

Universidade do Minho  
Escola de Engenharia

Carlos André da Silva Teles Braga

Caracterização de um Ensaio de Análise  
Modal recorrendo a leitura sem contacto





Universidade do Minho  
Escola de Engenharia

Carlos André da Silva Teles Braga

Caracterização de um Ensaio de Análise  
Modal recorrendo a leitura sem contacto

Dissertação de Mestrado  
Ciclo de Estudos Integrados Conducentes ao  
Grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Trabalho efetuado sob a orientação do  
Professor Doutor José Filipe Bizarro Meireles

Outubro de 2014

Nome: Carlos André da Silva Teles Braga

Correio eletrónico: a46995@alunos.uminho.pt Tlm: 915364344

Número do Bilhete de Identidade: 13217077

Título da Dissertação: Caracterização de um Ensaio de Análise Modal recorrendo a leitura sem contacto

Ano de conclusão: 2014

Orientador: Professor Doutor José Filipe Bizarro Meireles

Designação do Mestrado: Ciclo de Estudos Integrados Conducentes ao Grau de Mestre em Engenharia

Área de Especialização: Conceção de Estruturas

Escola: Escola de Engenharia

Departamento: Departamento de Engenharia Mecânica

1. É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO INTEGRAL DESTA DISSERTAÇÃO APENAS PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE.
2. De acordo com a legislação em vigor, não é permitida a reprodução de qualquer parte desta dissertação

Guimarães, 31/10/2014

Assinatura: \_\_\_\_\_

## **Agradecimentos**

Ao orientador, professor José Meireles, pela oportunidade, colaboração e partilha de conhecimentos e experiência. Agradecer igualmente pela motivação e orientação ao longo de todo o projeto.

Ao Marco Dourado por toda a contribuição prestada na execução dos ensaios experimentais, pela transmissão de conhecimentos e troca de ideias durante os mesmos.

Ao Sr. Araújo, funcionário responsável pelo Laboratório de Ensaios de Materiais pela ajuda prestada no decorrer do tempo passado no laboratório.

A todos os meus colegas e amigos que de uma forma ou outra tornaram este percurso mais agradável.

Por fim gostaria de agradecer à minha família por todo apoio prestado, e paciência revelada ao longo deste percurso académico e em especial na realização desta dissertação.

A todos o meu MUITO OBRIGADO!



## Resumo

Ao longo das últimas décadas, a preocupação com os efeitos das vibrações nos mais diversos tipos de estruturas tem vindo a aumentar. Ao longo deste tempo, para combater os efeitos indesejados das vibrações, tem sido desenvolvidos novos métodos e técnicas que ajudam a prever o comportamento dinâmico das estruturas, permitindo que se diminua os efeitos por estas causado. É neste contexto que se insere o desenvolvimento deste trabalho.

Ao longo deste documento pretende-se desenvolver o estudo sobre um equipamento utilizado para a medição de vibrações, o vibrómetro laser. O objetivo deste trabalho foi realizar e caracterizar um ensaio experimental de análise modal com a utilização do vibrómetro laser. É também pretendido a exploração da funcionalidade diferencial do laser, a qual permite obter leituras diferenciais entre dois objetos diferentes.

Para tal utilizaram-se um conjunto de três placas metálicas, todas com características dinâmicas diferentes, essencialmente para validar a funcionalidade diferencial do laser. Inicialmente os três componentes foram analisados numericamente para posterior comparação com os resultados experimentais.

Após a obtenção das soluções numéricas, realizaram-se ensaios experimentais para validar os resultados numéricos e assim avaliar as funcionalidades do equipamento laser. Para avaliar a funcionalidade diferencial do laser, os componentes foram montados uns nos outros e foram utilizadas várias variações no posicionamento dos sensores laser.

Por fim, como os resultados não eram conclusivos, foram desenvolvidos novas metodologias utilizando excitadores eletrodinâmicos.

A principal conclusão que se pode retirar da utilização do vibrómetro laser na medição de vibrações é que é um equipamento que permite a medição de vibrações de uma forma rápida e que, a sua utilização, não influencia os dados obtidos pois é uma técnica não intrusiva. Em relação à funcionalidade diferencial não foi possível retirar nenhuma conclusão pois os dados obtidos da sua utilização não eram conclusivos.

**Palavras-chave:** Vibrações, Análise dinâmica, análise modal, análise modal experimental, vibrómetro laser, medição diferencial.



## ***Abstract***

Over the past decades the concern with vibration problems has increased. Throughout this time new methods have been developed to help in the prediction of the dynamic behaviour of structures and decreasing the effects caused by these. It is in this context that this present work have been developed.

Throughout this document is intended to develop the study of a equipment use for measuring mechanical vibrations, the LDV (Laser Doppler Vibrometer). The aim of this study was to characterize an modal analysis test using the LDV. It was also important exploit the differential feature of laser, which allows obtaining differential readings between two diferente objects.

For this we used a set of three metal plates, each other with different dynamic characteristics, essentially to test the differential feature of LDV. Initially the three components were numerically analyzed to be compared with the experimental results.

After obtaining the numerical solutions, were carried out experimental tests to validate the numerical results and thus evaluate the laser equipment features. To assess the differential functionality of the laser, the components were assembled each other and have been used many variations in the positioning of the laser sensor heads.

As the results were not conclusive, it was necessary the development of new methodologies using electrodynamic shakers.

The main conclusion that can be drawn from the use of LDV in vibration measurement is that the LDV allows measurement of vibration ina quick way and its use does not influence the data measured since it's a non-intrusive technique.

Regarding the differential function was not possible to draw any conclusions because the data obtained from it was not conclusive to evaluate it correctly.

**Keywords:** Vibrations, Dynamic Analysis, Modal Analysis, Experimental Modal Analysis, Laser Doppler Vibrometer, Differential measurement.



## Índice

Agradecimentos.....	iii
Resumo.....	v
<i>Abstract</i> .....	vii
Índice.....	ix
Índice de Figuras.....	xiii
Índice de Tabelas.....	xv
Nomenclatura.....	xvii
Abreviaturas.....	xix
1. Introdução.....	1
1.1. Motivação.....	1
1.2. Objetivos.....	2
1.3. Organização da tese.....	2
2. Revisão bibliográfica e fundamentos teóricos.....	5
2.1. Vibrometria Laser.....	7
2.1.1. Sistema de medição em ponto único.....	9
2.1.2. Sistema de medição diferencial.....	9
2.1.3. Sistema de varrimento (SLDV).....	10
2.1.4. Sistema de medição Rotacional.....	11
2.1.5. Sistema de medição no plano.....	11
2.2. Análise Dinâmica de Estruturas.....	12
2.2.1. Teoria das vibrações.....	15
2.2.2. Vibração em sistemas MGD, sem amortecimento.....	17
2.2.3. Modelo Modal de um sistema MGD, sem amortecimento.....	18
2.2.4. Modelo de Resposta de um sistema MGD, sem amortecimento.....	20

---

2.3.	Análise Modal Experimental .....	21
2.3.1.	Técnica experimental para Análise Modal Experimental .....	24
2.3.2.	Identificação e Extração dos Parâmetros Modais no Domínio da Frequência .. .....	26
3.	Aplicação a um caso prático .....	31
3.1.	Descrição da Estrutura.....	31
3.2.	Análise Numérica da Estrutura .....	32
3.2.1.	Modelação e simulação numérica dos componentes .....	33
3.3.	Sistema de Medição.....	34
3.3.1.	Martelo de Impacto .....	35
3.3.2.	Vibrómetro Laser .....	38
3.3.3.	Analisador Espectral .....	44
3.4.	Procedimento Experimental.....	46
3.4.1.	Definição dos pontos de leitura da estrutura.....	46
3.4.2.	Fixação do componente.....	47
3.5.	Realização do ensaio experimental .....	47
3.5.1.	Descrição das hipóteses realizadas.....	47
3.5.2.	Metodologia seguida.....	48
4.	Apresentação e discussão dos resultados .....	51
4.1.	Resultados dos componentes individualmente .....	51
4.1.1.	Resultados experimentais .....	51
4.1.2.	Resultados Numéricos (ANSYS) .....	53
4.1.3.	Discussão dos resultados .....	55
4.2.	Resultados do conjunto.....	57
4.2.1.	Discussão dos resultados do conjunto.....	58
4.3.	Resultados do diferencial .....	58

---

4.3.1. Ensaio com os excitadores eletrodinâmicos.....	60
4.4. Discussão dos resultados.....	60
5. Conclusões.....	63
5.1. Trabalhos Futuros.....	64
6. Bibliografia .....	65
A. ANEXO A – MOVIMENTO HARMÓNICO SIMPLES .....	69
B. ANEXO B – BATIMENTO .....	73
C. ANEXO C - RESULTADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE .....	77
D. ANEXO D – CARACTERÍSTICAS DOS EQUIPAMENTOS .....	83
E. ANEXO E - DESENHOS TÉCNICOS .....	87



## Índice de Figuras

Figura 2.1 - Esquema ótico de um vibrómetro (adaptado de[4]) .....	9
Figura 2.2 - Cabeça ótica do laser .....	9
Figura 2.3 – Vibrómetro laser diferencial (adaptado de[8]).....	10
Figura 2.4 – Esquema do sistema de varrimento (adaptado de[4]) .....	10
Figura 2.5 – Esquema do vibrómetro rotacional (adaptado de[10]) .....	11
Figura 2.6 – Esquema de medição no plano (adaptado de[4]) .....	11
Figura 2.7 - Modos de vibração (adaptado de[14]).....	12
Figura 2.8 – Obtenção dos modos de vibração[15].....	13
Figura 2.9 - Processos de Análise Modal (adaptado de [16]) .....	13
Figura 2.10 - Matriz FRF[17] .....	14
Figura 2.11 - Sistema vibratório[15] .....	16
Figura 2.12 – Fases da análise modal experimental .....	22
Figura 2.13 - Procedimento de Análise Modal Experimental .....	22
Figura 2.14 - Domínio do tempo e da frequência (adaptado de [14]).....	23
Figura 2.15 - Sistema de Análise Modal Experimental[22].....	24
Figura 2.16 - Mecanismos de excitação [ (a) Excitador eletrodinâmico); (b) Martelo de impacto).....	25
Figura 2.17 - Equipamentos de leitura: (a)Equipamento laser[8]; (b) acelerómetros .....	25
Figura 2.18 - Analisador Espectral.....	26
Figura 3.1 - Componente em estudo .....	31
Figura 3.2 - Configuração das duas placas .....	31
Figura 3.3 – Elemento de ligação.....	32
Figura 3.4 - Componentes modelados numericamente .....	33
Figura 3.5 - Criação da malha.....	34
Figura 3.6 - Esquema do sistema de medição .....	35
Figura 3.7 – Martelo de impacto(adaptado de[16]).....	36
Figura 3.8 - Posicionamento do martelo de impacto (adaptado de[28]) .....	36
Figura 3.9 - Ensaio modal com martelo de impacto (adaptado de [17]).....	37
Figura 3.10 - Vibrómetro laser (adaptado de [29]) .....	38
Figura 3.11 - Efeito ótico de Doppler (adaptado de[32]) .....	39

Figura 3.12 – Incidência do feixe laser no objeto (adaptado de [32]).....	39
Figura 3.13 – Retorno do feixe laser ao vibrómetro (adaptado de [32]) .....	40
Figura 3.14 – Interferometria ótica (adaptado de[37]) .....	41
Figura 3.15 – Princípio de funcionamento dos interferómetros (adaptado de [32]) .....	41
Figura 3.16 – Esquema do interferómetro de Michelson (adaptado de[5]) .....	42
Figura 3.17 – Esquema do interferómetro de Mach-Zehnder (adaptado de[5]) .....	43
Figura 3.18 - Laser Diferencial (adaptado de [44]).....	44
Figura 3.19 - Processo de tratamento de dados[16] .....	45
Figura 3.20 – Pontos de leitura.....	46
Figura 3.21 - Fixação da placa .....	47
Figura 3.22 - Sistema de medição com excitadores eletrodinâmicos .....	49
Figura 4.1 – Espectro de frequências da placa 1 .....	51
Figura 4.2 - Espectro de frequências da placa 2 .....	52
Figura 4.3 - Espectro de frequências do ligador .....	52
Figura 4.4 - 1º Modo de vibração do ligador <i>188Hz</i> .....	55
Figura 4.5 - 2º Modo de vibração do ligador <i>502Hz</i> .....	55
Figura 4.6 - Espectro de frequências do conjunto com diferencial (M2R1).....	59
Figura 4.7 - Espectro de frequências do conjunto com diferencial (M1R2).....	59
Figura 4.8 - Ensaio realizados com excitadores eletrodinâmicos .....	60
Figura 4.9 – Observação do fenómeno de batimento.....	61
Figura 4.10 - Observação do fenómeno ondulatório - batimento.....	62
Figura <i>B.1</i> - Fenómeno ondulatório do batimento[15].....	75
Figura C.1 – Modos de vibração placa 1 .....	79
Figura C.2 - Modos de vibração da placa 2 .....	79
Figura C.3 - Modos de vibração do ligador .....	79
Figura C.4 – Modos de vibração do conjunto.....	80
Figura C.5 - Modos de vibração de M2R1 .....	80
Figura C.6 - Modos de vibração de M1R2 .....	81
Figura C.7 - Ensaio com excitadores eletrodinâmicos.....	81
Figura C.8 – Ensaio com excitadores a 510Hz e 500 Hz .....	82

## Índice de Tabelas

Tabela 1 - Propriedades do material.....	32
Tabela 2 – Características da malha .....	34
Tabela 3 - Modos de vibração da placa 1.....	51
Tabela 4 - Modos de vibração da placa 2.....	52
Tabela 5 - Modos de vibração do ligador.....	52
Tabela 6 - Resultados numéricos da placa 1.....	53
Tabela 7 - Resultados numéricos da placa 2.....	54
Tabela 8 - Resultados numéricos do ligador.....	55
Tabela 9 - Comparação entre resultados numéricos e experimentais .....	56
Tabela 10 - Modos de vibração para a placa 1 com acelerómetros .....	57
Tabela 11 - Modos de vibração para a placa 2 com acelerómetros .....	57
Tabela 12 - Modos de vibração para o ligador com acelerómetros .....	57
Tabela 13 – Resultados para o conjunto das peças utilizando laser .....	57
Tabela 14 - Modos de vibração do conjunto com utilização de acelerómetros.....	57
Tabela 15 – Resultados com acelerómetro para o conjunto .....	58
Tabela 16 – Modos de vibração M2R1 .....	59
Tabela 17 – Modos de vibração M1R2 .....	60
Tabela 18 - Dados comparativos referente ao diferencial .....	60
Tabela 19 - Características do martelo de impacto[50] .....	86



## Nomenclatura

$[M]$	Matriz de massa
$[C]$	Matriz de amortecimento
$[K]$	Matriz de rigidez
$\dot{x}$	Aceleração
$\ddot{x}$	Velocidade
$x$	Deslocamento
$f(t)$	Vetor excitação
$\omega$	Frequência natural
$\phi$	Modo Vibração Natural
$[H(\omega)]$	Matriz das funções de resposta em frequência
$H(\omega)$	Função de resposta em frequência
$\{X\}$	Vetor amplitude deslocamento
$\{F\}$	Vetor amplitude de excitação
$[\alpha(\omega)]$	Matriz função de deslocabilidade de resposta em frequência.
$\alpha(\omega)$	Função de resposta em frequência deslocabilidade
$Y(\omega)$	Função de resposta em frequência de mobilidade
$[\omega]$	Matriz Frequências naturais
$H(\omega)$	Função de Resposta de frequência de transferência
$[Y(\omega)]$	Matriz das funções de resposta em frequência de mobilidade
$A(\omega)$	Função de resposta em frequência de acelerabilidade.
$N$	Número de graus de liberdade
$\omega$	Frequência natural do sistema não amortecido

$\psi$	Vetor modal do sistema não amortecido
$[\Psi]$	Matriz das formas naturais para o sistema não amortecido ou com amortecimento proporcional.
$m_r$	Massa modal
$k_r$	Rigidez modal
$[\Phi]$	Matriz dos modos de Vibração Naturais.

## Abreviaturas

Símbolo	Descrição
ANSYS	Código Comercial de FEM desenvolvido por ANSYS, INC
AME	Análise Modal Experimental
FEM	Método dos Elementos Finitos ( <i>Finit Element Method</i> )
FFT	Transformada de Fourier ( <i>Fast Fourier Transform</i> )
FRF	Função de Resposta em Frequência
FRI	Função de Resposta em Impulso
GDL	Grau – de - Liberdade
MGDL	Múltiplos – Graus – de - Liberdade
MIMO	<i>Multi – Input, Multi – Output</i>
SIMO	<i>Single – Input, Multi – Output</i>
SISO	<i>Single – Input, Single – Output</i>
SLDV	<i>Scanning Laser Doppler Vibrometer</i>
TFA	Analisador de funções de transferência



# 1. Introdução

## 1.1. Motivação

Nos últimos anos, verificou-se uma crescente preocupação com o efeito provocado pela existência de fenómenos vibratórios nas mais diversas áreas da conceção de estruturas. Este aumento recente da preocupação, com os efeitos das vibrações nas estruturas, está relacionado com as consequências que estes fenómenos podem provocar nos equipamentos e estruturas, nomeadamente o seu colapso, falhas estruturais, mau funcionamento de equipamentos mecânicos e a sua influência na qualidade dos componentes produzidos, entre outros.

Com a necessidade atual de criar estruturas cada vez mais leves e flexíveis, estes fenómenos acentuaram-se ainda mais sendo que o seu estudo e compreensão se tornou vital para o desenvolvimento de novas estruturas.

Assim sendo, tornou-se imperativo compreender as causas e efeitos das vibrações, bem como as formas de prevenir e controlar a sua existência. Foi com a necessidade de compreender a forma como as estruturas se comportam quando sujeitas a fatores externos que levou ao aparecimento de um conjunto de técnicas, as quais permitem caracterizar o comportamento dinâmico das estruturas e, desta forma, obter meios de prever e minimizar o efeito nefasto das vibrações nas estruturas.

Uma das técnicas que mais se tem desenvolvido na área da dinâmica de estruturas é a análise modal. A análise modal tem sido largamente utilizada na área da modificação estrutural, validação de modelos numéricos e na deteção de falhas estruturais.

Esta técnica tem o intuito de prever o comportamento dinâmico de estruturas através da caracterização dos seus modos de vibração. A caracterização dos modos de vibração é conseguida através das suas características modais nomeadamente as frequências naturais, os fatores de amortecimento e a sua rigidez. A análise modal utiliza um conjunto de técnicas analíticas e experimentais para a obtenção dos parâmetros modais necessários para a caracterização do modelo modal.

Outra abordagem possível à análise dinâmica de estruturas é através da análise pelo método dos elementos finitos. Esta abordagem consiste em modelar matematicamente o problema e, através de um conjunto de formulações matemáticas obter uma solução aproximada do problema. A utilização do método dos elementos finitos é extremamente importante pois permite identificar

previamente, problemas que estejam associados à conceção do produto, sem ser necessário uma construção física do produto. Por outro lado, para complementar a análise por elementos finitos é necessário uma análise ao modelo físico, pois associado ao modelo numérico estão erros de discretização da estrutura e do ambiente envolvente, que, se não descritos corretamente podem originar erros na análise efetuada.

É neste universo que se insere o tema desta dissertação, a caracterização de um ensaio modal com recurso a uma técnica de leitura sem contacto. Desenvolveu-se assim uma necessidade de compreender uma técnica de leitura, não destrutiva, que permita a obter os dados de uma forma não intrusiva. Esta técnica recorre à utilização do vibrómetro, equipamento que funciona baseado nos princípios da tecnologia laser, importantes para compreender o seu funcionamento e explorar as suas funcionalidades.

### **1.2. Objetivos**

O objetivo principal consiste em caracterizar um ensaio de análise modal experimental, utilizando um equipamento ótico, o vibrómetro laser (LDV – Laser Doppler Vibrometer), aplicado a uma estrutura. Ao recorrer a este equipamento, é pretendido obter as respostas dinâmicas da estrutura em estudo por forma a poder caracterizar o seu comportamento dinâmico.

Outra meta que se pretende alcançar é o domínio das várias funcionalidades deste equipamento, nomeadamente a execução de ensaios de análise modal utilizando a funcionalidade diferencial do laser.

Como forma de comparação de resultados é pretendido também uma análise recorrendo a programas comerciais de elementos finitos, Ansys, comparando assim os resultados obtidos experimentalmente com os resultados obtidos numericamente.

### **1.3. Organização da tese**

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

No capítulo 1, Introdução, é pretendido estabelecer o enquadramento do tema desenvolvido e aos objetivos pretendidos. É também abordado os motivos que levaram à realização deste trabalho.

No capítulo 2, revisão bibliográfica e fundamentos teóricos, são desenvolvidos aspetos relacionados com o estado da arte da medição de vibrações, análise modal e vibrometria laser.

O capítulo 3, refere-se à aplicação do desenvolvimento teórico a um caso prático e realização de ensaios experimentais nesse mesmo caso prático.

No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos quer numericamente quer experimentalmente.

Por fim no capítulo 5, Conclusão, é apresentada uma reflexão do trabalho desenvolvido e são apresentados sugestões para trabalhos futuros que se possam vir a desenvolver.



## 2. Revisão bibliográfica e fundamentos teóricos

Nas últimas décadas o estudo do comportamento dinâmico de estruturas tornou-se fundamental para o desenvolvimento de novas metodologias e criação de novos produtos. O estudo das propriedades dinâmicas de estruturas está envolvido nas mais diversas áreas de engenharia estando normalmente associado as áreas aeroespacial, automóvel, aeronáutica, concepção de estruturas civis ou industriais entre outras. A sua crescente utilização está relacionada com caracterização do comportamento dinâmico das estruturas o que permitirá compreender a forma como a estrutura se comporta quando for sujeita a ações externas que perturbem o seu estado de equilíbrio. Uma das áreas onde se tem verificado uma grande evolução é na área da análise de vibrações.

As vibrações podem-se manifestar das mais variadas formas sendo a sua presença no quotidiano inevitável. Se em alguns casos a presença de vibrações é benéfica noutros casos a sua presença é de todo indesejável. As vibrações estão presentes nas atividades mais simples que vão desde a fala até à audição. No dia-a-dia podemos observar a sua existência nos meios de transporte, equipamentos industriais, máquinas ferramentas, em fenómenos naturais e entre muitos outros casos.

Um dos métodos utilizados para prever o efeito destes fenómenos é recorrer à análise modal.

A análise modal é reconhecidamente uma das ferramentas mais poderosas disponíveis para a análise dinâmica de estruturas e a derivação de modelos matemáticos fiáveis de sistemas complexos não seria possível sem a sua existência [1]. Nas últimas duas décadas a sua utilização tornou esta tecnologia numa das mais utilizadas para determinar, melhorar e otimizar as características dinâmicas de estruturas [2].

A concepção de estruturas mecânicas mais complexas exige que estas se tornem mais leves, flexíveis e rígidas. Estas exigências rigorosas tornam as estruturas ou equipamentos mais suscetíveis a vibrações indesejadas [2].

A utilização da análise modal para caracterização do comportamento dinâmico de estruturas surgiu por volta de 1940 e foi inicialmente utilizado na área da aviação para melhor compreender o comportamento dinâmico das aeronaves [1].

Na evolução da análise dinâmica houve dois marcos que abriram caminho à sua existência [3]:

- Newton, a partir de sua observação do espectro da luz solar, confirmou a sua composição de componentes de cor.

- Fourier, com base na anterior sabedoria matemática, alegou que uma função arbitrária periódica com intervalo finito que pode ser sempre representada pela soma de funções harmónicas simples. A série de Fourier e a análise de espectro estabeleceram uma base sólida para o que hoje é a análise modal.

Outro avanço ocorrido nesta área verificou-se em 1970 com o desenvolvimento dos transdutores, da eletrónica e dos analisadores espectrais digitais estabelecendo assim as técnicas de análise modal [4].

Assim começou a era moderna da análise modal baseada na disponibilidade comercial de analisadores espectrais FFT (*Fast Fourier Transform*), analisadores de funções de transferência (TFA) e da aquisição e análise discreta de dados, que em conjunto com o aumento de computadores cada vez mais pequenos, mais baratos e com maior capacidade de processamentos de dados [1].

Atualmente o recurso à análise modal tem sido aplicado para [1, 2, 4]:

- Identificação e deteção de fenómenos de vibração
- Correlação entre modelos de elementos finitos e resultados experimentais
- Modificação Estrutural
- Análise de sensibilidades
- Previsão da resposta do sistema
- Validação, correção e melhoramento de modelos dinâmicos analíticos
- Previsão da força (amplitude) de resposta de um sistema
- Deteção de danos estruturais
- Controlo ativo de vibrações

Segundo Rao [5], a necessidade de controlar as vibrações está relacionada com:

1. A crescente necessidade de aumento de produtividade leva a que os equipamentos funcionem a velocidades mais elevadas. Este aumento de velocidade e o desenvolvimento de estruturas cada vez mais leves, para redução de custos, levam ao aparecimento mais frequente de condições de ressonância durante a operação do equipamento o que se traduz na perda de fiabilidade do equipamento. Para garantir as margens de segurança, a verificação de qualquer alteração nas frequências naturais de funcionamento do equipamento indica a existência de falhas de funcionamento ou necessidade de manutenção.

2. A medição das frequências naturais de uma estrutura ou equipamento é essencial na escolha da velocidade de operação de equipamentos adjacentes de forma a evitar condições de ressonância.

3. As frequências de vibração obtidas através da análise teórica de uma estrutura ou equipamento podem variar das vibrações reais devido às suposições assumidas.

4. A medição das frequências de vibração e das forças envolvidas é necessária para o desenvolvimento de sistemas ativos no isolamento de vibrações.

5. Em muitas aplicações é necessário determinar a vida de uma estrutura num determinado ambiente vibracional. Se a estrutura ou equipamento desempenhar as respetivas funções após a execução de um ensaio nas condições do ambiente vibracional, então é expectável que a estrutura aguarde as condições especificadas.

6. Os sistemas contínuos são normalmente aproximados a sistemas com múltiplos graus de liberdade por forma a simplificar a análise. Se as frequências naturais e modos de vibração medidos forem comparáveis às frequências naturais e modos de vibração obtidos computacionalmente de um modelo com múltiplos graus de liberdade então a aproximação será provada como válida.

7. A medição dos dados de entrada e de saída que resultam de vibração permite a identificação das características do sistema em termos de massa, rigidez e amortecimento.

8. A informação sobre as vibrações, não só devido a terremotos, variações na velocidade do vento, variação das ondas no oceano e a rigidez da superfície das estradas são importantes no desenvolvimento de estruturas, equipamentos, plataformas de extração marítimas e na suspensão de veículos.

Das várias tecnologias existentes para a medição será abordado uma técnica não destrutiva, a vibrometria laser que recorrendo a um equipamento laser – o vibrómetro laser – permite a leitura sem contacto das vibrações.

## **2.1. Vibrometria Laser**

A vibrometria laser é uma técnica de medição ótica utilizada na leitura, sem contacto, de vibrações. Esta técnica, não destrutiva, tem tido a capacidade de atrair cada vez mais utilizadores pois permite fazer a leitura de vibrações de forma não intrusiva, ou seja, não há alterações às características do objeto em estudo. Esta característica é fundamental em situações em que o objeto de estudo seja de pequenas dimensões ou de massa reduzida, permitindo assim a obtenção de resultados mais fiáveis.

Os avanços desta tecnologia têm permitido a sua utilização nas mais diversas áreas nomeadamente automóvel, aeroespacial, metrologia e calibração.

A diversidade de aplicações tem vindo a aumentar podendo ser utilizada para análise modal e vibracional, testes modais em estruturas civis[1], deteção de danos estruturais[2], monitorização da integridade estrutural, deteção de defeitos em obras de arte, controlo de qualidade em linhas de produto, caracterização de materiais, melhoramento de modelos obtidos por elementos finitos[3], som e acústica entre outros.

A vibrometria laser tem vindo a ser utilizada para medir as respostas dos sistemas e posterior caracterização do comportamento dinâmico de estruturas com o intuito de melhorar a sua resposta dinâmica.

A principal vantagem da vibrometria laser é que permite ler em tempo real a velocidade e o deslocamento, e juntamente com um analisador espectral obter o espectro das vibrações [1].

Os sistemas de vibração laser, tais como outros sistemas de medição de vibração apresentam vantagens e desvantagens:

Vantagens:

- Elevada sensibilidade;
- Medição sem contacto;
- Permite a medição de objetos em locais de difícil acesso e que não são acessíveis a outras formas de medição;
- Portabilidade;
- Elevado grau de precisão;
- Capacidade de aquisição de dados em termos de espaço, tempo e frequência;
- Medição remota e rápida;
- Sem adição de massa ao sistema;

Desvantagens:

- Resolução do laser;
- Avaliação da incerteza;
- Incerteza na direção do laser;
- Distância ao laser;
- Resolução espacial do SLDV;
- Condições ambientais;
- Superfícies opticamente não colaborativas;
- Focagem do laser;
- Rácio sinal/ruído;

Com o desenvolvimento das tecnologias e a necessidade de novas formas de medir as vibrações, os sistemas de medição laser foram também evoluindo para outras formas surgindo assim novos equipamentos e novas formas de abordagem à medição de vibrações.

O funcionamento geral dos vibrômetros laser será explicado no capítulo 3.

### 2.1.1. Sistema de medição em ponto único

A medição em ponto único, semelhante ao da Figura 2.1, foi o primeiro sistema a ser criado é também o mais difundido[4]. Este sistema é utilizado para medir a velocidade na direção de incidência do laser[4-6]. Este sistema de vibrometria é o mais simples dos sistemas de vibrometria laser e tem a vantagem de permitir a monitorização contínua do ponto, assim como a capacidade de operar com elevada largura de banda[5].

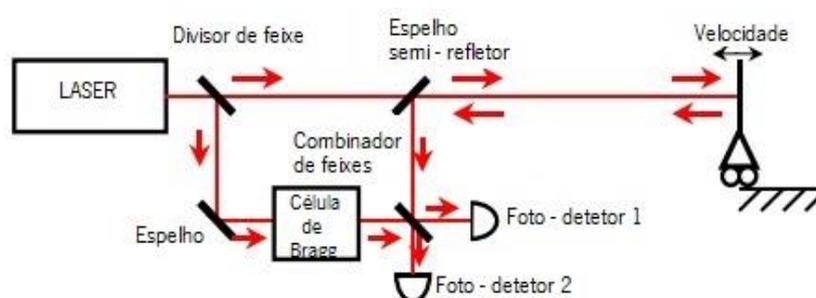


Figura 2.1 - Esquema óptico de um vibrômetro (adaptado de[4])

### 2.1.2. Sistema de medição diferencial

Este sistema de medição de vibrações funciona como um vibrômetro de ponto único mas com a capacidade de medir, em simultâneo, dois pontos diferentes da estrutura. Para realizar essa operação este sistema utiliza os dois ramos, um como referência e o outro como medição. Este sistema tem também a capacidade de funcionar como um sistema de ponto único sendo colocado no ramo de referência uma cabeça ótica que transmite de volta o sinal através de um espelho (Figura 2.2).



Figura 2.2 - Cabeça ótica do laser

O vibrómetro diferencial vem por vezes equipado com ramos de fibra ótica (Figura 2.3). A utilização da fibra ótica permite um melhor posicionamento dos sensores em relação à estrutura, o que facilita a leitura dos pontos[4, 6].

Este vibrómetro permite a leitura da velocidade relativa entre duas superfícies[4, 6, 7].



Figura 2.3 – Vibrómetro laser diferencial (adaptado de[8])

Um dos problemas verificado neste tipo de vibrómetro é a perda de sinal ótico e o rácio de ruído sendo por vezes necessário melhorar a capacidade de reflexão ótica da superfície testada[4].

### 2.1.3. Sistema de varrimento (SLDV)

O SLDV foi inventado em 1981 por Stoffregen e Felske[9], e é constituído por um vibrómetro laser e um sistema de varrimento. Este sistema de varrimento é constituído por dois espelhos ortogonais (Figura 2.4) e um sistema de controlo de coordenadas. O feixe, é defletido pelos espelhos ortogonais no componente, permitindo assim a leitura em simultâneo de diversos pontos, permitindo desta forma efetuar de uma forma rápida e precisa a leitura dos diferentes pontos [4, 6]. Por vezes os SLDV vem equipados com uma câmara por forma a ser possível visualizar o posicionamento do feixe laser na superfície em estudo[4-6].

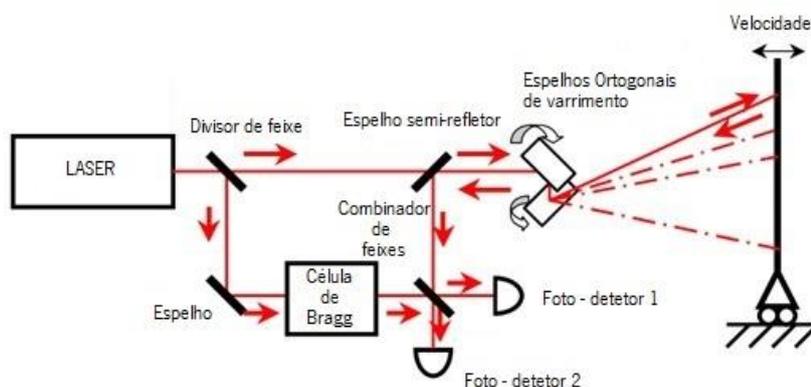


Figura 2.4 – Esquema do sistema de varrimento (adaptado de[4])

### 2.1.4. Sistema de medição Rotacional

O vibrómetro rotacional permite a medição da velocidade angular e a análise das vibrações torsionais. Este sistema foi proposto por Halliwell em 1983[4]. Para realizar esta operação são utilizados dois feixes interferométricos, em paralelo, por forma a adquirir a velocidade nos ramos [6]. Após conhecimento das velocidades é possível determinar a velocidade angular. O esquema de funcionamento do vibrómetro rotacional está presente na Figura 2.5.

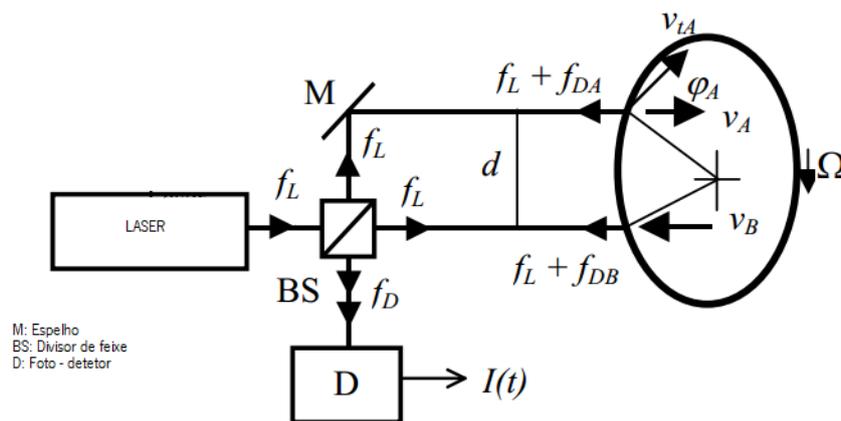


Figura 2.5 – Esquema do vibrómetro rotacional (adaptado de[10])

### 2.1.5. Sistema de medição no plano

Este sistema (Figura 2.6) é utilizado para fazer medições de vibrações no plano ou tangenciais[4, 11]. O funcionamento deste sistema de medição consiste em focar dois feixes laser num ponto de medição e obter as leituras resultantes da interação da rugosidade da superfície com a área de interferência resultante da interseção dos dois feixes laser[4, 6, 11]. As leituras são obtidas através de um foto-detetor.

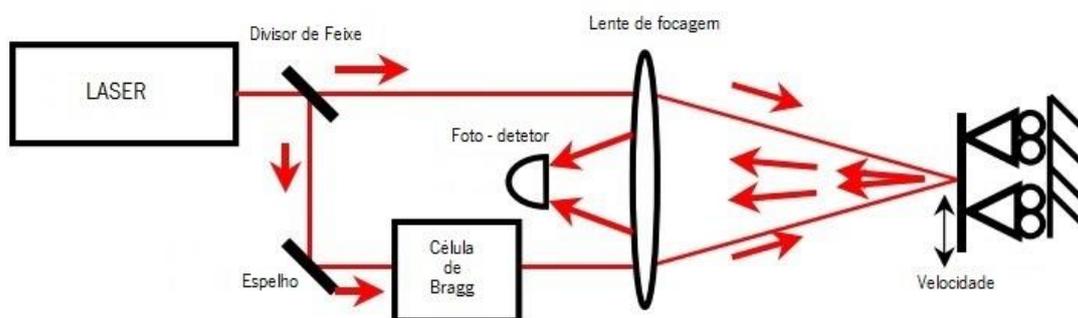


Figura 2.6 – Esquema de medição no plano (adaptado de[4])

Um dos problemas relacionados com este sistema é a capacidade de superfície em refletir a luz incidente[12].

## 2.2. Análise Dinâmica de Estruturas

Nas últimas duas décadas, a análise modal tem sido um dos principais métodos utilizados para determinar, melhorar e otimizar as características dinâmicas de estruturas nas mais diversas áreas de engenharia[13].

A análise modal baseia-se no facto de que a resposta vibratória de um sistema dinâmico invariante no tempo pode ser expressa como uma combinação linear de um conjunto de movimentos harmónicos simples (Anexo A) designados de modos de vibração naturais[13].

O objetivo da análise modal é caracterizar a resposta dinâmica de uma estrutura por forma a descrever o seu comportamento dinâmico. Para tal é necessário descrever a estrutura segundo os seus modos de vibração (Figura 2.7).

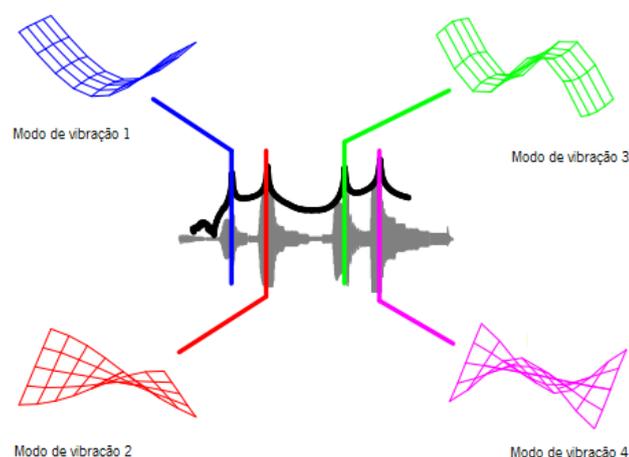


Figura 2.7 - Modos de vibração (adaptado de[14])

Os modos de vibração são características próprias da estrutura e são definidos através dos parâmetros modais. Os parâmetros modais, também designados por características naturais, são definidos através das frequências naturais, fatores de amortecimento e a forma da vibração.

A frequência natural é a frequência à qual a estrutura se movimenta, ou seja, a oscilação provocada pela força aplicada. Quando a frequência aplicada esta perto ou igual a uma frequência da estrutura diz-se que a estrutura está em ressonância. Isto verifica-se através dos picos observados na resposta do sistema. Relativamente ao amortecimento indica a capacidade de absorção de energia da estrutura até esta atingir novamente o equilíbrio dinâmico. Por fim a forma como o modo de vibração se comporta permite visualizar a forma como a estrutura se move.

Cada modo de vibração corresponde a uma frequência natural e são dependentes das propriedades dos materiais (massa, rigidez e amortecimento) e das condições de fronteira. Os

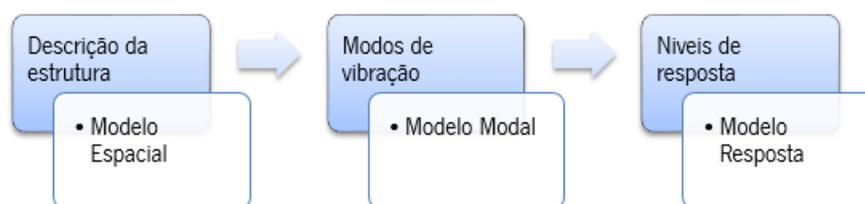
modos de vibração são obtidos através da análise da resposta do sistema a uma perturbação externa (Figura 2.8).



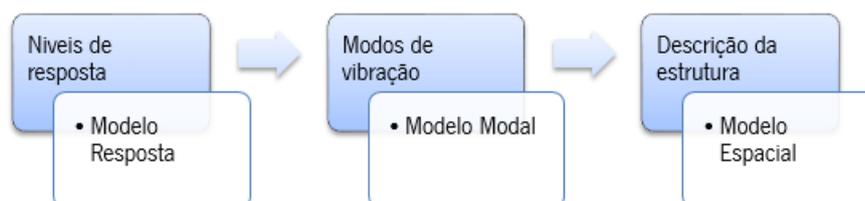
Figura 2.8 – Obtenção dos modos de vibração[15]

O recurso à análise dinâmica de estruturas permite analisar os problemas segundo duas vertentes, teórica e experimental.

Segundo *Ewins* [2] e *Maia et al.* [3] estes processos envolvem três etapas:



(a) Esquema de análise modal teórica



(b) Esquema de análise modal experimental

Figura 2.9 - Processos de Análise Modal (adaptado de [16])

Como é possível observar na Figura 2.9 cada fase corresponde a um modelo diferente pelo que em cada modelo é possível obter diferentes características.

No modelo espacial é descrita a estrutura através das suas propriedades físicas, ou seja, partindo das equações de movimento, obtêm-se a matriz de massa  $[M]$ , matriz de amortecimento viscoso  $[C]$ , e a matriz de rigidez  $[K]$ . Estas propriedades podem ser fornecidas sob a forma de equações diferenciais parciais [1].

O modelo seguinte, modelo modal, é obtido através de uma análise modal teórica ao modelo anterior e consiste na descrição da estrutura através das frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibração (ou forma de vibrar). Este modelo descreve as várias formas da estrutura vibrar naturalmente, sem a influência de qualquer excitação ou força externa, daí os modos serem designados por modos naturais ou modos normais[16].

O modelo de resposta resulta da aplicação de uma ação externa ao sistema que permitirá obter a resposta do sistema através das funções de resposta de frequência (*FRF's*). A resposta do sistema não depende somente das propriedades próprias da estrutura mas também de condições externas nomeadamente o tipo de excitação que lhe é aplicado. O modelo de resposta vem expresso através da matriz de resposta em frequência [ $H(w)$ ].

O modelo da matriz de resposta em frequência é uma representação no domínio da frequência da dinâmica linear de uma estrutura onde os espectros lineares (*FFT's*) de múltiplas entradas são multiplicados por elementos da matriz de FRF para obter espectros lineares (*FFT's*) de múltiplas saídas[17].

A matriz de resposta em frequência (Figura 2.10) contém, para cada ponto medido, o rácio entre a excitação na estrutura e a resposta obtida no mesmo ponto, ou seja, a matriz vem expressa através das *FRF's* de cada ponto.

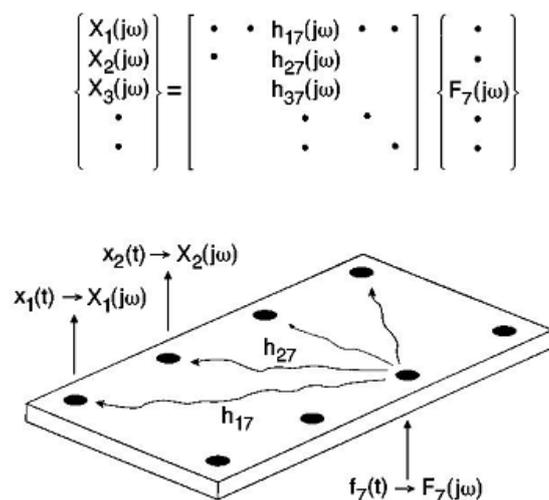


Figura 2.10 - Matriz FRF[17]

As *FRF's* são funções de valor complexo da frequência, que indicam o rácio entre a força aplicada e a resposta do sistema. A sua medição permite isolar as propriedades dinâmicas da estrutura e também obter os parâmetros modais da mesma.

As *FRF's* podem ser expressas em diversas formas:

- Deslocabilidade:  $\alpha(\omega) = \frac{X}{F} = \frac{\text{Deslocamento}}{\text{Força}}$
- Mobilidade:  $Y(\omega) = \frac{V}{F} = \frac{\text{Velocidade}}{\text{Força}}$
- Acelerabilidade:  $A(\omega) = \frac{A}{F} = \frac{\text{Aceleração}}{\text{Força}}$

Experimentalmente as *FRF*'s são obtidas através da transformação dos dados obtidos do domínio do tempo para o domínio da frequência através de analisadores *FFT*. Devido a estas transformações as funções acabam por se tornar funções complexas, sendo descritas por partes reais e imaginárias que podem ser facilmente convertidas em magnitude e fase[14, 17].

A utilização analítica de métodos do domínio da frequência resulta do facto de que as equações diferenciais no domínio do tempo tornam-se algébricas no domínio da frequência[18].

A área da análise modal requer que o utilizador tenha conhecimentos nas seguintes áreas[16]:

- Conceitos base das vibrações.
- Medição exata de vibrações.
- Análise de dados realista e detalhada.

Ao longo deste capítulo serão abordados os aspetos necessários à compreensão dos métodos utilizados para obtenção do modelo dinâmico. O capítulo é iniciado com uma introdução à teoria base da análise de vibrações. Em seguida é apresentado o modelo matemático que traduz o comportamento dinâmico da estrutura – o modelo modal, bem como os parâmetros necessários para a sua caracterização.

Após a descrição teórica sobre análise modal é descrito a parte experimental do tema. São descritas as etapas necessárias para efetuar um ensaio de análise modal, e posteriormente os métodos utilizados para a obtenção do modelo modal.

### 2.2.1. Teoria das vibrações

O termo vibração é o termo utilizado para descrever a oscilação de um sistema mecânico, sendo definida pela frequência e pela amplitude[19]. Um sistema dinâmico é definido como um conjunto de elementos, aos quais estão associadas massas, que são capazes de movimentos relativos[20]. Segundo Rao, um qualquer movimento que se repete durante um intervalo de tempo é chamado de vibração ou oscilação[21]. Do ponto de vista energético pode-se considerar as vibrações como a transferência entre energia cinética e energia potencial[13, 21].

Um dos aspetos mais importantes na análise de vibrações é a determinação das frequências naturais do sistema. Como referido anteriormente a frequência natural é a frequência a que um sistema vibra, e cada modo de vibração corresponde a uma frequência natural. A frequência natural mais importante é a primeira pois é onde se verifica a maior quantidade de energia na sua ação[13, 16]. Num sistema com múltiplos graus de liberdade (MGDL) as frequências naturais são as frequências normais dos modos de vibração [19].

A equação que permite o cálculo da frequência natural de vibração de um sistema com um grau de liberdade (GDL):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rad/seg} \quad (2-1)$$

- $\omega_0$  – Frequência natural do sistema
- $k$  – Rigidez do sistema
- $m$  – Massa do sistema

O estudo das vibrações pode, no caso de estruturas mais simples, ser um processo simples, por vezes trivial (caso de um GDL). No caso de estruturas mais complexas, o processo de resolução torna-se mais complicado devido ao número de variáveis envolvidas.

Segundo Rao[21], o procedimento a seguir na análise de vibrações é o seguinte:

- Modelação Matemática do sistema
- Derivação das equações que definem o sistema
- Resolução e obtenção dos resultados das equações
- Interpretação dos resultados

Outro aspeto importante na análise de vibrações é a classificação do sistema vibratório necessário para, com base na classificação do sistema, escolher os métodos de análise.

### 2.2.1.1. Sistemas Vibratórios

Um sistema vibratório é constituído por três elementos, sendo eles a massa, rigidez e amortecimento (Figura 2.11).

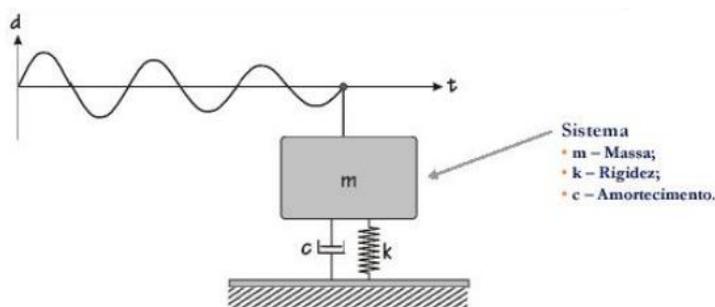


Figura 2.11 - Sistema vibratório[15]

A classificação dos sistemas vibratórios é feita através da análise do número de graus de liberdade existentes, ou seja, podem conter um só grau de liberdade ou possuir múltiplos graus de liberdade. O número de graus de liberdade é determinado pelo mínimo número de coordenadas independentes necessárias para determinar completamente a posição de todas as partes do sistema em qualquer instante de tempo[21]. Quando um sistema possui um número infinito de graus de liberdade é designado por sistema contínuo. Caso contrário o sistema adota a designação de sistema discreto.

As vibrações podem ser classificadas pelo tipo de excitação externa, a existência de amortecimento, a sua linearidade e previsibilidade.

Relativamente ao tipo de excitação externa esta pode ser livre ou forçada. A vibração é considerada livre quando é excitada inicialmente, sendo depois deixada a vibrar livremente. É considerada vibração forçada quando é excitada continuamente por forças externas.

A existência de amortecimento ou não deve-se ao facto de o sistema conseguir preservar ou dissipar energia. Assim sendo temos vibração com amortecimento quando se verifica a perda ou dissipação de energia e temos vibração sem amortecimento quando o sistema não perde nem dissipa energia.

A vibração é considerada linear quando todos os componentes principais do sistema vibratório têm comportamento linear[21]. Neste caso é possível aplicar o princípio da sobreposição. Se a vibração for não linear já não se aplica o princípio da sobreposição, sendo este o caso que se verifica em grande parte das vezes.

As vibrações traduzem o movimento de um sistema em torno de um ponto, sendo normalmente expressas através do deslocamento. Outra forma de exprimir as vibrações é através da velocidade e da aceleração.

O tipo de movimento do sistema vibratório é classificado da seguinte forma:

- Harmónico
- Periódico
- Aleatório

Após caracterização dos vários sistemas vibratórios será apresentado o estudo de vibrações num sistema com múltiplos graus de liberdade desprezando o amortecimento.

### **2.2.2. Vibração em sistemas MGD, sem amortecimento**

A equação de equilíbrio dinâmico, que governa a resposta linear dinâmica de uma estrutura é definida de forma matricial através da equação[13]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{p}(t) \quad (2-2)$$

com M, C e K as matrizes de massa, amortecimento e rigidez respetivamente. Estas matrizes são de " $n \times n$ " elementos, sendo " $n$ " o número de graus de liberdade do sistema. O vetor de carga externo é representado por " $\mathbf{p}(t)$ " e é constituído por " $n$ " elementos.

Desprezando a parte referente ao amortecimento e considerando o sistema em movimento livre, a equação (2-2) pode ser escrita da seguinte forma:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{x}\} = \mathbf{0} \quad (2-3)$$

A solução matemática da equação (2-3) será obtida sob a forma:

$$\{\mathbf{x}\} = \{\mathbf{X}\} \sin \omega t \quad (2-4)$$

Substituindo a equação (2-4) na equação (2-2) obtêm-se:

$$([\mathbf{K}] - \omega^2[\mathbf{M}])\{\mathbf{X}\} = \{\mathbf{0}\} \quad (2-5)$$

A solução desta equação é um problema de valores próprios, sendo " $\omega^2$ " o valor próprio e " $\{\mathbf{X}\}$ " o vetor próprio. Por forma aos resultados obtidos através da resolução da equação (2-5) não serem "0" a equação tem de ser singular. A equação resultante é a equação característica do sistema sendo a sua solução as frequências naturais do sistema.

$$|[\mathbf{K}] - \omega^2[\mathbf{M}]| = 0 \quad (2-6)$$

De seguida será apresentado o método de resolução de um sistema com múltiplos graus de liberdade.

### 2.2.3. Modelo Modal de um sistema MGD, sem amortecimento

Como referido anteriormente um MDOF é um sistema que possui múltiplos graus de liberdade e a equação de movimento que governa estes sistemas, desprezando o amortecimento e considerando o sistema em movimento livre, é[13]:

$$([\mathbf{K}] - \omega^2[\mathbf{M}])\{\Psi\} = \{\mathbf{0}\} \quad (2-7)$$

A solução da equação (2-7) é composta por " $n$ " valores próprios " $\omega_r^2$ " e " $n$ " vetores próprios " $\Psi_r$ ". O vetor próprio " $\Psi_r$ " (equação 2-8) corresponde aos modos normais do sistema e a sua raiz quadrada representa os modos de vibração. A raiz quadrada do valor próprio " $\omega_r^2$ " equação

(2-9) indica as frequências naturais do sistema. Estas duas matrizes definem assim o modelo modal.

$$[\Psi] = [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n] \quad (2-8)$$

$$[\omega_r^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \omega_2^2 & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

Substituindo as equações (2-8) e (2-9) a equação (2-7) pode ser descrita como:

$$[\Psi]^T [K] = [M][\Psi][\omega_r^2] \quad (2-10)$$

Considerando os modos “r” e “s” do sistema a equação (2-7) vem expressa:

$$([K] - \omega_r^2 [M])\{\Psi\}_r = \{\mathbf{0}\} \quad (2-11)$$

$$([K] - \omega_s^2 [M])\{\Psi\}_s = \{\mathbf{0}\} \quad (2-12)$$

Considerando as características de ortogonalidade do sistema, a matriz massa modal “ $m_r$ ” e a matriz da rigidez modal “ $k_r$ ”, referentes ao modo “r” podem ser escritos:

$$[\Psi]_r^T [M][\Psi] = m_r \quad (2-13)$$

$$[\Psi]_r^T [K][\Psi] = k_r \quad (2-14)$$

As frequências naturais do sistema podem ser obtidas através de:

$$[\omega_r^2] = \frac{[k_r]}{[m_r]} \quad (2-15)$$

A equação (2-7) pode ser reescrita na forma:

$$([k_r] - \omega^2 [m_r])\{Y\} = \{\mathbf{0}\} \quad (2-16)$$

com:

$$\{X\} = [\Psi]\{Y\} \quad (2-17)$$

em que “Y” consiste nas principais coordenadas. Substituindo a equação (2-17) na equação (2-7) obtém-se:

$$([K] - \omega^2 [M])[\Psi]\{Y\} = \{\mathbf{0}\} \quad (2-18)$$

Recorrendo ao princípio da ortogonalidade e multiplicando a equação (2-18) pela transposta de  $[Y]$  obtém-se a equação de movimento do sistema, equação (2-16).

#### 2.2.4. Modelo de Resposta de um sistema MGDL, sem amortecimento

Como foi apresentado anteriormente a equação de movimento de um sistema com múltiplos graus de liberdade, desprezando o amortecimento, pode ser expressa através de[13]:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2-19)$$

considerando " $f(t)$ " um vetor " $n \times 1$ " de um conjunto de forças harmónicas com a mesma frequência e fase(=0)

$$\{f(t)\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_n \end{Bmatrix} \sin \omega t = \{F\} \sin \omega t \quad (2-20)$$

e assumindo que o sistema vibrará harmonicamente então:

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_n \end{Bmatrix} \sin \omega t = \{X\} \sin \omega t \quad (2-21)$$

e

$$\{\ddot{x}(t)\} = -\omega^2 \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_n \end{Bmatrix} \sin \omega t = -\omega^2 \{X\} \sin \omega t \quad (2-22)$$

Substituindo o deslocamento (2-21) e a aceleração (2-22) na equação (2-19) obtém-se:

$$-\omega^2 [M]\{X\} \sin \omega t + [K]\{X\} \sin \omega t = \{F\} \sin \omega t \quad (2-23)$$

Ou

$$([K] - \omega^2 [M])\{X\} = \{F\} \quad (2-24)$$

A  $([K] - \omega^2 [M])$  também designada por  $[H(\omega)]$  corresponde à matriz de rigidez dinâmica do sistema.

Substituindo na equação (2-24):

$$[H(\omega)]\{X\} = \{F\} \quad (2-25)$$

A amplitude das respostas pode ser obtida no caso de a equação (2-25) ser não singular através da deslocabilidade da matriz FRF  $[\alpha(\omega)]$ :

$$[H(\omega)]^{-1}\{X\} = \{F\} \quad (2-26)$$

A receptância corresponde ao inverso da matriz de rigidez dinâmica e pode ser expressa através de:

$$[\alpha(\omega)] = [H(\omega)]^{-1} = ([K] - \omega^2[M])^{-1} \quad (2-27)$$

A equação (2-25) pode escrever-se na forma:

$$\{X\} = [\alpha(\omega)]\{F\} \quad (2-28)$$

De seguida proceder-se-á à descrição dos fundamentos de experimentação.

### 2.3. Análise Modal Experimental

A análise modal experimental consiste em obter um modelo que represente o comportamento dinâmico do sistema mecânico através dos dados obtidos experimentalmente [16, 18]. É uma técnica experimental utilizada para obter o modelo modal de um sistema linear vibratório invariante no tempo [13].

O seu principal objetivo é estabelecer a relação entre a resposta do sistema num determinado local com a perturbação exercida no mesmo, ou noutra local, através das funções de resposta em frequência (FRF) [13]. Desta forma obtêm-se o modelo modal da estrutura ou seja a sua descrição através dos modos de vibração.

Segundo *Ewins* [16], em cada ensaio de análise modal experimental é necessário:

- Determinar a natureza e níveis de vibração durante a operação
- Determinar as propriedades essenciais do material quando sujeito a cargas dinâmicas (capacidade de amortecimento, atrito e resistência à fadiga)
- Verificar os modelos teóricos e as previsões de vários fenómenos dinâmicos que são caracterizados como parâmetros modais.

Em termos práticos o que se verifica, segundo *Rao* [21], é:

- Quando uma estrutura, máquina ou qualquer sistema é excitado, a resposta apresenta um pico acentuado na ressonância quando a frequência da força aplicada é igual à frequência natural quando o amortecimento não é demasiado elevado.
- A fase da resposta altera-se em  $180^\circ$  quando a frequência da força aplicada ultrapassa a frequência natural da estrutura ou máquina, e a fase estará  $90^\circ$  em ressonância.

A análise modal experimental envolve a realização de duas etapas Figura 2.12



Figura 2.12 – Fases da análise modal experimental

A primeira fase é a preparação e o conhecimento das diferentes condicionantes relativas à execução do ensaio de análise modal.

A segunda fase é, após a obtenção dos dados modais, fazer o tratamento e a análise desses dados e obter o modelo que servirá de base à caracterização do comportamento dinâmico da estrutura.

A realização de um ensaio de análise modal experimental é de uma forma genérica constituído pelas seguintes fases (Figura 2.13):

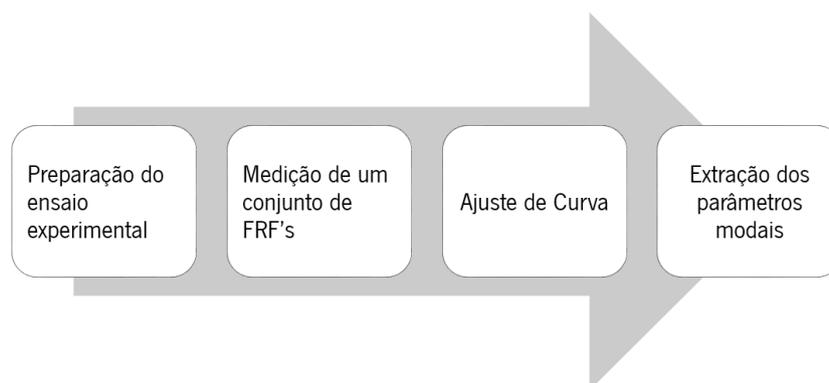


Figura 2.13 - Procedimento de Análise Modal Experimental

Inicialmente é necessário preparar o ensaio experimental. Nesta fase é necessário definir o suporte da estrutura, o tipo de força de excitação, o local de excitação, equipamentos necessários e determinação dos pontos onde se efetuará a leitura da resposta do sistema. Este procedimento será novamente abordado no capítulo referente à execução do ensaio experimental.

Após esta etapa é realizado o ensaio experimental podendo as respostas ser expressas através do deslocamento, velocidade ou aceleração. Os dados obtidos são expressos no domínio do tempo sendo necessário transformar para o domínio da frequência (Figura 2.14).

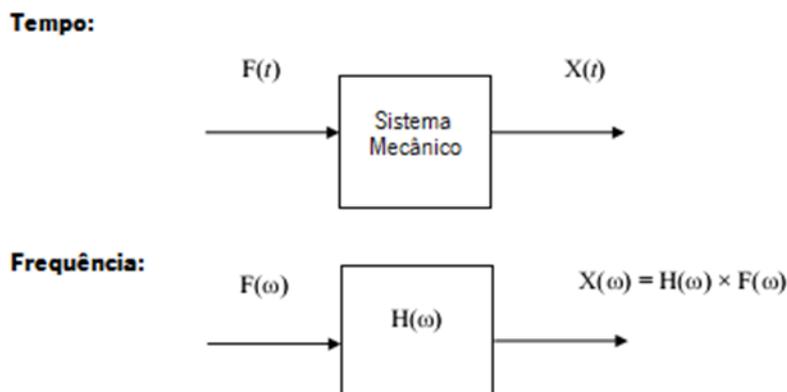


Figura 2.14 - Domínio do tempo e da frequência (adaptado de [14])

Esta alteração é efetuada através de um algoritmo que utiliza a transformada rápida de Fourier (*FFT – Fast Fourier Transform*) obtendo-se assim um espectro de resposta também denominado espectro de frequências. Atualmente a utilização de analisadores *FFT* é um procedimento *standard* [18]. O espectro de resposta passa depois por um processo de otimização. Os dados obtidos são depois tratados através de técnicas de identificação e extração de parâmetros modais após o qual se constrói-se o modelo representativo do comportamento dinâmico da estrutura.

O procedimento para obtenção do modelo modal através dos dados experimentais consiste [18]:

1. Calcular as funções de transferência de frequência (funções de resposta de frequência) através dos dados obtidos, utilizando a análise de Fourier
2. Ajuste de curva das funções de transferência analíticas. Determinar frequências naturais, rácios de amortecimento.
3. Calcular os vetores do modo de vibração (forma de vibrar).
4. Extrair matriz de massa  $M$ , matriz de rigidez  $K$  e matriz de amortecimento  $C$ .

A realização de um ensaio de análise modal experimental sugere o conhecimento prévio das potencialidades e limitações dos equipamentos envolvidos. Isto necessita de conhecimentos na área da instrumentação, processamento de sinais, estimação de parâmetros modais e o mais importante a análise de vibrações [22].

### 2.3.1. Técnica experimental para Análise Modal Experimental

A execução dos ensaios pode ocorrer em duas situações:

- Em ambiente experimental
- Com o equipamento em condições de funcionamento

O que se pretende neste tema está relacionado com a realização do ensaio em ambiente experimental permitindo assim controlar as condições em que o ensaio ocorre. Para execução prática do ensaio é necessário pré definir os seguintes tópicos:

- Suporte da estrutura
- Definição do(s) ponto(s) de leitura
- Definição do(s) ponto(s) de excitação
- Caracterização do ensaio

Outro aspeto importante é o conhecimento do funcionamento dos instrumentos necessários à realização do ensaio. Uma configuração genérica deste sistema está presente na figura seguinte (Figura 2.15)

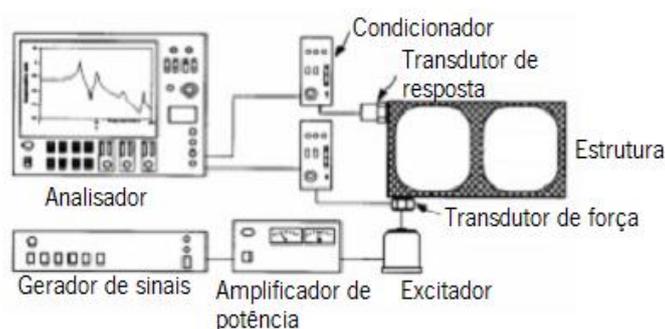


Figura 2.15 - Sistema de Análise Modal Experimental[22]

Normalmente este sistemas são constituídos por:

- Mecanismo de excitação
- Equipamento de Medição de respostas
- Analisador Espectral
- Programas de aquisição e tratamento de dados

Os mecanismos de excitação são os equipamentos utilizados para provocar movimentação da estrutura. Normalmente para este efeito são utilizados excitadores eletrodinâmicos(a) ou martelos de impacto (b) (Figura 2.16)

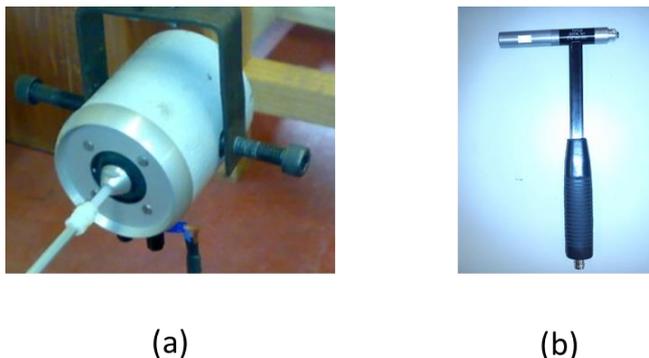


Figura 2.16 - Mecanismos de excitação [ (a) Excitador eletrodinâmico); (b) Martelo de impacto)

A força excitadora provocada pelos mecanismos de excitação pode ser:

- Sinusoidal
- Periódica
- Aleatória
- Transiente

Relativamente aos equipamentos de leitura são utilizados na medição da resposta do sistema após perturbação do mesmo através de mecanismos de excitação. Relativamente a estes equipamentos destacam-se dois, acelerómetros(a) e equipamentos de medição laser (LDV – *Laser Doppler Vibrometer*) (b) (Figura 2.17). O primeiro faz medições através de contacto físico com o componente, enquanto o segundo permite a leitura sem contacto com o sistema através de um sistema laser como o próprio nome indica.

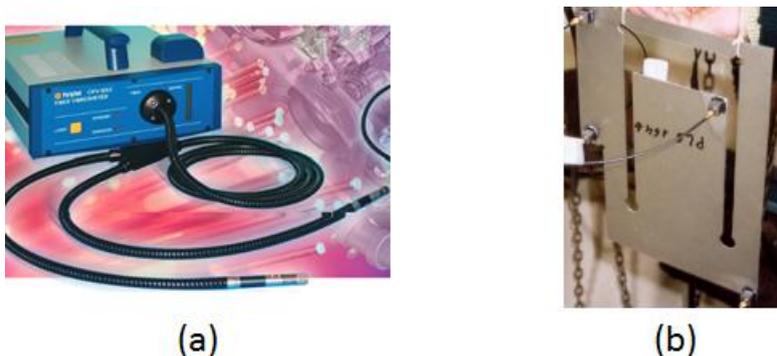


Figura 2.17 - Equipamentos de leitura: (a) Equipamento laser[8]; (b) acelerómetros

O analisador espectral (Figura 2.18) é um equipamento fundamental na medição das vibrações. É o equipamento que nos permite fazer a aquisição dos dados após a leitura dos mesmos e que depois de um processo de tratamento de dados nos permite visualizar a resposta do sistema de forma mais clara e perceptível. Por outras palavras o analisador espectral transforma os dados obtidos do equipamento de leitura em informação útil ao utilizador.



Figura 2.18 - Analisador Espectral

A visualização dos dados é possível através da utilização de programas comerciais que utilizando a informação proveniente do analisador espectral e utilizando técnicas de otimização permite obter as *FRF's* ou o conjunto de *FRF's* necessárias à obtenção do comportamento dinâmico do componente.

### 2.3.2. Identificação e Extração dos Parâmetros Modais no Domínio da Frequência

Os métodos de identificação e extração de parâmetros modais podem vir, como referido anteriormente, expressos no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Neste caso de estudo só serão abordados os métodos relativos ao domínio da frequência.

As técnicas que atuam no domínio da frequência, usam a função de resposta de frequência (*FRF*) no processo de identificação dos parâmetros modais, fornecem melhores resultados quando a banda é estrita e o número de modos de vibrações é presente no intervalo de frequências é reduzido[23].

Os métodos relativos ao domínio da frequência podem ser agrupados em diversas categorias. Estes podem ser categorizados de SISO (*Single Input – Single Output*), SIMO (*Single Input – Multi Output*) e MIMO (*Multi Input – Multi Output*). Os métodos SISO são os mais indicados para ensaios onde se verifica apenas um local de excitação e um local de leitura. Relativamente aos métodos SIMO são os utilizados quando o ensaio envolve a excitação num ponto único mas a leitura de resposta é efetuada em vários locais. Por fim os métodos MIMO são métodos globais em que se utiliza múltiplos locais de excitação e de leitura. Esta é uma definição dos métodos segundo o número de entradas e saídas. Além disso estes métodos ainda se podem classificar segundo o número de graus de liberdade, ou seja, métodos aplicados a sistemas com um só grau de liberdade ou métodos aplicados a sistemas com mais de um grau de liberdade.

A utilização dos métodos com um grau de liberdade são possíveis apenas nas técnicas que trabalham segundo o domínio da frequência, pois as que operam no domínio do tempo apenas são possíveis nos métodos com múltiplos graus de liberdade[23].

Mais do que técnicas matemáticas, maior parte dos métodos de identificação utilizados em sistemas com um grau de liberdade são baseados na interpretação física da resposta dinâmica das estruturas [24].

Outra designação que se pode considerar é o facto de os métodos serem métodos diretos ou indiretos. Esta designação está relacionada com o modelo utilizado.

Os métodos diretos estão relacionados com a descrição do modelo em termos espaciais ou seja através da descrição das matrizes de massa, rigidez e amortecimento. Por seu turno os métodos indiretos estão associados ao modelo modal ou seja a caracterização das estruturas em termos dos seus parâmetros modais (amortecimento, frequências naturais e modos de vibração da estrutura[24]. De salientar ainda que os métodos indiretos podem variar consoante o número de graus-de-liberdade.

Os métodos mais usuais são:

- Mínimos quadrados no domínio da frequência
- Método de identificação dos picos
- Método do círculo

Os métodos do círculo e de identificação dos picos são métodos utilizados em sistemas com um grau de liberdade. Porém estes métodos podem se aplicar a sistemas MGDL se se assumir a seguinte condição [13]:

- Na vizinhança de uma ressonância, a  $FRF$  é dominada pela contribuição do próprio modo e a contribuição dos modos vizinhos é desprezável.

Desta forma é assim possível extrair das  $FRF$ 's cada modo de vibração individualmente.

O método de identificação dos picos é o mais simples de todos e permite a obtenção das frequências naturais através da observação dos picos de resposta[24]. Este método é um dos mais utilizados pois permite uma visualização rápida e simples das frequências naturais. A aplicação deste método é mais adequada para estruturas em que o amortecimento não é elevado. A utilização deste método consiste em[13]:

- a) Estimar a frequência natural
- b) Estimar o amortecimento
- c) Obtenção da constante modal

Por sua vez o método do círculo é o método mais usado em análise modal para sistemas de um grau de liberdade e baseia-se na representação do círculo de Nyquist [13]. O método do círculo foi o primeiro método a integrar uma série de técnicas numéricas que permitiam de uma forma interativa o estabelecimento de um modelo matemático que suportava as evidências físicas [24].

A identificação dos parâmetros modais usando o método do círculo consiste [16]:

- a) Selecionar número fixo de pontos a ser usados. Nunca devem ser menos de 6 pontos e devem abranger aproximadamente  $270^\circ$  do círculo.
- b) Determinar o círculo que melhor se ajusta aos pontos selecionados, através da técnica dos mínimos quadrados.
- c) Deduzir a frequência à qual ocorre a taxa de varrimento máximo, que corresponde à frequência natural.
- d) Calcular diversos valores de amortecimento, usando diversas combinações entre pontos situados acima e abaixo da frequência natural. Através dos valores obtidos é possível calcular o valor médio. Valores com desvio relativo ao valor médio de 4 a 5% são significado de bons resultados. Caso esses desvios se aproximem de 20 a 30%, temos maus resultados.
- e) Por fim determina-se a magnitude e a fase da constante modal através do raio e rotação do círculo relativos aos eixos real e imaginário.

Em relação método dos mínimos quadrados (no domínio da frequência) é um método utilizado em sistemas com MGD.

O objetivo deste método é encontrar as melhores estimativas dos dados modais do modo selecionado por forma a minimizar o erro da função. Esta função converte o ajuste de curva de um sistema não linear num modelo linear ponderado. Esta conversão permite assim um ajuste de curva mais simples o que torna mais simples a derivação de uma solução [13].

A título informativo os métodos mais divulgados no domínio do tempo são:

- Método de Ibrahim no domínio do tempo;
- Mínimos quadrados de exponencial complexa
- Método dos Sub - espaços

A vantagem de utilizar os dados no domínio do tempo é a eliminação da necessidade de efetuar a transformação para o domínio da frequência evitando assim os erros associados a perdas, truncamento, resolução da frequência e longos períodos de leitura)[22].

Atualmente a utilização de programas comerciais proporcionam métodos rápidos e automáticos que se adequam melhor a ambientes de desenvolvimento e pesquisa em contrapartida com as técnicas iterativas que são de execução mais demorada[24].



### 3. Aplicação a um caso prático

Neste capítulo é aplicado a um caso prático de estudo em que são caracterizados, o sistema de medição e equipamentos principais, os componentes de estudo e as várias hipóteses utilizadas na execução dos ensaios práticos.

#### 3.1. Descrição da Estrutura

O componente em estudo (Figura 3.1) (ANEXO E) é constituído por três elementos, duas placas e um elemento de ligação que mantem as placas ligadas uma à outra.



Figura 3.1 - Componente em estudo

As placas foram cortadas com diferentes configurações (Figura 3.2), permitindo assim que as suas características dinâmicas sejam bem distintas. Esta particularidade é importante para a distinção do comportamento das duas quando a realização dos ensaios experimentais, nomeadamente no ensaio com a funcionalidade diferencial do laser.



Figura 3.2 - Configuração das duas placas

O terceiro constituinte (Figura 3.3) consiste num elemento de ligação utilizado na montagem das duas placas. Este terceiro elemento também apresenta características distintas quando comparado com os outros dois, como será possível observar pelos resultados obtidos.



Figura 3.3 – Elemento de ligação

Os diferentes elementos são todos do mesmo material, aço, o qual possui as seguintes características:

Tabela 1 - Propriedades do material

Propriedade		Valor
Espessura	$h$ [mm]	1.07
Densidade	$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	7745
Módulo de elasticidade	$E_x$ [Pa]	$1.69 \cdot 10^{11}$
Módulo de elasticidade	$E_y = E_z$ [Pa]	$1.69 \cdot 10^{11}$
Coefficiente de Poisson	$\nu_x$	0.329
Coefficiente de Poisson	$\nu_y = \nu_z$	0.353
Módulo de ditorção	$G_{xy}$ [Pa]	$6.91 \cdot 10^{10}$
Módulo de ditorção	$G_{yz}$ [Pa]	$7.17 \cdot 10^{10}$
Módulo de ditorção	$G_{xz}$ [Pa]	$6.80 \cdot 10^{10}$

### 3.2. Análise Numérica da Estrutura

O método de elementos finitos é uma ferramenta amplamente usada em mecânica computacional e é particularmente útil para uma grande parte de problemas encontrados na engenharia e ciência aplicada[25]. É um método numérico utilizado para a obtenção de soluções precisas em problemas complexos de engenharia[21, 26, 27]. Com o passar dos anos o método dos elementos finitos tornou-se tao divulgado que nos dias de hoje é considerado um dos melhores métodos para resolução eficiente de problemas práticos[21].

A ideia básica deste método é encontrar a solução de um problema complexo e substituir por uma solução mais simplificada[21]

Os passos básicos de qualquer análise por elementos finitos são: pré processamento; solução; pós processamento[20].

O pré processamento é composto pelos seguintes passos[25]:

1. Define-se geometricamente o modelo discretizando-se o domínio em elementos finitos, isto é, subdividindo-se a estrutura em nós e elementos formando desta forma a rede de elementos finitos.

2. Selecionam-se os elementos a utilizar, isto é, escolhem-se e associam-se as funções de forma para representar o domínio físico de cada elemento.
3. São desenvolvidas as equações de equilíbrio de cada tipo de elemento utilizado e são montadas, com base nestas, as equações de equilíbrio do problema completo. Este passo corresponde à assemblagem das matrizes de rigidez e massa e dos vetores de cargas.
4. Aplicam-se as condições de fronteira, as condições iniciais, e de carregamento.
5. No método dos elementos finitos a estrutura é substituída por várias peças ou elementos, e assume-se que cada um se comporta como um membro estrutural contínuo designado elemento finito[21].

De seguida proceder-se-á à modelação e simulação numérica dos componentes utilizados.

### 3.2.1. Modelação e simulação numérica dos componentes

Os componentes foram inicialmente modelados no programa comercial *SOLIDWORKS*.

Após a modelação os modelos obtidos (Figura 3.4) foram exportadas para o programa de elementos finitos *ANSYS*.

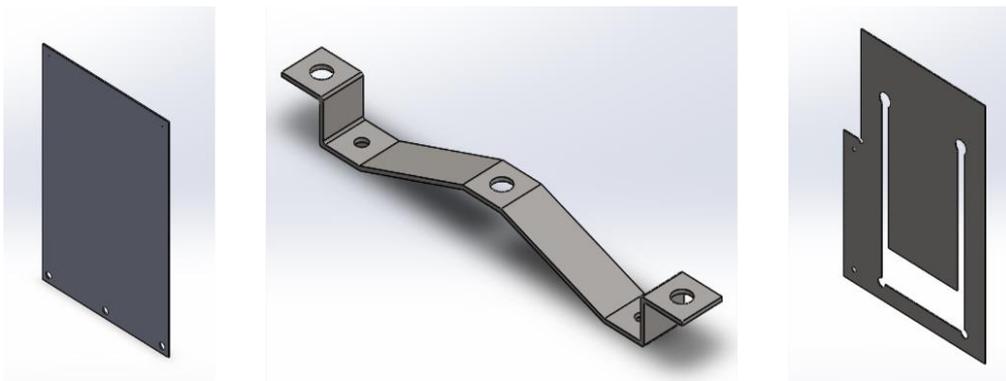


Figura 3.4 - Componentes modelados numericamente

Aí iniciou-se simulação numérica dos diferentes componentes individualmente. Para esta simulação escolheu-se o módulo de análise modal existente no referido programa. Após importar os componentes e seleção do tipo de ensaio pretendido aplicou-se as propriedades físicas do material.

Em seguida criou-se a malha dos componentes como é possível observar na Figura 3.5. Na criação da malha foi definido um processo automático do programa. As características de malha são as seguintes:

Tabela 2 – Características da malha

Características da malha			
Componente	Nº de nós	Nº de elementos	Elemento
Placa 1	25210	3491	SOLID 186
Placa 2	18005	2393	SOLID 186
Ligador	3023	1334	SOLID 187

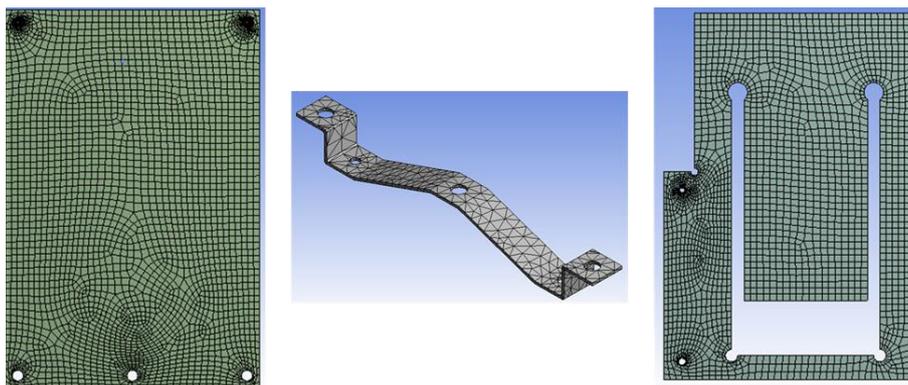


Figura 3.5 - Criação da malha

Em relação às condições de fronteira aplicadas não foi aplicado nenhum constrangimento a qualquer um dos componentes, e o ensaio foi considerado em movimento livre. Após definição das várias condicionantes extraíram-se os seis primeiros modos de vibração das placas e os três primeiros do ligador como será possível observar no capítulo referente aos resultados.

### 3.3. Sistema de Medição

Como referido anteriormente para realizar um ensaio de análise modal é necessário o domínio dos equipamentos e técnicas utilizadas. Neste capítulo será caracterizado os equipamentos do sistema de medição utilizado.

O sistema utilizado para a medição dos componentes está representado na Figura 3.6. Este sistema é constituído por:

- Portátil
- Analisador Espectral
- Martelo de Impacto (PCB model 086c01) (Anexo D)
- Controlador do vibrómetro (*Polytec OFV 5000*)
- Equipamento laser (*Polytec OFV 551-552 Fiver Vibrometer*) (Anexo D)
- Suporte do componente

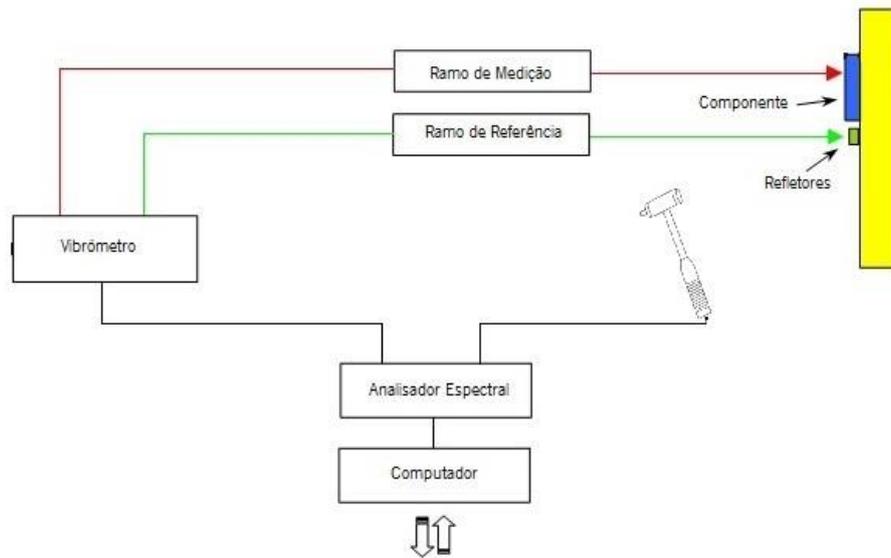


Figura 3.6 - Esquema do sistema de medição

A medição das vibrações consiste excitar a estrutura de teste com o martelo de impacto para obter as suas funções de resposta em frequência. A resposta do sistema é lida recorrendo ao vibrómetro laser. Os dados resultantes do martelo de impacto e do vibrómetro laser são tratados no analisador espectral e posteriormente visualizados através do programa “LMS Express”

De seguida serão caracterizados os principais equipamentos do sistema.

### 3.3.1. Martelo de Impacto

O martelo de impacto, como método de excitação, é uma técnica versátil que permite excitar as estruturas de uma forma simples e rápida pois, como não está fixo à estrutura permite alternar rapidamente entre os pontos a excitar. O facto de não ser necessário fixar à estrutura também apresenta as suas vantagens na qualidade dos resultados pois não irá influenciar a massa do componente, propriedade que influencia os resultados da medição de vibrações.

O martelo de impacto (Figura 3.7) é normalmente constituído pelo martelo em si e por um conjunto de cabeças e pontas as quais variam consoante o intervalo de frequências e a estrutura a aplicar [16], sendo que pode também vir equipado com um transdutor de força. O transdutor de força é utilizado para quantificar a magnitude e frequência presentes em cada pancada efetuada. É assumido que os valores obtidos são iguais e opostos ao sofrido pela estrutura[16]. Este facto é importante pois como visto anteriormente, as FRF's são um rácio entre a força exercida e o valor da resposta da estrutura.

Por sua vez, a dureza da ponta, em conjunto com a dureza da superfície da estrutura a ser testada, estão diretamente relacionados com a gama da força do impulso de entrada e com a frequência [13].

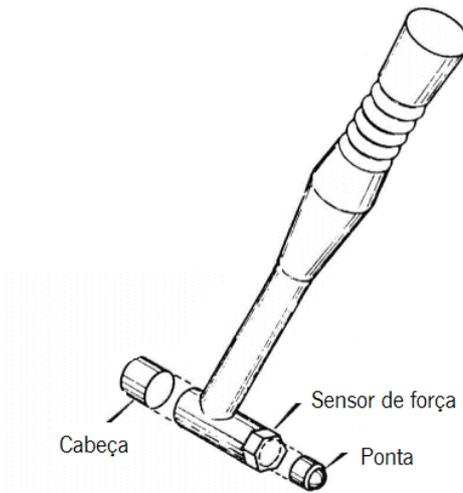


Figura 3.7 – Martelo de impacto(adaptado de[16])

Na realização dos ensaios modais o posicionamento do martelo de impacto pode variar consoante o teste realizado.

Como se pode observar pela análise da Figura 3.8 verifica-se a existência de metodologias para o posicionamento do martelo e do respetivo mecanismo de leitura:



Figura 3.8 - Posicionamento do martelo de impacto (adaptado de[28])

Assim, considerando a opção a), verifica-se a existência de vários pontos de leitura. A excitação com o martelo é efetuada num só ponto e a leitura é efetuada pelos vários acelerómetros distribuídos pela estrutura.

Na situação b) o acelerómetro é fixo numa zona da estrutura e a excitação é efetuada em vários pontos, um de cada vez sendo que as leituras são efetuadas no fim de cada impacto.

Por fim na situação c), em que se efetua a excitação num só local e vai-se movendo o acelerómetro pelos vários pontos de leitura.

Como normalmente é necessário efetuar mais do que um teste, os dados obtidos são agrupados e passam por um processo de “*averaging*”. O processo de “*averaging*” será abordado mais à frente ainda no decorrer deste capítulo.

Um dos problemas verificado neste tipo de ensaio é que nas várias excitações efetuadas com o martelo de impacto o impulso não é perfeito e nem sempre são semelhantes o que por vezes faz com que seja necessário efetuar varias pancadas até que o resultado da pancada seja satisfatório. Para além disso e devido a natureza do impacto (excitação transiente) pode ocorrer um processo de sobrecarga. Outro problema relacionado com este método é a presença de ruído na informação obtida da resposta do sistema.

Uma configuração típica de um ensaio de análise modal com martelo de impacto está presente na Figura 3.9. Este tipo de ensaio provoca uma excitação do tipo transiente a qual vai ser lida através dos equipamentos de leitura.

A excitação da estrutura é imposta manualmente através do martelo de impacto. A magnitude do impacto será determinada pelo peso da cabeça do martelo e pela velocidade a que a estrutura é atingida enquanto que a frequência será controlada pela dureza da superfície da estrutura e pela ponta selecionada. Assim sendo para estruturas mais robustas utiliza-se martelos maiores e mais pesados, para o impacto produzido ter energia suficiente para excitar todos os modos de vibração. Em relação às pontas utilizam-se pontas mais macias para frequências mais baixas e pontas mais rígidas para frequências altas.

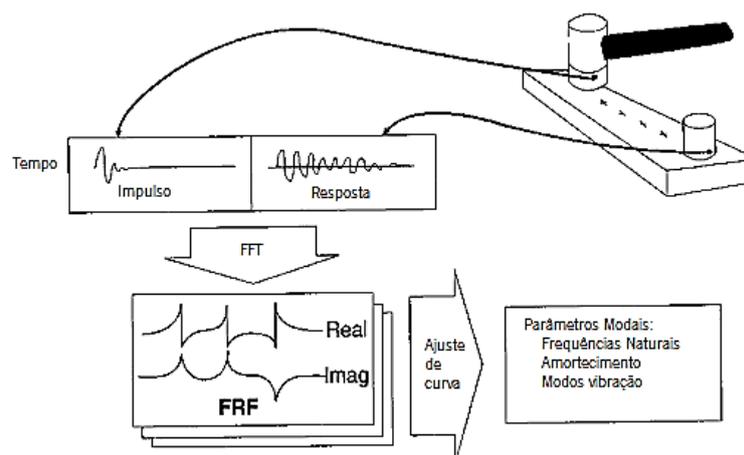


Figura 3.9 - Ensaio modal com martelo de impacto (adaptado de [17])

Este método foi o escolhido pois é o mais indicado para a excitação de estruturas leves e de pequena dimensão visto que não é necessário acrescentar nenhum acessório à estrutura para a permitir a sua excitação.

No caso em estudo o mecanismo de leitura escolhido foi recorrer à utilização do vibrómetro laser. O método escolhido para a excitação da estrutura foi o de manter fixo o ponto de excitação e foi-se alternando o posicionamento do laser através dos vários pontos pré-selecionados.

### 3.3.2. Vibrómetro Laser

O vibrómetro laser ou LDV (*Laser Doppler Vibrometer*) é um dispositivo interferométrico que mede a velocidade instantânea de um objeto através da quantificação do efeito de Doppler de um feixe laser refletido por um objeto a vibrar[4].

Este dispositivo, quanto comparado com os restantes métodos de medição de vibrações evidência logo uma das maiores vantagens desta técnica, a inexistência de contacto com o objeto em estudo. Esta característica torna-se fundamental porque assim não há alteração das características do objeto nomeadamente o aumento da massa.

Este dispositivo é, em geral, constituído por uma fonte de emissão de laser (He-Ne) e por um interferómetro (Figura 3.10). Em vibrometria laser os interferómetros mais usuais são o de Michelson e de Mach-Zehnder. Apesar de apresentarem diferentes configurações baseiam-se no mesmo princípio de funcionamento.

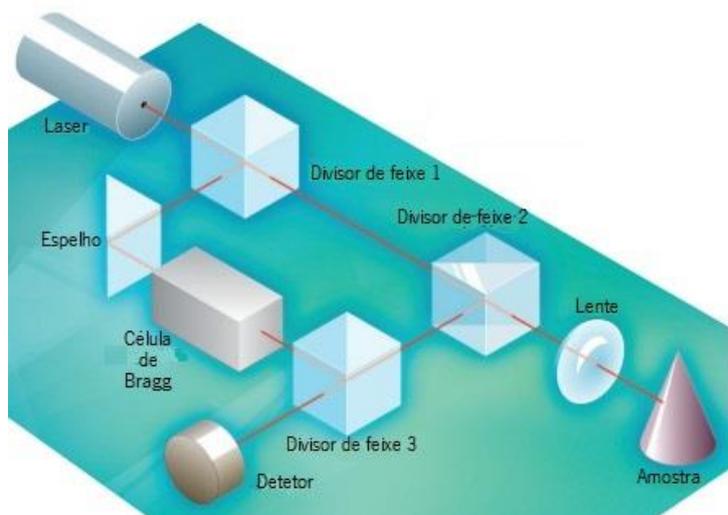


Figura 3.10 - Vibrómetro laser (adaptado de [29])

De forma simplificada, o funcionamento de um vibrómetro, traduz-se pela análise do efeito de Doppler, após a incidência de um feixe laser numa superfície a vibrar e conseqüentemente o retorno ao vibrómetro.

Antes de proceder para a explicação, mais aprofundada, do funcionamento do vibrómetro laser será explicado o efeito de Doppler, efeito no qual se baseia o funcionamento do vibrómetro laser.

### Efeito óptico de Doppler

Esta designação foi dada em homenagem a Johann Christian Andreas Doppler que o descreveu em 1842[30]. O efeito de Doppler[31](Figura 3.11), traduz a alteração provocada por objetos em movimento na frequência de uma onda (som, luz, eletromagnéticas).

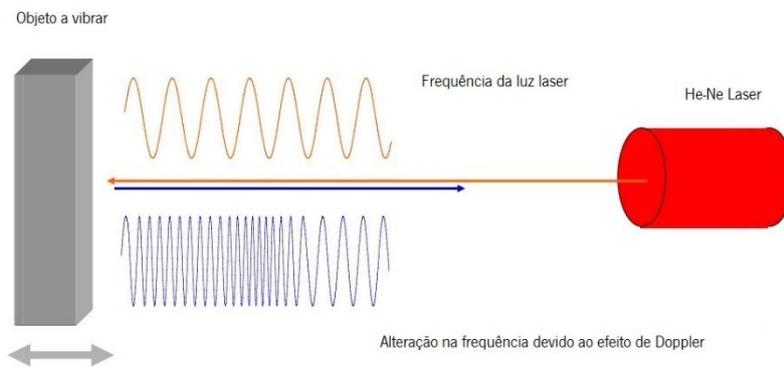


Figura 3.11 - Efeito óptico de Doppler (adaptado de[32])

Em vibrometria laser é utilizado um feixe laser para quantificar a alteração na frequência. O vibrómetro emite um feixe laser com frequência “ $f$ ” (Figura 3.12), o qual incide sobre um objeto que se desloca a uma velocidade “ $v$ ”. Essa frequência pode ser determinada através da expressão:

$$f = \frac{c}{\lambda} [Hz] \quad (3-1)$$

A frequência que atingirá o objeto “ $f'$ ” é expressa através da seguinte equação:

$$f' = \frac{(c-v_0)}{v} f \quad (3-2)$$

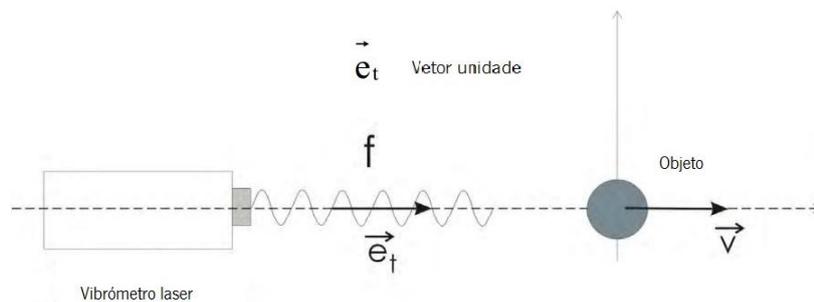


Figura 3.12 – Incidência do feixe laser no objeto (adaptado de [32])

Após incidir no objeto o feixe retorna ao vibrómetro com uma frequência “ $f''$ ” (Figura 3.13) equação 3.3.

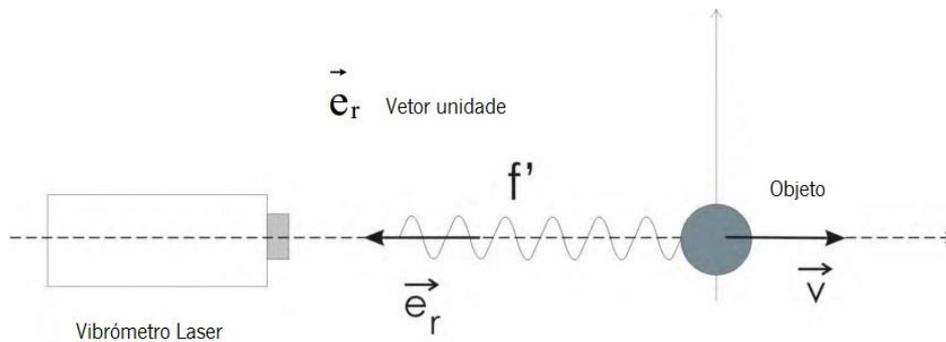


Figura 3.13 – Retorno do feixe laser ao vibrômetro (adaptado de [32])

$$f'' = \left(1 - \frac{2v}{c}\right) f \quad (3-3)$$

A alteração provocada na frequência pode ser obtida através da diferença entre a equação 3.3 e 3.1:

$$f_D = f'' - f \Leftrightarrow f_D = \frac{2v}{\lambda} \quad (3-4)$$

onde “ $v$ ” é a velocidade do objeto e “ $\lambda$ ” é o comprimento de onda do feixe laser.

#### Interferometria ótica

Para compreender o princípio de funcionamento dos vibrômetros laser é necessário ter alguns conhecimentos sobre interferometria. Neste caso será dada mais atenção à interferometria ótica, e aos interferômetros de Michelson e Mach-Zehnder, os mais utilizados na extração da informação da frequência de Doppler[4].

A interferometria é um ramo da ótica que usa o fenómeno da interferência para determinar grandezas físicas[33]. O princípio básico da interferometria é a interferência, no espaço, de duas ou mais ondas (Figura 3.14). O recurso à interferometria deve-se ao facto de não ser possível a medição direta da fase de um feixe laser devido à incapacidade de monitorizar diretamente a elevada frequência ótica num foto-detector[34, 35].

As alterações ocorridas na frequência Doppler são geralmente pequenas quando comparadas com a frequência fundamental do laser, geralmente 1 para 108[36]. De forma a resolver este problema e possibilitar a leitura no foto-detector, o feixe utilizado como referência passa por um modulador ótico-acústico, normalmente uma célula de Bragg que provoca uma alteração na frequência do feixe, possibilitando a leituras das alterações ocorridas no feixe de leitura no foto-detector. A deteção de sinal, segundo esta configuração, é designada deteção heteródina.

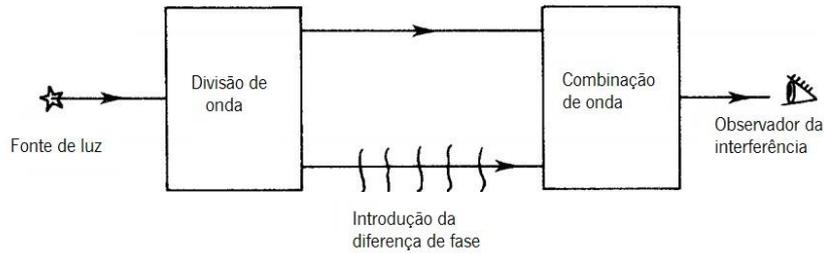


Figura 3.14 – Interferometria ótica (adaptado de[37])

No caso de detecção homódina, caso particular da detecção heteródina, o laser tem o receptor sincronizado à frequência do sinal ótico recebido[38].

As configurações normalmente utilizadas na extração da informação da frequência de Doppler são a configuração heteródina de Mach-Zehnder ou a configuração homódina de Michelson[6].

O interferômetro é um dispositivo que direciona a radiação por diversos caminhos, recombinando depois os feixes e assim, produz um efeito de interferência ótica[39](Figura 3.15). Para tal utiliza divisores de feixes e espelhos. A interação dos feixes quando retornam ao interferômetro é uma das bases do funcionamento do vibrômetro laser.

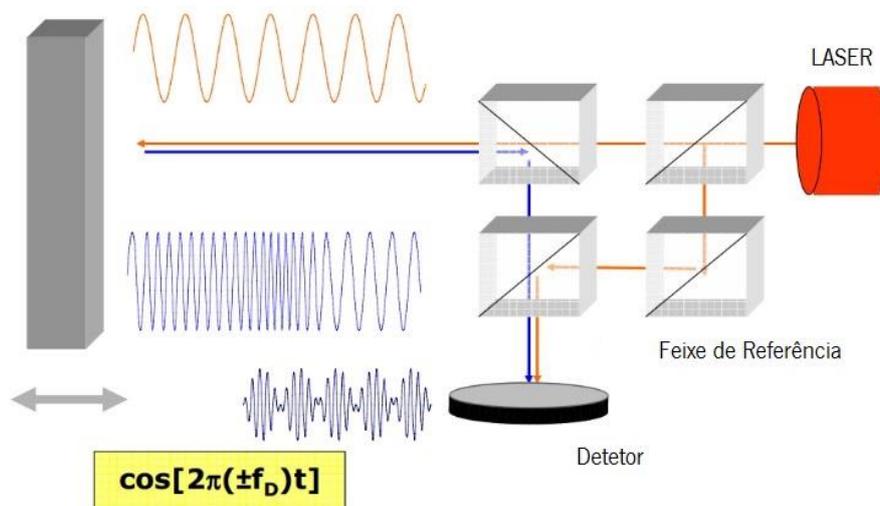


Figura 3.15 – Princípio de funcionamento dos interferômetros (adaptado de [32])

A intensidade observada no foto-detetor pode ser obtida através da equação 3.5

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2 \cos[2\pi\Delta/\lambda]} \quad (3-5)$$

onde “ $I_1$ ” e “ $I_2$ ” são as intensidades dos feixes, “ $\Delta$ ” é a diferença de caminhos óticos e “ $\lambda$ ” é o comprimento de onda do feixe laser.

Os interferómetros podem ser de divisão de frente de onda ou interferómetro de divisão de amplitude. Neste caso será dada mais atenção aos de divisão de amplitude pois é o correspondente aos interferómetros de Michelson e Mach-Zehnder.

Os interferómetros de divisão de amplitude são aqueles em que o feixe é dividido por divisores de feixe em dois ou mais feixes, percorrendo cada um o seu caminho ótico[40]. Um feixe é usado como referência e o outro como feixe de leitura. Ao voltar ao interferómetro os dois feixes interagem e ocorre o fenómeno de interferência.

Nos interferómetros de divisão de frente de onda, a interferência ocorre quando são seleccionadas duas partes da frente de onda e redireccionadas para um mesmo volume no espaço[40].

De seguida será explicado o funcionamento destes dois interferómetros.

O interferómetro de Michelson (Figura 3.16) é o interferómetro de construção mais simples e o mais amplamente divulgado. Este interferómetro foi proposto por Albert Michelson em 1880[41, 42]. O princípio básico de funcionamento do interferómetro de Michelson consiste em aplicar um estímulo ao ramo sensor, o que causa um deslocamento de fase em relação ao ramo de referência[43].

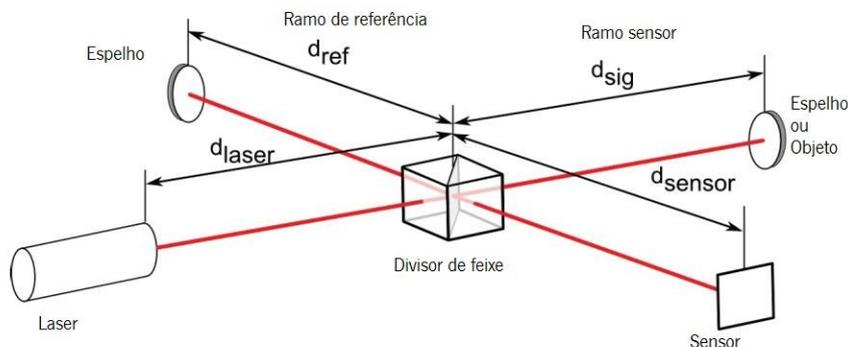


Figura 3.16 – Esquema do interferómetro de Michelson (adaptado de[5])

Através da análise da figura é possível verificar que o funcionamento deste interferómetro consiste em fazer incidir um feixe laser num divisor de feixes. Ao incidir no divisor de feixe, o feixe é colimado e dividido[42]. Um dos feixes é utilizado como feixe de referência e o outro é utilizado para leitura. Após ser dividido o feixe de referência é refletido para um espelho, sendo o feixe restante refletido para o objeto em estudo. Ao incidirem quer no espelho quer no objeto de teste os feixes são novamente refletidos para o divisor de feixe, onde sobre um foto-detetor verificará o fenómeno de interferência.

O interferómetro de Mach-Zehnder, apesar de ter um funcionamento semelhante ao de Michelson apresenta uma construção mais elaborada, o que permite também uma maior versatilidade na sua utilização. Relativamente ao interferómetro de Mach-Zehnder apresenta na sua constituição dois divisores de feixes, enquanto que no de Michelson só se verifica a existência de um. Um esquema do interferómetro de Mach-Zehnder está presente na figura seguinte (Figura 3.17).

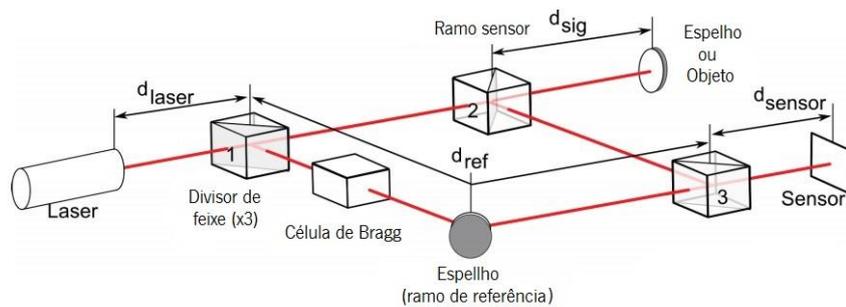


Figura 3.17 – Esquema do interferómetro de Mach-Zehnder (adaptado de[5])

No interferómetro de Mach-Zehnder um feixe laser incide sobre um divisor de feixes, dividindo o feixe em dois tal como acontece no interferómetro de Michelson. Um dos feixes é utilizado como feixe de referência sendo o outro utilizado na obtenção do deslocamento através da alteração na frequência Doppler, provocado pelo movimento da superfície vibrante.

Após passar por um segundo divisor de feixe, o laser utilizado para leitura do deslocamento, incide sobre a superfície a vibrar. Após a incidência o feixe é refletido de volta para o vibrómetro mas com a fase e a frequência alteradas devido ao efeito de Doppler, produzindo assim, em tempo real, um sinal analógico proporcional à velocidade instantânea[19].

Após ter sido refletido pela superfície vibrante, o feixe retorna ao vibrómetro, onde, passando novamente no segundo divisor de feixe, é encaminhado para um terceiro divisor de feixe onde vai ser misturado com o feixe de referência sobre um foto-detetor. No foto-detetor o sinal é convertido de ótico a elétrico.

A leitura da informação proveniente da frequência de Doppler é efetuada recorrendo à configuração heteródina explicada anteriormente.

Uma das capacidades testada foi a funcionalidade diferencial do laser (Figura 3.18). Ao utilizar esta configuração ambos os ramos do vibrómetro funcionam como até agora explicado, simplesmente um dos ramos funciona como ramo de referência e o outro será utilizado na medição das vibrações.

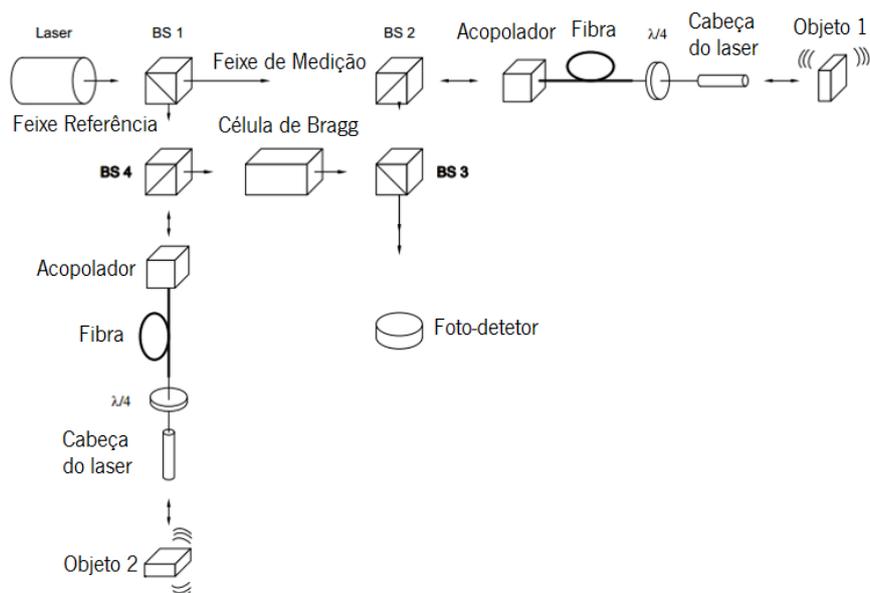


Figura 3.18 - Laser Diferencial (adaptado de [44])

Após medição das respostas por ambos os ramos, a resposta do feixe de referência é comparada com a resposta obtida no feixe de medição sobre o foto-detetor.

### 3.3.3. Analisador Espectral

Em cada sistema de medição de *FRF's* está incorporado um analisador com o intuito de medir os parâmetros de interesse específicos – Força e níveis de resposta[16].

O analisador espectral é um equipamento fundamental para o tratamento dos dados. É o analisador espectral que os dados referentes ao sinal produzido pelo mecanismo de excitação e os dados provenientes dos mecanismos de leitura resposta do sistema são, num processo de filtragem digital, convertidos de sinais analógicos em sinal digital para posteriormente visualizar num computador.

O funcionamento do analisador espectral consiste em medir simultaneamente todos os elementos presentes num sinal complexo, invariante no tempo, e produzir um espectro, que contem um número finito de elementos, os quais descrevem as magnitudes relativas de um conjunto de frequências presentes no sinal[16].

Dos vários sistemas existentes o que tornou *standard* foi o analisador espectral de Fourier, também designado de analisador FFT[45]. Como o nome indica, este analisador espectral, funciona sob os princípios básicos da análise rápida de Fourier. Os princípios básicos da análise rápida de Fourier podem ser encontrados nas mais diversas literaturas[13, 16, 22, 45, 46], pelo que não vão ser abordadas diretamente.

Após conversão do sinal, no analisador espectral, para o domínio da frequência são utilizadas um conjunto de técnicas que nos permitem obter as *FRF's*.

O processamento de sinal é a ciência de aplicação de transformações aos dados obtidos facilitando o seu uso ao observador[22]. A análise de dados consiste na execução de três etapas:

1. Aquisição de dados
2. Processamento de sinal
3. Interpretação dos dados

Após a aquisição e processamento de dados são utilizadas técnicas que irão permitir visualizar as *FRF's*, que de outra forma não seria possível observar diretamente. A utilização destas técnicas torna mais agradável a visualização dos dados o que facilitará a interpretação dos mesmos. Na Figura 3.19 está presente um exemplo do sinal, num ensaio com LDV antes e depois dos vários processos de melhoramento, e como se pode verificar as diferenças são evidentes.

- a) Sinal antes do melhoramento
- b) Sinal após tratamentos dos dados

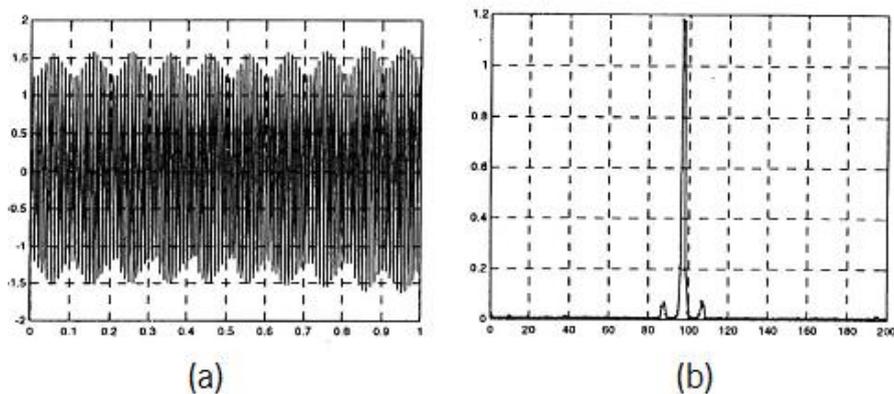


Figura 3.19 - Processo de tratamento de dados[16]

Das técnicas utilizadas para melhoramento de sinal destacam-se:

- “*Averaging*”
- “*Zooming*”

A técnica de “*averaging*” consiste em agrupar e sobrepor os sinais obtidos das diversas leituras num só e calcular a média dos parâmetros estatísticos necessários à caracterização do sinal. Esta função tem como objetivo reduzir o ruído existente no sinal provocado por excitações aleatórias.

O “*Zooming*” consiste em definir um intervalo de interesse do espectro de frequências e assim visualizar melhor quais os picos existentes nesse intervalo, ou seja esta técnica limita o campo de visualização ao intervalo pretendido dando uma melhor definição dos picos ocorridos.

Atualmente com o desenvolvimento de novos analisadores espectrais as FRF's são obtidas no imediato, sendo possível a sua visualização direta no computador.

### 3.4. Procedimento Experimental

O procedimento experimental de um ensaio de análise modal requer execução de duas etapas:

- Preparação dos ensaios experimentais e,
- Realização dos ensaios experimentais

A primeira etapa, preparação dos ensaios experimentais, está associada com a preparação a nível laboratorial de todos os equipamentos e componentes associados à realização experimental. É nesta fase que se define os componentes, os pontos onde se colará os refletores e posterior medição, o local e método utilizado para excitação da estrutura.

Na segunda etapa, realização dos ensaios experimentais, é definido a metodologia seguida e as diferentes condições em que se realizaram os ensaios.

A execução dos ensaios ocorreu no Laboratório de Ensaios de Materiais (LEM) situado no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho.

#### 3.4.1. Definição dos pontos de leitura da estrutura

A escolha dos pontos a medir é um ponto sensível da análise modal experimental. O primeiro passo de um ensaio modal experimental consiste na discretização da estrutura e para isso são selecionados um certo número de pontos na estrutura onde se vai medir as FRF's após excitação. A escolha dos pontos (Figura 3.20) para medição foi de maneira a que a forma dos componentes ficasse definida. Nos locais escolhidos para medição das FRF's foram colocados refletores com o intuito de melhorar a qualidade do sinal lido e assim obter uma melhor qualidade nos dados obtidos.

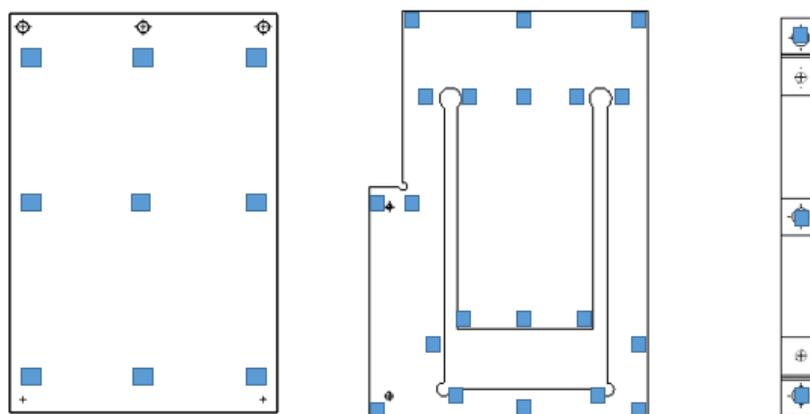


Figura 3.20 – Pontos de leitura

### 3.4.2. Fixação do componente

A fixação dos componentes a uma estrutura de suporte (Figura 3.21), em madeira, foi conseguida através da utilização de fios. Ao suspender desta forma os componentes está-se a garantir que o ensaio ocorrerá em condições muito próximas de movimento livre.

O equipamento laser é alocado a um mecanismo que permite alternar de forma rápida a leitura entre os pontos da estrutura, permitindo assim uma poupança de tempo considerável.



Figura 3.21 - Fixação da placa

## 3.5. Realização do ensaio experimental

Nesta fase são descritas as várias configurações utilizadas e as hipóteses consideradas na realização do ensaio modal. Para além disso é descrito a metodologia utilizada para a medição dos diferentes pontos considerados.

### 3.5.1. Descrição das hipóteses realizadas

Na realização dos ensaios foram efetuadas diversas medições aplicadas em diferentes condições:

- Numa primeira fase realizaram-se os ensaios aos componentes de forma individual. O objetivo desta fase foi a obtenção das frequências naturais correspondentes a cada componente o que vai ser importante para a análise dos dados efetuada com a opção diferencial do laser.
- A segunda fase consistiu numa análise ao componente total. Para tal agruparam-se os três componentes num só e efetuaram-se as medições. Esta análise permitiu obter as frequências naturais do componente em si.
- A terceira fase foi dedicada à utilização da funcionalidade diferencial do laser. Nesta fase efetuaram-se medições ao componente completo, variando o posicionamento das cabeças (medição e referência). Relativamente à utilização do componente montado utilizaram-se as seguintes configurações:

- Utilização do ramo diferencial na placa 1 e o ramo de medição na placa 2
  - Utilização do ramo diferencial na placa 1 e o ramo de medição na placa 2
  - Utilização de ambos os ramos na mesma placa
- Por fim, como os resultados não eram conclusivos foi necessário efetuar um teste para tentar dissipar as dúvidas existentes. Nesse teste foram utilizados novos equipamentos para comparação com os resultados obtidos utilizando a funcionalidade diferencial do laser. O teste consistiu em pegar em dois excitadores eletrodinâmicos onde se colaram na extremidade refletores. A fase seguinte deste teste foi apontar ambos os ramos do laser para os refletores e efetuar as leituras. Para atingir os objetivos e esclarecer os resultados obtidos previamente utilizaram-se variações na utilização dos excitadores:
- Ambos os excitadores com na mesma frequência
  - Aplicação de diferentes frequências pelos excitadores
  - Paragem de um dos excitadores e medição no outro

### 3.5.2. Metodologia seguida

Após definição dos pontos da medir, da fixação da estrutura, do método de excitação da estrutura e montagem do equipamento laser procede-se à leitura dos pontos. O procedimento geral para a obtenção das frequências naturais nos diferentes componentes foi a seguinte:

O laser foi ligado e apontando para o primeiro ponto de medição. Em seguida a estrutura é excitada com uma pancada de martelo de impacto. Após o impacto é medida a resposta do sistema utilizando o vibrómetro laser, sendo a informação gerada guardada no portátil. De seguida desloca-se o ponto de leitura para o ponto seguinte e excita-se novamente a estrutura no ponto de excitação previamente definido. Este processo verifica-se até leitura completa de todos os pontos. Os dados gerados são agrupados e otimizados, de forma a reduzir o ruído, e outros problemas associados, como explicado anteriormente.

Após a otimização dos dados obtêm-se o espectro de resposta da placa e retiram-se os modos de vibração.

O processo até aqui descrito foi aplicado a todos os componentes obtendo os modos de vibração de cada um.

Na leitura com o diferencial o processo foi ligeiramente diferente pois está envolvido a utilização dos dois ramos do laser. O processo é em tudo semelhante ao anterior deste a excitação da estrutura à leitura dos pontos, só que neste caso os ramos do laser tem de estar apontados como indicado nas condições acima assumidas.

No ensaio que envolveu os excitadores eletrodinâmicos e o equipamento laser apontou-se cada um dos ramos do laser para cada um dos excitadores eletrodinâmicos (Figura 3.22).

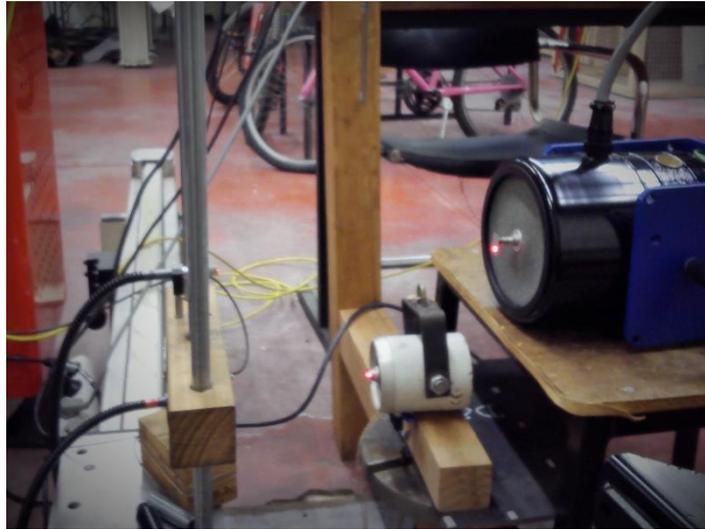


Figura 3.22 - Sistema de medição com excitadores eletrodinâmicos

O respetivo ensaio consistiu numa primeira fase em atuar os excitadores a uma mesma frequência e mediu-se a resposta do sistema.

Numa segunda fase utilizou-se diferentes frequências em cada um dos excitadores e mediu-se as respostas.

Também foi testado a situação em que um dos excitadores se mantinha ligado enquanto que o outro se encontrava desligado e mediram-se as respetivas respostas.



## 4. Apresentação e discussão dos resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos numericamente e experimentalmente. Relativamente aos resultados experimentais serão apresentados os resultados obtidos de cada análise individual a cada componente, do conjunto formado, e das medições efetuadas com a utilização da funcionalidade diferencial do equipamento laser.

Em relação aos resultados numéricos serão apresentados os resultados dos componentes individualmente para posterior comparação e análise em relação aos dados obtidos experimentalmente.

### 4.1. Resultados dos componentes individualmente

#### 4.1.1. Resultados experimentais

Para a placa 1 os resultados obtidos foram os seguintes Figura 4.1 e Tabela 3

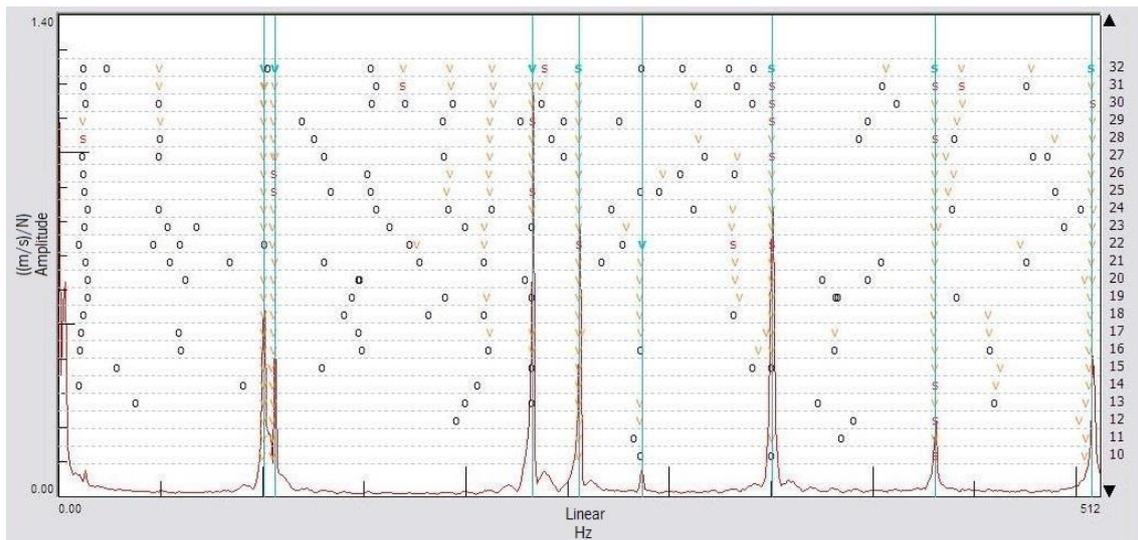


Figura 4.1 – Espectro de frequências da placa 1

As frequências naturais obtidas para a placa 1

Tabela 3 - Modos de vibração da placa 1

Modo de vibração	1	2	3	4	5	6
Frequência [Hz]	100	106	233	256	286	351

O espectro de frequências obtido relativamente à placa 2 está presente na Figura 4.2.

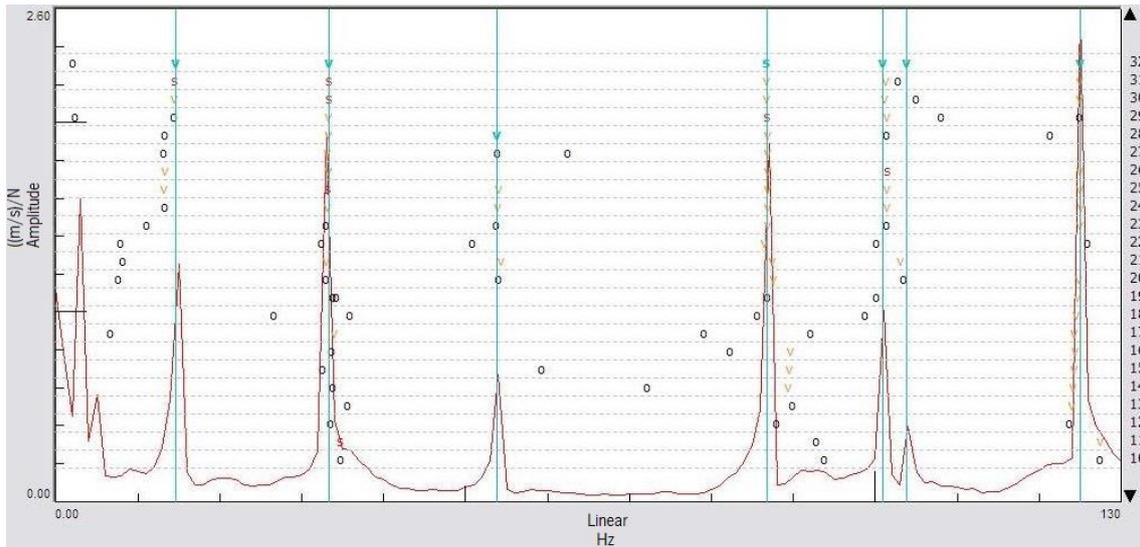


Figura 4.2 - Espectro de frequências da placa 2

Os valores das frequências naturais para a placa 2 foram os seguintes:

Tabela 4 - Modos de vibração da placa 2

Modo de vibração	1	2	3	4	5	6
Frequência [Hz]	15	33	54	87	101	104

Em relação ao ligador o espectro de frequência Figura 4.3:

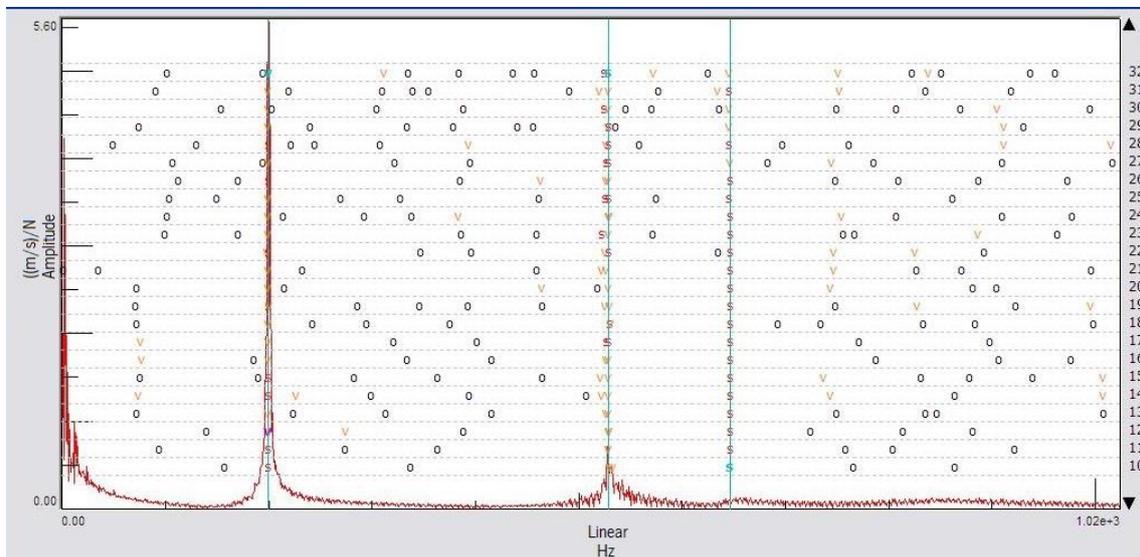


Figura 4.3 - Espectro de frequências do ligador

As frequências naturais obtidas no ligador:

Tabela 5 - Modos de vibração do ligador

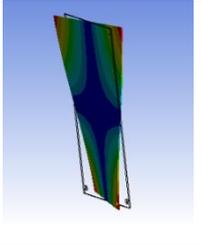
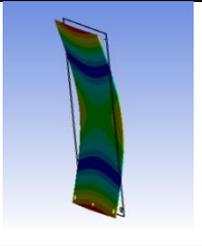
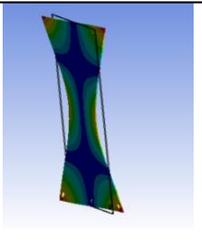
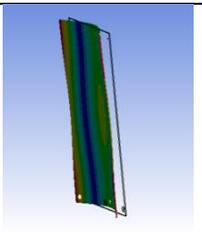
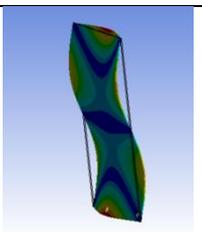
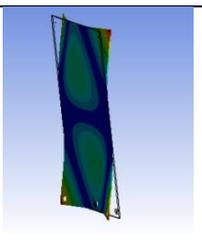
Modo de vibração	1	2	3
Frequência [Hz]	199	529	646

#### 4.1.2. Resultados Numéricos (ANSYS)

Os resultados obtidos numericamente para cada um dos componentes são:

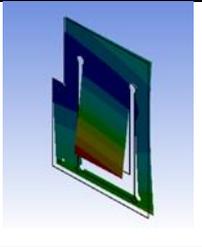
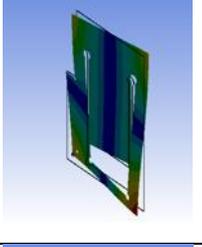
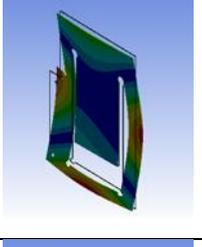
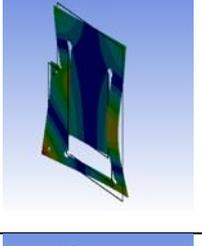
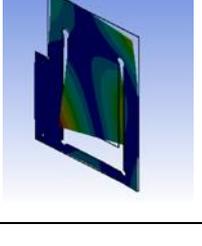
Para a placa 1:

Tabela 6 - Resultados numéricos da placa 1

Modo de Vibração	Frequência [Hz]	Forma
1	93	
2	97	
3	214	
4	228	
5	260	
6	311	

Para a placa 2 os resultados obtidos foram:

Tabela 7 - Resultados numéricos da placa 2

Modo de Vibração	Frequência [Hz]	Forma
1	13	
2	31	
3	50	
4	80	
5	90	
6	94	

Relativamente ao ligador os resultados obtidos foram:

Tabela 8 - Resultados numéricos do ligador

Modo de Vibração	Frequência [Hz]
1	189
2	503

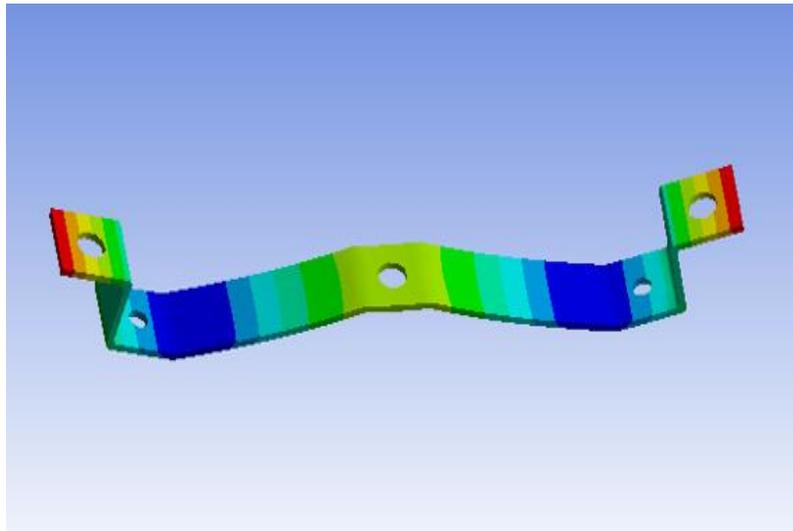


Figura 4.4 - 1º Modo de vibração do ligador 188Hz

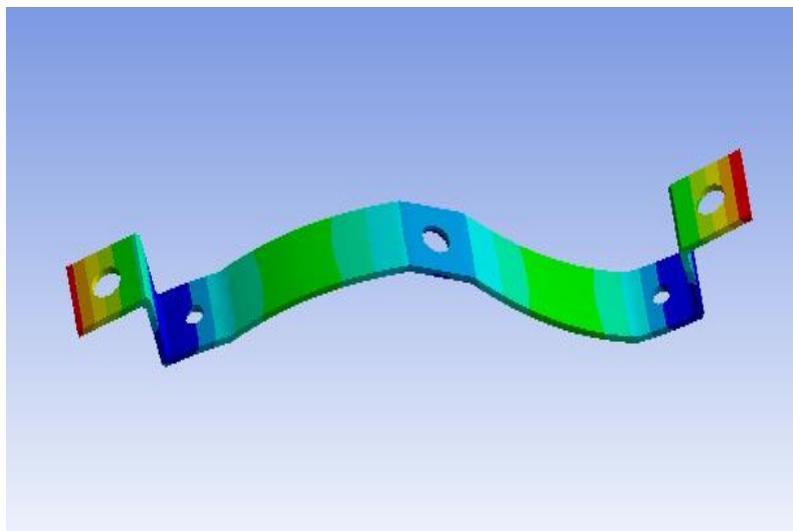


Figura 4.5 - 2º Modo de vibração do ligador 502Hz

#### 4.1.3. Discussão dos resultados

Os valores aproximados, das frequências naturais dos componentes, obtidos numericamente e experimentalmente estão presentes na Tabela 9.

Tabela 9 - Comparação entre resultados numéricos e experimentais

Placa 1 Experimental						
Modo de vibração	1	2	3	4	5	6
Frequência [Hz]	100	106	233	256	286	351
Placa 1 Numérico						
Modo de vibração	1	2	3	4	5	6
Frequência [Hz]	93	97	214	228	260	311
Placa 2 Experimental						
Modo de vibração	1	2	3	4	5	6
Frequência [Hz]	15	33	54	87	101	104
Placa 2 Numérico						
Modo de vibração	1	2	3	4	5	6
Frequência [Hz]	13	31	50	80	90	94
Ligador Experimental						
Modo de vibração	1	2				
Frequência [Hz]	199	529				
Ligador Numérico						
Modo de vibração	1	2				
Frequência [Hz]	189	503				

Como é possível observar pelos valores da Tabela 9, os valores obtidos experimentalmente não correspondem aos valores calculados numericamente. As principais razões para a diferença entre os valores obtidos podem estar relacionados com o facto de as características do modelo numérico não correspondem exatamente às características do modelo físico. Na prática não conseguimos obter um modelo físico perfeitamente plano, de espessura constante e com atravancamentos rigorosamente ortogonais entre si.

Outro caso a considerar são as divergências existentes associadas a erros na discretização dos componentes a nível numérico. A nível numérico, a análise dos componentes é realizada em condições de peça livre no espaço. Como experimentalmente não é possível recriar essas condições, a fixação ocorreu por suspensão dos modelos físicos por meio de cabos, o que implica que os resultados obtidos podem também ser afetados por este meio de suspensão.

Em comparação com o estudo realizado por Meireles[25], com os mesmos componentes mas utilizando acelerómetros como mecanismo de leitura e excitador eletrodinâmico como mecanismo de excitação, os resultados obtidos foram (Tabela 10, Tabela 11 e Tabela 12):

Para a placa 1:

Tabela 10 - Modos de vibração para a placa 1 com acelerómetros

Modo de vibração	1	2
Frequência [Hz]	98	103

Para a placa 2:

Tabela 11 - Modos de vibração para a placa 2 com acelerómetros

Modo de vibração	1	2
Frequência [Hz]	14	34

Para o ligador

Tabela 12 - Modos de vibração para o ligador com acelerómetros

Modo de vibração	1	2
Frequência [Hz]	289	131

A maior discrepância verificou-se nas frequências naturais do ligador. Neste caso, a diferença de valores para os obtidos com o laser está relacionado com o aumento de massa provocado pela colocação de acelerómetros no ligador.

## 4.2. Resultados do conjunto

Os resultados obtidos para o conjunto foram:

Tabela 13 – Resultados para o conjunto das peças utilizando laser

Modo de vibração	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frequência [Hz]	13	24	44	76	83	89	162	179	200	205

Para o mesmo conjunto mas com a utilização de acelerómetros:

Tabela 14 - Modos de vibração do conjunto com utilização de acelerómetros

Modo de vibração	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Frequência [Hz]	15	26	45	76	85	90	105	161	170	185	208

No mesmo componente, segundo Meireles[25], as frequências obtidas foram (Tabela 15):

Tabela 15 – Resultados com acelerómetro para o conjunto

Modo de vibração	1	2
Frequência [Hz]	17	20

#### 4.2.1. Discussão dos resultados do conjunto

Como se pode verificar nas tabelas 13 e 14, foram obtidos um maior número de resultados que os indicados nas análises anteriores, pois era necessário atingir os primeiros modos de vibração do ligador (aproximadamente  $200\text{Hz}$ ). Neste ensaio era esperado que fossem identificadas frequências idênticas às presentes em cada componente ensaiado individualmente, mas com alguma variação devido à influência dos diversos componentes nas frequências naturais do conjunto, o que de uma forma geral se verificou.

Outro aspeto importante era a comparação entre dois métodos de leitura diferentes; com laser (Tabela 13) e com acelerómetro (Tabela 14). Verificou-se que na medição laser não se identificaram as frequências de  $105\text{Hz}$  e de  $185\text{Hz}$ . Este facto pode ter sido originado pelo processo de excitação realizado pelo martelo de impacto instrumentado. O procedimento de excitação neste caso depende muito da perícia do utilizador. À exceção destas frequências, todas as outras estão muito próximas entre si. A ligeira diferença verificada pode estar relacionada com a adição de massa dos acelerómetros (4 gramas) que quando colados ao componente vão fazer variar a massa do total do conjunto. Este problema não se verifica na medição com laser, por ser uma técnica de leitura sem contacto, o que faz com que as frequências sejam ligeiramente mais baixas.

Comparando os resultados obtidos com os de Meireles[25](Tabela 15) também não se verificam grandes variações.

### 4.3. Resultados do diferencial

Os dados obtidos, utilizando a funcionalidade diferencial do equipamento laser (Figura 2.3), com o feixe de medição na placa 2 e o feixe de medição na placa 1 (M2R1) foram os seguintes (Figura 4.6):

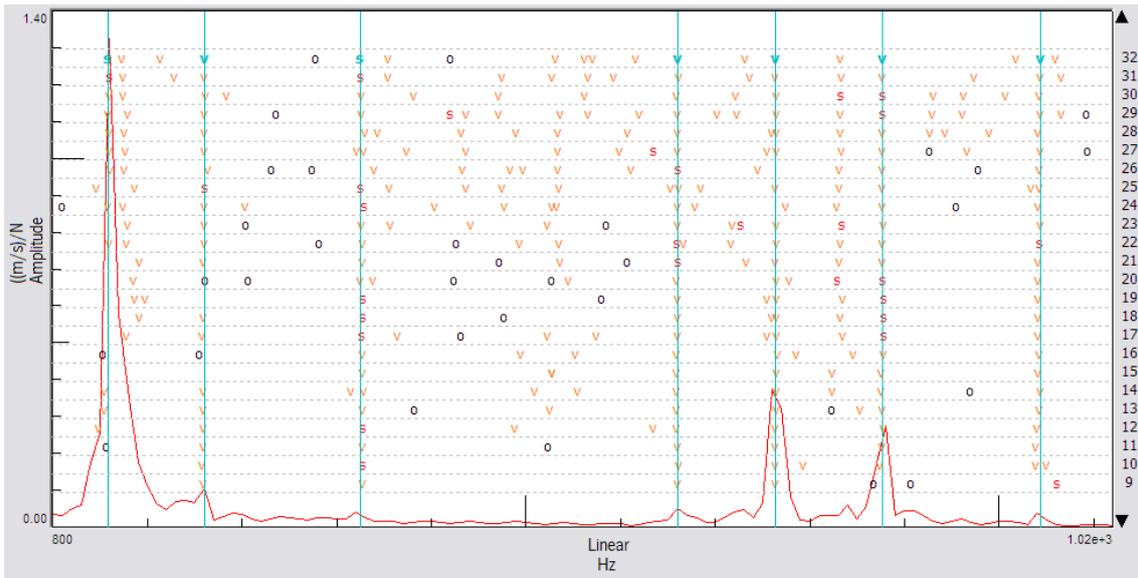


Figura 4.6 - Espectro de frequências do conjunto com diferencial (M2R1)

As frequências naturais obtidas para cada modo de vibração de M2R1 são (Tabela 16):

Tabela 16 – Modos de vibração M2R1

Modo de vibração	1	2	3	4	5	6	7
Frequência [Hz]	15	45	77	86	90	260	286

Utilizando igualmente a funcionalidade diferencial, mas trocando o posicionamento dos feixes laser (M1R2), obtiveram-se os resultados seguintes (Figura 4.7):

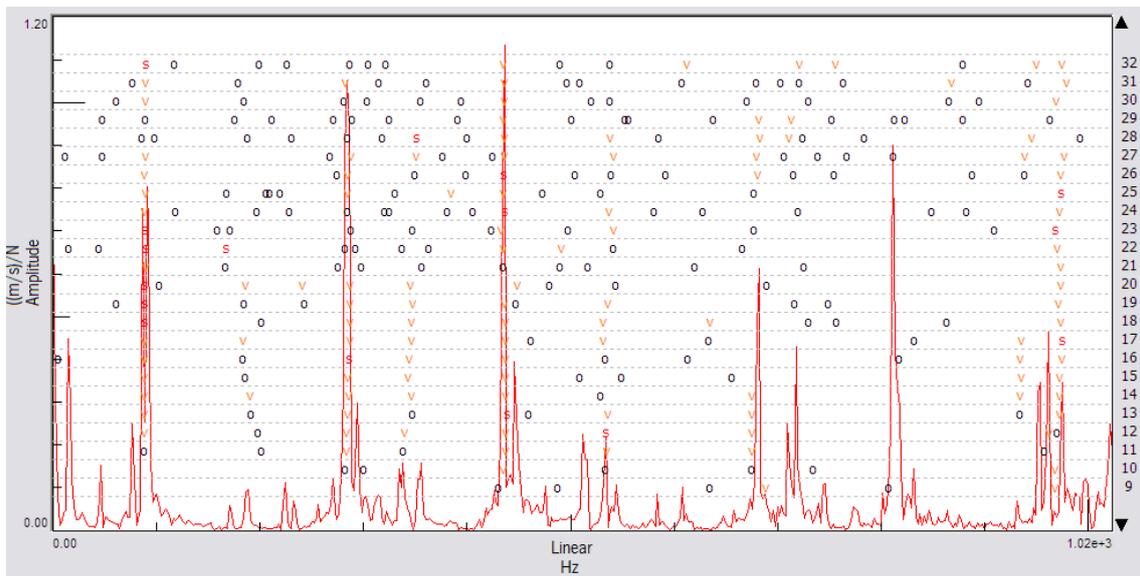


Figura 4.7 - Espectro de frequências do conjunto com diferencial (M1R2)

As frequências naturais correspondes aos modos de vibração de M1R2 estão presentes na Tabela 17.

Tabela 17 – Modos de vibração M1R2

Modo de vibração	1	2	3	4	5	6	7
Frequência [Hz]	15	46	77	86	170	187	282

#### 4.3.1. Ensaio com os excitadores eletrodinâmicos

No ensaio com os excitadores eletrodinâmicos utilizou-se um excitador a 100Hz e o outro a 50Hz (Figura 4.8). Como referido anteriormente a necessidade de execução deste ensaio está associada ao facto de os resultados de M2R1 e M1R2 não serem conclusivos em termos diferenciais.

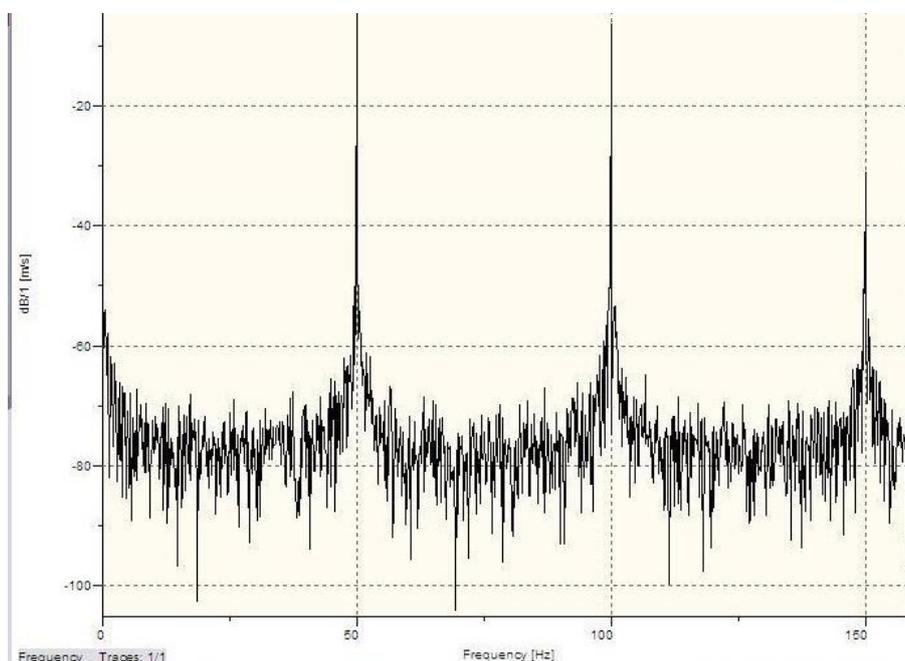


Figura 4.8 - Ensaio realizado com excitadores eletrodinâmicos

#### 4.4. Discussão dos resultados

Os dados obtidos utilizando o diferencial laser mas variando o posicionamento das cabeças do sensor estão resumidos na Tabela 18.

Tabela 18 - Dados comparativos referente ao diferencial

M2R1							
Modo de vibração	1	2	3	4	5	6	7
Frequência [Hz]	15	45	77	86	90	260	286
M1R2							
Modo de vibração	1	2	3	4	5	6	7
Frequência [Hz]	15	46	77	86	170	187	282

Nos ensaios de M2R1 e M1R2 foi necessário a obtenção de mais modos de vibração pois era importante ter os modos de vibração dos vários componentes daí ser necessário extrair até à frequência do primeiro modo de vibração do ligador – elemento que tem os modos de vibração mais elevados.

Nos resultados de M2R1 e M1R2 era previsto que aparecessem os modos de vibração que aparecem no conjunto excetuando os modos de vibração que são comuns aos diferentes componentes, mas tal não aconteceu. O que se verificou foi que os primeiros 4 modos de vibração apresentam valores idênticos de frequências e a partir daí os valores obtidos variam consideravelmente. Esta discrepância de valores obtidos pode estar relacionada com a qualidade da excitação provocada em ambos os ensaios, visto que com a utilização do martelo de impacto como fonte de excitação não há duas pancadas iguais.

Em relação aos resultados obtidos na utilização dos excitadores e medição com o diferencial era expectável que usando a medição diferencial, a frequência de  $100\text{Hz}$  não apareceria no gráfico pois seria anulada pelo primeiro harmónico da frequência de  $50\text{Hz}$  o que não se veio a verificar.

Num segundo ensaio com os excitadores eletrodinâmicos (Figura 3.22), mas utilizando um excitador a  $500\text{Hz}$  e o outro a  $510\text{Hz}$  (Figura 4.9) pode-se verificar a ocorrência de um fenómeno ondulatorio que acontece na presença de duas ondas com frequências muito próximas – o batimento (Anexo C).

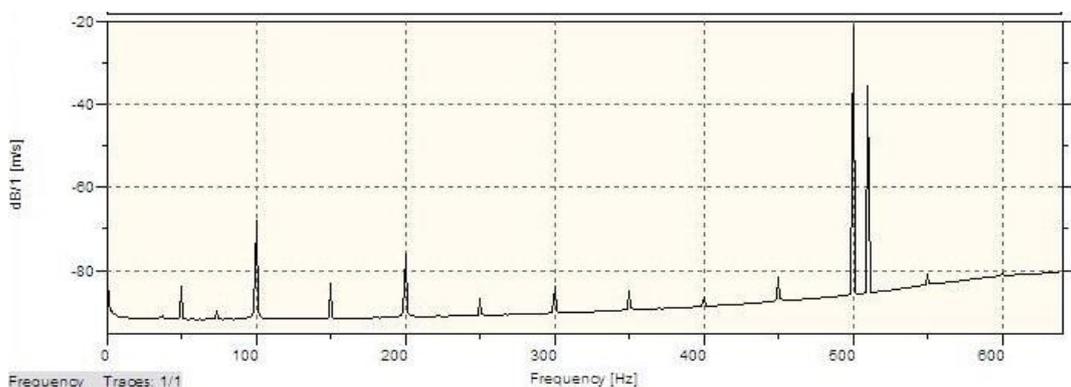


Figura 4.9 – Observação do fenómeno de batimento

O batimento observado (Figura 4.10) verifica-se em cada período a cada amplitude máxima observada (círculos a vermelho). O batimento é o movimento resultante da sobreposição das duas ondas que o geraram ( $500\text{Hz}$  e  $510\text{Hz}$ ), sendo o valor da sua frequência igual ao valor da diferença entre as duas frequências que lhe deram origem ( $10\text{Hz}$ ).

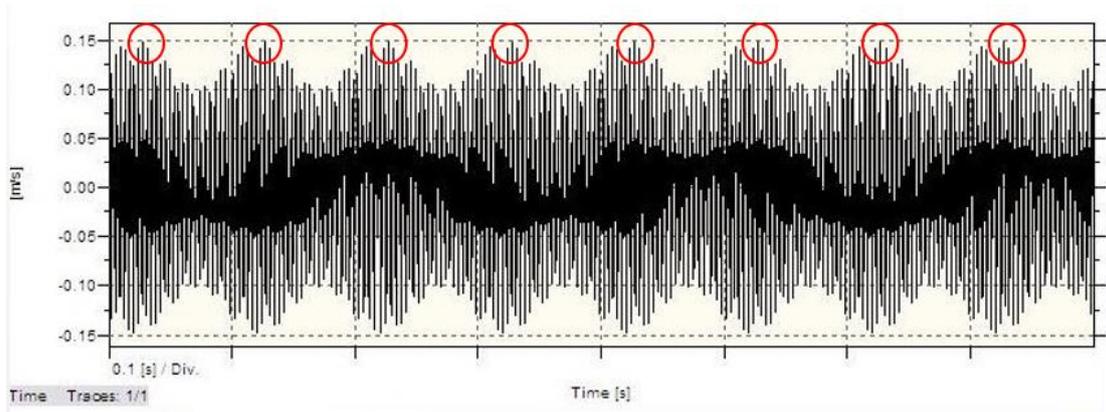


Figura 4.10 - Observação do fenómeno ondulatório - batimento

Mesmo depois dos ensaios realizados com os excitadores eletrodinâmicos, os resultados obtidos através destes não permitem extrapolar nenhuma solução para as medições obtidas nos modelos do segundo ensaio, concretamente M2R1 e M1R2.

Em relação à funcionalidade diferencial do laser, o que foi possível observar é que esta permite observar o fenómeno de batimento que ocorre quando as duas frequências apresentam valores que não são muito distantes.

## 5. Conclusões

O trabalho aqui desenvolvido pretende descrever a metodologia necessária à execução de um ensaio de análise modal experimental utilizando leitura sem contacto.

O sistema utilizado para caracterização do ensaio modal envolveu a utilização de um equipamento laser diferencial comumente designado de vibrómetro laser. A utilização do vibrómetro laser, em relação a outros métodos de medição de vibrações, permitiu a leitura dos dados de uma forma não intrusiva, o que em termos práticos significou que não houve alteração das propriedades físicas dos componentes devido à utilização do vibrómetro. Outra vantagem da utilização deste método de leitura é que é uma técnica que não precisa de grandes preparações dos componentes envolvidos para se efetuar a leitura dos dados a não ser a colocação de refletores no caso de estruturas não cooperantes em termos óticos. Para além disso, como não há nenhuma ligação física ao componente é bastante fácil e rápida a alteração entre os pontos a medir desde que se tenha as condições para tal.

Relativamente à execução dos ensaios experimentais verificaram-se alguns problemas, nomeadamente no posicionamento e fixação das ponteiros do equipamento laser principalmente quando se utilizou ambos as ponteiros em simultâneo – funcionalidade diferencial do laser. A dificuldade em fixar corretamente os sensores enfraquece a qualidade do sinal obtido tornando-o instável. O martelo de impacto foi outro elemento do sistema de ensaio que provocou redução na qualidade dos resultados obtidos. Como é uma técnica de aplicação manual, as pancadas produzidas não eram suficientemente precisas para excitar todos os modos de vibração pelo que muitas vezes foi necessário efetuar diversos batimentos em cada componente até que os resultados fossem aceitáveis.

Em relação aos resultados obtidos na utilização do vibrómetro laser pode-se concluir:

Na utilização da medição só com um sensor, os resultados obtidos, foram de um modo geral semelhante aos obtidos de forma numérica e aos obtidos utilizando outras técnicas de medição.

As diferenças nos resultados obtidos utilizando um só sensor de medição, em comparação com os dados obtidos numericamente podem ser explicados através de erros de manipulação nos ensaios e também na discretização do problema. As diferenças relativas a outros métodos de medição, nomeadamente a utilização de acelerómetros, é justificável através das diferenças existentes nas duas técnicas de medição. Esta diferença está principalmente no facto de que a

utilização de acelerómetros envolve a alteração das propriedades de massa o que em estruturas de pequenas dimensões e de massa reduzida como as utilizadas interfere nos resultados obtidos.

Em relação à utilização do diferencial laser é possível concluir que este nos permite observar o fenómeno do batimento, o qual só acontece na presença de duas ondas com frequências bastante perto uma da outra.

Em resumo, a utilização do vibrómetro laser, é uma técnica que se tem vindo a desenvolver ao longo dos tempos e que em relação a outras técnicas existentes apresenta serias vantagens, nomeadamente no tempo de execução dos ensaios experimentais e na não intrusividade do processo.

### **5.1. Trabalhos Futuros**

Relativamente a melhorias que se possam aplicar em ensaios futuros destaca-se:

Melhoria do sistema de suporte dos sensores laser, nomeadamente quando é utilizado o diferencial.

Aplicação a funcionalidade diferencial do laser para a verificação do batimento num caso prático.

Desenvolvimento de um mecanismo que permita a deslocação dos sensores, ao longo da estrutura, de forma autónoma e em pontos pré-definidos.

Utilização de um sistema de varrimento que permita obter de uma forma mais fácil os modos de vibrações dos componentes em análise.

## 6. Bibliografia

1. Nassif, H.H., M. Gindy, and J. Davis, *Comparison of laser Doppler vibrometer with contact sensors for monitoring bridge deflection and vibration*. NDT & E International, 2005. **38**(3): p. 213-218.
2. Longo, R., et al., *A method for crack sizing using Laser Doppler Vibrometer measurements of Surface Acoustic Waves*. Ultrasonics, 2010. **50**(1): p. 76-80.
3. Sánchez-Aparicio, L.J., et al., *The combination of geomatic approaches and operational modal analysis to improve calibration of finite element models: A case of study in Saint Torcato Church (Guimarães, Portugal)*. Construction and Building Materials, 2014. **70**(0): p. 118-129.
4. Righini, G.C., *An Introduction to Optoelectronic Sensors*. 2009: World Scientific Publishing Company.
5. Jackson, S., *Proposed Pixel for Custom Laser Doppler Vibrometry Camera*. 2011, The University of Nottingham.
6. Castellini, P., M. Martarelli, and E.P. Tomasini, *Laser Doppler Vibrometry: Development of advanced solutions answering to technology's needs*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006. **20**(6): p. 1265-1285.
7. <http://www.polytec.com/eu/products/vibration-sensors/single-point-vibrometers/modular-systems/ofv-55x-fiber-optic-sensor-head/>. [acedido em 13/10/2013].
8. [http://www.polytec.com/fileadmin/user\\_uploads/Products/Vibrometers/OFV-55X/Documents/OM\\_DS\\_OFV-551552\\_2014\\_02\\_500\\_E.pdf](http://www.polytec.com/fileadmin/user_uploads/Products/Vibrometers/OFV-55X/Documents/OM_DS_OFV-551552_2014_02_500_E.pdf). [acedido em 25/11/2014].
9. Stoffregen, B. and A. Felske, *Scanning laser Doppler vibration analysis system*, SAE Technical Paper Series 850327 1981.
10. Halliwell, N.A., C.J.D. Pickering, and P.G. Eastwood, *J. Sound Vib.*, **93**, 588. 1984.
11. Gasparetti, M. and G.M. Revel, *The influence of operating conditions on the accuracy of in-plane laser Doppler velocimetry measurements*. Measurement, 1999. **26**(3): p. 207-220.
12. Drain, L.E., *The laser doppler technique*. 1980: J. Wiley.
13. Fu, Z.-F. and J. He, *Modal analysis*. 2001: Butterworth-Heinemann.

14. Avitabile, P., *Experimental Modal Analysis - A Simple Non-Mathematical presentation*. Draft Document for Sound & Vibration Magazine.
15. Meireles, J., *Apontamentos de Estruturas - Dinâmica de Estruturas*.
16. Ewins, D.J., *Modal testing: theory, practice, and application*. 2000: Research Studies Press.
17. Schwarz, B.J. and M.H. Richardson, *Experimental Modal Analysis*. 1999, Vibrant Technology, Inc: CSI Reliability Week, Orlando, FL.
18. de Silva, C.W., *Vibration Monitoring, Testing, and Instrumentation*. 2007: Taylor & Francis.
19. Harris, C.M. and A.G. Piersol, *Harris' shock and vibration handbook*. Vol. 5. 2002: McGraw-Hill New York.
20. Moaveni, S., *Finite Element Analysis Theory and Application with Ansys*. 2003, Pearson Education International, Upper Saddle River, New Jersey.
21. Rao, S.S., *Mechanical Vibrations*. 2011: Prentice Hall PTR.
22. Maia, N.M.M. and J.M.M. Silva, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. 1997: Research Studies Press Limited.
23. Leal, R.P.M., *Modelação por Desacoplamento Dinâmico*. 1994, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.
24. Silva, J.M.M. and N.M.M. Maia, *Modal Analysis and Testing*. 1999: Springer Netherlands.
25. Meireles, J., *Análise Dinâmica de Estruturas por Modelos de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente*. 2007, Tese de Doutoramento, Universidade do Minho.
26. Zienkiewicz, O.C., *The Finite Element Method*. 4th ed. 1987: McGraw-Hill, London.
27. RAO, S.S., *The Finite Element Method in Engineering*. 2011: Elsevier Science.
28. <http://blog.prosig.com/wp-content/uploads/2013/02/setupFinal.jpg> [acedido em 25/11/2014].
29. <http://www.polytec.com/eu/solutions/vibration-measurement/basic-principles-of-vibrometry/>. [acedido em 8/10/2013].
30. Halliday, D., R. Resnick, and J. Walker, *Fundamentos de física: volume 2 : gravitação, ondas e termodinâmica*. 2009: LTC.
31. Gill, T.P., *The Doppler effect: an introduction to the theory of the effect*. 1965: Logos Press.
32. [http://www.sem.org/pdf/oliver\\_3d%20scanning%20vibrometry.pdf](http://www.sem.org/pdf/oliver_3d%20scanning%20vibrometry.pdf). [acedido em 14/10/2013].
33. Facão, M., *Interferómetro de Michelson: Princípios físicos e aplicações*. 1999.

34. [http://www.cqe.northwestern.edu/sk/SK-Papers/B5\\_lutchapter\\_2003.pdf](http://www.cqe.northwestern.edu/sk/SK-Papers/B5_lutchapter_2003.pdf). [acedido em 7/10/2013].
35. Osten, W., *Optical Inspection of Microsystems*. 2007: CRC/Taylor & Francis.
36. Schreiner, M.S.M.S.R., *Handbook of the use of lasers in conservation and conservation science*. 2008, Brussels: COST office.
37. Gåsвик, K.J., *Optical Metrology*. 2003: Wiley.
38. Pinto, N.J.d.M., *Implementação de Algoritmos em FPGA para Estimação de Sinal em Sinais Óticos Coerentes*. 2009, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
39. Steel, W.H., *Interferometry*. 1983: Cambridge University Press.
40. Bass, M. and O.S.o. America, *Handbook of Optics, Third Edition*. McGraw-Hill.
41. <http://efisica.if.usp.br/optica/universitario/interferencia/young/>. [acedido em 8/10/2013].
42. Zílio, S.C., *Óptica moderna: fundamentos e aplicações*. 2009: Instituto de Física de São Carlos.
43. Scruby, C.B. and L.E. Drain, *Laser Ultrasonics: Techniques and Applications*. 1990: A. Hilger.
44. Polytec, *Fiber-Optic Vibrometer Sensor Head OFV-551/-552 User Manual*.
45. Inman, D.J., *Engineering Vibrations*. 2008: Pearson Prentice Hall.
46. Meirovitch, L., *Fundamentals of Vibrations*. 2001: McGraw-Hill Higher Education.
47. Taylor, J.I., *The Vibration Analysis Handbook: A Practical Guide for Solving Rotating Machinery Problems*. 2003: Vibration Consultants, Incorporated.
48. Nussenzveig, H.M., *Física básica 2*. 1981, São Paulo: Edgard Blucher.
49. Resnick, R., D. Halliday, and A.M.R. Luz, *Física 2: Robert Resnick, David Halliday ; tradução de Antônio Maximo R. Luz ... [et al.]*. 1983: LTC.
50. <http://www.pcb.com/Products.aspx?m=086C01>. [acedido em 15/12/2014].



## A. ANEXO A – MOVIMENTO HARMÓNICO SIMPLES



**Movimento Harmónico Simples**

A vibração harmónica de um sistema com um grau de liberdade é o tipo de movimento fundamental e é a base para a compreensão de sistemas mais sofisticados [13]. Todo o movimento harmónico é periódico, ou seja, repete-se em certa altura do tempo [47]. É através da análise das séries de Fourier sabemos que a vibração periódica consiste num número finito de vibrações harmónicas cujas frequências são múltiplas da frequência fundamental [13]. O movimento harmónico pode ser expresso através da equação:

$$x(t) = X \sin \omega t \quad (\text{A-1})$$

representando  $x(t)$  o deslocamento,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  a frequência e  $T = \frac{1}{f}$  o período. A equação

(A-1) pode ser então reescrita:

$$x(t) = X \sin\{2\pi f \times (t)\} \quad (\text{A-2})$$

Para além do deslocamento é possível obter a velocidade e a aceleração derivando a equação (A-2) em relação ao tempo. Derivando a equação (A-2) uma vez obtemos a velocidade (equação A-3), a qual pode ser expressa através da equação:

$$v(t) = \dot{x}(t) = X \times 2\pi f \times \sin\{2\pi f \times (t)\} \quad (\text{A-3})$$

Derivando novamente em relação ao tempo obtemos:

$$a(t) = \ddot{x}(t) = X \times (2\pi f)^2 \times \sin\{2\pi f \times (t)\} \quad (\text{A-4})$$



## B. ANEXO B – BATIMENTO



### Batimento

O batimento é um fenómeno resultante da sobreposição de duas ondas que se propagam numa mesma direção com frequências ligeiramente diferentes[48, 49]. Este fenómeno ondulatório (Figura B.1) resulta da interferência entre duas ondas no mesmo espaço de tempo, dando origem a uma terceira onda.

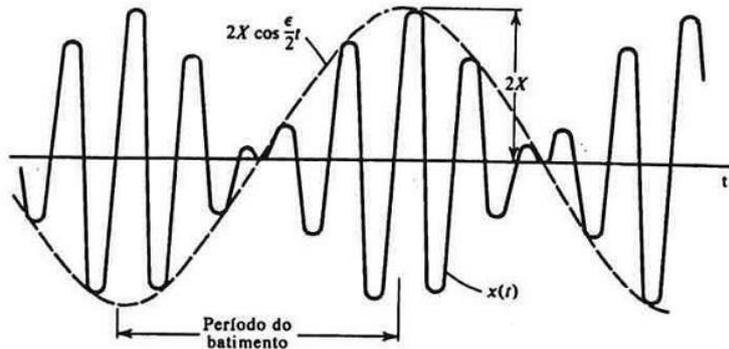


Figura B.1 - Fenómeno ondulatório do batimento[15]

Considerando o movimento  $x(t)$  como o movimento resultante da sobreposição de  $x_1$  e  $x_2$ :

$$x_1 = X \cos \omega t \quad (\text{B-1})$$

e

$$x_2 = X \cos((\omega + \varepsilon)t) \quad (\text{B-2})$$

Obtém-se:

$$x(t) = x_1 + x_2 = X \cos \omega t + x_2 = X \cos((\omega + \varepsilon)t) \quad (\text{B-3})$$

Podendo a equação (B-3) ser escrita na forma:

$$x(t) = 2X \cos \frac{\varepsilon}{2} t + \cos((\omega + \frac{\varepsilon}{2}) t) \quad (\text{B-4})$$

A frequência do batimento pode ser obtida através de:

$$f_B = f_2 - f_1 = \frac{\omega + \varepsilon}{2\pi} - \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\varepsilon}{2\pi} \quad (\text{B-5})$$

A frequência do batimento vai ser igual à diferença entre as duas frequências que estão na sua origem.



## C. ANEXO C - RESULTADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE



**Placa 1**

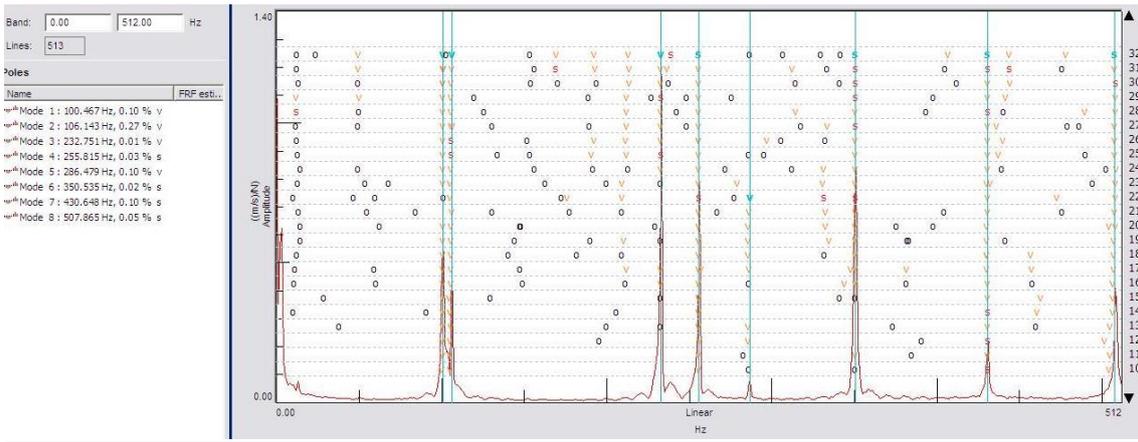


Figura C.1 – Modos de vibração placa 1

**Placa 2**

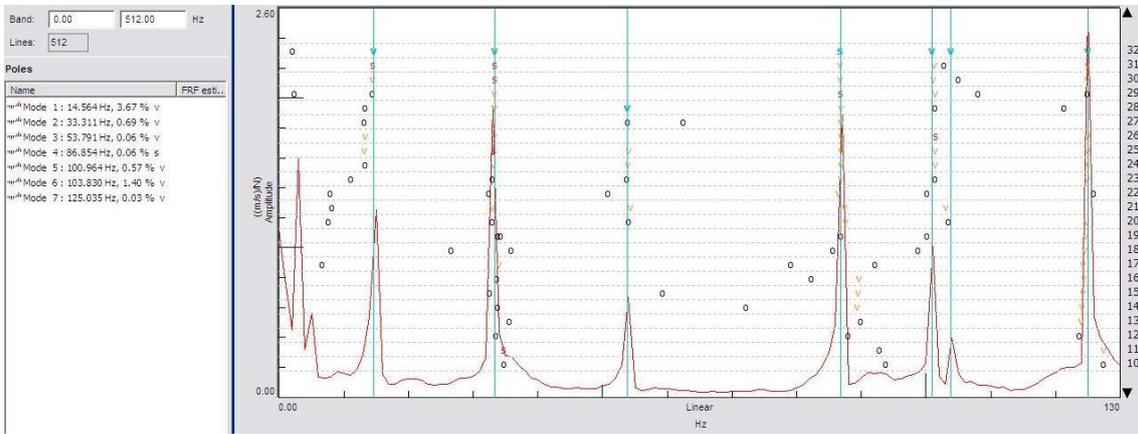


Figura C.2 - Modos de vibração da placa 2

**Ligador**

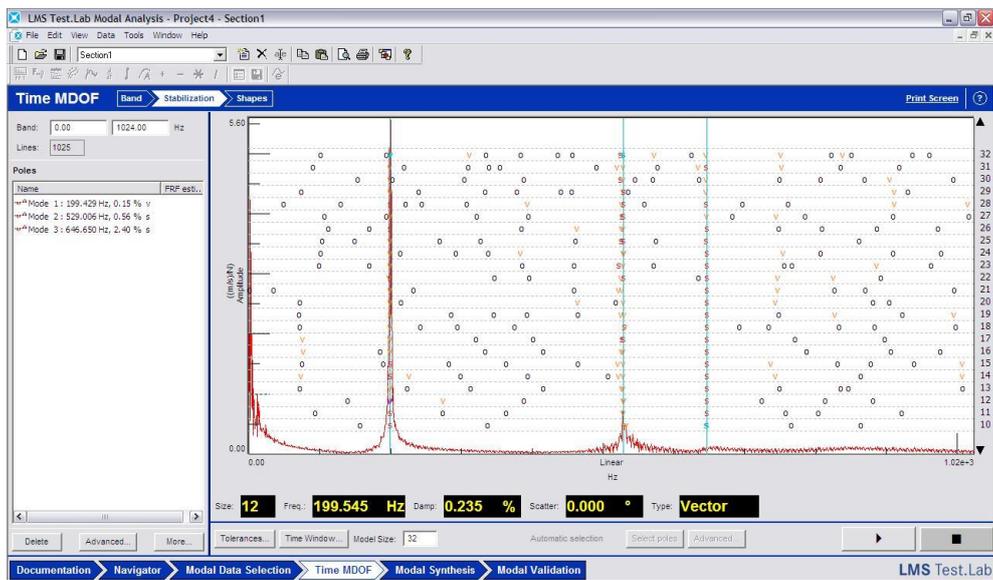


Figura C.3 - Modos de vibração do ligador

Conjunto

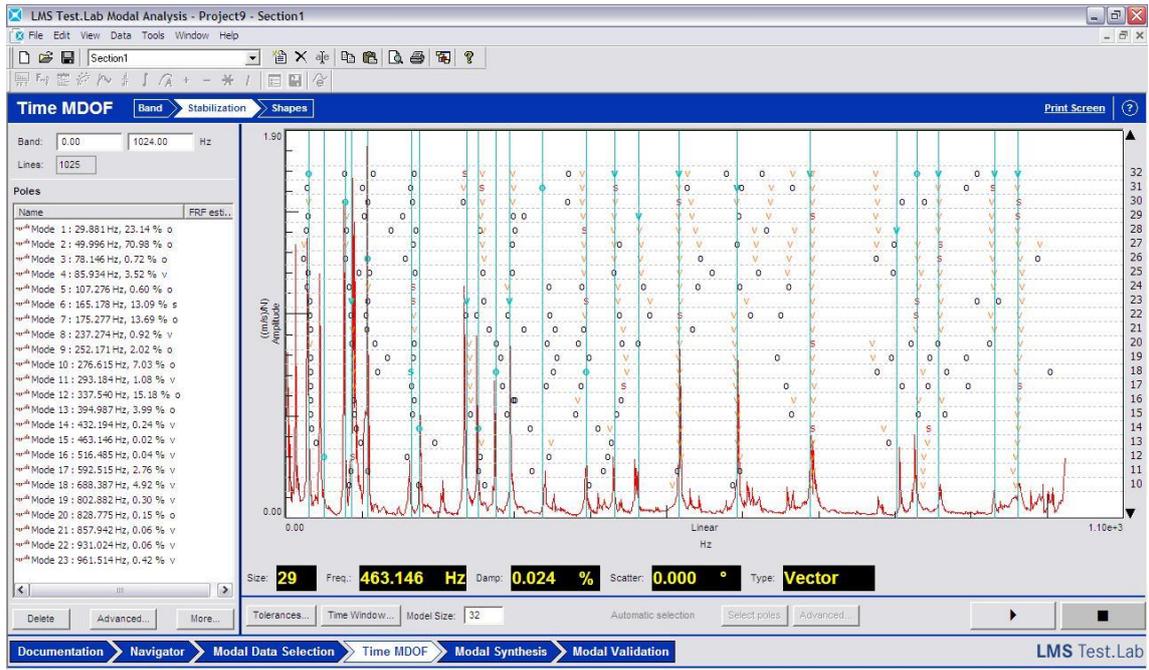


Figura C.4 – Modos de vibração do conjunto

M2R1

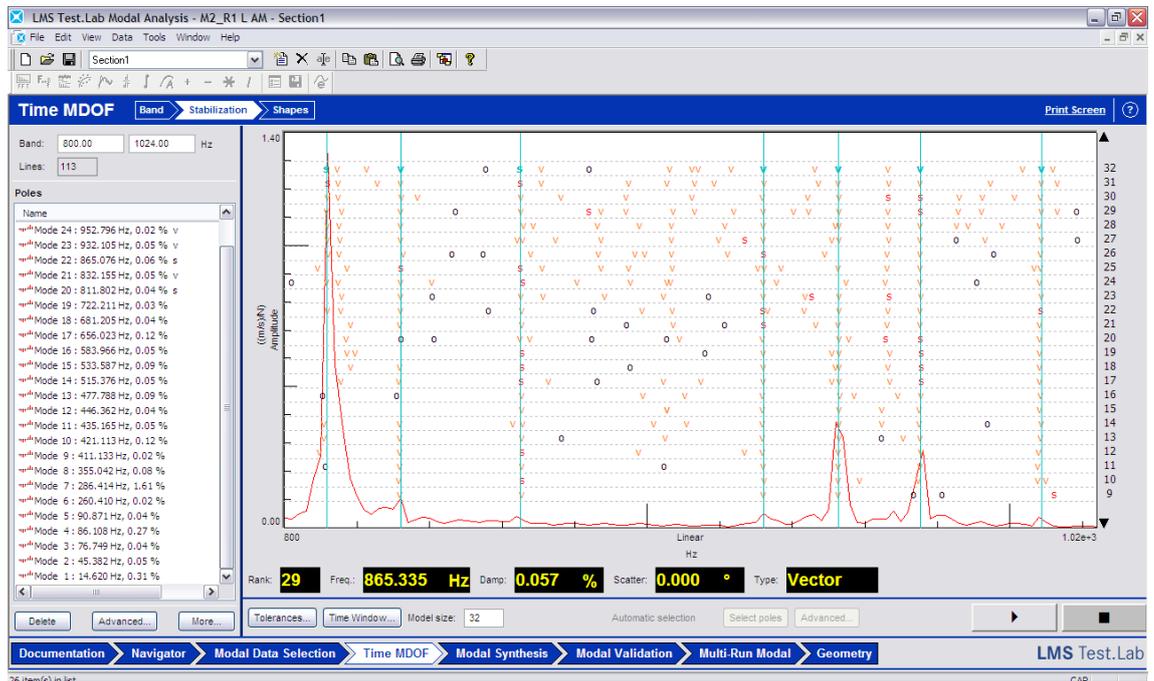


Figura C.5 - Modos de vibração de M2R1

**M1R2**

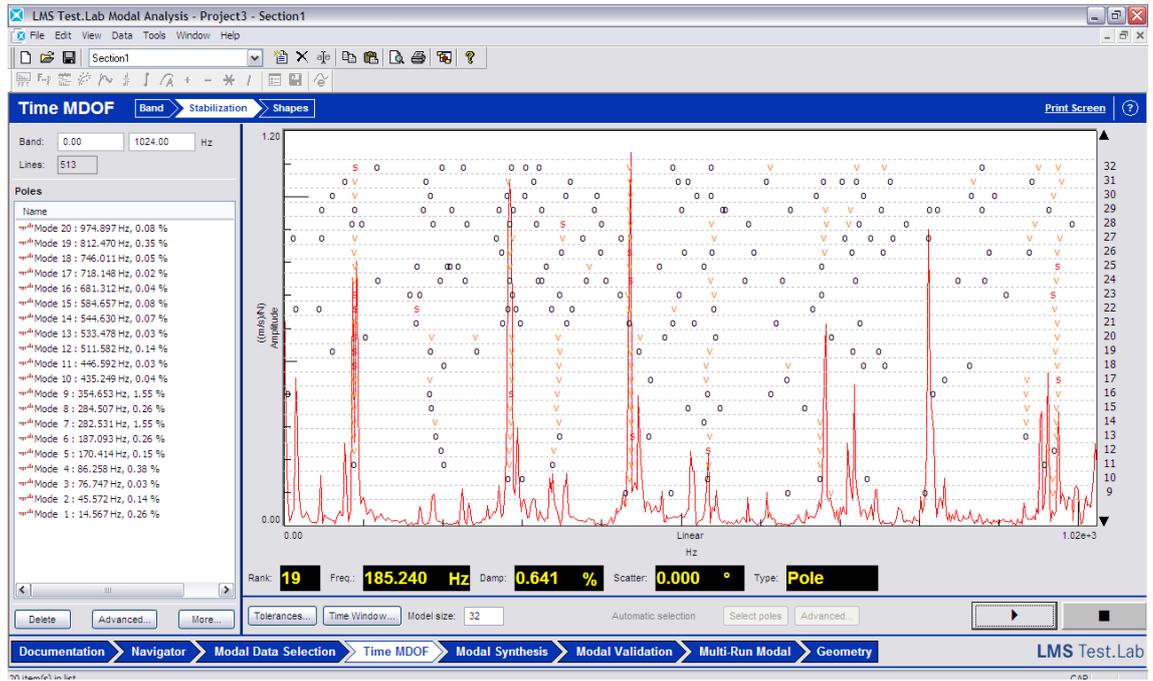


Figura C.6 - Modos de vibração de M1R2

**Excitadores Eletrodinâmicos (100Hz e 50Hz)**

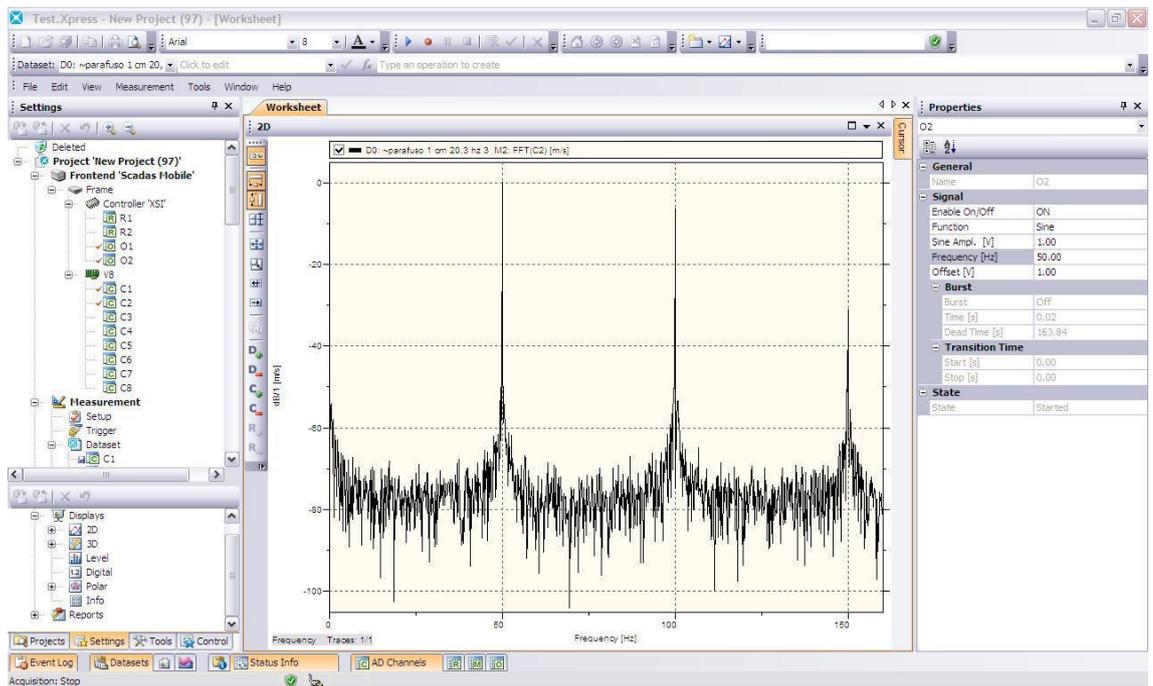


Figura C.7 - Ensaio com excitadores eletrodinâmicos

**Excitadores eletrodinâmicos (500Hz e 510Hz)/observação do batimento**

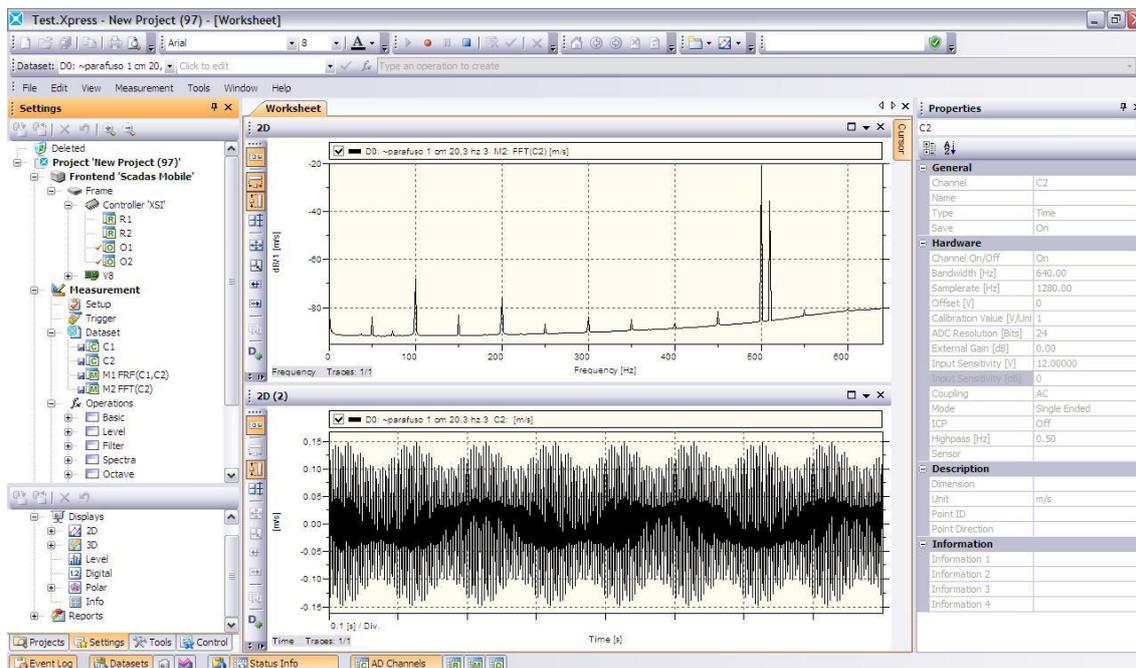


Figura C.8 – Ensaio com excitadores a 510Hz e 500 Hz

## D. ANEXO D – CARACTERÍSTICAS DOS EQUIPAMENTOS



Equipamento laser (*Polytec OFV 551-552 Fiver Vibrometer*)[44]**Laser**

Laser type:	Helium-neon
Wavelength:	633 nm
Cavity length:	204 mm $\pm$ 1 mm
Laser class:	2
Laser power:	< 1 mW

**OFV-551**

Length of the fiber cable:	1 000 mm, 2 000 mm, 3 000 mm
Minimum bending radius:	54 mm

**OFV-552**

Length of the fiber cable from the housing to the Y branch:	500 mm, 1 500 mm, 2 500 mm
Length of the fiber cable from the Y branch to the fiber head:	500 mm
Minimum bending radius:	54 mm

**OFV-552 Sensor Head**

Visibility maxima (in mm) for l = 204 mm					
0	1 632	3 264	4 896	6 528	8 160
204	1 836	3 468	5 100	6 732	8 364
408	2 040	3 672	5 304	6 936	8 568
612	2 244	3 876	5 508	7 140	8 772
816	2 448	4 080	5 712	7 344	8 976
1 020	2 652	4 284	5 916	7 548	9 180
1 224	2 856	4 488	6 120	7 752	9 384
1 428	3 060	4 692	6 324	7 956	...

**Martelo de Impacto (PCB model 086c01)**

Tabela 19 - Características do martelo de impacto[50]

	ENGLISH	SI	
<b>Performance</b>			
Sensitivity ( $\pm 15\%$ )	50 mV/lbf	11.2 mV/N	
Measurement Range	$\pm 100$ lbf pk	$\pm 444$ N pk	
Resonant Frequency	$\geq 15$ kHz	$\geq 15$ kHz	
Non-Linearity	$\leq 1\%$	$\leq 1\%$	
<b>Electrical</b>			
Excitation Voltage	20 to 30 VDC	20 to 30 VDC	
Constant Current Excitation	2 to 20 mA	2 to 20 mA	
Output Impedance	<100 Ohm	<100 Ohm	[1]
Output Bias Voltage	8 to 14 VDC	8 to 14 VDC	
Discharge Time Constant	$\geq 500$ sec	$\geq 500$ sec	[1]
<b>Physical</b>			
Sensing Element	Quartz	Quartz	
Sealing	Epoxy	Epoxy	
Hammer Mass	0.23 lb	0.10 kg	
Head Diameter	0.62 in	1.57 cm	
Tip Diameter	0.25 in	0.63 cm	
Hammer Length	8.5 in	21.6 cm	
Electrical Connection Position	Bottom of Handle	Bottom of Handle	
Extender Mass Weight	0.9 oz	25 gm	
Electrical Connector	BNC Jack	BNC Jack	

## E. ANEXO E - DESENHOS TÉCNICOS