TRABALHO COLABORATIVO COMO FONTE DE RECURSOS PARA A AULA DE MATEMÁTICA – O CASO DO ENSINO DE FRAÇÕES

Paula Cardoso & Ema Mamede

CIEC, Universidade do Minho

p.cardoso.sousa@netcabo.pt / emamede@ie.uminho.pt

Resumo: As mais recentes orientações para a Matemática no Ensino Básico preconizam o contacto aprofundado com as frações ainda durante o 1.º ciclo. Estas orientações preveem a abordagem aos significados quociente, parte-todo, medida e operador. Face à tradicional abordagem ao tema das frações reduzida aos significados parte-todo e operador, torna-se pertinente investigar se as atuais práticas de ensino dos professores refletem aquelas orientações. A investigação aqui apresentada procurou responder às seguintes questões: Como abordam os professores em sala de aula recursos que encontram no contexto formativo facultado pelo trabalho colaborativo? Como abordam os professores os diferentes significados de fração (quociente, parte-todo, medida e operador) nas suas aulas? Que dificuldades apresentam nessa abordagem? Os resultados da observação de aulas de um professor do 1.º ciclo, enquanto participante de um programa de trabalho colaborativo, e subsequente análise qualitativa dos dados recolhidos, revelam dificuldades na abordagem aos significados de fração. Designadamente, assiste-se a uma divergência entre a apreensão e intenção de aplicação dos recursos disponibilizados durante as sessões de preparação de aulas e a efetiva implementação destes em sala de aula. Estes resultados sugerem a necessidade de que, a par da promulgação de novas diretrizes curriculares, sejam regularmente promovidos programas de apoio, de forma continuada, junto da comunidade docente, de forma a garantir maior convergência entre currículo e práticas de ensino.

Palavras-chave: trabalho colaborativo, ensino de frações, conhecimento do professor.

Introdução

Possuir um completo conceito de fração pressupõe saber-se representar e operar com frações em diferentes significados ou interpretações (Nunes, Bryant, Pretzlik, Wade, Evans & Bell, 2004). Em Portugal, as orientações curriculares mais recentes (DGE, 2012, 2013; DGIDC, 2007) antecipam uma abordagem aprofundada ao conceito de fração para o 1.º ciclo do Ensino Básico, ainda que estes documentos apresentem abordagens distintas àquele conceito. De acordo com as orientações curriculares da DGIDC (2007), os alunos deverão tomar contacto com diferentes significados ou interpretações de fração, nomeadamente com os significados quociente, parte-todo, operador. Além de dominar os diferentes significados, espera-se que os professores sejam capazes de, desejavelmente, dominar a representação, a equivalência e a ordenação de frações nas diferentes interpretações. Mais recentemente, DGE (2012, 2013) privilegia o contacto com o significado de medida, focando a atenção na marcação de frações na reta numérica. Tradicionalmente, porém, a abordagem ao conceito de fração em sala de aula recai eminentemente, ou mesmo exclusivamente, sobre a abordagem aos significados parte-todo e operador (Monteiro, Pinto & Figueiredo, 2005). Face às orientações curriculares recentes, é então pertinente questionar-se: como é abordado, atualmente, o conceito de fração por parte dos professores do 1.º ciclo? Neste contexto, como é que o professor gere e mobiliza os recursos que lhe são disponibilizados através de sessões de trabalho colaborativo?

Revisão de literatura

O trabalho colaborativo com professores

Vários autores sublinham a importância do trabalho colaborativo entre professores como forma de promoção do desenvolvimento profissional (Day, 2001; Hargreaves, 1998; Ponte, 1998; Saraiva & Ponte, 2003). Outros ainda referem vantagens do trabalho colaborativo entre professores e investigadores (Lieberman, 1992; Ponte, 1998).

Saraiva e Ponte (2003) referem que a colaboração entre professores e investigadores favorece uma desejável aproximação entre a prática profissional do professor e a investigação educacional, entre as escolas e as universidades. Os autores distinguem três fatores com potencial para promover o desenvolvimento profissional: "o enquadramento favorável à experimentação e ao desenvolvimento profissional; o trabalho colaborativo desenvolvido de uma forma reflexiva, de acordo com o ritmo, as necessidades e os interesses, no contexto natural do trabalho da escola; e o desejo de inovar e fazer melhor" (p. 25).

Boavida e Ponte (2002) salientam que o "simples facto de diversas pessoas atuarem em conjunto não significa que se esteja, necessariamente, perante uma situação de colaboração" (p. 3). Na perspetiva destes últimos autores, é adequado utilizar o termo colaboração quando um conjunto de pessoas trabalha, "não numa relação hierárquica, mas numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e a atingirem objetivos comuns que a todos beneficiem" (p. 3). Para os autores, no trabalho de colaboração existem necessariamente interesses comuns, partilhados por todos os intervenientes. Para além disso, favorece-se o reconhecimento dos objetivos individuais específicos de cada membro da equipa, sejam aqueles explícitos ou implícitos (Boavida & Ponte, 2002). Sobre a convivência entre os intervenientes, recorrentemente se destaca na literatura o papel essencial da confiança (Boavida & Ponte, 2002; Hargreaves, 1998), não só a confiança nos outros elementos do grupo, mas também a autoconfiança (Boavida & Ponte, 2002). A existência de diálogo entre os participantes é também, por outro lado, uma ideia frequente na literatura quando se aborda o tema da colaboração. Neste sentido, Boavida e Ponte (2002) salientam que "à medida que uma voz se entrelaça com outras vozes, a compreensão enriquece-se e a conversação torna-se cada vez mais informada" (p. 7).

O trabalho colaborativo entre professores afigura-se assim como um contexto propício à confrontação de ideias e de metodologias didáticas, promovendo-se deste modo a partilha de recursos educativos e a análise e discussão dos mesmos. Contudo, e no caso específico do ensino das frações, como gerem e mobilizam os professores os recursos disponibilizados neste contexto?

O conhecimento do professor sobre as frações

É amplamente aceite a ideia de que existe um conjunto de conhecimentos que são específicos para o ensino (Ball, Thames & Phelps, 2008; Shulman, 1986). Shulman (1986) sugere uma classificação do conhecimento para ensinar composta por três categorias: *conhecimento de conteúdo, conhecimento pedagógico de conteúdo* e *conhecimento curricular*. Mais recentemente, Ball, Thames e Phelps (2008), refinando a taxonomia original apresentada por Shulman (1986), consideram entre outros aspetos, o *conhecimento de conteúdo especializado*, o *conhecimento de conteúdo e alunos*, e ainda o *conhecimento de conteúdo e ensino*. O conhecimento matemático para o ensino é naturalmente fundamental para o desenvolvimento de boas práticas docentes. O professor necessita de possuir, não só um conhecimento sólido dos conteúdos a ensinar, mas também conhecimento didático, i.e, conhecimento que possibilita o uso bem-sucedido do conhecimento matemático no ensino (Ball, Hill & Bass, 2005; Ball, Lubienski & Mewborn, 2001; Connell, 2009). A este respeito, o *National Council of Teachers of Mathematics* argumenta que "[…] para serem eficientes, os professores devem [nomeadamente] saber e compreender profundamente a matemática que ensinam e ser capazes de utilizar os seus conhecimentos de forma flexível no decurso das suas atividades didáticas" (NCTM, 2007, p. 17).

Particularmente sobre o ensino de números racionais, estudos centrados no conhecimento dos professores sugerem que estes são consideravelmente menos confiantes e menos bem-sucedidos no domínio dos números racionais do que no domínio dos números inteiros (Ball, Hill & Bass, 2005). No âmbito do *Rational Number Project (RNP)*, Post, Harel, Behr e Lesh (1991) conduziram um estudo em que participavam 218 professores (níveis 4-6), pretendendo-se traçar o perfil dos mesmos relativamente ao seu conhecimento sobre os números racionais. Os autores identificaram dificuldades diversas, nas quais se incluem dificuldades com as interpretações de fração e com a ordenação e equivalência de frações. Post *et al.* (1991) sublinharam o facto de os professores manifestarem dificuldades em apresentar explicações pedagógicas adequadas para cálculos efetuados por eles próprios no âmbito dos números racionais. No âmbito do projeto *Conceptual Adjustments in Progressing from Whole to Non-negative Rational Numbers* (*CAPWN*), Tirosh, Fischbein, Graeber e Wilson (1998) procuraram avaliar o conhecimento de alunos da formação inicial de professores relativamente aos números racionais. Na primeira parte do estudo participaram 147 futuros professores do ensino elementar. Estes autores sublinham que o conhecimento dos alunos da formação inicial é segmentado e rígido, nomeadamente na redução da Matemática a uma coleção de técnicas de cálculo desprovidas de justificação formal, e muitas vezes até utilizadas de forma intuitiva. Mais ainda, concluíram que os futuros professores tendem a alargar o seu conhecimento sobre os números inteiros aos números racionais, aplicando inapropriadamente propriedades daqueles a estes.

Em Portugal, os resultados obtidos por Pinto e Ribeiro (2013) através da aplicação de um questionário a 27 alunos da formação inicial de professores sugerem que estes possuem um conhecimento limitado de número racional. Sugerem, designadamente, dificuldades com os significados de frações (quociente, parte-todo e operador), com a compreensão do papel da unidade de referência e com a equivalência, ordenação e densidade dos números racionais. Mamede e Pinto (2015) aplicaram um questionário a 86 alunos, futuros professores do 1.º ciclo do Ensino Básico, a frequentar cursos de Mestrado em Ensino de diferentes instituições de Ensino Superior do norte de Portugal, com o objetivo de analisar o conhecimento destes sobre frações. Os resultados sugerem: dificuldades com a compreensão do papel da unidade de referência; fraco domínio dos significados de fração, mormente no âmbito de problemas envolvendo a interpretação quociente e no âmbito da representação de números na reta numérica, quando números diferentes de 1 são usados como referência na reta e quando é necessária uma redefinição da escala; fraco domínio da propriedade de densidade do conjunto dos números racionais; e dificuldades com a ordenação e equivalência de frações.

Tendo presentes, por um lado, as implicações das mais recentes orientações curriculares e, por outro, o papel fundamental do professor na dinâmica de ensino e aprendizagem, desenvolveu-se um programa de trabalho colaborativo com professores no ativo. A investigação aqui descrita pretende analisar como os professores aproveitam os recursos que lhes são disponibilizados em contexto de trabalho colaborativo para o ensino de frações. Para tal, procurou responder-se às seguintes questões: Como abordam os professores em sala de aula recursos que encontram no contexto formativo facultado pelo trabalho colaborativo? Como abordam os professores os diferentes significados de fração (quociente, parte-todo, medida e operador) nas suas aulas? Que dificuldades apresentam nessa abordagem?

Metodologia

O presente estudo segue uma metodologia qualitativa, dado que se pretende uma descrição e interpretação de fenómenos educativos no seu ambiente natural (Bogdan & Biklen, 1999; Merriam, 1998). Optou-se por um *design* de estudos de caso múltiplos, dado que, e de acordo com Yin (2010), esta opção é particularmente adequada quando se pretende responder a questões do tipo "como?" e "porquê?" e se pretende uma profunda compreensão dos acontecimentos.

Participantes

Foram observadas as aulas de quatro professores do 1.º ciclo do Ensino Básico de uma escola pública do distrito de Braga, aquando da introdução do conceito de fração. Estes professores participaram num programa de trabalho colaborativo realizado com uma das autoras deste artigo. Por limitações de espaço, apresentam-se aqui apenas resultados relativos a um dos casos – o do professor João (nome fictício), que tinha nove anos de experiência de ensino e lecionava uma turma do 3.º ano de escolaridade. De acordo com o professor João, os seus alunos apenas tinham abordado as frações respondendo a questões do género "Um quarto de hora quantos minutos são?". Não foram explorados outros tipos de interpretação de fração.

O trabalho colaborativo

O programa de trabalho colaborativo organizou-se em ciclos de atividades, consistindo cada ciclo na seguinte sequência: reuniões de grupo, com todos os professores participantes, para reflexão sobre as aulas observadas e preparação das aulas a observar; observação de aulas de cada um dos professores participantes; e entrevista individual, para reflexão sobre as aulas observadas — esta entrevista teve lugar imediatamente após cada aula observada.

Foram realizados cinco ciclos de atividades (sete reuniões de trabalho conjunto — uma reunião preliminar, uma reunião somente para preparação de aulas, quatro de reflexão/preparação de aulas, e uma somente para reflexão sobre aulas observadas — seis a sete aulas observadas para cada um dos professores e igual número de entrevistas individuais para reflexão sobre as mesmas).

As sessões de trabalho para preparar as aulas incluíram a análise e discussão dos diferentes significados de fração referidos nas orientações curriculares, bem como das propostas dos professores e da investigadora para introdução do conceito de fração. A seleção e implementação das tarefas em sala de aula foi sempre da total responsabilidade dos professores. As tarefas apresentadas nas reuniões de trabalho conjunto incidiam sobre diferentes significados de fração (quociente, parte-todo, medida e operador) e debruçavam-se sobre a representação, a equivalência e a ordenação de frações nestes significados.

As aulas e sessões de trabalho foram áudio gravadas, tendo sido também realizados registos fotográficos no caso das aulas. Foram ainda realizadas notas de campo pela investigadora. Durante as aulas, a investigadora desempenhou sempre o papel de observadora não participante, não fazendo, portanto, qualquer intervenção no desenvolvimento das mesmas.

O presente artigo debruça-se sobre a análise de alguns episódios de aulas observadas do professor João, focando a atenção na utilização dos recursos disponibilizados ao professor nas reuniões de trabalho conjunto que integravam a reflexão sobre a aula lecionada e a preparação da aula seguinte.

A análise de dados

A análise de dados recolhidos durante o programa de trabalho colaborativo teve como base o modelo sobre o conhecimento do professor apresentado por Ball *et al.* (2008). Assim sendo, a interpretação da informação recolhida passou pela categorização dos diversos aspetos analisados segundo os diferentes parâmetros daquele modelo: aspetos do conhecimento de conteúdo e aspetos do conhecimento pedagógico de conteúdo (ou conhecimento didático) dos professores relativamente ao ensino do conceito de fração.

Resultados

No que respeita à utilização dos recursos disponibilizados e analisados no âmbito das reuniões de trabalho conjunto, os resultados evidenciam algumas dificuldades manifestadas pelo professor João, que se resumem em seguida. Nas transcrições dos diálogos apresentadas nesta secção de resultados, a letra A representa a intervenção de um aluno, sendo o número que se lhe segue estipulado consoante a ordem pela qual diferentes alunos surgem em cada diálogo.

Gerar frações equivalentes no significado quociente

No âmbito das reuniões de trabalho colaborativo foram apresentadas tarefas sobre a equivalência de frações na interpretação quociente. No decorrer destas reuniões conjuntas, os professores manifestaram pouca familiaridade com o significado quociente, não equacionando, por vezes, a possibilidade de uma fração representar uma relação entre duas quantidades de natureza diferente. Face a esta realidade, as reuniões conjuntas de trabalho colaborativo facultaram recursos para ultrapassar esta dificuldade.

Sentindo ultrapassada a dificuldade na abordagem ao significado quociente, o professor João optou por selecionar algumas tarefas sobre as frações neste significado, para a sua aula. No entanto, ao incorporar nas suas aulas os recursos facultados nas reuniões conjuntas, a abordagem à equivalência de frações passou pela realização de sequências dos valores do numerador e do denominador, ao invés de sublinhar-se a variação proporcional do número de itens. Este último raciocínio surge naturalmente numa situação quociente em que o numerador e o denominador dizem respeito a variáveis de natureza distinta, facilitando o recurso a esquemas de ação baseados na correspondência entre itens e recipientes (Nunes *et al.*, 2004) e o estabelecimento de um raciocínio proporcional entre estas quantidades. Por exemplo, numa tarefa sobre a partilha de 3 queijos por 6 amigos, A1 (aluno 1) respondeu que cada amigo comeria $\frac{1}{2}$. Contudo, o professor induziu A1 a responder $\frac{3}{6}$, não fazendo referência ao conceito de fração equivalente implícito no comentário de A1. Estando o raciocínio proporcional naturalmente associado ao significado quociente, a resposta deste aluno poderia então ter constituído um mote para a exploração do conceito de fração equivalente, como se pode ver na Figura 1 e na transcrição seguinte.

A1 — [Responde à tarefa de partilha de 3 queijos por 6 meninos] Dava dois meninos para cada queijo.
Prof. — O A1 já viu ali uma relação de um queijo para dois meninos. Mas eu só quero que apresentes a fração. Segue a lógica do que fizemos antes.
A1 — [Responde $\frac{3}{6}$] (Figura 1)
Prof. — Temos três queijos para seis meninos. Está certo?
Avv — Está!
[Vários alunos]

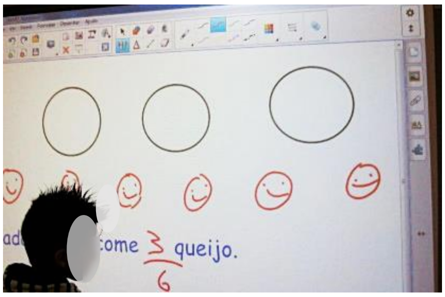

Figura 1 — Realização de tarefa sobre a partilha de 3 queijos por 6 meninos

Face à insistência de alguns alunos em considerar que cada menino receberia metade de um queijo, o professor abordou a equivalência de frações, embora realizando sequências dos valores do numerador e do denominador. Desta forma, o professor reduziu o que poderia ter sido uma abordagem ao conceito de fração equivalente no significado quociente a uma simples realização de sequências de números inteiros, como se pode ver na Figura 2 e na transcrição seguinte. Ou seja, o professor foca a atenção dos alunos no estabelecimento de relações aditivas entre os numeradores e denominadores, relações estas que ignoram uma relação fundamental do conceito de fração, que é a representação da parte de um todo.

Prof. — Alguém tem alguma coisa a acrescentar?
A1 — Três sextos é metade.
Prof. — Porquê?
A1 — Porque três é metade de seis [escreve no quadro $\frac{1}{2}$].
Prof. — Muito bem. Escreve outra fração que representa a metade.
A1 — [Por solicitação do professor, escreve no quadro: $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{5}{10}=\frac{6}{12}=\frac{7}{14}$ (Figura 1)]
[…]
Prof. — Em cima [apontando para o numerador] vai de um em um e em baixo [apontando para o denominador] …
Avv — Vai de dois em dois.

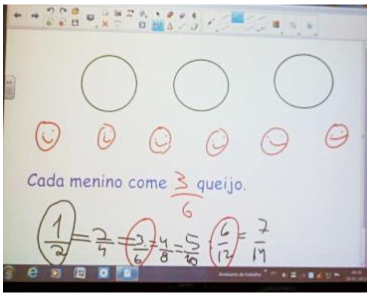

Figura 2 — Realização de tarefa sobre frações equivalentes a $\frac{1}{2}$

A transcrição seguinte descreve um diálogo no qual o aluno (A1), que numa aula anterior havia gerado com sucesso frações equivalentes através dos procedimentos algébricos sugeridos pelo professor, não sabe responder a uma questão do género $\frac{1}{5}=\frac{3}{?}$. Um outro aluno (A2) responde corretamente. O professor validou a resposta de A2 mas não o questionou sobre a forma como raciocinou para responder à questão (ver transcrição seguinte), perdendo assim a oportunidade de entender o raciocínio do aluno, bem como de estimular a discussão em sala de aula.

A1 —	[Lê o problema: “Cinco amigos vão partilhar um chocolate, comendo cada um igual quantidade. Escreve abaixo a fração de chocolate que cada amigo vai comer”. Escreve no quadro: $\frac{1}{5}$]
Prof. —	[Escreve no quadro: $\frac{3}{?}=\frac{1}{5}$] Que número é que tinhas que pôr aqui [apontando para $\frac{3}{?}$] para obteres uma fração equivalente a $\frac{1}{5}$?
A1 —	[Silêncio]
A2 —	[Intervém, dizendo] Três. É $\frac{3}{15}$.
Prof. —	Muito bem.
A1 —	[De acordo com a resposta de A2, escreve no quadro: $\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$]

O aluno A1 demonstrava muita facilidade em fazer sequências do numerador e do denominador para gerar frações equivalentes. Porém, perante uma questão do tipo acima descrito, A1 não conseguiu mobilizar conhecimentos para responder. Este momento da aula ilustra bem a diferença que existe entre responder a um problema do tipo $\frac{3}{?}=\frac{1}{5}$ e realizar sequências do numerador e do denominador para gerar frações equivalentes. A destreza na realização destas últimas não garante os conhecimentos para responder ao problema aqui em causa. É neste sentido que a interpretação quociente, por estar intrinsecamente ligada ao raciocínio proporcional, pode facilitar o ensino do conceito de fração equivalente, na medida em que assenta facilmente no esquema de ação baseado na correspondência de um–para-muitos.

Assim sendo, os recursos disponibilizados no âmbito do trabalho colaborativo não foram devidamente apropriados e explorados pelo professor João em sala de aula. Face à possibilidade de abordar a equivalência de frações no significado quociente, suscitada pelas intervenções dos alunos, o professor refugia-se nos seus conhecimentos sobre os números inteiros, afastando-se da interpretação quociente e do raciocínio proporcional que lhe é inerente. Assim, na prática de sala de aula, observou-se um desfasamento relativamente àquilo que foi discutido nas reuniões de trabalho conjunto, recorrendo-se a outras abordagens mais enraizadas.

Ordenar frações no significado quociente e o significado parte-todo

O professor João selecionou para as suas aulas tarefas sobre a ordenação de frações no significado quociente que haviam sido disponibilizadas no âmbito das reuniões de trabalho colaborativo. No entanto, na utilização destes recursos em sala de aula, voltou a manifestar algumas fragilidades. Designadamente, não recorreu ao significado dos valores do numerador e do denominador no significado quociente. Em alternativa, conduziu os alunos a levar a cabo a divisão, reduzindo assim o significado quociente ao parte-todo. Nesta situação, o professor recorreu deste modo a uma metodologia de ensino, tradicionalmente utilizada, que assenta no modelo parte-todo, perdendo-se a oportunidade de abordar plenamente a interpretação quociente e, por conseguinte, de ajudar os alunos a ordenar frações. No exemplo que se segue, para comparar-se $\frac{2}{6}$ com $\frac{3}{6}$, isto teria sido conseguido questionando-se os alunos, por exemplo, da seguinte forma: "Se numa mesa há 2 pizas para repartir por 6 meninos e noutra há 3 pizas para repartir por 6 meninas, em qual das duas mesas cada criança comerá mais piza?". Contrariamente a isto, o professor João sugeriu aos alunos que dividissem os itens com vista à comparação de frações, como se pode ver na transcrição seguinte.

Prof. — Agora se olharmos para aqui [referindo-se a $\frac{3}{6}$] e se olharmos para aqui [referindo-se a $\frac{2}{6}$] quais são os meninos que comem mais?

A1 — [Silêncio]

Prof. — Quantas partes comes nesta [apontando para $\frac{3}{6}$]?

Avv — Três.

Prof. — E quantas partes comes nesta [apontando para $\frac{2}{6}$]?

Avv — Duas.

Prof. — Então onde é que comes mais?

Avv — É na primeira.

Prof. — É na primeira. Se dividirmos alguma coisa em seis, aqui comem-se três partes [referindo-se a $\frac{3}{6}$] e aqui comem-se duas [referindo-se a $\frac{2}{6}$]. Onde é que se come mais?

Avv — Na primeira [referindo-se a $\frac{3}{6}$].

Prof. — Reparem neste exemplo [escreve $\frac{11}{20}$ e $\frac{8}{20}$] No primeiro caso tenho 11 partes de 20 e no segundo tenho 8 partes de 20. Por isso come-se mais na primeira.

Marcar frações na reta numérica e a representação na forma de dízima

A marcação de frações na reta numérica foi também abordada pelo professor João nas suas aulas. Numa fase inicial, o professor João manifestou dificuldades na abordagem nas suas aulas a tarefas centradas neste tema. Nomeadamente, o professor sugeriu aos alunos que, primeiro, fizessem corresponder as frações à sua representação na forma de dízima, dividissem a unidade em dez partes iguais e representassem as dízimas. As Figuras 5 e 6 ilustram a correção no quadro de dois destes problemas. Dada uma fração $\frac{a}{b}$ *(b≠0)*, o professor deveria antes ter utilizado a fração $\frac{1}{b}$ *(b≠0)*, repetidamente, para determinar uma distância à origem igual a $a \times \frac{1}{b}$. Esta é mais uma situação da sala de aula que vem reforçar a dificuldade do professor João em aproveitar os recursos facultados previamente no trabalho colaborativo, ainda que estes tenham sido alvo de discussão em conjunto.

Nas reuniões de trabalho conjunto, o professor viu discutidas as tarefas que propôs aos seus alunos, do ponto de vista matemático e didático. No entanto, algumas práticas de ensino mais enraizadas tendem a resistir, mesmo após a análise de outras opções didáticas.

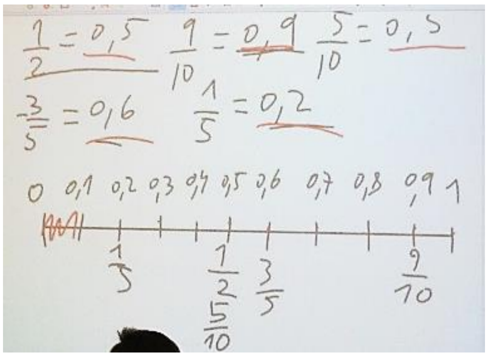

Figura 5 – Realização de um problema sobre a marcação de $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$ e $\frac{3}{5}$ na reta numérica

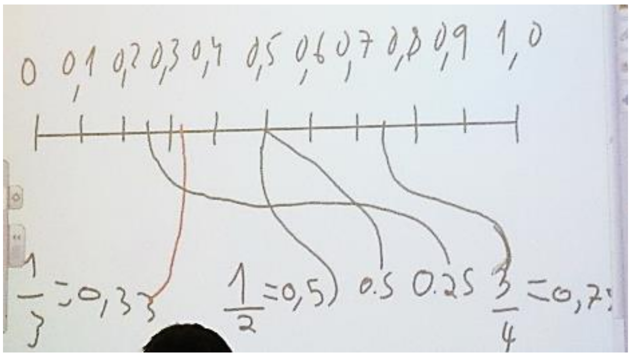

Figura 6 – Realização de um problema sobre a marcação de 0,25, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, 0,5, $\frac{5}{10}$ e $\frac{3}{4}$ na reta numérica

Ainda assim, as sete reuniões de trabalho conjunto acabaram por promover alterações na abordagem à marcação de frações na reta numérica, utilizada pelo professor na fase inicial deste estudo. Contudo, as dificuldades do professor foram manifestando-se ainda nas suas aulas durante a primeira metade do período de trabalho colaborativo.

Discussão e conclusão

Os resultados sugerem que a forma como o professor se apropria dos recursos disponibilizados no âmbito de reuniões de trabalho colaborativo pode refletir-se numa prática de sala de aula que não potencia esses mesmos recursos. Nas reuniões de trabalho colaborativo realizadas foi dada ao professor a oportunidade de esclarecer ideias matemáticas a ensinar, de refletir sobre como ensiná-las aos seus alunos, de ponderar sobre que tarefas selecionar e de como implementá-las, explorando assim a dimensão didática. Esta dinâmica de trabalho permitiu que o professor se sentisse mais confortável para abordar os conteúdos com os seus alunos. Verificou-se que o professor faz uma seleção adequada de tarefas para a aula, apresentando-as de forma contextualizada. No entanto, perante questões ou dúvidas por parte dos alunos, tende a, ao invés de sustentar os conhecimentos adquiridos e desenvolvidos ao longo do trabalho colaborativo, recorrer a ideias prévias com as quais se sente mais familiarizado.

Os resultados da observação de aulas do professor participante deste estudo sugerem ainda dificuldades, nomeadamente, com a forma como aborda as tarefas que seleciona para a aula, dificuldades estas do foro matemático e didático (Ball *et al.*, 2008; Shulman, 1986). Designadamente, sugerem fragilidades no domínio das diferentes interpretações de fração e no conhecimento de estratégias didáticas que tornem essas mesmas interpretações compreensíveis para os alunos. Face a tarefas envolvendo o significado quociente, o professor recorre à realização de sequências dos valores do numerador e do denominador para gerar frações equivalentes, promovendo-se uma aprendizagem mecanizada (Hiebert & Lefevre, 1986). De acordo com estes autores, o conhecimento processual pode ser desenvolvido a partir, quer de aprendizagem significativa, quer da aprendizagem mecanizada, ao passo que é impossível gerar conhecimento conceptual diretamente a partir da aprendizagem mecanizada. Tendo em conta que o professor abordou frações no significado quociente, poderia ter baseado o seu raciocínio na variação proporcional do número de itens, aplicando o raciocínio proporcional que naturalmente emerge numa situação quociente (Nunes *et al.*, 2004; Streefland, 1991).

O professor do estudo aqui apresentado manifesta fragilidades do foro do conhecimento matemático e didático igualmente na abordagem à ordenação de frações na interpretação quociente, tendo reduzido esta à interpretação parte-todo, que lhe era mais familiar. No entanto, a interpretação quociente parece favorecer mais a compreensão da ordenação e equivalência de frações, induzindo ao uso do esquema de correspondência, dado que o numerador e o denominador são variáveis de natureza diferente. Este esquema de correspondência pode ser a base para o estabelecimento do raciocínio proporcional. De acordo com Nunes e Bryant (2007), as crianças estabelecem facilmente correspondências para produzir partes iguais e raciocinam com igual facilidade sobre a variação proporcional do número de itens e de recipientes, mas têm mais dificuldades em levar a cabo a divisão de quantidades contínuas e a estabelecer uma relação inversa entre as quantidades envolvidas no problema. O primeiro tipo de raciocínio surge na interpretação quociente e o segundo na interpretação parte-todo (Mamede, Nunes & Bryant, 2005; Nunes & Bryant, 2007; Streefland, 1991). O professor do estudo aqui apresentado parece ignorar todas estas questões ao (in)explorar a interpretação quociente em sala de aula.

Os resultados sugerem ainda fragilidades na abordagem ao significado medida porque tende a considerar-se que, para marcar-se frações na reta numérica, será necessário escrever a representação fracionária na forma de dízima. Desta forma, acabam por não ser abordados os significados dos valores do numerador e do denominador na interpretação medida, previamente discutidos em sessões de trabalho conjunto, como seria expectável no sentido de uma compreensão devida do conceito de fração. Apesar do trabalho desenvolvido nas referidas sessões, verifica-se a existência destas fragilidades na dinamização das aulas lecionadas durante quase metade do período de trabalho colaborativo realizado. Os resultados deste estudo indiciam assim fragilidades no conhecimento matemático e didático no que concerne aos números racionais e, em particular, aos significados de fração, cuja superação poderá passar pela promoção de ações de formação contínua junto dos professores.

Com base nesta investigação, constata-se, finalmente, que a alteração de currículos, por si só, não é suficiente para que se alterem práticas de ensino. Designadamente, não há garantias de que os professores conheçam as diferentes interpretações de fração e reconheçam a sua importância na construção do conceito de número racional por parte dos seus alunos. Assim, alterações aos currículos deverão ser acompanhadas de correspondente formação contínua dos professores, tal como, por exemplo, o programa de trabalho colaborativo que esteve na base da investigação aqui apresentada. Os professores envolvidos nesta investigação demonstraram grande interesse e empenho no decurso do mesmo. Porém, a incorporação, nas suas práticas de ensino, dos diferentes recursos disponibilizados foi parcial e superficial, o que sugere práticas anteriores fortemente enraizadas e, por isso, merecedoras de atenção. No caso particular aqui analisado, e no plano didático, o professor revelou necessidade de um tempo de apoio mais prolongado, de forma a sentir-se mais confortável com o ensino de frações. Por conseguinte, ações de formação contínua, com base neste ou noutros modelos de desenvolvimento — preferencialmente envolvendo observação intercalada de aulas — deverão ser insistentemente disponibilizadas e realizadas, a par e passo das sucessivas alterações curriculares, no sentido de garantir-se que os recursos facultados, nomeadamente no decurso dos próprios programas de formação, são adequadamente geridos e explorados.

Referências

Ball, D., Hill, H., & Bass, H. (2005). Knowing Mathematics for Teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, *29*(3), 14-46.

Ball, D., Lubienski, S., & Mewborn, D. (2001). Research on Teaching Mathematics: The Unsolved Problem of Teachers' Mathematical Knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (4.ª Ed.) (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.

Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. C. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Behr, M., Wachsmuth, I., Post, T., & Lesh, R. (1984). Order and Equivalence of Rational Numbers: A Clinical Teaching Experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*(5), 323-341.

Boavida, A. M., & Ponte, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1999). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Connell, M. (2009). Teaching Mathematics. In L. J. Saha, & A. G. Dworkin (Eds.), *International Handbook of Research on Teachers and Teaching* (pp. 967-974). New York: Springer Science.

Day, C. (2001). *Desenvolvimento profissional de professores: Os desafios da aprendizagem permanente.* Porto: Porto Editora.

DGE (2012). *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática*. Lisboa: Direção Geral de Educação. Ministério da Educação e Ciência. Acedido em 30 de Novembro de 2012 em http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf

DGE (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direção Geral de Educação. Ministério da Educação e Ciência. Acedido em 27 de Outubro de 2013 em http://dge.mec.pt/metascurriculares/index.php?s=directorio&pid=17

DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular. Ministério da Educação. Acedido em 4 de Janeiro de 2008 em http://sitio.dgidc.min-edu.pt/PressReleases/Paginas/ProgramadeMatematicadoEnsinoBasico.aspx

Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempo de mudança: O trabalho e a cultura dos professores na idade pós-moderna.* Lisboa: Mc Graw-Hill.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis* (pp. 1–27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mamede, E., Nunes, T., & Bryant, P. (2005). The equivalence and ordering of fractions in part-whole and quotient situations. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 281-288). Melbourne: University of Melbourne.

Mamede, E., & Pinto, H. (2015). O ensino de frações – conhecimento de futuros professores do ensino básico. *Caderno de resumos Conferência Internacional do Espaço Matemático em Língua Portuguesa.* Coimbra: Universidade de Coimbra.

Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach.* San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Monteiro, C., Pinto, H., & Figueiredo, N. (2005). As fracções e o desenvolvimento do sentido de número racional. *Educação e Matemática, 84*, 47-51.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar.* Lisboa: APM.

Nunes, T., & Bryant, P. (2007). Paper 3: Understanding rational numbers and intensive quantities. *Key understandings in mathematics learning*, 1-31. London: Nuffield Foundation.

Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., Evans, D., Wade. J., & Bell, D. (2004). Vergnaud's definition of concepts as a framework for research and teaching. *Annual Meeting for the Association pour la Recherche sur le Développement des Compétences*, Paper presented in Paris, 28-31, January.

Pinto, H., & Ribeiro, C. M. (2013). Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos – o sentido de número racional. *Da Investigação às Práticas, 3*(1), 80-98.

Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. In *Actas do ProfMat 98* (pp. 27-44). Lisboa: APM.

Post, T., Harel, G., Behr, M., & Lesh, R. (1991). Intermediate Teachers' Knowledge of Rational Number Concepts. In E. Fennema, T. Carpenter & S. Lamon (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 177-198). NY: State University of NY Press.

Saraiva, M. J., & Ponte, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante, 12*(2), 25-52.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research.* Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.

Tirosh, D., Fischbein, E., Graeber, A.O., & Wilson, J.W. (1998). *Prospective elementary teachers' conceptions of rational numbers.* The United States-Israel Binational Science Foundation. Acedido em 25 de Fevereiro de 2013 em http://jwilson.coe.uga.edu/Texts.Folder/Tirosh/Pros.El.Tchrs.html

Yin, R. (2010). *Estudo de caso. Planejamento e métodos* (4.ª ed.). Porto Alegre: Bookman.