A RECEPÇÃO DOS TRABALHOS DE EULER EM PORTUGAL

João Caramalho Domingues
Centro de Matemática da Universidade do Minho
jcd@math.uminho.pt

Resumo

Este artigo tenta encontrar indícios de recepção dos trabalhos de Euler em Portugal no século XVIII, quer antes quer depois da Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra (1772).

Abstract

The purpose of this article is to find evidence about the reception of Euler's works in Portugal during the 18th century, both before and after the Marquis of Pombal's Reformation of the University of Coimbra (1772).

Introdução

Leonhard Euler (1707–1783) é unanimemente considerado um dos maiores, ou o maior, matemático do século XVIII. Esta opinião data pelo menos das últimas décadas da sua vida. Os matemáticos seus contemporâneos tinham consciência da sua importância – mesmo quando rivalizavam e/ou polemizavam com ele, como era o caso de Jean le Rond d'Alembert (1717–1783). E em Portugal? Qual a percepção que os matemáticos portugueses (ou os portugueses com alguma formação matemática) do século XVIII tinham de Euler?

A visão tradicional da história da matemática em Portugal apresenta o período entre o final do século XVI e a reforma pombalina da Universidade de Coimbra como de profunda decadência: a expulsão dos judeus (que tinham uma instrução acima da média), a instituição da Inquisição (que limitava severamente a liberdade de pensamento), a entrega de quase todo o sistema de ensino à Companhia de Jesus (com uma visão puramente instrumental da ciência, interessada apenas na pureza e na propagação da fé) e uma decadência geral da nação portuguesa após os descobrimentos, fizeram com que os grandes progressos da matemática (e outras ciências) nos séculos XVII e XVIII passassem ao lado dos portugueses; até que a expulsão dos jesuítas em 1759 e principalmente a reforma da universidade em 1772 possibilitaram o "ressurgimento da cultura das Matemáticas em Portugal" e trouxeram o conhecimento dos matemáticos modernos [Teixeira *1934*, 197–232]. Para o que nos interessa aqui, só a partir de 1772 é que a matemática de Euler foi recebida em Portugal.

Ultimamente esta visão tem sido um tanto criticada (por exemplo, [Duarte, Silva & Queiró *1996*, 110–112] e [Leitão *2004*, 19–24]). Ninguém duvidará que a reforma da Universidade de Coimbra, com a criação de uma Faculdade de Matemática, foi um acontecimento fundamental – só a partir daí começou a ser ensinada em Portugal a matemática do século XVIII (isto é, *grosso modo*, a matemática que utiliza o cálculo infinitesimal). Mas isto não implica necessariamente um *vazio total* até lá; e se supusermos *a priori* que nada de valor pode ter existido entre 1600 e 1772, e que portanto não vale a pena perdermos muito tempo com essa época, corremos o risco de nunca conhecermos bem as condições em que subsistia o ensino e a prática da matemática (por pouca que fosse), nem compreendermos as razões por que foi possível fazer a reforma da universidade com a colaboração de dois matemáticos portugueses; e ficaremos ainda sem saber se houve algumas excepções – portugueses com conhecimentos de matemática mais avançados.

Assim, vale a pena perguntar se (e como) Euler era conhecido em Portugal antes de 1772.

Mas vale também a pena perguntar qual a recepção que os seus trabalhos tiveram depois de 1772. Era reconhecido como um grande génio? A sua matemática era ensinada? Houve influência sua na (pouca) investigação matemática desenvolvida em Portugal até 1800?

Impõe-se dizer que para muitas destas questões não se pode dar neste momento respostas satisfatórias. Muitos textos fundamentais da matemática portuguesa do século XVIII não foram ainda estudados, pelo menos de um ponto de vista técnico: os historiadores da ciência em Portugal têm-se em geral preocupado mais com a recepção de perspectivas e ideologias modernas do que com a recepção de técnicas e conhecimentos científicos específicos;[1] e se essa abordagem permite discutir por exemplo a recepção do newtonianismo (ainda que de uma forma incompleta) não permite tanto discutir a recepção dos trabalhos de uma figura mais técnica do que ideológica como Euler.

[1]Um exemplo simples: os *Estatutos* da Reforma Pombalina são referidos em todos os textos que tratam da recepção da modernidade científica em Portugal, mas o facto de a passagem sobre os princípios da mecânica ser quase uma citação de d'Alembert (v. página 96 abaixo) parece ter escapado até agora.

1 1736: o conde da Ericeira

Por estranho que possa parecer, não só é possível datar com alguma segurança a primeira recepção de trabalhos de Euler em Portugal, como esta aconteceu bastante cedo – em 1736, quando a sua carreira estava ainda no início, e Portugal (supostamente) completamente isolado da Europa científica.[2]

Em 1735 a Academia Imperial das Ciências de São Petersburgo (fundada em 1724) tomou a iniciativa de intercambiar publicações com a "Academia de Lisboa". Convém explicar: esta "Academia de Lisboa" não era ainda a Academia das Ciências de Lisboa, fundada apenas em 1779, e sim a Academia Real da História Portuguesa. Mas a Academia de São Petersburgo também não era uma academia exclusivamente de *ciências*, no sentido moderno desta palavra – uma das três classes em que estava dividida era dedicada às "Humanidades"[3]; o intercâmbio com uma academia de história não era nada despropositado.

Assim, em 1735 ou 1736 chegou a Lisboa uma carta da Academia de São Petersburgo acompanhada das suas primeiras publicações, incluindo os três primeiros volumes dos *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*. E estes, mais precisamente os volumes 2 e 3, incluíam seis artigos de Euler – E5 a E10 na lista de Eneström[4]. Afinal, Euler estava desde 1727 em São Petersburgo, ao serviço da Academia.

Seria talvez de imaginar que os artigos de Euler (tal como os outros das classes de Ciências Matemáticas e Físicas) passassem despercebidos na

[2]Em rigor, é até possível que alguns trabalhos tenham chegado antes: em 1726 e 1727 Euler tinha publicado dois pequenos artigos nos *Acta Eruditorum*, e é possível que esta revista chegasse a Portugal (embora, como veremos abaixo, uma importante figura intelectual portuguesa não a conhecesse bem); em 1727 a Academia das Ciências de Paris tinha também premiado e publicado um trabalho de Euler (embora sem o seu nome), e pelo menos algumas das publicações desta Academia deviam chegar cá [Ericeira *1736*, 10]. Mas estes trabalhos, se chegaram a Portugal, não parecem ter sido notados.

[3]As outras duas classes eram as "Ciências Matemáticas" e "Ciências Físicas" (isto é, ciências naturais). Podemos encontrar informação sobre a fundação e organização da Academia de São Petersburgo em [McClellan *1985*, 74–83].

[4]O historiador sueco Gustaf Eneström (1852–1923) publicou uma famosa lista das obras de Euler [Eneström *1913*], ordenadas por data de publicação (mas também com informação, quando possível, sobre as datas de composição e submissão). É habitual os historiadores referirem-se a um livro ou (principalmente) artigo de Euler usando o "número de Eneström": E5 é o quinto item da lista.

Os seis artigos E5 a E10 (bem como a quase totalidade dos trabalhos publicados por Euler) estão disponíveis no *Euler Archive* ⟨`http://math.dartmouth.edu/~euler`⟩. E5, E9 e E10 foram recentemente resumidos e analisados em [Sandifer *2007*, 15–29, 44–51]

Academia Real da História Portuguesa. Mas um dos seus sócios (D. Francisco Xavier de Meneses, 1673–1743, 4.º conde da Ericeira) foi encarregado de ler e resumir todas(!) as publicações recebidas de São Petersburgo. Temos assim uma reacção portuguesa a seis artigos de Euler datada de 1736.

O conde da Ericeira era um homem de vasta cultura geral, incluindo, tanto quanto possível, cultura científica [N. F. Cunha *1986–1989*]. Patrocinou algumas academias privadas, como a das Conferências Discretas e Eruditas (1696–1704) e a Academia Portuguesa (1717–1722). Estas academias eram essencialmente literárias mas também abordavam assuntos filosóficos e científicos (provavelmente de uma forma um tanto diletante). O conde da Ericeira tinha aprendido matemática com o cosmógrafo-mor Manuel Pimentel e depois com o engenheiro-mor Manuel de Azevedo Fortes, e terá deixado manuscritos (entretanto perdidos) sobre temas como "Utilidades da Matemática" ou "Se só pela Algebra pode aprender-se todas as outras ciencias?" [N. F. Cunha *1986–1989*, 57]. Em 1738 foi eleito sócio da *Royal Society* de Londres. Mas ao lermos [Ericeira *1736*] torna-se manifesto que não tinha possibilidade de compreender estes trabalhos de Euler, nem outros da classe de Matemática. Os seus resumos não estão completamente *errados*, até porque os artigos começavam geralmente com uma pequena explicação do problema tratado, que o conde da Ericeira conseguia (mais ou menos) traduzir para português; mas contêm por vezes disparates, ou comentários despropositados.

O resumo de E5 ("Problematis traiectoriarum reciprocarum solutio" – "Solução do problema das trajectórias recíprocas") é um bom exemplo. O *problema das trajectórias recíprocas* (que hoje em dia se pode considerar no mínimo obscuro) consistia em encontrar as curvas, situadas entre duas rectas paralelas dadas, tais que, invertidas e deslocadas na direcção das paralelas, fazem um ângulo constante com as originais. O conde da Ericeira não percebeu completamente este enunciado, e traduziu "recto et inuerso situ positae" como "no mesmo, ou em diverso sitio collocadas" [Ericeira *1736*, 63] – em vez de "na mesma e em inversa posição"; imagina-se que não terá percebido a solução. Talvez por isso tivesse ocupado metade do seu pequeno resumo a referir-se à controvérsia entre J. Peletier (1517–1582) e C. Clavius (1537–1612) sobre os ângulos de contingência[5] – uma questão antiquada e irrelevante para o artigo de Euler. No mesmo resumo cometeu ainda outro erro: Euler tinha-se referido aos "Acta [Eruditorum] Lipsiae", onde o

[5]Muito resumidamente: Peletier defendia que os ângulos entre linhas curvas não eram grandezas, enquanto Clavius achava que eram. Ambos argumentavam no quadro da geometria clássica.

problema tinha sido originalmente colocado; o conde da Ericeira traduziu este nome como "Actos da Academia de Lipsia" – ora, os *Acta Eruditorum*, sendo de facto publicados em Lípsia (Leipzig) e sendo um dos principais, se não o principal, periódico científico das primeiras décadas do século XVIII, não estava associado a nenhuma academia[6], o que alguém verdadeiramente versado na ciência do início do século XVIII deveria saber muito bem.

Seria inútil multiplicar exemplos de erros ou incompreensões. Mas podemos ainda referir que no resumo de E10 ("Nova methodus innumerabiles aequationes differentiales secundi gradus reducendi ad aequationes differentiales primi gradus" – "Novo método para reduzir inúmeras equações diferenciais de segundo grau a equações diferenciais de primeiro grau"[7]) pouco mais consta do que "as innumeraveis equações differenciaes do segundo grao para reduzirse às equações differenciaes do primeiro grao, pertende achar este Author, e o consegue melhor, que os que tinhaõ escripto sobre este assumpto" [Ericeira *1736*, 101]; mesmo com o desconto devido à barroca sintaxe portuguesa do século XVIII, não parece que o conde da Ericeira tenha entendido do que se tratava. Tal como certamente não entendeu os artigos de Johann Bernoulli e Jakob Hermann sobre equações diferenciais – em vez de "separação das indeterminadas" (isto é, separação das variáveis) referiu-se a "separaçaõ prévia das Equações indeterminadas" e "separações indeterminadas" [Ericeira *1736*, 29, 71].

É preciso salientar que o conde da Ericeira mostra nos seus resumos uma visão muito positiva dos papeis da matemática e do experimentalismo nas ciências e elogia a Academia de São Petersburgo por seguir o newtonianismo – enfim, apresenta uma posição bastante *moderna*. Parece ter sido um homem com abertura de espírito – mas com conhecimentos científicos superficiais.

Haveria algum português, residente em Portugal,[8] sócio ou não da Academia Real da História Portuguesa, mais qualificado do que o conde da Ericeira para ler os artigos de matemática vindos de São Petersburgo? Um pouco mais qualificado, é quase certo que sim, e mesmo na Academia: os livros de matemática (pura) mais avançados que foram publicados em Portugal

[6]Existiu de facto uma academia científica em Leipzig, mas foi fundada apenas em 1768 [McClellan *1985*, 121, 270].

[7]Nesta época a palavra "grau" era usada, no contexto de equações diferenciais, com o significado de ordem.

[8]Jacob de Castro Sarmento (1691–1762), autor de uma *Theorica verdadeira das marés* newtoniana [Sarmento *1737*], talvez fosse capaz de ler algumas obras de Euler, se as diferenças entre o método das fluxões de Newton e o cálculo diferencial e integral de Leibniz (usado por Euler) não o impediam. Num apêndice àquele livro incluiu uma brevíssima explicação do que era o método das fluxões [Sarmento *1737*, 129–131]. Mas este judeu português fugiu para Londres em 1721 e não voltou a Portugal.

na primeira metade do século XVIII foram-no por dois sócios da Academia da História – o padre jesuíta Manuel de Campos (*Elementos de Geometria*, 1735 e *Trigonometria Plana e Esférica*, 1737) e o engenheiro-mor do reino Manuel de Azevedo Fortes (as partes segunda e terceira da *Lógica Racional, Geométrica e Analítica*, 1744). Mas o mais *moderno* que se pode encontrar nestes livros é uma pequena introdução à geometria analítica das cónicas (no livro de Azevedo Fortes). É natural que estes autores soubessem mais matemática do que a que expuseram, e é natural que mais alguns curiosos também chegassem mais longe. Mas até serem capazes de ler artigos de investigação de Euler...

2 1736–1772: interlúdio

A correspondência académica entre Lisboa e São Petersburgo continuou durante algum tempo, e em 1740 uma nova remessa de publicações foi enviada da Rússia para Portugal [McClellan *1985*, 158]. Mas entretanto a Academia Real da História Portuguesa tinha entrado em decadência. O último volume publicado da sua *Collecçam dos Documentos, e Memorias* tinha sido precisamente o de 1736. Não parece assim haver registo de reacção à nova remessa. O que é tanto mais de lamentar quanto esta devia incluir o primeiro livro de Euler – a *Mechanica* [Euler *1736*].

Terão chegado a Portugal mais obras de Euler antes da reforma da Universidade e criação da Faculdade de Matemática em 1772? E as que chegaram, terão sido lidas por alguém que as entendesse? De momento não parece possível responder com segurança a nenhuma destas perguntas.

Um dado curioso: em 1755 os livreiros Bertrand anunciavam ter à venda em Lisboa quatro livros de d'Alembert [Bertrand *1755*, 17], de um nível tão avançado quanto os livros e artigos de Euler – por exemplo, o *Traité de Dynamique* (1743), que não só é importantíssimo na história da Física, mas também inclui a primeira formulação explícita de uma equação diferencial parcial (que d'Alembert não conseguiu na altura resolver), e as *Réflexions sur la Cause Générale des Vents* (1747), onde aparecem as primeiras integrações de equações diferenciais parciais [Demidov *1982*, 5–15]. Os Bertrand não vendiam livros de Euler, mas não admira: só vendiam livros em francês (e os de Euler eram em latim).

Entretanto, de alguma forma apareceram pessoas com uma formação matemática mais avançada. Gomes Teixeira notou que quando o marquês do Pombal fundou o Colégio dos Nobres em 1761 foi necessário contratar professores italianos, mas quando na década seguinte estabeleceu a Faculdade de Matemática de Coimbra, apareceram "como por milagre" dois portugueses (José Monteiro da Rocha e José Anastácio da Cunha) com preparação para aí ensinarem [Teixeira *1934*, 219–220]. Um "milagre" não pode ser uma explicação satisfatória para um historiador. Temos que aceitar que já antes da fundação da Faculdade de Matemática seria possível (ainda que excepcionalmente) alguns portugueses inteligentes e motivados aprenderem matemática *moderna*. Teriam Monteiro da Rocha e Anastácio da Cunha lido Euler antes de 1772?

3 1772: a Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra

Como já foi várias vezes dito, a reforma da Universidade de Coimbra de 1772 incluiu a instituição de uma Faculdade de Matemática. Sentir-se-ia a influência de Euler nesta faculdade? Uma passagem numa carta de José Anastácio da Cunha, datada de 1785, dá a entender que sim, e bastante. Imediatamente após elogiar d'Alembert, diz ele:

> "Mas em Coimbra *c'est tout une autre chose* Newton, d'Alembert, *ne sont que de petits génies.* Euler é o unico Deus da Mathematica, e Monteiro o seu propheta." [Cunha *1785*, 367]

(Este "Monteiro" é evidentemente José Monteiro da Rocha, professor da Faculdade de Matemática – v. secção 4.) É necessário dar algum desconto a estas frases sarcásticas. Anastácio da Cunha tinha estado preso pela Inquisição, tinha sido expulso da Universidade, e era um homem amargurado. Mas é natural que contenham alguma verdade: Euler seria reconhecido em Coimbra como um grande génio (quanto a Newton e d'Alembert serem apenas "pequenos génios", é que não parece credível, como veremos). Na secção 4 veremos que Monteiro da Rocha parece ter sido influenciado por Euler.

Mas esta influência ficaria limitada aos professores, ou reflectir-se-ia também no ensino? A secção dos *Estatutos da Universidade* dedicada à matemática [Fac. Mat. *1772*] dá-nos bastante informação sobre os programas de ensino, que pode ser ainda complementada com o que se sabe sobre os livros adoptados; e esta informação sugere que também no ensino se sentia a influência de Euler, embora moderada e indirectamente – o seu nome não aparece nos *Estatutos* (o nome mais recente que aparece é o de Newton) e as suas obras não eram estudadas, mas por esta altura algumas das suas inovações já se tinham tornado canónicas, e aparecem de uma forma muito natural em compêndios adoptados na Universidade de Coimbra.[9] Vejamos alguns exemplos.

Na Faculdade de Matemática havia quatro cadeiras, uma por cada ano do bacharelato. As dos dois primeiros anos correspondiam à matemática pura, e as dos dois últimos anos à física matemática e à astronomia. A cadeira do 1.º ano chamava-se *Geometria*, mas de facto começava pela aritmética, seguindo-se a geometria (sintética) propriamente dita, e terminando com a trigonometria plana. Não é um programa onde se espere encontrar muita influência de Euler.[10] E de facto não parece haver, com uma pequena excepção na trigonometria: as abreviaturas *sen., cos., tang., cot., sec., cosec.* usadas no compêndio [Bézout *1774a*, 11] correspondem precisamente[11] às notações que Euler tinha introduzido na *Introductio in Analysin Infinitorum* [Cajori *1928–1929*, II, 166]. Estas notações estão associadas a uma importante inovação de Euler: a consideração de *funções* trigonométricas (em vez de *quantidades* trigonométricas tratadas simplesmente como comprimentos de linhas associadas a circunferências) e a sistematização do seu cálculo [Katz *1987*].[12] Em [Bézout *1774a*] ainda vemos quantidades trigonométricas (afinal, a cadeira chamava-se Geometria); mas a notação e o grande número de fórmulas parecem preparar o caminho para a consideração de funções trigonométricas.

A cadeira do 2.º ano, chamada *Álgebra*, incluía não só a álgebra propriamente dita (isto é, a composição e resolução de equações, e a geometria analítica), mas também o cálculo diferencial e integral. Este programa convida à comparação do compêndio adoptado [Bézout *1774b*] (particularmente do 2.º volume, sobre o cálculo infinitesimal) com o famoso conjunto de tratados de análise [Euler *1748*; Euler *1755*; Euler *1768–1770*]. Ignorando a enorme diferença de profundidade, a primeira conclusão a tirar dessa comparação é que o texto de Bézout é muito mais tradicional. Uma das características

[9] Geralmente estes compêndios eram traduções do francês. As excepções são os *Elementos* de Euclides e alguns livros também franceses mas que não chegaram a ser traduzidos. Três dos compêndios (*Elementos de Arithmetica*, *Elementos de Trigonometria Plana*, e *Elementos de Analisi Mathematica*) eram traduções de partes dum *Cours de Mathématiques* em vários volumes (e mais do que uma versão), destinado ao ensino de marinheiros e artilheiros, por Étienne Bézout.

[10] Talvez algum leitor moderno esperasse a recta de Euler. Mas esta geometria era demasiado clássica para isso – o livro adoptado era os *Elementos* de Euclides.

[11] A menos do aportuguesamento *sen.* em vez de *sin.*

[12] A motivação para esta mudança foi a possibilidade de incluir funções trigonométricas em soluções de equações diferenciais (nomeadamente de equações diferenciais lineares com coeficientes constantes). Mas pouco depois permitiu outros grandes avanços, através do uso de séries trigonométricas (por exemplo em astronomia).

mais famosas destes livros de Euler é o facto de terem estabelecido a análise matemática como um estudo de *funções*, em vez de um estudo de *quantidades*, geralmente entendidas como quantidades geométricas, associadas a curvas – o próprio título do primeiro manual de cálculo diferencial [L'Hôpital *1696*] anuncia que este se destinava ao estudo de *linhas curvas*. [Bézout *1774b*, II] adopta alguns aspectos mais modernos, mantendo uma estrutura geral pré-euleriana. São *quantidades* variáveis que são diferenciadas, e cerca de dois terços da parte dedicada ao cálculo diferencial referem-se a aplicações geométricas: tangentes, normais, pontos múltiplos, pontos de inflexão, "sórtes de toque" (i. e., ordens de contacto), raios de curvatura e evolutas; a única aplicação não geométrica é a determinação de máximos e mínimos, mas mesmo esta é apresentada geometricamente. A única influência de Euler que salta à vista é uma pequena secção dedicada à diferenciação de "senos, cosenos, &c." [Bézout *1774b*, II, 21–23].

O panorama é um pouco diferente no cálculo integral, talvez em parte por razões técnicas (as regras de diferenciação podem ser apresentadas rapidamente; as de integração são muito mais complexas e necessitam de maior destreza na manipulação de fórmulas, ou funções) e em parte por razões históricas (muitos resultados do cálculo integral eram mais recentes, tendo sido desenvolvidos quando a análise ia ganhando terreno à geometria). É assim que, talvez estranhamente, encontramos uma definição de "funçaõ" só no início do cálculo integral [Bézout *1774b*, II, 98–99].[13] É curioso que no cálculo integral a letra usada para a base dos logaritmos naturais é e, enquanto no cálculo diferencial aparece c [Bézout *1774b*, II, 28–29, 201][14] – foi Euler quem introduziu a notação e, em 1736; c era usado por alguns outros autores, incluindo d'Alembert, e o próprio Euler, antes de 1736 [Cajori *1928–1929*, II, 13–15; Sandifer *2007*, 23].

O final do compêndio [Bézout *1774b*, II, 207–238] é dedicado às equações diferenciais, e é aqui que poderíamos esperar começar a encontrar influência euleriana mais séria. No entanto, não se trata de uma secção muito desenvolvida: não há, por exemplo, qualquer referência a soluções singulares, nem a equações diferenciais parciais (dois assuntos em que as contribuições de Euler foram fundamentais). De qualquer forma, a principal técnica utilizada é a dos factores de integração – que, embora tivesse sido usada pela primeira vez por Johann Bernoulli, foi sistematizada por Euler [Archibald *1999*, 332–333].

[13] O que, ainda mais estranhamente, não impede que a palavra "funçaõ" apareça pelo menos uma vez no cálculo diferencial [Bézout *1774b*, II, 89].

Ainda no campo do estranho: esta definição parece ter pura e simplesmente desaparecido na segunda edição, de 1794.

[14] Na segunda edição a notação foi uniformizada, para e.

Mas a única atribuição de um método a um matemático é a d'Alembert – a integração de sistemas de equações lineares [Bézout *1774b*, II, 215]. Este compêndio termina com a seguinte frase, que parece conter a primeira referência explícita a Euler nos textos da Faculdade de Matemática:

> "As obras que se pódem consultar sobre o calculo integral saõ de M. M. *Euler*, *d'Alembert*, *Fontaine*, o Marquez de *Condorcet*, *Bougainville*, e o P. *Reinau*."

Para analisar a influência de Euler nos 3.º e 4.º anos da Faculdade de Matemática, seria provavelmente necessário alguém mais versado em história da física matemática e história da astronomia – e um estudo dos textos (estatutos e compêndios) mais aprofundado e mais técnico do que o que parece ter sido feito até agora. Mas é possível apresentar algumas pistas.

A primeira pista é o facto de o texto dos *Estatutos*, no parágrafo referente aos princípios da mecânica [Fac. Mat. *1772*, 184] se inspirar claramente no *Traité de Dynamique* de d'Alembert – isto é notório ao comparar esse parágrafo com o "Discours préliminaire", onde d'Alembert se propõe basear toda a mecânica nos três princípios da inércia, da composição dos movimentos, e do equilíbrio de massas iguais com velocidades iguais e opostas [d'Alembert *1743*, xv-xvii], exactamente os mesmos princípios propostos nos *Estatutos*. (No entanto, no compêndio adoptado em Coimbra encontram-se não três, mas seis princípios [Marie *1775*, 7-9, 22, 36].[15])

As outras pistas surgem-nos numa passagem de [Marie *1775*, 291–295] sobre braquistócronas (podendo o corpo estar sujeito a alguma força para além da gravidade e com uma breve referência à possibilidade de o meio ser resistente). Marie trata o problema usando cálculo de variações; ora, o cálculo de variações tinha sido "virtualmente criado" por Euler [Fraser *1999*, 359].[16]

No final desta passagem, Marie cita [Euler *1736*] a propósito da caracterização que aí é dada das braquistócronas : a força centrífuga deve ser igual à força normal; mas nota que este resultado não se estende a meios resistentes (ao contrário do que Euler tinha afirmado).

[15] A inércia é desdobrada em três princípios, a definição da quantidade de movimento é um princípio, e o princípio do equilíbrio é menos *elementar*, referindo-se a corpos com quantidades de movimento iguais e direcções diametralmente opostas.

[16] Marie usa o operador δ da versão do cálculo de variações de Lagrange. Mas Lagrange tinha construído essa versão baseando-se (de uma forma não trivial) no trabalho de Euler – e nomeadamente no clássico *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes* (*Método para encontrar linhas curvas que satisfaçam uma propriedade de máximo ou mínimo*), de 1744.

Outro compêndio, de hidrodinâmica, usado também no 3.º ano, refere-se a Euler algumas vezes [Bossut *1775*, 24, 112, 257, 267] (embora menos vezes do que a d'Alembert [Bossut *1775*, 19, 20, 25, 94, 96, 112, 264]).[17]

A impressão preliminar que fica é que também no terceiro ano (e provavelmente no quarto) da Faculdade de Matemática, Euler não era o "único Deus" (talvez d'Alembert fosse mesmo mais influente), mas algum do seu trabalho tinha sido recebido, mesmo que indirectamente.[18]

4 José Monteiro da Rocha

O matemático e astrónomo José Monteiro da Rocha nasceu em Canaveses (antiga vila no território do actual concelho de Marco de Canaveses), em 1734. Em 1752 partiu para o Brasil, entrando na Companhia de Jesus e estudando no Colégio jesuíta de Salvador da Baía. Quando em 1759 os jesuítas foram expulsos dos territórios portugueses, Monteiro da Rocha optou por abandonar a Companhia, tornando-se padre secular – e conseguindo também um lugar de professor público em Salvador. Em 1763 ainda estava na Baía [Monteiro *2000*, 12], mas em 1767 matriculou-se na Faculdade de Cânones[19] da Universidade de Coimbra, e em 1770 obteve o grau de bacharel [Figueiredo *2005*, 79].

As actividades científicas de Monteiro da Rocha tinham começado em Salvador, onde escreveu um *Systema Physico Mathematico dos Cometas* (descoberto recentemente), a propósito da passagem em 1759 do cometa Halley [Monteiro *2000*]. Certamente antes de 1772 escreveu uns *Elementos de Mathematica* em três ou quatro volumes, que também ficaram inéditos.[20] Provavelmente em resultado desta actividade foi chamado a colaborar na reforma da Universidade de Coimbra. Diz-se frequentemente que foi Monteiro da Rocha quem redigiu as secções relativas à Matemática e à Filosofia dos

[17] Isto confiando no motor de busca do *Google Book Search* ⟨`http://books.google.com`⟩ (consultado em 22 de Outubro de 2007).

[18] Além do exemplo dado acima do uso de cálculo de variações, fica a sensação, quer lendo os *Estatutos* quer folheando [Marie *1775*] e [Bossut *1775*], que o ensino nos terceiro e quarto anos da Faculdade de Matemática era (ou era programado ser) demasiado *analítico* para se imaginar que as contribuições de Euler pudessem passar em claro.

[19] Isto é, direito canónico.

[20] Os manuscritos de dois destes volumes (*Elementos de Arithmetica* e *Elementos de Algebra*) encontram-se na Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa (ms. Azul 371 e Azul 397, respectivamente). O manuscrito dos *Elementos de Algebra* não tem indicação do autor, mas corresponde exactamente à descrição que Mateus Valente do Couto fez em 1825 quando foi encarregado de examinar os manuscritos de Monteiro da Rocha (o relatório deste exame está também na Academia, no processo pessoal de Monteiro da Rocha).

Estatutos da Universidade de 1772. Parece haver aqui algum exagero: Michele Ciera (prefeito do Colégio dos Nobres, e depois professor da Faculdade de Matemática), Michele Franzini (professor de matemática no Colégio dos Nobres, e depois na Faculdade de Matemática) e Michael Daly (professor de grego no Colégio dos Nobres) terão sido co-autores [Carvalho *1982*, 420]. Mas é indesmentível que Monteiro da Rocha ocupou um lugar de destaque na nova Faculdade de Matemática.[21] Foi também sócio efectivo da Academia das Ciências de Lisboa. Em 1804 foi nomeado preceptor dos príncipes, e mudou-se para Lisboa. Morreu em 1819.

Vimos acima que Monteiro da Rocha foi *acusado* por Anastácio da Cunha de ser o profeta do deus Euler. Mas o que conseguimos encontrar de efectiva influência euleriana em Monteiro da Rocha?

A sua primeira obra conhecida, o *Systema Physico Mathematico dos Cometas* não nos mostra qualquer traço de Euler. Como dizem Carlos Ziller Camenietzki e Fábio Mendonça Pedrosa na sua Introdução à recente publicação do manuscrito, trata-se de um texto que "visa a instrução do leitor em matéria astronômica", com "um sem número de teoremas e regras para o cálculo de coordenadas celestes", "uma boa obra de referência" sobre a astronomia dos cometas; mas limitado a técnicas geométricas ("segundo o modelo de Isaac Newton") – não algébricas [Monteiro *2000*, 15–16]. O texto de Monteiro da Rocha era bastante bom, e moderno (i. e., newtoniano) na sua cosmologia; mas nas muitas referências bibliográficas [Monteiro *2000*, 239–245] não vemos Euler, nem d'Alembert, nem Clairaut – os grandes astrónomos teóricos pós-Newton.

Também não há referência a Euler nos manuscritos dos *Elementos de Arithmetica* e *de Algebra* – onde, convenhamos, não seria de esperar grande influência de Euler. Mesmo assim, refira-se que na Introdução dos *Elementos de Algebra* Monteiro da Rocha menciona o "*calculo diferencial*, ou *methodo das fluxoens*", e cita vários nomes de autores, mas ninguém mais recente do que Varignon, l'Hôpital, Hermann, e os "dous Bernoulles" (isto é, Johann e Jakob Bernoulli) – ou seja, a geração anterior a Euler. Talvez se um dia aparecer o manuscrito dos elementos de cálculo diferencial e integral que Monteiro da Rocha também deve ter escrito...

O panorama muda substancialmente quando analisamos o período pós-1772. E não só devido à *acusação* de Anastácio da Cunha (que data de

[21] Em 1772 leu a lição de abertura da faculdade, traduziu para português vários dos compêndios adoptados, e a partir de 1780 (com a nomeação de Franzini para mestre dos príncipes e a jubilação de Ciera) era o decano da faculdade; em 1795 foi nomeado director perpétuo da faculdade e do observatório, e em 1796 vice-reitor.

1785).

Um dado importante é o catálogo da biblioteca pessoal de Monteiro da Rocha[22]. Na altura da sua morte (recordemos: 1819) esta era uma biblioteca bastante extensa: 1326 títulos, dos quais 344 "que interessam às ciências matemáticas" [Figueiredo *2007*] – isto é, de matemática, astronomia, mecânica, etc. E nela encontramos 16 livros de Euler. Na verdade, estes 16 livros representam a grande maioria da produção de Euler em formato de livro ou panfleto: faltam apenas seis livros e panfletos,[23] dos quais três em alemão (língua que Monteiro da Rocha provavelmente não lia); o único livro importante de Euler que falta é as *Lettres à une Princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique & de philosophie*, uma obra de divulgação científica.[24] É claro que ter os livros na biblioteca não implica que os tenha lido todos. Mas esta colecção é pelo menos um sinal de recepção, e de reconhecimento da importância do autor.

Quanto à produção científica de Monteiro da Rocha: a maior parte dos seus trabalhos debruçam-se sobre questões de astronomia prática – bastante mais prática do que a dos trabalhos de Euler. Mas há um, sobre a determinação das órbitas dos cometas [Monteiro *1799*], onde é notória a influência de Euler.[25]

O problema da determinação das órbitas dos cometas, a partir de três observações, tinha sido resolvido por Newton, mas apenas graficamente; a primeira solução analítica foi dada por Euler, em 1744 – na *Theoria motuum planetarum et cometarum* (*Teoria dos movimentos dos planetas e dos cometas*), um livro que Monteiro da Rocha cita na introdução do seu artigo (e que consta na sua biblioteca). Mas esta solução era demasiado complicada na prática e o objectivo de [Monteiro *1799*] é precisamente o de

[22]Tendo sido deixada em testamento ao então Príncipe Real, futuro D. Pedro IV, encontra-se no Palácio da Ajuda.

[23]Isto segundo a lista disponível no *Euler Archive* ⟨`http://math.dartmouth.edu/~euler/publications/books.html`⟩ (consultado em 16 de Outubro de 2007). Na verdade, falta nessa lista pelo menos um pequeno livro, que seria importante para Monteiro da Rocha, mas que também não parece que constasse na sua biblioteca: *Recherches et calculs sur la vraie orbite elliptique de la comète de l'an 1769* (E389), publicado em São Petersburgo em 1770.

[24]Por razões facilmente compreensíveis, esta foi a obra mais popular de Euler: Eneström catalogou traduções para russo, alemão, holandês, sueco, italiano, dinamarquês, inglês, e espanhol – todas publicadas ainda no século XVIII. A *falta* de uma tradução portuguesa pode talvez dever-se à *concorrência* da *Recreação filosófica* (10 vols., 1751–1799; várias edições) do padre Teodoro de Almeida.

[25]Além dos trabalhos de astronomia, Monteiro da Rocha escreveu um artigo sobre medição de pipas e toneis, e outro sobre um método de aproximação de integrais (de Fontaine). O segundo, pelo tema, poderia ter alguma referência a Euler; mas não tem.

dar um método praticável.[26]

Estamos portanto perante um problema que se coloca no seguimento de trabalho de Euler. Além disso, um dos ingredientes fundamentais do método de Monteiro da Rocha é uma relação entre certos elementos orbitais conhecida como Teorema de Euler-Lambert (por ter sido descoberta por Euler, mas aplicada na prática pela primeira vez por Lambert).

É verdade que Monteiro da Rocha usa uma versão do teorema ligeiramente diferente (que resulta de elevar ao quadrado os dois membros da equação) e que apresenta a sua própria derivação do resultado, sem mencionar o facto de já ser conhecido. Perante esta passagem, [Figueiredo *2005*, 180] coloca em questão a profundidade do seu conhecimento dos trabalhos sobre o problema das órbitas. Mas a apresentação de uma derivação do teorema em vez de uma simples referência pode ter resultado de hábitos pedagógicos – a apresentação completa da teoria (este é, que se saiba, o primeiro trabalho de investigação de Monteiro da Rocha).[27]

5 José Anastácio da Cunha

Importa agora examinar o *outro lado*: o anti-euleriano José Anastácio da Cunha (1744–1787), que é geralmente reconhecido como o melhor matemático português do século XVIII.[28]

Já foi citada no início da secção 3 uma frase em que Anastácio da Cunha critica a Faculdade de Matemática de Coimbra por aí (supostamente) Euler ser o "unico Deus da Mathematica". Essa não é, nem de longe, a frase mais cáustica de Anastácio da Cunha relativamente a Euler. No seu imediato seguimento podemos ler:

> "E que auctor podiam os nossos mestres, *nos sages maitres*, achar mais accommodado aos characteres e interesses senão o

[26] Em 1797 o astrónomo alemão Heinrich Olbers tinha publicado um método essencialmente equivalente (mas note-se que Monteiro da Rocha já tinha submetido o seu à Academia das Ciências de Lisboa em 1782), e o trabalho do português nunca chegou a ter visibilidade internacional. No entanto, este artigo tem sido considerado um dos melhores trabalhos de Monteiro da Rocha, desde que Duarte Leite chamou a atenção para ele em [Leite *1915*]. O estudo mais recente sobre [Monteiro *1799*] é [Figueiredo *2005*].

[27] A comparação que Figueiredo faz com [Monteiro *2000*], onde "imensos autores são citados e referenciados", não será muito relevante. O *Systema Physico Mathematico dos Cometas* tem um estilo e intenção diferentes: coloca-se numa discussão sobre a natureza dos cometas, onde importa citar diversas *opiniões*, e mesmo invocar autoridades.

[28] A bibliografia sobre José Anastácio da Cunha é extensa. Veja-se [Cunha *1987*; Cunha *2006*; Queiró *1992*].

> que instituiu a fé implicita em pontos de Mathematica? Não sei se algum dia lhe contei que este auctor, quando se via perplexo entre verdades manifestas, e a Algebra, que as contradiz, fechava os olhos, e exclamava como fiel algebrista: *Quidquid sit, calculo potius, quam judicio nostro, est fidendum!*

A citação de Euler é extraída de [Euler *1736*], mais precisamente de uma passagem onde se analisa o comportamento de um corpo que é atraído (a partir do descanso) por um centro C, com uma força proporcional a uma potência n da distância; no caso de n ímpar, Euler conclui que depois de passar por C (com velocidade infinita) o corpo continua na direcção contrária, diminuindo de velocidade até que esta se anula no ponto diametralmente oposto ao original; mas no caso de $n = -1$, a velocidade depois do encontro com C torna-se imaginária (envolve o logaritmo de um número negativo), de forma que o corpo não ultrapassa C; mas isto é contra-intuitivo: como pode o corpo não ultrapassar C, tendo nesse ponto uma velocidade infinita?

> "Quicquid autem sit, hic calculo potius, quam nostro iudicio est fidendum, atque statuendum, nos saltum, si fit ex infinito in finitum, penitus non comprehendere." [Euler *1736*, I, § 272]

> "Como quer que seja, aqui devemos confiar mais no cálculo do que na nossa razão, e concluir que não compreendemos perfeitamente um salto do infinito para o finito."

Este exemplo ilustra bem o que há de *substancial* nas objecções de Anastácio da Cunha relativamente a Euler: este tinha uma grande fé no poder do formalismo algébrico e na sua capacidade de correspondência com a realidade. O matemático português, pelo contrário, desconfiava desta *generalidade da álgebra*.

A esta oposição não seriam estranhas algumas controvérsias entre Euler e d'Alembert (que Anastácio da Cunha não se cansava de elogiar), e nomeadamente a famosa controvérsia sobre a corda vibrante. Muito resumidamente: nas soluções de equações diferenciais parciais, entre as quais a da corda vibrante, apareciam funções arbitrárias; d'Alembert impunha a essas funções a condição (em terminologia moderna) de serem analíticas ou pelo menos diferenciáveis; Euler defendia que não se podia impor esse tipo de restrição, pois era necessário abarcar qualquer situação física, nomeadamente qualquer configuração inicial da corda que se põe a vibrar. Em outras palavras, Euler acreditava, e d'Alembert não, na possibilidade de aplicação da análise, que se tinha desenvolvido só com funções analíticas, a funções não diferenciáveis.[29]

[29]São inúmeros os livros e artigos que abordam a questão da corda vibrante. Veja-se,

Havia um outro aspecto na rivalidade entre Euler e d'Alembert, que era provavelmente importante na posição de Anastácio da Cunha como defensor do segundo: d'Alembert foi um dos grandes representantes do iluminismo, editor da *Encyclopédie*, e homem de letras; Euler, por outro lado, era um cristão (calvinista) fervoroso, sem grandes simpatias pelo iluminismo, e sem ambições literárias. É fácil de imaginar com qual se identificaria Anastácio da Cunha, matemático e poeta, preso pela Inquisição entre 1778 e 1781. Claramente projectava as relações entre os dois grandes matemáticos na sua própria rivalidade com o "padre Monteiro".

De qualquer forma, a antipatia de Anastácio da Cunha por Euler não implica que não conhecesse a sua obra ou que não fosse influenciado por ela (pelo menos em questões *técnicas*).

Tal como com Monteiro da Rocha, há dados sobre a biblioteca pessoal de Anastácio da Cunha, embora de natureza bastante diferente: quando este foi preso pela Inquisição sofreu, como era hábito, a confiscação dos seus bens; devido a este processo temos uma lista dos livros que possuía em 1778 (bastante imperfeita, por ter sido feita pelos inquisidores) [Ferro *1987*]. Nesta lista constam 129 livros (alguns em vários volumes), dos quais apenas 18 de *ciências matemáticas* (matemática, astronomia e física matemática).[30] Entre eles estavam três volumes de "Obras de Lionardo Ólero" [Ferro *1987*, 159] (isto é, Leonhard Euler), infelizmente impossíveis de precisar. Diga-se que do seu admirado d'Alembert a única obra científica que possuía era o *Traité de l'Équilibre* [Ferro *1987*, 148].

E quanto a aspectos técnicos? Nos trabalhos que sabemos que escreveu antes de 1772, isto é [Cunha *1994*; Cunha *1769*],[31] dedicados a questões de artilharia, não há de facto indícios de influência de Euler – embora isso se possa dever ao tema.[32]

por exemplo, [Jahnke *1999*, 123–127] ou [Grattan-Guinness *1970*, 2–21]; [Truesdell *1960*, 237–300] é possivelmente o relato mais detalhado, mas incrivelmente parcial (a favor de Euler).

[30] O facto de esta biblioteca ter cerca de um décimo do tamanho da de Monteiro da Rocha é facílimo de compreender, tendo em conta a diferença entre a biblioteca de um professor universitário de 34 anos e a que deixa ao morrer com 85 anos um professor universitário aposentado que tinha sido director da Faculdade de Matemática, director do Observatório Astronómico, Vice-Reitor da Universidade de Coimbra e preceptor dos príncipes. Quanto à percentagem inferior de livros de matemática, deve-se essencialmente aos interesses literários de Anastácio da Cunha, que tomam mais de metade da sua biblioteca [Ferro *1987*, 112].

[31] [Cunha *1994*] foi escrito em data desconhecida, mas não posterior a 1768 [Estrada *2006*, 104].

[32] Euler de facto escreveu também sobre artilharia, mas em alemão (E77, de 1745). Este trabalho foi traduzido para inglês e francês, mas apenas em 1777 e 1783, respectivamente

Mas em trabalhos posteriores, nomeadamente naqueles que se debruçam sobre questões de análise pura, verifica-se que Anastácio da Cunha parece usar algumas ideias ou pequenos detalhes inspirados em passagens de Euler – mesmo se as ideias fundamentais são opostas às desse autor.

Um caso sintomático é o da ideia de função. Em [Cunha *1780*] e no livro XV de [Cunha *1790*], dedicados ambos aos "princípios do cálculo fluxionário" (isto é, do cálculo diferencial), a ideia de função ocupa um lugar central (compare-se com o que foi dito na secção 3 a propósito de [Bézout *1774b*]). Em [Cunha *1780*, 52–53] chega mesmo a dizer que esta é uma "clausula principal a esta doutrina": "nunca suppor fluentes solitarias ou independentes humas das outras" – isto é, não faz sentido diferenciar quantidades, se não se supõe uma relação funcional entre elas. Nos mesmos trabalhos aparece também uma noção de variável extremamente invulgar (ou mesmo única) no século XVIII: não a ideia dinâmica de uma quantidade que varia (implicitamente no tempo, mesmo que abstracto), mas sim a ideia estática de uma expressão destinada a "admittir mais de hum valor" [Cunha *1780*, 44–45; *1790*, 193]. O único precedente, ainda que parcial, para esta definição é de Euler: uma quantidade indeterminada ou universal, que contém em si todos os valores [Domingues *2004*, 20–23]. E no entanto, a fundamentação do cálculo infinitesimal de Anastácio da Cunha está bem distante da de Euler.

Apenas mais dois pequenos exemplos: [Cunha *1790*, 268] inclui uma versão resumida da solução de Euler para as equações diferenciais lineares com coeficientes constantes (como foi notado por [Baroni *2001*, 34–35]); acrescente-se que essa solução não aparece em [Bézout *1774b*].

O último exemplo refere-se aos tratamentos das cónicas em [Cunha *1790*, l. XIV] e em [Euler *1748*, cap. 5–6]. As definições são bem distintas: Euler, muito algebricamente, fala de "linhas de segunda ordem", isto é, das linhas representadas pela equação $0 = \alpha + \beta x + \gamma y + \delta x^2 + \varepsilon xy + \zeta yy$ [Euler *1748*, § 86], e classifica-as consoante o número de ramos infinitos (estudados também algebricamente). Anastácio da Cunha, por outro lado, define secção cónica mais tradicionalmente – como uma secção de um cone feita por um plano que não passa pelo vértice; mas também classifica as suas espécies de acordo com o número de ramos infinitos, e rapidamente mostra a equivalência entre as secções cónicas e as linhas de segunda ordem, isto é, as de equação geral $0 = \alpha + \beta x + \gamma y + \delta x^2 + \varepsilon xy + \zeta y^2$ [Cunha *1790*, 174]. Os cálculos não são precisamente os mesmos, porque Euler os simplifica, mostrando que uma mudança de coordenadas permite considerar a equação geral $yy =$

[Eneström *1913*].

$\alpha + \beta x + \gamma xx$; mas há uma certa familiaridade (a que não será estranho o uso das mesmas letras gregas para os coeficientes).

6 Depois de Monteiro da Rocha e Anastácio da Cunha

Os matemáticos mais novos do que Monteiro da Rocha e Anastácio da Cunha estavam numa posição diferente relativamente aos trabalhos de Euler. Já foi referido que várias das contribuições de Euler se encontravam incorporadas nos compêndios da Faculdade de Matemática – Euler começava a fazer parte do património matemático.

Assim, talvez já não faça tanto sentido falar em recepção dos trabalhos de Euler por parte de quem aprendeu matemática nos anos 1770, 1780, e mais tarde. Faria sentido sim falar da influência (ou falta de influência) de Euler na investigação matemática feita em Portugal nas décadas seguintes (nomeadamente nas memórias publicadas pela Academia das Ciências de Lisboa a partir de 1797).

Esse estudo terá de ficar para outra oportunidade. No entanto, vale a pena referir muito brevemente dois nomes: Francisco Garção Stockler e Francisco de Paula Travassos.

Francisco de Borja Garção Stockler (1759–1829) foi o matemático português mais relevante do período que se seguiu a Monteiro da Rocha e Anastácio da Cunha, e o autor de matemática mais representado nos primeiros dois volumes das *Memórias* da Academia das Ciências de Lisboa. Tal como no caso de Anastácio da Cunha, os seus heróis eram Newton e d'Alembert: isso é manifesto na maneira como tratava os fundamentos do cálculo diferencial e integral (ou antes, do "método das fluxões") [Domingues *2004*, 26–30]; em [Stockler *1805*] apresentou a sua opinião sobre a questão da corda vibrante – e naturalmente estava mais próximo de d'Alembert, discordando de Euler. Mas ao contrário de Anastácio da Cunha, estas opiniões não levavam Stockler a diminuir Euler. Note-se que um dos artigos de Stockler refere-se bastante a Euler: o objectivo de [Stockler *1799*] é apresentar condições de exactidão de expressões diferenciais mais simples do que as que existiam; Stockler compara exaustivamente as suas condições com as de Euler, Fontaine e Condorcet.

Quanto a Francisco de Paula Travassos da Costa Araújo (1764–1833), é muito menos conhecido, embora pareça ter sido bom astrónomo [Freire *1872*, 48–50]. No segundo volume das *Memórias* da Academia das Ciências de Lisboa publicou um artigo dedicado à teoria das braquistócronas em geral – ou seja, "quaesquer que sejaõ as forças, que sollicitem o movel tanto no vacuo, como nos meios resistentes segundo qualquer lei", e ao exame da caracterização que Euler tinha dado dessas curvas na sua *Mechanica* [Travassos *1799*, 7]. Esse estudo é feito usando o cálculo das variações de Lagrange (de uma forma que parece mais consistente do que no caso de Marie – v. final da secção 3 acima), e Travassos conclui não só a falsidade da caracterização de Euler para meios resistentes (como Marie já tinha notado), mas também para meios não resistentes no caso de o móvel estar sujeito a uma força não vertical.

7 Conclusões

Antes da Reforma Pombalina o acesso a trabalhos de Euler em Portugal não era impossível – aconteceu comprovadamente em 1736, embora tenham sido lidos por quem não tinha possibilidade de os compreender; mais tarde apareceram matemáticos capazes de ler Euler (Monteiro da Rocha e Anastácio da Cunha), mas se o leram antes de 1772 não deixaram sinais disso conhecidos actualmente.

A partir da Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra (1772) várias das contribuições de Euler entraram no ensino. Mas é provável que d'Alembert fosse uma influência maior do que Euler.

Depois da Reforma tanto Monteiro da Rocha como Anastácio da Cunha deixaram sinais de ter lido e utilizado trabalhos de Euler – o segundo apesar de fortes discordâncias filosóficas. No entanto, a versão transmitida por Anastácio da Cunha – Euler como "único deus da matemática" para Monteiro da Rocha / Newton e d'Alembert desprezados excepto por Anastácio da Cunha e seus discípulos – é no mínimo um enorme exagero.

D'Alembert foi certamente mais influente do que Euler para Stockler, o melhor matemático da geração que se seguiu a Anastácio da Cunha e Monteiro da Rocha. Mas Euler estava definitivamente recebido em Portugal.

Agradecimentos

Agradeço a Maria Fernanda Estrada, por me ter chamado a atenção para a semelhança entre os tratamentos das cónicas nos *Principios Mathematicos* de Anastácio da Cunha e na *Introductio in Analysin Infinitorum* de Euler.

Agradeço também a Fernando Figueiredo, pela lista dos livros de Euler na biblioteca pessoal de José Monteiro da Rocha.

Bibliografia

[Archibald *1999*] Tom Archibald, "Differential Equations: A Historical Overview to circa 1900", em Hans Niels Jahnke (ed.), *A History of Analysis*, American Mathematical Society e London Mathematical Society, 2003, págs. 325–353 (trad. ingl.; orig. alemão publ. em 1999).

[Baroni *2001*] Rosa Lúcia Sverzut Baroni, "Aspects of Differential Equations in José Anastácio da Cunha's Mathematical Principles", *Revista Brasileira de História da Matemática* vol. 1 nº 2 (Out 2001), 27–36.

[Bertrand *1755*] *Catalogue des Livres, qui se vendent a Lisbonne, chez les freres Bertrand*, 1755; reprod. fac-simile em Manuela D. Domingos, *Bertrand: uma livraria antes do terramoto / une librairie avant le tremblement de terre*, Lisboa: Biblioteca Nacional, 2002.

[Bézout *1774a*] Étienne Bézout, *Elementos de Trigonometria Plana*, 2.ª ed., Coimbra, 1800 (a 1.ª ed. é de 1774).

[Bézout *1774b*] Étienne Bézout, *Elementos de Analisi Mathematica*, 2 vols., Coimbra, 1774; 2.ª ed. revista, *Elementos de Analyse*, 2 vols., Coimbra, 1794.

[Bossut *1775*] Charles Bossut, *Tratado de Hydrodynamica*, Coimbra, 1775.

[Cajori *1928–1929*] Florian Cajori, *A History of Mathematical Notations*, 2 vols., Chicago: Open Court, 1928, 1929; reedição fac-simile, 1 vol., New York: Dover, 1993.

[Carvalho *1982*] Rómulo de Carvalho, "As Ciências Exactas no Tempo de Pombal", em R. Carvalho, *Colectânea de Estudos Históricos (1953–1994)*, Universidade de Évora, 1997, págs. 413–432 (publicado originalmente em 1982 na revista *Brotéria*).

[Cunha *1769*] José Anastácio da Cunha, *Carta Fisico-Mathematica sobre a Theorica da Polvora em geral, e a determinação do melhor comprimento das peças em particular*, Porto, 1838 (publ. por José Vitorino Damâsio e Diogo Kopke de um manuscrito datado de 1769); reimpr. em [Cunha *1987*, 319–337].

[Cunha *1778*] José Anastácio da Cunha, "Logarithms and powers", [Cunha *2006*, II, 58–85].

[Cunha *1780*] José Anastácio da Cunha, "Principios do Calculo Fluxionario", [Cunha *2006*, II, 44–55].

[Cunha *1785*] José Anastácio da Cunha, "Cópia de uma carta de José Anastácio da Cunha datada de 3 de Junho de 1785", [Cunha *1987*, 359–370].

[Cunha *1790*] José Anastácio da Cunha, *Principios Mathematicos*, Lisboa, 1790; reedição fac-simile, Coimbra: Dep. Matemática Fac. Ciências e Tecnologia Univ. Coimbra, 1987.

[Cunha *1987*] Maria de Lurdes Ferraz, José Francisco Rodrigues & Luís Saraiva (eds.), *Anastácio da Cunha 1744/1787, o matemático e o poeta*, Imprensa Nacional - Casa da Moeda, 1990 (actas de um colóquio realizado em 1987).

[Cunha *1994*] José Anastácio da Cunha, *Ensaio sobre as Minas*, leitura, introdução e notas de Maria Fernanda Estrada, Braga: Arquivo Distrital de Braga/Universidade do Minho, 1994.

[Cunha *2006*] Maria Elfrida Ralha, Maria Fernanda Estrada, Maria do Céu Silva & Abel Rodrigues (eds.), *José Anastácio da Cunha. O Tempo, as Ideias, a Obra e... Os Inéditos*, 2 vols, Braga: Arquivo Distrital de Braga/Universidade do Minho, Centro de Matemática da Universidade do Minho, Centro de Matemática da Universidade do Porto, 2006.

[N. F. Cunha *1986–1989*] Norberto Ferreira da Cunha, "A ilustração científica de D. Francisco Xavier de Meneses, 4.º conde da Ericeira", em N. F. Cunha, *Elites e Académicos na Cultura Portuguesa Setencentista*, Imprensa Nacional - Casa da Moeda, 2001, págs. 49–79; edição original na revista *Diacrítica*, n.^{os} 1 (1986) e 3 (1989).

[d'Alembert *1743*] Jean le Rond d'Alembert, *Traité de Dynamique*, 2.ª ed., Paris, 1758; reedição fac-simile (ligeiramente incompleta), Paris: Jacques Gabay, 1990; disponível em ⟨`http://gallica.bnf.fr/document?O=N029043`⟩(consultado em 10 de Setembro de 2007); a 1.ª ed. é de 1743.

[Demidov *1982*] Serghei S. Demidov, "Création et développement de la théorie des équations différentielles aux dérivées partielles dans les travaux de J. d'Alembert", *Revue d'Histoire des Sciences* **35** (1982), 3–42.

[Domingues *2004*] João Caramalho Domingues, "Variables, limits, and infinitesimals in Portugal in the late 18th century", Historia Mathematica **31** (2004), 15–33.

[Duarte, Silva & Queiró *1996*] António Leal Duarte, Jaime Carvalho e Silva & João Filipe Queiró, "Algumas notas sobre a História da Matemática em Portugal", *História e Educação Matemática – Actas*, vol. I, Braga, 1996, págs. 102–112.

[Eneström *1913*] Gustaf Eneström, "Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, Ergänzungsband 4 (1910–1913); trad. ingl. da 1.ª secção por Greta Perl, ⟨`http://www.math.dartmouth.edu/~euler/docs/translations/enestrom/index.html`⟩ (consultado em 7 de Setembro de 2007).

[Ericeira *1736*] Francisco Xavier de Menezes (Conde da Ericeira), "Extractos Academicos dos Livros, que a Academia de Petersburg mandou à de Lisboa", *Collecçam dos Documentos, e Memorias da Academia Real da Historia Portugueza* **17** (1736), n. XXVIII.

[Estrada *2006*] Maria Fernanda Estrada, "José Anastácio da Cunha: Vida e Obra", [Cunha *2006*, I, 99–129].

[Euler *1736*] Leonhard Euler, *Mechanica sive Motus Scientia Analytice Exposita*, 2 vols., S. Petersburgo: Academia Imperialis Scientiarum, 1736 = *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, série 2, I-II; disponível em ⟨`http://math.dartmouth.edu/~euler/pages/E015.html`⟩, ⟨`../E016.html`⟩ (consultado em 18 de Outubro de 2007).

[Euler *1748*] Leonhard Euler, *Introductio in Analysin Infinitorum*, 2 vols., Lausanna: Marcus-Michael Bousquet, 1748 = *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, série 1, VIII-IX; reedição fac-simile, Bruxelles: Culture et Civilisation, 1967; disponível em ⟨`http://gallica.bnf.fr/Catalogue/noticesInd/FRBNF37272930.htm`⟩ (consultado em 16 de Setembro de 2007). Trad. fr. por J. B. Labey, *Introduction à l'analyse infinitésimale*, 2 vols., Paris, 1796–1797; reedição fac-simile, Paris: ACL, 1987–1988; disponível em ⟨`http://gallica.bnf.fr/Catalogue/noticesInd/FRBNF35009466.htm`⟩ (consultado em 16 de Setembro de 2007).

[Euler *1755*] Leonhard Euler, *Institutiones Calculi Differentialis*, S. Petersburgo: Academia Imperialis Scientiarum, 1755 = *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, série 1, X; 2.ª ed. (1787) disponível em ⟨`http://math.dartmouth.edu/~euler/pages/E212.html`⟩ (consultado em 16 de Setembro de 2007).

[Euler *1768–1770*] Leonhard Euler, *Institutionum Calculi Integralis Volumen Primum [-Tertium]*, 3 vols., S. Petersburgo: Academia Imperialis Scientiarum, 1768, 1769, 1770 = *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, série 1, XI-XIII; disponível em ⟨`http://math.dartmouth.edu/~euler/pages/E342.html`⟩, ⟨`../E366.html`⟩, ⟨`../E385.html`⟩ (consultado em 16 de Setembro de 2007).

[Fac. Mat. *1772*] "Do Curso Mathematico", *Estatutos da Universidade de Coimbra*, Lisboa, 1772, vol. 3, págs. 141–221.

[Ferro *1987*] João Pedro Ferro, "A Biblioteca de José Anastácio da Cunha (1744–1787)", em *Bicentenário da Morte de Anastácio da Cunha — Matemático e Poeta* (actas de um colóquio realizado de 2 a 4 de Julho de 1987), Évora, 1988, 105–227.

[Figueiredo *2005*] Fernando José Bandeira de Figueiredo, *A Contribuição de José Monteiro da Rocha para o cálculo da órbita de Cometas*, dissertação de mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2005.

[Figueiredo *2007*] Fernando B. Figueiredo, "A biblioteca pessoal de José Monteiro da Rocha", comunicação apresentada no *V Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática*, Castelo Branco, Outubro de 2007.

[Fraser *1999*] Craig Fraser, "The Calculus of Variations: A Historical Survey", em Hans Niels Jahnke (ed.), *A History of Analysis*, American Mathematical Society e London Mathematical Society, 2003, págs. 355–383 (trad. ingl.; orig. alemão publ. em 1999).

[Freire *1872*] Francisco de Castro Freire, *Memoria Historica da Faculdade de Mathematica*, Coimbra: Imprensa da Universidade, 1872.

[Grattan-Guinness *1970*] Ivor Grattan-Guinness, *The Development of the Foundations of Mathematical Analyisis from Euler to Riemann*, The MIT Press, 1970.

[Jahnke *1999*] Hans Niels Jahnke, "Algebraic Analysis in the 18th Century", em H. N. Jahnke (ed.), *A History of Analysis*, American Mathematical Society e London Mathematical Society, 2003, págs. 105–136 (trad. ingl.; orig. alemão publ. em 1999).

[Katz *1987*] Victor J. Katz, "The Calculus of the Trigonometric Functions", *Historia Mathematica* **14** (1987), 311–324.

[Leitão *2004*] Henrique Leitão, "The Practice of Mathematics in Portugal: Problems and Methods", em Luís Saraiva & Henrique Leitão (eds.), *The Practice of Mathematics in Portugal*, Coimbra, 2004, págs. 1–33.

[Leite *1915*] Duarte Leite, "Pour l'histoire de la détermination des orbites cométaires", *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto* **10** (1915), 65–73.

[L'Hôpital *1696*] Guillaume-François-Antoine, Marquês de l'Hospital, *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*, Paris, 1696; reedição fac-simile, Paris: ACL, 1988; disponível em ⟨`http://gallica.bnf.fr/document?O=N205444`⟩ (consultado em 16 de Setembro de 2007).

[Marie *1775*] Maria (*abbé* Joseph-François Marie), *Tratado de Mechanica*, Coimbra, 1775.

[McClellan *1985*] James E. MecClellan III, *Science Reorganized – scientific societies in the eighteenth century*, New York: Columbia University Press, 1985.

[Monteiro *1799*] José Monteiro da Rocha, "Determinaçaõ das Orbitas dos Cometas", *Memorias de Mathematica e Phisica da Academia R. das Sciencias de Lisboa* **2** (1799), 402–479 (1.ª paginação).

[Monteiro *2000*] José Monteiro da Rocha, *Sistema Físico-Matemático dos Cometas*, edição actualizada, introdução e apêndice por Carlos Ziller Camenietzki e Fábio Mendonça Pedrosa, prefácio e notas de Oscar Toshiaki Matsuura, posfácio de Sergio Nobre, Rio de Janeiro: Museu de Astronomia e Ciências Afins, 2000.

[Queiró *1992*] João Filipe Queiró, "José Anastácio da Cunha: um matemático a recordar, 200 anos depois", *Matemática Universitária* **14** (1992), 5–27; republ. em *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática* **29** (Set. 1994), 1–18; disponível em ⟨`http://www.mat.uc.pt/~jfqueiro/cunha.pdf`⟩ (consultado em 18 de Outubro de 2007).

[Sandifer *2007*] C. Edward Sandifer, *The Early Mathematics of Leonhard Euler*, Mathematical Association of America, 2007.

[Sarmento *1737*] Jacob de Castro Sarmento, *Theorica Verdadeira das Marés, conforme á Philosophia do incomparavel cavalhero Isaac Newton*, Londres, 1737.

[Stockler *1799*] Francisco de Borja Garção Stockler, "Memoria sobre as Equações de Condição das Funcções Fluxionaes", *Memorias de Mathematica e Phisica da Academia R. das Sciencias de Lisboa* **2** (1799), 196–295 (1.ª paginação).

[Stockler *1805*] Francisco de Borja Garção Stockler, "Nota (m)", em *Obras de Francisco de Borja Garção Stockler*, vol. I, Lisboa: Academia Real das Sciencias, 1805, págs. 129–188 (nota sobre a corda vibrante e a continuidade das funções arbitrárias, acrescentada à reimpressão de um elogio de d'Alembert).

[Teixeira *1934*] Francisco Gomes Teixeira, *História das Matemáticas em Portugal*, Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, 1934; reprod. facsimile, Lisboa: Arquimedes Livros, 2006; texto disponível em ⟨`http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/livrogt/livrogt.html`⟩ (consultado em 12 de Setembro de 2007).

[Travassos *1799*] Francisco de Paula Travassos, "Ensaio sobre as Brachystochronas, e Reflexões sobre as Prop. 42, e 76 do II. Tomo da Mechanica de Euler", *Memorias de Mathematica e Phisica da Academia R. das Sciencias de Lisboa* **2** (1799), 3–16 (2.ª paginação).

[Truesdell *1960*] Clifford Ambrose Truesdell III, *The Rational Mechanics of Flexible or Elastic Bodies, 1638–1788*, publ. como *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, série 2, vol. 11, parte 2, Zürich: Orell Füssli, 1960.