



(PALESTRA CONVIDADA)

Betões auto-compactáveis reforçados com fibras - propriedades e aplicações

Joaquim A. O. Barros

Prof. Catedrático, Universidade do Minho

email: barros@civil.uminho.pt

RESUMO

O betão auto-compactável reforçado com fibras de aço (BACRFA) é um material compósito que integra os benefícios associados ao betão auto-compactável (BAC) com os derivados do reforço proporcionado por fibras discretas de aço (BRFA). O BACRFA pode ser utilizado em diversas aplicações estruturais com vantagens económicas e técnicas. No presente trabalho são discutidos os aspetos relevantes da tecnologia de fabrico do BACRFA, principalmente os que influenciam a distribuição e orientação das fibras, dada a sua significativa influência na resistência pós-fendilhação deste material. São descritas as mais recentes recomendações para definição das leis constitutivas que caracterizam o comportamento pós-fendilhado do BACRFA, e a sua robustez é discutida tendo por base resultados obtidos em programas experimentais baseados em diferentes configurações de ensaio para caracterização do comportamento deste compósito.

É explorada a utilização do BACRFA para a construção de lajes fungiformes apoiadas em pilares, juntamente com uma proposta de formulação baseada na teoria das linhas de rotura para estimar a capacidade de carga deste tipo de lajes.

Para avaliar o potencial do BACRFA em aplicações que exigem a consideração da interação solo-estrutura, como é o caso de grelhas de fundação de habitação unifamiliar, foi utilizado o método dos elementos finitos por intermédio de simulações não linear material.

Palavras-chave: *Betão auto-compactável reforçado com fibras de aço (BACRFA); Caracterização experimental de BACRFA; teoria das linhas de rotura; método dos elementos finitos*

1. INTRODUÇÃO

Nos finais do anterior século foi efetuado um esforço de investigação apreciável no desenvolvimento de materiais que integrem os benefícios derivados do reforço proporcionado por fibras discretas de aço (BRFA) com os intrínsecos ao betão auto-compactável (BAC). O objetivo era o desenvolvimento de um material de matriz cimentícia capaz de fluir sob o seu próprio peso, atravessando os obstáculos e preenchendo em plenitude os moldes dos elementos estruturais, sem ocorrência de segregação dos seus constituintes. Adicionalmente, este material deveria apresentar

uma resistência residual pós-fissuração capaz de permitir a eliminação parcial ou total de armaduras convencionais, principalmente em elementos com geometria complexa em que os custos de preparação e aplicação dessas armaduras são significativos, e em elementos de parede delgada onde a presença destas armaduras introduz riscos de ocorrência de danos por corrosão.

Nas aplicações estruturais correntes de betão reforçado com fibras (BRF), a percentagem volumétrica de fibras é, em geral, inferior a 1%, apresentando comportamento de amolecimento em tração uniaxial (*strain softening*), e de endurecimento em flexão (*deflection hardening*), Fig. 1. Com o advento de novas gerações de super-plastificantes e agentes de controlo de viscosidade, bem como o uso de metodologias de otimização da organização do esqueleto dos agregados que consideram a influência que as fibras (principalmente de aço) introduzem nessa organização e na fluidez do betão em estado fresco, passou a ser possível desenvolver BACs reforçados com uma percentagem volumétrica de fibras superior a 1% (Liao et al. 2007). Estes BACRFA de elevado desempenho podem apresentar comportamento de endurecimento em tração (Fig. 1), mesmo recorrendo a inertes de dimensões correntemente utilizados na tecnologia do BAC, com custos de produção bem inferiores aos requeridos no desenvolvimento de ECC (*engineered cement composites*, Li 2003). A fiabilidade de fabrico destes BACRFA de elevado desempenho é superior ao possível de ser conseguido nos ECC, bem como a repetibilidade das suas propriedades. De acordo com o CEB-FIP Model Code (2010), um BRF é considerado um material com endurecimento em tração quando para uma extensão de tração superior a 1% (ϵ_{pc} na Fig. 1) a correspondente tensão (σ_{pc}) é superior à tensão de início de fendilhação (σ_{cc}).

No presente trabalho são apresentados aspetos relevantes da tecnologia de produção de BACRFA de custo competitivo (em que a percentagem volumétrica de fibras não excede 1% e com quantidade de cimento inferior a 450 kg/m³). Tendo por base recomendações de grupos técnicos da RILEM e doFIB, são discutidas as propostas para definição das leis constitutivas de BACRFA, no quadro do dimensionamento de estruturas. É também proposta uma formulação para o projeto de lajes fungiformes em BACRFA apoiadas em pilares recorrendo à teoria das linhas de rotura (TLR). A capacidade preditiva desta formulação é avaliada tendo por base resultados obtidos em ensaios de escala real. Finalmente as potencialidades do BACRFA para aplicações com grau de indeterminação estática elevada são avaliadas recorrendo a simulações de análise não linear material baseadas no método dos elementos finitos (MEF). Para tal selecionou-se como caso de estudo uma grelha de fundação de uma habitação do tipo unifamiliar.

2. TECNOLOGIA DO BACRFA

2.1 Metodologia de fabrico

Nos exemplos apresentados no Capítulo 3, as composições de BACRFA foram desenhadas segundo a seguinte metodologia: i) as percentagens dos constituintes da pasta são definidas de forma a otimizar sua reologia e resistência; ii) a percentagem de cada agregado no esqueleto granular é determinada por obtenção das percentagens que conduzem à composição mais compacta, tendo em conta a presença das fibras; iii) a pasta e o sistema granular são misturados em diferentes proporções até serem alcançados, com a percentagem ótima de pasta, os requisitos de auto-compactabilidade em termos de espalhamento, velocidade de fluxo,

preenchimento, resistência a bloqueio e a segregação dos constituintes. A descrição detalhada deste método pode ser encontrada em Pereira (2006). Uma estratégia similar de dimensionamento de misturas para BACRF foi adotada por Ferrara et al. (2007). No desenvolvimento de materiais com endurecimento em tração têm sido utilizados modelos de otimização da distribuição dos agregados no sentido de ser possível adicionar relativas elevadas percentagens de fibras de aço sem ocorrência de segregação (Naaman and Will 2010). Para materiais ultrafluidos reforçados com mais do que um tipo de fibras são necessários procedimentos suplementares, tais como os propostos por Stähli (2008).

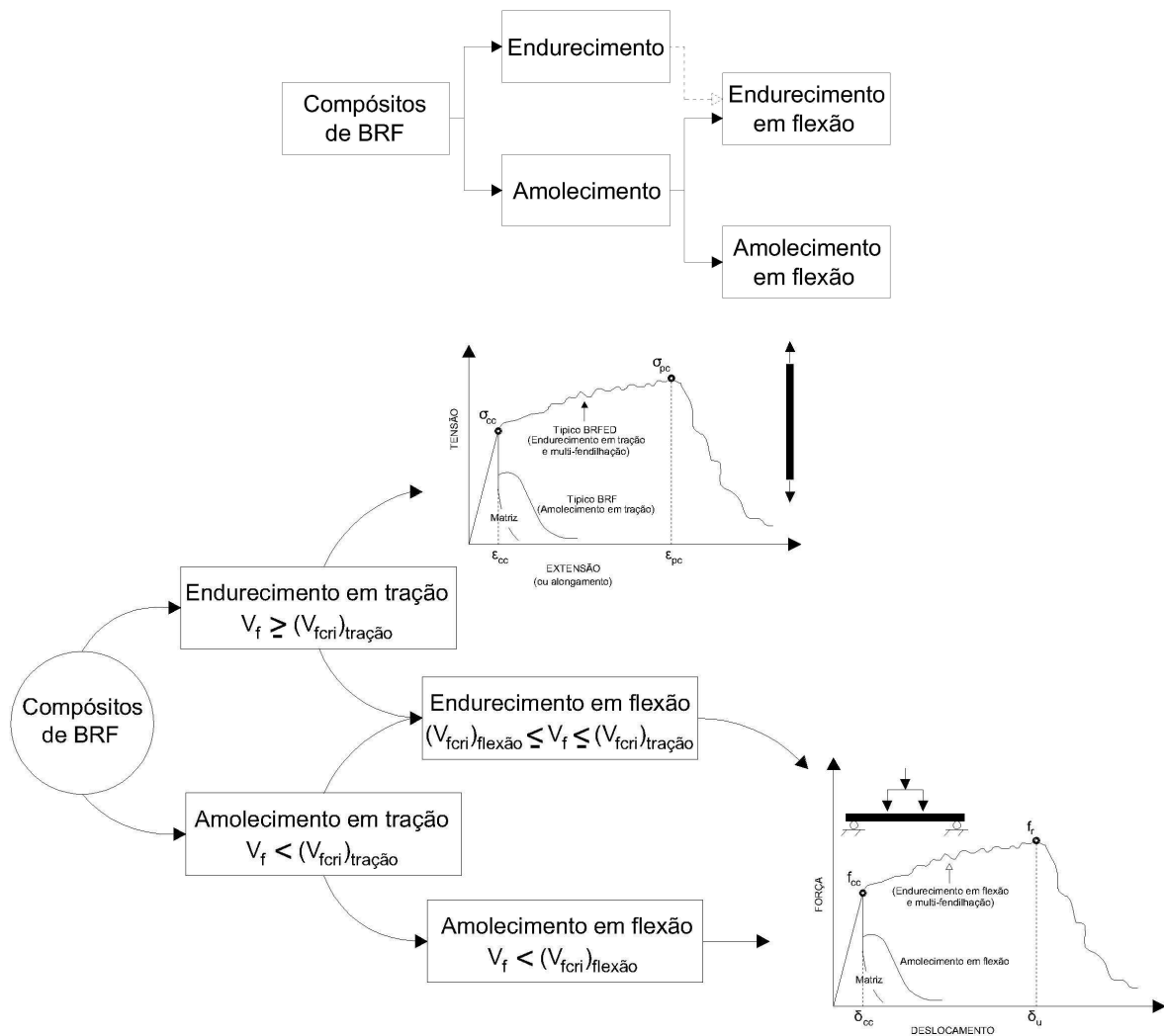


Fig. 1: Classificação de BRF (adaptado de Naaman e Reinhardt, 2005)

2.2 Requisitos de auto-compactabilidade

Para a avaliação dos requisitos de auto-compactabilidade do betão executam-se, geralmente, o ensaio de espalhamento com ou sem anel, o ensaio do funil-V, o ensaio da caixa L e da caixa U, e o "Orimet". A descrição detalhada destes ensaios encontra-se em EFNARC (2002) e De Schutter (2005). Por intermédio dos resultados destes ensaios (em unidades de tempo ou de comprimento) é possível aferir se um determinado betão tem, ou não, características de auto-compactabilidade. São ensaios de relativa fácil execução e não exigem a construção

de aparelhos sofisticados e caros. No entanto, a relação entre os resultados destes ensaios e os requisitos de auto-compactabilidade tem uma base empírica. Os valores a serem obtidos nestes ensaios para se classificar um betão como sendo um BAC têm sido também os recomendados para o BACRFA. No entanto, o ensaio do funil e o “Orimet” são de questionável aplicação em BACRFA, dada a tendência para a blocagem das fibras nas extremidades dos aparelhos utilizados nestes ensaios. Assim, a execução destes ensaios é apenas recomendada quando o comprimento das fibras (l_f) é da mesma ordem de grandeza da máxima dimensão dos agregados (D_{max}). No entanto, se esta condição é adotada, os mecanismos de reforço das fibras não são os ótimos, dado que para tal o comprimento da fibra deverá ser superior a $2.5 \times D_{max}$ para garantir uma efetiva resistência à propagação de abertura de fenda (ACI 1996). Para aferir as propriedades de auto-compactabilidade de BRFA a ser utilizado em elementos com armadura convencional, a distância entre os varões de aço do anel no ensaio de espalhamento, e entre os varões da grelha na caixa L e da caixa U, deve ser igual à menor entre armaduras, de forma a oferecer resistência ao fluxo representativa da realidade. Caso o BACRFA seja aplicado em estruturas que também incluem armaduras convencionais, a seleção do comprimento das fibras (l_f) deve ter em conta a distância mínima entre essas armaduras de forma a evitar a bloqueio das fibras. Assim, se o l_f é corretamente selecionado, o bloqueio das fibras não ocorrerá no ensaio de espalhamento com o anel e nos ensaios da caixa L e caixa U. Para elementos em BACRFA sem outros tipos de armaduras o ensaio de espalhamento deve ser efetuado sem anel, e os ensaios de caixa L e caixa U devem ser executados sem grelha.

2.3 Caracterização do comportamento pós-fendilhado do BACRFA

2.3.1 Segundo as recomendações da RILEM TC 162-TDF

Para a caracterização do comportamento pós-fendilhação do BRFA, o comité técnico TC 162-TDF da RILEM recomendou a determinação de dois parâmetros de resistência equivalente de tração em flexão, um a ser utilizado nas verificações para estados limites de utilização, $f_{eq,2}$, e o outro nas verificações para estados limites últimos, $f_{eq,3}$ (Vandewalle *et al.* 2000a, 2000b). Mais tarde a RILEM TC 162-TDF propôs a substituição do conceito de resistência equivalente, f_{eq} , pelo conceito de resistência residual, f_R , o qual representa a tensão de tração em flexão para determinadas aberturas de fissura (“*crack mouth opening displacement – CMOD*”), (Vandewalle *et al.* 2002). Apesar deste conceito ter a vantagem de ser mais simples de determinar, é no entanto mais suscetível às irregularidades geralmente encontradas nas respostas força-CMOD obtidas nos ensaios experimentais. Os parâmetros f_{eq} e f_R são também utilizados para definir a lei constitutiva tensão-extensão proposta para modelar o comportamento pós-fendilhação do BRFA, tal como será descrito no capítulo 3.

A geometria do provete (Fig. 3), o método de betonagem dos provetes, os processos de cura, a posição e as dimensões do entalhe a ser executado no provete, o carregamento e as condições de apoio, bem como as características do equipamento e do sistema de monitorização encontram-se descritos em Vandewalle *et al.* (2002).

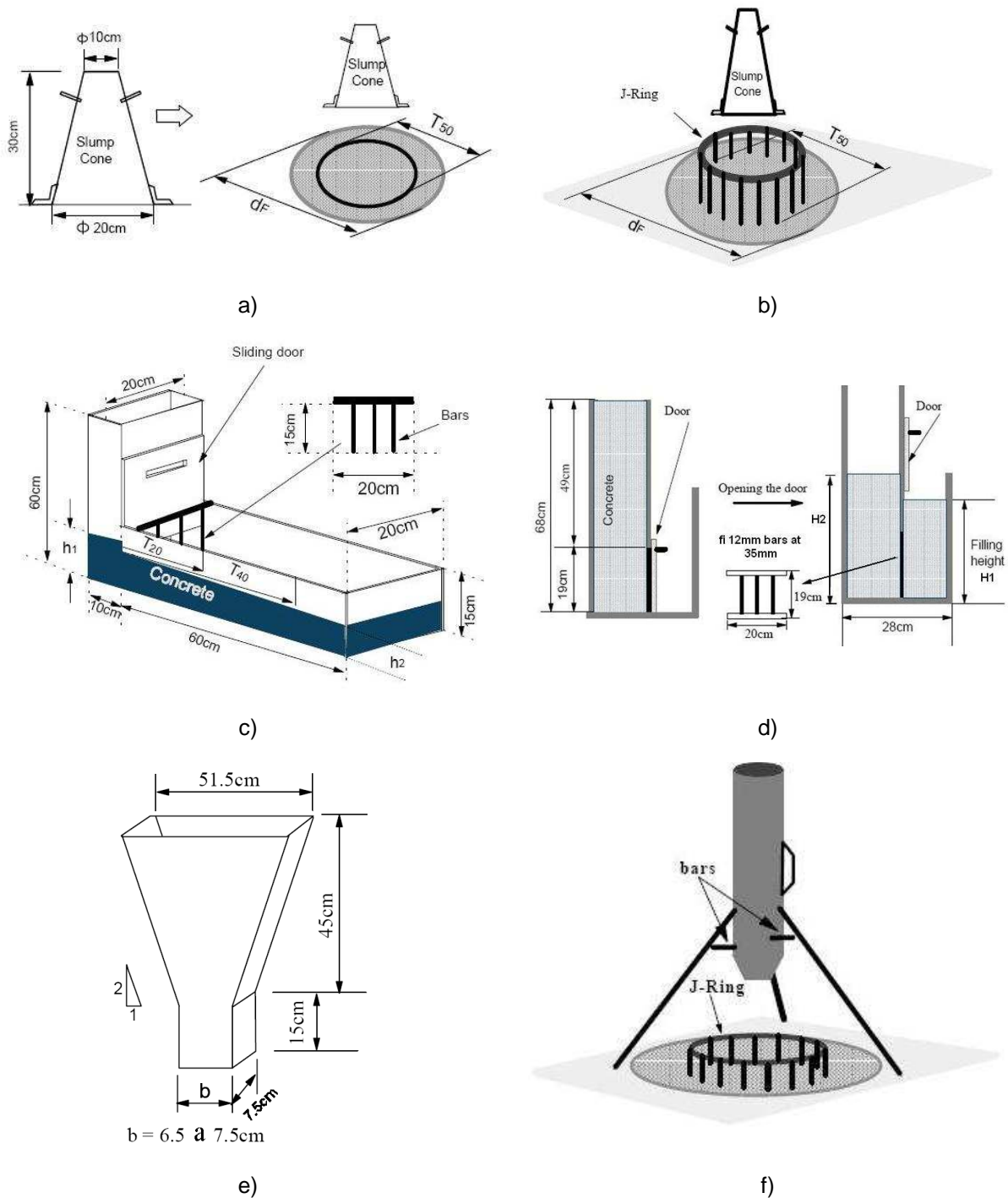


Fig. 2: Ensaios para aferir a auto-compactabilidade: a) espalhamento, b) espalhamento com anel, c) caixa L, d) caixa U, e) Funil, f) Orimet com anel.

Neste ensaio obtém-se uma resposta força-deslocamento ($F-\delta$) ou $F-CMOD$, do tipo da indicada na Fig. 4. Utilizando estes resultados a RILEM TC 162-TDF propõe a determinação do limite de proporcionalidade (F_L), dos parâmetros de resistência equivalente ($f_{eq,2}$ e $f_{eq,3}$) e dos parâmetros de resistência residual ($f_{R,1}$ e $f_{R,4}$), (Vandewalle *et al.* 2000a, 2003). F_L é o maior valor da força registada até uma flecha (ou $CMOD$) de 0.05 mm. Os parâmetros $f_{eq,2}$ e $f_{eq,3}$ são relacionados com a capacidade de absorção de energia do BRFA até uma flecha δ_2 e δ_3 ($\delta_2 = \delta_L + 0.65$ mm e $\delta_3 = \delta_L + 2.65$ mm, em que δ_L é a flecha correspondente a F_L) garantida pelos mecanismos de reforço das fibras ($D_{BZ,2}^f$ and $D_{BZ,3}^f$), tal como é evidenciado nas Figs. 4 e 5. A parcela de energia devida à fendilhação da matriz

(D^b_{BZ}) não é considerada na avaliação de f_{eq} . Os parâmetros $f_{R,1}$ e $f_{R,4}$ são as tensões correspondentes às forças $F_{R,1}$ e $F_{R,4}$, respetivamente, registadas à flecha $\delta_{R,1} = 0.46$ mm e $\delta_{R,4} = 3.0$ mm. Segundo a RILEM TC 162-TDF, os parâmetros de resistência equivalente (Vandewalle *et al.* 2000a) e de resistência residual (Vandewalle *et al.* 2002) são obtidos segundo as seguintes equações:

$$f_{eq,2} = \frac{3 D^f_{BZ,2} L}{2 \cdot 0.50 b h_{sp}^2} ; f_{eq,3} = \frac{3 D^f_{BZ,3} L}{2 \cdot 2.50 b h_{sp}^2} \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (1)$$

$$f_{R,1} = \frac{3 F_{R,1} L}{2 b h_{sp}^2} ; f_{R,4} = \frac{3 F_{R,4} L}{2 b h_{sp}^2} \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (2)$$

em que b (=150 mm) e L (=500 mm) são a largura e o vão do provete, e h_{sp} (=125 mm) é a distância entre a boca do entalhe e a face superior da secção do provete.

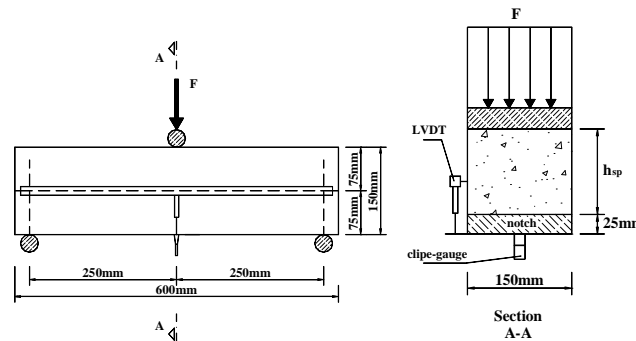


Fig. 3: Ensaio de flexão sob três pontos de carga em viga entalhada (Vandewalle *et al.* 2000a).

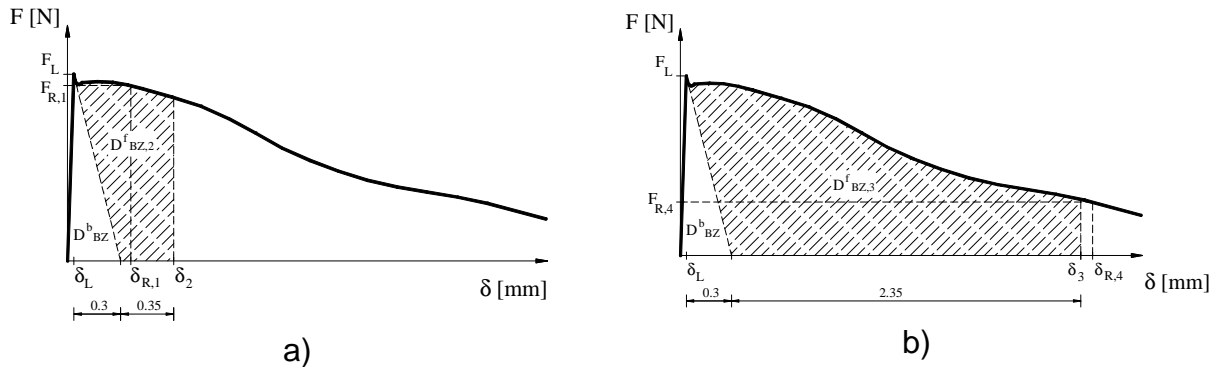


Fig. 4: Avaliação dos parâmetros de resistência à tração em flexão segundo a RILEM TC 162-TDF: a) $f_{eq,2}$ e $f_{R,1}$, b) $f_{eq,3}$ e $f_{R,4}$ (Vandewalle *et al.* 2000a, 2002).

2.3.2 Segundo as recomendações do CEB-FIP Model Code 2010

A Fig. 5 representa uma resposta típica força-CMOD obtida em ensaio de flexão sob três pontos de carga com provete de BRF entalhado. A geometria e a metodologia de preparação do provete, bem como as condições de carga e de apoio do provete são iguais às recomendadas pela RILEM TC 162 TDF.

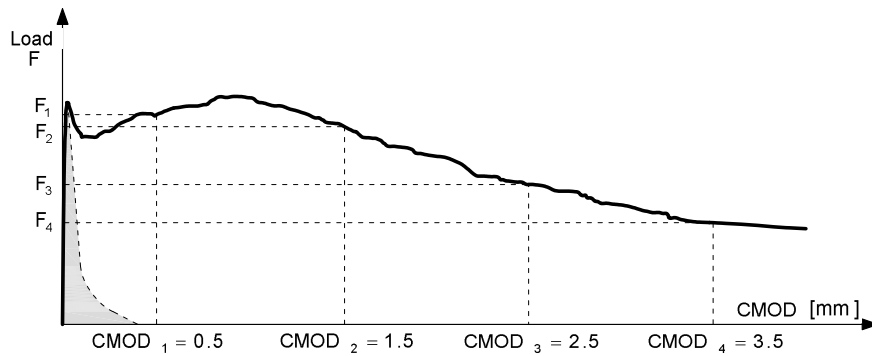


Fig. 5: Resposta típica F – CMOD em provete de BRF (CEB FIP Model Code 2010).

Tendo por base a relação F–CMOD determinam-se as forças F_j correspondentes aos $CMOD_j$ ($j= 1$ a 4 , ver Fig. 5), as quais permitem obter os correspondentes valores de resistência residual à tração em flexão por intermédio da aplicação da seguinte equação:

$$f_{R,j} = \frac{3 F_j L}{2 b h_{sp}^2} \quad (3)$$

em que f_{Rj} [N/mm²] e F_j [N] são, respetivamente, a resistência residual à tração em flexão e a força correspondente a $CMOD = CMOD_j$ [mm].

2.4 Caracterização experimental do comportamento pós-fendilhação segundo diferentes configurações de ensaio

A utilização de BACRFA em aplicações estruturais é ainda limitada, face ao potencial deste compósito. Para tal contribui a dificuldade encontrada em refletir numa formulação analítica, de forma simples mas suficientemente rigorosa, a influência que a orientação e distribuição das fibras têm no grau de eficácia do reforço das fibras em aplicações reais. De facto, o comportamento pós-fissuração do BACRFA é muito dependente da distribuição e orientação das fibras (Cunha 2010), o qual tem uma influência determinante na resistência à flexão e ao corte de elementos de BRFA, bem como na abertura e distância entre fendas (Wuest 2007, Tan *et al.* 1995). Por sua vez a distribuição e orientação das fibras são dependentes das propriedades em estado fresco do BRFA, método de amassadura e betonagem, efeitos dinâmicos empregues na colocação do BRFA e da geometria do molde (Oliveira 2010).

Recentemente foram iniciados estudos conducentes à utilização de BACRFA em grelha de fundação de habitação unifamiliar (Fig. 6). Até à data não existe ainda unanimidade sobre qual a configuração de ensaio experimental que permite caracterizar o comportamento que o BACRFA apresentará em determinada aplicação. Neste trabalho a caracterização do comportamento pós-fendilhação do BACRFA será efetuada de acordo com as recomendações do CEB-FIP Model CODE 2010, e por intermédio da execução de ensaios sobre provetes extraídos de elementos representativos do sistema estrutural em investigação (Fig. 7). Para tal um BACRFA de custo competitivo foi desenvolvido numa central de betão pronto, e foram construídos provetes standard, vigas à escala $\frac{1}{2}$ dos elementos da grelha real e uma grelha à escala $\frac{1}{4}$ (Fig. 7 e 8).

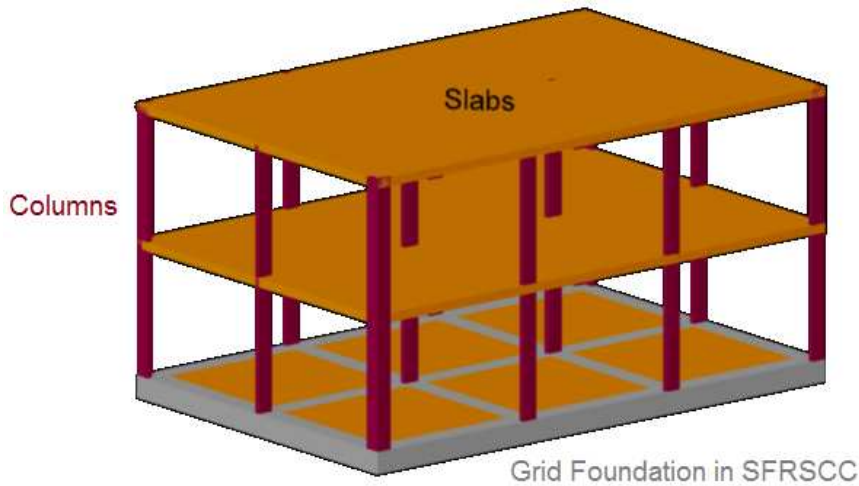
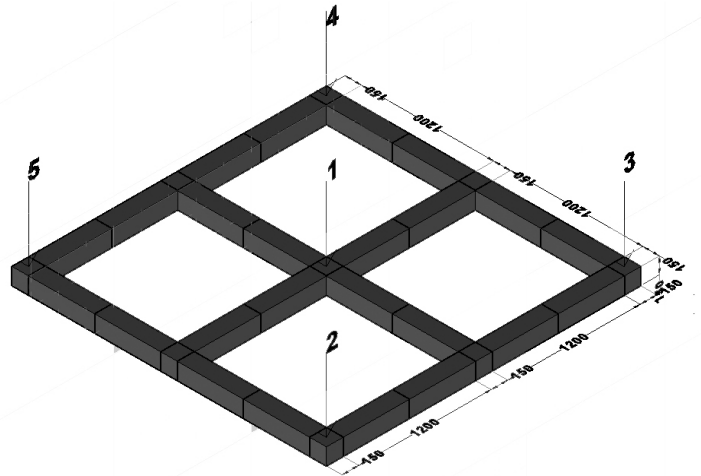


Fig. 6: Sistema estrutura de moradia unifamiliar apoiada em grelha de BACRFA.



a)



b)

Fig. 7: a) Protótipo de grelha; b) sequência de betonagem (1 a 5) e padrão de cortes para extração de provetes prismáticos (dimensões em mm).

Os moldes dos protótipos das vigas foram nivelados e enchidos a partir do seu centro, descarregando o BACRFA diretamente da autobetoneira. Vinte e oito dias após a sua betonagem, oito carotes cilíndricos foram extraídos de cada viga de acordo com o plano esquematicamente representado na Fig. 8. Cada carote foi dividida em três discos de 100 mm de espessura, de forma a determinar a relação tensão-abertura de fissura, $\sigma-w$, por execução de ensaios de tração indireta. Para avaliar a influência da orientação do plano de fratura (θ na Fig. 8) na relação $\sigma-w$, foram efetuados entalhes com diferente orientação nas faces laterais dos discos: 0° (o plano entalhado é ortogonal ao eixo longitudinal da viga), 30° and 45° . A largura e profundidade do entalhe foi 5 e 10 mm, respetivamente (Fig. 9).

A Fig. 10 representa a relação tensão-abertura de fissura (curvas médias) para os provetes extraídos a distinta profundidade nas secções das vigas (Fig. 8). A tensão foi calculada a partir da seguinte equação:

$$\sigma = \sigma_{sp} = \frac{2F}{\pi D L} \quad (4)$$

em que F é a carga de faca aplicada na espessura do provete, D é o diâmetro do provete (100 mm) e L é o comprimento não entalhado da seção solicitada (cerca de 80 mm). Três diferentes profundidades normalizadas (z/h) foram analisadas (Fig. 8), em que z é a profundidade da superfície média do provete e h é a altura da seção da viga (300 mm). O número de fibras efetivas (N_f) por cm^2 de área encontradas nas superfícies de fratura dos provetes ensaiados encontra-se também indicado na Fig. 10. Consta-se que a resistência pós fissuração aumentou com z , seguindo a tendência observada com N_f ao longo da profundidade na seção da viga. Isto indica que o momento fletor resistente positivo e negativo serão diferentes, sendo este aspeto favorável para o caso da grelha de fundação, dado que o momento positivo solicitante na zona sob os pilares é superior ao momento fletor solicitante negativo nas zonas entre pilares (Alves 2011).

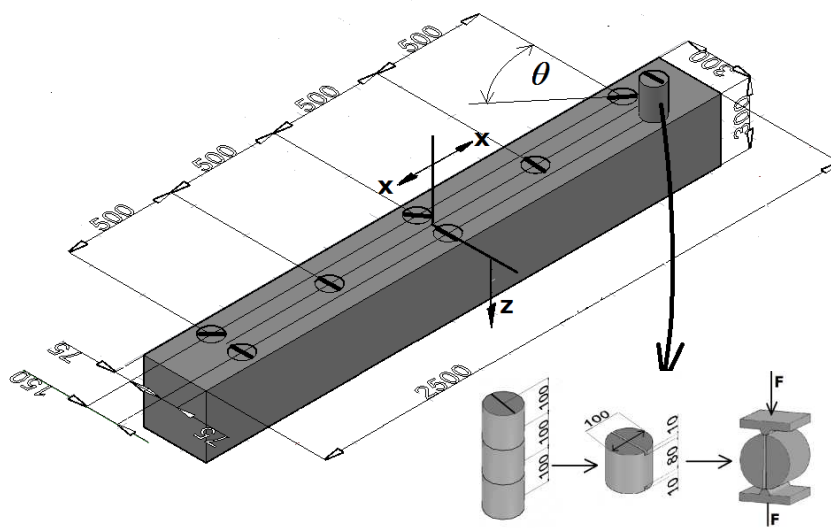


Fig. 8: Dimensões dos protótipos de viga e localização dos provetes extraídos para os ensaios de tração indireta (dimensões em mm).

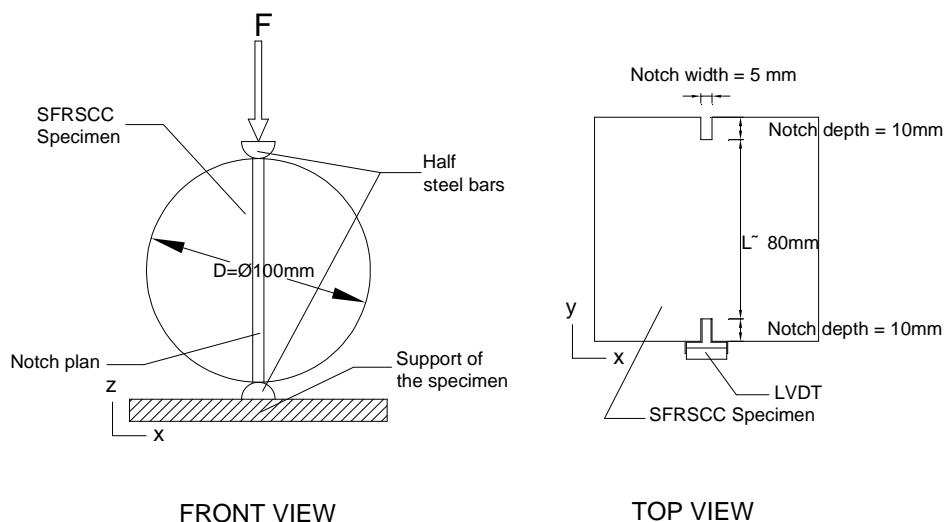


Fig. 9: Geometria do provete, e configuração do ensaio de tração indireta.

A Fig. 11 representa a relação tensão-abertura de fissura (curvas médias) para os provetes extraídos a diferentes distâncias do ponto de betonagem nos protótipos de

viga. Três diferentes distâncias (x) foram analisadas: $x=0$ (no ponto de betonagem), $x=500$ mm (a aproximadamente meia distância entre o ponto de betonagem e as extremidades da viga), e $x=1000$ mm (próximo das extremidades da viga). O N_f por cm^2 de área encontrado nas superfícies de fratura encontra-se também indicado na figura. Verifica-se que para distâncias inferiores a 1 metro do ponto de betonagem o comportamento registado nos ensaios de tração indireta é muito similar, seguindo a tendência observada no N_f contado na superfície de fratura dos provetes. Todavia, na grelha de fundação real a distância a percorrer poderá ser cerca de 2.5 m (metade da distância entre pilares). Assim, pretende-se alargar este projeto a protótipos de vigas com 5 metros de comprimento e secção transversal de dimensões iguais à concebida para o dimensionamento da estrutura (Alves 2010).

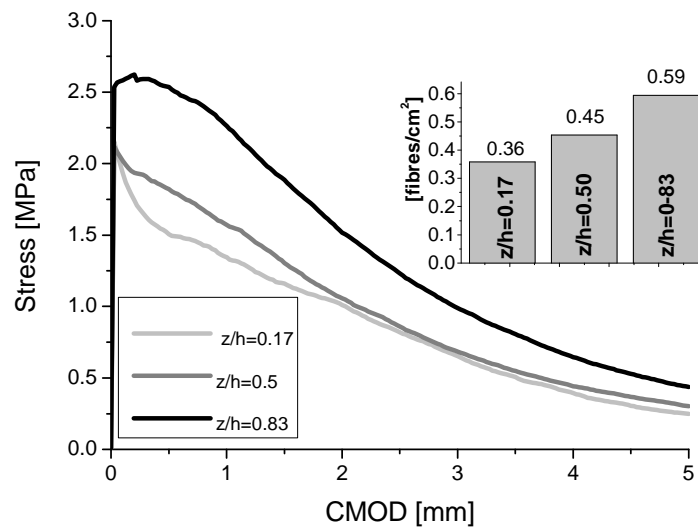


Fig. 10: Influência da altura da secção transversal da viga na resposta tensão-abertura de fissura.

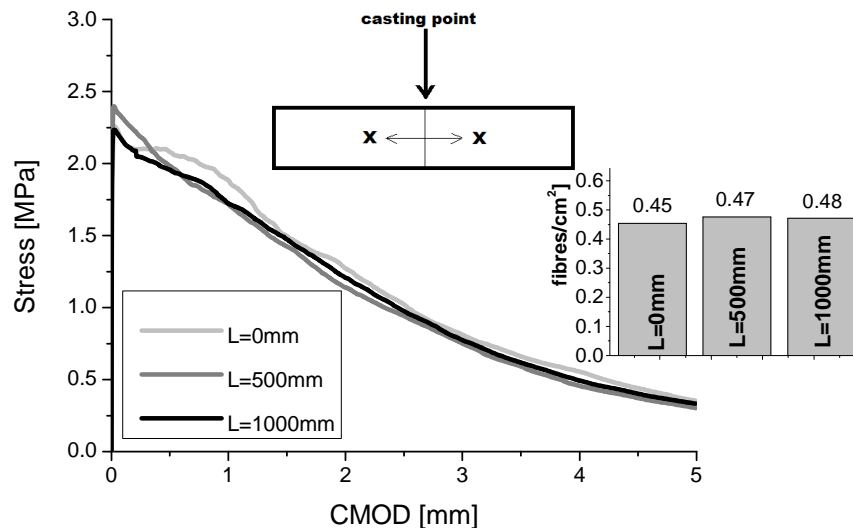


Fig. 11: Influência da distância do ponto de betonagem na relação tensão-abertura de fissura.

A Fig. 12 inclui as curvas médias tensão-abertura de fissura para os provetes ensaiados com o plano de entalhe fazendo diferente orientação com o eixo da viga (θ nas Figs. 8 e 12). Três valores foram considerados para θ : 0, 30 e 45 graus. Os resultados obtidos indicam que para as dimensões destas vigas protótipo a influência da orientação do plano de fratura na relação tensão-abertura de fissura foi

marginal. Todavia, a relativa pequena largura da secção das vigas pode ter contribuído para esta ocorrência, pois pode ter ocorrido efeito de parede promovendo uma orientação preferencial das fibras na direção do eixo da viga. Cunha *et al.* (2010) evidenciaram que os mecanismos de reforço das fibras são similarmente eficazes quando o ângulo entre a direção das fibras e a normal ao plano de fratura se enquadra num intervalo de 0 (ortogonais ao plano de fratura) a 30 graus. No entanto, se as grelhas de fundação forem constituídas por elementos com secção mais larga, haverá maior probabilidade da relação tensão-abertura de fissura ser mais influenciada pelo parâmetro θ .

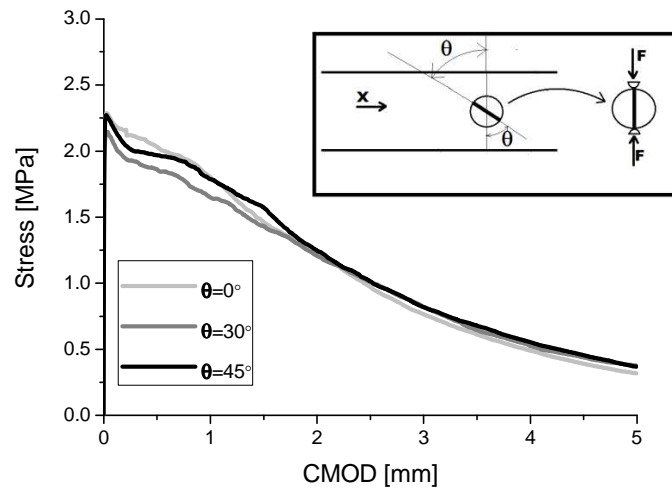


Fig. 12: Influência da orientação do plano de entalhe relativo ao eixo da viga na relação tensão-abertura de fendas em provetes extraídos dos protótipos de viga.

A partir das relações tensão-abertura de fissura obtidas nos ensaios de tração indireta obteve-se para f_{R1} valores no intervalo 1.67 a 2.6 MPa, enquanto que para f_{R3} os valores variaram entre 0.9 e 1.34 MPa, os quais são muito inferiores aos obtidos nos ensaios de tração em flexão com provetes standard e com provetes extraídos da grelha protótipo, Fig. 13.

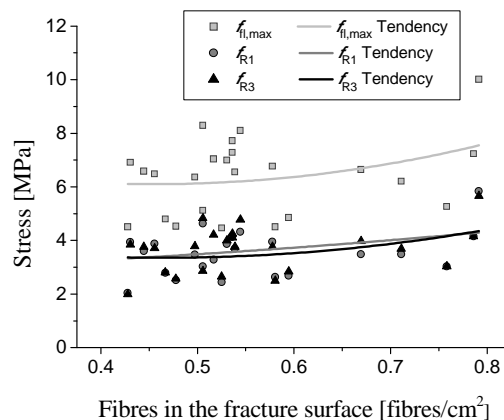


Fig. 13: Relação entre o número de fibras encontradas na superfície de fratura dos provetes da grelha protótipo e os parâmetros de resistência residual de tração em flexão.

O valor médio da máxima tensão de tração indireta, $f_{spm,max}$, foi 2.29 MPa. Os valores médios, característicos e de cálculo dos parâmetros de resistência residual obtidos a partir das curvas σ -CMOD registadas nos ensaios de tração indireta estão incluídos na Tabela 1. Devido ao relativo elevado número de provetes (96) e menor

coeficiente de variação, os valores característicos e de cálculo dos parâmetros de resistência residual foram mais elevados que os obtidos nos ensaios de flexão.

Tabela 1 – Valores médios, característicos e de cálculo do BACRFA desenvolvido.

	Ensaio de flexão		Ensaio de tração indireta			Ensaio de compressão em cilindros
	Provete standard	Vigas de grelha	z/h=0.17	z/h=0.50	z/h=0.83	
Nº de provetes	7	24	96			4
f_{R1m} [MPa]	5.3 (2.07) ¹	5.8 (1.43)	1.67 (0.62)	1.91 (0,62)	2.60 (0.62)	---
f_{R3m} [MPa]	4.34 (1.93)	5.24 (1.49)	0.90 (0.35)	0.92 (0.35)	1.34 (0.35)	---
f_{R1k} [MPa]	1.63	3.7	1.55	1.79	2.48	---
f_{R3k} [MPa]	0.92	3.02	0.825	0.85	1.27	---
f_{Ftsm} [MPa]	2.39	2.62	1.55	1.79	2.48	---
f_{Ftum} [MPa]	0.78	1.02	0.83	0.85	1.27	---
f_{Ftsk} [MPa]	0.74	1.67	1.55	1.79	2.48	---
f_{Ftuk} [MPa]	0.09	0.54	0.83	0.85	1.27	---
f_{ck} [MPa]	---	---	---	---	---	39
f_{cd} [MPa]	---	---	---	---	---	26.7
f_{Ftsd} [MPa]	0.49	1.11	1.03	1.19	1.65	
f_{Ftud} [MPa]	0.06	0.36	0.55	0.43	0.85	

$X_k=k.X_m$; $X_d=X_w/1.5$; ¹ Coeficiente de variação

Na Fig. 14 representa-se a relação entre os parâmetros de resistência residual de tração em flexão, f_R , e o N_f encontrado na secção de fratura dos provetes extraídos dos protótipos de viga. Verifica-se que estes parâmetros têm a tendência para aumentar com N_f , sendo esta tendência mais pronunciada no f_{R1} (até abertura de fissura de 0.5 mm). Quando a relação f_R-N_f registada nas vigas extraídas do protótipo de grelha (Fig. 13) é comparada com a determinada nos ensaios de tração indireta, o maior aumento de f_R com N_f observado nestes últimos ensaios revela o maior risco de ocorrência de segregação se a betonagem ocorre nos nós da grelha, como foi o processo adotado na grelha protótipo (Fig. 7b).

Na Fig. 15 são comparados os valores de resistência residual de tração em flexão, σ_{fl} , com os de resistência residual de tração indireta, σ_{sp} , para abertura de fissura de 0.5, 1.5, 2.5 e 3.5 mm (os recomendados pelo CEB-FIP MC 2010 para a definição da lei constitutiva do BRF). Os valores de σ_{fl} , calculados segundo a Eq. (3), foram obtidos dos ensaios com as vigas extraídas do protótipo de grelha. As curvas da Fig. 15 mostram que σ_{fl} é significativamente mais elevado que σ_{sp} para todos os w (CMOD) considerados. Esta figura também revela que a diferença entre σ_{fl} e σ_{sp} diminui com o aumento de z/h , devido ao aumento do número de fibras com z/h nos provetes de tração indireta. Nos ensaios de flexão, para valores de abertura de

fenda superiores a 2.5 mm, o σ_{fl} começou a baixar devido à perda de eficácia do reforço das fibras submetidas a elevado deslizamento.

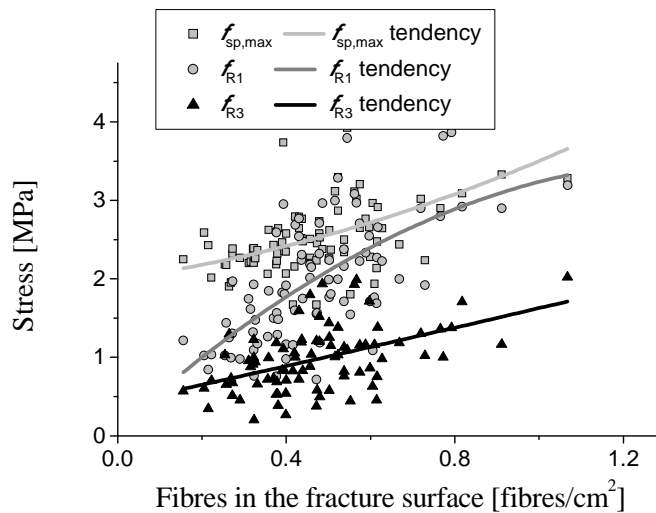


Fig. 14: Relação entre o número de fibras encontradas na superfície de fratura os provetes extraídos da vigas protótipo e os parâmetros de resistência residual de tração.

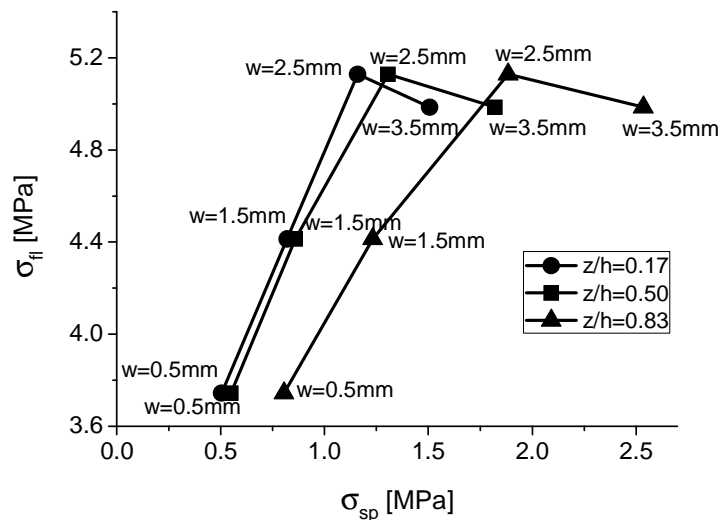


Fig. 15: Relação entre a resistência residual em tração indireta e a resistência residual à tração em flexão.

3. METODOLOGIAS DE PROJETO

3.1 Introdução

Neste capítulo são resumidamente descritas as recomendações do RILEM TC 162-TDF (Vandewalle *et al.* 2003) e do CEB-FIP Model Code 2010 para definição da lei constitutiva tensão-extensão para o dimensionamento de estruturas de BRFA. A teoria das linhas de rotura (TLR) aplicada ao dimensionamento de lajes de BRFA apoiadas em pilares é introduzida (Salehian and Barros 2011), e a aplicabilidade do

método dos elementos finitos para a análise e dimensionamento de estruturas de BRFA é também discutida no presente capítulo.

3.2 Formulação do RILEM TC 162 TDF

A Fig. 16 representa o diagrama σ - ϵ proposto pela RILEM TC 162-TDF (Vandewalle et al. 2003) para modelar o comportamento uniaxial do BRFA. Os pontos que definem este diagrama são determinados por intermédio das seguintes relações:

$$\sigma_1 = C_1 f_{ctm,fl} (1.6 - d); \quad \sigma_2 = C_2 f_{R,1} K_h; \quad \sigma_3 = C_3 f_{R,4} K_h \quad (5)$$

$$\epsilon = \frac{\sigma_1}{E_c}; \quad \epsilon_2 = \epsilon_1 + C_4 \text{‰}; \quad \epsilon_3 = C_5 \text{‰}; \quad E_c = 9500(f_{cm})^{1/3} \quad (6)$$

em que $f_{ctm,fl}$ e E_c são o valor médio de resistência à tração em flexão e o módulo de Young (em MPa), respetivamente, d é o braço interno da secção (em m), com $1.6-d \geq 1.0$, e K_h é um parâmetro que pretende simular a influência da altura da secção da viga no comportamento pós-pico do BRFA. A RILEM TC 162-TDF propôs para os parâmetros C_i os seguintes valores: $C_1=0.7$, $C_2=0.45$, $C_3=0.37$, $C_4=0.1$ e $C_5=25$. Enquanto modelos mais avançados de avaliação de K_h não se encontrem disponíveis, o RILEM TC 162-TDF recomenda o gráfico representado na Fig. 17. A análise inversa descrita na Secção 3.5 é correntemente utilizada para determinar os valores do parâmetro C_i (Barros et al. 2005).

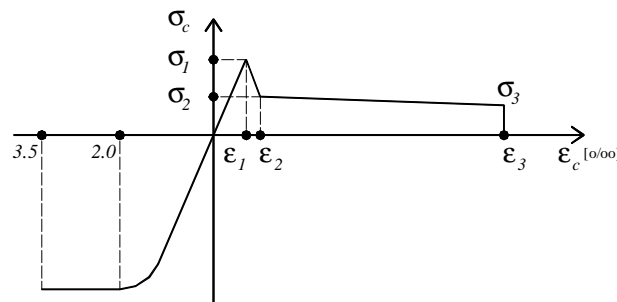


Fig. 16: Diagrama σ - ϵ para BRFA, segundo o RILEM TC 162-TDF (Vandewalle et al. 2003)

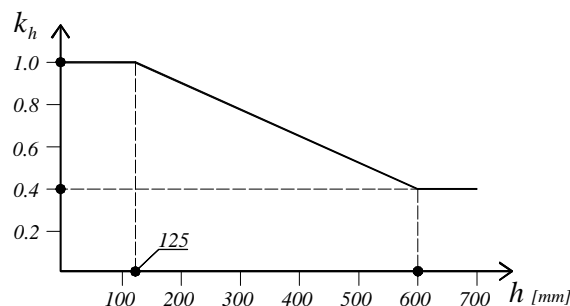


Fig. 17: Fator de escala segundo o RILEM TC 162-TDF (Vandewalle et al. 2003)

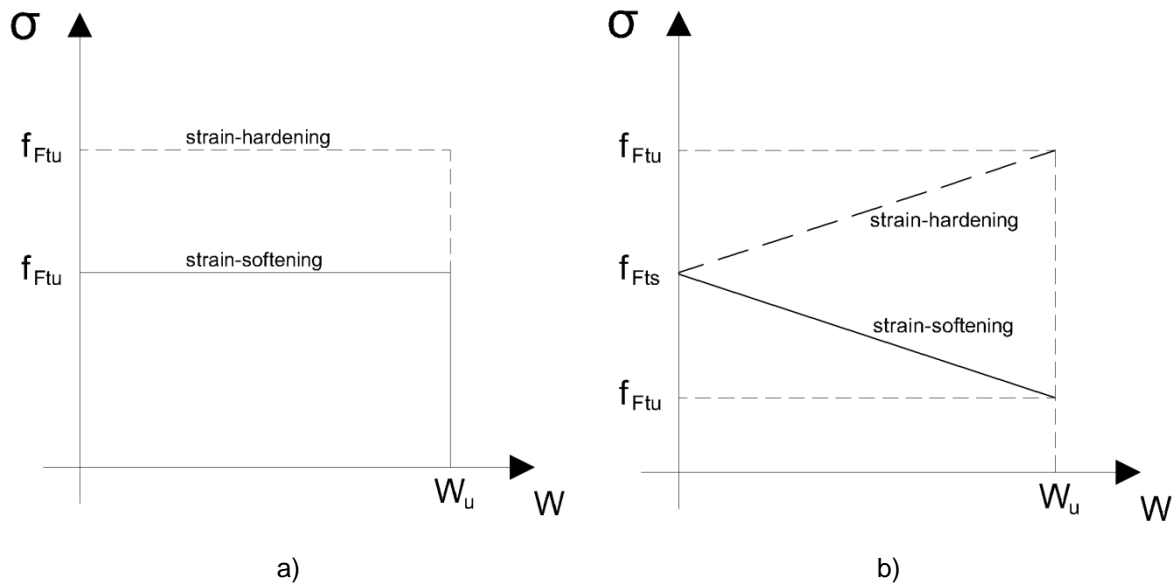
3.3 Formulação do CEB-FIP Model Code 2010

Utilizando os valores de f_{Rj} determinados segundo a metodologia descrita na secção 2.3.2, as leis constitutivas tensão-extensão para estados limites últimos (ELU) e de serviço (ELS) podem ser obtidas. Para ELU os dois modelos esquematicamente representados na Fig. 18 são recomendados, em que f_{Fts} representa o valor de serviço da resistência residual, definido como a resistência pós-fendilhação para

aberturas de fenda em condições de serviço, e f_{Ftu} representa a resistência residual para estados limites últimos. Estes dois parâmetros são calculados a partir das seguintes equações:

$$f_{Fts} = 0.45f_{R1} \quad (7)$$

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0.5f_{R3} + 0.2f_{R1}) \geq 0 \quad (8)$$



No caso de BRF com comportamento de amolecimento (BRF-AT), a extensão pode ser obtida a partir da abertura de fenda através da utilização de um comprimento característico, l_{cs} :

$$\varepsilon = \frac{w}{l_{cs}} \quad (9)$$

Se o BRF-AT for aplicado em elementos reforçados com armaduras convencionais, o l_{cs} pode ser estimado através de:

$$l_{cs} = \min\{s_{rm}, y\} \quad (10)$$

em que s_{rm} é o valor médio da distância entre fendas, y é a distância entre o eixo neutro e a face tracionada da secção transversal do elemento, determinada em fase elasto-fendilhada e desprezando a resistência residual à tração do BRF, para a combinação de ações correspondente a ELS por fendilhação.

Em elementos sem armadura convencional, sujeitos a flexão pura ou composta, com a resultante da força axial aplicada fora da secção, assume-se $y = h$. A mesma hipótese é admitida no caso das lajes.

O valor último de abertura de fissura pode ser obtido a partir de $w_u = I_{cs} \varepsilon_{Fu}$, assumindo ε_{Fu} igual a 2‰ para distribuição variável de extensão na secção transversal, e 1‰ para extensão constante na secção. Em qualquer caso a máxima abertura de fissura não pode exceder 2.5 mm.

A Fig. 19a (Caso I) representa o diagrama tensão-extensão recomendado para as análises correspondentes aos ELS quando se utiliza BRF-AT. Até ε_B o diagrama σ - ε é igual ao utilizado para o betão simples (PC), enquanto na fase pós-pico o diagrama bilinear é definido a partir das seguintes equações:

$$\frac{\sigma - f_{ct}}{0.2f_{ct} - f_{ct}} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_B}{\varepsilon_Q - \varepsilon_B}, \text{ para } \varepsilon_B \leq \varepsilon \leq \varepsilon_C \quad (11)$$

com

$$\varepsilon_Q = \frac{G_f}{f_{ct} \cdot I_{cs}} + \left(\varepsilon_B - \frac{0.8f_{ct}}{E_c} \right) \quad (12)$$

em que G_f representa a energia de fratura do PC. De acordo com o CEB-FIP Model Code 2010, $\sigma_A = 0.9f_{ct}$ e $\varepsilon_B = 0.15\text{‰}$. Para BRF-AT:

$$\varepsilon_{SLS} = \frac{CMOD_1}{l_{cs}} \quad (13)$$

$$\varepsilon_{ULS} = \frac{w_u}{l_{cs}} = \min \left\{ \varepsilon_{Fu}, \frac{2.5}{l_{cs}} \right\}, \text{ com } l_{cs} \text{ em mm} \quad (14)$$

em que $\varepsilon_{Fu} = 2\text{‰}$ para distribuição variável de extensão na secção transversal, e 1‰ para extensão constante de tração na secção.

Para materiais caracterizados por propagação estável de fendas até ε_{SLS} com resistência à tração f_{Fts} maior que f_{ct} , dois casos podem ser considerados:

Caso II, Fig. 19b: o processo de fendilhação fica estável até à extensão correspondente a ELS, ε_{SLS} , e de novo quatro ramos definem a lei constitutiva σ - ε . Os dois primeiros ramos permanecem iguais aos correspondentes a PC, enquanto o terceiro ramo (\overline{BD}) é descrito analiticamente através de:

$$\frac{\sigma - f_{ct}}{f_{Ftsd} - f_{ct}} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_B}{\varepsilon_{SLS} - \varepsilon_B}, \text{ para } \varepsilon_B \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{SLS} \quad (15)$$

Caso III, Fig. 19c: o processo de fendilhação permanece estável até à extensão correspondente a ELS, ε_{SLS} , mas agora três 3 ramos definem a lei constitutiva σ - ε .

O segundo ramo (\overline{AD}) é definido através de:

$$\frac{\sigma - \sigma_A}{f_{Ftsd} - \sigma_A} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_A}{\varepsilon_{SLS} - \varepsilon_A}, \text{ para } \varepsilon_A \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{SLS} \quad (16)$$

Para os casos II e III, o BRF pode ter comportamento de amolecimento (\overline{DE}) ou de endurecimento ($\overline{DE'}$), dependendo na inclinação do último ramo.

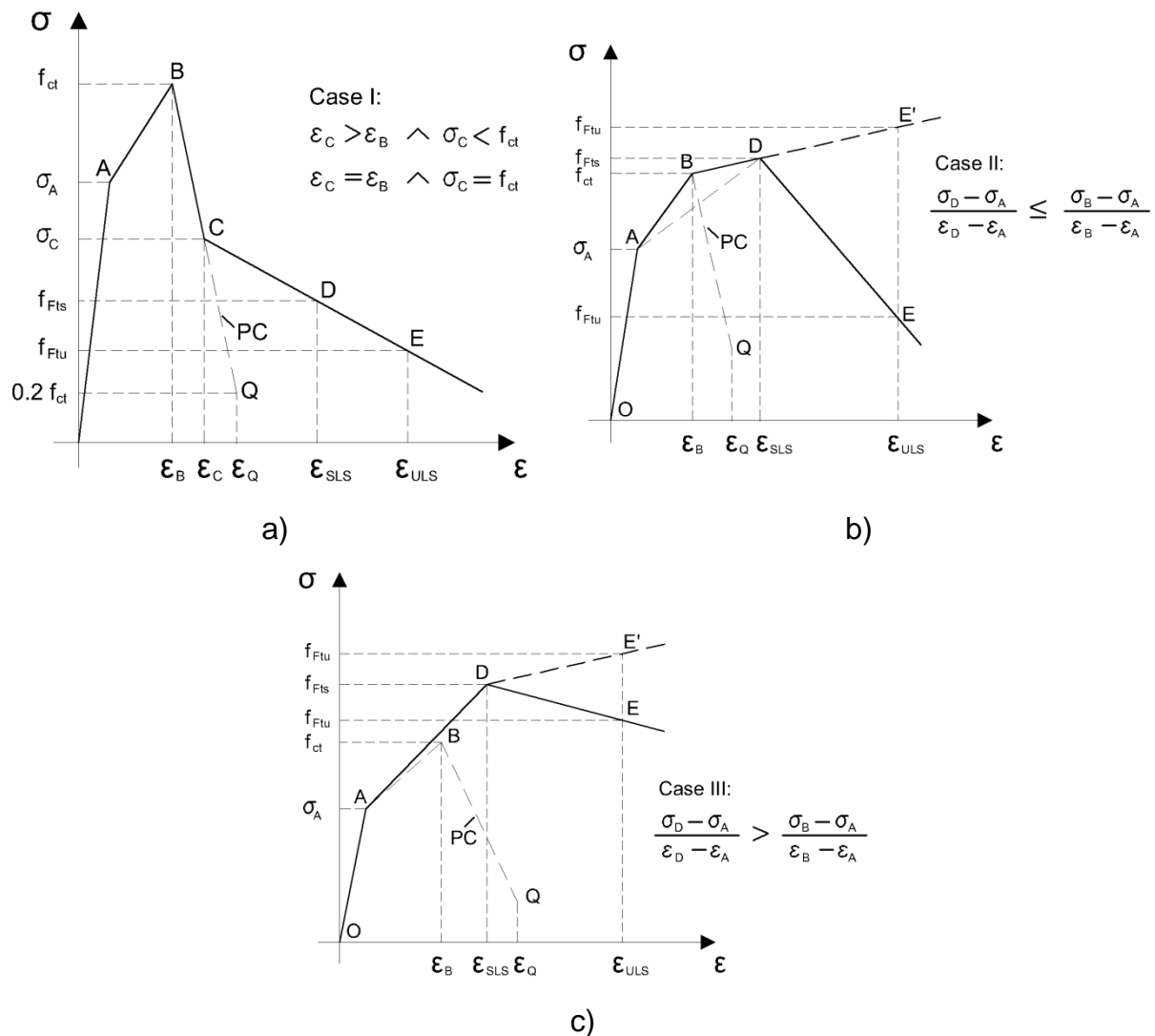


Fig. 19: Diagramas tensão-extensão de ELS para: a) amolecimento; b) e c) amolecimento e endurecimento do comportamento do BRF.

Os valores de cálculo para os parâmetros de resistência pós-fendilhação em ELU podem ser determinados através de:

$$f_{Ftsd} = f_{Ftsk} / \gamma_F \quad (17)$$

$$f_{Ftud} = f_{Ftuk} / \gamma_F \quad (18)$$

em que f_{Xd} e f_{Xk} são os valores de cálculo e característicos do parâmetro f_X , e γ_F é um fator de segurança, cujos valores encontram-se na Tabela 2. Para ELS os fatores parciais de segurança assumem o valor unitário.

Tabela 2 – Fatores de segurança parciais

BRF em	Fatores parciais de segurança
Compressão	Como no betão simples
Tração (limite de linearidade)	Como no betão simples
Tração (resistência residual)	$\gamma_F=1.5$

3.4 Formulação baseada na teoria das linhas de rotura

3.4.1 Introdução

A teoria das linhas de rotura (TLR) tem sido muito utilizada no dimensionamento de lajes de BRFA apoiadas em solo (Barros *et al.* 2005). Recentemente a TLR foi utilizada na previsão da capacidade de carga de lajes fungiformes apoiadas em pilares, reforçadas com relativa elevada percentagem (1.0% a 1.5%) de fibras de aço (Salehian e Barros 2011). A este tipo de lajes atribuiu-se a designação de lajes elevadas de betão reforçadas com fibras de aço (LEBRFA) (Destrée 2004), e incluem uma percentagem mínima de armadura de continuidade, também referida como armadura de colapso antiprogressivo, colocada na face inferior da laje no alinhamento dos pilares, em ambas as direções (Sasani and Sagiroglu 2008). Nesta secção a formulação baseada na TLR para LEBRFA é brevemente descrita, encontrando-se todos os detalhes em Salehian e Barros (2011).

3.4.2 TLR aplicada a lajes elevadas em BACRFA

Para as relativas elevadas percentagens volumétricas de fibras de aço anteriormente indicadas, as LEBRFA podem desenvolver comportamento dúctil com formação de linhas de rotura, pelo que a TLR pode ser aplicada para estabelecer a equação que, a partir da função que depende do momento resistente “pseudo-plástico”, $f(M_p)$, e da geometria da laje, , permite determinar a capacidade de carga da laje:

$$(q_{sur})_{ult} + (q_{lin})_{ult} + (P_{poi})_{ult} = f(M_p) \quad (19)$$

em que a carga uniformemente distribuída por unidade de área, q_{sur} , por unidade de comprimento, q_{lin} , e num ponto, P_{poi} , são os três diferentes carregamentos que geralmente são considerados no dimensionamento deste tipo de estrutura. A carga uniformemente distribuída pode ser obtida a partir da combinação de cargas quase permanentes, tais como o peso próprio da laje, W_G , e a sobrecarga, q'_{ult} :

$$q_{sur} = \lambda_{DL} W_G + \lambda_{LL} q'_{ult} \quad (20)$$

em que λ_{DL} e λ_{LL} são fatores de majoração das ações permanentes e variáveis, respetivamente, cujos valores devem ser obtidos segundo os códigos de projeto em vigor.

As cargas transferidas por paredes (ou elementos similares) para as lajes podem ser consideradas como uma carga distribuída por unidade de comprimento, podendo ser obtida por intermédio da seguinte equação:

$$q_{lin} = \lambda_{LL}(\gamma_w h_w t_w) \quad (21)$$

em que γ_w , h_w e t_w representam, respetivamente, o peso específico do material, a altura e a espessura da parede. O ponto de carga consiste de um peso, W , aplicado numa relativa pequena área da laje. O valor de cálculo da carga pontual pode ser obtido a partir da seguinte equação:

$$P_{poi} = \lambda_{LL} W \quad (22)$$

Como os valores de cálculo das ações são em geral conhecidos, o valor de cálculo do momento plástico resistente é determinado por intermédio da Eq. (19). Nesta secção apresentam-se duas abordagens para determinar M_p . A primeira suporta-se na determinação da resistência residual pós-fissuração do BRFA que garante um momento resistente superior ao solicitante. Neste contexto, uma formulação analítica recentemente desenvolvida por Taheri *et al.* (2011) pode ser adotada, dado que esta conduz à determinação da relação momento-curvatura, $M-\phi$, de uma dada secção.

A segunda abordagem baseia-se na utilização de resultados obtidos em painéis circulares apoiados no seu contorno (Fig. 20) e na aplicação da TLR. De facto, conhecida a máxima carga, P_{ult} , obtida nestes ensaios e aplicando a TLR a este sistema estrutural é possível obter M_p a partir de P_{ult} (Salehian e Barros 2011):

$$M_p = \frac{P_{ult}}{2\pi} \quad (23)$$

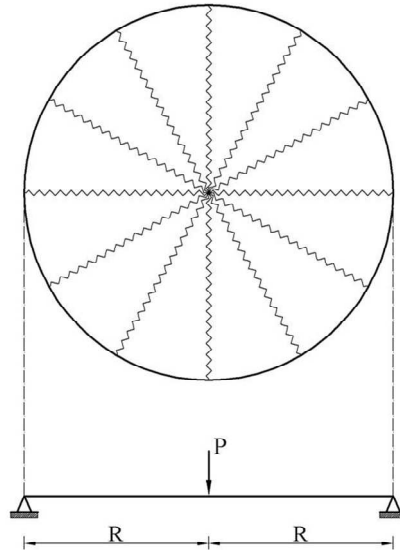


Fig. 20: Padrão de linhas de rotura no caso de painel circular apoiado em todo o seu contorno e submetido a carga pontual no seu centro.

No presente trabalho apenas se apresentará a formulação correspondente a carga uniformemente distribuída, $(q_{sur})_{ult}$, e a carga pontual, P_{poi} , em lajes fungiformes apoiadas em pilares, mas a formulação completa pode ser encontrada em Salehian e Barros (2011).

Para determinar a capacidade de carga deste tipo de sistema estrutural recorrendo à TLR, os mecanismos de rotura representados na Fig. 21 devem ser considerados. O primeiro mecanismo (I) inclui a formação de linhas de rotura nas fronteiras do painel de laje (devidas a momentos negativos – trações na face superior) e linhas de rotura no centro do painel (devidas a momentos positivos- trações na face inferior). O segundo mecanismo (II) é local, e deve-se a rotura por punção. No entanto, se a percentagem da armadura de colapso antiprogressivo for relativamente baixa (Sasani e Sagiroglu 2008), este tipo de rotura nunca ocorrerá, pois para a geometria das lajes e para os tipos de BRFA a serem utilizados a rotura ocorrerá previamente por flexão (Haraji *et al.* 1995, Choi *et al.* 2007, Cheng and Parra-Montesinos 2010, Moraes-Neto *et al.* 2012). Assim, no presente trabalho apenas será apresentada a formulação para o mecanismo I, encontrando-se a formulação para o mecanismo II em Salehian e Barros (2011).

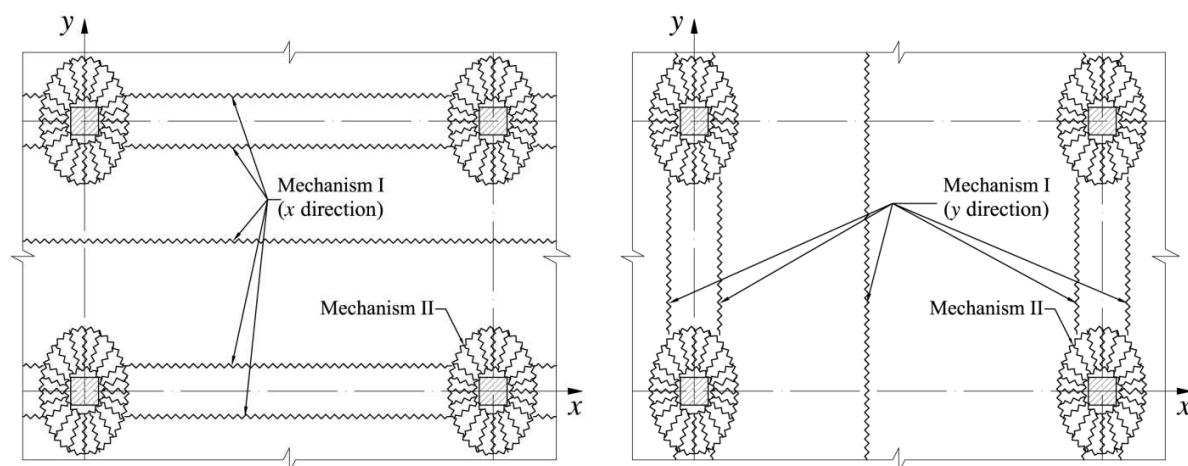


Fig. 21: Padrões de linhas de rotura possíveis de ocorrer em lajes fungiformes de BRFA apoiadas em pilares

Carregamento correspondente a carga uniformemente distribuída, q_{sur}

Para este carregamento, o dimensionamento deste tipo de lajes deve ser efetuado avaliando a capacidade de carga de dois tipos de painel (Fig. 22): interior com continuidade nas suas fronteiras; de canto em que dois dos seus bordos são admitidos simplesmente apoiados e os outros dois de continuidade. As equações para o dimensionamento do tipo de painel que se encontra no interior de um bordo da laje podem ser derivadas das equações relativas aos outros dois tipos de painel.

Aplicando a TLR ao painel interior obtêm-se as seguintes equações (Salehian and Barros 2011):

$$M_{Px}^+ = \frac{q_{sur} L_{ry}^2}{8(1 + \phi_h)} \quad (24)$$

$$M_{Px}^- = \phi_h M_{Px}^+ \quad (25)$$

$$M_{Py}^+ = \frac{q_{sur} L_{rx}^2}{8(1 + \phi_h)} \quad (26)$$

$$M_{Py}^- = \varphi_h M_{Py}^+ \quad (27)$$

em que L_{rx} e L_{ry} representam a distância entre as linhas de rotura paralelas aos eixos Y e X, respetivamente, que se formam num painel devidas a momentos negativos, tal como representado na Fig. 23.

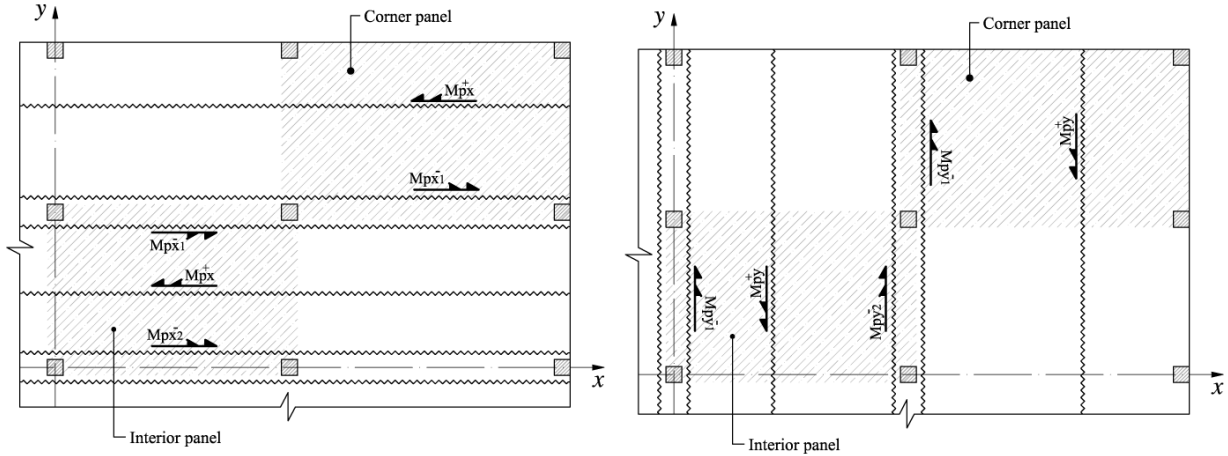


Fig. 22: Padrões de linhas de rotura para os dois tipos de painéis mais representativos do sistema estrutural de laje fungiforme em BARFA apoiada em pilares.

Nas equações (24) e (27) φ_h é a relação entre o momento resistente negativo e positivo da secção da laje, o qual pode ser considerado igual nas direções X e Y. A investigação disponível indica haver uma tendência para um aumento da percentagem de fibras da face superior para a face inferior do elemento estrutural, principalmente quando a betonagem é efetuada com recurso a vibração (Barros e Antunes 2003). No caso do BACRFA, dado não serem adotados meios de vibração na sua aplicação, tem-se observado uma maior uniformidade na distribuição das fibras na secção dos elementos (Barros 2008, Cunha 2010, Oliveira 2010), pelo que φ_h aproxima-se do valor unitário.

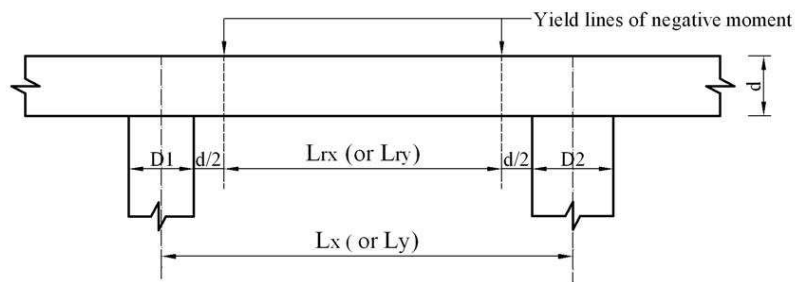


Fig. 23: Localização assumida para as linhas de rotura devidas a momentos negativos.

Aplicando a TLR ao painel de canto da laje obtêm-se as seguintes equações (Salehian e Barros 2011):

$$M_{Px}^+ = \frac{q_{sur} L_{ry}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_h} + 1)^2} \quad (28)$$

$$M_{Px}^- = \varphi_h M_{Px}^+ \quad (29)$$

$$M_{Py}^+ = \frac{q_{sur} L_{rx}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_h} + 1)^2} \quad (30)$$

$$M_{Py}^- = \varphi_h M_{Py}^+ \quad (31)$$

Admitindo-se uma distribuição uniforme de fibras na espessura da laje, $\varphi_h = 1$, as equações (24) a (27) para o painel interior reduzem-se às seguintes:

$$M_{Px}^+ = \frac{q_{sur} L_{ry}^2}{16} \quad (32)$$

$$M_{Px}^- = M_{Px}^+ \quad (33)$$

$$M_{Py}^+ = \frac{q_{sur} L_{rx}^2}{16} \quad (34)$$

$$M_{Py}^- = M_{Py}^+ \quad (35)$$

enquanto para o painel do canto as equações (28) a (31) ficam:

$$M_{Px}^+ = \frac{q_{sur} L_{ry}^2}{2(\sqrt{2} + 1)^2} \quad (36)$$

$$M_{Px}^- = M_{Px}^+ \quad (37)$$

$$M_{Py}^+ = \frac{q_{sur} L_{rx}^2}{2(\sqrt{2} + 1)^2} \quad (38)$$

$$M_{Py}^- = M_{Py}^+ \quad (39)$$

Carregamento correspondente a carga pontual aplicada num painel central, P_{poi}

Na Fig. 24 representa-se o padrão de linhas de rotura correspondente a carga distribuída numa área relativamente pequena de diâmetro a . Da aplicação da TLR, a carga total, P_{poi} , relaciona-se com o momento plástico através da seguinte equação:

$$M_p^+ = \frac{P_{poi} \left(1 - \frac{2a}{3R}\right)}{2\pi(1+\varphi_h)} \quad (40)$$

onde R é o raio da linha de rotura circunferencial devida a momentos negativos, cujo cálculo pode ser estimado a partir de (Fig. 24):

$$R = \sqrt{\frac{L_x L_y}{\pi}} \quad (41)$$

Se as recomendações do CEB-FIP Model Code 2010 forem utilizadas para definir a lei constitutiva do BRF com base em valores de cálculo, é possível determinar o valor de cálculo do momento plástico, M_{pd} . Substituindo M_p por M_{pd} na Eq. (19) pode-se obter o valor de cálculo da máxima carga uniformemente distribuída ou pontual:

$$q_{ult} = (q_{sur.})_{ult} = f(M_{pd}) \quad (42a)$$

$$q_{ult} = (P_{poi.})_{ult} = f(M_{pd}) \quad (42b)$$

possível de aplicar à laje.

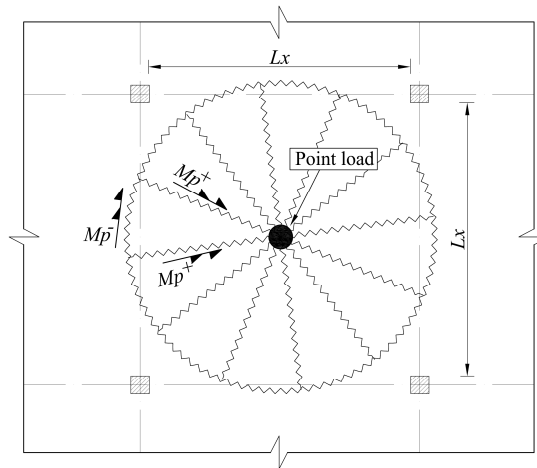


Figure 24: Padrão de linhas de rotura para carga pontual aplicada no centro de um painel central de laje fungiforme em BARFA apoiada em pilares.

Avaliação da capacidade de carga de LEBRFA recorrendo à resistência residual do BRFA

O momento plástico pode ser determinado recorrendo à formulação desenvolvida por Taheri *et al.* (2011):

$$M_p = M'_u \times M_{cr} = \frac{3\mu\omega}{\mu + \omega} M_{cr} \quad (43)$$

em que (Fig. 25)

$$\mu = \frac{\sigma_{cst}}{E\varepsilon_{cr}} = \frac{\sigma_{cst}}{\sigma_{cr}} \quad (44)$$

$$\omega = \frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cr}} = \frac{\sigma_{cy}}{E\varepsilon_{cr}} = \frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{cr}} \quad (45)$$

e M_{cr} é o momento de fendilhação da secção:

$$M_{cr} = \frac{h^2 \sigma_{cr}}{6} \quad (46)$$

sendo h a espessura da LEBRFA.

Substituindo Eq. (43) na Eq. (42) obtém-se a capacidade de carga da laje q_{ult} .

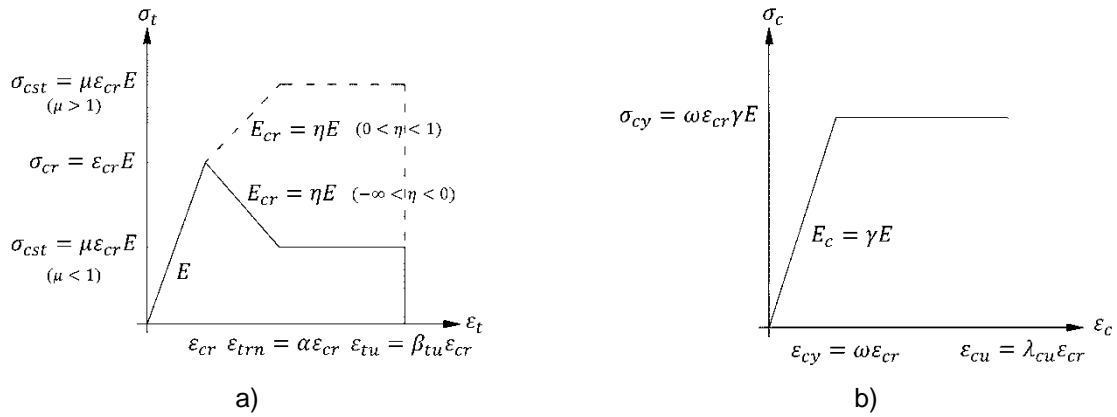


Fig. 25: Leis constitutivas simplificadas para simulação do comportamento do BRF: (a) em tração, (b) em compressão (Taheri et al. 2011)

Avaliação da capacidade de carga de LEBRFA tendo por base resultados obtidos em ensaios de painéis circulares

A outra metodologia para determinar a capacidade de carga de LEBRFA baseia-se em resultados obtidos em ensaios de placa circular. Substituindo as Eqs. (44) e (45) na Eq. (43) e considerando a Eq. (46) obtém-se a resistência residual de tração, σ_{cst}^{RPT} , que o BRFA deverá desenvolver para que um elemento com espessura d (do painel circular de ensaio) garanta a resistência à flexão necessária, M_p :

$$\sigma_{cst}^{RPT} = \frac{\sigma_{cy} M_p}{0.5 \sigma_{cy} d^2 - M_p} \quad (47)$$

em que σ_{cy} é a resistência à compressão do BRFA. Para o caso de um ponto de carga no centro de uma placa simplesmente apoiada no seu contorno, a Eq. (23) pode ser introduzida na Eq. (47) resultando:

$$\sigma_{cst}^{RPT} = \frac{\sigma_{cy} P_{ult}}{\sigma_{cy} \pi d^2 - P_{ult}} \quad (48)$$

em que P_{ult} é a carga máxima obtida no ensaio do painel circular. A resistência à flexão por unidade de comprimento de LEBRFA de espessura h construída com o mesmo BRFA utilizado nos ensaios de placa é obtida substituindo (48) em (43) e considerando as Eqs. (44) e (45):

$$M_p = \frac{h^2}{2} \cdot \frac{\sigma_{cst}^{RPT} \cdot \sigma_{cy}}{\sigma_{cst}^{RPT} + \sigma_{cy}} \quad (49)$$

Substituindo Eq. (49) na Eq. (42) e introduzindo um fator de segurança $\phi_p=0.7$ de forma a converter o momento M_p em valor de cálculo, M_{pd} , a capacidade de carga da laje, q_{ult} , pode ser obtida.

3.4.3 Avaliação da capacidade preditiva da TLR

Para avaliar o desempenho da TLR aplicada a LEBRFA os resultados previstos com

a formulação são comparados com os determinados em dois ensaios de escala real, um efetuado em Bissen, Luxemburgo (Espion 2004) e outro em Tallinn, Estónia (Mandl 2008). A laje de BRFA ensaiada em Bissen é composta por três panos de 6 m de vão em ambas as direções X e Y, de 0.2 m de espessura, apoiada em pilares de secção retangular de 0.3 m de lado e altura livre de 2.0 m. A laje de BRFA ensaiada em Tallinn é composta por três panos de 5 m de vão em ambas as direções X e Y, de 0.18 m de espessura, apoiada em pilares de secção retangular de 0.3 m de lado e altura livre de 2.0 m. Em ambas as estruturas foi utilizado um betão de classe de resistência C30/37, reforçado com 100 kg/m^3 de fibras de aço onduladas (TABIX 13/50) de 1.3 mm de diâmetro, 50 mm de comprimento e 850 MPa de resistência. Em ambas as estruturas foram também aplicados 3 varões de aço de 16 mm de diâmetro na face inferior da laje, em ambos os alinhamentos dos pilares, assim como armadura de rotura antiprogrediva. Ambas as lajes foram submetidas a uma carga distribuída numa área quadrada de 0.3m de lado, no centro do painel central. Tendo por base os dados disponíveis nas publicações acerca das propriedades do BRFA, as leis constitutivas deste, representadas na Fig. 26, foram estimadas segundo a metodologia proposta pelo CEB-FIP Model Code 2010, as quais foram utilizadas para determinar o momento resistente plástico. Aplicando as Eqs. (40), (41) e (42b) e considerando o momento resistente plástico obtiveram-se os valores indicados na Fig. 27, que se aproximam bastante bem da carga de rotura registada nos ensaios experimentais.

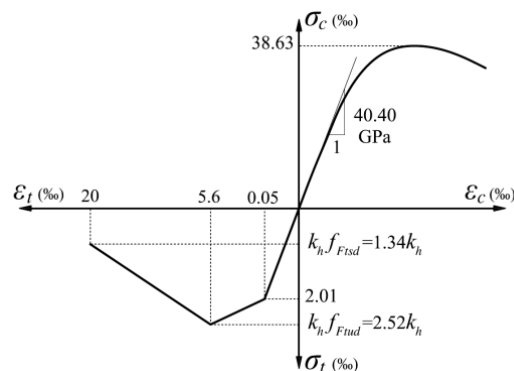


Figura 26: Lei constitutiva do BRFA adotada na determinação da resistência à flexão das lajes ensaiadas por Espion (2004) e Mandl (2008).

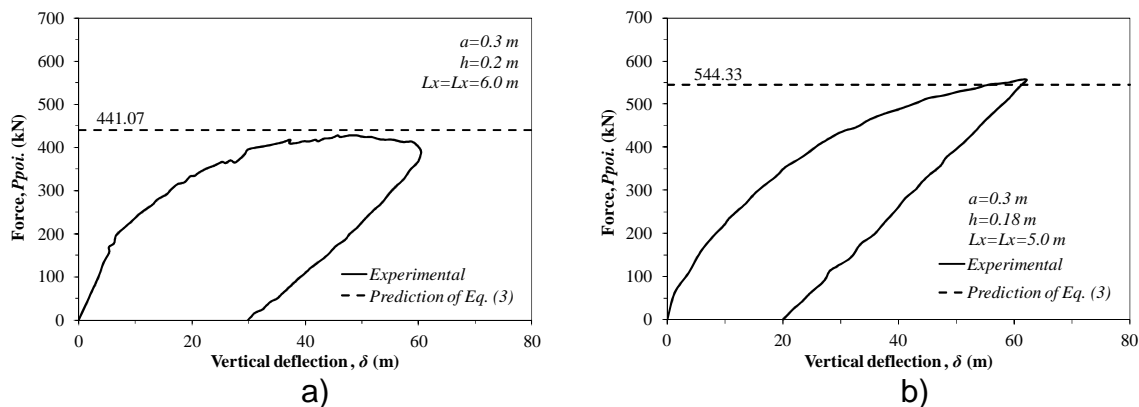


Figura 27: Relação força-deslocamento em LEBRFA de escala real ensaiadas por: a) Espion (2004), e b) Mandl (2008).

3.5 Aplicação do método dos elementos finitos

Para as aplicações estruturais de BACRFA, tais como as tratadas no presente trabalho, a resistência residual à tração pós-fissuração tem de ser suficientemente elevada de forma a permitir a formação de um padrão difuso de fendas. Neste contexto o modelo de fendas distribuídas, no quadro da simulação da iniciação e propagação de fendas em estruturas de betão segundo o método dos elementos finitos (Ventura et al. 2008), tem potencial elevado para simular a resposta deformacional deste tipo de estruturas até à sua rotura. Para estruturas de BACRFA com rotura por flexão, é assim necessário determinar os parâmetros que permitem simular a iniciação e propagação de uma fenda em modo I de fratura. Na Fig. 28 encontram-se as componentes de extensão e tensão numa fenda representativa das fendas distribuídas num determinado ponto de integração de um dado elemento finito. Para caracterizar o diagrama trilinear $\sigma_n^{cr} - \varepsilon_n^{cr}$ que simula o processo de abertura e propagação de fenda em modo I de fratura é necessário conhecer a tensão de início da fendilhação, $f_{ct} = \sigma_{n,i}^{cr}$, a energia de fratura do material, G_f , e os valores de $\xi_i = \varepsilon_{n,i}^{cr} / \varepsilon_{n,u}^{cr}$ e $\alpha_i = \sigma_{n,i}^{cr} / f_{ct}$. Estes valores podem ser determinados de ensaios de tração uniaxial, mas dado o custo destes ensaios, a análise inversa (AI) recorrendo a resultados obtidos em ensaios de flexão do tipo dos indicados na Secção 2.3 tem sido opção explorada com algum sucesso (Barros et al. 2007). Segundo a AI, o provete do ensaio de flexão é discretizado por uma malha de elementos finitos de estado plano de tensão de 4 ou 8 nós de Serendipity, Fig. 27a. À exceção dos elementos sobre o entalhe, para os quais se adota um modelo de fendilhação distribuída, todos os restantes são considerados em regime linear e elástico, Fig. 29a. A matriz de rigidez e as forças nodais equivalentes ao estado de tensão instalado nos elementos em regime linear-elástico são calculados adotando-se 2x2 pontos de integração (PI). Para os elementos acima do entalhe adota-se uma regra de integração de 1x2 PI (um PI na largura do elemento) de forma a forçar a ocorrência de uma fenda ortogonal ao eixo da viga, pois admite-se que este padrão de fendilhação tenha ocorrido no ensaio experimental. Para a largura de banda de fendilhação, l_b , (que relaciona a abertura de fissura, w , com a extensão normal à fenda, ε_n^{cr}) adota-se a largura do entalhe, que em geral é 5 mm. Na Fig. 29b os resultados experimentais são comparados com os obtidos segundo a AI. Os valores de ξ_i , α_i , G_f e f_{ct} que minimizam o parâmetro de erro:

$$err = \left| A_{F-\delta}^{exp} - A_{F-\delta}^{num} \right| / A_{F-\delta}^{exp} \quad (50)$$

são os considerados mais representativos do processo de fratura em modo I do BACRFA ensaiado. Na Eq. (50) $A_{F-\delta}^{exp}$ e $A_{F-\delta}^{num}$ são as áreas sob as curvas experimentais e numéricas da relação $F-\delta$, respetivamente.

Para simular o comportamento não linear material de cascas de BRFA no quadro do método dos elementos finitos tem-se utilizado a teoria de 'Reissner-Mindlin', em que a casca é discretizada em camadas, sendo possível atribuir a cada camada diferentes compatíveis modelos constitutivos implementados no programa computacional FEMIX, que o presente autor é co-fundador (Barros et al. 2007). O diagrama de amolecimento ou de endurecimento $\sigma_n^{cr} - \varepsilon_n^{cr}$ representado na Fig. 28a é usado para simular a iniciação e propagação de fendas. A resistência ao corte no plano da fenda τ_m^{cr} pode ser obtida recorrendo ao conceito de parâmetro de retenção de corte, o qual diminui o valor a atribuir a τ_m^{cr} dependendo de uma dada lei

que depende da extensão normal à fenda, sendo este parâmetro tão menor quanto maior for esta extensão (Pereira *et al.* 2008). O FEMIX permite ainda recorrer a diagramas de amolecimento para simular $\tau_m^{cr} - \gamma_m^{cr}$, bem como uma formulação total,

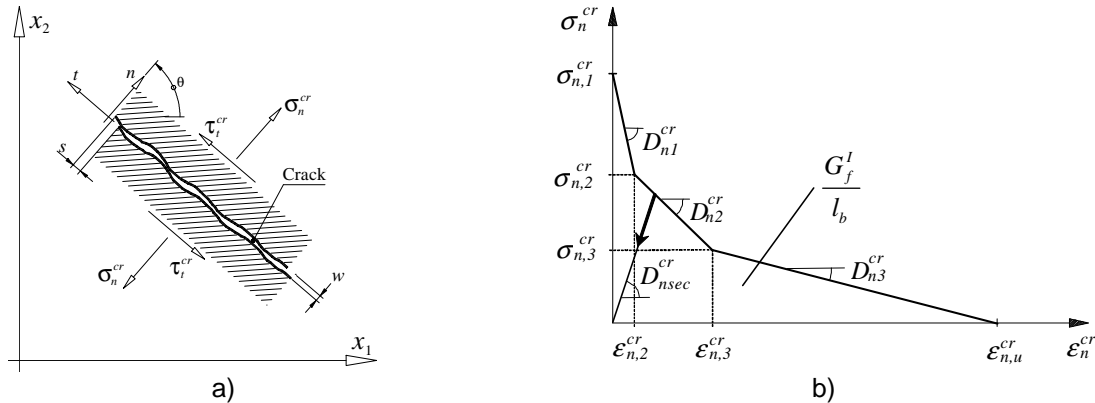


Fig. 28: a) Componentes de extensão e tensão da fenda no seu referencial local; b) diagrama trilinear tensão-extensão para simulação do processo de fratura em modo I de BRFA ($\sigma_{n,2}^{cr} = \alpha_1 \sigma_{n,1}^{cr}$,

$$\sigma_{n,3}^{cr} = \alpha_2 \sigma_{n,1}^{cr}, \epsilon_{n,2}^{cr} = \zeta_1 \epsilon_{n,u}^{cr}, \epsilon_{n,3}^{cr} = \zeta_2 \epsilon_{n,u}^{cr}.$$

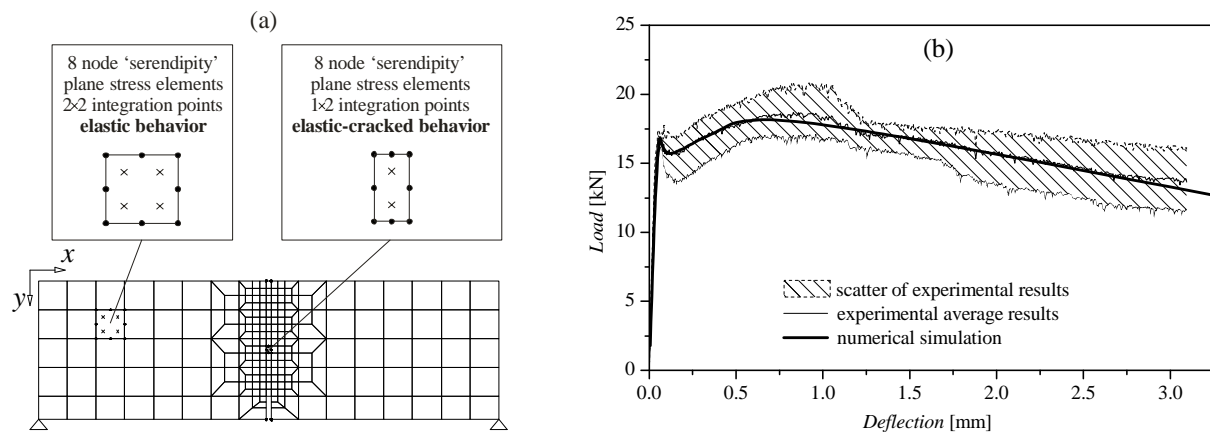


Fig. 29: Análise inversa: a) Malha de elementos finitos usada na simulação numérica; b) resultados típicos obtidos na AI.

ambas as abordagens capazes de simular com rigor o comportamento de estruturas com rotura por corte (Ventura-Gouveia 2011). O FEMIX permite ainda simular uma diminuição da capacidade de transferência de tensões de corte para fora do plano de estruturas tipo casca com o aumento da extensão normal às fendas, através do recurso a digramas de amolecimento para simular as leis constitutivas associadas a essas componentes de corte. Esta metodologia revelou-se fundamental para simular com rigor o comportamento de estruturas laminares com rotura por punçãoamento (Ventura-Gouveia *et al.* 2011).

Dado que na teoria de 'Reissner-Mindlin' formulada no quadro MEF se admite que as fendas são ortogonais ao plano médio das camadas, não é possível simular com rigor a correta orientação das fendas. Por esse fato, o FEMIX dispõe também de um modelo 3D de fendilhação distribuída capaz de simular o comportamento não linear material de estruturas discretizadas por elementos finitos de sólido (Ventura-Gouveia *et al.* 2008).

4. APLICAÇÕES

4.1 Introdução

A resistência oferecida pelas fibras à abertura de fendas em materiais de matriz cimentícia conduz a um aumento de capacidade de carga e de absorção de energia, que são tão mais significativos quanto maior é o grau de hiperestaticidade da estrutura, como é o caso de estruturas suportadas em solo. De facto, devido ao aumento da capacidade de redistribuição de tensões com o grau de hiperestaticidade da estrutura, a competitividade das fibras como solução de reforço de estruturas de materiais cimentícios aumenta consideravelmente (Barros et al. 2009). Para evidenciar este efeito, neste trabalho são exploradas as possibilidades de utilização de BACRFA para a construção de grelha de fundação de habitação unifamiliar. Para tal são efetuadas análises não linear material com a versão 4.0 do FEMIX. Este programa é baseado no método dos deslocamentos segundo as técnicas dos elementos finitos, e dispõe de uma livreria de tipos de elementos finitos e de modelos constitutivos para análise linear e não linear material, estática e dinâmica. Numa análise vários tipos de elementos finitos e de modelos constitutivos podem coexistir, desde que compatíveis. O FEMIX dispõe de técnicas numéricas avançadas, tais como o método de Newton-Raphson, o qual pode ser combinado com o método do comprimento de arco (arc-length), e com algoritmos dependentes e independentes da história do carregamento (“path dependent” ou “path independent”). Quando o tamanho da estrutura conduz à necessidade de resolver sistemas de equações de equilíbrio demasiado grandes para as capacidades de determinado computador, a sua resolução pode ser vantajosamente efetuada recorrendo ao método dos gradientes conjugados (Azevedo e Barros 1990). A história da resposta é guardada para todos os pontos de integração para se poder pós-processar os resultados. O FEMIX dispõe de ferramentas de pré- e pós-processamento, do qual faz parte o Drawmesh.

4.2 Grelha para fundação de habitações unifamiliares

A grelha de fundação da habitação unifamiliar representada na Fig. 6 é analisada nesta secção. O pré-dimensionamento das dimensões da secção da grelha e toda a investigação preliminar relacionada com este projeto encontra-se descrita em Alves (2011). A Fig. 30 representa a geometria do sistema estrutural da habitação unifamiliar típica, a qual é composta por dois pisos suportados em três pórticos na direção x e quatro pórticos na direção y . A distância entre pórticos é 5 m em ambas as direções, enquanto o pé-direito dos pisos é 3 m. Os pilares transferem as suas cargas para a grelha de fundação em BACRFA, cuja análise é o principal motivo desta secção. A grelha tem uma secção transversal de $600 \times 600 \text{ mm}^2$, e encontra-se apoiada em solo. Para avaliar a influência das propriedades do solo na resposta da grelha admitiram-se os seguintes três valores para módulo de reação do solo, 10, 50 e 90 MPa/m, os quais pretendem representar um solo de baixa, moderada e elevada rigidez, respetivamente. Em todas as simulações numéricas as vigas e os pilares da estrutura foram simulados com elementos finitos 3D de Timoshenko com 1×2 pontos de integração, a grelha foi modelada com elementos de sólido de 8 nós com $2 \times 2 \times 2$ pontos de integração, e o solo foi simulado como molas ortogonais, distribuídas por unidade de superfície na face inferior da grelha (desprezou-se a contribuição do solo a atuar nas faces laterais da grelha). Dada a relativa baixa tensão de compressão expectável para o solo, admitiu-se comportamento linear-elástico para o solo em compressão, com contribuição nula caso o solo desenvolva tensões de tração.

A rigidez de membrana de cada painel das lajes dos dois pisos foi simulada indiretamente, aplicando ao nível dos pisos e no plano das lajes uma estrutura biarticulada em X de elevada rigidez axial a ligar os nós da estrutura porticada. Os casos de carga e as combinações de ações adotadas foram as recomendadas pelo Eurocódigo (prEN 1992-1-1, 2002) para este tipo de estrutura, tendo-se admitido as condições mais desfavoráveis em termos de ação de vento e sismo preconizadas para o Território Português (Alves 2011).

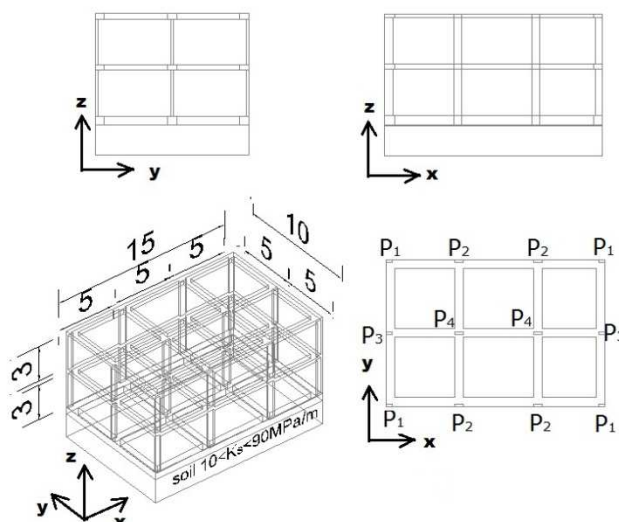


Fig. 30: Geometria do sistema estrutural admitido para a habitação unifamiliar (dimensões em metros).

Foi inicialmente efetuada uma análise linear para estimar os máximos esforços que se desenvolvem na grelha. Para tal adoptou-se para módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson do BACRFA os valores de 30 GPa e 0.15, respetivamente. Os diagramas de momentos fletores para as combinações de ações e para os tipos de solos consideradas encontram-se representados na Fig. 31. O momento máximo é 108 kN.m e ocorre sob os pilares internos (valor positivo para o momento corresponde ao desenvolvimento de tensões de tração na face da grelha em contato com o solo), enquanto o momento máximo negativo entre pilares é -79kN.m. Um máximo esforço de corte de 202 kN ocorre junto aos pilares internos.

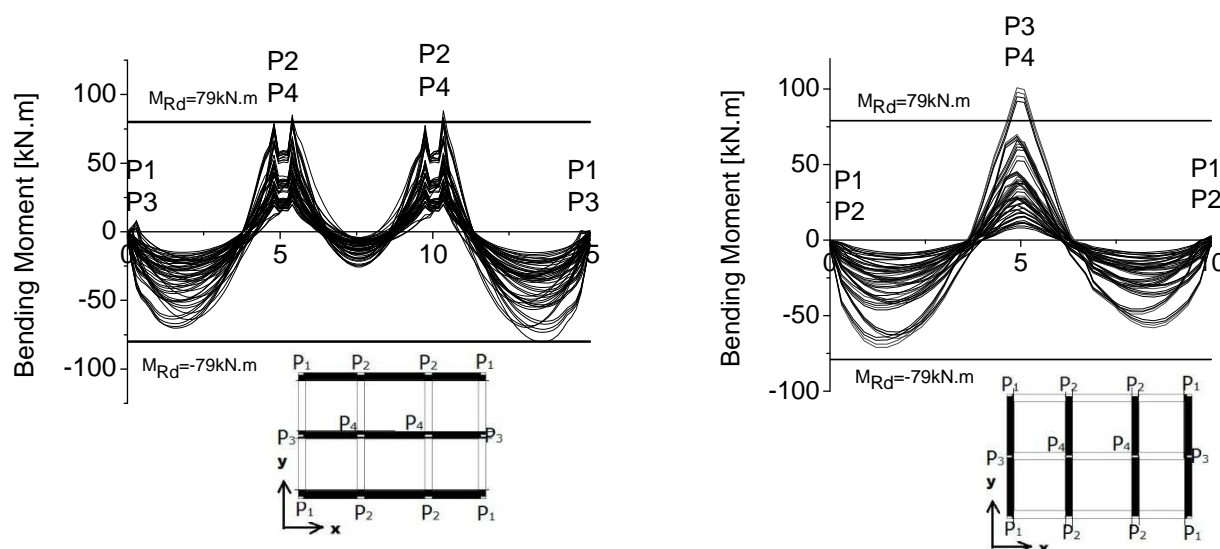


Fig. 31: Diagramas de momentos fletores na grelha de fundação para análise linear e elástica.

Utilizando um programa capaz de determinar a relação momento-curvatura de seção discretizada em camadas de materiais cimentícios com amolecimento ou endurecimento em tração (Basto e Barros 2008), e adotando o diagrama da Fig. 32a para simular o comportamento pós-fissuração do BACRFA, foi determinada a relação entre o parâmetro de resistência residual em tração, μ , e o momento resistente normalizado da seção, M_{Rd}/M_{cr} , em que M_{Rd} e M_{cr} ($=79$ kN.m) são o momento resistente e o momento de início da fendilhação (Fig. 32b). Constatou-se que para suprimir completamente o recurso a armaduras convencionais será necessário utilizar um BACRFA que desenvolva uma resistência residual à tração de 0.53×2.2 ($\mu=0.53$ e $f_{ctd}=2.2$ MPa) entre uma abertura de fissura de 0.1 e 2.5 mm. Porém, adotando-se $\mu=0.4$ é possível diminuir a quantidade de fibras a ser utilizada no BACRFA, desde que se aplique sob os pilares, num comprimento relativamente pequeno, uma pequena percentagem de armadura longitudinal. Em Alves (2011) constatou-se que é possível utilizar as armaduras longitudinais dos pilares para materializar esta armadura de reforço local da grelha, desde que essa armadura seja aplicada com um determinado comprimento no interior da grelha.

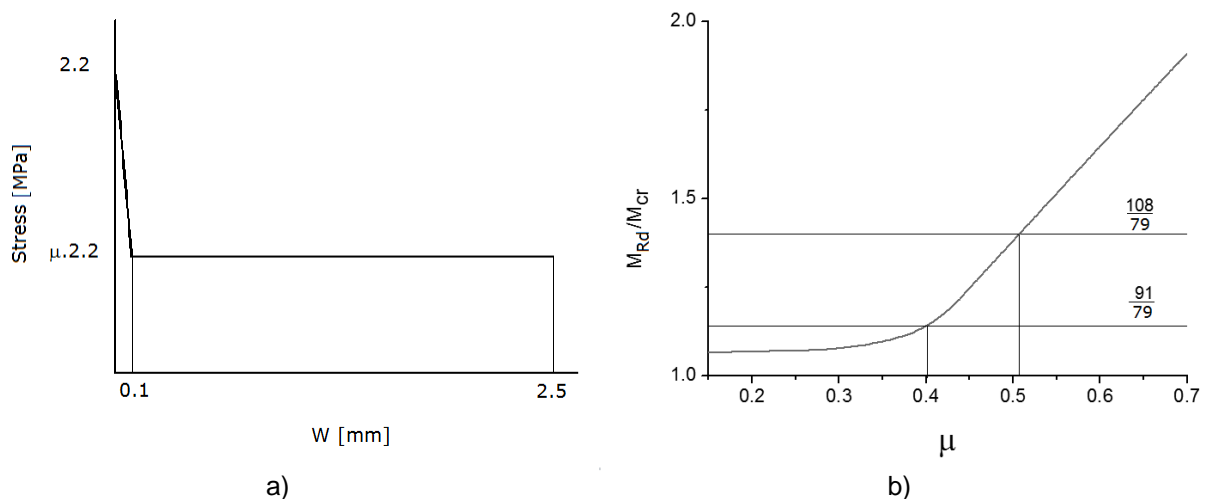


Fig. 32: a) Diagrama que simula o comportamento pós fissuração em tração do BACRFA, e b) influência do parâmetro de resistência residual do BACRFA na resistência normalizada de flexão da seção da grelha.

Adotando estas características para modelação do comportamento pós-fissuração do BACRFA, e efetuando análises não linear material com o FEMIX, com o modelo 3D de fendilhação distribuída (Ventura-Gouveia *et al.* 2008), obtiveram-se os diagramas representados na Fig. 33. Dada a fendilhação ter ficado restrita a reduzidos volumes de BACRFA junto aos pilares, a redistribuição de momentos foi relativamente baixa, quando se tem por base de comparação o traçado do diagrama de momentos fletores obtido das análises linear.

Tendo por base estes resultados foi então desenvolvido um BACRFA em central de betão pronto, tendo-se betonado provetes, vigas protótipo da grelha em estudo e uma grelha a escala reduzida, tal como descrito na Secção 2.4, para caracterização do comportamento em tração desse BACRFA. Na Fig. 34a representam-se a curvas médias tensão de tração versus CMOD (abertura de fissura) obtidas nos ensaios correspondentes aos três distintos programas: com provetes de flexão standard; por intermédio da execução de ensaios de tração indireta sobre carotes extraídas a distintas profundidades das vigas protótipo; com provetes de flexão extraídos da grelha protótipo.

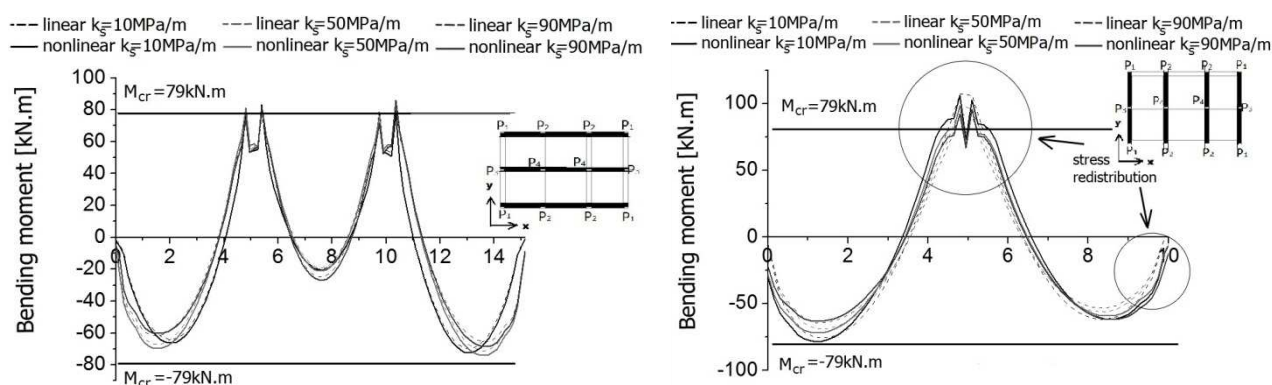


Fig. 33: Diagramas de momentos fletores obtidos de análise linear e não linear material.

Utilizando os diagramas lineares representados na Fig. 34b, determinados segundo as formulações descritas na Seção 3.2 do presente trabalho, e recorrendo ao programa DOCROS (Basto and Barros 2008), foram determinadas relações momento-curvatura ($M-\phi$) para: i) o caso em que as leis constitutivas adotadas para o BACRFA foram obtidas por intermédio dos resultados dos ensaios de flexão em provetes standard e em provetes extraídos da grelha protótipo (Fig. 35a); ii) admitindo que a secção da grelha é decomposta em três camadas (Fig. 35b) e atribuindo a cada camada a relação tensão-abertura de fissura obtida nos ensaios de tração indireta com provetes extraídos de vigas protótipo à profundidade correspondente a essas camadas.

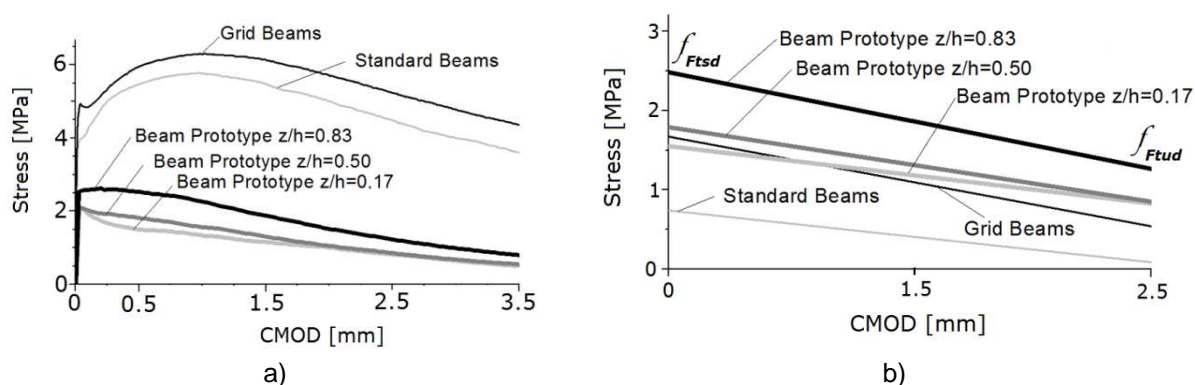


Fig. 34: a) Curvas médias tensão-abertura de fissura; b) Modelo constitutivo linear tensão-abertura de fissure derivado dos resultados experimentais e aplicando as recomendações do CEB-FIP Model Code 2010.

Nestas análises foi ainda avaliada a influência da consideração, ou não, de armadura convencional (para as zonas junto aos pilares). A relação $M-\phi$ para as análises efetuadas encontra-se na Fig. 35c, onde também se indicam os valores de cálculo dos momentos solicitantes positivos e negativos obtidos das análises não linear com o FEMIX. Desta figura constata-se que utilizando o modelo constitutivo obtido dos resultados dos ensaios de tração indireta com provetes extraídos das vigas protótipo o momento resistente positivo e negativo são superiores aos correspondentes valores atuantes, mesmo sem qualquer armadura convencional. Utilizando o modelo constitutivo determinado com base nos resultados dos ensaios de flexão em provetes extraídos da grelha protótipo, verifica-se ser necessária a armadura convencional para reforço aos momentos positivos. Porém, se for adotado

o modelo constitutivo determinado com base nos resultados experimentais obtidos nos ensaios de flexão com provetes standard, os momentos resistentes positivos e negativos são inferiores aos solicitantes, mesmo adotando a percentagem de armadura considerada nestas análises. Assim, se os resultados de ensaios com vigas standard (Secção 2.3) forem utilizados para determinar as leis constitutivas do BACRFA (Secção 3.2) é necessário executar um relativo elevado número de ensaios de forma a evitar a penalização advinda do processo de obtenção dos valores de cálculo a serem utilizados na definição dessas leis, pois o coeficiente de variação é geralmente elevado nestes ensaios. Para o controlo de qualidade do BACRFA recomenda-se também um relativo elevado número de ensaios.

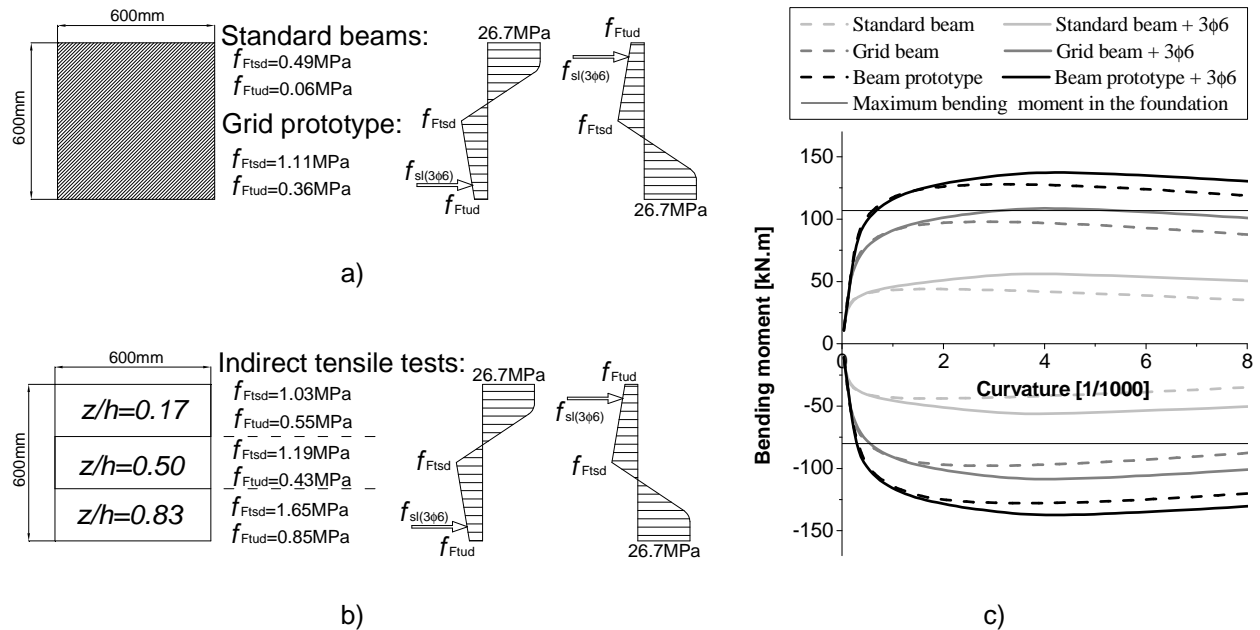


Fig. 35: Modelo constitutivo determinado a partir de: a) ensaios de flexão, b) ensaios de tração indireta; c) Relação momento-curvatura da secção da grelha quando se adoptam estes modelos constitutivos.

4. CONCLUSÕES

No presente trabalho foi efetuada uma breve descrição da metodologia de desenvolvimento de betão auto-compactável reforçado com fibras de aço (BACRFA). É discutida a aplicabilidade dos ensaios de avaliação das propriedades do betão auto-compactável (BAC) não curado a BACRFA. As recomendações para caracterizar experimentalmente o comportamento pós-fendilhação de betão reforçado com fibras de aço (BRFA) são descritas e a sua fiabilidade é analisada usando como caso de estudo uma grelha de fundação em BACRFA para habitação do tipo unifamiliar. Se a determinação das leis constitutivas do BACRFA for efetuada segundo resultados obtidos em ensaios de flexão sob três pontos de carga com provetes standard recomendados pela RILEM TC 162-TDF e pelo CEB-FIP 2010, constata-se que, para minimizar a penalização sofrida na passagem dos resultados dos ensaios para os correspondentes valores de cálculo, em consequência da elevada dispersão de resultados que geralmente se regista nestes ensaios, recomenda-se a execução de série de ensaios de pelo menos 8 provetes. Para controlo de qualidade das propriedades do BACRFA aplicado em obra também se recomenda que o número de provetes não seja inferior a este valor.

Para a grelha de fundação projetada no presente trabalho, a orientação das fibras teve reduzida influência na relação tensão-abertura de fissura registada nos ensaios executados, provavelmente devido à relativa largura da secção da grelha. No entanto, constatou-se que a resistência residual pós-fissuração aumentou com a profundidade dos carotes extraídos, justificado pelo aumento do número das fibras encontradas nas superfícies de fratura com a profundidade do provete.

Na análise e dimensionamento de estruturas tipo laje ou casca em BACRFA, as leis constitutivas deste material são melhor determinadas se obtidas por intermédio de resultados obtidos em ensaios de placa circular, dado que as linhas de rotura que se formam neste ensaio atravessam um número relativamente de fibras e com todas as orientações possíveis de encontrar na estrutura real.

As recomendações da RILEM TC 162-TDF e do CEB-FIP 2010 para determinação das leis constitutivas de BRFA foram apresentadas, e estas leis foram aplicadas na análise e dimensionamento da grelha de fundação da habitação unifamiliar.

Foi também apresentada uma formulação baseada na teoria das linhas de rotura (TLR) para dimensionamento de lajes de BRFA apoiadas em pilares, tendo-se verificado o seu desempenho prevendo a capacidade de carga de duas estruturas de escala real ensaiadas recentemente. Para determinar o momento plástico resistente necessário à aplicação da TLR foram propostas duas metodologias, uma baseada numa formulação analítica e outra que se baseia em resultados obtidos em ensaios de placa.

O último capítulo deste trabalho é dedicado ao dimensionamento e análise não linear material da grelha de fundação de BACRFA de habitação unifamiliar, por recurso ao programa de cálculo automático baseado no método dos elementos finitos, FEMIX. Constatou-se que uma grelha de fundação de secção transversal 600x600 mm² em BACRFA (C30/37) com resistência residual de 40% da resistência à tração garante todas as condições de estabilidade para este tipo de estrutura, sendo apenas necessário colocar uma percentagem mínima de armadura na face inferior da grelha, sob os pilares. A armadura longitudinal dos pilares pode servir para este tipo de reforço na grelha, desde que prolongada para o interior da mesma no comprimento necessário.

5. AGRADECIMENTOS

Os estudos subjacentes a este trabalho enquadram-se no projeto LEGOUSE (Qren, projeto nº 5387). O Autor agradece os materiais gentilmente oferecidos pela Maccaferri (fibras), SECIL (cimento), SIKA (superplastificantes), Omya Comital (filler calcário), and Pegop (cinzas volantes). Agradece-se a colaboração da Civitest em alguns dos programas experimentais, bem como a colaboração da Eng^a Ângela Nunes da SECIL no projeto relacionado com a grelha de fundação para habitações do tipo unifamiliar.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI Committee 544, **State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Concrete**, American Concrete Institute, USA, 1996.

Alves, N.M., **“Investigação numérica e experimental sobre betão auto-**

compactável reforçado com fibras de aço para fundações de moradias unifamiliares”, Master Thesis, University of Minho, January 2011.

Azevedo, A.F.M.; Barros, J.A.O., “**Análise comparativa de métodos directos e iterativos na resolução de grandes sistemas de equações lineares**”, 2^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, LNEC, Lisboa, Tema A, p. A91-A102, Novembro 1990.

Barros, J.A.O., di Prisco, M., “**Assessing the possibilities of fibre reinforced concrete for underground prefabricated structures**”, Technical report 09-DEC/E-12, Dep. Civil Eng., School Eng. University of Minho, October 2009.

Barros, J.A.O., Cunha, V.M.C.F., Ribeiro, A.F., Antunes, J.A.B., “**Post-Cracking Behaviour of Steel Fibre Reinforced Concrete**”, RILEM Materials and Structures Journal, 38(275), 47-56, 2005.

Barros, J.A.O.; Gouveia, A.V.; Sena-Cruz, J.M.; Azevedo, A.F.M.; Antunes, J.A.B., “**Design methods for steel fiber reinforced concrete industrial floors**”, Third International Conference Construction Materials: Performance, Innovations and Structural Implications, Vancouver, CD, 22-24 August 2005.

Barros, J.A.O.; Antunes, J.A.B., “**Experimental characterization of the flexural behaviour of steel fibre reinforced concrete according to RILEM TC 162-TDF recommendations**”, RILEM TC 162 TDF Workshop, p. 77-89, 20-21 March 2003.

Barros, J.A.O., Pereira, E.N.B., Gouveia, A.V., Azevedo, A.F.M., “**Numerical simulation of thin steel fiber self-compacting concrete structures**”, ACI SP-248 Deflection and stiffness Issues in FRC Thin Structural Elements, Edited by Peter Bischoff and Faris Malhas, paper SP-248-1, 1-16, 2007.

Barros, J.A.O., “**Steel fiber reinforced self-compacting concrete – from the material characterization to the structural analysis**”, HAC2008, 1st Spanish Congress on Self-Compacting Concrete, Valencia, Spain, 31-58, 18-19 February, 2008. (Invited Keynote Lecturer)

Basto, C.A.A.; Barros, J.A.O., “**Numeric simulation of sections submitted to bending**”, Technical report 08-DEC/E-46, Dep. Civil Eng., School Eng. University of Minho, pp. 73, August 2008.

Model Code 2010, Final draft, CEB-FIP, (2011).

Cheng, M-Y.; Parra-Montesinos, G.J., “**Evaluation of steel fiber reinforcement for punching shear resistance in slab-column connections – Part I: Monotonically increased load**”, ACI Structural Journal, 107(1), 101-109, Jan/Feb 2010.

Choi, K-K.; Taha, M.M.R.; Park, H-G.; Maji, A.K., “**Punching shear strength of interior concrete slab-column connections reinforced with steel fibers**”, Cement & Concrete Composites, 29, 409-420, 2007.

Cunha, V.M.C.F., “**Steel fibre reinforced self-compacting concrete: from micro-**

mechanics to composite behaviour", PhD Thesis, University of Minho, May 2010.

Cunha, V.M.C.F.; Barros, J.A.O.; Sena-Cruz, J.M., "**Pullout behaviour of steel fibres in self-compacting concrete**", ASCE Materials in Civil Engineering Journal, 22(1), January 2010.

De Schutter, G., "**Guidelines for testing fresh self-compacting concrete**", European Research Project: Measurement of properties of fresh self-compacting concrete, TESTING-SCC, September 2005.

Destrée, X., "**Structural application of steel fibers as only reinforcing in free suspended elevated slabs: conditions – Design examples**", Sixth RILEM Symposium on fiber reinforced concrete Varenna/Italy, Vol. 2, pp. 1073-1082, September, 2004.

EFNARC. **Specification and Guidelines for Self-Compacting Concrete**. ISBN 0 9539733 4 4, 32 pp, 2002.

Espion, B., "**Test report n°33396**", University of Brussels, Belgium, (2004).

Ferrara, L.; Park, Y.-D.; Shah, S.P., "**A method for mix-design of fiber-reinforced self-compacting concrete**", Cement and Concrete Research Journal, 37, 957-971, 2007.

Haraji, M.H.; Maalouf D.; Khatib, H., "**Effect of fibers on the punching shear strength of slab-column connections**", Cement & Concrete Composites, 17(2), 161-170, 1995.

Li, V.C., "**On engineered cementitious composites (ECC) - A Review of the Material and Its Applications**", J Adv Conc Tech 1(3): 215-230, 2003.

Liao, W.-C.; Chao, S.-H.; Park, S.-Y.; Naaman, A.E., "**Self-consolidating highperformance fiber reinforced concrete: SCHPFRC**", Fifth International RILEM Workshop on High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC5), Edited by H.W. Reinhardt and A.E. Naaman, 2007.

Mandl, J., "**Flat slabs made of steel fibre reinforced concrete (SFRC)**", CPI worldwide, 1, 2008.

Moraes-Neto, B.N.; Barros, J.A.O.; Melo, G., "**The predictive performance of design models for the punching resistance of SFRSC slabs in inner column loading conditions**" em apreciação para eventual publicação no BEFIB 2012, 2012.

Naaman, A.E.; Will, K., "**Some Correlation Between High Packing Density, Ultra-High Performance, Flow Ability, and Fiber Reinforcement of a Concrete Matrix**", In the proceeding of BAC2010 – 2nd Iberian Congress on Self Compacting Concrete University of Minho, Edited by Barros et al., Guimarães, Portugal, July 1,2 2010.

Naaman, A. E. & Reinhard, H. W., "**Proposed classification of HPFRC composites based on their tensile response**", Proceedings 3rd international

Conference on Construction materials: Performance, Innovations and Structural Implications (ConMat'05) and Mindess Symposium, p. 458, Eds: N. Banthia, A. B., T. Uomoto & Shah, S., University of British Columbia, Vancouver, Canada, 2005.

Oliveira, F.L., “**Design-oriented constitutive model for steel fiber reinforced concrete**”, PhD Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, 2010.

Pereira, E.B.; Barros, J.A.O., Camões, A.F.F.L., “**Steel fiber reinforced self-compacting concrete** – experimental research and numerical simulation”, ASCE Structural Engineering Journal, 134(8), 1310-1321, August 2008.

Pereira, E.N.B., “**Steel Fibre Reinforced Self-compacting Concrete: from material to mechanical behaviour**”, dissertation for Pedagogical and Scientific Aptitude Proofs, Department Civil Engineering, University of Minho, 188 pp, 2006. <<http://www.civil.uminho.pt/composites>>

prEN 1992-1-1, **Eurocode 2: Design of concrete structures** – Part 1: General rules and rules for buildings, April 2002.

Salehian, H.; Barros, J.A.O., “**Design of elevated steel fibre reinforced self-compacting concrete slabs**”, Technical Report 11-DEC/E-30, Department of Civil Engineering, School of Engineering, University of Minho, Guimarães, Portugal, July 2011.

Sasani, M.; Sagioglu, S., “**Progressive collapse of reinforced concrete structures: a multihazard perspective**”, ACI Structural Journal, 105(1), 96-105, January-February 2008.

Stähli, P., “**Ultra-fluid, oriented hybrid-fibre-concrete**”, PhD Thesis, ETH, Zürich, Switzerland, 2008

Taheri, M.; Barros, J.A.O.; Salehian, H.R., “**A parametric study on the use of strain softening/hardening FRC for RC elements failing in bending**”, ASCE Materials in Civil Engineering Journal, 2012. (in press)

Tan, K-H., Paramasivam, P., Tan, K-C., “**Cracking characteristics of reinforced steel fibre concrete beams under short- and long-term loading**”, Advanced Cement Based Materials, 2, 127-137, 1995.

Vandewalle, L. et al., “**Test and design methods for steel fiber reinforced concrete. Recommendations for bending test**”, Materials and Structures, 33(225), 3-5, Jan.-Feb. 2000a.

Vandewalle, L. et al., “**Test and design methods for steel fiber reinforced concrete. Recommendations for σ - ϵ design method**”, Materials and Structures, 33(226), 75-81, Mar-Apr. 2000b.

Vandewalle, L. et al., “**Test and design methods for steel fibre reinforced concrete - Final Recommendation**”, Materials and Structures, 35(253), 579-582,

Nov. 2002.

Vandewalle, L. et al., “**Test and design methods for steel fibre reinforced concrete** – σ - ϵ design method - Final Recommendation”, Materials and Structures, 36(262), 560-567, Oct. 2003.

Ventura-Gouveia, A., “**Constitutive models for the material nonlinear analysis of concrete structures including time dependent effects**”, PhD Thesis, University of Minho, 2011

Ventura-Gouveia, A., Barros, J.A.O., Azevedo, A.F.M., “**Crack constitutive model for the prediction of punching failure modes of fiber reinforced concrete laminar structures**”, Computers & Concrete, 8(6), 735-755, 2011.

Ventura-Gouveia, A.; Barros, J.A.O.; Azevedo, A.F.M., Sena-Cruz, J.M., “**Multifixed smeared 3D crack model to simulate the behavior of fiber reinforced concrete structures**”, Challenges for Civil Construction International Conference (CCC2008), Porto, Portugal, 16-18 April 2008.

Wuest, J., “**Comportement structural des bétons de fibres ultra performants en traction dans des elements composes**”, PhD thesis, Thesis n. 3987, EPFL, 2007.