilita a obtenção de parâmetros de interesse para a análise estrutural de prismas e paredes. Para isso é necessário um programa experimental detalhado, aliado um modelo teórico preciso, que forneça dados referentes ao efeito da forma (geométrica), da distribuição de tensões no bloco e do confinamento de topo e base em função das distintas condições de contorno. Assim, torna-se possível o desenvolvimento de um método para a determinação da rigidez axial dos blocos isolados, com vistas à aplicação dos resultados na análise estrutural de prismas e paredes.

Este trabalho contribui com a apresentação de um modelo que representa comportamento experimental de blocos vazados submetidos à compressão, validado pela comparação entre os resultados teóricos e experimentais, no que diz respeito à previsão da força de ruína e das relações entre tensão e deformação. Este modelo possibilita o aprofundamento da análise de blocos vazados de concreto no que diz respeito à distribuição de tensões e deformações em função da forma geométrica dos blocos e suas distintas condições de contorno.

## 2 Unidades de alvenaria submetidas à compressão axial

O objetivo da utilização das placas de aplicação de cargas nos ensaios é o de prover uma distribuição uniforme de tensão e deformação no elemento. Conforme relatam Kleeman e Page (1990), devido à restrição ocasionada pelas placas, um complexo estado de tensão é criado nas regiões extremas das unidades. Assim, um aumento da resistência é induzido por um estado triaxial de tensões, a menos que a unidade tenha altura suficiente para que esses efeitos sejam insignificantes. Citam ainda que, se apenas algumas partes da unidade são carregadas – como nas unidades com carregamento apenas nas paredes longitudinais – a distribuição de tensões é sempre não uniforme. Porém, Atkinson (1991) ressalta que o grau de uniformidade obtido é influenciado também pela flexão e cisalhamento da placa, sendo necessária uma espessura mínima para evitar deformações excessivas. O autor apresenta algumas prescrições de normas (americanas, canadenses e européias), em que se recomenda o diâmetro mínimo de carregamento da extremidade da prensa variando entre 127 mm e 152 mm e a espessura mínima das placas – para unidades de 200 x 400 mm e diâmetro de carregamento de 165 mm – variando entre 48

mm e 145 mm. Alguns dos valores apresentados são específicos para unidades ou prismas. Também se define o fator K, que varia entre 0,33 e 1 nas normas consultadas. Esse fator parece ser de adequada utilização, pois avalia simultaneamente o diâmetro da extremidade de carregamento da prensa e as dimensões em planta das placas. A Equação 1 define o fator K e a Figura 1 ilustra as variáveis consideradas.

$$e = K(D - R) \quad (\text{Equação 1})$$

e: espessura da placa de ensaio;

D: distância entre o centro da circunferência da extremidade da célula de aplicação de carga à quina da placa;

R: raio da célula de aplicação de carga.

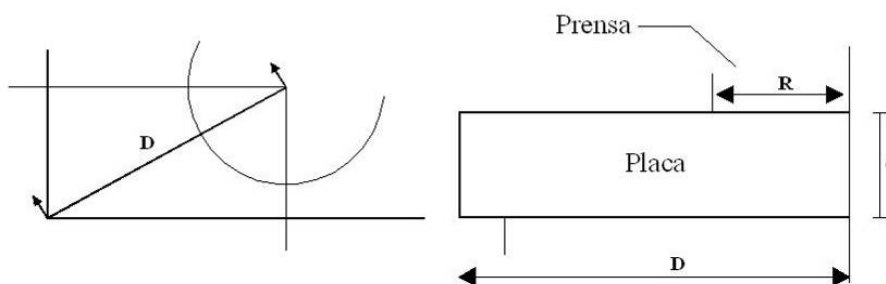


Figura 1 – Variáveis para definição do fator de cálculo K da espessura das placas de ensaio, adaptada de Atkinson (1991).

Medeiros (1993) define em 75 mm a espessura mínima das placas de carregamento, evitando assim que possíveis deformações dissipem parte do carregamento. Já a NBR 7184 (1992) recomenda que as superfícies das placas devem ser planas e rígidas, não apresentando desníveis superiores a  $8 \times 10^{-2}$  mm para cada  $4 \times 10^2$  mm, indicando a espessura de, no mínimo, um terço da distância entre a borda do prato de apoio e o canto mais afastado do corpo-de-prova, que não deve ser inferior a 25 mm.

Nos ensaios realizados por Self (1975), com o aumento da espessura da placa de 25 mm para 83 mm, foi identificado um decréscimo de 50% nas deformações das paredes longitudinais, entre o centro e os extremos. Aumentando-se o diâmetro da extremidade da prensa de 216 cm para 254 cm, houve um aumento de resistência entre 7% e 13%. Essa variação também foi observada por Barbosa e Hanai (2008), por meio de análises experimentais e de um modelo matemático em que se considera o comportamento linear do concreto.

A influência da restrição das placas na resistência à compressão de unidades sólidas, de acordo com Page e Kleeman (1991), é bem conhecida e correções da resistência “aparente” podem ser feitas por meio da aplicação de fatores que geralmente são expressos em função da relação altura/largura do elemento ensaiado. A norma australiana AS 3700 (1998) adota essa correção para as unidades sólidas. No caso de unidades vazadas, a distribuição de tensões é muito mais complexa. O Eurocode 6 (2005) define a resistência normalizada à compressão de uma unidade como sendo a resistência

obtida por analogia ao ensaio com uma unidade padrão, com forma de cubo de 100 mm de aresta. Essa resistência é determinada por meio de ensaios à compressão e multiplicada pelo fator  $k$  que caracteriza as unidades de diferentes dimensões. Estudos relativos ao fator de forma dos elementos de alvenaria são apresentados por Brameshuber et al. (2007), Gregorie (2007), Sahlin (2007) e Vermeltfoort (2007), reunidos em uma edição especial do periódico *Masonry International*. Com objetivos semelhantes, foram realizados nesses trabalhos ensaios com unidades sólidas e vazadas de concreto, sílico-calcárias e cerâmicas. As pesquisas partem do pressuposto de que, para um projeto otimizado de alvenaria, é necessária a obtenção do valor da resistência à compressão das unidades sem o efeito da restrição ocasionada pelas placas de ensaio – o qual não está presente em uma parede de alvenaria. Apresentam-se comparações entre os valores do fator de forma obtidos em seus respectivos programas experimentais e os prescritos na normalização europeia EN 772-1 (2000). Concluem que mais investigações devem ser realizadas por meio de novas abordagens para determinação da influência da forma das unidades e ainda que os fatores de forma da norma europeia apresentam muitas vezes valores não coincidentes com os obtidos experimentalmente e dependem, além das características geométricas do elemento, do material que as constituem. Ferro (2006) explica que quando os ensaios são realizados com placas rígidas, as extremidades dos corpos-de-prova são forçadas a ter a mesma deformação lateral que a placa de ensaio, sendo desenvolvidas tensões de cisalhamento entre eles, o que origina um estado tridimensional de tensões nesta região. O caso oposto ocorre quando se utiliza placa de carregamento com baixa rigidez e elevado coeficiente de Poisson, sendo desenvolvidas forças aparentes de cisalhamento direto nas interfaces, produzindo fissuras locais de separação. A ilustração desses mecanismos está apresentada na Figura 2.

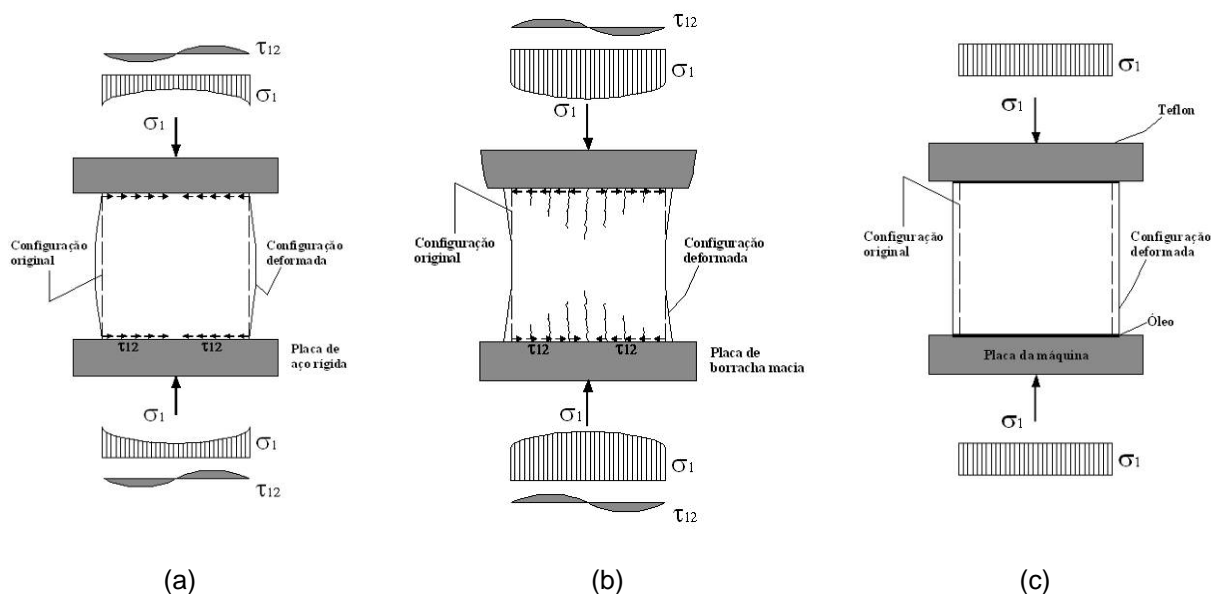
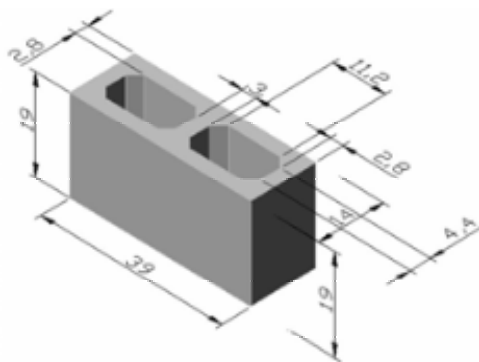


Figura 2 – Efeito da reação da placa de carregamento: placas rígidas de aço (a), placa de borracha (b) e placa com camada de teflon (c), adaptada de Ferro (2006).

### 3 Análise experimental

A idéia central e diferenciada adotada neste trabalho é a utilização de um mesmo concreto, de consistência plástica, com o qual são moldados tanto os blocos quanto os corpos-de-prova cilíndricos. Embora se saiba que para a produção de blocos em fábricas o concreto empregado é de consistência seca e não plástica, a premissa de se utilizar, nos ensaios ora descritos, um mesmo concreto tanto nos blocos como nos corpos-de-prova, possibilita confrontar resultados com a garantia de que se trata de um único material.

Os blocos vazados de concreto possuem dimensões de 140 x 190 x 390 mm, com área líquida de 30663 mm<sup>2</sup>, o que corresponde a aproximadamente 56% de sua área bruta. A espessura das paredes longitudinais e dos septos transversais é de 28 mm, com exceção do septo transversal central que possui 30 mm de espessura, conforme ilustra a Figura 3. Os vazios dos blocos são definidos pela inserção de dois prismas de EPS (poliestireno expandido) escolhidos por reduzirem eventuais fissuras devido ao efeito de retração do concreto às primeiras horas, já que estes ficam em contato com as fôrmas por 24 h.



(a)



(b)

Figura 3 – Dimensões do bloco de concreto em centímetros (a) e forma para sua produção (b).

Paralelamente à produção dos blocos de concreto e execução dos prismas e paredes são moldados corpos-de-prova de concreto. Os corpos-de-prova cilíndricos de 100 x 200 mm (diâmetro x altura) e vigas com 150 x 150 x 500 mm (largura x altura x comprimento) são produzidas com o concreto do mesmo lote de mistura utilizado na moldagem dos blocos, adensados sobre mesa vibratória (Figura 4a). Os CP's cilíndricos são destinados aos ensaios de compressão axial e compressão diametral, determinando-se a resistência à compressão, resistência à tração e o módulo de elasticidade do material. Realizam-se ensaios à flexão de três pontos em vigas de concreto com entalhe, obtendo-se o valor da resistência à tração e a energia de fraturamento.

Não é utilizado nenhum material de capeamento tanto nos blocos quanto nos CP's, sendo estes elementos submetidos a um processo mecânico de regularização das superfícies (Figura 4b e c) e, em seguida, são realizados os ensaios de compressão simples com obtenção de sua curva tensão-deformação.



(a)



(b)



(c)

Figura 4 – Vigas de concreto (a) e processo mecânico de regularização das superfícies do bloco (b) e corpo-de-prova (c).

#### 4 Parâmetros de entrada e modelo numérico

A partir dos resultados dos ensaios dos corpos-de-prova foram definidos os parâmetros elásticos e inelásticos usados nas simulações numéricas, os quais são apresentados na Tabela 1, considerando-se quatro grupos de resistência. Os nós da base do modelo matemático tiveram seus deslocamentos restringidos no sentido dos eixos y e os nós do topo nos sentidos dos eixos x e z, aproximando-se, dessa forma, à condição relativa de atrito sem deslizamento entre as placas de ensaio e as extremidades do corpo-de-prova de concreto. São consideradas também as condições de contorno pertinentes à simetria. Adota-se o ângulo de atrito de ( $\phi$ ) igual a  $10^\circ$  e o ângulo de dilatância  $\psi$  igual a  $5^\circ$ .

O comportamento constitutivo dos materiais quase-frágeis é caracterizado pela fissuração em decorrência da tração e esmagamento sob compressão. Sendo assim, nas análises deve-se combinar um modelo de fissuração a um modelo de plasticidade. O comportamento dos materiais é representado pelo modelo de Drucker-Prager, sob compressão, e o modelo de Fissura Dispersa é utilizado como critério de ruptura à tração. Utilizou-se o programa DIANA (2005) nas simulações numéricas.

Tabela 1 – Propriedades elásticas e inelásticas do concreto.

Grupo	$f_c$	$f_{c,t}$	E	$\nu$	$G_F$
	(N/mm <sup>2</sup> )				
1	13,4	1,5	18080	0,20	0,093
2	22,1	2,3	24476	0,20	0,107
3	26,0	2,6	23956	0,20	0,122
4	30,9	2,8	23004	0,20	0,154

$f_c$ : resistência à compressão do concreto

$f_{c,t}$ : resistência à tração do concreto

E: módulo de elasticidade

$\nu$ : coeficiente de Poisson

$G_F$ : energia de fratura à tração

A malha foi discretizada em 1320 elementos sólidos, totalizando 7441 nós. Adotou-se o elemento CHX60, ilustrado na Figura 5, com 20 nós, sendo 12 intermediários, adotando-se integração 3 x 3 x 3 nos pontos de Gauss com interpolação quadrática.

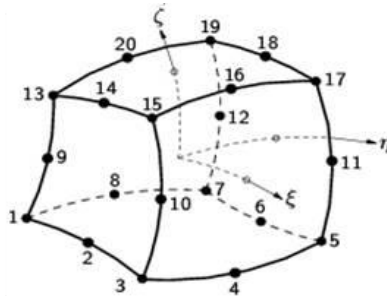


Figura 5 – Elementos finitos tridimensionais com 20 nós, adaptado de DIANA (2005).

Simulou-se apenas um quarto do bloco com a consideração de sua altura real, conforme ilustrações da Figura 6. Aplicou-se tensão uniformemente distribuída na superfície superior do bloco forçando-se a igualdade dos deslocamentos no sentido do eixo y de todos os seus nós.

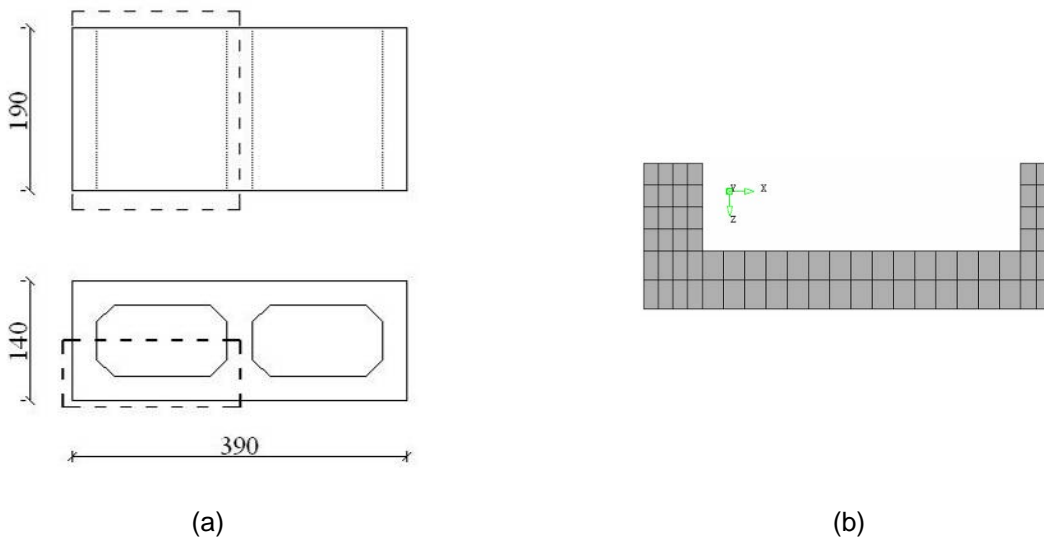


Figura 6 – Região do bloco vazado a ser discretizada (a) e malha em elementos finitos resultante – vista superior do bloco (b).

## 5 Comparação entre os resultados numéricos e experimentais

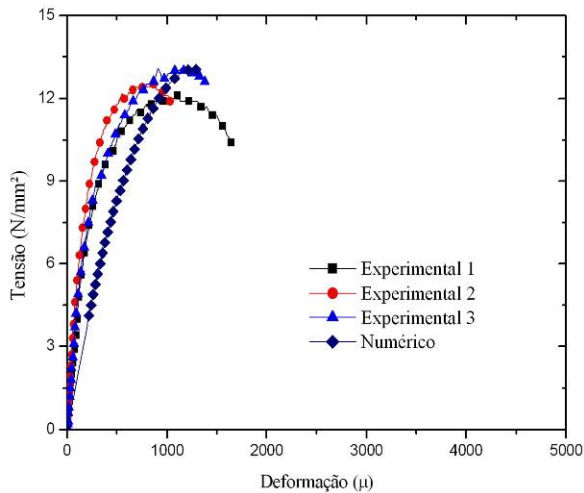
Os resultados experimentais e numéricos são comparados, obtendo-se, para os quatro grupos de resistência, força teórica de ruptura próxima aos valores experimentais. Os valores da Tabela 2 indicam que as diferenças são, em média, de 9%.

Tabela 2 – Força e deformação máxima obtida nas análises experimentais e teóricas de blocos vazados de concreto.

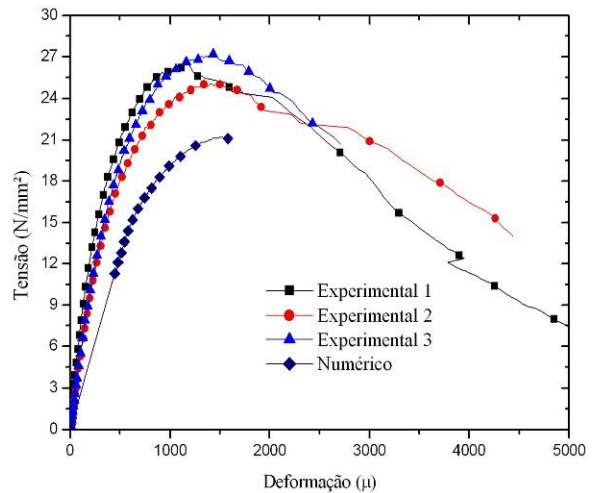
Grupo	$F^{exp}$	$F^{num}$	$\frac{F^{num}}{F^{exp}}$	$\epsilon_u^{exp}$	$\epsilon_u^{num}$	$\frac{\epsilon^{num}}{\epsilon^{exp}}$
	(kN)			( $\mu$ )		
1	389	399	1,03	883	1199	1,36
2	813	650	0,80	1464	1580	1,08
3	871	822	0,94	1727	1705	0,99
4	935	1003	1,07	1437	1892	1,32

Na Figura 7 são apresentados os gráficos tensão-deformação dos blocos vazados de concreto e as respectivas curvas experimentais dos quatro grupos de resistência. Em todos os casos o modelo numérico apresenta rigidez inicial mais baixa que o conjunto das curvas experimentais além de uma variação de até 36% em relação aos valores de deformação última. Essas diferenças são atribuídas às condições de contorno do modelo numérico, representadas por meio da restrição dos deslocamentos transversais das superfícies superior e inferior do bloco, o que indica atrito perfeito com as placas de ensaio. Essa condição no modelo físico é aproximada e não pode ser melhor representada em virtude da falta de dados experimentais relativos à interface bloco-placa de ensaio. Além disso, um modelo contínuo em elementos finitos não representa com satisfatoriedade a micro estrutura dos componentes de alvenaria, o que pode ser aperfeiçoado com a utilização de modelos reticulados, que tem como idéia central a discretização do contínuo em uma estrutura constituída por elementos de viga ou de treliça.

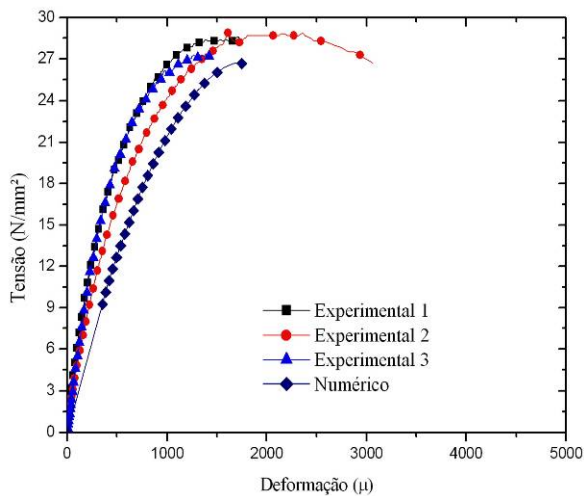




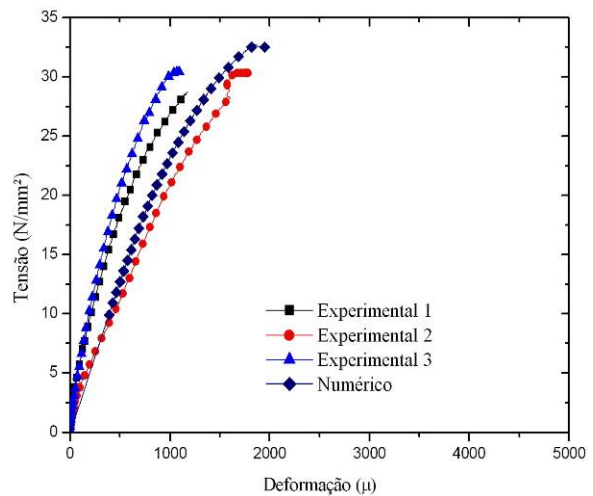
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 7 – Curva tensão-deformação experimental e teórica dos blocos vazados de concreto: grupo 1 (a), grupo 2 (b), grupo 3 (c) e grupo 4 (d).

## 6 Conclusões

Apresenta-se nesse trabalho um modelo numérico no qual se combina o critério de Drucker-Prager com o modelo de fissuras dispersas para representar o comportamento de blocos vazados de concreto submetidos à compressão.

Os parâmetros de entrada do concreto no modelo numérico foram obtidos em programa experimental no qual moldaram com o mesmo concreto, de consistência plástica, blocos e corpos-de-prova.



Anais do 50º Congresso Brasileiro do Concreto  
**CBC2008**  
Setembro / 2008  
ISBN 978-85-98576-13-8  
© 2008 - IBRACON



A previsão da força de ruína com o modelo matemático apresenta resultados próximos aos valores obtidos experimentalmente assim como um comportamento similar entre as curvas tensão-deformação, validando-se assim a estratégia numérica adotada. Com a disponibilização de um modelo que represente o comportamento dos blocos submetidos à compressão axial, torna-se possível o aprofundamento das análises no que diz respeito à distribuição de tensões e deformações ao longo das paredes de blocos vazados de concreto e das condições de capeamento, etapas seguintes desta pesquisa.

## 7 Agradecimentos

À FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – e à CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – pelo auxílio financeiro concedidos a esta pesquisa.

## 8 Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1992). **NBR 7184**: Blocos vazados de concreto simples para alvenaria – Determinação da resistência à compressão. Rio de Janeiro.
- ATKINSON, R.H. (1991). Effect of loading platen thickness on masonry unit and prism strengths. *The Masonry Society Journal*, v.10, n.1, p.86-94, aug.
- AUSTRALIAN STANDARD (1998). **AS 3700**: Masonry Structures.
- BARBOSA, C.S.; HANAI, J.B. (2008). Deformability of hollow concrete blocks and platen effect on axial compression tests. In: INTERNATIONAL BRICK & BLOCK MASONRY CONFERENCE, 14., 2008, Sydney, Australia. **Proceedings**.
- BRAMESHUBER, W.; BEER, I.; SCHMIDT, U. (2007). German investigations on shape factors for masonry units and high precision elements. . *Masonry International*, v.20, n.2. pp. 61-68.
- DIANA (2005). Finite Element Code: User's Manual – Release 9. **TNO Building and Construction Research**, Delft, The Netherlands.
- EUROCODE 6 (2005). **ENV 1996-1-1**: Design of masonry structures: General rules for reinforced and unreinforced masonry structures. Brussels, Belgium.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (2000). **EN 772-1**: Methods of test for masonry units – Part 1: Determination of compressive strength.
- FERRO, G. (2006). On dissipated energy density in compression for concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, v.73, pp. 1510-30.



Anais do 50º Congresso Brasileiro do Concreto  
**CBC2008**  
Setembro / 2008  
ISBN 978-85-98576-13-8  
@ 2008 - IBRACON



GREGORIE, Y. (2007). Compressive strength of masonry according to Eurocode 6: A contribution to the study of the influence of shape factors. *Masonry International*, v.20, n.2. pp. 69-74.

KLEEMAN, P.W.; PAGE, A.W. (1990). The in-situ properties of packing materials used in compression tests. *Masonry International*, v.4, n.2, p.68-74.

MEDEIROS, J.S. (1993). *Alvenaria estrutural não armada de blocos de concreto: produção de componentes e parâmetros de projeto*. 449p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 1993.

PAGE, A.W.; KLEEMAN, P.W. (1991). The influence of capping material and platen restraint on the failure of hollow masonry units and prisms. In: INTERNATIONAL BRICK/BLOCK MASONRY CONFERENCE, 9., 1991, Berlin. *Proceedings*. pp.662-70.

SAHLIN, S. (2007). Fisher's tests on chasing revisited "The effect of chasing on the compressive strength of brickwork, (3.IBMAC, Essen 1973)". *Masonry International*, v.20, n.2. pp. 85-90.

SELF, M.W. (1975). *Structural properties of load bearing concrete masonry*. In: MASONRY: PAST AND PRESENT. Philadelphia: ASTM. Special technical publication 589. pp.233-54.