



Leandro do Nascimento Diniz **Leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das Tecnologias de Informação e Comunicação**

UMinho | 2016



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Leandro do Nascimento Diniz

**Leitura, construção e interpretação de
gráficos estatísticos em projetos de
modelagem matemática com uso das
Tecnologias de Informação e Comunicação**

setembro de 2016



Universidade do Minho

Instituto de Educação

Leandro do Nascimento Diniz

**Leitura, construção e interpretação de
gráficos estatísticos em projetos de
modelagem matemática com uso das
Tecnologias de Informação e Comunicação**

Tese de Doutoramento em Ciências da Educação
Especialidade de Educação Matemática

Trabalho efetuado sob a orientação do
Professor Doutor José António Fernandes

setembro de 2016

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração da presente tese. Confirmando que em todo o trabalho conducente à sua elaboração não recorri à prática de plágio ou a qualquer forma de falsificação de resultados.

Mais declaro que tomei conhecimento integral do Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Universidade do Minho, 12 de setembro de 2016.

Nome Completo:

Leandro do Nascimento Diniz

Assinatura:

Leandro do Nascimento Diniz

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram com a escrita desta tese:

- a Deus, por me conceder a oportunidade de concluir mais uma etapa da minha vida acadêmica;
- ao orientador, professor doutor José Antônio Fernandes, pelo acolhimento, conselhos, aprendizagens, troca de experiências, atenção, cuidado, enfim, por tudo;
- aos professores doutores que compuseram o júri (banca avaliadora) da prova do doutoramento, pelas considerações e sugestões de melhoria e continuidade do estudo;
- a minha esposa Ivanise Diniz, companheira de todos os momentos, que me ajudou muito, compartilhou dificuldades e compreendeu minhas ausências durante o doutoramento;
- a minha família, pelo apoio e incentivo sempre presentes e compreensão de algumas ausências;
- aos colegas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), especialmente aos que pertencem ao grupo Educação Matemática do Recôncavo da Bahia (GPEMAR) e Núcleo Vale do Jiquiriçá da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM);
- aos colegas de doutoramento, por todo o apoio mútuo que tivemos durante os componentes curriculares e a escrita da tese;
- às professoras doutoras Rosineide Pereira Mubarack Garcia e Custódia Alexandra Almeida Martins, pelo apoio institucional na coordenação do convênio entre UFRB e Universidade do Minho (UMinho) do curso do doutoramento e atenção sempre presente;
- à UFRB, pelo apoio institucional e financiamento;
- aos alunos do curso de licenciatura em Matemática da UFRB, especialmente aos do projeto de pesquisa sobre leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos, em que também participaram três professoras, sendo uma da UFRB e duas do colégio onde ocorreu a coleta dos dados do presente estudo;
- aos amigos e colegas do grupo Educação Matemática em Foco (EMFoco), por todo o apoio e incentivo;
- aos colegas do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), pelas palavras de incentivo e apoio;

- aos alunos, professores e demais funcionários do colégio onde os dados foram coletados, especialmente à direção do colégio, à professora de Matemática do colégio e aos professores Priscila, Nailson e Maria, por proporcionarem aprendizados e possibilitarem a realização do estudo, inclusive por me acolherem em outros momentos realizados no colégio, inclusive em momentos posteriores à coleta de dados;
- à Anne, pela revisão do inglês e carinho de sempre;
- à Soraia, pela revisão do português;
- a todos que direta ou indiretamente contribuíram com uma palavra, um incentivo, uma atenção, uma força, enfim, muito obrigado!

LEITURA, CONSTRUÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS EM PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM USO DAS TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

Leandro do Nascimento Diniz

Doutoramento em Ciências da Educação – Especialidade em Educação Matemática

Universidade do Minho, 2016

RESUMO

Este estudo tem como principal objetivo analisar a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). Assim, para investigar a sinergia entre modelagem matemática, Educação Estatística (EE) e TIC, este estudo apresenta três questões de investigação: (1) Quais gráficos estatísticos os alunos constroem em projetos de modelagem matemática com uso das TIC? Qual é o seu nível de complexidade semiótica? (2) Que níveis de compreensão dos gráficos estatísticos exibem os alunos na sua leitura e interpretação? (3) Que conhecimentos reflexivos os alunos mobilizam para a leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das TIC?

A investigação possui algumas relevâncias, como a continuidade de investigação realizada no mestrado pelo investigador, em que analisou o papel das TIC nos projetos de modelagem matemática, além do interesse, como docente, nestas subáreas da Educação Matemática. Além disso, há estudos que apontam a necessidade de novas investigações sobre gráficos estatísticos e poucos estudos que aprofundem as reflexões sobre a sinergia entre gráficos estatísticos, modelagem matemática e TIC na Educação Matemática.

O presente estudo é de natureza qualitativa e foi realizado em um colégio técnico de nível médio, a partir da realização de projetos de modelagem matemática, com tema central Agricultura Familiar e subtemas escolhidos pelos alunos, reunidos em grupos. Eles estudavam nos cursos de Agroindústria, Agropecuária, Enfermagem e Zootecnia. No desenvolvimento dos projetos, tiveram acesso às TIC para coleta de dados e para construção dos gráficos estatísticos.

Observações, documentos e entrevistas foram os procedimentos de coleta de dados utilizados. As observações foram realizadas nas aulas de Matemática e na I Feira de Matemática do colégio, que culminou com as apresentações orais. Os documentos são as versões dos relatórios dos projetos de modelagem matemática e o banner que os alunos apresentaram na feira. Por fim, uma entrevista com cada grupo de alunos foi realizada.

Sete projetos de modelagem matemática foram selecionados e apresentados. Os dados coletados pelos alunos foram organizados em tabelas e eles decidiram os gráficos estatísticos que foram construídos. Em alguns casos, para a construção dos gráficos foi necessário que os alunos interpretassem previamente os dados e em outros, a partir da interpretação realizada, houve a necessidade de reconstruir os gráficos, em um processo de interação entre construção e interpretação, que é uma contribuição do estudo para a EE. Por fim, gráficos estatísticos foram coletados na Internet e analisados pelos alunos.

A literatura aponta que os aspectos técnicos da construção são insuficientes para a interpretação dos gráficos. Assim, aspectos socioculturais também foram mobilizados pelos alunos, como seus conhecimentos sobre o tema. O estudo apontou que os conhecimentos etnomatemáticos também são um aspecto sociocultural. Com isso, coletivos compostos por alunos, professores, oralidade, escrita e TIC produziram conhecimentos coplexivos, ou seja, coletivos e reflexivos, que se aliaram aos conhecimentos matemáticos e tecnológicos.

Palavras-chave: Educação Estatística; Etnomatemática; Tecnologias Digitais; Conhecimentos Reflexivos; Feira de Matemática.

READING, CONSTRUCTION AND INTERPRETATION OF STATISTICAL GRAPHS IN
MATHEMATICAL MODELING PROJECTS THAT USE INFORMATION AND COMMUNICATION
TECHNOLOGIES

Leandro do Nascimento Diniz
PhD – Mathematics Education
University of Minho, 2016

ABSTRACT

The objective of this study is to analyze the reading, construction and interpretation of statistical graphs in mathematical modeling projects that use Information and Communication Technologies (ICT). To investigate the synergy between mathematical modeling, statistics education and TIC, this study focused on three questions: 1) What statistical graphs do students create in mathematical modeling projects that use ICT and what is the level of semiotic complexity of the graphs? 2) What level of understanding of the statistical graphs do the students show in their reading and interpretation? 3) What reflexive knowledge do the students mobilize to read, interpret and construct statistical graphs in mathematical modeling projects that use ICT?

The study is a continuation of the author's masters research on the role of ICT in mathematical modeling projects, which is a sub-area of mathematics education of interest to him as a professor. Studies point to the need for new research on statistical graphs, and few studies have focused on the synergy between statistical graphics, mathematical modeling and ICT in mathematics education.

The study was carried out using a qualitative research approach in a technical high school. It was based on mathematical modeling projects on the theme of family farming and sub-themes chosen by groups of students from agroindustry, agriculture and livestock, nursing and zootechnology. During the development of the projects, the students had access to ICT to collect the data and create statistical graphs.

Observations, documents and interviews were the data collection procedures used. The observations were conducted in the mathematics classes and the first Mathematics Fair at the high school where the students made oral presentations of their projects. The documents included the versions of the mathematics modeling project reports and the banner the students presented at the fair. Finally, each group of students was interviewed.

Seven mathematical modeling projects were selected and presented. The data collected by the students were organized in tables and they decided which statistical graphs to create. In some cases it was necessary for the students to interpret the data beforehand to create the graphs and in other cases, based on the interpretation, it was necessary to re-do the graphs, in a process of interaction between construction and interpretation, which is a contribution of this study to statistics education. Finally, the students collected statistical graphs from the Internet and analyzed them.

The literature points out that technical aspects of construction are insufficient for the interpretation of graphs. Thus, sociocultural aspects were also mobilized by the students, such as their knowledge on the theme. The study showed that ethnomathematical knowledge is also a sociocultural aspect. With this, collectives composed of students, teachers, orality, writing and ICT produced colexive knowledge, i.e. collective and reflexive, which became allied with the mathematical and technical knowledge.

Key words: Statistics Education; Ethnomathematics; Digital Technologies; Reflexive Knowledge; Mathematics Fair.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	v
RESUMO	vii
ABSTRACT	ix
ÍNDICE	xi
LISTA DE TABELAS.....	xv
LISTA DE FIGURAS	xvii
CAPÍTULO I	1
INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivações da investigação.....	1
1.2 Questões de investigação.....	5
1.3 Relevância do estudo.....	6
1.4 Apresentação da metodologia da investigação.....	10
1.5 Organização da tese	11
CAPÍTULO II	13
REVISÃO DE LITERATURA.....	13
2.1 Modelagem matemática na Educação Matemática	13
2.1.1 Características gerais da modelagem matemática.....	13
2.1.2 Concepções e características da modelagem nas investigações brasileiras	18
2.1.3 Concepção e características de modelagem no estudo realizado	30
2.2 Tecnologias de Informação e Comunicação e Educação Matemática	39
2.2.1 Argumentos favoráveis e contrários para uso das TIC nas aulas de Matemática.....	39
2.2.2 As fases das mídias informáticas na Educação Matemática brasileira e o coletivo seres-humanos-com-mídias.....	47
2.2.3 Sinergia entre TIC e modelagem matemática na Educação Matemática.....	55
2.3 Modelagem matemática, Tecnologias Digitais e Educação Estatística	64
2.3.1 Educação Estatística.....	64
2.3.1.1 Investigações em Educação Estatística e o processo de ensino e aprendizagem da Estatística	64
2.3.1.2 As competências literacia, raciocínio e pensamento estatísticos.....	69

2.3.2	Leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos.....	76
2.3.3	Sinergia entre modelagem matemática, tecnologias digitais e gráficos estatísticos	93
CAPÍTULO III		103
MÉTODO DE INVESTIGAÇÃO		103
3.1	Caracterização da investigação	103
3.2	Participantes e contextualização do estudo.....	105
3.3	Procedimentos de coleta de dados.....	114
3.4	Procedimentos de análise de dados	120
CAPÍTULO IV		125
APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS		125
4.1	O projeto Beiju	125
4.1.1	Apresentação geral do projeto de modelagem	125
4.1.2	Gráficos estatísticos lidos, interpretados e construídos	126
4.2	O projeto Polpa de Frutas	133
4.2.1	Apresentação geral do projeto de modelagem	133
4.2.2	Leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos.....	134
4.3	O projeto Banana e Aipim	144
4.3.1	Apresentação geral do projeto de modelagem	144
4.3.2	Gráficos estatísticos lidos, interpretados e construídos	145
4.4	O projeto Salsa e Alface	152
4.4.1	Apresentação geral do projeto de modelagem	152
4.4.2	Leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos.....	153
4.5	O projeto Horta.....	159
4.5.1	Apresentação do projeto de modelagem	159
4.5.2	Gráficos estatísticos lidos, interpretados e construídos	160
4.6	O projeto Suínos.....	165
4.6.1	Apresentação geral do projeto de modelagem	165
4.6.2	Gráficos estatísticos lidos, interpretados e construídos	166
4.7	O projeto Prevenção do Câncer.....	173
4.7.1	Apresentação geral do projeto de modelagem	173
4.7.2	Leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos.....	174

CAPÍTULO V	181
DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	181
5.1 Construção de gráficos a partir dos dados.....	182
5.2 Construção de gráficos a partir da interpretação dos dados.....	190
5.3 Interação entre a construção e interpretação de gráficos	195
5.4 Gráficos coletados	203
CAPÍTULO VI	209
CONCLUSÕES DO ESTUDO	209
6.1 Síntese do estudo.....	209
6.2 Conclusões do estudo.....	211
6.2.1 Questão de investigação 1 – Quais gráficos estatísticos os alunos constroem em projetos de modelagem matemática com uso das TIC? Qual é o seu nível de complexidade semiótica?	211
6.2.2 Questão de investigação 2 – Que níveis de compreensão dos gráficos estatísticos exibem os alunos na sua leitura e interpretação?	214
6.2.3 Questão de investigação 3 – Que conhecimentos reflexivos os alunos mobilizam para a leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das TIC?	217
6.3 Implicações e Recomendações do Estudo.....	218
6.4 Futuras investigações	219
REFERÊNCIAS	221
ANEXOS	235
ANEXO 1 – MODELO DO RELATÓRIO DISPONIBILIZADO AOS ALUNOS.....	237
ANEXO 2 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO	245
ANEXO 3 – TERMO DE ASSENTIMENTO.....	249
ANEXO 4 – QUESTÕES E OBJETIVOS DAS QUESTÕES DA ENTREVISTA	253

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Adaptação das tarefas dos alunos e professores nos casos de Modelagem	30
Tabela 2 – Projetos de modelagem, anos escolares e cursos técnicos.....	121
Tabela 3 – Quantidade de Resíduos em Frutas.	134
Tabela 4 – Testes feitos com os resíduos do abacaxi	138
Tabela 5 – Testes feitos somente com a parte comestível do abacaxi.....	138
Tabela 6 – Venda e lucro de hortaliças segundo os vendedores da feira-livre de Amargosa	154
Tabela 7 – Técnicas de espaçamentos da EMBRAPA.....	161
Tabela 8 – Técnica de espaçamentos de um pequeno agricultor.....	161
Tabela 9 – Técnicas de espaçamento da EMBRAPA.....	163
Tabela 10 – Técnica de espaçamento de um pequeno agricultor	163
Tabela 11 – Dados do alimento fornecido no colégio e pelo agricultor entrevistado.....	169
Tabela 12 – Quantidade de filhos das agricultoras rurais entrevistadas	177
Tabela 13 – Classificação geral dos gráficos estatísticos dos projetos.....	181
Tabela 14 – Diferentes gráficos construídos pelos alunos na representação de certas variáveis	195

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Participação do Produtor e Margens de Comercialização do Beiju	131
Figura 2 – Quantidade de Resíduos das Frutas	137
Figura 3 – Gráfico de colunas duplas construído pelo grupo.....	140
Figura 4 – Janela do Excel para formatar os eixos do gráfico.....	140
Figura 5 – Tentativa das alunas para resolver a visualização dos últimos nutrientes	141
Figura 6 – Nutrientes do abacaxi na parte comestível e nos resíduos com maiores valores....	142
Figura 7 – Nutrientes do abacaxi na parte comestível e nos resíduos com menores valores...	142
Figura 8 – Principais unidades federativas produtoras de banana na região nordeste	146
Figura 9 – Participação percentual na produção de bananas no nordeste.....	146
Figura 10 – Análise sensorial do brigadeiro de banana	148
Figura 11 – Análise sensorial do brigadeiro de banana	150
Figura 12 – Análise sensorial do brigadeiro de banana	150
Figura 13 – Produção de hortaliças segundo os vendedores	154
Figura 14 – Quantidade de molhos de hortaliças por vendedor	156
Figura 15 – Valor da venda e lucro (em reais), por molho, segundo os vendedores	156
Figura 16 – Espaçamentos entre covas (em cm ²) segundo a EMBRAPA e o pequeno produtor rural	164
Figura 17 – Comportamento da deposição de carne e gordura em genótipos com alto e baixo/médio potencial de deposição de carne	167
Figura 18 – Massa dos suínos (em quilogramas).	171
Figura 19 – Quantidade de alimento fornecida por animal (em quilogramas).....	171
Figura 20 – Perfil das mulheres entrevistadas.....	175
Figura 21 – Número de filhos da faixa etária 20-30 anos.	176
Figura 22 – Número de filhos segundo a faixa etária.....	177
Figura 23 – Número de filhos das agricultoras rurais entrevistadas segundo a faixa etária.....	178
Figura 24 – Número de filhos das agricultoras rurais entrevistadas segundo a faixa etária	179

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo, o estudo será apresentado a partir das motivações da investigação, do objetivo geral do estudo, das questões de investigação, das justificativas do estudo, da metodologia da investigação e, por fim, com a apresentação dos capítulos da tese.

1.1 Motivações da investigação

Já faz algum tempo que investigadores em Educação Matemática se preocupam sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Essa preocupação, inclusive, está presente no livro *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Avançado*, de Felix Klein, lançado em 1908, o qual é considerado um dos marcos iniciais da Educação Matemática enquanto área de investigação (D'Ambrosio, 2004a). Neste livro, o autor defende que o professor deve apresentar a Matemática aos seus alunos considerando seus interesses e “terá sucesso se apresentar as coisas numa forma intuitivamente compreensível” (D'Ambrosio, 2004a, p. 15).

Apesar de ser um livro lançado no século passado, nele há preocupações que ainda estão nas agendas de investigação atuais sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Isso ocorre porque se tem percebido que, de modo geral, a prática pedagógica em Matemática está centrada na exposição de conteúdos pelo professor, o qual segue basicamente a sequência definição, exemplos e exercícios (Alrø & Skovsmose, 2006; Skovsmose, 2000), abordagem pedagógica que tem se revelado ineficaz no Brasil e em outros países.

Isso pode ser constatado a partir dos resultados das avaliações de larga escala, como o Programme for International Student Assessment (PISA)¹. Os últimos resultados em Matemática sinalizam que o Brasil melhorou ao longo dos anos, pois teve 334 pontos em 2000 e atingiu 391 pontos em 2012. Isso se deve, dentre outros aspectos, aos investimentos realizados na Educação e à melhoria na formação e atualização de professores de Matemática da Educação Básica. No balanço do PISA realizado em 2012, quanto aos critérios de avaliação dos alunos na

¹ Os resultados do PISA podem contribuir para melhoria da qualidade da Educação e subsidiar as políticas públicas da Educação Básica, no sentido de preparar os alunos para atuarem como cidadãos na sociedade atual. Em 2015 o Brasil participou novamente do PISA.

prova de Matemática, esperava-se que eles desenvolvessem o raciocínio matemático com o uso de ferramentas e conceitos matemáticos, além de processos de descrição, explicação e predição de fenômenos, em um processo de tomada de decisões (Organisation for Economic Co-operation and Development — OECD, 2012). Além disso, focava-se a utilização da Matemática na resolução de problemas, incluindo contextos do cotidiano articulados com a modelagem matemática, os quais são considerados como um dos alicerces da prova de Matemática do PISA desde 2003 (OECD, 2012).

Apesar de os resultados serem melhores, ainda são considerados baixos quando comparados com a média geral de 494 pontos. Assim, em busca de melhorar mais esta situação, alternativas a esse cenário continuam a ser investigadas, inclusive no ensino e aprendizagem de estatística, combinatória e probabilidade. Especificamente a probabilidade e a estatística estão frequentemente presentes em jornais impressos, revistas e na televisão, através das informações estatísticas apresentadas em forma de tabelas e gráficos estatísticos (Fernandes, Sousa & Ribeiro, 2004), o que sugere que os alunos devem conhecer estes conteúdos na escola, para que possam compreendê-los nas situações do cotidiano.

Quanto à abordagem desses conteúdos nas escolas brasileiras, preocupações eram praticamente inexistentes até meados dos anos de 1990 (Wodewotzki & Jacobini, 2004). A publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN)² pelo Ministério da Educação (MEC) do Brasil, demarcou o início da abordagem desses conteúdos e de reflexões sobre abordagens pedagógicas (Borba, Monteiro, Guimarães, Coutinho & Kataoka, 2011; Wodewotzki & Jacobini, 2004). A publicação dos PCN também demarca o primeiro momento em que os conteúdos estatística, combinatória e probabilidade foram inseridos nas escolas da Educação Básica do Brasil.

Nos PCN de Matemática dos anos finais do ensino fundamental (Brasil, 1998) os conteúdos das aulas de Matemática são subdivididos em quatro blocos: Números e operações, Espaço e forma, Grandezas e medidas e Tratamento da informação. Entende-se que o nome utilizado no último bloco parece não ser o mais adequado, pois, de acordo com Cazorla e Utsumi (2010, p. 11), não é “condizente com os objetivos, os conceitos e os procedimentos

² Os PCN são documentos que foram construídos com a finalidade de orientarem as práticas dos docentes. Com isso, apresentam discussões sobre as temáticas de investigações da Educação Matemática, consideram as diversidades regionais e focam-se em temas como cidadania, contextualização e interdisciplinaridade (Brasil, 1998, 2002). Os PCN de Matemática possuem três exemplares: anos iniciais do ensino fundamental (do 1º ao 5º ano), anos finais do ensino fundamental (do 6º ao 9º ano) e o ensino médio.

recomendados. Isto porque consideramos que esta nomenclatura pode induzir as pessoas a terem uma falsa e pobre ideia de que a Estatística se resume em 'tratar os dados'." Assim, é destacado como uma demanda das pessoas o seu uso para compreensão das informações com as quais têm contato na sociedade.

Com relação à Estatística, nesse documento (Brasil, 1998), recomenda-se que os alunos possam coletar, organizar e comunicar dados em tabelas e gráficos. Também é sugerida a abordagem das medidas de tendência central para interpretação dos dados estatísticos. A abordagem da Combinatória é aconselhada a partir de problemas de contagem. Quanto à Probabilidade, sugere-se que seja realizada a partir da compreensão da sua natureza aleatória em espaços equiprováveis (Brasil, 1998).

Os conteúdos Estatística, Combinatória e Probabilidade também estão incluídos nos PCN de Matemática do ensino médio (Brasil, 2002) e são inseridos para a análise de dados e realização de inferências e previsões, considerando uma amostragem da população. Aliando-se a isso, a Combinatória e a Probabilidade são propostas para serem desenvolvidas em contextos do cotidiano.

Na tentativa de esclarecer pontos do PCN de Matemática do ensino médio e focar mais a prática docente, as discussões sobre o ensino médio foram retomadas nas Orientações Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio (Brasil, 2006) com a criação do bloco de conteúdo Análise de dados e probabilidade³. Este bloco propõe o aprofundamento dos processos de coleta, organização, seleção e representação de dados em pesquisas feitas pelos alunos com utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), abordando as inferências a partir da amostragem escolhida.

É também com a aquisição de conhecimento em estatística que os alunos se capacitam para questionar a validade das interpretações de dados e das representações gráficas, veiculadas em diferentes mídias, ou para questionar as generalizações feitas com base em um único estudo ou em uma pequena amostra (Brasil, 2006, p. 79).

O documento também aponta que as medidas de tendência central e de dispersão devem ser aprofundadas a partir da interpretação de situações nas quais os valores extremos podem influenciar a média e a mediana, por exemplo. Além disso, a Probabilidade e Combinatória devem ser apresentadas com conhecimentos sobre medida de chance de cada possibilidade

³ Além desse bloco de conteúdo, há mais três: Números e operações; Funções e Geometria (Brasil, 2006).

presente em um evento, com uso da árvore de possibilidades, se for o caso. A abordagem deve associar chance, incerteza e probabilidade (Brasil, 2006).

Nota-se que são abordados no Brasil menos conteúdos do que em países como Portugal e Estados Unidos (National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, 2008). Por exemplo, a mediana é a única medida de separatriz abordada. Regressão e correlação linear simples também não são abordadas.

Os documentos oficiais do MEC (Brasil, 1998, 2002, 2006) delimitam os conteúdos de Estatística, Combinatória e Probabilidade presentes nos livros didáticos de Matemática e, conseqüentemente, nas salas de aula de Matemática desde os anos iniciais do ensino fundamental (Cazorla, Kataoka & Silva, 2010). Além disto, Wodewotzki e Jacobini (2004) destacam que no âmbito da prova de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)⁴ realizada em 2001 foi criado um grupo de trabalho específico para discutir a elaboração de questões sobre Estatística e Probabilidade. Atualmente, aproximadamente um terço das questões da prova de Matemática do ENEM é do bloco de conteúdo Análise de dados e probabilidade (Serra, 2014).

No campo científico, a Educação Estatística (EE) no Brasil é representada pelo Grupo de Trabalho (GT) 12 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), denominado Ensino de Probabilidade e Estatística, o qual congrega docentes interessados na temática para discutirem as demandas emergentes das investigações e das salas de aula e suas soluções. A partir da análise dos trabalhos apresentados no GT durante o III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), ocorrido em 2009, Meneghetti, Batistela e Bicudo (2011) concluíram que, naquele momento, o GT estava em processo de constituição e consolidação.

Atualmente, acredita-se que ainda está em processo de consolidação com crescimento no Brasil, a partir das atuações e ações dos seus membros. No V SIPEM, ocorrido em 2012, no documento síntese das discussões ocorridas durante o Seminário, os docentes que participaram do GT pontuaram a necessidade de aprofundamento teórico nas investigações. Além disso, foi destacada “a necessidade de socialização das pesquisas e reflexões sobre temas como currículo, produção de material didático e formação de professores” (Diniz, Silva & Coutinho, 2015, p. 3370).

⁴ O ENEM é uma avaliação que está sendo utilizada no Brasil desde o ano de 2009 para seleção dos ingressos nos cursos das Instituições do Ensino Superior.

Diniz et al. (2015) descreveram outras ações destacadas no relatório do GT 12, como a organização de congressos no Brasil (e.g.: Workshop Nacional de Educação Estatística e Encontro Interamericano de Educação Estatística), publicação de livros de investigações em EE (e.g. Lopes, Coutinho & Almouloud, 2010) e artigos em revistas científicas, como os dois números temáticos de EE da revista Bolema, publicados no ano de 2011.

Assim, esta tese busca colaborar com as investigações do GT 12 da SBEM a partir do aprofundamento de questões teóricas sobre EE, particularmente, dos gráficos estatísticos, especialmente quanto à leitura, construção e interpretação. Além disto, é a continuidade da investigação sobre modelagem matemática e TIC desenvolvida no mestrado em Educação Matemática pelo investigador (Diniz, 2007). De modo geral, modelagem matemática é considerada como o uso da matemática para resolução de problemas do cotidiano (Araújo, 2008)⁵.

A articulação dessas subáreas (ou tendências) da Educação Matemática tem o olhar direcionado para alunos de um colégio de ensino médio técnico, o qual será apresentado no capítulo 3.

1.2 Questões de investigação

Desta forma, esta investigação tem o objetivo geral de analisar a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das TIC. Assim, busca-se investigar com mais profundidade a sinergia entre modelagem matemática, TIC e EE, formulando-se as seguintes questões de investigação para o presente estudo:

Questão de investigação 1 – Quais gráficos estatísticos os alunos constroem em projetos de modelagem matemática com uso das TIC? Qual é o seu nível de complexidade semiótica?

Questão de investigação 2 – Que níveis de compreensão dos gráficos estatísticos exibem os alunos na sua leitura e interpretação?

Questão de investigação 3 – Que conhecimentos reflexivos os alunos mobilizam para a leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das TIC?

⁵ A discussão sobre modelagem matemática será aprofundada no próximo capítulo.

Para responder as questões de investigação, será apresentado, no capítulo 2, o levantamento teórico sobre os níveis de complexidade semiótica e compreensão de gráficos estatísticos, assim como os processos relacionados à leitura, construção e interpretação, a modelagem matemática e as TIC na Educação Matemática.

Assim, considera-se que as questões acima apresentadas ainda não foram respondidas e, portanto, serão investigadas neste estudo, conforme será pontuado na próxima seção, a partir da apresentação das suas justificativas.

1.3 Relevância do estudo

A relevância desta investigação se concretiza através de razões de três naturezas que se complementam: pessoais e profissionais do investigador; científicas; e sociais, econômicas e políticas.

Foi com o perfil de professor da Educação Básica da rede pública brasileira que o investigador buscou aprofundar os estudos na Educação Matemática, a partir de 2002, na tentativa de modificar o cenário de resultados insatisfatórios dos seus alunos quanto ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

No curso de Especialização em Educação Matemática, realizado entre 2002 e 2003, na Universidade Católica do Salvador, docentes desenvolveram reflexões sobre algumas tendências da Educação Matemática. Então, o interesse surgiu pois algumas dessas reflexões propunham alternativas ao modelo de ensino dito tradicional. Em consequência, foi produzida uma monografia, que teve como objetivo analisar as discussões matemáticas dos alunos em atividades investigativas sobre o conteúdo funções quadráticas, a partir do uso do *software* matemático Winplot (Diniz, 2003). Deste modo, aconteceu o contato inicial com as investigações sobre uso das TIC na Educação Matemática.

A monografia citada envolveu apenas aspectos com referência à Matemática. Posteriormente, o investigador teve o desejo de continuar, articulando temas do cotidiano com o uso das TIC, a partir da modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática. Nesse âmbito, estudou o papel das TIC nos projetos de modelagem matemática na dissertação de mestrado em Educação Matemática (Diniz, 2007), realizado na Universidade Estadual Paulista entre 2005 e 2007. Alunos, reunidos em grupos, escolheram temas do cotidiano para buscarem ter mais e melhor conhecimentos sobre os temas, com a Matemática contribuindo para essa compreensão (Borba & Villarreal, 2005). Autores como Araújo (2002) e Borba e Villarreal (2005) apontam que há sinergia entre modelagem matemática e TIC. Diniz (2007) categorizou as

simulações e previsões realizadas pelos alunos, a partir da interação com os *softwares*, a coleta de informações e a possibilidade de comunicação realizadas na Internet, com um olhar aprofundado sobre essa sinergia quando os alunos desenvolviam seus projetos de modelagem matemática.

Particularmente, no que se refere ao uso das TIC na Educação Matemática, pode-se identificar algumas frentes de trabalho, como, por exemplo, explorações com uso de *softwares*, como o Geogebra; ambientes virtuais de aprendizagem e redes sociais para educação presencial e a distância; e utilização de vídeos didáticos, objetos de aprendizagem, aplicativos para smartphones etc. (e.g. Borba & Penteadó, 2001; Borba, Scucuglia & Gadanidis, 2014). Além disso, vídeos podem ser postados em *sites*; grupos no WhatsApp podem ser criados etc. Isso permite que as informações não se dirijam apenas ao professor, como acontecia há alguns anos, em que se concebia que ele deveria apresentar para os alunos os livros ou textos que deveriam estudar. Ou seja, atualmente os alunos podem recolher e produzir informações coletadas em *sites* para participarem das atividades desenvolvidas em sala de aula (Bernardes & Fernandes, 2005).

O investigador também verificou esse cenário do uso das TIC e de modelagem matemática quando ministrou estes componentes curriculares no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), onde atua como docente da área Ensino de Ciências e Matemática. Nesse cenário, a sinergia entre modelagem matemática, TIC e conteúdos estatísticos também foi identificada.

Portanto, tanto nas experiências acima apresentadas, quanto na orientação para o desenvolvimento de projetos de modelagem matemática, foi percebida a presença de dados estatísticos coletados pelos alunos com uso das TIC, o que gerou interesse do investigador em analisar esse aspecto com maior profundidade.

Em paralelo a isso, iniciou-se a tentativa de compreender a interpretação de problemas matemáticos, a partir de um curso ministrado para professoras dos anos iniciais do ensino fundamental. Durante a busca por investigações sobre esse tema, as que mais chamaram a atenção do investigador abordavam a interpretação de gráficos estatísticos, que serão posteriormente aprofundadas neste estudo.

No contato com as investigações já realizadas, identificaram-se lacunas existentes na literatura. A partir do contato com autores da EE sobre leitura e interpretação de gráficos estatísticos (e.g., Curcio, 1987; Fernandes & Morais, 2011) foi possível perceber a necessidade por mais investigações. Por exemplo, autores apontaram a necessidade de mais estudos sobre a

construção de gráficos estatísticos, pois os resultados revelaram algumas dificuldades dos alunos (Fernandes, Morais & Lacaz, 2011).

Fernandes et al. (2011) analisaram o desempenho, as dificuldades e os erros de alunos do 9.º ano na construção de gráficos estatísticos em três atividades. Os autores concluíram que os alunos tiveram um desempenho fraco, com um resultado pior quando foi pedido que representassem graficamente os valores de uma variável quantitativa contínua. Alguns dos erros cometidos foram na escolha do tipo adequado do gráfico para melhor representar a situação, omissões dos rótulos e títulos nos eixos e problemas com as escalas.

Lima e Selva (2013) também destacaram dificuldades na construção de gráficos estatísticos pelos alunos e sugeriram a necessidade de mais investigações com atividades que articulassem interpretação e construção de gráficos estatísticos. De modo geral, os estudos apontaram que os alunos possuem menos dificuldade com a interpretação do que na construção de gráficos. Entretanto, o estudo apresentado por Lima e Selva (2013) destacou que um bom resultado na interpretação não garante que os alunos tenham êxitos também na construção.

Outra lacuna identificada na literatura é a escolha do tema do cotidiano abordado no gráfico estatístico. Carvalho, Monteiro e Campos (2010) pontuaram que, de modo geral, os professores propõem questões para os alunos sobre gráficos estatísticos com foco em conhecimentos técnicos e muitas vezes sem relação com seu contexto social. Caso isso aconteça, não se criam as melhores condições para que eles possam questionar os dados apresentados nas suas interpretações. Os autores pontuaram que a utilização de gráficos estatísticos publicados em jornais, por exemplo, poderia favorecer as interpretações dos alunos.

Já nas investigações sobre modelagem matemática e TIC, os alunos puderam utilizar novos artefatos tecnológicos, como redes sociais inexistentes quando os estudos anteriormente apresentados foram realizados, o que também aponta para a necessidade de novas investigações (Diniz & Borba, 2012; Malheiros & Franchi, 2013).

Assim, justifica-se a presente tese a partir da lacuna existente de demandas dos processos de sala de aula (Barbosa, 2001a), pois não foi identificado um estudo profundo sobre como ocorre a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos no contexto da modelagem matemática e uso de TIC com alunos de cursos técnicos de nível médio.

Isso foi percebido pois, nas buscas realizadas de investigações que articulem modelagem matemática, TIC e EE, notou-se a existência de poucos trabalhos que investiguem a sinergia entre essas subáreas da Educação Matemática. Essa lacuna identificada cria condições para que

se investiguem as compreensões dos alunos no processo de construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das TIC.

Os interesses científico, pessoal e profissional, acima pontuados, aliam-se aos de natureza social, econômica e política no que se refere ao empoderamento, uma vez que se o investigador for melhor formado enquanto docente de um curso de licenciatura em Matemática poderá proporcionar melhor formação para seus alunos da Licenciatura em Matemática e em cursos de pós-graduação da UFRB.

Além disso, os alunos e professores do colégio onde os dados foram coletados vivenciaram uma nova perspectiva de desenvolver projetos. Monteiro e Selva (2001) apontam que os docentes poderiam se envolver em atividades que proporcionem experiências formativas relacionadas às situações de interpretação de gráficos estatísticos. O envolvimento de professores do colégio com os projetos de modelagem matemática desenvolvidos proporcionou isso, tanto à professora de Matemática quanto aos das áreas técnicas que colaboraram com as pesquisas realizadas nos projetos.

A apresentação final dos projetos foi organizada para ser exibida na I Feira de Matemática do colégio, a qual será detalhada no capítulo 3. Isso possibilitou que os projetos de modelagem matemática tivessem maior visibilidade para a comunidade local e, posteriormente, para a comunidade regional e nacional, a partir da participação em outras feiras.

Partindo do tema geral Agricultura Familiar, os projetos de modelagem matemática foram desenvolvidos como uma proposta que buscou valorizar os saberes dos pequenos produtores e criadores da zona rural de Amargosa, Bahia, Brasil. Acredita-se que isso é importante para a formação de alunos dos cursos técnicos de Agroindústria, Agropecuária, Enfermagem e Zootecnia que participaram desta investigação, uma vez que estes aprimoram conhecimentos que foram agregados a sua formação profissional.

Com isso, a atividade desenvolvida pode ser considerada uma proposta pedagógica para cursos técnicos de nível médio, em que a Matemática tem o papel de contribuir para melhor formação dos estudantes, mediante abordagem de temas do cotidiano relacionados aos seus cursos. Isto poderá trazer reflexões para as mudanças das propostas pedagógicas presentes nos documentos produzidos para as orientações do ensino médio técnico da Bahia, região administrativa da federação do Brasil a qual a escola pertence.

Assim, o processo de construção da tese proporcionou compreensões para o objeto em estudo, para os interesses pessoais e profissionais do investigador, além de agregar

conhecimentos novos para as tendências da Educação Matemática: modelagem matemática, TIC e EE.

1.4 Apresentação da metodologia da investigação

Esta tese de doutoramento é desenvolvida em uma abordagem qualitativa, uma vez que se procura entender o conjunto de significados, crenças, valores, atitudes, buscando refletir sobre as relações e os processos do contexto investigado (Minayo, 2004).

Esta investigação foi realizada em turmas de ensino médio profissionalizante de um colégio público de Amargosa, Bahia, Brasil. Um dos ambientes de aprendizagem que a professora de Matemática propôs aos seus alunos foram os projetos de modelagem matemática.

Para responder as três questões de investigação, os dados foram coletados a partir de observações não estruturadas, sendo descritos e compreendidos partindo do contexto da sala de aula. Ainda, ocorreu a participação do investigador, uma vez que os alunos compreenderam que, além da professora de Matemática deles, tinha outro professor de Matemática, que desempenhava também o papel de investigador (Alves-Mazzotti, 1998).

Foi realizada a análise de documentos produzidos pelos alunos, como o relatório do projeto e os arquivos para a construção dos banners. Também, buscou-se compreender os caminhos percorridos pelos alunos na coleta dos dados qualitativos e quantitativos em artigos e *sites*.

A partir dos gráficos coletados na Internet e dos construídos pelos alunos, a observação foi feita na tentativa de identificar os níveis de construção e compreensão dos gráficos estatísticos. Para novos esclarecimentos, inclusive sobre a coleta, leitura e interpretação desses dados, foram realizadas entrevistas aos grupos de alunos que desenvolveram os projetos de modelagem, para que pudessem descrever os bastidores, ou seja, descrevessem detalhadamente o que desenvolveram, comentassem as dificuldades, os caminhos percorridos, mesmo os que posteriormente foram refutados.

Assim, os dados coletados resultaram das versões escritas dos relatórios dos projetos de modelagem matemáticos dos alunos, gravações em vídeo das apresentações orais dos seus banners, gravações em áudio e vídeo das reuniões ocorridas em sala e em horários extra letivo (agendadas pelos alunos e a professora da escola) e gravações em vídeo das entrevistas com os grupos de alunos.

Os dados coletados foram analisados, incluindo também o seu cruzamento, através de um processo de identificação de padrões, categorias, relações entre dados, aspectos emergentes, na

tentativa de compreender os significados dos dados em relação às questões da investigação (Lincoln & Guba, 1985; Alves-Mazzotti, 1998). Os elementos ou aspectos comuns foram identificados em categorias, ou seja, foram estabelecidas classificações na tentativa de “agrupar elementos, ideias ou expressões em torno de um conceito capaz de abranger tudo isso” (Gomes, 2004, p. 70).

1.5 Organização da tese

Este trabalho encontra-se organizado em seis capítulos. No capítulo 1, Introdução, apresenta-se o estudo. Há uma breve contextualização do problema do estudo, apresentando-se o objetivo geral e as três questões de investigação, além dos elementos sobre a relevância do presente estudo. Apresenta-se, também, brevemente, a metodologia e os procedimentos de coleta e análise de dados, além do contexto onde a intervenção de ensino foi realizada. A literatura foi sucintamente apresentada, considerando-se as três subáreas da Educação Matemática presentes na tese: modelagem matemática, TIC e EE.

No capítulo 2, Revisão de literatura, apresentam-se as características gerais da modelagem matemática, as concepções pontuadas na literatura e, com maior detalhe, foi apresentada a concepção adotada. As TIC são apresentadas a partir de argumentos favoráveis e contrários para seu uso nas aulas de Matemática. Em seguida, são apresentadas quatro fases da presença das TIC na Educação Matemática brasileira e a perspectiva teórica dos coletivos formados por seres humanos e as mídias oralidade, escrita e informática. Por fim, são apresentadas as investigações no âmbito da EE, destacando-se as três competências estatísticas – literacia, raciocínio e pensamento estatístico – e o aprofundamento das discussões teóricas quanto à leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos. A sinergia entre as subáreas presentes na tese são destacadas no capítulo.

No capítulo 3, Método da investigação, é caracterizado o estudo de natureza qualitativa. Os participantes do estudo, o colégio e os cursos técnicos são apresentados. Também é apresentada a proposta das feiras de Matemática. Em seguida, apresentam-se os procedimentos de coleta e análise de dados, incluindo os critérios para selecionar os projetos de modelagem.

No capítulo 4, Apresentação dos resultados, apresentam-se os sete projetos de modelagem matemática, sendo feita uma breve apresentação geral de cada um e, em seguida, são apresentados os gráficos que foram lidos, interpretados e construídos a partir do cruzamento dos dados coletados nas observações, entrevistas e da análise dos documentos.

No capítulo 5, Discussão dos resultados, quatro categorias foram elencadas, e partindo delas os dados são discutidos com destaque para a mobilização dos conhecimentos etnomatemáticos no processo de interpretação de gráficos estatísticos. Nesse contexto, os conhecimentos matemáticos e tecnológicos são produzidos juntamente com os reflexivos, os quais também são coletivos compostos por alunos, professores, oralidade, escrita e informática. Outro destaque do presente estudo é a interação entre construção e interpretação de gráficos estatísticos, uma vez que o processo de interpretação indicou erros ou dificuldades na apresentação de dados em alguns gráficos, o que gerou a necessidade de novos gráficos construídos e, portanto, novas interpretações.

O último capítulo, Conclusões do estudo, inicia-se apresentando uma síntese do estudo. Em seguida, cada questão da investigação é comentada a partir dos resultados apresentados no capítulo anterior. Implicações e recomendações do estudo, além de sugestões de futuras investigações também são pontuadas.

Por fim, apresentam-se as referências e os anexos da tese.

CAPÍTULO II

REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, apresenta-se a revisão de literatura sobre a modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática, Tecnologias de Informação e Comunicação no processo de ensino e aprendizagem de Matemática e Educação Estatística (EE), com foco nos gráficos estatísticos. Estas subáreas ou tendências da Educação Matemática serão pontuadas, destacando-se, sobretudo, questões atuais de investigações a respeito do tema da tese.

2.1 Modelagem matemática na Educação Matemática

Nesta seção, apresentam-se as características da modelagem matemática. Inicialmente, alguns aspectos gerais do tema serão apresentados, como os argumentos para defender sua inserção no currículo. Na subseção seguinte, a partir das categorias das investigações sobre modelagem matemática desenvolvidas no Brasil, algumas concepções são apresentadas. Na última subseção, a concepção adotada neste estudo é exposta, com foco nos projetos de modelagem matemática.

2.1.1 Características gerais da modelagem matemática

Modelagem matemática é um termo presente em duas grandes áreas de investigação: Educação Matemática e Matemática Aplicada. Na Matemática Aplicada a modelagem matemática está presente em áreas como Biologia, Física e Engenharia. Essa presença em diferentes áreas da realidade foi um dos aspectos que contribuiu para o surgimento de novos campos de investigação, como Biomatemática e Física Matemática (Bassanezi, 2002).

Complementando este aspecto, a modelagem matemática se relaciona com a Matemática Aplicada conforme apresenta Biembengut (1990, p. 8):

A Matemática Aplicada estuda os modelos matemáticos ou, precisamente, a formulação de modelos, o estudo de problemas de caracteres estritamente matemáticos a eles associados, as interpretações dos resultados obtidos através do problema “real” a que se refere o modelo e, enfim, a validação do próprio modelo. Assim, o caráter da Matemática Aplicada equivale ao da modelagem matemática enquanto atitude de se analisar algo, utilizando ferramenta, conceitos e técnicas matemáticas.

Nesta tese, considera-se modelo matemático “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (Bassanezi, 2002, p. 20). Assim, gráficos de funções e estatísticos, tabelas de orçamento dos preços de produtos, plantas baixas de casas e modelos matemáticos clássicos, como o populacional de Malthus e Verhust, são alguns exemplos.

Segundo Bassanezi (2002), o matemático aplicado estuda um problema das Ciências ou de outras áreas da realidade e utiliza modelos matemáticos dentro de uma teoria matemática já existente para solucionar o problema. Com as experiências acumuladas pelos modeladores profissionais, podem-se usar os modelos matemáticos já existentes em situações semelhantes, como acontece na análise de situações relacionadas ao modelo do crescimento populacional. De modo geral, “o objetivo é resolver o problema da maneira mais simples e adequada possível” (Barbosa, 2001b, p. 13).

A outra abordagem da modelagem matemática⁶ está presente no contexto educacional. Alguns autores do Brasil e Portugal nomeiam de modelação matemática e da Dinamarca de trabalho de projeto como forma de distinguir os dois contextos em que a modelagem está presente (Biembengut, 2014; Dorow & Biembengut, 2008; Borba & Villarreal, 2005; Matos & Carreira, 1996; Matos, 1995). No Brasil, o termo mais utilizado é modelagem matemática, sendo considerado um abuso de linguagem (Barbosa, 2001b) ou uma metáfora para projetos na aula de Matemática (Borba & Villarreal, 2005).

De modo geral, “pode ser entendida como a utilização da matemática para resolver problemas reais” (Araújo, 2008, p. 3). Com isso, busca-se compreender algum tema do cotidiano com uso da Matemática, a partir da resolução de atividades com situações ou problemas advindos da realidade. Por ser entendida como um processo (Anastácio, 1990), autores apresentam diferentes concepções para a modelagem, as quais serão abordadas neste capítulo.

A modelagem é influenciada por alguns fatores, como o contexto educacional e o perfil dos alunos e dos profissionais da escola envolvidos na atividade (Araújo, 2008). Assim, também é influenciada pelo currículo escolar. Desta forma, cinco argumentos são apresentados por Blum e Niss (1991) para defender a inclusão da modelagem no currículo.

⁶ A partir deste ponto, utiliza-se modelagem matemática e modelagem como sinônimos e se referirá sempre à perspectiva da Educação Matemática, a menos que se explicita que seja na perspectiva da Matemática Aplicada.

- 1) argumento formativo: os alunos desenvolvem habilidades de explorar, resolver problemas e ser criativo. Além disso, podem-se viabilizar, para eles, ações relacionadas às atitudes, estratégias, técnicas e à heurística;
- 2) argumento da competência crítica: os alunos têm habilidade de compreender e analisar exemplos de situações que envolvam o uso da Matemática na sociedade. Com isto, “poderá ser entendida como a capacidade de reconhecer, compreender, analisar e avaliar exemplos atuais do uso da Matemática” (Matos & Carreira, 1996, p. 18);
- 3) argumento da utilidade: os alunos são preparados para utilizarem a Matemática em outras áreas da realidade, proporcionando-lhes tal uso numa variedade de contextos;
- 4) argumento da visão integrada da Matemática: os alunos percebem que a Matemática tem mais de uma faceta, pois é, além de uma atividade científica, uma atividade humana e cultural; e
- 5) argumento da aprendizagem da Matemática: possibilita aos alunos o aprendizado dos conteúdos matemáticos os quais estão atrelados ao contexto da realidade. Apresenta um estudo de Matemática relevante e que pode motivar os alunos.

Bassanezi (2002) acrescenta outro argumento:

- 6) argumento da alternativa epistemológica: os alunos percebem como a Matemática é composta por elementos culturais.

A literatura pontua a importância equivalente de todos os argumentos citados. Algumas vezes, nota-se a importância maior dada a um argumento ou a um conjunto deles. Por exemplo, Barbosa (2001b) afirma que sua concepção de modelagem prioriza os argumentos 2 e 6.

Nota-se a influência da etnomatemática no último argumento, temática que influenciou o trabalho desenvolvido pelo professor Rodney Bassanezi, um dos líderes do início do movimento da modelagem no Brasil (Biembengut, 2014; Biembengut, Vieira & Favere, 2005; Barbosa, 2001b). Ubiratan D’Ambrosio e Aristides Barreto também são destacados por suas contribuições iniciais nesta tendência da Educação Matemática (Biembengut, 2014; Biembengut et al., 2005). Além da etnomatemática, Borba e Villarreal (2005) afirmam que a Matemática Aplicada e as ideias de Paulo Freire são aspectos que moldaram este início. Apresentam-se, a seguir, essas três características do início da modelagem no Brasil.

A Matemática Aplicada esteve presente no início do movimento no Brasil devido à formação inicial do professor Rodney Bassanezi, matemático aplicado de origem, que influenciou e ainda influencia o movimento da Educação Matemática brasileira, ministrando cursos, oficinas

e palestras que contribuem para a formação de professores de Matemática (Biembengut, 2014; Borba & Villarreal, 2005).

Etnomatemática, etimologicamente, significa a arte ou técnica de lidar, conhecer, explicar e entender as diferentes culturas e sociedades (D'Ambrosio, 2004b). Sem negar a Matemática formal, D'Ambrosio (2004b) entende que outras manifestações matemáticas estão presentes no mundo, identificadas por diferentes formas de medir, comparar, classificar, inferir, representar, dentre outras ações, as quais estão impregnadas com outros tipos de manifestações, como artísticas, religiosas e tecnológicas. Tudo isso é impregnado de cultura, a qual D'Ambrosio (2004b, p. 21) define como sendo “o conjunto de mitos, valores, normas de comportamento e estilos de conhecimento compartilhados por indivíduos vivendo num determinado tempo e espaço”.

A etnomatemática se inter-relaciona com a modelagem uma vez que a matemática está impregnada de elementos culturais e que estão enraizados por diferentes formas de pensamento humano, assim como Paulo Freire propôs no processo de alfabetização de adultos. As perspectivas teóricas apresentadas por este pesquisador contribuíram para moldar as ideias iniciais do movimento da modelagem no Brasil (Borba & Villarreal, 2005).

Freire propôs a leitura do mundo a partir das palavras (ou temas) que os adultos (como estudantes) conheciam para iniciar o seu processo de alfabetização. Para ele, cabe à escola “respeitar os saberes com que os educandos, sobretudo os das classes populares, chegam a ela, saberes socialmente construídos na prática comunitária” (Freire, 1996, p. 30). Com isso, Freire questiona:

Por que não aproveitar a experiência que têm os alunos de viver em áreas da cidade descuidadas pelo poder público para discutir, por exemplo, a poluição de riachos e dos córregos, os lixões e os riscos que oferecem à saúde das gentes. Por que não há lixões no coração dos bairros ricos e mesmo puramente remediados dos centros urbanos? [...]

Por que não discutir com os alunos a realidade concreta que se deva associar a disciplina cujo conteúdo se ensina, a realidade agressiva em que a violência é a constante e a convivência das pessoas é muito maior com a morte do que com a vida? Por que não estabelecer uma “intimidade” entre os saberes curriculares fundamentais aos alunos e a experiência social que eles têm com os indivíduos? (Freire, 1996, p. 30).

Assim, parte-se do pressuposto de que “todo mundo sabe alguma coisa do mesmo modo que ninguém ignora ou domina todo o saber” (Streck, Redin & Zitkoski, 2010, p. 367). De forma semelhante, quando estudantes interagem com professor em sala de aula para a escolha e/ou

discussão de um tema da realidade em uma atividade de modelagem, os contributos dos estudantes deveriam ser considerados (Borba & Villarreal, 2005).

Essas influências do início das investigações da modelagem no Brasil ainda são notadas atualmente. Por exemplo, as ideias de Freire contribuíram para as discussões propostas pela Educação Matemática Crítica – EMC (Skovsmose, 2001), a qual permeia a concepção de modelagem de Barbosa (2001b), que será aprofundada nesta revisão de literatura.

Outro aspecto marcante atual são os pressupostos da Matemática Aplicada, os quais estão presentes na concepção de modelagem de alguns investigadores brasileiros. Isso se deve, dentre outros fatores, a formação deles nesta área no mestrado e/ou doutoramento. Em algum momento passam a investigar também ou prioritariamente a modelagem na perspectiva educacional.

Nota-se a mudança não só das áreas, pois em alguns investigadores, percebe-se que reflexões, leituras e debates geraram mudanças nas suas concepções ao longo do tempo. Também é possível notar que alguns são influenciados por diferentes momentos ou fases do desenvolvimento da modelagem no Brasil.

Dorow e Biembengut (2008) afirmam que a modelagem no Brasil possui três fases. A inicial é compreendida entre 1976 e 1986. As dissertações de mestrado, desse período, apresentam a modelagem como proposta para ensino da matemática, que atualmente seriam classificadas como relatos de experiências de sucesso (Barbosa, 2001a; Araújo, 2009).

A segunda fase é compreendida entre 1987 e 1991. Nas dissertações produzidas nesse período havia “uma tentativa de provar a validade da modelagem matemática no ensino de qualquer nível. Identifica-se a defesa e a concepção de Bassanezi” (Dorow & Biembengut, 2008, p. 58). Esta fase também é marcada pela necessidade de produção de atividades de modelagem (Araújo, 2009).

A terceira fase, que segue até os dias atuais, é marcada por crescente interesse de jovens investigadores e aspectos que demarcam a modelagem como uma subárea da Educação Matemática. Conforme Araújo (2009), as fases brasileiras e internacionais ocorreram com forma e períodos semelhantes.

Atualmente, a modelagem é entendida como uma linha de investigação que está em busca de consolidação, com aprofundamento de temáticas já investigadas e modificação no perfil de estudos mais recentes no Brasil (Tambarussi & Klüber, 2014a). Tem um número significativo de publicações (artigos em periódicos, dissertações, teses, livros, etc), grupos de investigação, presença marcante em conferências e um Grupo de Trabalho (GT) no International

Congress on Mathematics Education (ICME), realizado a cada quatro anos, em diversos países, pela International Commission on Mathematics Instruction (ICMI). Há, também, um GT que tem atuação destacada no Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), realizado a cada três anos, em diferentes localidades do Brasil, pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Além disso, existem congressos específicos que são organizados bianualmente: International Congress on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA), organizado em diferentes países, e a Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), que é organizada pelo GT da SBEM em diferentes regiões brasileiras (Tambarussi & Klüber, 2014a; Biembengut, 2014; Blum et al., 2002).

Também no cenário atual, a partir do contato com dissertações e teses sobre a modelagem, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) identificaram uma variedade de temas e suportes teóricos presentes nas investigações. Segundo estes autores, as diferentes concepções apresentam “pequenas sutilezas”, com algumas enfatizando a Matemática Aplicada ou questões mais específicas do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Por exemplo, o tema lixo pode ser escolhido para que um debate político sobre a questão ambiental e a necessidade de reciclagem estejam presentes (Diniz & Borba, 2012). Outro exemplo seria uma abordagem em que modelos matemáticos das Ciências são analisados pelos alunos em atividades com o uso das TIC para discutir, qualitativamente, equações diferenciais (Javaroni, 2007) ou, de modo geral, atividades para o processo de ensino e aprendizagem de novos conteúdos relacionados aos modelos matemáticos (Soares & Javaroni, 2013).

Com essa variedade de olhares para a modelagem, emerge a necessidade de reflexões sistemáticas sobre o que já foi investigado e o que ainda foi pouco ou nada estudado, ou seja, trabalhos do tipo mapeamento (Tambarussi & Klüber, 2014b; Biembengut, 2014), conforme será abordado na próxima subseção.

2.1.2 Concepções e características da modelagem nas investigações brasileiras

Há poucos trabalhos de mapeamento no Brasil, mas tem se identificado que alguns autores têm elaborado categorizações para as investigações de modelagem desenvolvidas. Alguns estudos focam nas investigações já realizadas (Tambarussi & Klüber 2014b; Araújo, 2009; Silveira, 2007) e outros nas concepções de modelagem presentes na literatura (Borba & Villarreal, 2005). De modo semelhante, existem mapeamentos com o olhar para o cenário internacional (Kaiser & Sriraman, 2006; Blum et al., 2002).

As categorias elencadas no mapeamento feito por Tambarussi e Klüber (2014b) sobre as investigações em modelagem desenvolvidas no Brasil são:

- aplicação da modelagem matemática em diferentes perspectivas;
- modelagem e conteúdo matemático;
- aprendizagens no contexto da modelagem matemática;
- modelagem matemática e aspectos teóricos, filosóficos e epistemológicos;
- mapeamento da utilização da modelagem; e
- formação de professores e modelagem.

As duas primeiras categorias são semelhantes na forma de conceber a modelagem, sendo que a segunda é mais incisiva na abordagem de conteúdos matemáticos, escolhidos *a priori* pelo professor.

Nestas duas categorias, Araújo (2009) e Tambarussi e Klüber (2014b) identificam a repetição de objetivos de investigações já realizadas e uma apologia à modelagem, como se houvesse uma necessidade de demarcar a modelagem na sala de aula. Alguns fatores justificam esses aspectos, pelo menos parcialmente, e serão pontuados a seguir.

Quanto à existência de investigações atuais semelhantes às desenvolvidas nas duas primeiras fases da modelagem no Brasil, conforme classificadas por Dorow e Biembengut (2008), elas se justificam pelo desejo de conhecer como a modelagem é desenvolvida em sala de aula. Nota-se, também, que as diferentes concepções de modelagem presentes na literatura geram necessidade de aplicações em sala de aula para sua maior compreensão (Tambarussi & Klüber, 2014a).

Outro aspecto, que é identificado por Tambarussi e Klüber (2014a), é um número significativo de investigações em que orientadores possuem, no máximo, duas dissertações ou teses de modelagem sob sua orientação. Ora, nestas situações, são profissionais que possuem pouca tradição na área de modelagem.

Além disso, conteúdos matemáticos, os quais não estavam presentes em investigações realizadas anteriormente, ganham destaque atualmente, como no caso de pesquisas sobre modelagem e Educação Financeira (e.g., Souza & Tavares, 2015). Destaca-se que, com isto, não se afirma que não sejam investigações importantes, mas que não deveriam ter objetivos iguais aos de investigações anteriores.

Como já foi afirmado, com base em Tambarussi e Klüber (2014a), algumas investigações da categoria aplicação da modelagem matemática em diferentes perspectivas, que focam em conteúdos matemáticos específicos, são caracterizados como a segunda perspectiva

(modelagem e conteúdo matemático). Outras buscam diálogos com teorias como a didática da matemática, as quais são também categorizadas pela perspectiva epistemológica ou modelagem teórica (Kaiser & Sriraman, 2006).

No contexto das duas categorias iniciais de Tambarussi e Klüber (2014a), apresentam-se algumas concepções de modelagem, a seguir.

Almeida e Dias (2004, pp. 21-22) apresentam a modelagem como sendo:

Um estudo matemático acerca de um problema não essencialmente matemático, que envolve a formulação de hipóteses e simplificações adequadas na criação de modelos matemáticos para analisar o problema em estudo, pode ser vista como uma alternativa para inserir aplicações da Matemática no currículo escolar sem, no entanto, alterar as formalidades inerentes ao ensino.

O foco destas autoras é apresentar a modelagem como uma proposta pedagógica a partir de uma atividade para abordagem dos conteúdos matemáticos. Em Almeida e Dias (2004), a atividade de modelagem contribuiu para um trabalho da função exponencial e progressão geométrica no ensino médio.

Assim, a concepção de modelagem das autoras tem foco principal no currículo e em conteúdos do programa, estando, portanto, na categoria modelagem e conteúdo matemático. Nota-se que a concepção e prática pedagógica em modelagem estão em harmonia e o artigo tem o objetivo de defender a modelagem como proposta pedagógica. Assim sendo, como destaca Diniz (2007), é possível que os principais objetivos do professor ao propor a atividade de modelagem estejam relacionados, de modo harmônico, com sua concepção.

Em investigação realizada no século passado, Anastácio (1990, p. 85) realizou reflexões teóricas sobre a modelagem e já pontuava que “muitas vezes os professores se preocupam em olhar a realidade sob a ótica de determinado conteúdo matemático. Assim, o que fazem é procurar exemplos na realidade que ilustrem a matemática que querem ensinar”.

Outro exemplo dessa abordagem da modelagem em sala de aula está presente na dissertação de mestrado de Burak (1987), a qual teve como objetivo principal o desenvolvimento de atividades de modelagem para o ensino da matemática na 5.ª série (atualmente, 6.º ano), como uma proposta alternativa ao modelo tradicional. Com isso, as atividades eram pré-definidas pelo investigador e “o professor já ‘sabe’ onde tem de chegar, não se geram muitos desafios, nem para ele, nem para os alunos, já que o docente sabe de antemão quais serão os conteúdos matemáticos a serem ministrados” (Klüber & Burak, 2008, p. 25). Professor e alunos atuam, portanto, na zona de conforto, “onde quase tudo é conhecido, previsível e controlável. Conforto aqui está sendo utilizado no sentido de pouco movimento. Mesmo insatisfeitos, e em

geral os professores se sentem assim, eles não se movimentam em direção a um território desconhecido” (Borba & Penteadó, 2001, p. 54).

Assim, as investigações pontuadas ilustram perspectivas que se baseiam na concepção de Bassanezi (2002, p. 16): “modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Com isso, “o fenômeno modelado deve servir como pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática” (Bassanezi, 2002, p. 38). Esta perspectiva é nomeada por Kaiser e Sriraman (2006) de realística ou de aplicação da modelagem, uma vez que é uma visão semelhante à perspectiva da Matemática Aplicada, acrescida de alguns elementos educacionais, como o olhar para o contexto do aluno.

Entende-se, assim como alguns autores, a necessidade de diferenciar a modelagem da Matemática Aplicada da modelagem da Educação Matemática, pois os modeladores profissionais possuem grande ferramental matemático para resolverem os problemas, ao contrário dos alunos (Klüber & Burak, 2008). Esta postura tem méritos e também razões, como já exposto, mas não há ressonância com a concepção adotada nesta tese, uma vez que o foco principal é reduzido a um método de ensinar Matemática e legitimar o currículo (Meyer et al., 2011). Ainda durante a segunda fase da modelagem no Brasil, Anastácio (1990) já destacava que as atividades não podem se restringir apenas às técnicas de modelagem, que sintetizam a prática dos modeladores profissionais.

Ainda sobre a categoria modelagem e conteúdo matemático, para Biembengut e Hein (2003) o foco da modelagem é a obtenção de um modelo matemático. Klüber e Burak (2008) criticam a autora, pois afirmam que os alunos precisariam dominar alguns conteúdos matemáticos previamente para desenvolverem atividades de modelagem. Com isto, identifica-se que as concepções apresentadas pelos autores Almeida e Dias (2004), Bassanezi (2002), Biembengut e Hein (2003) e Burak (1987) possuem similaridades no que diz respeito ao objetivo de propor a modelagem em sala de aula.

Além disso, entende-se como importante diferenciar modelagem de outras propostas pedagógicas que podem ser implementadas na aula de matemática para que não sejam como uma ilha isolada de outras propostas (Barbosa, 2004a, 2001b). Defende-se que a modelagem deve ser uma atividade proposta aos alunos de forma análoga a outros ambientes de aprendizagem. Por conseguinte, emerge a necessidade de investir na formação de professores de matemática para que a modelagem seja proposta com novos olhares (Silva & Oliveira, 2015; Barbosa, 2001b), especialmente com relação às práticas tradicionalmente vigentes (Tambarussi

& Klüber, 2014b). Estas investigações estão pontuadas na última categoria, denominada de formação de professores e modelagem.

Novos focos de investigação em modelagem surgem desde 2001, com relação ao olhar mais “teórico” para a prática de modelagem matemática em sala de aula, nomeados por Tambarussi e Klüber (2014a) pelas categorias aprendizagens no contexto da modelagem matemática e modelagem matemática e aspectos teóricos, filosóficos e epistemológicos.

Por exemplo, Klüber e Burak (2008, p. 22) destacam que o professor Dionísio Burak teve um avanço teórico no âmbito epistemológico da sua concepção, “que se direciona para um ensino por construção e, por conseguinte, persegue de perto um ensino contextualizado, fruto de influências recebidas das ciências humanas”, como da teoria da aprendizagem significativa (Burak & Aragão, 2012).

Também com esse olhar mais “teórico”, Barbosa (2001b, 2006) propõe a modelagem a partir de uma perspectiva que nomeia de sociocrítica, a qual é moldada pelas ideias da EMC. Isso cria possibilidades para transformação dos contextos investigados pelos alunos nas atividades de modelagem, inclusive com intervenções na realidade (Tambarussi & Klüber, 2014a).

A concepção de Barbosa, a qual é adotada nesta tese, apresenta a modelagem como uma atividade de natureza aberta (Barbosa, 2001a), sendo “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (Barbosa, 2001b, p. 31).

Baseado em Skovsmose (2000), Barbosa entende que os ambientes de aprendizagem são as condições que os professores colocam para que ocorra a aprendizagem dos alunos. Por isso, aula tradicional expositiva e as tendências da Educação Matemática, como uso de jogos, Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e modelagem são alguns exemplos de ambientes de aprendizagem.

As atividades de modelagem, na concepção adotada, são fundamentadas em duas características centrais (Barbosa, 2006):

- ter referência na realidade, não sendo, portanto com referência a uma semirrealidade (ou realidade fictícia) nem ter referência na Matemática pura (Alrø & Skovsmose, 2006; Skovsmose, 2000); e
- ser um problema para os estudantes e, portanto, não é um exercício (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003; Onuchic & Allevato, 2011).

Na resolução de exercícios, os quais possuem só uma resposta correta, os alunos aplicam uma técnica, propriedade, teorema e/ou algoritmo matemático para solução da atividade. O problema se caracteriza como sendo uma atividade de que, *a priori*, os alunos não sabem a resposta (Onuchic & Allevato, 2011; Ponte et al., 2003).

Na concepção de modelagem de Barbosa, o problema deve ter referência à realidade⁷ e se caracteriza, segundo Skovsmose (2000), como diferente de atividades com referência à Matemática e à semirrealidade. Na referência à Matemática, há apenas termos nos contextos matemático e da língua materna, como acontece em questões em que se solicita a resolução de alguns exercícios sobre equações do 1º grau. Na referência à semirrealidade, a resposta está “completamente descrita no texto da questão. Nenhuma informação externa referente à semirrealidade é relevante para fins da resolução” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 54), ou seja, é uma realidade fictícia, como muitas vezes está presente nos livros didáticos de Matemática.

Ter dados reais não significa que a atividade seja um problema. Para esclarecer isto, Skovsmose (2000) e Alrø & Skovsmose (2006) apresentam dois paradigmas de práticas de sala de aula. O paradigma do exercício é proposto a partir da sequência definição, exemplos e exercícios, como comumente está presente nas aulas tradicionais de Matemática (Silva & Diniz, 2013; Skovsmose, 2000). No paradigma dos cenários para investigação, as atividades possuem outra natureza.

Os alunos podem formular questões e planejar linhas de investigação de forma diversificada. Num cenário para investigação, a fala “o que acontece se?” deixa de pertencer apenas ao professor e passa a poder ser dita pelo aluno também. E outra fala do professor, “Por que é dessa forma?”, pode desencadear a fala do aluno “Sim, por que é dessa forma?” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 55-56).

O professor pode propor atividades em que sejam identificadas as três referências (Matemática pura, semirrealidade ou realidade) dentro de um dos dois paradigmas de práticas de sala de aula (paradigma do exercício e cenários para investigação). Defende-se que a modelagem seja proposta no paradigma dos cenários para investigação com referência à realidade. Adentrar neste ambiente de aprendizagem é simbolizado pelo aceite dos alunos para participar da atividade de modelagem, conforme concepção de Barbosa.

⁷ Autores apresentam diferentes concepções na forma de compreender a relação entre Matemática e realidade. Blum e Niss (1991) consideram que a Matemática não está presente no mundo real. Já autores como Barbosa (2001b) e Skovsmose (2000) apresentam a Matemática como parte do mundo real. Uma discussão aprofundada pode ser encontrada em Araújo (2002) e Blum et al. (2002). Os termos mundo real, realidade e cotidiano serão usados como sinônimos de referência à realidade, conforme referido por Skovsmose (2000), para evitar repetição do termo.

Segundo Klüber e Burak (2008), o convite mostra respeito pelos interesses dos alunos e as aprendizagens dos professores e alunos são condicionadas pelos contextos de caráter cognitivo, biológico, cultural, social, dentre outros, em que seus interesses estão imersos. Essas características vão ao encontro dos dois pressupostos principais da concepção atual de Burak, ou seja, ele concebe que se deve considerar “1) o interesse do grupo de pessoas envolvidas; [e] 2) os dados são coletados onde se dá o interesse do grupo das pessoas envolvidas” (Burak & Aragão, 2012, p. 88).

A natureza do convite, o professor e os alunos são algumas das condições para que os alunos aceitem o convite e podem variar conforme seus interesses (Alrø & Skovsmose, 2006). A escolha do tema do cotidiano a ser abordado é, geralmente, característico dos projetos de modelagem, os quais são apresentados como caso 3, por Barbosa (2001b).

Alguns autores condicionam a escolha do tema à realidade vivida pelo aluno (Anastácio, 1990), como temas ligados à cultura dos que estão presos, no caso de escolas prisionais, ou temas relacionados à periferia, para alunos que estão em escolas deste cenário (Meyer et al., 2011). Outros têm visões diferentes, em que a investigação é entendida como pesquisa, como princípio educativo, a partir do diálogo com a realidade de modo que os alunos possam “assumir o comando do processo” (Demo, 2005, p. 80).

O tema gerador da discussão do trabalho de Modelagem deve ser relevante para os alunos, cabendo ao professor ficar atento a isto, especialmente se ele propuser o tema para a classe. Neste processo, uma investigação pode fazer com que algo desperte a curiosidade dos alunos, uma vez que eles podem desejar saber mais e entender determinado tema do seu cotidiano. Pode ser também que, mesmo não sendo algo próximo da sua realidade, seja interessante para eles. Por exemplo, é possível que um grupo de alunos de uma escola pública da periferia, como a maioria que se conhece, queira estudar sobre o raio *laser* ou sobre astronautas. Provavelmente, algo despertou a atenção deles, a curiosidade em conhecer ou aprender mais sobre tal tema, e isto não deveria ser negado pelo professor (Diniz, 2007, p. 13 – grifo do autor).

É com uma curiosidade inicial, dita ingênua por Freire (1996), que se inicia o processo para a escolha do tema do mundo real. Assim, “a escolha do tema implica que há um controle a partir de quem seleciona esse tema, independente de suas razões” (Silva & Oliveira, 2015, p. 44) e depende, também, dos objetivos pedagógicos dos professores. Por conseguinte, o professor tem a oportunidade de se colocar como aprendiz, juntamente com os alunos, uma vez que pode ter menor controle das atividades desenvolvidas em sala de aula.

Percebe-se que a escolha do tema pelo professor pode conflitar com os interesses dos alunos, o que pode fazer com que não aceitem o convite. De modo geral, se a escolha do tema

do projeto de modelagem é feita pelos alunos, aproxima o convite ao interesse deles. Isso permite a quebra de uma regra, a qual geralmente não está presente nas aulas de Matemática: a possibilidade dos alunos fazerem parte da construção do currículo escolar (Borba & Villarreal, 2005).

Há autores que entendem que a escolha do tema do cotidiano para a atividade de modelagem deve ser feita apenas pelo professor. Por exemplo, Biembengut (2014, p. 42) afirma que “a maioria dos estudantes em qualquer fase da escolaridade [...] não sabe escolher um tema de seus interesses”. A autora também afirma que se os alunos escolhem um tema acabam se desinteressando. A literatura e a experiência do investigador revelam um cenário em que os alunos podem ter interesse e aceitar o convite do professor, representado pela possibilidade de opinarem na escolha do tema da realidade. Com isto, revelam sinais de que podem adentrar neste cenário para investigarem e desenvolverem ações necessárias na atividade. Mas isto não isenta a possibilidade de terem dúvidas e dificuldades, especialmente para os que nunca desenvolveram uma proposta como esta em aulas de Matemática.

Por exemplo, Jacobini (2004) e Jacobini e Wodewotzki (2006) atrelam o convite ao engajamento e crescimento político dos alunos, no sentido da realização de reflexões sobre formas de pensar e agir na sociedade, as quais são possíveis devido ao amadurecimento acadêmico deles. Jacobini (2004) apresenta o convite a partir do tema do cotidiano escolhido pelo professor. Ele busca estabelecer uma forte relação entre interesse, crescimento político e participação dos alunos nas atividades de modelagem.

Por outro lado, a literatura pontua que o interesse dos alunos também pode ser para agradar o professor ou obter uma nota na atividade (Herminio & Borba, 2010). Araújo (2008, 2002) apresenta formas diferentes de como os alunos consideram a presença da matemática nas atividades de modelagem. Segundo esta autora, os alunos desenvolvem a atividade de modelagem a partir de uma situação semirreal, pois pensam primeiro no conteúdo matemático de modo análogo aos investigadores, mas com a visão de alunos, para a segunda categoria de investigações em modelagem, nomeada por Tambarussi e Klüber (2014b) de modelagem e conteúdo matemático. Além disso, Araújo (2008) pontua que também há inserção de um modelo matemático inadequado para a situação pesquisada pelos alunos. Assim, pode-se afirmar que a Matemática pode ser utilizada para validar os resultados encontrados no projeto de modelagem.

Estes aspectos destoam da concepção de modelagem de Barbosa, uma vez que são os problemas propostos na atividade que delineiam os conteúdos matemáticos que serão abordados e, portanto, o foco principal não é o currículo escolar.

Assim, Barbosa (2006) destaca o papel da cultura escolar na adoção de estratégias pelos alunos. Por isto, o professor deve estar atento à possível desistência (pela perda de interesse) dos alunos no desenvolvimento da atividade, o que faz com que o professor apresente motivos para que os alunos não desistam da proposta.

Com base em John Dewey, os investigadores Herminio e Borba (2010) afirmam que o interesse tem três características:

- dinâmico, pois os alunos se movimentam em busca de algo;
- objetivo, uma vez que se deve percorrer uma meta; e
- pessoal, pois é individual e tem um valor dado a esse objeto estudado de modo emocional.

Apesar de ser individual, no momento da escolha do tema da atividade de modelagem, o ideal é que o interesse por uma temática seja compartilhado coletivamente. Isso pode gerar transformações nos interesses durante o desenvolvimento da proposta e, portanto, não ter o interesse distribuído de forma homogênea no grupo (Herminio & Borba, 2010).

Destarte, a literatura aponta que há uma possível tensão na escolha do tema da realidade quando está é feita pelo aluno ou professor, pois como se pode garantir que o conteúdo matemático que o professor quer abordar, a partir do seu planejamento seja feito a partir do ambiente de aprendizagem modelagem, mesmo que a concepção adotada seja conforme as duas categorias iniciais apresentadas por Tambarussi e Klüber (2014b)? Por exemplo, como garantir que o conteúdo matemático equações algébricas, que geralmente é abordado no 3.º ano do ensino médio no Brasil, esteja presente em uma atividade de modelagem com o tema Água e articulado ao interesse dos alunos?

Entende-se, nesta tese, que a escolha do tema pode ser compartilhada, no sentido de negociar os interesses e as limitações decorrentes do cenário escolar. Como já foi afirmado, a escolha do tema do mundo real deveria considerar a curiosidade dos alunos, algo que eles querem saber mais, em que o interesse pode ser por temas do cotidiano de caráter global ou local (Diniz, 2007).

Tem-se uma curiosidade inicial que é superada por uma curiosidade que permanece e, portanto, torna-se crítica, segundo Freire (1996). Neste sentido, a curiosidade é caracterizada por Freire como uma negação das certezas a partir de um processo de elaboração de perguntas

atrelado à resolução de problemas, conforme concepção de modelagem de Barbosa. Embora envolva também dificuldade, ela gera estudos prazerosos (Streck et al., 2010). Só assim, segundo Freire, “o ato de conhecer se efetiv[a] numa perspectiva crítica” (Streck et al., 2010, p. 108).

Ainda segundo Freire (1996), ao se manter a curiosidade ao longo do desenvolvimento da atividade, os alunos terão a experiência de buscar conhecer cada vez mais o objeto de estudo e, por conseguinte, mais epistemológica fica a curiosidade. Capacidades de conjecturar, intuir, analisar, comparar, refletir podem emergir até se chegar às explicações das dúvidas que geraram a curiosidade. Por isso, a curiosidade é crítica, conforme Freire (1996).

Manter vivo o interesse do aluno é como manter a chama da curiosidade sempre acesa, especialmente no desenvolvimento de projetos de modelagem, que podem durar até cerca de seis meses. Não é fácil, mas Freire (1996) pontua que o que nos direciona a continuar é a esperança.

Paulo Freire foi uma das inspirações para a EMC e Skovsmose (2007) esclarece que a EMC não deve ser compreendida em relação a um currículo particular ou forma de abordagem pedagógica da Matemática em sala de aula. Ao invés disso, Skovsmose (2007) defende que a EMC seja compreendida a partir do surgimento de elementos que permitam a reflexão sobre a natureza crítica da Educação Matemática. Assim, EMC “é uma resposta para uma posição crítica da Educação Matemática” (Skovsmose, 2007, p. 73). O autor esclarece que se a postura crítica estiver presente em uma atividade escolar, estará em ressonância com o envolvimento dos alunos e será imperativa para a ação. Com isto, estará em harmonia com uma atividade de modelagem na concepção adotada nesta tese, uma vez que estará presente o olhar crítico do tema do cotidiano analisado.

A EMC, segundo Skovsmose (2001), também teve influências de estudos da etnomatemática e Educação Crítica (EC). Assim, fundamenta-se nos pressupostos da EC: competência crítica, distância crítica e engajamento crítico.

O conceito de competência crítica enfatiza que os estudantes devem estar envolvidos no controle do processo educacional. Ambos, estudantes e professor, devem estabelecer uma distância crítica do conteúdo da educação: os princípios aparentemente objetivos e neutros para a estruturação do currículo devem ser investigados e avaliados. A educação deve ser orientada para problemas, quer dizer, orientada em direção a uma situação “fora” da sala de aula. Essa orientação implica que também a dimensão do engajamento crítico deva ser envolvida na educação (Skovsmose, 2001, p. 38).

Percebe-se muitos elementos da modelagem da concepção de Barbosa presentes nesta citação, como os termos problemas, situação “fora” da sala de aula, controle do processo educacional pelos alunos, os quais teriam um papel preponderante na escolha do tema da realidade a ser estudado na atividade de modelagem. Além disso, permeiam por processos de formação crítica dos alunos, para que reflitam sobre as desigualdades da sociedade, questionando-as (Freire, 1996).

Ole Skovsmose se destaca por ser um dos pioneiros nas investigações da EMC. Ele apresenta três preocupações na EMC, as quais estão relacionadas aos contextos, conteúdos e alunos (Skovsmose, 2007):

- 1) realidades particulares, ou seja, a Educação Matemática não deve se preocupar só com contextos ideais. Por exemplo, contextos onde não há Internet disponível influenciam o desenvolvimento de atividades de modelagem, tanto na discussão de temas locais, como globais. Segundo D’Ambrosio (1986), a Educação Matemática poderia assumir o papel de análise crítica da realidade a partir de múltiplos olhares para, por exemplo, proporcionar melhor qualidade de vida para as pessoas;
- 2) matemacia, isto é, os alunos não devem só saber realizar os cálculos matemáticos, mas também refletirem sobre seu uso em diferentes contextos, inclusive no mundo real; e
- 3) atenção aos alunos, no sentido de refletirem sobre o cenário atual na sociedade particular onde vivem, na tentativa de projetarem futuros horizontes para os estudantes.

Quanto à preocupação 2, D’Ambrosio (2005) utiliza o termo *materacia* de modo similar ao termo *matemacia* utilizado por Skovsmose (2007). Para o primeiro autor, *materacia* é “a capacidade de interpretar e analisar sinais e códigos, de propor e utilizar modelos e simulações da vida quotidiana, de elaborar abstrações sobre representações do real” (D’Ambrosio, 2005, p. 107).

Como aponta Araújo (2009), abordagens pedagógicas fundamentadas na EMC proporcionam que sejam criadas as condições para a atuação crítica dos alunos na sociedade, em que a Matemática serve como suporte tecnológico.

Assim, a Matemática e seu uso na sociedade se tornam elementos necessários a serem observados de modo crítico, uma vez que tomadas de decisão são fundamentadas em argumentos matemáticos, os quais se baseiam no *status* de verdade e certeza da Matemática e que Borba e Skovsmose (2001) nomeiam de ideologia da certeza.

Segundo os autores, ideologia é “um sistema de crenças que tende a esconder, disfarçar ou filtrar uma série de questões ligadas a uma situação problemática para grupos sociais” (Borba & Skovsmose, 2001, p. 128). Um dos papéis da EMC é revelar e questionar a ideologia da certeza, em que o argumento matemático é tido como definitivo, como uma lei inquestionável aplicada por um juiz, como se não houvesse outra possibilidade de interpretação. A incerteza tem um papel central na EMC (Skovsmose, 2008). Na concepção de modelagem adotada no presente estudo, deve-se analisar criticamente os modelos matemáticos utilizados pelos estudantes na atividade em sala de aula. Será que estão sendo usados como um argumento definitivo na sociedade ou na atividade ou, como já argumentado, são utilizados para agradar o professor?

Em atividades de modelagem, Diniz e Borba (2012, p. 165) pontuaram que alguns alunos utilizam “modelos matemáticos, os quais foram organizados de tal forma que buscam representar alguma informação, com a utilização da Matemática, sem maiores explicações de como foram constituídos”. Assim, os autores definem essas informações coletadas como dados prontos. Por exemplo, alunos podem apresentar uma fórmula ou gráfico pronto, coletado na Internet, mas não conseguem explicá-lo, pois não há descrições ou justificações que apresentem estes modelos matemáticos recolhidos em *sites* e/ou livros que foram consultados pelos alunos. Skovsmose (2008, p. 9) apresenta algumas questões para que se reflita sobre a utilização de modelos matemáticos, as quais se relacionam com os dados prontos: “Quem constrói os modelos? Que aspectos da realidade estão incluídos nos modelos? Quem tem acesso aos modelos? Quem é capaz de controlar os modelos? Em que sentido é possível falsificar um modelo?”

Assim, o questionamento da ideologia da certeza é uma atitude de curiosidade e interesse pelo tema da realidade e se entende que estaria atrelada ao desenvolvimento da atividade na concepção de modelagem aqui adotada, uma vez que a Matemática utilizada seria refletida criticamente. Com isto, a Matemática tem um papel bem delineado na concepção de modelagem de Barbosa, aqui assumida, uma vez que “não há necessidades prévias e prioritárias de ensinar conteúdos matemáticos, mas que podem surgir como necessidade de ser abordado como ‘unidade de conteúdo’, com foco na resolução e desenvolvimento do projeto de modelagem matemática” (Klüber & Burak, 2008, p. 23).

Assim, esclarece-se que na concepção de modelagem de Barbosa (2001b, pp. 29-30), as atividades

São consideradas como um meio de indagar e questionar situações reais por meio de métodos matemáticos, evidenciando o caráter cultural e social da matemática. Esta é vista como “meio” em vez de “fim”. A ênfase está na compreensão do significado da matemática no contexto geral da sociedade.

E como operacionalizar a modelagem em sala de aula na concepção assumida? Neste momento, entende-se ser necessário detalhar os diferentes modos de propositura na próxima subseção.

2.1.3 Concepção e características de modelagem no estudo realizado

Barbosa (2001b) apresenta três possibilidades de desenvolver atividades de modelagem em sala de aula, as quais denomina de casos. O autor pontua que estes casos não são as únicas formas de configurar as atividades de modelagem em sala de aula, pois as apresenta como possibilidades, uma vez que se pode classificar uma atividade de modelagem com algumas características de dois casos, por exemplo.

Como se pode verificar na Tabela 1, em cada caso, professor e alunos assumem diferentes papéis.

Tabela 1 – Adaptação das tarefas dos alunos e professores nos casos de Modelagem

Etapas	Casos	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação-problema		professor	professor	professor/aluno
Simplificação		professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta dos dados		professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução		professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: adaptado de Barbosa (2001b, p. 40).

Como pontua Diniz (2010, p. 8), “modelagem é coparticipação”, pois em todos os casos, em maior ou menor forma de participação, professor e alunos compartilham experiências de conhecimento. Considera-se que os alunos devem ser reunidos em grupos para que possam dialogar sobre o tema da realidade.

No caso 1, o professor apresenta uma atividade como uma situação-problema na forma de convite, em que há informações qualitativas e quantitativas sobre um tema da realidade, as quais são apresentadas aos alunos de modo simplificado, escritas em um pequeno texto. Resta aos grupos de alunos a resolução das questões propostas, com a participação do professor. Com isto, os alunos não precisam coletar dados fora da sala de aula para responderem a

atividade. Ainda, experiências e aprendizados prévios dos alunos estão presentes nos debates sobre as questões propostas.

Segundo Barbosa (2004a), a atividade não é extensa. Sugere-se que esta atividade possua de duas a quatro horas/aula e que contemple questões abertas, fechadas e semi-fechadas, conforme apresentam Sant'Ana e Sant'Ana (2009). Nas questões abertas, há a possibilidade de ocorrerem diferentes respostas., quando se pergunta, por exemplo, a opinião dos alunos sobre a necessidade de economizar água. Já as questões fechadas possuem informações que permitem uma (única) resposta, como exercícios presentes nas aulas de Matemática. O outro tipo de pergunta que os autores defendem no caso 1 são as semi-fechadas, que são “aquelas que têm formulação semelhante às questões fechadas, mas permitem, por meio de subitens, reformulação de estratégias com vistas ao questionamento da exatidão da resposta” (Sant'Ana & Sant'Ana, 2009, p. 8). Como exemplo, apresenta-se a questão sobre o tema *Uso precoce do telefone celular*:

O aparelho celular está há 35 anos na história da humanidade. A escrita (marca da passagem da pré-história para a história) foi inventada aproximadamente em 4000 a. C. Qual a porcentagem que o celular está em nossa história em relação a escrita, aproximadamente? Com base no resultado obtido, qual é a mais importante para a humanidade, o celular ou a escrita? Qual desses você dedica mais tempo do seu dia? Qual é o que você dá mais importância diariamente? (Sant'Ana & Sant'Ana, 2009, pp. 9-10).

Se o docente apenas elabora a situação-problema, cabe aos alunos simplificar o problema e coletar as informações para sua resolução, o que caracteriza o caso 2 (Barbosa, 2001b). Assim, os alunos têm maior atuação do que no caso anterior. É preciso disponibilizar mais tempo nesta atividade do que no caso 1 (Barbosa, 2004a).

O caso 3 é mais conhecido na literatura como projeto de modelagem. Alunos, reunidos em grupos, investigam temas da realidade. A atividade é organizada a partir de um objetivo geral ou pergunta, uma questão do tipo aberta, a qual caracteriza a situação-problema. Os estudantes buscam simplificar, recolher informações qualitativas e quantitativas sobre o tema e responder o objetivo geral ou pergunta. Aqui, professor e alunos são coparticipantes de todo o processo.

Nos três casos referidos, entende-se que, na escolha do tema do mundo real a ser abordado na atividade de modelagem, deve-se atentar para os aspectos relacionados aos interesses dos alunos, conforme pontuado anteriormente.

Além disso, segundo Diniz (2010), no desenvolvimento das atividades de modelagem, devem-se considerar algumas condições presentes nos contextos escolares brasileiros, em que professores possuem elevada carga horária de trabalho (e, portanto, a maioria dos docentes não

possui tempo disponível para estudos que demandem muito tempo) e salas de aulas com muitos alunos. Esse contexto apresenta dificuldades para os docentes realizarem estas orientações, se existirem muitos temas distintos nos projetos de modelagem, a partir do momento em que a escolha do tema pelos alunos é livre. Se isso ocorrer, como os alunos estão reunidos em grupos, pode-se ter uma diversidade que poderia resultar em até oito temas do cotidiano por turma. Isto tornará árduo o papel dos professores de atuarem como orientadores, podendo levá-los, conseqüentemente, a abandonarem este ambiente de aprendizagem.

Assim, Diniz (2010) sugere que a escolha de um tema do cotidiano seja negociada entre professor e alunos, incluindo diferentes salas de aula em que desenvolverão os projetos de modelagem. É possível proporcionar um debate para que os discentes possam ponderar interesses para a escolha de um tema, que funcionará como tema gerador. Cada equipe pode eleger um subtema associado ao tema geral. É sugerido que a escolha seja feita a partir de uma eleição democrática, por meio de uma votação (Diniz, 2010), na qual interesses individuais possam se tornar coletivos, sempre buscando eleger um tema do mundo real em que exista pelo menos interesse da maioria dos alunos.

Além da escolha do tema e do objetivo geral do projeto de modelagem, Barbosa (2004b) apresenta outros três momentos que compõem o caso 3. Os momentos apresentados nesse texto representam adaptações de Barbosa (2004b), como alguns aspectos que estão presentes nos momentos da concepção atual de Burak (Burak & Aragão, 2012). Assim, têm-se os momentos para o desenvolvimento dos projetos de modelagem ou caso 3, conforme Barbosa (2004b):

- 1) escolha do tema e definição inicial do objetivo geral ou problema;
- 2) pesquisa exploratória e definição final do objetivo geral ou problema;
- 3) resolução do problema e a utilização da Matemática; e
- 4) socialização dos resultados alcançados.

Não se deve compreender que os momentos são etapas sequenciais que dificilmente traduziriam a complexidade do processo de modelagem (Barbosa, 2006), pois ele é dinâmico e permeado por múltiplas possibilidades de percorrer os momentos. Cada momento tem elementos que precisam ser cumpridos pelos alunos. Ocorrem reuniões em sala de aula, as quais são importantes para esclarecimentos destes aspectos. Sugere-se que elas ocorram a cada duas ou três semanas, dependendo da flexibilidade do currículo e do contexto escolar, conforme já foi pontuado. Elas ocorrem em espaços de interações, a partir dos diálogos entre alunos e entre professor e alunos, os quais são fundamentais para o desenvolvimento da

atividade proposta (Barbosa, 2006). Conforme Barbosa (2006), diálogos só ocorrem se existem ações que perpassam pelos momentos destacados e articulam diferentes conhecimentos com diferentes tipos de discussões, os quais serão destacados nos momentos apresentados a seguir.

O momento inicial (escolha do tema e definição inicial do objetivo geral ou problema) é geralmente marcado por incertezas. De modo geral, os alunos não se deparam com situações em que precisam tomar decisões. Após a indicação ou escolha do tema geral do projeto de modelagem, os alunos definem os grupos e cada grupo precisa dialogar, pois é necessário pré-definir alguns interesses iniciais. Após levantarem algumas possibilidades de subtemas relacionados ao tema geral, é solicitado aos estudantes que colem alguns dados iniciais sobre os subtemas do mundo real que se relacionam aos interesses propostos. Esses dados podem ser coletados em instituições, com pessoas que tenham conhecimentos sobre o tema ou subtema(s), em livros e/ou na Internet.

Com isto, os alunos informam ao professor de Matemática, que orienta os projetos de modelagem, como compreenderam a tarefa proposta e como se deu o aceite ao convite, que são algumas das tensões vivenciadas pelos docentes (Oliveira & Barbosa, 2007).

Compreender os motivos que os discentes consideram para a escolha do subtema é considerado como ponto importante (Barbosa, 2004b), pois está atrelado ao interesse do grupo. A partir de algumas informações, abre-se um leque de possibilidades, que os alunos devem ponderar, acerca do que gostariam de aprofundar nas investigações, “ou seja, o que gostariam de saber mais e melhor” (Diniz, 2010, p. 11).

Para exemplificar este momento, em uma escola pública da Educação Básica, em que o autor da tese atuou como docente, alunos de duas turmas escolheram o tema geral água para o projeto de modelagem. Assim, cada grupo de alunos escolheu livremente subtemas, como reciclagem de água, estação de tratamento de água na empresa de saneamento local, análise do fato da Terra ser conhecida como Planeta Água, dentre outros. Para tal, buscaram informações iniciais sobre o tema na Internet, em revistas etc., definindo-se interesses iniciais ou ingênuos, conforme Freire (1996).

O momento que se considera mais tenso é o da definição do problema do projeto de modelagem ou do seu objetivo geral, que seriam equivalentes. O professor pode “fornecer subsídios importantes para uma tomada de decisões do grupo ou dos grupos” (Burak & Aragão, 2012, p. 89), mas não pode influenciar a ponto de seu interesse se sobrepor ao dos alunos, conforme destacado por Silva e Oliveira (2015). Nem sempre esta pergunta ou objetivo geral estão claramente explícitos. A formulação depende de alguns fatores, como a curiosidade dos

alunos, a negociação entre eles, experiências prévias e a imagem que possuem da Matemática (Sant'Ana & Sant'Ana, 2009).

Docentes menos experientes podem ficar ansiosos, uma vez que podem se preocupar com a presença da Matemática neste momento inicial (Burak & Aragão, 2012). Dúvidas sobre o fato de haver ou não Matemática no tema ou subtema do cotidiano podem conflitar com os interesses dos alunos e com limitações do contexto escolar, conforme já foi pontuado. Isso pode gerar situações imprevisíveis, que são entendidas como sinônimo de zona de risco, uma vez que há perda de controle do processo educativo, característico da zona de conforto.

Movimentar-se entre diferentes ambientes de aprendizagem possivelmente poderá fazer com que o professor esteja vivenciando atividades na zona de risco, uma vez que terá menor controle da atividade, pelas características do paradigma dos cenários para investigação. Por exemplo, a partir de uma atividade, os alunos podem apresentar perguntas ou conjecturas não pensadas pelo professor no seu planejamento. Assim, o docente deve se posicionar como mais uma pessoa que pensa sobre a dúvida ou conjectura levantada pelo aluno.

Por isto, entende-se que não se deve eliminar a zona de risco, mas enfrentá-la (Borba & Penteado, 2001). Movimentar-se da zona de conforto para a zona de risco não é algo simples. Emergem novas possibilidades de aprendizagem, tanto para o professor como para os alunos.

Mover-se do paradigma do exercício em direção aos cenários para investigação pode contribuir para o enfraquecimento da autoridade da sala de aula tradicional de matemática e engajar os alunos ativamente em seus processos de aprendizagem. Mover-se da referência à matemática pura para a referência à vida real pode resultar em reflexões sobre a matemática e suas aplicações (Skovsmose, 2000, p. 66).

Após estes momentos, inicia-se a pesquisa exploratória e definição final do objetivo geral ou problema. A pesquisa exploratória surge da necessidade de se conhecer mais profundamente o subtema (Burak & Aragão, 2012) a partir do objetivo geral ou problema já definido, que serve como uma bússola (Araújo, 2002) para orientar o caminho a ser percorrido no desenvolvimento do projeto de modelagem.

A coleta de dados é ampliada por meio de algumas dessas possibilidades: visita a instituições, leitura de jornais, revistas, panfletos, leis, consulta a *sites* confiáveis, entrevistas ou questionários a serem aplicados às pessoas que possuem conhecimentos sobre o tema (Diniz, 2010), ampliando-se, deste modo, o contato inicial com o subtema.

No exemplo mencionado, um dos objetivos gerais poderia ser compreender como ocorre o consumo de água na escola onde os alunos estudam, que se caracteriza como um problema

aberto, uma vez que não se tem uma resposta imediata. Os alunos poderiam recolher dados sobre consumo de água, de modo geral, e convergir para o consumo de água na escola: como é feito, se há desperdício, se há variação no consumo em diferentes períodos do ano, dentre outras possibilidades. Ou seja, precisariam coletar dados qualitativos (ou descritivos) e quantitativos sobre o subtema. Poderiam entrevistar a diretora da escola, por exemplo, e/ou a pessoa responsável pelo setor financeiro ou administrativo para analisar se há algum gerenciamento ou não do consumo de água, medidas para conter o desperdício etc.

Nesta perspectiva, tem-se a necessidade de coletar dados com uso de instrumentos, assim como ocorre na investigação científica realizada na Universidade. Os alunos devem incorporar atitudes e posturas de investigador nos vários momentos, salvaguardadas as devidas proporções, desenvolvidas como na investigação científica (Burak & Aragão, 2012; Barbosa, 2004a). Por exemplo: ao pontuar a necessidade de realizar entrevistas, que tipo de pergunta será feita? Quais as intenções ao realizar as entrevistas e o que será perguntado? Novas entrevistas podem ser feitas posteriormente? Após a realização da entrevista, como os dados serão organizados e analisados? Questões poderiam ser feitas tanto para esclarecer aspectos já pontuados na reunião do professor com os alunos em sala de aula, como para conhecer novos aspectos, que incluem as formas de atuação na realidade e/ou opiniões dos entrevistados.

Quanto às reuniões em sala da aula, sugere-se que o professor sempre inicie falando de aspectos de ordem geral para todos os grupos e depois reserve alguns minutos para conversar com cada grupo. Entende-se que uma hora/aula por sala seja tempo suficiente para que o professor possa fazer uma reunião do projeto de modelagem. O processo de avaliação dos projetos de modelagem é atrelado ao desenvolvimento dos grupos e discutido durante as reuniões, uma vez que, desta forma, o professor pode acompanhar se há avanços (ou não) em cada grupo de alunos.

Neste ambiente de aprendizagem proposto, afirma-se que o erro é parte do processo educativo, uma vez que, como ocorre na investigação científica, ao se construir hipóteses e tomar decisões, por exemplo, a aproximação da realidade pode não ser bem sucedida. Compreende-se que é melhor refletir sobre o erro cometido do que obter uma resposta certa fruto de acaso, o que não tornará possível a identificação e justificação do erro (Borba, Meneghetti & Hermini, 1999).

Outra situação que pode ocorrer no projeto de modelagem é o conflito entre opiniões emitidas pelo entrevistado e/ou o que está presente na literatura e/ou com as experiências anteriores dos alunos. Deve-se ter cuidado quanto aos julgamentos, pois é possível que

conhecimentos populares (conhecidos como do senso comum) possam estar presentes nas falas dos entrevistados. São conhecimentos que possuem características que podem ser distintas dos conhecimentos científicos, mas não são considerados como menos importantes. Devem ser respeitados pelos alunos e professor, da mesma forma que diferentes manifestações matemáticas são respeitadas pela etnomatemática (D'Ambrosio, 2004b).

No segundo momento, o modelo de relatório do projeto de modelagem é entregue aos alunos, o que lhes permite conhecer os elementos que precisam desenvolver (no Anexo 1 é apresentado o modelo do relatório utilizado para a coleta dos dados da presente investigação).

No momento seguinte, ocorre a resolução do problema e a utilização de conteúdos matemáticos. O problema ou objetivo geral é respondido, com a Matemática sendo parte deste processo. Diversos conteúdos da Matemática podem contribuir para isto e, conforme a concepção de Barbosa (2001b), não se pode prever quais conteúdos serão utilizados. Existe a possibilidade de que conteúdos matemáticos ainda não estudados pelos alunos sejam necessários, devendo ser abordados como parte do desenvolvimento do projeto de modelagem. Nesse caso, é necessário recorrer a algum ambiente de aprendizagem, sugerindo-se que seja um dos cenários para investigação, usando jogos ou investigações matemáticas, por exemplo.

Segundo Burak e Aragão (2012, p. 97), a resolução de problemas em modelagem apresenta um contexto diferente dos usualmente encontrados nos livros didáticos de Matemática:

- 1) os problemas são elaborados a partir dos dados coletados no campo;
- 2) prioriza a ação do estudante na elaboração;
- 3) parte sempre de uma situação contextualizada;
- 4) favorece a criatividade;
- 5) confere maior significado ao conteúdo matemático usado na resolução; e
- 6) favorece a tomada de decisão.

Para complementar a concepção de modelagem de Barbosa, o item 2 é visto sob outra perspectiva, uma vez que o professor pode elaborar o problema ou objetivo geral, desde que considere o interesse dos alunos.

Sobre a elaboração do modelo matemático na Educação Básica, Burak e Aragão (2012, p. 97) pontuam que:

Muitas vezes [...] um modelo simples que reproduza as características gerais do fenômeno estudado, mesmo com uma matemática elementar, é suficiente e ainda deve-se levar em consideração o ferramental matemático disponível nesse período

de escolarização do Ensino Fundamental e Médio. Outras vezes, a confecção experimental de um modelo, nessa fase de escolarização, é muito interessante e permite alcançar objetivos, tais como: conjecturar, levantar hipóteses, experimentar, refletir, desenvolver a autonomia, a capacidade de buscar novas estratégias e encaminhamentos.

Como foi referido anteriormente, os conteúdos matemáticos devem passar por uma análise crítica, conforme os pressupostos do poder formatador da Matemática e da EMC, como a coerência do modelo matemático na realidade, ou seja, na validação do modelo matemático. Diniz (2007) argumenta que se deve considerar o aspecto visual-matemático atrelado à área de conhecimento a qual o tema da realidade pertence. O visual pode ser percebido, por exemplo, em contextos geométricos (ou gráficos) que poderiam conduzir os alunos ao erro, como acontece na situação seguinte: em um conjunto de pontos de um gráfico, os quais parecem estar alinhados, poderia induzir o modelo matemático de uma função linear como o melhor ajuste dos pontos, quando, no contexto real, a função quadrática, por exemplo, poderia ser a que melhor representa a situação.

Conforme aponta Skovsmose (2001), identificam-se dois tipos de conhecimentos presentes neste momento do projeto de modelagem: conhecimentos matemáticos e tecnológicos, sendo este último o conhecimento de como produzir ou utilizar o modelo matemático e de aplicar a Matemática. Assim, as reuniões em sala de aula ocorrem nos espaços de interações (Barbosa, 2006), nos quais alunos e professor dialogam e produzem diferentes tipos de conhecimentos.

Conhecimentos da cultura local também podem ser trazidos pelos alunos e serem relevantes (Meyer et al., 2011), podendo ser atrelados aos conhecimentos matemáticos. Estes conhecimentos, de natureza diferente dos pontuados anteriormente e nomeados por Skovsmose (2001) de conhecimento reflexivo, revelam-se úteis na análise crítica do uso dos modelos matemáticos, preconizada pela discussão da ideologia da certeza (Borba & Skovsmose, 2001).

Conforme aponta Araújo (2008, p. 24), “é necessário que o aluno seja capaz de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática”. Assim, a modelagem e a matemática são consideradas como meios para questionar a realidade (Barbosa, 2001a). Além disso, “o conhecimento reflexivo se refere à competência de refletir sobre o uso da Matemática e avaliá-lo” (Almeida & Dias, 2004, p. 24). Portanto, alunos devem vivenciar, em consonância com a concepção de Barbosa, o desenvolvimento dos projetos de modelagem, conhecimentos tecnológicos, matemáticos e reflexivos (Skovsmose, 2001; Barbosa, 2006).

Outros aspectos podem ser analisados, como o fato de o grupo de alunos não ter usado a Matemática aprendida anteriormente por eles, mesmo sendo sugerida pelo professor ou tendo feito uso de conteúdos matemáticos ou de outra natureza, mas sem que os alunos conseguissem desenvolvê-los, no sentido de esclarecer para eles e/ou para os demais colegas e professor no relatório e na apresentação oral. Estas falhas são características de projetos de modelagem que não possuem uma qualidade desejada, as quais alunos e professor tem parte da responsabilidade (Borba et al., 1999).

Por fim, o último momento é o da socialização dos resultados alcançados, com uma versão do relatório do projeto de modelagem sendo entregue ao professor antes da apresentação oral, em que o grande desafio para os alunos é a autoria do relatório (Magdalena & Costa, 2003). Apresentações orais são sugeridas a partir do relatório, em que todos os membros do grupo são corresponsáveis por organizar slides, vídeos, fotos, painéis, cartazes, banners, maquetes, entre outras possibilidades.

A apresentação oral pode ser realizada em sala de aula, só para os alunos da turma, para os alunos das turmas que desenvolveram os projetos ou em uma feira de Matemática para todos os alunos da escola, para pessoas da comunidade escolar (que inclui pais de alunos e demais funcionários da escola) e para comunidade externa (alunos de outras escolas, de licenciaturas em Matemática, dentre outros perfis).

Para finalizar o processo, o professor pode solicitar uma versão final do relatório, incluindo as sugestões advindas da apresentação oral. É desejável que seja dado um retorno para os entrevistados e colaboradores, no caso de projetos de modelagem desenvolvidos dentro/com uma comunidade como, por exemplo, com tema geral água e subtema o consumo de água na escola.

Todo este cenário apresentado, para desenvolvimento dos projetos de modelagem cria condições para que os professores de Matemática busquem parcerias com instituições e outras pessoas, como professores da escola. Por exemplo, no projeto com tema água, Diniz (2010) pontua que um professor de Química indicou um contato de um funcionário da empresa de estação de tratamento de água para que alunos (com subtema reciclagem de água) pudessem conhecer e esclarecer dúvidas sobre o processo. Professores especialistas sobre o assunto serão bem vindos ao processo de orientação dos projetos de modelagem. Enfim, o professor tende a ter um papel fundamental no processo de condução e orientação do projeto de modelagem. Muito embora Borba e Villarreal (2005) defendam e valorizem as atividades de modelagem, estes autores argumentam que elas não resolvem todos os problemas da escola.

A modelagem constitui um ambiente de aprendizagem que pode se aliar às TIC de modo harmônico. Com o seu desenvolvimento, autores como Diniz (2007) e Borba e Villarreal (2005) afirmam que a modelagem ganhou destaque com possibilidades vivenciadas nas simulações, com uso de *softwares* e na pesquisa na Internet. Essa harmonia será aprofundada no final da seção seguinte. Antes, apresentam-se, de forma sucinta, características de investigações sobre as Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática e as concepções assumidas nesta tese.

2.2 Tecnologias de Informação e Comunicação e Educação Matemática

Esta subseção inicia-se por apresentar argumentos para defesa do uso das TIC⁸ nas aulas de Matemática e se prioriza a defesa das possibilidades da sua utilização para que os alunos possam pensar, refletir, analisar etc. Em seguida, quatro fases das mídias informáticas na Educação Matemática brasileira são apresentadas, as quais são sintetizadas pelo LOGO na fase inicial; os *softwares* gráficos, de Geometria Dinâmica (GD) e de Sistemas de Computação Algébrica – CAS⁹ (como o Maple), na segunda fase; o início do acesso à Internet, especialmente em cursos *online* para professores, na terceira fase; e a fase atual é demarcada pelo uso de aparelhos portáteis digitais, que permitem acesso aos aplicativos e à Internet, incorporando elementos de fases anteriores, com a produção de informações pelo usuário. Com isto, nessa subseção apresentam-se as pesquisas na Internet que podem ser realizadas pelos alunos. Por fim, a sinergia entre modelagem e tecnologias digitais é abordada.

2.2.1 Argumentos favoráveis e contrários para uso das TIC nas aulas de Matemática

Atualmente, vive-se um momento em que as TIC estão cada vez mais disponíveis e acessíveis para as pessoas, de modo geral. Periodicamente, surgem novos aparelhos

⁸ A partir deste ponto, os termos TIC, tecnologias digitais, mídias informáticas, tecnologias informáticas, informática serão usados como sinônimos. Nesta tese, entende-se por TIC os *hardwares* e *softwares* presentes nos computadores com seus periféricos (por exemplos: leitores e gravadores de DVD e CD, leitores de cartão de memória e impressoras) e nos aparelhos tecnológicos portáteis, como tablets, telefones celulares e câmeras filmadoras e fotográficas. Uma característica central da informática é a possibilidade de comunicar, que inclui o acesso e a produção de dados e informações na Internet.

⁹ *Computer Algebra System*, em inglês, por isto será usada a sigla CAS.

tecnológicos portáteis, com tamanhos cada vez menores, maior capacidade para armazenamento de dados, mais rapidez de acesso à Internet e cada vez mais leves.

Por outro lado, não se percebe a mesma velocidade na inserção da informática nas escolas da Educação Básica brasileira para que sejam utilizadas no processo de ensino e aprendizagem (da Matemática). Parte das justificativas para isto ocorrer é que há educadores que rejeitam o uso das TIC. Um argumento usado pelos professores é a infraestrutura inexistente ou inadequada. Com isto, investigadores, como Borba e Penteado (2001), desde o início do século XXI, defendem a luta pelo direito de acesso à informática, especialmente nas escolas da Educação Básica do Brasil.

Atualmente, nota-se melhorias no quadro apresentado, mas ainda é preciso mais políticas públicas para atenuar a distância entre aqueles que usam, praticamente sem restrições, e os que ainda não utilizam as TIC no cotidiano. Ainda há escolas públicas de Educação Básica no Brasil onde o acesso à informática, para alunos e docentes, é limitado ou não existe. Por outro lado, na maioria das escolas que possui sala de informática, nem sempre o acesso é facilitado. Assim, ainda existem restrições no acesso e na qualidade da Internet disponível. Nos casos em que não há interesse financeiro, para que empresas levem infraestrutura para uma conexão de boa qualidade, o poder público deve fazer a sua parte (Borba et al., 2014; Schmidt & Cohen, 2013).

No Brasil, ainda há escolas em que laboratórios de informática possuem poucos computadores. Há situações em que estas máquinas possuem configuração que dificulta o uso, sendo muito lentas e/ou que “travam” a todo instante, por exemplo, necessitando de técnicos de informática, os quais nem sempre estão disponíveis. Outras dificuldades para uso das tecnologias digitais são o acesso limitado pelo diretor ou coordenador da escola ao laboratório de informática (Borba & Penteado, 2001) e a falta de manutenção das máquinas, que necessitam de atualização constante de programas computacionais, como *softwares* educacionais e antivírus. A falta de infraestrutura mínima, vista como condição necessária, é uma justificativa usada pelos professores para não utilizarem a informática nas suas aulas.

Atualmente, defende-se que, ao invés do uso dos computadores em uma sala de informática, a escola poderia comprar tablets ou usar os telefones celulares dos alunos, o que dispensaria o uso de um espaço físico próprio (sala de laboratório), já que podem ser usados na própria sala de aula convencional. Com estes aparelhos disponíveis, escolas que possuem limitação de espaço estariam com este problema resolvido. Assim, abre-se uma nova

possibilidade de reflexão, pois há docentes que proíbem o uso destes aparelhos em salas de aula convencionais.

Entende-se que o argumento mais comumente usado pelos professores de Matemática que são contrários aos usos da informática é que, se forem utilizadas pelos alunos, eles não saberão, por exemplo, fazer cálculos matemáticos, caso usem calculadoras, e construir gráficos, se utilizarem algum *software* gráfico matemático ou estatístico. Além disso, concluem que, caso usem as TIC, os estudantes não raciocinariam (Borba & Penteado, 2001; Iglioni, Oliveira, Ferreira, Araújo, Bezerra Filho & Araújo, 2010).

Borba et al. (2014) enfatizam que afirmações como estas estão nos discursos dos professores desde a década de 1980, momento em que computadores pessoais começaram a surgir no Brasil. Houve, inclusive, receio de que eles pudessem substituir os docentes nas suas atividades em sala de aula (Borba & Penteado, 2001). Borba et al. (2014) questionam estas afirmações, pois outras formas usadas por humanos para comunicar e produzir conhecimentos, como o lápis e papel, as quais representam uma forma de escrita, não são proibidas na escola. Ora, considera-se que o lápis e papel influenciam a forma dos alunos produzirem conhecimentos, mas não são proibidas. E deveriam ser? Acredita-se que não!

Os argumentos que são defendidos é que dependem das formas de uso da informática e da escrita com o lápis e papel. Estes últimos podem ser usados, por exemplo, para demarcar um espaço em uma mesa e, portanto, não produzirem conhecimento escrito. Da mesma forma, o uso feito das TIC deve ser repensado, nas suas possibilidades para ensinar e aprender Matemática. As investigações em Educação Matemática apresentam resultados que permitem afirmar que se pode explorar as TIC para além de fazer contas ou construir gráficos.

O que se pode notar é que, com a atualização dos aparatos tecnológicos, cada vez mais motivos emergem para proibição do uso das tecnologias digitais nas escolas por uma parcela dos docentes. Atualmente, aparelhos tecnológicos portáteis, como tablets e telefones celulares, geram ainda mais motivos para proibições do seu uso na escola, especialmente pela possibilidade de conexão à Internet (Carneiro & Passos, 2009).

Em universidades brasileiras, os prédios de aulas e administrativos possuem acesso à rede de conexão a Internet sem fio, a partir da identificação do aparelho utilizado, *login* e senha para acesso, sendo comum se presenciar palestras em que as pessoas acessam à Internet via telefones celulares durante a fala de um palestrante.

Entretanto, as novas oportunidades surgidas de, por exemplo, acessar vídeos, como no *site* do YouTube, e redes sociais, como Facebook, são proibidas em algumas escolas. Aplicativos

ou *sites*, como o WolframAlpha e PhotoMath, resolvem exercícios de matemática em segundos, inclusive com justificativas para as etapas das resoluções e, portanto, não são bem vistas por parte dos professores. Nas escolas estaduais de São Paulo há uma lei¹⁰ que, desde 2008, proíbe o uso de telefones celulares. Em 2009, a Secretária Estadual de Educação de São Paulo publicou um documento sobre as normas de conduta nas escolas¹¹, ampliando a discussão para uso de outros aparelhos tecnológicos portáteis, como jogos portáteis e aparelhos portáteis que tocam música. O uso destes aparelhos pode resultar em sanções disciplinares para os alunos, desde que perturbem ou prejudiquem o contexto escolar. Borba et al. (2014) destacam que esta norma permite o uso dos aparelhos tecnológicos portáteis, desde que sejam utilizados no processo de ensino e aprendizagem.

Alguns professores não vislumbram que alunos podem tirar fotos das folhas do caderno e enviá-las para um colega que está ausente. Outra possibilidade seria permitir o acesso a mais informações sobre o conteúdo estudado em sala, a partir da Wikipédia¹², por exemplo. De modo geral, neste cenário apresentado, uma justificativa para a proibição da utilização das tecnologias digitais nas escolas é que os alunos ficariam distraídos nestes ambientes tecnológicos e, se o uso for proibido, isto estaria resolvido.

Por outro lado, fora do contexto escolar, as pessoas podem, por exemplo, acessar e postar vídeos com a utilização desses aparelhos tecnológicos portáteis. Em ambientes externos às escolas e universidades, por exemplo, pessoas que estão no restaurante, *shopping* ou ônibus acessam as redes sociais pelo telefone celular. Será que o mais importante não seria analisar

¹⁰ Decreto 52.625, de 15 de janeiro de 2008, que regulamenta o uso dos telefones celulares nas escolas da rede pública do estado de São Paulo: <http://dobuscadireta.imprensaoficial.com.br/default.aspx?DataPublicacao=20080116&Caderno=DOE-I&NumeroPagina=3>.

¹¹ Normas Gerais de Conduta Escolar, documento da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo: http://www.educacao.sp.gov.br/spec/wp-content/uploads/2013/09/normas_gerais_conduta_web1.pdf.

¹² A Wikipédia é um ambiente colaborativo para contato inicial de informações sobre um assunto. Possui credibilidade, uma vez que constantemente, uma equipe avalia o que é alterado, já que tem uma plataforma aberta e colaborativa. É amplamente citada em trabalhos acadêmicos de diversas áreas, incluindo a Educação, com mais de trinta milhões de artigos (sendo quase oitocentos e noventa mil em Português, em setembro de 2015). Não só tem perfil de enciclopédia, mas também a atualização constante de notícias. Com isto, apresenta movimento e acesso de informações sobre temas atuais, nem sempre disponíveis nas enciclopédias impressas. “Uma pesquisa de 2005 na revista *Nature* mostrou que os artigos científicos que eles compararam chegavam perto do nível de precisão da *Encyclopædia Britannica* e tinham uma taxa semelhante de ‘erros graves’.” (<https://pt.wikipedia.org/wiki/Wikip%C3%A9dia>).

como as escolas poderiam legitimar, ou seja, criar regras para utilização dos aparelhos portáteis? (Borba et al., 2014).

Outro argumento usado para a não permissão do uso das TIC na Educação Matemática é o tempo a ser disponibilizado para as atividades ser considerado maior do que em uma aula do paradigma do exercício. Carneiro e Passos (2009, p. 117) rebatem este argumento, afirmando que

Essa velocidade mais lenta pode ser resultado: da falta de conhecimentos dos alunos sobre as tecnologias; das atividades propostas; e da dinâmica da aula com essas ferramentas tecnológicas. [...] Muito diferente das tarefas em que os alunos resolvem muitos exercícios mecanicamente, essas atividades podem propor que os estudantes levantem conjecturas, testem hipóteses, reformulem passos; e, para isso, de fato, se gastará muito mais tempo do que para resolver exercícios aplicando uma fórmula ou algoritmo. Contudo, a aprendizagem será muito mais significativa com esse tipo de atividades com as TIC do que com a resolução de exercícios.

Com isto, vivencia-se um momento em que, “muitas vezes, enquanto discutimos sobre os possíveis usos de uma dada tecnologia, algumas formas de usar já se impuseram” (Lévy, 2000, p. 26) e, em algumas situações, não se percebe isto. A defesa do uso das TIC sugere a necessidade de se aproximar da realidade escolar brasileira e analisar possibilidades para este uso em momentos de ensino e aprendizagem.

Foi a partir disto que Iglioni et al. (2010) realizaram um mapeamento de artigos sobre a utilização da informática na Educação Matemática, os quais foram publicados em cinco periódicos da área. Os autores perceberam que, no período de 2000 a 2009, houve aumento do número de produções da temática TIC e Educação Matemática nessas revistas, sendo cerca de 10% do total de artigos publicados no período. Eles também destacam que na maioria dos artigos há um argumento pela defesa do uso da informática, sendo favorável a sua utilização na sala de aula de Matemática. Em algumas revistas, alguns temas se destacaram nesta subárea da Educação Matemática, como formação de professores e uso de *softwares*, mas os autores acreditam que, de modo geral, há uma grande diversidade de temas abordados e relacionados à informática na Educação Matemática. Assim, os autores entendem que, geralmente, isto cria empecilhos para se discutir as influências das TIC no ensino e aprendizagem da Matemática. Além disto, pontuam que é preciso maior diálogo entre os investigadores, o que permite a construção de novos mapeamentos das investigações e usos em sala de aula. (Iglioni et al., 2010). Por isto, destaca-se como importante que estas discussões ocorram, por exemplo, no Grupo de Trabalho 6 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, denominado Educação

Matemática: novas tecnologias e educação a distância, e no Grupo de Trabalho (GT) sobre TIC do ICME.

Argumentos para defender o uso das tecnologias digitais na Educação, particularmente na Educação Matemática, são pontuados na literatura. Um deles é que o uso das TIC motivaria os alunos (Tajra, 2005). Contudo, investigações apontam que o uso contínuo de um ambiente de aprendizagem, depois de algum tempo, torna difícil garantir a motivação constantemente, independente de qual seja o ambiente. Assim, por exemplo, um *software* utilizado em sala de aula pode se tornar enfadonho, assim como uma aula do paradigma do exercício (Borba & Penteado, 2001). Desta maneira, para manter a motivação por longo período, seria preciso muito investimento de recursos e disponibilidade de tempo no planejamento de atividades, de modo que sempre surgissem novos *softwares*, aplicativos etc. para serem aprendidos pelos docentes para que, em seguida, pudessem elaborar e/ou adaptar atividades para motivar os alunos constantemente (Borba & Villarreal, 2005). Portanto, acredita-se que não há condições para se garantir isto.

Outro argumento favorável é que a utilização da informática, pelos alunos, contribuiria para uma preparação para o mercado de trabalho. A defesa deste argumento levaria em conta os interesses comerciais das empresas, com um currículo escolar centrado nisso (Borba & Penteado, 2001), o que não parece ser adequado.

Alguns professores defendem o uso das TIC nas aulas para que os alunos aprendam *softwares*, como os editores de textos, planilhas e de apresentação, tendo um professor de informática ministrando as aulas (Menezes & Braga, 2013). A falta de conhecimentos informáticos de alunos e professores é um dos motivos que docentes usam como empecilho para utilizarem as tecnologias digitais nas salas de aula. Por isto, Borba e Penteado (2001) defenderam, no início do século XXI, a necessidade de se pensar na alfabetização tecnológica. Entretanto, apesar de não ter sido plenamente resolvida esta questão, vive-se outro cenário, em que crianças e jovens acessam os aparelhos tecnológicos portáteis sem necessitarem de aulas ou lerem os manuais dos aparelhos. Eles vão manipulando, aprendendo e pedem ajuda aos colegas. Pensa-se que algo semelhante pode ser feito na alfabetização tecnológica, sem a necessidade de aulas e professores de informática.

Os *softwares* educacionais tutoriais são caracterizados por pouca interatividade e é uma forma de uso da informática semelhante ao anteriormente apresentado. Os alunos apenas seguem passos, são guiados e nem sempre atendem as demandas educacionais do processo de ensino e aprendizagem (Tajra, 2005). Esta perspectiva é usada por alguns professores, também,

para refutar o uso das TIC em Educação, uma vez que o uso pode sugerir a substituição dos professores pelos *softwares*.

Outro argumento é que dispensaria os alunos dos cálculos, da construção de gráficos etc. Entende-se que vai depender do uso que se possa fazer, aos dispensar os alunos de tarefas que poderiam ser feitas com lápis e papel. Deve-se pensar sobre o uso das TIC que está sendo proposto e se esta utilização pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Por exemplo, alguns professores usam um *software* gráfico apenas para mostrar os gráficos de funções, solicitando que plotem os gráficos de $f(x) = 2x$ e $f(x) = x^2$ e não solicitam nem exploram nada mais. No exemplo anteriormente apresentado, Borba e Villarreal (2005) afirmam que o uso das TIC é realizado de modo domesticado. Para Borba et al. (2014, p. 25), “domesticar significa utilizá-la de forma a manter intactas práticas que eram desenvolvidas com uma mídia que é predominante em um determinado momento da produção de conhecimento”, mantendo a zona de conforto na prática pedagógica docente. Critica-se esta domesticação, uma vez que tarefas podem ser propostas para que os alunos sejam dispensados de atividades de rotina e possam se concentrar em ações relacionadas a racionar, interpretar soluções, pensar etc. (Blum & Niss, 1991).

O uso das tecnologias digitais nas aulas de Matemática pode permitir o convite para os alunos participarem de ambientes de aprendizagem dos cenários para investigação (Alrø & Skovsmose, 2006; Skovsmose, 2000), o que constitui outro argumento favorável. Assim, entende-se que a maneira como as atividades são propostas aos alunos pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, “uma vez que possibilita a manipulação de grandes massas de dados, permitindo maior facilidade no armazenamento, no tratamento, na busca, na recuperação e na comunicação da informação” (Costa & Paim, 2004, p. 19).

Desta forma, defende-se o uso das TIC na Educação Matemática a partir das possibilidades novas que surgem, ou seja,

parece-nos mais relevante analisar o novo cenário educacional que se constitui a partir da entrada desse “novo ator”, a tecnologia informática. Aqui, interessa-nos as possibilidades e dificuldades que se apresentam, sem comparar se são melhores ou piores do que aquelas nas quais essa tecnologia não é utilizada (Borba & Penteado, 2001, p. 12).

Com isto, deve-se pensar nas possibilidades que podem ser exploradas com a presença das tecnologias digitais na Educação, uma vez que modificam o cenário da sala de aula, podendo promover novas formas de ensino e aprendizagem de Matemática. A natureza do conteúdo matemático a ser estudado em um ambiente informatizado, o conhecimento produzido

pelos estudantes, as demandas para o trabalho do professor e outras possibilidades educacionais podem ser algumas das questões a serem exploradas (Borba & Penteadó, 2001). Assim, a exploração dessas possibilidades é entendida como forma de utilização da informática para criar ambientes de aprendizagem que seriam muito difíceis de serem constituídos sem elas ou, como afirmam Carneiro e Passos (2009), impossíveis de se realizar.

Lévy (2000) apresenta um exemplo. Considera a escrita de um texto recorrendo a um *software* editor de texto e um texto já escrito e impresso. No primeiro caso, de modo fácil e rápido, pode-se substituir uma palavra por outra em todo o documento. Entretanto, seria uma ação demorada e trabalhosa, caso o texto estivesse impresso. A probabilidade de um erro acontecer seria maior, no segundo caso. O computador também permite outras ações, como alterar a ordem de capítulos de um livro e a numeração dos capítulos, os quais são processos realizados de modo muito rápido. Também é possível mudar o tipo de letra do texto em segundos e teria que reimprimir o texto, na segunda opção. Este exemplo ilustra situações que são mais difíceis de serem efetuadas quando se tem disponível somente um documento impresso. Na Matemática, apresentam-se dois exemplos: uso de *softwares* que permitem a animação de gráficos e construções geométricas com novos significados. O quadrado, por exemplo, pode ser movimentado, a partir da possibilidade de clicar em um dos seus vértices. Com isto, a construção realizada não pode perder as características da figura, ou seja, não pode ser deformada. Isto é nomeado de prova da regra do arrasto. Assim, são contextos alternativos aos que utilizam somente lápis e papel (Borba et al., 2014).

Sintetiza-se esta subseção afirmando que é defendido o uso das TIC nas aulas de Matemática, desde que novas possibilidades sejam exploradas para dispensar alunos de cálculos, por exemplo, e que permitam raciocinar ou que adentrem nos cenários para investigação na exploração de conteúdos matemáticos por meio de *softwares*, *sites*, aplicativos em computadores ou dispositivos tecnológicos portáteis, como tablets e telefones celulares. Que o uso da informática nas escolas possa ser realizado a partir de regras estabelecidas, que dependerão de cada contexto. Por outro lado, o acesso às redes sociais permitem que alunos se comuniquem com maior eficiência, devido à possibilidade de comunicação usando áudio, vídeo, texto, incluindo a possibilidade de integrá-los. Este aspecto permite que se reflita sobre a forma como as TIC são defendidas em algumas investigações da Educação Matemática. Além disso,

A ideia de desenvolver ambientes, ou *softwares* totalmente voltados para a educação parece caminhar em direção oposta ao caminho percorrido pela relação que seres humanos têm desenvolvido com essas mídias. [...] De forma contrastante, as instituições educacionais parecem insistir em criar uma sala de

aula cada vez mais desconectada de outras esferas da vida das pessoas (Borba et al., 2014, p. 89).

Finalmente, o uso de *softwares* como Excel devem ser considerados como novas possibilidades que permitem usos diários e em processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Dessa forma, tem-se, atualmente, a integração de ambientes informáticos que antes estavam separados e que permearam diferentes fases das mídias informáticas na Educação Matemática do Brasil. Este aspecto será aprofundado na sequência.

2.2.2 As fases das mídias informáticas na Educação Matemática brasileira e o coletivo seres-humanos-com-mídias

Borba et al. (2014) classificam em quatro fases o desenvolvimento das tecnologias digitais na Educação Matemática brasileira. Como foi destacado anteriormente, integração é uma palavra-chave atual, uma vez que há *softwares* e aplicativos que se integram a outros já existentes, assim como existem aparelhos tecnológicos portáteis que integram *softwares*, aplicativos, formas de comunicar usando texto, vídeo e áudios, que, como serão apresentados, são característicos de diferentes fases. Segundo os autores, as fases mais recentes não substituem nem excluem as anteriores. Elas possuem novas características que estão presentes na fase mais recente. Assim, não é fácil delimitar o final de uma fase e o início de outra, mas os autores entendem que quando surgem novas possibilidades de pensar com as TIC, a partir de novos cenários qualitativamente diferentes dos já existentes, constitui-se uma nova fase.

A primeira fase é caracterizada pelo uso do *software* LOGO, a partir de 1985. Ele é exemplo de um programa que executava tarefas partindo de instruções codificadas, ou seja, seu uso estava condicionado ao conhecimento de alguns comandos, como *gd*, que significa gire a direita. Este comando, combinado com outros, permite que a construção de figuras geométricas seja realizada, como o quadrado (Borba et al., 2014). O uso da calculadora simples em sala de aula de Matemática também pertence a esta fase, e já era defendido por investigadores como D'Ambrosio (1986).

Segundo Borba et al. (2014), a segunda fase tem presença marcante dos *softwares* de funções, como Winplot, *softwares* de Geometria Dinâmica (GD), como o Cabri Géomètre, e os CAS, como o Maple, tendo seu início na primeira metade da década de 1990. Esses programas computacionais possuem interfaces amigáveis e pouca ou nenhuma necessidade de utilizar uma linguagem de programação. Estes *softwares* são caracterizados por possuírem naturezas

experimental, visual e dinâmica, as quais podem ser exploradas nas atividades propostas pelos docentes (Borba et al, 2014).

Nesta fase, também ocorreu o início do processo de popularização dos programas do tipo aplicativos no Brasil, os quais permitem serviços específicos aos usuários. Como exemplos, cita-se o programa editor de textos, que permite a escrita, e a planilha eletrônica, que permite a construção de tabelas com números e gráficos.

A terceira fase é demarcada pelo início da popularização do acesso à Internet no Brasil, que ocorreu no final dos anos 1990. Lévy (2000, p. 92 – grifos do autor) nomeia a Internet de ciberespaço e a concebe como o “*espaço de comunicação aberto pela interconexão mundial dos computadores e das memórias dos computadores*”. Ele esclarece que envolve não só a infraestrutura, mas também as informações e os humanos que carregam estas informações. Além disto, o autor afirma que tem caráter hipertextual, interativo e virtual.

Segundo Borba et al. (2014), termos como Tecnologias da Informação, Tecnologias Informáticas e TIC surgem neste período e permitem a comunicação através da utilização de *e-mails* e *chats*, e acessar informação disponível em *sites* e *blogs*. Cursos *online* para formação de professores são disponibilizados em ambientes virtuais de aprendizagem (Borba et al., 2014).

A quarta fase, que é a atual, surge em 2004, com a melhoria da conexão da Internet e ampliação dos recursos disponíveis aos usuários, como o surgimento de repositórios de vídeos (por exemplo: YouTube), comunicação *online*, como o Skype e WhatsApp, aplicativos para celulares com conexão à Internet, câmeras digitais com *softwares* de edição cada vez mais amigáveis, tecnologia *touchscreen* (em que telas são sensíveis ao toque para realização de comandos), redes sociais, como o Facebook, a criação e divulgação de dados, ou seja, todos podem ser autores e publicarem vídeos, textos e/ou áudios (Borba et al., 2014), uso de vídeos já prontos em ambientes educacionais, como o Telecurso 2000, e desenhos animados. Estas possibilidades, dentre outras, podem ser usadas para coletar dados, realizar cálculos, experimentações, resoluções de problemas e/ou contextualizações da matemática, de forma cada vez mais lúdica.

A quantidade de pessoas com acesso à Internet também foi ampliada. Schmidt e Cohen (2013) apresentam dados sobre o acesso à Internet no mundo em 2012. O número de pessoas aumentou de trezentos e cinquenta milhões para mais de dois bilhões, na primeira década do século XXI. Aliado a isto, a velocidade dos *chips* dos processadores duplicam a cada dezoito meses e a quantidade de dados transmitidos por fibra ótica duplica a cada nove meses.

Também se assiste ao crescimento das formas de armazenamento de dados, com a possibilidade de armazenar informações em nuvens virtuais, como Google Drive e Dropbox, além de *pen drive* e disco rígido (em inglês, Hard Disk – HD) externo, com cada vez mais capacidade de armazenamento e menos volume e massa. Os aparelhos tecnológicos portáteis são projetados para terem, cada vez mais, interfaces “amigáveis” para a comunicação, com maiores velocidades de processamento de dados, maiores taxas nas transmissões dos dados pela Internet e com redução dos custos para o consumidor.

Neste cenário, as plataformas do Google e Facebook sintetizam o que autores denominam como o verdadeiro paradigma da mudança, de modo análogo ao que a televisão provocou na sociedade, quando foi lançada. Com isto, as plataformas possuem uma possibilidade de crescimento em larga escala e, como consequência, conferem a elas poder (Schmidt & Cohen 2013).

Nesta fase, dois elementos serão destacados: o uso de *softwares* na Educação Matemática, que será abordado na próxima subseção, e a pesquisa na Internet. Assim, será possível notar que os elementos apresentados talvez estejam próximos de fases anteriores, mas, como já pontuado, a fase atual incorporou elementos dessas fases e, por isso, apresenta-se na fase atual.

É cada vez mais comum a virtualização de organizações, como o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), que permite acessar dados, mesmo que se esteja em um local onde não haja uma sede física do IBGE e em momento diferente de horários de atendimento ao público. Apesar de documentos mais antigos não estarem disponíveis para *download* ou para visualização *online*, uma parcela significativa está digitalizada, o que dispensa a necessidade de as pessoas terem que fazer visitas presenciais às instituições para acessar alguns dados.

Assim, a noção de território se modifica e, como consequência, a de comunicação também é alterada, uma vez que se todos produzem informação, ela não é do tipo um-um, como em um telefone em que uma pessoa fala e a outra escuta, nem do tipo um-todos, como ocorre em uma palestra ou na televisão. Um *e-mail* pode ser do tipo um-um ou um-muitos. O tipo característico da Internet é todos-todos (Lévy, 1993), ou seja, as pessoas podem atuar como produtoras e consumidoras de informação.

Aliando-se a isto, como já foi pontuado, inicia-se, de modo mais perceptível, a possibilidade de armazenar mais informações, o que permite novas possibilidades emergirem, como a ampliação da memória (com os arquivos digitais e hiperdocumentos), imaginação (via simulações) e do raciocínio (como a produção de modelos matemáticos de fenômenos da

realidade). Isto permite novas maneiras de acessar a informação, com criação de hiperdocumentos e mecanismos de busca de informações e estilos de raciocinar e conhecer (Lévy, 2000).

Para esclarecer o que é um hiperdocumento, será apresentado, antes, o que é um hipertexto, a partir de um exemplo. Existem diferentes formas de ler um texto. Em um livro do tipo romance, geralmente é lido da primeira à última página. Já um dicionário ou uma enciclopédia é diferente, pois há uma navegação não linear. Na Internet, o caminho percorrido pelas pessoas é diferente e este caminho é que se denomina de hipertexto (Lévy, 2000).

Assim, uma forma de representação do conhecimento é o hipertexto, o qual “organiza a informação em estrutura dinâmica que permite acesso não linear ao texto e possibilita alternativas de leitura que, de certa forma, podem conduzir a múltiplas interpretações do mesmo documento” (Costa & Paim, 2004, p. 30).

Hipertextos podem ser pensados como documentos digitais que possuem *links* entre textos. Lévy (2000) propõe que os textos sejam considerados em um sentido mais amplo, em que imagens e sons também seriam textos. Com isto, o hipertexto é formado por nós, podendo ser imagens, palavras, parágrafos etc., e por *links* entre esses nós, que demarcam a passagem de um nó aos demais. Além disso, os hipertextos podem ser interligados através de *links*, inclusive a outros tipos de documentos, como um arquivo do Excel. Estes documentos, sendo não lineares, constituem hiperdocumentos (Lévy, 2000).

Assim, cada pessoa pode construir um hipertexto diferente, mesmo que inicie em um mesmo ponto, como procurar informações do termo água, por exemplo. Alguns professores limitam este suposto caos, na tentativa de “facilitar” o trabalho dos alunos e, conseqüentemente o trabalho deles. Com isto, estariam impondo um controle para o hipertexto. Por outro lado, as curiosidades dos alunos não seriam consideradas (Magdalena & Costa, 2003) e, por isso, discorda-se deste tipo de restrição.

Sabe-se que alguns fatores podem influenciar os caminhos percorridos na busca realizada pelas pessoas, como o fato de usar *sites* de buscas, como o Google, e ambientes colaborativos para contato inicial de informações sobre um assunto, como as Wikipédias.

Há vários fatores que influenciam a obtenção de um *site* na lista das primeiras sugestões disponibilizadas na pesquisa feita no Google. Por exemplo, o tempo de existência do domínio e a frequência com que ocorre a atualização¹³.

¹³ Estas informações estão disponíveis em https://pt.wikipedia.org/wiki/Otimiza%C3%A7%C3%A3o_para_motores_de_busca.

Na hierarquia dos resultados de buscas, toda a informação que esteja ligada a perfis *online* verificados terá prioridade sobre a informação que não disponha dessa verificação, o que terá como resultado que a maioria dos utilizadores irá clicar nos resultados do topo (os verificados) (Schmidt & Cohen, 2013, p. 47).

Por outro lado, há resultados das pesquisas que são prioritários através da aplicação de outros critérios, como o pagamento de empresas para obter maior publicidade dos seus produtos ou serviços¹⁴.

Na busca de informações na Internet, os alunos precisam selecioná-las em diferentes endereços eletrônicos encontrados em mecanismos de busca. Aqui, nota-se vários desafios a serem encarados, como:

Manter o fio da meada ou perder-se nele; descobrir que existem temas relacionados, até então insuspeitados; deparar-se com enfoques divergentes ou com diferentes níveis de complexidade; decidir, dentre o material acessado, o que vale a pena ler de forma mais detida e o que não vale o esforço, que fragmento(s) da leitura selecionar e guardar para o uso futuro, como organizar essa seleção para uso posterior (Magdalena & Costa, 2003, p. 55).

A seleção inicial do que é relevante é algo difícil de ser feito e também é permeado por desconfianças. Suspeita-se, algumas vezes, das informações que estão em *sites* da Internet, pois, diferentemente de um livro, por exemplo, estas nem sempre possuem um autor e uma editora com nomes a zelar.

De posse das informações previamente selecionadas, o que os alunos precisam fazer?

Reunir essas informações e produzir algo próprio, ser autor, é o próximo desafio! Isso implica em, a partir do recolhido, fazer um esforço de compreensão do material lido, tentando compatibilizar e/ou harmonizar os fragmentos de textos ou informações selecionadas coordenando-as em um todo coerente e original. Seria o avançar para além do “copia-cola”. Seria o avançar para a autoria (Magdalena & Costa, 2003, p. 55).

E os professores devem se desafiar a isto também, caso atuem abrindo um leque de possibilidades para os alunos adentrarem na zona de risco (Calder, 2011), no sentido de eles terem liberdade de escolha dos caminhos a serem percorridos na Internet, por exemplo. Terão que escolher trechos para citações, imagens, gráficos etc., enfim, dados que possam contribuir

¹⁴ Mais detalhes podem ser conferidos em <http://www.google.com.br/adwords/?channel=ha&subid=br-pt-ha-aw-bhmm~63677370175>. Entende-se que estas questões são importantes, especialmente quando alunos realizam pesquisas por palavras-chave na Internet, mas fogem ao escopo desta tese.

para que a atividade proposta seja realizada. Podem inserir vídeos, áudios, animações, caso a atividade seja virtual ou seja apresentada em um *blog* ou com um *software*, como o PowerPoint.

Entende-se que realizar a pesquisa na Internet é mais do que ter mais informações disponíveis e estabelecer novas teias de relações com outros assuntos, uma vez que há uma ruptura epistemológica e ideológica.

Segundo Magdalena e Costa (2003), é epistemológica pois o acesso às informações na Internet tem possibilidade de abertura de novas reflexões, com novas perguntas sendo geradas. Muito provavelmente, o professor não terá condições de responder a todas as possíveis questões trazidas pelos alunos. Com isto, a pesquisa por novas informações se tornam necessárias e isto pode ser feito no contato presencial com outras pessoas e em outras instituições, de modo presencial ou *online*. Assim, existe a possibilidade de os alunos também produzirem conhecimentos com outras pessoas e em outros contextos.

Para Magdalena e Costa (2003), a ruptura é ideológica pois a escolha oferecida é livre, perpassa os espaços escolares e a limitação de materiais previamente selecionados por professores e/ou gestores educacionais, os quais muitas vezes são graduados por ano escolar, sistematizados e podem ser proibidos para alguns alunos por serem considerados difíceis, uma vez que o conteúdo abordado é do ensino médio e os alunos são do ensino fundamental, por exemplo.

Com isto, os estudantes adentram no contexto em que as verdades podem ser questionadas, pois podem depender de diferentes interpretações, as quais nem sempre estão disponíveis nos livros didáticos presentes nas escolas. O contato também pode incluir as justificativas para situações analisadas e os processos envolvidos ou subentendidos (Borba et al., 2014; Magdalena & Costa, 2003).

Nota-se que o uso da Internet nas pesquisas escolares não é influenciado apenas pela infraestrutura e disponibilidade de Internet com qualidade, conforme apontado anteriormente. Interesses, escolhas, comportamentos, disponibilidade de livros, cadernos, lápis, papel etc. também podem influenciar os hipertextos construídos ou postados na Internet pelos alunos.

Assim, trata-se de um processo de ensino e aprendizagem permeado por uma construção que envolve “outros”, que são seres humanos (no plural), uma vez que é social, como os outros membros da equipe, outros profissionais consultados etc. (Villarreal, Esteley & Mina, 2010). Desta maneira, “*o pensamento já é sempre a realização de um coletivo.*” (Lévy, 1993, p. 169 – grifos do autor). Mas há “outros” que não são humanos (Villarreal et al., 2010). Ao realizar a pesquisa na Internet, os alunos também são moldados por estes elementos, ou seja, a forma de

pensar dos alunos é condicionada por oralidade, livros, lápis, cadernos, *softwares* e Internet, as quais são diferentes formas de comunicação, nomeadas por Lévy (1993) de mídias e sintetizadas com os termos oralidade, escrita e informática. Com isto, tem-se a produção de conhecimento com uma visão focada no processo (Borba & Penteadó, 2001).

Concordando com Lévy (1993) e Borba e Villarreal (2005), as mídias não são apenas auxiliares ou complementares ao coletivo formado por seres humanos, pois diferentes mídias disponíveis condicionam diferentes produções de conhecimentos. Segundo Lévy (1993, p. 137), “tudo o que for capaz de produzir uma diferença em uma rede será considerado como um ator, e todo ator definirá a si mesmo pela diferença que ele produz”. Assim, coletivos são formados por atores humanos e não humanos para a produção de conhecimento. Borba e Villarreal (2005) nomeiam os coletivos de seres-humanos-com-mídias.

Segundo Lévy (1993), as mídias permearam de diferentes formas a evolução da humanidade e condicionaram os conhecimentos produzidos e a memória. Na evolução da humanidade, existiram sociedades em que a oralidade era a única forma de passar as informações. A memória era associada às pessoas que detinham estas informações, os contadores de histórias ou mestres, e limitada aos que escutavam estas pessoas (Magdalena & Costa, 2003).

Posteriormente, com a invenção da escrita, a memória foi estendida, principalmente com a invenção da impressão, a qual possibilitou a acumulação de conhecimentos produzidos pelos seres humanos (Lévy, 1993).

A informática é uma mídia qualitativamente diferente da escrita e oralidade, uma vez que estende a memória porque as informações estão disponíveis *online*, conforme já pontuado. Além disso, esta nova forma de comunicar incorporou a oralidade e escrita, transformando-a em vídeos, imagens, diferentes formas de comunicação instantânea etc. (Borba & Penteadó, 2001).

Assim como diferentes *softwares* e aplicativos atuais incorporaram outros, uma mídia não exterminou a outra, de modo semelhante como o cinema não acabou com o teatro. Lévy (2000) pontua que a escrita não exterminou a oralidade, mas é influenciada por ela. Do mesmo modo, a informática é influenciada pela escrita e oralidade. Por exemplo, podemos enviar uma mensagem oral no WhatsApp.

As mídias informáticas moldam a forma dos coletivos produzirem conhecimentos, como já pontuado. De outro ponto de vista, os seres humanos criam novos aplicativos, novos aparelhos tecnológicos portáteis etc., ou seja, os seres humanos constroem novos materiais e modificam as TIC já existentes, os quais influenciam a maneira como novos coletivos podem produzir

conhecimentos (Borba, 2009). Isto é nomeado por Borba e Villarreal (2005) de moldagem recíproca. Além disto, segundo Borba (2009), o fato de mudar a mídia informática possibilita a mudança na produção de conhecimento e contribui para a compreensão do papel de outras mídias (oralidade e escrita) nesta produção.

E como as mídias informáticas moldam o pensamento dos coletivos de seres-humanos-com-TIC? Os pensamentos produzidos por estes coletivos são realizados por meio das interações entre os seres humanos e um aplicativo, *site* etc. e são influenciados a partir de *feedbacks* proporcionados pelas tecnologias digitais, como reações às ações realizadas pelos humanos. Desta forma, estes *feedbacks* permitem que os pensamentos sejam reorganizados (Tikhomirov, 1981).

A reorganização do pensamento na interação com os computadores é uma concepção teórica defendida por Tikhomirov (1981), mas acredita-se que pode ser ampliada para as demais mídias informáticas. Para o autor, conforme já pontuado, a informática não substitui os humanos. Segundo ele defende, esta teoria não considera a complexidade do pensamento humano para, por exemplo, resolver problemas, a qual pode ter múltiplas formas.

Outra teoria seria de que as mídias informáticas complementarizam os pensamentos dos seres humanos, como se fosse possível adicionar o tratamento feito pelas mídias informáticas aos pensamentos dos humanos. Trata-se, portanto, de um visão quantitativa, que não reflete a forma e a complexidade dos pensamentos de coletivos de seres-humanos-com-TIC (Tikhomirov, 1981).

Por ser discípulo de Vygotsky, Tikhomirov (1981) defende que a reorganização do pensamento considera que a informática tem um papel análogo ao que é desenvolvido pela linguagem na teoria proposta por Vygotsky, em que novas formas de mediação possibilitam novas e distintas maneiras de pensar. Reforça-se uma ideia apresentada anteriormente, pois a inserção de novas possibilidades de mediação com as TIC introduzem novos estágios qualitativos de pensamento.

Assim, sintetiza-se esta subseção afirmando que na primeira fase da informática na Educação Matemática brasileira surgiram os *softwares* com necessidade de programação, como o LOGO e as calculadoras simples. Na segunda fase foram criados os *softwares* de GD, gráficos e CAS. A terceira fase é caracterizada pelas primeiras atividades propostas com uso da Internet, que é sintetizada por cursos *online*. Por fim, a fase atual tem a presença de aparelhos tecnológicos portáteis, como *tablets* e telefones celulares, que permitem acesso à Internet e

aplicativos, além de outras possibilidades de comunicação e pesquisa, que incorporam elementos das fases anteriores.

A transição entre fases não é algo simples de ser identificado, mas poderia ser sintetizado com novas possibilidades tecnológicas surgindo, o que permite novas formas de pensar com as TIC, que são reorganizadas a partir do *feedback* proporcionado às ações realizadas por coletivos de seres-humanos-com-mídias. Isto permite a emergência de novos aspectos, como “a elaboração de novos tipos de problemas, o uso de diferentes terminologias, o surgimento ou aprimoramento de perspectivas teóricas, novas possibilidades ou reorganização de dinâmicas em sala de aula, dentre outros” (Borba et al., 2014, p. 37).

Assim, diferentes mídias condicionam diferentes possibilidades para produção de conhecimento em coletivos de seres-humanos-com-mídias. Além disso, como pontua Borba (2009), diferentes interfaces modificam a natureza dos coletivos de seres-humanos-com-Internet, da mesma forma que diferentes *softwares* poderiam modificar a produção de conhecimentos no processo de ensino e aprendizagem do Cálculo, Álgebra ou Funções.

Assim, a Internet tem papel fundamental neste cenário apresentado, pois possibilita que os alunos realizem buscas, através de pesquisas, coletando dados que precisam ser reunidos, selecionados, comparados, interpretados e confrontados com a realidade local e/ou global. Esta é uma situação que permite que as atividades, como as de modelagem, articulem-se, de modo harmônico, com as mídias informáticas, como será discutido na próxima subseção.

2.2.3 Sinergia entre TIC e modelagem matemática na Educação Matemática

Investigadores pontuam que há uma relação harmônica entre modelagem matemática e TIC na Educação Matemática, pois o seu uso nas atividades de modelagem surge quase que de modo natural (Villarreal et al., 2010; Araújo, 2002).

Kaiser, Blomhøj e Sriraman (2006) destacam a relevância da modelagem e TIC na Educação Matemática, afirmando que esta articulação é uma característica destacada na abordagem da modelagem, principalmente no nível equivalente ao ensino médio no Brasil.

Na comunidade internacional de modelagem, ainda há poucos estudos sobre as possíveis interações entre modelagem e TIC (Villarreal et al., 2010). Para Silva e Lévy (2009), pensar conjuntamente modelagem e informática na Educação Matemática (de modo sistemático) é algo novo e complexo, mas inevitável.

Além disso, o uso das mídias informáticas no desenvolvimento das atividades de modelagem é considerado como apropriado para o tempo e a dinâmica da sala de aula atual

(Menezes & Braga, 2013; Santos & Almeida, 2007). Para Villarreal et al. (2010, p. 412), a “modelagem parece estar oferecendo o espaço para o professor construir um novo significado para a utilização das TIC”. As autoras também defendem que as tecnologias digitais contribuem para o pensamento e a produção de conhecimentos durante o desenvolvimento das atividades de modelagem.

Sobre a combinação entre modelagem e informática, identificou-se um mapeamento realizado com artigos publicados em periódicos brasileiros. Quanto aos pontos de convergência, Kripka, Biembengut, Lara, Viali e Lahm (2014) estabeleceram as seguintes categorias, as quais são vistas como potencializadoras da utilização das mídias informáticas nas atividades de modelagem na Educação Matemática:

- 1) relações entre TIC e modelagem;
- 2) defesa do uso da informática na modelagem, a partir de opiniões favoráveis; e
- 3) a transformação que as tecnologias digitais estão proporcionando na modelagem geram a necessidade de novas investigações.

Este último aspecto pontuado se justifica, pois

Desde que a “tecnologia” e a “modelagem matemática” têm sido recorrentes nas discussões de Educação Matemática há mais de três décadas, concepções e tendências sobre a utilização de ambas na Educação “tendem” a se modificar. Nestes termos, acredita-se haver diferentes concepções e, portanto, diferentes tendências (Kripka et al., 2014, p. 111 – grifos dos autores).

Outra investigação (Scheller, 2014) categorizou as potencialidades do uso das TIC em modelagem. A autora focou no desenvolvimento das atividades em sala de aula, categorizando-as em:

- a) desenvolvimento cognitivo dos alunos;
- b) utilização das normas técnicas na escrita da pesquisa; e
- c) compreensão do que é e como se faz pesquisa.

Discutindo de maneira mais profunda essas categorias, entende-se que, com relação ao item a), conforme Scheller (2014) pontua, os alunos se desenvolveram com relação às habilidades descritivas, criativas, analíticas e críticas e isto foi percebido tanto a partir das ações realizadas por eles nos seus projetos de modelagem como na análise do modelo matemático e na divulgação dos resultados alcançados.

Quanto ao item b), Scheller (2014) afirma que as normas técnicas usadas para elaboração do relatório da pesquisa e organização para apresentação oral se constituem como

importante parte do aprendizado dos alunos. Citações, referências, construção de gráficos e tabelas foram realizados a partir de *softwares*. Segundo a autora, estas atividades não estão presentes, de modo geral, em atividades desenvolvidas por alunos do ensino médio.

A utilização de *softwares* nas atividades de modelagem é um aspecto já explorado em outras investigações e se caracteriza como parte do que é fazer pesquisa, presente no item c). Matos (1997) afirma que a escolha do *software*, em uma atividade de modelagem, deve considerar suas capacidades, complexidades e limitações, contribuindo para uma abordagem experimental. Diniz (2007) e Malheiros (2004) pontuam que após coletarem dados sobre os temas do projeto de modelagem, os alunos fazem ajustes de curvas com uso do Excel, por exemplo. Brasil (2006) e Jacobini (2004) destacam que a escolha do Excel é feita pela disponibilidade e facilidade do seu uso.

Borba e Penteado (2001) apresentam um exemplo em que o enfoque, o qual denominam de experimental-com-tecnologias, é utilizado para ajustar uma curva aos dados a partir de translação e “abertura” de concavidade de um gráfico de uma função quadrática ($y = -x^2$), tendo em vista encontrar um modelo matemático para representar a situação analisada (percentual da germinação das sementes de melão em função da temperatura). Todavia, não é suficiente fazer um ajuste de curva e finalizar com o modelo matemático encontrado, pois, para a sua validação, deve-se fazer uma análise crítica a partir de argumentos que envolvem conhecimentos matemáticos e da área da realidade a qual o projeto de modelagem pertence (Diniz, 2007). No caso do exemplo apresentado por Borba e Penteado (2001), os argumentos estavam na interface entre Matemática e Biologia.

Acredita-se que a informática pode ser usada para aproveitar suas vantagens, as quais podem permitir que as atividades de modelagem sejam potencializadas. Estas vantagens podem ser, por exemplo, as possibilidades para a experimentação e coordenação das representações algébricas, tabulares e gráficas de funções, exploradas de forma dinâmica (Borba & Penteado, 2001). Da mesma forma, o uso de calculadoras também pode potencializar a modelagem, uma vez que as investigações em modelagem destacam o papel das TIC na realização de cálculos longos de um modo mais rápido, disponibilizando mais tempo para os alunos raciocinarem (Blum et al., 2002).

Assim, com o uso de *softwares* na modelagem, a experimentação é entendida a partir dos cenários para investigação, em que as atividades desenvolvidas sejam iniciadas pela exploração e, posteriormente, teorização (Borba & Penteado, 2001).

O enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido *feedback* das mídias informáticas e facilidade de geração de inúmeros gráficos, tabelas e expressões algébricas. Por outro lado, essa prática pedagógica estimula a utilização de problemas abertos, de formulação de conjecturas em que a sistematização só se dá como coroamento de um processo de investigação por parte de estudantes (e, muitas vezes, do próprio professor) (Borba & Penteado, 2001, pp. 43-44).

Atividades fundamentadas no enfoque experimental-com-tecnologias, no contexto da modelagem, devem proporcionar aos alunos meios para (Borba & Villarreal, 2005; Borba et al., 2014):

- construir e simular modelos matemáticos;
- explorar as variadas formas de resolução;
- realizar testes das conjecturas levantadas, com a possibilidade de utilizar um grande número de exemplos, a partir da modificação das representações de objetos e da simulação dos componentes de construções;
- criar e conectar as múltiplas formas de representação em matemática;
- compreender conceitos; e
- inserir as TIC como uma forma de comunicar que se alia às mídias escrita e oralidade.

Na investigação desenvolvida por Villarreal et al. (2010), é identificada outra forma de uso dos *softwares* para validação dos dados, no enfoque experimental-com-tecnologias. Alunos universitários do curso de Agronomia tinham que encontrar um modelo matemático para crescimento de uma planta. O primeiro dado é que a planta tinha trinta centímetros de altura. Outro dado fornecido é que o crescimento é de 50% da altura do mês anterior. Inicialmente, os alunos estabeleceram, por recorrência, um modelo matemático em que para saber a altura da planta num dado mês era necessário saber o valor da sua altura no mês anterior. Com a utilização da calculadora, notaram que bastava multiplicar o valor anterior por 1,5 e, assim, chegaram ao modelo exponencial $h(x) = 30(1,5)^x$, sendo x o tempo e $h(x)$ a altura da planta. Com isto, eles puderam reconhecer a matemática, que às vezes fica escondida quando se aperta uma tecla para que o *software* forneça um ajuste de curva através das representações gráfica e algébrica apresentadas. A professora proporcionou a instalação do ambiente do tipo experimental-com-tecnologias. Ao inserir no *software* Graphmatica os pontos calculados para as variáveis tempo (x), e altura da planta ($f(x)$), foi sugerido pelo *software* outro modelo exponencial para ajuste de curva: $f(x) = e^{0,405x+3,4}$. Em seguida, os alunos verificaram que essas representações algébricas são equivalentes.

Em outra experiência no ensino superior, com alunos do curso de Ciências Biológicas, Diniz (2007) identificou que, no ambiente experimental-com-tecnologias, há diferentes tipos de simulações, as quais foram feitas por alunos e permitiram diferentes tipos de previsões. O autor classificou as simulações em positiva, negativa e nebulosa, as quais permitiram previsões que nomeou de positiva e negativa¹⁵.

A simulação positiva foi identificada a partir dos dados quantitativos coletados pelos alunos. Os valores foram inseridos em gráficos no Excel e/ou no Winplot, possibilitando que eles pudessem encontrar previsões para os anos seguintes, o que Diniz (2007) nomeou de simulações positivas.

Para Edwards e Hansom (1990), a simulação em Modelagem é feita, usualmente, a partir de dados iniciais, para que se possa identificar um procedimento para encontrar novos valores. O objetivo da simulação não é a substituição do cotidiano, mas a possibilidade de manipular variáveis e hipóteses (Lévy, 2000), as quais podem ser refinadas para que se possa tirar conclusões sobre o tema da realidade pesquisado. Conforme D'Ambrosio (1986), isto permite decidir sobre prioridades de investimentos para a cura de doenças, por exemplo, melhorando a vida das pessoas.

Na investigação de Diniz (2007), uma equipe de alunas escolheu o tema Câncer de Próstata. Elas coletaram dados na Internet sobre a taxa de sobrevivência, que é a possibilidade de cura de um paciente, a partir do momento que ele tem conhecimento da doença e inicia o tratamento. Os dados levantados correspondiam às décadas de 1970, 1980, 1990 e 2000, os quais foram inseridos no Excel e utilizados para a construção de um gráfico de colunas (sendo a variável tempo, no eixo horizontal, e a porcentagem de cura da doença, no eixo vertical). As alunas fizeram simulações no *software* Winplot, na tentativa de efetuar uma previsão para 2010 (uma simulação positiva), caso nada de anormal acontecesse. O primeiro modelo matemático sugerido pelas alunas foi de uma função polinomial do 1º grau, que foi refutado, uma vez que a taxa excedia 100% em algum momento e, portanto, seria incoerente com a realidade. Ao apresentar ao professor da disciplina a tentativa realizada, ele sugeriu o modelo matemático da curva logística. Construíram duas funções com os dados coletados, a partir dos cálculos com lápis e papel. Partindo da comparação entre os gráficos das funções e os pontos coletados, as alunas decidiram que o modelo matemático deveria ser formado por uma função definida por

¹⁵ Destaca-se que os termos “positiva” e “negativa” (apresentados posteriormente) não se referem a valores numéricos, quaisquer que eles sejam.

duas sentenças, utilizando intervalos dos dois gráficos construídos. Isto permitiu que uma previsão para valores futuros pudesse ser feita, a qual Diniz (2007) nomeou de previsão positiva. Caso a previsão seja realizada para anos anteriores aos dados coletados (para o passado), a simulação é denominada negativa e a previsão resultante também é negativa (Diniz, 2007).

Diniz (2007) apresentou outra simulação que nomeou de nebulosa. O autor descreveu os dados coletados por um grupo de alunos no projeto de modelagem, em que eles pesquisaram possíveis relações entre o surgimento da universidade (onde estudavam) e os dados relativos à Educação no município em que o *campus* universitário está situado, ou seja, se a presença da universidade provocou alguma influência nos dados sobre Educação no município. Um dos dados analisados foi o número de pessoas que estudaram no ensino superior. Os alunos coletaram dados no *site* do IBGE relativos aos anos de 1940, 1950, 1970 e 1980. Não existia o dado relativo ao ano de 1960, pois houve um problema na coleta dos dados estatísticos pelo IBGE. Com isto, os alunos e o professor simularam o valor correspondente a 1960, a partir da análise de dados sobre o tema analisado, o que permitiu uma simulação nebulosa (Diniz, 2007).

A investigação desenvolvida por Pead, Ralph e Muller (2007) apresenta exemplos de uso das TIC em modelagem nos ensinos médio e superior, focando nos usos de planilhas eletrônicas, *softwares* de GD, aplicativos, dentre outras mídias informáticas. Ao analisar as atividades propostas aos alunos, por exemplo, sabe-se que há atividades da matemática tradicional em que existem escolhas realizadas para que os alunos possam resolvê-las usando apenas lápis e papel, como na resolução de uma lista de exercícios do conteúdo equações diferenciais. Assim, caso os alunos colem dados quantitativos e tenham que resolver equações diferenciais, possivelmente se depararão com dificuldades, caso tenham disponíveis somente lápis e papel para resolução analítica. Diferentemente, as TIC podem liberar os alunos da resolução algébrica das equações diferenciais e possibilitar a investigação computacional e analítica de modo harmônico, realçando a natureza real dos dados, sem a preocupação de ajustar parâmetros para possibilitar tal solução usando somente lápis e papel (Pead et al., 2007).

Deste modo, Pead et al. (2007) concluem que a utilização das TIC em modelagem permite que conteúdos matemáticos sejam trabalhados antes de serem apresentados, de modo oposto ao que acontece no paradigma do exercício (Skovsmose, 2000).

As investigações apresentadas sobre uso de *softwares* em atividades de modelagem sugerem que os professores criaram condições para que os alunos possam adentrar na zona de risco (Calder, 2011), uma vez que fazem tentativas e experimentam possibilidades. De modo

geral, zona de risco no uso das TIC é associado à perda de controle, que pode ocorrer por problemas técnicos ou por um conjunto de teclas apertadas pelos alunos equivocadamente, e isto provoca um *feedback* inesperado. Incerteza e imprevisibilidade permitem que os alunos arrisquem e, por isto, criam-se possibilidades para produção de novos conhecimentos nos cenários para investigação (Borba & Penteado, 2001; Skovsmose, 2000).

Assim, os alunos podem ser dispensados de cálculos e utilizam *softwares* para ajuste de curvas com comandos do Excel e/ou no ambiente experimental-com-tecnologias. Isto permite que as TIC sejam usadas para que eles tenham a oportunidade de se concentrar na análise qualitativa e nas interpretações dos resultados obtidos (Diniz, 2007; Santos & Almeida, 2007; Borba & Villarreal, 2005; Blum et al., 2002).

A validação do modelo, em todos os projetos, valeu-se do uso do *Excel* e se traduz na retomada dos dados empíricos advindos de experimentos e/ou da literatura aplicando-se ao modelo. Percebeu-se nesta etapa que ao estudar e resolver uma problemática utilizando o computador, o estudante descreve o problema a ser resolvido, o computador executa uma tarefa por meio de um *software* ou uma linguagem de programação e permite que o aluno interaja com o programa, pensando, refletindo e tomando decisões a respeito da atividade (Scheller, 2014, p. 11 – grifos da autora).

Como foi afirmado anteriormente, os dados quantitativos podem ser coletados experimentalmente, em livros e/ou na Internet. No último caso, dados prontos devem ser observados com cautela e de modo crítico, conforme já pontuado na seção inicial deste capítulo (subseção 2.1.3). A tentativa de compreensão de modelos matemáticos, cujos dados foram coletados pelos alunos e identificados como dados prontos, é parte fundamental do processo de modelagem. Como consequência, é parte importante da natureza do que é fazer pesquisa, item c) pontuado anteriormente (Scheller, 2014) e que será discorrido a seguir, com foco na pesquisa realizada na Internet.

Em um projeto de modelagem, apresentado por Villarreal et al. (2010), o uso das TIC foi considerado como essencial para a coleta de dados, permitindo que uma equipe de alunos pudesse se comunicar com empresas. Outras equipes não receberam os dados que buscavam coletar e visitaram as empresas presencialmente; contudo, elas se negaram a entregar os dados solicitados pelos alunos, uma vez que possuíam entre onze e doze anos, sendo considerados muito novos para terem a confiança de empresas. Assim, o uso da mídia informática dispensou a avaliação presencial das idades dos alunos. Conforme as autoras pontuam, a mídia informática empoderou os alunos.

Malheiros (2004) também pontuou a importância das mídias informáticas para o desenvolvimento do projeto de modelagem com o tema Mal da Vaca Louca. No momento em que o projeto foi proposto pelos alunos, o tema era novo e, portanto, com poucas publicações impressas disponíveis, sendo impossível de ser desenvolvido sem a Internet (Carneiro & Passos, 2009). Nesta situação, a Webgrafia, que é a biblioteca presente na Internet, foi fundamental para a coleta de dados qualitativos e quantitativos sobre o tema do projeto de modelagem (Borba & Villarreal, 2005).

Com relação à compreensão sobre a pesquisa, de acordo com Scheller (2014), é comum os alunos a compreenderem como sinônimo de cópia. Avançar para a autoria (Magdalena & Costa, 2003) é uma forma de pensar a inserção do ambiente de pesquisa científica nas escolas, guardadas às devidas proporções relativamente àquelas que são desenvolvidas na universidade. Isto pode favorecer a compreensão do que é e como se pode fazer pesquisa na Educação Básica.

O contexto das aulas de Matemática em que a modelagem é potencializada pelos uso da informática permite que dados do cotidiano sejam selecionados e analisados. Com isto, entende-se ser fundamental que os alunos sejam encorajados a representar, compreender, comunicar e pesquisar (Scheller, 2014). Compreende-se, desta forma, que a modelagem permite potencializar a pesquisa na sala de aula de Matemática (Brasil, 2006).

Juntamente com este aspecto, surge a necessidade de filtrar as informações coletadas em *sites* de busca, como o Google.

É certo que nenhuma autoridade *central* garante o valor das informações disponíveis no *conjunto* da rede. Ainda assim, os *sites* são produzidos e mantidos por pessoas e instituições que assinam suas contribuições e defendem sua validade frente à comunidade dos internautas. Para dar um exemplo claro, o conteúdo de um *site* universitário é garantido pela universidade que o hospeda. Assim como as revistas impressas, há um conselho editorial responsável pelas revistas ou jornais *on-line*. As informações provenientes de uma empresa são garantidas pela mesma, que coloca em jogo sua reputação na Web tanto quanto (ou mais que) por meio de outras formas de comunicação. As informações governamentais são obviamente controladas pelos governos etc. (Lévy, 2000, p. 243 — grifos do autor).

Lévy (2000) complementa que há uma espécie de opinião pública sobre *sites* da Internet, os quais são mais citados, por exemplo. O Google faz isso, mas há também alguns casos que sinalizam que as primeiras opções sugeridas devem ser olhadas com cautela, pois questões financeiras envolvidas podem levar ao aparecimento de *sites* que nem sempre são os mais citados. Além disto, no mundo virtual, a pesquisa independente e o espírito crítico devem ser incentivados nos alunos (Schmidt & Cohen, 2013).

Um ambiente virtual que também pode ser usado para pesquisa e já foi muito criticado é a Wikipédia. Atualmente, ele publica informações com um rigor cada vez maior (Borba et al., 2014). Segundo Schmidt e Cohen (2013), isto permite que seja reduzida a importância para a memorização e se valorize o espírito crítico e a resolução de problemas.

Diniz (2007), ao analisar a pesquisa feita por alunos na Internet, percebeu que *sites* como o do IBGE, do Instituto Nacional do Câncer e de universidades foram considerados pelos alunos como as melhores fontes usadas nos seus projetos de modelagem. Aliando-se a isto, os alunos consultaram livros e revistas impressos e acessaram os *sites* com nomes de instituições que confiavam, as quais têm um nome a zelar. Estes *sites* disponibilizam informações na Internet com a intenção de socializar suas contribuições em investigações realizadas (Lévy, 2000) e, segundo Diniz (2007), os estudantes os consideram como *sites* oficiais sobre os temas pesquisados. De modo semelhante, Lévy (2000) pontua que um *software* é tido como padrão para um tipo de uso, como na escrita de textos, se é o mais utilizado no mundo.

Assim, os alunos tinham os dados coletados na Internet, os quais foram comparados com os presentes nas investigações a que tiveram acesso antes de acessarem a Internet, em revistas e livros impressos. Competência crítica e engajamento crítico, conforme Skovsmose (2001), fundamentaram a tomada de decisões dos alunos quanto ao uso ou não dos *sites* pesquisados, uma vez que eles direcionaram o que era relevante, construindo uma rede de conhecimentos produzidos pelos coletivos de seres-humanos-com-mídias, para as interpretações dos resultados apresentados no relatório do projeto de modelagem.

Estes estudos permitem concluir que a modelagem sem o uso das TIC é possível de ser realizada, mas esta ausência torna o ambiente de modelagem mais difícil, menos rico e pode chegar até a ser impossível de ser realizado (Villarreal et al., 2010).

Com isto, não se compreende as mídias informáticas como ajudante, ferramenta ou auxiliar para o desenvolvimento das atividades de modelagem, conforme argumentam autores como Jacobini (2004) e Blum e Niss (1991). Defende-se que as TIC assumem um papel de protagonista, atuando como ator (Lévy, 1993) nas atividades de modelagem. A combinação destas tendências da Educação Matemática é vista como harmônica ou como sinergia e permite ampliar as possibilidades de mudança no currículo escolar (Villarreal et al., 2010; Borba & Villarreal, 2005).

Outras investigações, nesta linha, merecem destaque, como o uso da comunicação *online* na modelagem, em que *e-mails* e páginas de redes sociais podem ser usadas para trocar informações, socializar documentos e *sites* entre alunos e entre alunos e professor (Diniz, 2007).

Mais recentemente, autores pontuam a necessidade de que novas interações entre modelagem e TIC sejam exploradas, como em cursos *online* (Meyer et al., 2011) e a partir da realidade do mundo cibernético (Dalla Vecchia & Maltempo, 2012).

Compreender melhor outros elementos que se articulam no ambiente de modelagem e mídias informáticas poderá potencializar mais o desenvolvimento desta atividade em sala de aula. Por exemplo, dados estatísticos são comumente vistos em atividades de modelagem (Diniz & Borba, 2012) e podem ser utilizados pelos alunos como forma de agradar o professor (Herminio & Borba, 2010). Ainda, como afirmam Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), a Estatística se presta aos projetos, o que favoreceria seu uso na modelagem. Assim, na última seção, aprofundam-se as discussões sobre a sinergia entre modelagem e TIC na EE, apresentando-se antes algumas ideias sobre EE.

2.3 Modelagem matemática, Tecnologias Digitais e Educação Estatística

Esta seção se inicia com uma apresentação geral de algumas reflexões sobre o processo de ensino e aprendizado e as investigações em EE. Em seguida, reflete-se sobre a leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos. Por fim, algumas reflexões são apresentadas sobre as investigações envolvendo gráficos estatísticos no contexto da EE, dos projetos de modelagem e uso das TIC, pontuando as concepções adotadas no presente estudo.

2.3.1 Educação Estatística

Reflexões iniciais a respeito do processo de ensino e aprendizagem da Estatística e sobre as investigações na EE foram pontuadas no capítulo 1. Nesta subseção, apresentam-se outros elementos gerais das investigações e do processo de ensino e aprendizagem da Estatística, na perspectiva da EE.

2.3.1.1 Investigações em Educação Estatística e o processo de ensino e aprendizagem da Estatística

Como já pontuado no capítulo 1, a EE no Brasil pode ser considerada recente, diferentemente do que ocorre internacionalmente. Um dos marcos das investigações em EE em nível mundial, segundo Batanero e Godino (2005), foi a criação de uma lista de *e-mails*, durante a quinta International Conference on Teaching Statistics (ICOTS), que ocorreu em Singapura no ano de 1998. Esta lista permitiu a discussão dos marcos teóricos e das primeiras questões e métodos de investigação em EE entre pessoas que estavam isoladas geograficamente.

A EE começou a crescer e teve importantes contribuições de investigadores das áreas de Estatística, Psicologia e Educação Matemática, os quais se interessaram pelo processo de ensino e aprendizagem da Estatística e pelas investigações em EE. Assim, contribuíram com a criação de sociedades, organização de congressos, proposição de cursos para a formação de professores e criação de revistas para professores da Educação Básica e Superior, por exemplo (Batanero & Godino, 2005).

No Brasil, conforme também já destacado no capítulo 1, os membros do GT 12, da SBEM, têm proporcionado importantes contribuições para o avanço da EE. Reflexões destas contribuições foram realizadas por Meneghetti et al. (2011) a partir da análise dos artigos publicados no III SIPEM, realizado em 2009. As autoras identificaram que o perfil dos investigadores deste GT é de atuação isolada, uma vez que seis dos onze textos possuem autorias individuais. Entende-se que são poucos trabalhos e investigadores, considerando-se a dimensão do Brasil (Meneghetti et al., 2011; Cazorla et al., 2010). De modo geral, percebia-se que a EE não apresentava, no Brasil, crescimento no número de investigadores (Cazorla et al., 2010).

Quanto às investigações presentes no III SIPEM, segundo Meneghetti et al. (2011), a maioria dos artigos focava em como fazer para proceder no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de Estatística e/ou Probabilidade. Por outro lado, Cazorla et al. (2010) destacaram que esta produção acadêmica não é canalizada para a Educação Básica como poderia ser.

Assim, Meneghetti et al. (2011) pontuavam a necessidade de avançar para as questões epistemológicas, como nas dificuldades de aprendizagens dos alunos e nos métodos de investigação, considerados, pelas autoras, frágeis e com problemas. Por exemplo, alguns artigos não explicitaram a abordagem da investigação com a riqueza de detalhes necessária. Outros não apresentavam as interpretações adequadas para uma pesquisa qualitativa (Meneghetti et al., 2011). De modo geral, as autoras pontuam a necessidade de maior aprofundamento teórico das investigações do GT 12 da SBEM. Em outras palavras, elas sinalizam que, entre outros aspectos, as discussões devem aprofundar reflexões da articulação entre teoria e prática. Assim, revela-se um quadro de uma área que está sendo constituída e buscando se consolidar (Meneghetti et al., 2011).

Acredita-se que o quadro atual apresenta alguns avanços. Existem grupos de investigação que não existiam em 2009 ou que os vínculos não foram apresentados pelos autores nos textos dos anais do III SIPEM (Meneghetti et al., 2011). O horizonte que se vislumbrava, há alguns anos atrás, era positivo (Cazorla et al., 2010), uma vez que livros e revistas com temáticas da EE, os

quais estavam sendo planejados, foram lançados posteriormente, além de encontros que foram realizados no Brasil, inclusive alguns específicos sobre temáticas da EE.

Apesar de o relatório do IV SIPEM, realizado em 2012, ainda apontar que havia a necessidade de melhorias no quadro apresentado quanto aos aprofundamentos teóricos das investigações em EE, acredita-se que há avanços nesse domínio.

Quanto ao processo de ensino e aprendizagem da Estatística na Educação Básica brasileira, autores acreditam que a maior conquista das investigações da EE é a inserção desse conteúdo no currículo escolar de Matemática da Educação Básica. Acredita-se que isto seja reflexo de, segundo Batanero (2001), um movimento mundial, que surgiu a partir de 1970, para a inserção da Estatística na Educação Básica. No Brasil, o processo foi iniciado com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) de Ensino Fundamental e Médio (Brasil, 1998, 2002) e as Orientações Curriculares de Matemática para o Ensino Médio (Brasil, 2006).

Neste cenário, a Estatística é considerada como uma parte da Matemática da Educação Básica. Com isto, de modo geral, a forma de desenvolver os conteúdos estatísticos é semelhante a de outros temas da Matemática, como Geometria e Álgebra. Para esta abordagem da Estatística, certamente tem contribuído o que se passa no curso de licenciatura em Matemática, que se foca, de modo geral, nas ferramentas matemáticas, como reduzir os estudos de média aritmética a uma fórmula, por exemplo. Nota-se, também, que a análise de dados é pouco enfatizada. Além disso, as Diretrizes Curriculares Nacionais dos cursos de licenciatura em Matemática, que é um documento oficial do Ministério da Educação do Brasil, apresentam de forma superficial a Estatística para ser abordada nestes cursos de licenciatura (Campos, Coutinho & Almouloud, 2006).

Isto também é percebido pelo enfoque que se apresenta, com pouca ênfase dada a Estatística, Probabilidade e Combinatória em livros didáticos de Matemática. Por exemplo, nem sempre estes conteúdos estão presentes nos livros didáticos em todos os anos escolares do Ensino Fundamental e Médio.

Por outro lado, segundo Ponte et al. (2003), as contribuições da Estatística para a Educação Matemática podem ser sintetizadas pelo seu uso em diversos campos do conhecimento humano, sendo importante na tomada de decisões da vida cotidiana sendo que a escola pode ter um papel importante na formação dos discentes para esta atuação. Por isto, defende-se que não deve ser um tema abordado de modo isolado, mas pensado no contexto social dos alunos, como para a compreensão de dados presentes em uma reportagem

jornalística (NCTM, 2008). Assim, a EE se enquadra nos objetivos da Educação Matemática (Ponte et al., 2003).

As investigações em EE pontuam que a Estatística, nas aulas de Matemática da Educação Básica, deveria ser considerada sob o ponto de vista um pouco diferenciado: “A existência de faces mais subjetivas, tais como a escolha da forma de organização de dados, a interpretação, a reflexão, a análise e a tomada de decisões, fazem com que a Estatística apresente um foco diferenciado ao da Matemática” (Campos et al., 2011, p. 13). Lopes (2004) e Campos et al. (2011) pontuam que o ensino de Estatística tem como particularidade o fato de trabalhar com a tomada de decisões em situações que são condicionadas pela incerteza.

Segundo os professores entrevistados na investigação desenvolvida por Fernandes et al. (2004), o ensino da Estatística se diferencia dos demais conteúdos matemáticos pois são adequados para serem realizados com alunos reunidos em grupos, com atividades de resolução de problemas ligados ao cotidiano e por ter a possibilidade de escolha de temas do cotidiano em que os dados são coletados pelos alunos. Portanto, como já pontuado, assemelha-se à modelagem, sendo um momento de imprevisibilidade para o professor e podendo adentrar na zona de risco.

Esta natureza diferenciada da EE pode ser traduzida como um problema para os professores de Matemática da Educação Básica. Investigações pontuam que isto faz com que eles priorizem outros conteúdos. Quando são abordados, a ênfase é excessivamente formal, em cálculos baseados em fórmulas, por exemplo, ou com abordagem muito superficial (Fernandes et al., 2004). Isto revela as inseguranças dos docentes que condicionam situações em que eles optam por não ministrarem aulas sobre estes conteúdos.

De modo geral, na Educação Básica brasileira, a Estatística se caracteriza

pelo reconhecimento da necessidade dos dados e de como eles podem ser produzidos na análise de determinado problema, familiaridade com conceitos elementares, tais como variável, população, amostra, moda, média, mediana, razões, proporções e porcentagem; e familiaridade com representações gráficas e tabulares (Hettwer & Nunes, 2011, p. 154).

Sabe-se que a Estatística é dividida em dois ramos: descritiva e inferencial, tendo a teoria de probabilidades como tópico de junção entre as duas partes (Novaes & Coutinho, 2013). No Brasil, os conteúdos da Educação Básica situam-se, quase totalmente, na Estatística descritiva, que envolve desde o planejamento da pesquisa, coleta e organização dos dados em tabelas e gráficos, medidas de tendência central e de dispersão. Com isto, os dados podem ser analisados, mesmo que de modo informal ou com levantamento de hipóteses que permitem a

tomada de decisões. Probabilidade e Combinatória, de modo geral, são abordados de forma isolada da Estatística (Guimarães, 2013; Novaes & Coutinho, 2013).

Quanto à EE, entende-se

como uma área de pesquisa que tem como objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos do ensino-aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino etc., visando o desenvolvimento do *letramento estatístico*¹⁶. (Cazorla et al., 2010, pp. 22-23).

A partir das investigações disponíveis, afirma-se que os principais objetivos da EE são:

- promover o entendimento e o avanço da EE e de seus assuntos correlacionados;
- fornecer embasamento teórico às pesquisas em ensino de Estatística;
- melhorar a compreensão das dificuldades dos estudantes;
- estabelecer parâmetros para um ensino mais eficiente;
- contribuir com o trabalho do professor na construção de suas aulas;
- sugerir metodologias de avaliação diferenciadas, centradas em metas estabelecidas e em competências a serem desenvolvidas;
- valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno, em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza (Campos et al., 2011, p. 12).

Para atingir estes objetivos, reflexões são necessárias para operacionalizar o processo de ensino e aprendizagem da Estatística em sala de aula. Campos et al. (2011) propõem algumas ações neste sentido:

- desviar o foco do produto para o processo;
- como consequência do item anterior, valorizar a análise e interpretação a partir dos dados obtidos;
- utilizar as TIC para simular e liberar os alunos dos cálculos;
- as atividades propostas devem proporcionar que os alunos aprendam Estatística fazendo Estatística;
- neste processo, os alunos devem argumentar, interpretar e analisar;
- trabalho em grupo deve ser priorizado; e
- avaliações devem ser focadas para cumprir essas metas.

A operacionalização destes aspectos tem sido permeada por dificuldades, que são semelhantes às encontradas para os demais conteúdos de Matemática da Educação Básica,

¹⁶ O letramento estatístico será discutido posteriormente.

como os receios de alguns docentes para utilizarem as TIC em sala de aula. Acredita-se que, caso o foco seja modificado para o processo e superação das dificuldades dos alunos, pode-se vislumbrar melhorias no quadro apresentado.

Por outro lado, o crescimento da importância da Estatística nos currículos escolares é influenciado por fatores como as provas de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), em que um terço das questões são do bloco de conteúdo denominado análise de dados e probabilidades (Serra, 2014). Além disso, a Estatística está presente na vida cotidiana dos seres humanos e, assim, elas devem possuir conhecimentos para atuação de modo competente na interpretação desses dados, sejam como produtores e/ou consumidores de informações (Gal, 2002).

Fernandes, Viseu, Fernandes, Silva e Duarte (2009) enfatizam que, além disso, as pesquisas estatísticas nas escolas, estruturadas nas etapas do método estatístico, a valorização do trabalho em grupo e comunicação dos resultados de modo escrito e oral, dentre outros aspectos, podem ser uma alternativa para melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

Este processo traz um elemento de natureza particular para o ensino e aprendizagem da Matemática, pois a solução não é única devido, por exemplo, às variáveis escolhidas que permitem coletar diferentes dados e à qualidade do raciocínio. Isto permite a avaliação destas atividades, que não são consideradas totalmente certas ou erradas (Guimarães, 2013).

Assim, pode-se sintetizar afirmando que os conteúdos estatísticos, como gráficos e tabelas, podem ser utilizados pelos alunos no processo de resolução de problemas (Lopes, 2004, p. 192). Por isto, é necessário saber os conteúdos que são pré-requisitos, como uma porcentagem que aparece em uma reportagem jornalística, mas tal não é suficiente. Analisar dados de forma detalhada requer que os dados sejam relacionados, de modo crítico, “questionando e ponderando até mesmo sua veracidade. Dessa forma, não é suficiente que a pessoa desenvolva capacidades de organização e representação de uma coleção de dados apenas: faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões” (Lopes, 2004, p. 189), e isto é parte das competências que os alunos precisam ter, as quais serão apresentadas a seguir.

2.3.1.2 As competências literacia, raciocínio e pensamento estatísticos

Para Perrenoud (1999, p. 7), competência é a

capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem limitar-se a eles. Para enfrentar uma situação da melhor maneira possível, deve-se, via de regra, pôr em ação e em sinergia vários recursos cognitivos complementares, entre os quais estão os conhecimentos.

Assim, tem-se que

ser competente é ser capaz de mobilizar conhecimentos, informações e até mesmo hábitos, para aplicá-los, com capacidade de julgamento, em situações reais e concretas, individualmente e com sua equipe de trabalho. Sem capacidade de julgar, considerar, discernir e prever os resultados de distintas alternativas, eleger e tomar decisões, não há competência (Brasil, 1999, p. 23).

Pode-se exemplificar algumas competências que podem ser desenvolvidas no contexto escolar: ler e interpretar um texto, dialogar com alguém que tenha uma opinião contrária sobre um assunto, construir uma hipótese em uma atividade relacionada à resolução de problemas e analisar um equívoco na resolução de uma atividade de pesquisa. Percebe-se que estas são ações que podem mobilizar conhecimentos prévios dos estudantes. Assim, o professor pode criar condições para a mobilização destes conhecimentos ao propor atividades que criem condições que possam fazer com que isso ocorra. Prado (2011) pontua que competências podem ser adquiridas fora do contexto escolar, ou seja, no cotidiano. Além disso, o autor ressalta que é possível ter informações de um tema e não ser competente ao analisá-lo.

Perrenoud (1999) defende que as atividades propostas aos alunos devem ser articuladas com práticas sociais que façam sentido para eles. Caso contrário, os conhecimentos adquiridos poderão ser esquecidos. Assim, os conhecimentos são fundamentais para a tomada de decisões, o levantamento de hipóteses, a resolução de problemas etc. e podem ser mobilizados ao interagir com a situação analisada.

As situações complexas devem ser propostas para que as competências possam ser construídas, que podem envolver incertezas, tensões, acesso limitado às informações e/ou à Internet, pouco tempo e pessoas que não colaborem como poderiam (Perrenoud, 1999).

Assim, pontua-se que é necessário que as contribuições das investigações em Educação sejam analisadas “de forma a identificar os diferentes níveis de compreensão alcançáveis e úteis para os nossos alunos, assim como as práticas educativas adequadas que podem levar a estes modos de compreensão” (Pimenta, 2009, p. 76).

Nas aulas de Matemática, Campos et al. (2011, p. 17) consideram que “para desenvolver competências, é essencial trabalhar por problemas e por projetos, propor tarefas complexas e desafios que incitem os alunos a mobilizar seus conhecimentos e, em medida certa, completá-los”. Além disso, Pimenta (2009) acrescenta que as atividades devem ser integradas com o saber fazer, como resolver uma equação, por exemplo.

Especificamente na EE, Campos et al. (2011) afirmam que as competências representam os objetivos a serem perseguidos pelos docentes de Matemática na Educação Básica, os quais

precisam criar as condições para tal, sendo os projetos de modelagem uma possibilidade. Os autores acreditam que “ao centrar nossas atenções para o desenvolvimento das competências literacia, raciocínio e pensamento estatísticos, estaremos abarcando todos os demais aspectos importantes da EE” (Campos et al., 2011, p. 21).

Borba et al. (2011) pontuam que, com relação aos materiais didáticos do ensino médio, nota-se pouca preocupação com as competências pensamento e raciocínio estatísticos. Os autores justificam isto pela pouca atenção dada pelos professores aos conteúdos do bloco de conteúdo análise de dados e probabilidade.

De modo sintético, apresentam-se as três competências da EE: a literacia, o raciocínio e o pensamento estatísticos.

A literacia estatística pode ser vista como o entendimento e a interpretação da informação estatística apresentada, o *raciocínio* estatístico representa a habilidade para trabalhar com as ferramentas e conceitos aprendidos e o *pensamento* estatístico leva a uma compreensão global da dimensão do problema, permitindo ao aluno questionar espontaneamente a realidade observada por meio da Estatística (Campos et al., 2011, pp. 17-18 – grifos dos autores).

De modo geral, a concepção destas três competências não é uniforme entre os investigadores da EE, mas compactuam que as pessoas podem ter a capacidade de atuação crítica e interpretativa das informações estatísticas, incluindo as diferentes formas de representação, como os gráficos, que estão disponíveis nos meios de comunicação e na vida cotidiana dos seres humanos (Arteaga, Batanero, Cañadas & Contreras, 2011).

A literacia estatística também é conhecida na literatura por outros termos como competência estatística e cidadania estatística (Rumsey, 2002) e cultura estatística (Gal, 2002).

Rumsey (2002) defende que se desenvolva habilidades de cientistas nos alunos a partir do desenvolvimento de pesquisas estatísticas nas escolas e, portanto, como um método científico. Levantar perguntas, coletar e interpretar dados e comunicar os resultados são algumas ações importantes para se promover isto. A autora associa essa promoção com outras ações, como comparar, sondar, contrastar e avaliar. Segundo ela, tudo isto pode contribuir para a formação dos estudantes para uma futura carreira e para vida deles, já que se convive com estes dados estatísticos na sociedade.

Para atingir a literacia estatística e formar alunos com perfil de cientista desenvolvendo pesquisas estatísticas, Rumsey (2002) defende que os alunos

precisam entender e usar ideias estatísticas em muitos níveis diferentes. Para começar, eles precisam de certo nível de competência, ou compreensão, de ideias, termos e linguagem básicos de Estatística. Mas ser um bom cidadão estatístico e

cientista pesquisador requer mais do que isso; exige que o aluno seja capaz de explicar, decidir, julgar, avaliar e tomar decisões sobre a informação. Demandam habilidades adicionais em raciocínio e pensamento estatísticos, mas a base para essas habilidades devem primeiro ser desenvolvidas no nível da literacia estatística.

Para esta autora, o raciocínio envolve o questionamento, a comparação e explicação. O pensamento estatístico inclui a aplicação das ideias a novos problemas e a identificação de suas próprias questões de interesse. A Estatística é usada, portanto, para que os alunos possam gerar suas próprias conclusões.

Rumsey (2002) afirma que não é só com a base na competência estatística que se pode avançar para o raciocínio e pensamento estatísticos, pois ao se trabalhar com problemas de pesquisa relevantes para os alunos, poderá reforçar a compreensão de conceitos e termos estatísticos e desenvolver as competências de raciocínio e pensamento estatísticos de modo concomitante.

Assim, para a autora, para se obter a competência estatística é necessária a compreensão dos conteúdos estatísticos básicos, incluindo sua terminologia e os fundamentos do levantamento de perguntas, da coleta e interpretação de dados, além da comunicação dos resultados obtidos. Por isto, o contexto da pesquisa estatística deve ser relevante para os alunos, o que permite maior envolvimento durante a atividade. A interpretação no contexto da atividade é um elemento chave para a descrição dos significados envolvidos no resultado.

Outro autor importante nas discussões da literacia estatística é Gal (2002), que utiliza o termo cultura estatística e se fundamenta nos seguintes aspectos:

- a) a capacidade de interpretação e avaliação crítica das informações estatísticas, os argumentos utilizados e os fenômenos estocásticos que as pessoas podem se deparar nos diversos contextos, incluindo os meios de comunicação, mas não se limitando a eles; e
- b) a capacidade de discussão e comunicação das suas opiniões a respeito das informações estatísticas, quando for importante.

Para Gal (2002), o conhecimento estatístico e matemático, as habilidades básicas de leitura, o conhecimento do contexto e a competência crítica são aspectos importantes da cultura estatística.

Ao se depararem com as informações estatísticas, segundo o autor, as pessoas podem associá-las com outras informações que já conheça. Neste processo, os seres humanos seriam

postos a pensar estatisticamente e de modo crítico, analisando cada fase do estudo. Por fim, comunicaria sua opinião. Assim, as três competências poderiam ser desenvolvidas.

Para Gal (2002), os conhecimentos envolvidos na cultura estatística envolvem também crenças e atitudes para que as pessoas possam ter consciência em uma perspectiva crítica.

Lopes (2004) entende que a literacia estatística requer que os seres humanos tenham conhecimentos básicos de Estatística e é mais que realizar cálculos de modo competente, pois a compreensão e a interpretação na leitura das informações são elementos fundamentais para a tomada de decisões.

Para Guimarães (2013), as pessoas são estatisticamente competentes quando analisam criticamente a informação disponível. Para isto, é fundamental o levantamento de perguntas críticas para refletir sobre as informações. Isto gera um certo grau de confiança (ou não) das informações, incluindo os dados coletados e a amostra, uma vez que pode não ter a representatividade adequada.

Quanto à segunda competência da EE, o raciocínio estatístico “pode ser definido como sendo o modo como as pessoas raciocinam com as ideias estatísticas, conseguindo assim dar significado à informação estatística” (Lopes, 2004, p. 191). Com isso, Lopes (2004) acredita que é possível que ocorra o desenvolvimento do pensamento crítico, de modo autônomo, caso existam possibilidades para o desenvolvimento do raciocínio estatístico. Isto possibilita relacionar situações problemáticas diferentes e elaborar proposições que contribuam com o contexto analisado. Neste cenário, Pimenta (2009) acrescenta um elemento: o reconhecimento da variabilidade e sua importância na tomada de decisões e realização de previsões.

A Estatística é frequentemente usada de forma perversa para influenciar a opinião pública acerca de determinadas matérias ou para representar a suposta qualidade e eficácia de produtos comerciais. Para raciocinarem estatisticamente, os alunos precisam compreender a análise de dados e os aspectos das probabilidades com ela relacionados — aptidões necessárias para que se tornem cidadãos informados e consumidores inteligentes (NCTM, 2008, p. 52).

Assim, pode-se afirmar que o raciocínio é desenvolvido por meio do pensamento estatístico. Este último

consiste em uma combinação de ideias sobre dados e incerteza, que conduzem uma pessoa a fazer inferências para interpretá-los e, ao mesmo tempo, apropriar-se de conceitos e ideias estatísticas como a distribuição de frequências, medidas de posição e dispersão, incerteza, acaso e amostra (Lopes, 2004, p. 188).

A interpretação das informações tem no pensamento estatístico um papel fundamental. Wild e Pfannkuch (1999) pontuam quatro dimensões para o pensamento estatístico. Uma delas

é denominada de tipos de pensamento, que são subdivididos em dois. Apresenta-se a primeira classificação, a qual se refere aos tipos fundamentais do pensamento estatístico:

- 1) reconhecimento da necessidade dos dados: a coleta de dados estatísticos deve ser feita de modo adequado, o que inclui, por exemplo, o uso adequado de instrumentos para a coleta;
- 2) transnumeração: é a mudança que ocorre na representação dos dados, que permite novas compreensões do problema. Isto ocorre quando (a) são localizadas medidas que apresentam características ou qualidades da realidade; (b) um conjunto de dados são representados em gráficos, por exemplo, os quais podem contribuir nas suas compreensões; e (c) as representações podem contribuir para comunicar novas compreensões dos resultados. “É um processo *dinâmico* da mudança de representações para engendrar compreensão” (Wild & Pfannkuch, 1999, p. 227 – grifo dos autores). Pimenta (2009, p. 76) complementa, afirmando que “a transnumeração é o processo de representar ou transformar os dados de forma a extrair aquilo que eles nos podem transmitir”;
- 3) variação: para se chegar a resultados plausíveis, a partir dos dados coletados, é necessário uma compreensão adequada da variação do contexto real pesquisado, o qual é permeado por incertezas;
- 4) raciocínio com modelos estatísticos: é o pensamento sobre o comportamento dos modelos, como gráficos e tabelas gerados dos dados coletados; e
- 5) integração com contextos estatísticos: os resultados são analisados e validados conforme a realidade estudada.

Outra classificação para os tipos de pensamento envolve os tipos gerais de pensamento aplicados no contexto estatístico. Eles apresentam três possibilidades: pensamento estratégico, modelagem e aplicação de técnicas (Wild & Pfannkuch, 1999).

Quanto ao pensamento estratégico, os autores pontuam que preconceitos, limitações de conhecimentos, conhecimentos prévios, não engajamento dos alunos, curiosidade, dentre outros fatores, podem influenciar as estratégias de pensamento dos alunos para atuação em atividades estatísticas. Há, também, influências do contexto, como aspectos relacionados às questões financeiras (um estudo pode ser limitado por falta de recursos); tempo; e de materiais coletados, por exemplo.

Wild e Pfannkuch (1999) pontuam que os estatísticos entrevistados afirmaram que alguns clientes, aos quais eles prestam consultoria e, portanto, precisam satisfazê-los, também impõem

limitações quanto as suas opiniões, incluindo preconceitos e formas de comunicar, por exemplo. Assim, os clientes atuam no papel de juiz. Pode-se fazer um paralelo com o contexto educacional, em que os professores podem limitar as ações dos alunos em atividades nas aulas de Matemática na Educação Básica.

A segunda possibilidade, denominada modelagem, refere-se à construção de modelos estatísticos para resolver os problemas, seja no contexto escolar ou no contexto de consultorias.

Na aplicação de técnicas, a terceira possibilidade, tem-se que os problemas em Estatística podem ser semelhantes aos anteriormente vivenciados pelos alunos e, assim, eles podem usar as técnicas já utilizadas em soluções anteriores. Os autores identificam três possibilidades: reconhecer a aplicabilidade, aplicar um método e interpretar resultados. O reconhecimento da aplicabilidade e a interpretação dos resultados são vitais para a aplicação do método. Entende-se que a aplicação do método pode ser feito no contexto de atividades do paradigma do exercício.

Assim, uma situação particular poderá influenciar a análise de outra situação, que pode colaborar com sínteses, *insights*, pensamentos críticos e interpretações (Wild & Pfannkuch, 1999). Com isso, apresentou-se uma dimensão do pensamento estatístico.

Outra dimensão é nomeada pelos autores de ciclo interrogativo, o qual é o processo de pensamento usado para resolver problemas estatísticos. O ciclo é composto por geração, procura, interpretação, crítica e julgamento. Também será pontuada a dimensão denominada de ciclo investigativo, a qual será nomeada de pesquisa estatística. Ambas serão pontuadas na última subseção deste capítulo.

Assim, entende-se a importância das três competências em EE que, pensadas de modo articulado, podem contribuir na formação crítica dos alunos. Arteaga et al. (2011) apresentam motivos que justificam a importância das pessoas terem conhecimentos básicos de gráficos e tabelas estatísticos. O primeiro é a presença marcante deles nos meios de comunicação e na Internet, enfim, no dia a dia das pessoas. O segundo motivo é a possibilidade de mudança de representação, a qual permite que sejam reorganizados para que sejam melhor apresentados, denominado de transnumeração por Wild e Pfannkuch (1999). O terceiro argumento é a comunicação de conceitos abstratos, como é usado nas Ciências, por exemplo.

Desta forma, destaca-se a importância da articulação entre as ideias relacionadas às competências em EE e os gráficos estatísticos, que serão enfocados a seguir.

2.3.2 Leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos

Os gráficos estatísticos estão presentes no cotidiano das pessoas, e algumas trabalham em um contato direto com eles, como é o caso dos estatísticos e alguns investigadores. De modo mais amplo, os gráficos estatísticos estão presentes nas notícias e informes que são divulgados pelos meios de comunicação. São tão importantes, que o investigador Wainer (1992) afirmou que seria muito difícil pensar o mundo sem eles.

A partir do exposto, a princípio, poderia se considerar que a importância dos gráficos estatísticos justifica a sua abordagem no processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Mas o que se destaca neste cenário é a valorização de características do paradigma do exercício, ou seja, os procedimentos mecânicos necessários para construção e leitura desses gráficos (Fernandes & Morais, 2011). Além disso, ainda é utilizado para decorar salas de aulas, especialmente nos anos iniciais do ensino fundamental (Monteiro, 2006).

Por isso, defende-se que os alunos sejam postos em situações que não focalizem apenas o contato visual com gráficos, mas uma incursão neles. “Ou seja, a organização das situações de ensino devem possibilitar a interação dos leitores com os gráficos, com vistas a mobilizar os conhecimentos/experiências prévios e a negociar os diversos significados que emergem na situação interpretativa” (Monteiro & Selva, 2001, p. 4).

Inicialmente, entende-se que os gráficos estatísticos representam uma forma de comunicação escrita, como um tipo de texto (Curcio, 1987; Junior & Lopes, 2014). Assim, é uma mídia escrita (Lévy, 1993) e, dessa forma, pode permitir a comunicação. Mas também podem estar na Internet e isto pode representar novas possibilidades de comunicação, como a possibilidade de serem gráficos dinâmicos.

Neste estudo, os gráficos serão explorados de modo a considerar as pessoas como leitores que possuem diferentes possibilidades de atuação, seja como ouvintes, leitores, escritores, atores e palestrantes, ou seja, podem assumir papéis ativos e/ou passivos (Gal, 2002), incluindo os produtores de informações.

Assim, eles podem atuar em diferentes cenários, conforme Wild e Pfannkuch (1999), em que contextos de leitura são considerados diferentes dos contextos de investigação. Gal (2002) aponta que estes contextos não são excludentes, pois as pessoas podem ter diferentes engajamentos. No contexto de investigação, as pessoas atuam na investigação científica ou estatística com utilização de dados reais que podem ser produzidos (via realização de experimentos ou coletados em entrevistas, por exemplo) e analisados. Aqui, utiliza-se o termo pesquisa estatística ao se referir ao trabalho de investigação estatística desenvolvido com alunos

de escolas e/ou universidades com base no ciclo investigativo, conforme será pontuado na última subseção deste capítulo.

Gal (2002) analisou contextos com pessoas adultas e identificou que a maioria atua como consumidores de informações estatísticas. Será que este cenário atual é alterado com a presença da Internet? O texto de Gal foi escrito no início do século XXI e, atualmente, tem-se um contexto diferente, em que algumas pessoas podem ter maior possibilidade de acessar a Internet. Assim, as pessoas podem ser consumidores e autores de informações, ou seja, podem atuar lendo, interpretando e escrevendo. Lévy (1993) afirma que existe o contexto de produção de documentos hipertextuais, em que o gráfico pode ser parte de um hipertexto. Por isso, a leitura permite que se comparem os diferentes pontos de vista, com uso da Internet e, portanto, podem interferir nas interpretações a serem realizadas pelo leitor, inclusive se o contexto for relacionado às notícias vinculadas pelos meios de comunicação.

Atualmente, a partir dos fatos mais recentes ocorridos no Brasil, percebem-se as intenções dos meios de comunicação na divulgação das notícias, as quais estão permeadas por filtros impostos por seus interesses comerciais e de formação de opinião. Isto, segundo Monteiro e Selva (2001), pode dar mais ênfase, omissão ou mascarar alguns aspectos da notícia e tentar conduzir o leitor a um processo de interpretação. Entretanto, entende-se que esse não é um processo garantido, que conduziria à manipulação das pessoas, pois se entende que a interpretação não é automática a partir do contato com as informações. Monteiro e Selva (2001) sinalizam que estudantes de uma escola da Educação Básica e leitores de textos jornalísticos podem ter interpretações qualitativamente diferentes.

No contexto educacional, a princípio, poder-se-ia pensar que as reportagens de jornais ou revistas deveriam ser utilizadas em atividades com alunos. No contexto de reportagens com gráficos estatísticos, será que a forma como as reportagens os utilizam é semelhante a como estão presentes nos livros didáticos e artigos científicos? Se a resposta for positiva, talvez possa contribuir para a compreensão dos alunos. Mas, e se não for?

Guimarães e Cavalcanti (2011) perceberam que, a partir de reportagens analisadas, os gráficos estatísticos buscavam relacionar a informação com os resultados apresentados na matéria escrita, mesmo se a reportagem não tecer comentários do gráfico. Já nos livros didáticos, a preocupação é apenas na representação gráfica, sem discussão dos temas do cotidiano relacionados aos gráficos estatísticos. Guimarães (2013) identificou isso nos livros dos anos iniciais do ensino fundamental, mas acredita-se que os resultados podem ser estendidos para a Educação Básica brasileira, uma vez que poucas questões nos livros didáticos envolvem a

construção de gráficos estatísticos, com abordagem de escalas, categorias e apresentação de título, por exemplo. Além disso, também não há abordagem de organização de dados e realização de inferências.

Nos livros didáticos brasileiros, os gráficos estatísticos também diferem das reportagens, pois, de modo geral, não são apresentados com textos que abordem o assunto presente na reportagem. Limitam-se à apresentação dos enunciados de questões. Também não existem questões em que os alunos precisam decidir qual é o tipo de gráfico mais adequado para representar uma situação, evidenciando algum aspecto a partir desta escolha (Guimarães & Cavalcanti, 2011).

Assim, há uma diferença entre os gráficos apresentados nos meios de comunicação e nos livros didáticos quanto à função que desempenham em cada cenário. Guimarães e Cavalcanti (2011, pp. 5-6) identificaram seis tipos de função dos gráficos estatísticos nas reportagens:

1. A reportagem descreve os dados do gráfico e depois realiza uma análise do mesmo;
2. A reportagem salienta alguns dados do gráfico para dar suporte às conclusões;
3. A reportagem apresenta apenas a conclusão dos dados apresentados em um gráfico;
4. A reportagem remete o leitor ao gráfico, mas não utiliza os dados do mesmo;
5. A reportagem não se refere ao gráfico. Entretanto, na mesma página é apresentado um gráfico com uma breve conclusão, o qual se refere à mesma temática do texto principal da reportagem; e
6. A reportagem não se refere ao gráfico. Entretanto, é apresentado na mesma página um gráfico sem nenhum comentário, mas da mesma temática da reportagem.

Na maioria das reportagens analisadas pelas autoras, os gráficos estatísticos não discutem integralmente o tema do cotidiano presente na matéria jornalística, apesar de apresentarem informações complementares.

Guimarães e Cavalcanti (2011) ainda destacam que a forma como os gráficos estatísticos estão presentes nas reportagens é diferente da presença nos artigos científicos, pois, nestes últimos, é possível compreender o tema abordado, ou seja, o gráfico tem relação direta com o tema dos artigos e buscam esclarecer os dados apresentados e analisados.

Monteiro (2006) complementa afirmando que o uso de gráficos estatísticos presentes nas matérias divulgadas pelos meios de comunicação, como atividade para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, não abrangerá a complexidade das interpretações que podem ser realizadas pelos leitores dos textos jornalísticos.

Por isto, conjectura-se que parte das dificuldades dos alunos com gráficos estatísticos resulta da não transposição de situações vivenciadas por eles como leitores no cotidiano com as que estão presentes nos livros didáticos utilizados nas aulas de Matemática. Assim, concorda-se que “muito ainda precisa ser feito para que o ensino das representações gráficas possa partir da resolução de situações-problema” (Guimarães & Cavalcanti, 2011, p. 3).

Este cenário apresentado permite que se reflita sobre a necessidade de melhoria da formação de professores, para que se possa contribuir com leituras e interpretações de gráficos estatísticos realizadas pelos alunos e que também possam se deparar com atividades que permitam a tomada de decisões para a construção de gráficos estatísticos. Assim, poderão estabelecer escalas adequadas, escolher o tipo de gráfico estatístico mais adequado para a situação analisada etc.

E é por isso que se entende a necessidade de refletir sobre o papel da leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos. De modo geral, as investigações mostram que interpretar e ler é mais fácil do que construir (Guimarães, Ferreira & Roazzi, 2001; Lôbo & Alcântara, 2011; Lima & Selva, 2013). Aliando-se a isto, há investigação que aponta a necessidade de articulação entre leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos, pois, nessa investigação, os alunos começaram a acertar as questões de interpretação dos gráficos estatísticos a partir do momento que iniciaram a construção (Guimarães, 2013). Por outro lado, outra investigação apontou que existe pouca relação entre os desempenhos dos alunos na interpretação e na construção dos gráficos estatísticos (Lima & Selva, 2013).

Interpretação e leitura de gráficos são ações que se articulam, de algum modo, e diferem da construção. Guimarães et al. (2001, p. 1) afirmam

que interpretar gráficos refere-se à habilidade de ler, ou seja, de extrair sentido dos dados e, que construir um gráfico refere-se a geração de algo novo que exige a seleção de dados, de descritores, de escalas e do tipo de representação mais adequado. Nesse sentido, construir é qualitativamente diferente de interpretar.

É consensual na literatura que há diferenças entre construir e interpretar, mas isso não significa que são excludentes. “Interpretar requer reações a pedaços de dados e construção requer geração de novas partes. Em termos da relação construção/interpretação, pode ser notado considerando que interpretar não requer construção, construir frequentemente implica algum tipo de interpretação” (Guimarães et al., 2001, p. 5).

Fernandes et al. (2011) defendem que a construção de gráficos é importante no processo de sua compreensão, porque é possível analisar o processo de construção e a escolha do tipo de

gráfico, de forma que esta escolha pode enfatizar alguns aspectos e favorecer (ou não) a comunicação de informações (Guimarães et al., 2001).

Assim, pode-se afirmar que a leitura e interpretação de gráficos estatísticos envolvem não só a compreensão dos dados apresentados, mas também aspectos que podem ser cognitivos, sociais e culturais (Lobo & Alcântara, 2011; Junior & Lopes, 2014).

A leitura de texto pelos alunos não deve ser só de responsabilidade do professor da língua materna (Língua Portuguesa), pois, conforme Fonseca e Cardoso (2009), as dificuldades de compreensão de um texto pode ser tanto pelo não entendimento do significado de um termo da Matemática, por exemplo, como pela possibilidade de ter ambiguidade no significado. Por exemplo, os termos média e divisão podem ter significados diferentes na escola e no dia a dia dos alunos.

Para Smole e Diniz (2001), a leitura tem relação com a compreensão, transformação e interpretação do texto escrito. “Ler é uma atividade dinâmica, que abre ao leitor amplas possibilidades de relação com o mundo e compreensão da realidade que o cerca, que lhe permite inserir-se no mundo cultural da sociedade em que vive” (Smole & Diniz, 2001, p. 70).

Assim, a leitura de gráficos e tabelas é parte do processo da formação de leitores e tem elementos que são inerentes à leitura de textos, inclusive a mudança de representação, como de texto escrito para gráfico (Smole & Diniz, 2001).

A leitura reflexiva não é uma tarefa fácil, segundo as autoras referidas, pois envolve ações como interpretação, análise, síntese, dentre outras. Exige que o leitor se posicione, situando-se diante do texto. É preciso que se situe no sentido de analisar as intenções do autor, a partir de questionamentos, dúvidas e discordâncias, o que pode criar novos significados para o leitor e para o texto. Desta forma, constitui-se como um olhar que mescla leitura com a interpretação.

Santos (2012) propõe duas metáforas para as concepções relacionadas à interpretação de textos. Na primeira, que ele nomeia de transparência, caberia ao leitor apenas recuperar os conteúdos do texto, os quais teriam significados “corretos” decodificados pelo autor. Nesta perspectiva, os textos são “portadores de conteúdos” (Santos, 2012). Corrobora-se o pensamento do autor, pois ele não defende esta concepção, uma vez que não reflete o que acontece na interação entre seres humanos e escrita no processo de interpretação.

Assim como Santos (2012), defende-se nesta tese a outra concepção: a interpretação é concebida como opacidade. Ser opaco significa que para “um texto já formulado — opaca porque é feita(o) da/na tensa relação língua, história, sujeito(s) e ideologia(s) —, não existe uma interpretação definitiva para o que, a partir dela/dele, se lê” (Santos, 2012, p. 127). Ou seja,

não existe a interpretação correta. Com isso, pode-se afirmar que as competências estatísticas podem ser utilizadas pelas pessoas de diferentes maneiras.

Destarte, nota-se a importância dos conhecimentos prévios das pessoas na leitura e interpretação dos gráficos estatísticos. Fonseca e Cardoso (2009) apresentam um exemplo baseado na leitura de um gráfico estatístico presente em um texto de Geografia. A princípio, pode-se pensar que esta leitura seja uma atividade que envolve apenas a Matemática, uma vez que é preciso compreender um elemento próprio do conhecimento matemático da Educação Básica. Mas a compreensão, e a própria validação, caso se pense o gráfico estatístico como um modelo matemático, é entendida a partir de interpretações deste gráfico no contexto do conhecimento geográfico.

Monteiro e Selva (2001) e Monteiro (2006) apontam que os conhecimentos e experiências prévias das pessoas são importantes no processo de interpretação do tema da realidade presente no gráfico estatístico. Para Monteiro e Selva (2001), esses conhecimentos podem enfatizar dados que estão nos gráficos, tanto os contradizendo quanto surpreendendo e conduzindo o leitor a se engajar na discussão do tema presente no gráfico. No processo de interação com o gráfico estatístico, o leitor torna a interpretação algo que é considerado pelos autores como sendo mais rico e amplo, especialmente pela articulação com outras áreas da realidade.

Monteiro (2006) afirma que há uma *mobilização* de conhecimentos quando o leitor se engaja na interpretação e defende que esta não é uma transferência nem aplicação direta desses conhecimentos na interpretação. E, juntamente com a mobilização, ocorre a *emergência* de possivelmente novos e diferentes significados. O autor destaca que alguns entendem que isto é um problema, quando se está em contextos escolares, o que não deveria acontecer. Por fim, ele indica que as pessoas *balancearam* os diferentes aspectos e processos para responder a atividade proposta no estudo que realizou.

Guimarães et al. (2001) afirmam que, neste cenário, o fato de os alunos terem familiaridade com o tema envolve tanto experiências do dia a dia deles, como observações e interpretações que possuem de situações reais vivenciadas. Complementando, Perrenoud (1999) afirma que o reconhecimento das competências está na forma como se consegue relacionar as experiências vivenciadas no cotidiano com experiências prévias.

Já Curcio (1987) afirma que o conhecimento de gráfico estatístico está relacionado à experiência significativa que as pessoas tiveram com as formas de representação. Com isto, ele considera que há três elementos importantes para a compreensão dos gráficos estatísticos: (1)

reconhecer o tipo de gráfico estatístico; (2) as relações matemáticas e ideias que existem entre os números; e (3) as operações matemáticas. Assim, Curcio (1987) considera como importante os conhecimentos prévios de matemática. Este conhecimento técnico, relacionado aos gráficos estatísticos, é importante para a leitura e interpretação, mas, entende-se que é preciso considerar outros fatores.

A leitura de representações gráficas também não deve ser limitada à ação fragmentada de compreender isoladamente as indicações de seus eixos. Existe a necessidade de aprender a interpretar conjuntos de números dentro de contextos e, no caso dos gráficos, o aluno está diante de algo que não formulou, devendo aprender quais são os critérios necessários ao entendimento de uma representação (Junior & Lopes, 2014, p. 113).

De modo geral, Pereira (2011, pp. 11-12) sintetiza investigações presentes na literatura, apontando os invariantes na interpretação de gráficos cartesianos:

- classificar as variáveis como dependente ou independente;
- definir as escalas de valores/frequências utilizadas em cada um dos eixos;
- interpretar as convenções, os termos, as legendas ou os símbolos presentes no gráfico;
- identificar a relação existente entre as variáveis e os padrões e tendências presentes no gráfico;
- formular explicações, previsões e/ou conclusões para os padrões de comportamento das variáveis;
- identificar possíveis interpolações entre os dados apresentados;
- identificar pontos específicos e/ou com características atípicas;
- determinar qual é a expressão mais adequada para descrever a relação entre as variáveis;
- prever as possibilidades de extrapolação dos dados apresentados;
- atribuir um título adequado ao gráfico.

Nota-se que, de modo geral, os termos técnicos envolvem conhecimentos matemáticos, sendo alguns também considerados como Estatística, como escala e variável. A maioria dos invariantes citados estão presentes nas discussões relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem dos gráficos estatísticos.

Especificamente com gráficos estatísticos, autores como Curcio (1987) destacam a importância de elementos que compõem a apresentação dos gráficos, como título, escalas, valores nos eixos, o conteúdo matemático interligado ao gráfico construído, como porcentagem, e o tipo de gráfico a ser construído, lido e interpretado.

Os gráficos estéticos mais presentes no cotidiano podem ser identificados como gráfico de barras, colunas, setores e linhas, além dos pictogramas. Em cada situação que se depare, há elementos que podem ser determinantes para o tipo de gráfico a ser escolhido.

Gráficos de barras, colunas e setores podem ser empregados com variáveis qualitativas ou quantitativas com dados discretos, sendo que, se o interesse maior for destacar a relação da parte com o todo, o mais indicado é o uso do gráfico de setores, os quais são considerados fáceis de interpretar e difíceis de construir (Guimarães, 2013; Fernandes et al., 2004). Segundo Wainer (1992), comparar partes em um gráfico de setores não é simples, mas pode se tornar fácil com a capacidade de comparar geometricamente os tamanhos de cada parte, ou seja, as áreas de cada setor que compõe o gráfico. Se a intenção é destacar a comparação entre as frequências ou percentuais, o mais indicado é o uso do gráfico de colunas ou barras, em que as larguras das barras ou colunas, de modo geral, são iguais e não se relacionam com as quantidades, que são proporcionais à altura ou comprimento das barras ou colunas (Monteiro & Selva, 2001). Na investigação de Guimarães et al. (2001) nota-se que o gráfico de barras com variáveis nominais foi mais fácil interpretar do que com variáveis ordinais. Fernandes et al. (2011) pontuaram que, de posse das tabelas, os alunos desejam construir gráficos estatísticos e escolhem, na maior parte das vezes, os gráficos de colunas simples. Os autores justificam isto pelo fato de serem mais presentes em sala de aula, pela maior facilidade na construção do que outros gráficos, como os de colunas agrupadas ou histogramas.

No processo de construção de gráficos estatísticos, a estética pode ser um dos elementos utilizados pelos leitores para escolher os gráficos de colunas para representar um conjunto de dados, pois são os gráficos mais comuns no dia a dia e, por isto, a escolha no processo de construir gráficos estatísticos se resumiria a isso. Assim, uma investigação que analise

a construção de uma representação de dados através de gráficos de barras se justifica pela frequência com que dados estatísticos são utilizados pelos veículos de comunicação e pela possibilidade de análise de fenômenos sociais e consequente formação de opinião. A imagem vem se sobrepondo a outros tipos de apresentação de dados uma vez que ela apresenta um realce nas comparações entre quantidades em detrimento aos dados absolutos (numéricos apenas) (Guimarães, et al., 2001, p. 9).

Caso as variáveis sejam quantitativas contínuas ou discretas que variam dentro de um intervalo, é mais adequado o uso do histograma. Já o gráfico de linhas é mais empregado para a evolução de uma variável quantitativa contínua no tempo ou para relacionar duas variáveis (Guimarães, 2013; Novaes & Coutinho, 2013).

E como realizar a abordagem destes gráficos estatísticos em sala de aula da Educação Básica? Seria mais adequada uma abordagem em que cada tipo de gráfico fosse apresentado separadamente? Na investigação desenvolvida por Lima e Selva (2013), há três grupos de alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA): um equivalente aos anos iniciais do ensino

fundamental, outro aos anos finais do ensino fundamental e o último equivalente ao ensino médio¹⁷. Quanto às questões de interpretação de gráficos de colunas e de linhas, os resultados apontam que não houve diferença significativa entre os resultados obtidos pelos três grupos, ou seja, a escolarização não foi determinante para que houvesse diferença nos resultados. Quanto aos resultados nos tipos dos gráficos, também não foi notada diferença. Mas houve diferenças quanto a alguns aspectos das representações, como o tema presente no gráfico, já que alguns alunos podem ter mais familiaridade (Lima & Selva, 2013).

Quanto à construção de gráficos estatísticos, os resultados apresentam diferença significativa na escolaridade, mas isto não significa a ausência de dificuldades nos três grupos de alunos. De modo geral, neste estudo, os estudantes com maior escolaridade construíram mais gráficos, porém dificuldades foram identificadas com alguns conceitos (como escalas) e ausência de alguns elementos nos gráficos. Assim, concorda-se com Lima e Selva (2013), uma vez que a investigação realizada sugere que os diferentes tipos de gráficos devem ser trabalhados simultaneamente, diferentemente do que acontece com alguns livros didáticos, que seguem, basicamente, a sequência gráficos de barras e colunas, linhas e setores. Da mesma forma, defende-se que leitura, interpretação e construção devem ser trabalhados concomitantemente.

Friel, Curcio e Bright (2001) pontuam a necessidade de ter os seguintes elementos, considerados estruturais, em um gráfico estatístico:

- os títulos e as etiquetas (ou rótulos ou *labels*) indicam o conteúdo e as variáveis do tema do cotidiano que o gráfico estatístico trata. Os rótulos são representados por números, letras, palavras e frases. Eles podem estar no título do gráfico, nos eixos e nas marcas das escalas;
- os eixos, escalas e marcações relativas a cada eixo. As marcações representam as unidades de medida utilizadas; e
- as particularidades de cada gráfico, como retângulos para os gráficos de colunas, barras e histograma etc.

Assim, Friel et al. (2001) sinalizam que há elementos relacionados a quatro aspectos:

¹⁷ O termo equivalente é necessário pois, no Brasil, a EJA é classificada de modo diferente da Educação Básica regular e esta classificação não é igual para todo o país. Por exemplo, na Bahia, ao todo são sete anos, os quais cada um representa um eixo, sendo os três primeiros eixos equivalentes aos anos iniciais do ensino fundamental (1º ao 5º anos do ensino regular), os eixos 4 e 5 seriam equivalentes aos anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º anos do ensino regular) e os dois últimos eixos seriam equivalentes ao ensino médio regular. Na EJA há características presentes na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (do Brasil) e legislação específica para essa modalidade de ensino.

- 1) dimensão visual do gráfico, como as barras em um gráfico deste tipo;
- 2) os rótulos, que nomeiam as variáveis;
- 3) o título; e
- 4) o fundo do gráfico, que pode ter cores e imagens, as quais podem apresentar informações complementares aos dados apresentados.

Além disso, é possível termos gráficos estatísticos em que imagens podem ser parte dele, como nos pictogramas, em que as imagens podem ser inseridas nos retângulos do gráfico de colunas ou nas partes que compõem um gráfico de setores e podem influenciar o processo de leitura e interpretação (Junior & Lopes, 2014). Lopes (2004) nomeia isto de estética da representação. Ela acrescenta que, além deste aspecto, a intimidade da pessoa com o tema presente nos gráficos e as informações disponibilizadas nele também podem interferir no processo de compreensão. Assim, neste processo, existem aspectos que são chamados de técnicos. Será que se os alunos conhecerem todos estes aspectos, terão êxito nas compreensões? A literatura aponta que são necessários, mas não suficientes (Arteaga et al., 2011).

Esse processo é permeado por escolhas e tomada de decisões que podem mobilizar algumas competências, como definir o tipo de gráfico estatístico, os eixos e a escolha de escalas para a construção. Há, também, os tipos de gráficos adequados para representar um conjunto de dados e, dentre os possíveis, o que melhor represente esses dados (Friel et al., 2001).

Parte das decisões a serem realizadas, que estão presentes no processo de construção de gráficos estatísticos, envolve a seleção e classificação das categorias. Isto inclui a identificação de um nome para estas categorias e a escolha do descritor. O uso ou não de legenda e a escolha dos nomes a serem atribuídos aos eixos também são outras decisões a serem realizadas (Guimarães, 2013).

Monteiro e Selva (2001) pontuam a importância do título e das legendas para a compreensão dos gráficos estatísticos apresentados em uma atividade. Um título pode ser usado para manipular as pessoas em uma reportagem de um jornal e influenciar a interpretação, pois é um dos primeiros contatos das pessoas com a notícia jornalística.

Monteiro e Selva (2001) afirmam, baseados na literatura, que a construção de gráficos estatísticos, realizada por estudantes, não finaliza a compreensão deste tipo de representação, como ocorre, de modo geral, nos livros didáticos. Os autores consideram que esse é um dos aspectos que revelam a compreensão deste processo, mas outros significados podem ser atribuídos. “Desta maneira, quando as crianças mostraram dificuldades em designar

conceitualmente termos como as variáveis e eixos, nos gráficos por ela inventados, não significou necessariamente que elas não identificassem tais conceitos como relevantes, ou que não entendessem a relação entre elas” (Monteiro & Selva, 2001, p. 3).

Outra dificuldade dos alunos relativa à parte técnica da leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos, refere-se à escala. Friel et al. (2001) afirmam que a escala é elemento de destaque na abordagem de gráficos estatísticos.

De forma intencional ou não, lidamos constantemente com a noção de escala em nosso dia a dia mediante a leitura de mapas, gráficos, planta de imóvel, instrumentos de medições e outros. A escala constitui um componente fundamental para o entendimento dos dados apresentados em uma representação gráfica (Evangelista & Guimarães, 2015, p. 1298).

Quanto à construção de gráficos estatísticos, Guimarães (2013) revela a importância de analisar as escolhas feitas das escalas, pelos alunos. Quanto à leitura e interpretação, a autora pontua a atenção necessária que as pessoas precisam ter, uma vez que as escalas podem ser utilizadas para manipular dados.

Guimarães (2013), baseada na revisão de literatura realizada, destaca a necessidade de um trabalho específico com escalas. A leitura da escala não é considerada uma atividade simples, principalmente quando os valores não estão explícitos no eixo em que a escala está demarcada, por exemplo, e o estudante tem que identificar um valor que está entre dois valores destacados na escala. Segundo Guimarães et al. (2001, p. 13), “a dificuldade dos alunos está na compreensão dos valores contínuos apresentados na escala, onde é necessário que os alunos estabeleçam a proporcionalidade entre os pontos explicitados na escala adotada”.

Lima e Selva (2013) afirmam que os alunos tinham que determinar valores entre os já identificados na escala do eixo vertical e apresentaram dificuldades relacionadas à compreensão de valores presentes nos intervalos destacados no eixo, em que a escala precisava ser representada, uma vez que tinham que relacionar, de modo proporcional, os valores presentes no gráfico e os pontos que já eram explícitos no eixo.

Evangelista e Guimarães (2015) propuseram duas atividades em que os alunos deveriam representar a escala e duas atividades que deveriam localizar os valores correspondentes em gráficos de colunas e linhas simples. As autoras concluíram que o desempenho dos alunos foi semelhante nas duas situações exploradas. Erros cometidos pelos alunos, relacionados à representação de valores solicitados no eixo, que apesar de estarem em ordem crescente, não consideraram a proporcionalidade necessária entre os valores. Outro erro identificado por Evangelista e Guimarães (2015) foi a representação, no gráfico de barras, de valores na ordem

em que estão no enunciado da atividade, ou seja, aqui os alunos não consideraram nem a proporcionalidade entre os valores nem a representação em ordem crescente no eixo. Erros também foram cometidos na associação entre “*os valores apresentados na escala para quantificar as variáveis representadas nas barras do gráfico*” (Evangelista & Guimarães, 2015, p. 1305 – grifos das autoras).

Assim, realizar a leitura e construção de escalas tem se revelado um processo permeado por dificuldades dos alunos, inclusive na escolha da escala mais adequada para um conjunto de dados (Evangelista & Guimarães, 2015).

Lôbo e Alcântara (2011) analisaram alguns erros dos alunos em uma turma da EJA equivalente ao 1.º ano do ensino médio e também identificaram dificuldades na representação da escala, como a não apresentação dos descritores na construção dos gráficos estatísticos.

A partir de exemplos, Wainer (1992) mostrou que equívocos das pessoas que constroem gráficos podem induzir respostas equivocadas em atividades e nas interpretações dos gráficos estatísticos, seja na escolha inadequada do tipo de gráfico estatístico que melhor represente a situação ou na escala utilizada.

Dificuldades também foram pontuadas em estudos relatados por Fernandes et al. (2011) sobre a comparação entre gráficos utilizando escalas diferentes e o uso de intervalos diferentes para comparar histogramas.

Assim,

podemos afirmar que o papel do professor é extremamente importante para auxiliar os estudantes a refletirem sobre a construção de uma escala precisa, chamando a atenção para aspectos como a linha de base, o zero como marco inicial, na decisão de que tipo de escala deve ser adotada e como definir intervalos proporcionais entre os valores da escala (Lima & Selva, 2013, p. 249).

Outro aspecto relativo à parte técnica da construção e interpretação de gráficos estatísticos é a leitura local ou global. A leitura local está relacionada a identificação de um ponto do gráfico estatístico. Na leitura global, a análise é feita do gráfico como um todo, como sinônimo do olhar variacional (Guimarães et al., 2001; Gomes, Carvalho & Monteiro, 2011).

A leitura local (ou pontual) é identificada por Lima e Selva (2013) como um dos quatro tipos de questões presentes nas atividades envolvendo interpretação de gráficos estatísticos. Nos itens que seguem, utiliza-se o gráfico de barras como exemplo.

- 1) leitura pontual: é equivalente ao local, pontuado anteriormente, como a identificação de um ponto qualquer do gráfico estatístico, por exemplo;

- 2) comparação: dois valores do gráfico estatístico são comparados, como em um gráfico em que valores correspondentes a duas barras são comparados ou na identificação do ponto máximo ou mínimo;
- 3) combinação: dois valores diferentes em um mesmo gráfico são adicionados, como os valores representados em duas barras;
- 4) igualização: valor adicionado ao que representa uma barra para que ela se torne igual a outra barra.

Para Lima e Selva (2013), as questões de combinação e comparação se revelaram como mais difíceis do que as de igualização e de leitura pontual. Os alunos também tiveram facilidades em questões envolvendo os pontos extremos e dificuldades na leitura variacional. Em ambos os casos, os resultados foram independentes da variável ser nominal ou ordinal (Guimarães et al., 2001). Na investigação desenvolvida por Lôbo e Alcântara (2011), os alunos também tiveram mais acertos em leituras pontuais do que nas atividades relacionadas à variacional.

A leitura pontual ou local é um dos níveis para a compreensão dos gráficos estatísticos, identificados por Curcio (1987). Ele pontua que os conhecimentos anteriores, relacionados ao conteúdo matemático e ao gráfico estatístico, influenciam os leitores na compreensão dos gráficos estatísticos e classifica em três os níveis desta compreensão. Cada nível exige do aluno uma compreensão mais elaborada dos gráficos estatísticos, ou seja, segundo Wainer (1992), nível não se refere, necessariamente, a dificuldade maior dos alunos, mas a uma maior compreensão dos gráficos estatísticos.

No primeiro nível, *ler os dados*, identificam-se dados apresentados explicitamente no gráfico estatístico, como uma leitura pontual de um ponto qualquer do gráfico, informação que pode ser identificada no eixo, por exemplo. Segundo Fernandes e Morais (2011), espera-se que os alunos compreendam a escala e as unidades de medida.

No segundo nível, *ler entre os dados*, a comparação, combinação e igualização podem ser exemplos de atividades em que relações matemáticas são realizadas e podem favorecer a compreensão. Fernandes e Morais (2011) afirmam que é preciso que se organizem as informações para que os alunos possam resolver as questões propostas.

No último nível identificado por Curcio (1987), denominado de *ler além dos dados*, a pessoa pode “inferir ou predizer um determinado resultado ou acontecimento em função de vários acontecimentos e não apenas baseado em alguma informação apresentada no gráfico” (Lopes, 2004, p. 190). Ou seja, os alunos precisam recorrer a informações implícitas no gráfico e isto pode permitir que realizassem extrapolações (Lopes, 2004; Fernandes & Morais, 2011),

ou seja, precisam recorrer a conhecimentos e experiências prévias, basicamente de natureza técnica, para alcançarem este nível.

Fernandes e Morais (2011) elaboraram questões envolvendo os três níveis apresentados e concluíram que a maioria dos alunos consegue executar com êxito as questões do primeiro nível, mas não apresentam os mesmos resultados nas resoluções das questões dos demais, devido às dificuldades envolvendo conhecimentos matemáticos.

Friel et al. (2001) identificaram mais um nível que complementa a classificação anterior, o qual foi denominado de *ler por detrás dos dados*. Este nível consiste em analisar o método de coleta de dados, incluindo sua validade e confiança, de modo crítico. Isto pode possibilitar que conclusões sejam estendidas ou resignificadas.

Assim, quando os alunos conseguem atingir o último nível apresentado, aliam a interpretação de gráficos à análise crítica. Ou seja, os alunos atingem um nível em que possuem condições de ler e interpretar os gráficos estatísticos. Ayoama (2007) afirma que este nível pode se dividir em três níveis, os quais estão em função da capacidade crítica dos alunos, quanto aos dados presentes no gráfico estatístico:

- 1) nível racional/literal: a leitura do gráfico estatístico é realizada e inclui a determinação de tendências e previsões, mas não analisam a informação presente no gráfico nem levantam hipóteses para buscar compreendê-la. Ou seja, apenas analisam os dados estatísticos e realizam cálculos para atingirem, por exemplo, um modelo estatístico;
- 2) nível crítico: a leitura do gráfico estatístico é realizada com a compreensão do tema da realidade envolvido e avaliação da informação, em que é possível o questionamento dos dados, mas sem levantamento de hipóteses que busquem explicar o que foi analisado, como uma discordância de opinião quanto aos dados estatísticos apresentados;
- 3) nível hipotético: a leitura do gráfico estatístico é realizada com a interpretação e avaliação da informação, com levantamento de hipóteses e modelos estatísticos. Assim, buscam-se mais informações para compreensão, como relacionar variáveis não pensadas ou desprezadas, por exemplo.

Arteaga (2011) apresenta uma classificação para os gráficos estatísticos construídos por um grupo de cerca de cem futuros professores, a partir dos dados que foram solicitados para eles coletarem. Esta categorização é fundamentada nos níveis de complexidade semiótica e se relacionam com os níveis de compreensão de Curcio (1987). A partir de um conjunto de dados obtidos de um projeto realizado pelos participantes, Arteaga (2011) apresentou quatro categorias

para o que denominou de níveis de complexidade semiótica, os quais envolvem os elementos que compõem os objetos matemáticos necessários para a construção de gráficos estatísticos.

- 1) Representa dados individuais: o gráfico estatístico construído representa dados que foram obtidos apenas no experimento realizado pela pessoa que o construiu, sem considerar os dados dos colegas. Com isso, a pessoa não realizou uma análise global e/ou não compreendeu a intenção da construção do gráfico solicitado no projeto. Por isto, é considerado um nível de atividade elementar, o qual se relaciona com o nível ler os dados, proposto por Curcio (1987), mas com algumas limitações;
- 2) Representa os valores individuais da variável: os dados coletados são representados individualmente e em ordem, mas sem serem organizados como uma distribuição de frequência, considerando as variáveis do estudo. Ainda é considerada uma organização elementar, mas possui um nível maior de complexidade do que o nível anterior, pois se considera o conjunto dos dados obtidos por todos os membros. Com isso, pode-se identificar o ponto máximo de uma variável, por exemplo e, portanto, permite realizar o nível de compreensão dos gráficos estatísticos denominado de ler os dados (Curcio, 1987);
- 3) Representa cada distribuição em um gráfico: os participantes do estudo de Arteaga (2011) deveriam comparar os dados reais com os simulados. Para comparar cada distribuição da mesma variável, com dados reais e simulados, algumas pessoas organizaram tabelas de frequências e, a partir delas, construíram os gráficos estatísticos, sendo um para dados reais e outro para os dados simulados. Arteaga (2011) informou que este nível representa a maioria dos tipos de construção dos gráficos estatísticos presentes no seu estudo. Entretanto, a construção de dois gráficos pode dificultar a comparação entre variáveis, pois eles não podem ter escalas diferentes para representar os dados. Além disso, também não podem ser representados com tipos de gráficos diferentes. Aqui, tem-se a distribuição de frequências que, segundo Arteaga (2011), é um conceito complexo e deve ser considerado, com todo o conjunto de dados que deveriam ser coletados, ou seja, de todos os participantes. Nesta categoria, é possível realizar o nível de compreensão de gráfico denominado leitura entre os dados (Curcio, 1987); e
- 4) Representa várias distribuições no mesmo gráfico: duas ou mais distribuições são representadas em um gráfico estatístico construído. Com isso, poderá ser mais fácil a comparação entre os dados. Arteaga (2011) afirma que o gráfico estatístico construído

possui maior complexidade para representar os dados. Barras múltiplas e linhas sobrepostas são exemplos de gráficos estatísticos que podem ser construídos nesta categoria.

Arteaga (2011) destaca que em cada nível é possível ter variedades de gráficos construídos. Além disso, o autor defende que cada nível envolve uma ampliação da complexidade semiótica do nível anterior, isto é, os elementos matemáticos utilizados na construção e compreensão dos gráficos estatísticos envolve as características do nível anterior e é ampliada por alguns novos elementos. Assim, acredita-se que a transnumeração (Wild & Pfannkuch, 1999) pode ser diferente em cada nível apresentado por Arteaga (2011).

Nota-se que os níveis apresentados por Arteaga (2011) envolvem, basicamente, aspectos técnicos da construção de gráficos. Mas este cenário é diferente dos apresentados anteriormente, os quais novamente destacam que os aspectos técnicos não são suficientes para a compreensão dos gráficos estatísticos. Carvalho et al. (2010) afirmam que os níveis propostos por Curcio (1987) foram elaborados levando em consideração apenas aspectos técnicos da leitura e interpretação de gráficos estatísticos, tradicionalmente abordados no contexto escolar. Para os autores, Curcio (1987) não considerou o contexto do cotidiano que pode ser abordado nos gráficos, que aqui são nomeados de aspectos socioculturais. Assim, segundo os autores, gráficos com dados incorretos e incoerentes em contextos da sociedade seriam aceitos pelos alunos, sem nenhum tipo de questionamento.

Nesta perspectiva, Monteiro (2006) busca esclarecer como ocorre o processo de interpretação de gráficos estatísticos. Ele afirma que os alunos mobilizam conhecimentos e experiências anteriores e isto permite que novos significados emirjam para as interpretações das questões do tipo *ler os dados* e *ler entre os dados*. Já nas questões do tipo *ler além dos dados*, o autor ressalta que os conhecimentos técnicos não são suficientes para a interpretação. Assim, pensamentos e opiniões estão presentes nas discussões dos alunos nestes tipos de questões (Monteiro, 2006). Para ele, este processo de interpretação de gráficos estatísticos está permeado por elementos relacionados ao que ele nomeia de senso crítico, que é o termo que propõe ao criticar os níveis propostos por Curcio (1987).

Para Monteiro (2006, p. 213), a noção de senso crítico inclui “a sensibilidade dos leitores para refletir suas próprias ideias, crenças, sentimentos, concepções e conjecturas a respeito dos dados interpretados”. O autor apresenta quatro elementos associados à noção de senso crítico:

- 1) conhecimento matemático: os conhecimentos necessários para a compreensão dos gráficos estatísticos são mobilizados;

- 2) referência contextual: os temas e dados presentes nos gráficos são relacionados com conhecimentos de contextos do tipo social, político e/ou econômico;
- 3) expressão afetiva: as interações com os gráficos podem revelar emoções e sentimentos, como alegria, raiva, medo, desconfiança, culpa, desprezo, entre outros; e
- 4) exemplificação pessoal: a mobilização de experiências anteriores e pessoais, que se relacionam com os dados presentes no gráfico estatístico, as quais foram utilizadas para apresentar argumentos nas respostas dadas às questões (Monteiro, 2006).

Assim, é possível concluir que as interpretações dos gráficos estatísticos podem ser diferentes para cada pessoa que os analisa (Monteiro, 2006). Neste processo, diferentes caminhos podem ser percorridos, os quais nem sempre são previamente imaginados e que podem se revelar elementos importantes para analisar uma situação. Desta forma, pode-se ter maior fluência dos aspectos que compõem os gráficos, mas também é possível atribuir novos significados, enfatizar elementos e planejar ações a serem realizadas (Guimarães et al., 2001).

Monteiro (2006) destaca que a maioria das justificativas das questões dos participantes da investigação, nascidos no Brasil, foram fundamentadas nas suas opiniões ao invés da leitura técnica dos dados apresentados nos gráficos estatísticos, o que reforça os argumentos relacionados à experiência pessoal, presentes em três dos elementos da classificação anteriormente apresentada. Por isso, é necessário que um tratamento quantitativo se articule com um qualitativo neste processo de interpretação de gráficos e isto pode ser realizado de modo simultâneo.

Neste cenário, o professor pode apresentar atividades que permitam que o senso crítico esteja presente com maior ou menor intensidade. Se a disciplina é de um curso de formação profissional, a Estatística pode ser parte da necessidade de atuação profissional e os gráficos estatísticos podem desempenhar papel fundamental na leitura, interpretação e construção de dados (Junior & Lopes, 2014) que podem permitir a tomada de decisões.

Na perspectiva de um curso de formação profissional, aliando-se à noção de formação crítica, Campos, Jacobini, Ferreira e Wodewotzki (2015) analisaram uma atividade em que gráficos estatísticos, presentes em notícias publicadas pelos meios de comunicação, foram apresentados aos alunos em sala de aula. Estes gráficos possuíam equívocos na construção. Expressões afetivas, conforme pontuado por Monteiro (2006), foram reveladas a partir das falas dos alunos quanto à indignação e críticas a possíveis formas de manipulação.

Campos et al. (2015) destacam que a articulação entre EC e o contexto de aulas de Estatística se mostrou profícua, pois há uma preocupação com a formação crítica dos alunos, buscando um olhar para questionar seu cotidiano, envolvendo temas políticos e sociais.

Assim, nota-se que a forma como as questões são propostas aos alunos pode interferir na construção, leitura e interpretação dos gráficos estatísticos. Guimarães et al. (2001) complementam este aspecto e afirmam que o contexto em que o gráfico é apresentado também pode moldar sua interpretação. Ou seja, se é apresentado no livro didático de matemática, resultante de uma coleta de dados realizada por alunos de outra turma em um laboratório de Ciências ou em um estudo de um órgão governamental, como o IBGE, pode gerar diferentes compreensões, as quais podem permitir a mobilização de conhecimentos e experiências e emergência de novos significados, balanceados durante o processo (Monteiro, 2006).

Por isto, acredita-se que nesta investigação, desenvolvida no contexto de projetos de modelagem e TIC, também poderão emergir novos elementos, os quais poderiam se aliar aos pontuados na literatura, conforme segue na última subseção do capítulo.

2.3.3 Sinergia entre modelagem matemática, tecnologias digitais e gráficos estatísticos

Conforme já pontuado, as TIC podem ser usadas para dispensar os alunos dos cálculos. Isto permite que se concentrem na tomada de decisões e resolução de problemas. Considerando que os estudantes têm acesso e utilizam as tecnologias digitais, de modo geral, isso facilita no manuseio e pode contribuir nas possibilidades de exploração das representações gráficas, tabulares e algébricas (Borba & Villarreal, 2005; Fernandes, Vasconcelos & Gonçalves, 2013).

Além disso, Junior e Lopes (2014) articulam ideias de Lévy (1993) e Friel et al. (2001) para afirmarem que as TIC permitem que pesquisas sejam realizadas nas escolas, inclusive a possibilidade de modificar gráficos de modo dinâmico, permitindo que experiências variadas possam ser desenvolvidas.

Vasconcelos e Fernandes (2013) salientam a complementaridade entre mídias escrita e informática (particularmente a folha de cálculo, como o Excel) na produção de conhecimentos. De modo geral, os alunos tiveram bom desempenho nas atividades propostas e o nível de complexidade semiótica alcançado foi maior na construção dos gráficos com o uso da folha de cálculo (Vasconcelos & Fernandes, 2013; Fernandes et al., 2013). Fernandes et al. (2013) apontam que este melhor desempenho é devido a não desistência dos alunos perante as dificuldades com as quais se deparam ao tentar resolver as atividades com as TIC, o que não

ocorreu quando estavam disponíveis apenas o lápis e papel. Segundo estes autores, no cenário com as mídias informáticas foram identificadas menos respostas sem solução. Assim, pode-se conjecturar que os alunos possuem mais facilidades com a construção de gráficos estatísticos com uso de *softwares*, quando comparado com a utilização do lápis e papel.

Apesar disso, segundo Vasconcelos e Fernandes (2013), dificuldades existentes com o uso de lápis e papel também estiveram presentes no contexto das mídias informáticas, como escolha adequada dos gráficos e do arredondamento dos dados apresentados em frequências relativas e falta de títulos e legendas, referindo-se que “É significativo o número de pares que não construiu uma tabela de frequências, limitando-se a copiar os dados e a construir, a partir deles, um gráfico que não acrescentava nada aos dados em bruto” (Vasconcelos & Fernandes, 2013, p. 140).

A utilização das TIC no contexto da construção de gráficos estatísticos pode favorecer a análise de dados, uma vez que se busca facilitar a exploração dos dados a partir da transnumeração e pode contribuir com a literacia estatística (Wild & Pfannkuch, 1999; Junior & Lopes, 2004; Andrade, 2008). Além disso, Junior e Lopes (2014, p. 105) complementam afirmando que “analisar gráficos já prontos pode ajudar a desenvolver o pensamento flexível devido às possibilidades de estabelecer interações entre dados e representações gráficas”.

Mendonça e Lopes (2011) destacam que a possibilidade de experimentar diversos modelos de gráficos e escolher o mais conveniente foi a principal contribuição das TIC para os projetos de modelagem que desenvolveu com os alunos. De modo geral, eles entendem que as TIC contribuíram com a proposta, mesmo com problema dos poucos computadores disponíveis para uso na escola.

Além de coletar dados na Internet, o uso das TIC, por meio de *softwares* como as folhas de cálculo, podem contribuir em atividades no contexto da EE. Particularmente, há um tipo de atividade que se assemelha aos projetos de modelagem matemática, denominado de investigações estatísticas ou projetos estatísticos. Nesta tese, essa atividade será denominada de pesquisa estatística escolar.

De modo geral, as investigações reforçam o papel da Estatística na realização de projetos na escola, tanto para o planejamento, coleta e análise de dados, quanto na realização de inferências que permitem a tomada de decisões no contexto educacional. De modo análogo, investigações estatísticas são realizadas em diversas áreas do conhecimento humano (Ponte et al., 2003).

Os projetos, de modo geral, permitem que se adquiram competências e atitudes, dentre outros aspectos, conforme Prado (2011). O autor também defende que os projetos tem a possibilidade de abertura de uma nova mentalidade na escola, a qual exige trabalhos em equipe, envolvendo pesquisas, ações e tarefas, as quais podem ser realizadas dentro e fora do contexto escolar.

A pesquisa estatística escolar é demarcada por etapas. O lócus inicial é no contexto real. Ocorre a coleta de dados estatísticos, os quais contribuem para responder uma questão de pesquisa. As características identificadas nos dados levam à interpretação da realidade, para compreensão dos significados, o que aproxima esta atividade da modelagem matemática (Wild & Pfannkuch, 1999). Deste modo, os dados reais se constituem em um dos aspectos que aproxima o projeto de modelagem matemática do projeto de pesquisa estatística escolar.

Dados podem ser definidos como sendo “símbolos, números, letras, palavras, frases, que não têm significado se não comparados com outros dados no mesmo ou em outros suportes e contextos, para adquirirem sentido, compondo algo inteligível e fornecendo uma *informação*” (Prado, 2011, p. 161 – grifo do autor).

Especificamente no contexto da Estatística, dados “são os resultados da observação dos fenômenos, da replicação dos experimentos e da realização das simulações. Consistem no mero registro dos aspectos estudados” (Cazorla & Oliveira, 2010, pp. 118-119). Carzola e Oliveira (2010) definem fenômeno como um evento que pode ser observável e experimento como sendo um estudo científico de um fenômeno envolvendo hipóteses e controle de condições. Dados podem ser provenientes de fonte primária, quando foram coletados diretamente pelo investigador ou de fonte secundária, quando foram coletados por outro investigador. Dados qualitativos e quantitativos podem ser analisados no contexto escolar. Ressalta-se que dados quantitativos envolvem números em um contexto e não apenas para, por exemplo, resolver exercícios com aplicação de fórmulas (Pimenta, 2009).

Diniz e Borba (2012) nomearam (no contexto dos projetos de modelagem, mas que podem ser considerados também nos projetos de estatística escolar) de dados prontos os que são coletados de fontes secundárias e sem maiores informações de como foram obtidos. Há exemplos de dados disponíveis na Internet e que, desta forma, podem ser usados pelos alunos em seus projetos. Outros dados utilizados pelos alunos são os dados gerados (Diniz & Borba, 2012), que seriam correspondentes aos dados de fonte primária. Na geração, o planejamento é para procurar informações úteis na tentativa de checar ideias e/ou lacunas de informação, as quais estes dados podem preencher (Wild & Pfannkuch, 1999).

Na investigação relatada por Diniz e Borba (2012), os alunos, professores e a plateia, que assistiam à apresentação oral de projetos de modelagem, questionaram dados prontos apresentados em dois exemplos, em um processo semelhante à leitura por detrás dos dados (Friel et al., 2001). O levantamento de hipóteses para reflexões dos dados apresentados em uma escala desconhecida pelos alunos e de uma fórmula presente no trabalho permitiu que esses dados pudessem ser analisados, de modo qualitativo. Assim, apesar de, aparentemente, os dados gerados e prontos serem de categorias diferentes, segundo Diniz e Borba (2012), eles podem estar em uma relação menos tênue, uma vez que o dado pronto pode ser analisado e, assim, no processo de levantamento de hipóteses ou informações para a sua compreensão, há produção de conhecimentos dos coletivos de seres-humanos-com-mídias, os quais podem permitir a construção de dados, ou seja, o processo pode criar condições para que os dados prontos sejam considerados como dados gerados.

Coletivos de seres-humanos-com-mídias processam, confrontam, compreendem os dados, que podem se tornar esclarecidos, guiados, informativos, significativos, “fazem sentido”, possuem intencionalidade, ou seja, transformam-se em *informação* (Prado, 2011). É um processo de procura, de busca por informações que vão se articulando às que o coletivo já possui, as quais podem se articular com informações adquiridas no contato com a literatura, com outras pessoas etc., para a produção de novas informações (Wild & Pfannkuch, 1999).

Já no contexto da Estatística, informação

é o resultado da organização, transformação e/ou análise dos dados, de forma a produzir deduções e inferências confiáveis. Constitui uma “leitura” daquilo que o conjunto dos dados parece indicar. Isso implica que a informação possuirá o filtro de quem gera a informação, ou seja, ela não é neutra (Cazorla & Oliveira, 2010, p. 119 – grifo das autoras).

Assim, dados qualitativos e quantitativos podem ser analisados e transformados em informações. Mas isto não é suficiente, pois é preciso interpretar as informações! Ou seja, é preciso processar e extrair resultados e isto envolve ações como ouvir, ver, ler, traduzir, resumir internamente, comparar e conectar (Wild & Pfannkuch, 1999). É um processo aplicado às informações que se tem contato, como os gráficos estatísticos. O final do processo de interpretação, segundo Wild e Pfannkuch (1999), é a interconexão com novas ideias e informações que já se conhece.

O processo finaliza com a crítica e o julgamento da crítica. Duvida-se dos resultados alcançados, checa-se outros pontos de vista e o que já é conhecido. O julgamento é um ponto final do criticismo, o qual entende-se que pode ser provisório. Decide-se o que se escolhe e se

descarta. Busca-se a confiança na nova informação, utilidade, correção do que já foi selecionado, analisa-se a aceitabilidade da pesquisa escolar no contexto analisado, dentre outros aspectos (Wild & Pfannkuch, 1999).

Deste modo, os aspectos destacados são parte do que Ponte et al. (2003) e Wild e Pfannkuch (1999) nomeiam de ciclo de investigação, que seria o ciclo de pesquisa relacionado à resolução de problemas em Estatística e é parte dos projetos de modelagem e de pesquisa estatística escolar. Além disso, em ambos se defende que os interesses dos alunos sejam considerados na escolha do tema do projeto (Mendonça, 2011; Herminio & Borba, 2010; Pimenta, 2009; Andrade, 2008).

Entende-se que os alunos têm melhores capacidades para analisar dados coletados por eles mesmos, pois podem conhecer melhor os dados. Isto pode facilitar o processo de interpretação, inclusive na compreensão deste processo, pois os alunos podem tomar posse dos dados e se concentrarem nos resultados obtidos, que querem comunicar (Rumsey, 2002; Guimarães & Gitirana, 2013). Para a coleta dos dados, podem-se utilizar alguns instrumentos que, assim como ocorre nas investigações científicas, devem ser escolhidos em harmonia com a pergunta da pesquisa estatística escolar.

Assim, não há motivos para se trabalhar as atividades do contexto da EE isoladas de um problema de pesquisa. Lopes (2004) afirma que, nos projetos de estatística escolar, a coleta de dados deve ser atrelada a isto, pois assim a interpretação da realidade poderá ser realizada. De modo análogo, as atividades de construção de gráficos e tabelas estatísticos, da forma como estão na maioria dos livros didáticos de Matemática, podem favorecer apenas a aprendizagem de aspectos técnicos, que não serão suficientes para uma formação de alunos com consciência crítica (Lopes, 2004).

Com isso, os projetos de modelagem e os projetos de pesquisa estatística escolar podem proporcionar experiências de formação aos alunos reunidos em grupos, experiências estas que os aproximem das investigações científicas, considerando um nível adequado para os alunos. Desafio é uma palavra-chave dos dois tipos de projeto, que é muito próxima da palavra dificuldade, a qual pode ocorrer de várias formas, como na escrita, elaboração e realização de perguntas em uma entrevista, observação de um fenômeno, tomada de decisões etc. Isso pode ocorrer pois, de modo geral, projetos ainda são atividades pouco comuns nas escolas da Educação Básica brasileira.

Os projetos se desenvolvem em diferentes momentos ou etapas, as quais não há como garantir que ocorram em uma sequência, como um padrão, apesar de alguns autores defenderem a realização sequencial dessas etapas, como advoga Pimenta (2009).

Silva (2013), no contexto dos anos iniciais do ensino fundamental no Brasil, ao analisar coleções de livros didáticos de Matemática, constatou que nenhuma atividade envolvia todas as etapas do projeto de estatística escolar e em 95% das atividades de pesquisa havia a fase da análise de dados. Em cerca de 10,3%, solicitava-se alguma conclusão e em 10,6% coletavam-se dados. Naturalmente, não percorrer todas as fases dificulta a compreensão do que é pesquisa estatística escolar.

As fases dos projetos de estatística escolar relativas ao levantamento de hipóteses, definição da amostra e classificação dos dados pouco aparecem nos projetos de modelagem¹⁸. Hipóteses são as conjecturas, reflexões e levantamento de possibilidades de associações com outros temas, ou seja, é a leitura por detrás dos dados, conforme Friel et al. (2001) propuseram para a interpretação de gráficos estatísticos. Assim, “trocar experiências de interpretações com outros alunos também pode colaborar para melhor compreender os dados organizados a partir de representações tabulares e gráficas” (Junior & Lopes, 2014, p. 104).

Com isso, os alunos terão condições para realizarem pensamentos estatísticos a partir do levantamento e validação de hipóteses, análises críticas, organização de relatórios e apresentações orais dos resultados alcançados (Campos et al., 2011).

A vivência dos alunos nos projetos de pesquisa estatística escolar e de modelagem permite que eles possam compreender melhor como fazer pesquisa de modo mais confiável e responsável. Sampaio (2010) afirma que os estudantes compreenderam que pesquisas estatísticas escolares podem ter características que contribuam para melhorar a sociedade, embora acontecessem erros, como no tamanho da amostra. Esta compreensão ocorreu considerando que não há verdades inquestionáveis, pois fatores sociais podem influenciar as interpretações, por exemplo. Além disso, a variabilidade e a incerteza têm uma presença marcante nos projetos de pesquisa estatística escolar, pois são elementos característicos da Estatística (Sampaio, 2010).

¹⁸ A definição da amostra considera características importantes da população. Não é um processo simples e deve considerar a pergunta do projeto de pesquisa estatística escolar. A classificação dos dados envolve a identificação de uma característica comum a alguns elementos coletados, ou seja, é uma espécie de padrão identificado para um subconjunto dos dados coletados. A classificação deve utilizar todos os elementos e não deve haver interseção entre os subconjuntos formados, ou seja, um elemento não pode pertencer a mais de uma classe (Gitirana & Guimarães, 2013).

Pelo que foi referido, os projetos de pesquisa estatística escolar e de modelagem podem apresentar possibilidades para o desenvolvimento das três competências estatísticas: literacia, raciocínio e pensamento estatísticos, as quais devem ser trabalhadas de modo que se inter-relacionem, para que as compreensões sejam mais profundas (Campos, 2007; Andrade, 2008; Mendonça, 2011).

Até aqui, as características apresentadas são (ou podem ser) comuns aos projetos de modelagem e pesquisa estatística escolar, mas há diferenças. Em ambos, há diferentes concepções, mas se acredita que, no contexto da modelagem, as concepções podem ser associadas ao objetivo principal do professor ao propor a atividade e, nesse aspecto, podem emergir as diferenças entre os tipos de projeto. Considerando a concepção de modelagem adotada nessa tese, em que a Matemática é um meio para compreensão da realidade a partir de uma abordagem sociocrítica (Barbosa, 2001b), não é possível garantir qual (ou quais) conteúdo(s) matemático(s) irão emergir, ou seja, quais serão utilizados no desenvolvimento do projeto de modelagem. E por que esta é uma diferença quanto às concepções dos projetos de pesquisa estatística escolar?

Como foi dito, defende-se o interesse dos alunos desde a escolha do tema dos projetos e do levantamento da questão de pesquisa. Articulando isto com o projeto de modelagem, na concepção apresentada, como garantir a presença de dados que permitirão uma abordagem associada à Estatística? Como orientador de projetos de modelagem, o autor desta tese já orientou projetos de modelagem em que o conteúdo matemático abordado foi a Geometria. Por isso, acredita-se que não se pode garantir que, a partir do interesse dos alunos, a Estatística esteja sempre presente de modo ressonante com a concepção de modelagem aqui adotada (Barbosa, 2001b). Isto não significa que uma relação harmônica possa acontecer, ou seja, que conteúdos da Estatística estejam presentes nos projetos de modelagem. E são os projetos em que se deu essa ocorrência que serão analisados posteriormente nesse estudo.

Mendonça e Lopes (2011) apresentam uma investigação em que os projetos de modelagem desenvolvidos em turmas do ensino médio tem relação com os projetos de pesquisa estatística escolar. Para estabelecer estas interfaces, as autoras relacionam a concepção inicial de modelagem de Burak (1987), cujo foco principal é a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Elas afirmaram que as etapas que o autor adotou para o desenvolvimento do projeto de modelagem estão em harmonia com a concepção de Barbosa (2001b). Entretanto, apresentou-se na seção inicial deste capítulo, características que apresentavam estas duas investigações e se concluiu que representam diferentes concepções de modelagem. Acredita-se

que, possivelmente, adotando apenas a concepção de Burak (1987) existiria harmonia com os projetos de pesquisa estatística escolar.

Sampaio (2010) também desenvolveu projetos de modelagem com turmas do curso superior de Administração, no componente curricular que teve como objetivo a abordagem de conteúdos de Estatística. A maior parte do desenvolvimento dos projetos de modelagem foram discutidos virtualmente com a investigadora, a partir da concepção de Barbosa (2001b). Neste cenário, entende-se que o contexto pode ter influenciado os alunos, incluindo a escolha dos temas dos projetos e o seu desenvolvimento. Suas vivências com a Estatística no cotidiano, com gráficos, pesquisas de opinião e conteúdos estatísticos abordados em sala de aula podem ser alguns exemplos de experiências que moldaram o caminho percorrido nos projetos de modelagem, além de terem sido desenvolvidos na disciplina Estatística.

Além disso, na investigação de Sampaio (2010), o fato de ser obrigatório a elaboração de questões para entrevistar pessoas e/ou recolher dados e, principalmente, pela exigência de ter pelo menos duas ou três variáveis quantitativas discretas, permitiu o estudo de alguns conteúdos estatísticos que não seria possível estudar sem elas, como, por exemplo, o cálculo da média aritmética, o qual não pode ser realizado em variáveis qualitativas nominais. Isto pode moldar o interesse dos alunos, pois tinham que atender a esta solicitação, uma vez que os projetos de modelagem corresponderam a 15% da nota do componente curricular. Assim, os elementos aqui elencados permitem que se questione: será que há uma harmonia entre a concepção de modelagem de Barbosa (2001b) e o que foi apresentado? Acredita-se que não, pois o conteúdo da Estatística está sendo priorizado em relação aos aspectos da compreensão da realidade, a partir do interesse dos alunos. Com isto, não se minimiza a qualidade do trabalho desenvolvido, especialmente pela formação com competência crítica que se buscou proporcionar aos alunos.

Nos projetos de modelagem pode existir ou não a necessidade de elaborar questões para questionários e/ou entrevistas. E, mesmo assim, pode ser que as questões não necessitem de tabelas e gráficos para que as respostas sejam analisadas, por exemplo. Isto vai depender dos objetivos ou questões a serem respondidas nos projetos de modelagem.

Por outro lado, se a coleta de dados dos projetos de modelagem se apresentar de modo harmônico com dados estatísticos que precisam ser coletados, analisados, organizados, a melhor estratégia a seguir é analisar as etapas da pesquisa estatística escolar, não com a intenção de seguir as etapas sequencialmente, mas para compreender se todas as etapas fazem parte do estudo. Com isso, é a partir das necessidades que o grupo vai buscando os conceitos

estatísticos para melhor compreensão do tema (Jacobini, 2004; Campos, 2007; Mendonça, 2011; Mendonça & Lopes, 2011).

Com esta possibilidade, acredita-se que os projetos de modelagem podem assumir uma perspectiva sociocrítica. E como também podem estar fundamentados nos pressupostos dos projetos de estatística escolar, a EE estaria presente com um caráter crítico.

Crítico no sentido de possibilitar uma abordagem onde a Matemática e a Estatística podem ser ferramentas importantes em diversos setores da sociedade, inclusive na busca pela justiça social; onde a leitura dos números envolve questionamentos e análise; onde os modelos influenciam a sociedade e a sociedade influencia os modelos; e, dentre outros aspectos, onde há valorização das vivências cotidianas dos estudantes. Vale ressaltar que, não necessariamente o sentido da palavra “crítico” do qual tratamos indica situação crítica, ou seja, situação de emergência, mas certamente indica a necessidade de reflexões em torno do papel e poder da Matemática e/ou da Estatística na sociedade (Sampaio, 2010, p. 50 – grifo da autora).

Assim, os conceitos apresentados estão fundamentados em termos da EMC, mas como se está no contexto da EE, Campos (2007) nomeou de Educação Estatística Crítica (EEC). Com isto, segundo Sampaio (2010) e Campos (2007), a EEC demarca que a Estatística deve ser abordada no processo de ensino e aprendizagem com natureza crítica, na Educação Básica e na formação profissional, para que se possa atingir uma parcela da sociedade.

Campos (2007) destaca que a EEC tem três princípios básicos:

- 1) contextualização no problema dos dados;
- 2) proporciona a interpretação dos resultados; e
- 3) contextualiza o tema dentro de debates sociais, culturais e políticos.

Por isto, entende-se que a EEC está em harmonia com a concepção de modelagem de Barbosa (2001b), uma vez que a abordagem sociocrítica propõe a reflexão crítica do papel da Matemática na sociedade, de modo semelhante que a EEC propõe para a Estatística.

A ideologia da certeza, demarcada pelas decisões da sociedade que são formatadas por argumentos matemáticos, tidos como certos, contrasta com argumentos estatísticos, fundamentados na incerteza. Contudo, o fato de estes últimos também serem abordados nas aulas de Matemática da Educação Básica faz com que os alunos os perspectivem como parte da ideologia da certeza (Pimenta, 2009; Campos et al., 2015).

O papel do professor é primordial, pois ele é o agente que pode criar condições para que haja um campo fértil para a exploração dos aspectos defendidos nesta tese: o desenvolvimento de projetos de modelagem matemática, na concepção de Barbosa (2001b), fundamentados na

EMC e EEC, para a produção de conhecimentos matemáticos, tecnológicos e reflexivos. Para isso, espera-se que haja harmonia com as ideias apresentadas nos projetos de estatística escolar, sendo que os momentos destes projetos podem ser utilizados nos projetos de modelagem, mas sem necessariamente seguir uma sequência fixa. Para isto, dados seriam coletados do tema da realidade de interesse dos alunos nos projetos de modelagem, para posteriormente serem interpretados.

No capítulo 4 será feita a análise dos gráficos lidos, interpretados e construídos pelos coletivos. Antes, no capítulo 3, apresentam-se os elementos que compõem o método de investigação e os instrumentos de coleta de dados, além do contexto da investigação.

CAPÍTULO III

MÉTODO DE INVESTIGAÇÃO

Este capítulo tem por objetivo apresentar o método de investigação, a qual assenta em pressupostos qualitativos e foi desenvolvida em turmas de cursos técnicos do ensino médio de uma escola pública de Amargosa, Bahia, Brasil. Assim, a escola e um perfil dos cursos técnicos serão apresentados, além da professora de Matemática das turmas e sua formação. Os procedimentos de coleta de dados também serão pontuados, incluindo a entrevista realizada com os alunos, as observações das aulas de Matemática e de ações desenvolvidas em outros espaços do colégio, como a feira de Matemática, os relatórios e os banners que são os documentos produzidos pelos alunos. Os projetos de modelagem que foram selecionados, com base em critérios explicitados, serão apresentados e discutidos a partir das categorias identificadas. Assim, procede-se à caracterização da investigação.

3.1 Caracterização da investigação

Este estudo tem por objetivo analisar a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Para isso, o estudo pretende responder às seguintes questões de investigação:

Questão de investigação 1 – Quais gráficos estatísticos os alunos constroem em projetos de modelagem matemática com uso das TIC? Qual é o seu nível de complexidade semiótica?

Questão de investigação 2 – Que níveis de compreensão dos gráficos estatísticos exibem os alunos na sua leitura e interpretação?

Questão de investigação 3 – Que conhecimentos reflexivos os alunos mobilizam para a leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das TIC?

Assim, a escolha do método de investigação depende de alguns fatores, como o objetivo geral do estudo. Como pontuam Rocha e Barreto (2008), o “método é o caminho para se alcançar os objetivos traçados”. Buscou-se construir as questões de investigação, a revisão de literatura, os procedimentos de coleta de dados e a apresentação e discussão dos dados de

modo ressonante (Lincoln & Guba, 1985), ou seja, o investigador buscou articular, coerentemente, estes aspectos.

Assim, o estudo foi realizado a partir dos pressupostos da investigação qualitativa, a qual procura compreender o “universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um estudo mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos” (Minayo, 2004, pp. 21-22). Com isso, o investigador teve a preocupação de interpretar e compreender as falas e as informações coletadas (Rocha & Barreto, 2008) a partir dos diálogos e apresentações realizadas pelos alunos e pela professora de Matemática, para responder as questões da investigação.

Rocha e Barreto (2008, pp. 22-23) apresentam as características principais da abordagem qualitativa, as quais estão presentes neste estudo:

- imersão do pesquisador no contexto pesquisado, para vivenciar as experiências analisadas;
- reconhecimento dos pesquisados como sujeitos do conhecimento e das práticas vivenciadas;
- valorização e interpretação dos fenômenos, com base nas perspectivas dos sujeitos informantes;
- informações e/ou dados, mediante contato interativo do pesquisador com os sujeitos em estudo;
- análise das informações como processo interativo de dados e/ou informações, realizada prioritariamente de forma descritiva [...];
- resultado da pesquisa como fruto de trabalho coletivo que envolve pesquisador-pesquisado;
- e valorização das falas e/ou silêncios dos sujeitos pesquisados.

Nessa investigação, o pesquisador esteve imerso em turmas de uma escola pública de Amargosa, Bahia, Brasil, de ensino médio profissional, nas aulas de uma professora de Matemática, ou seja, a coleta dos dados ocorreu a partir do ambiente natural dos alunos (Bogdan & Biklen, 1994), sendo, portanto, uma amostra intencionalmente escolhida (Coutinho, 2013). Acompanhou-se as aulas com a abordagem de conteúdos matemáticos, como também as destinadas para os projetos de modelagem, que foram discutidos em sessões de 50 minutos a cada duas ou três semanas, com exceção do último bimestre de 2014, em que o projeto foi interrompido no início do bimestre, de comum acordo com a professora de Matemática do colégio, para ser retomado no primeiro bimestre de 2015. O início da coleta de dados aconteceu após a aprovação do projeto da investigação pelo Comitê de Ética da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), incluindo os termos de consentimento assinados pelos alunos ou seus responsáveis, sendo este último necessário caso os alunos tivessem menos de 18 anos de

idade no início da investigação. Além disso, a direção do colégio e a professora de Matemática assentiram a realização do estudo.

Dessa forma, considera-se que os alunos, enquanto sujeitos da investigação, produziram conhecimentos vivenciados para serem compreendidos pelo investigador, o qual “procura penetrar no mundo pessoal dos sujeitos” (Coutinho, 2013, p. 17). Assim, o investigador realizou a descrição e análise de dados (Bogdan & Biklen, 1994) para compreender os significados emergentes e pertinentes no contexto da investigação, ou seja, buscou-se compreender o processo (Bogdan & Biklen, 1994) a partir da interação com os sujeitos e com as mídias oralidade, escrita e informática. Com isso, pode acontecer uma moldagem recíproca de comportamentos e interpretações (Coutinho, 2013).

Ao iniciar a pesquisa de campo, o investigador “à medida que faz observações e entrevistas, vão sendo identificados os temas relevantes e padrões que se tornam, a partir de então, o foco da atividade do investigador e o alvo de observações mais intensas e sistematizadas” (Coutinho, 2013, p. 329). Esses dados serão apresentados no próximo capítulo e analisados, no capítulo 5, de modo indutivo (Bogdan & Biklen, 1994). Agora, apresenta-se, mais detalhadamente, os participantes desta investigação e o colégio.

3.2 Participantes e contextualização do estudo

O colégio em que esta investigação foi desenvolvida, foi criado em 1991 com o curso técnico de agropecuária integrado ao 2º grau, atual ensino médio, com internato para alunos no período entre 1992 e 2002 deste e de outros cursos técnicos que foram sendo criados. Além desses cursos, o colégio também ofereceu para a comunidade o ensino fundamental e o ensino médio regulares. Segundo informações da direção do colégio, a partir de 2008, apenas os cursos técnicos de nível médio foram oferecidos.

No ano de 2014 havia 269 estudantes, e em 2015 havia 407 alunos matriculados em cursos técnicos nas modalidades de Educação Profissional Integrada ao ensino médio (EPI); Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio em Tempo Integral; Educação Profissional Subsequente ao Ensino Médio; Educação Profissional Integrada à Educação de Jovens e Adultos e Educação Profissional Integrada ao Jovem do Campo. O colégio funcionava nos três turnos (matutino, vespertino e noturno). A equipe de profissionais que atuam no colégio possuía, em 2016, uma diretora, três vice-diretoras, sendo uma pedagógica, uma do mundo do trabalho e uma de infraestrutura e financeira. Além de seguranças, equipe de limpeza e funcionários

técnico-administrativos, o colégio também possuía docentes das áreas técnicas dos cursos, os quais têm formação de bacharelado em cursos universitários e licenciatura nas área do núcleo comum (Matemática, Português, Química etc.). A maioria dos docentes tem um contrato especial de trabalho temporário de dois anos, o qual pode ser renovado por mais dois anos.

Atualmente, o colégio possui a seguinte infraestrutura, distribuída pelos 57 hectares ou 570 mil metros quadrados de área:

- 10 salas de aulas convencionais;
- um auditório;
- uma biblioteca, que possui livros dos componentes curriculares do núcleo comum (Matemática, Física, História etc.) e das áreas técnicas;
- um laboratório de informática;
- uma sala de recursos multifuncionais (audiovisuais);
- quatro laboratórios de agroindústria para beneficiamento de café, processamento de alimentos, estando inativos os de processamento de castanha de caju e produção de pães;
- um laboratório de enfermagem;
- um laboratório de análises clínicas;
- três aviários;
- uma área para criação de coelhos (coelhário);
- um setor de piscicultura (inativo);
- um setor de suinocultura, que é um galpão dividido em área para criação, incluindo maternidade e gestação de suínos, depósito, escritório e banheiro;
- um estábulo que tem um setor para criação de bovinos, incluindo áreas cobertas, depósito, escritório e banheiro;
- um aprisco, que é destinado à criação de ovelhas;
- um viveiro para produção de mudas e outros espaços que são usados para plantação de mandioca e hortaliças, por exemplo;
- uma sala de diretor e uma sala de vice-diretor;
- uma sala para secretaria;
- uma cozinha industrial;
- um refeitório;
- sanitários para alunos e funcionários, professores e vice-diretor e diretor;
- um campo de futebol e uma quadra poliesportiva coberta;

- uma piscina;
- um galpão de máquinas, veículos e equipamentos agrícolas;
- dentre outras instalações, incluindo espaços adaptados para pessoas com deficiências físicas.

Nos laboratórios, os alunos participavam de aulas práticas dos cursos técnicos. Havia equipamentos como microscópios, instrumentos de vidro para uso nos laboratórios, liquidificador industrial, fogão industrial etc. Alguns professores, através do uso desses laboratórios, desenvolviam projetos em que buscavam articular teoria e prática.

Em 2014 e 2015, o colégio formava alunos em nível técnico, não só do município de Amargosa, mas também de outros municípios do Vale do Jiquiriçá. Isto era feito a partir de uma proposta de ensino e aprendizagem baseada na construção de habilidades e competências das áreas específicas e não só se buscava atender às demandas do mercado de trabalho da região, como também proporcionar uma formação que considerava os aspectos humanos, a partir de uma formação crítica e fundamentada em princípios éticos e valores, abordando a realidade local, regional e global. Assim, esperava-se que os alunos fossem formados na perspectiva de agentes transformadores da realidade, conforme o Plano do Curso Técnico de Zootecnia do colégio – EPI (Santos, Souza & Barros, 2012).

A visão de formação por competências substituía a noção de qualificação profissional, uma vez que nas competências, conforme já pontuado anteriormente (seção 2.3), os alunos mobilizam conhecimentos, hábitos e informações para analisarem situações de tomada de decisões (Brasil, 1999) e, portanto, isso deve fazer parte de um processo contínuo da formação profissional. A seguir, apresentam-se sucintamente os cursos do colégio em que foram coletados, apresentados e discutidos dados do presente estudo.

Segundo o plano do curso técnico de Zootecnia do colégio (Santos et al., 2012), o beneficiamento da produção agropecuária era um aspecto central da formação para contribuir com renda e qualidade de vida das famílias da região de Amargosa. Para isto, deseja-se que os estudantes deste curso adquirissem competências e habilidades para o desenvolvimento de projetos agropecuários e para a administração de propriedades rurais. Os alunos egressos deveriam desenvolver a capacidade de refletir, ter iniciativa e ser aberto às inovações tecnológicas, com postura crítica e investigativa, a partir da interpretação da legislação vigente.

Com isso, esperava-se agregar valor à produção agropecuária. A proposta do curso era adequada à região, uma vez que ela se caracterizava pela pecuária e agricultura familiar, especialmente a produção de banana, mandioca, milho, feijão, fumo e amendoim, sendo a feira

o local de maior comercialização da região. Por exemplo, em Amargosa, havia mais de 30 casas de produção de farinha em 2012 (Santos et al., 2012).

Quanto aos componentes específicos do curso técnico de Zootecnia, há alguns em que se pode identificar possíveis contribuições para a realização dos projetos de modelagem, os quais eram de formação técnica específica, como Pesquisa, Orientação Profissional e Científica; Tecnologia de Produtos de Origem Animal; Suinocultura e Estágios Supervisionados (Bahia, n.d._a).

Segundo o Plano do Curso Técnico de Agroindústria do colégio – EPI (Santos, Souza & Araujo, 2012), a proposta também visava formar alunos para beneficiar produtos da região do Vale do Jiquiriçá e, assim, trazer contribuições para as famílias de produtores agropecuários. A formação era pautada em conhecimentos e habilidades para atuação do profissional no sentido de aproveitar a produção agropecuária desde a coleta da matéria-prima até o beneficiamento de alimentos (como frutas, carnes, hortaliças, grãos, laticínios, dentre outros), incluindo a produção, conservação e o armazenamento de doces e geleias, a partir das leis vigentes e normas de segurança do trabalhador e sanitárias para segurança alimentar.

Além disso, os egressos do curso de Agroindústria devem adquirir competências para implementar e gerenciar sistemas de controle de qualidade e técnicas de distribuição e comercialização dos produtos. Os estudantes poderiam participar de investigações e inovações para desenvolvimento de novos produtos e marketing, gerenciando atividades relacionadas à produção, comercialização e divulgação de produtos agroindustriais, com assistência técnica aos produtores, se for necessário e solicitado. Neste processo, os alunos também aprenderiam a realizar a coleta, o tratamento e a interpretação de dados estatísticos, analisando alternativas para investimentos.

Quanto aos componentes específicos do curso técnico de Agroindústria, alguns incluíam conteúdos que poderiam contribuir para a realização de projetos de modelagem, como Pesquisa, Orientação Profissional e Científica; Obtenção e Processamento de Produtos de Origem Vegetal; Desenvolvimento de Novos Produtos e Marketing; Impactos Ambientais: gerenciamento e tratamento de resíduos industriais; e Estágios Supervisionados (Bahia, n.d._b).

De acordo com o Plano do Curso Técnico de Enfermagem do colégio – EPI (Santos, Souza, Souza, Santos & Venas, 2010), o objetivo do curso era a formação de profissionais da área de saúde com a intenção de promover e proteger a saúde humana, especialmente a melhoria da qualidade do trabalho desenvolvido pelo técnico de enfermagem no Sistema Único de Saúde do Brasil, que corresponde à saúde pública e gratuita. Para isso, os alunos egressos

eram formados para que adquirissem competências e habilidades necessárias para atuação na área, como atuar na prevenção de doenças, recuperação dos doentes e promoção da saúde.

Além disso, os alunos do curso técnico de Enfermagem deveriam colaborar com a equipe de profissionais de saúde, sob a supervisão do enfermeiro, para atendimento das necessidades dos pacientes e da comunidade. Para isso, o curso formava técnicos de Enfermagem para a preparação e orientação de pacientes na realização de exames, identificação de sinais vitais, realização dos procedimentos e cuidados de enfermagem em pré, trans e pós operatório, além de procedimentos técnicos como curativos, vacinação, dentre outros (Santos et al., 2010).

Componentes curriculares como Enfermagem da Saúde do Adulto e do Idoso, Enfermagem em Saúde Pública e Estágios Supervisionados, dentre outros, poderiam ter contribuído para o desenvolvimento dos projetos de modelagem (Bahia, n.d._c)

Os projetos de modelagem foram desenvolvidos nos cursos técnicos a partir do interesse e da concordância da professora de Matemática em atuar como orientadora. Ela é professora concursada e efetiva da rede pública da Bahia desde 2001. A docente concluiu o curso de Licenciatura em Matemática, dois cursos de pós-graduação *lato sensu* (Especialização), com produção de uma monografia, sendo ambas na área de Educação Matemática. Posteriormente, finalizou um curso de pós-graduação *stricto sensu* (Mestrado Acadêmico), com investigação na área de História da Educação Matemática.

A escolha pela professora deveu-se à disponibilidade da mesma em ceder suas turmas para desenvolvimento dos projetos de modelagem, além de já ter conhecimentos sobre a modelagem, uma vez que já havia participado de uma investigação nesta subárea da Educação Matemática, em que uma investigadora solicitou que a docente ministrasse aulas para desenvolver atividades do caso 1 de modelagem, na perspectiva de Barbosa (2001b). Em 2014 e 2015, a professora participou de um projeto de investigação e extensão, o qual era coordenado por uma docente da UFRB. O projeto também teve a participação de alunos do curso de Licenciatura em Matemática desta instituição. Conforme observações realizadas, pôde-se verificar que a docente utilizava algumas tendências da Educação Matemática em suas aulas, como resolução de problemas, jogos e investigações matemáticas, além de aulas expositivas e listas de exercícios. Ela destinou uma parte da avaliação do componente ao projeto de modelagem, em dois bimestres de 2014 e no primeiro bimestre de 2015, além de outras avaliações, como provas individuais, atividades realizadas em sala de aula com consulta e em pequenos grupos e outros projetos desenvolvidos no colégio, especialmente uma feira de conhecimentos que acontecia sempre no final do ano letivo.

No desenvolvimento dos projetos de modelagem, os alunos dos cursos técnicos de Agroindústria e Zootecnia foram acompanhados pelo investigador de abril de 2014 a maio de 2015. Salienta-se que o calendário letivo no Brasil, de modo geral, ocorre de fevereiro a dezembro de cada ano, com recesso de duas semanas no mês de junho ou julho. O mês de janeiro e parte do mês de dezembro também são, geralmente, destinados para as férias escolares. Isto pode mudar devido às greves dos docentes e foi o que aconteceu em 2015, com o ano letivo começando apenas em março.

Iniciou-se o acompanhamento a partir das observações de aulas de quatro turmas, sendo duas turmas de Agroindústria (2.º e 3.º anos) e duas turmas de Zootecnia (2.º e 3.º anos). A escolha foi feita atendendo à disponibilidade do investigador, já que a professora informou que poderia desenvolver os projetos em qualquer de suas turmas. Além disso, optou-se por estas turmas pela tradição da área agrária que o colégio tem, desde sua criação.

Um planejamento inicial foi discutido com a professora de Matemática, com a intenção do projeto de modelagem ser finalizado em novembro de 2014, antes dos preparativos para a feira de conhecimentos, mencionada anteriormente. Uma parte do planejamento contemplava algumas reuniões em sala de aula para apresentar a proposta, definir o objetivo geral dos projetos de modelagem, organizar as justificativas dos projetos, as coletas de dados, as questões para realização de entrevistas e questionários (caso fosse pertinente) e as revisões de literatura, além da análise dos dados e considerações finais.

Ao iniciar o desenvolvimento dos projetos, em cada reunião, a professora de Matemática iniciava a aula apresentando alguns aspectos gerais para todos os projetos, como o modelo do relatório (Anexo 1), as normas para escrita dos trabalhos acadêmicos, conforme a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), o que se esperava dos alunos até a próxima reunião, o que deveriam fazer no momento da aula enquanto a professora e o investigador dialogavam com cada equipe, dentre outros aspectos. Assim, o tempo da aula era dividido entre comentários gerais e reuniões com os membros de cada equipe. Essas reuniões foram gravadas em áudio ou vídeo, conforme será detalhado na próxima seção.

Por outro lado, não foi possível terminar os projetos em 2014 devido às paralisações dos docentes por melhores condições de trabalho e salários, feriados, outras atividades desenvolvidas no colégio, como o desenvolvimento e apresentação de outros projetos, em que havia envolvimento dos alunos que, em alguns momentos, só desejavam se envolver com aqueles projetos, além de outros eventos que ocorreram no colégio, como palestras. O investigador (doutorando) também teve algumas dificuldades para acompanhar algumas aulas,

especialmente em momentos de final de semestre na universidade, aulas do doutoramento e viagem a Portugal para contato com o orientador em 2014, dentre outras.

Estabeleceu-se que todas as equipes fariam uma breve apresentação para os demais colegas do mesmo curso, ou seja, os alunos do curso técnico de Agroindústria do 2.º e do 3.º anos apresentariam oralmente no dia 4 de novembro de 2014, no auditório do colégio, seus projetos de modelagem, tendo a maioria abordado o planejamento do que seria executado para a coleta de dados em 2015. De modo análogo, no dia seguinte aconteceram as apresentações dos projetos dos alunos do curso de Zootecnia. Nesse momento, apenas uma equipe apresentou um gráfico estatístico, uma vez que eles já tinham realizado uma parte da análise de dados estatísticos que haviam coletado. Assim, um horário especial foi feito para atender esta demanda, que contou com a presença de alguns dos professores da área técnica dos cursos, os quais foram convidados para apresentarem sugestões.

Em paralelo a isto, ainda em 2014, uma vez que a professora gostou da proposta dos projetos de modelagem nas turmas dos cursos de Agroindústria e Zootecnia, ela optou por também desenvolver projetos de modelagem em uma turma do curso de Agropecuária¹⁹ e em uma turma do curso de Enfermagem. Inicialmente, o desenvolvimento desses projetos não tinha acompanhamento do investigador. Após algumas semanas, a professora de Matemática solicitou a colaboração do investigador, o qual interagiu com ela e apresentou sugestões, a partir dos relatórios parciais dos alunos e das conversas com a professora. Apesar do interesse, as demais atividades do investigador impossibilitaram o acompanhamento dessas turmas com a mesma frequência e maneira como que ocorriam com as demais turmas, especialmente as reuniões em sala de aula e a troca de e-mails entre alunos e professora de Matemática.

A turma do curso técnico de Enfermagem estava no 4.º ano do ensino médio em 2014 e, assim como ocorreu com os outros projetos, este também deveria ter continuidade em 2015, mas com a conclusão do curso, apenas uma aluna mostrou interesse em continuar de forma voluntária.

A turma do curso técnico de Agropecuária concluiu o 1.º ano do ensino médio em 2014 e apenas duas equipes tiveram interesse em continuar, voluntariamente, o projeto em 2015, sendo que em uma das equipes apenas uma aluna teve interesse.

¹⁹ Dados também foram coletados a partir dos projetos de modelagem desenvolvidos por alunos do curso técnico de Agropecuária, mas como não foram selecionados para o estudo, optou-se por não apresentar este curso, como foi feito com os demais cursos anteriormente.

Com as equipes do curso técnico de Agropecuária, no ano de 2015, aconteceram reuniões com a professora e com o investigador em horários agendados e que não faziam parte das aulas de Matemática da professora. No caso da aluna formada no curso técnico de Enfermagem, as reuniões aconteceram em 2015 e em horários combinados. Como os projetos continuaram até a apresentação oral nas feiras de Matemática, eles foram incorporados pelo investigador no estudo, pois, apesar da forma de acompanhamento ser diferente dos demais grupos, possuíam gráficos estatísticos e poderiam ser utilizados para a discussão dos resultados. Com essas equipes, foram realizadas reuniões para que os projetos de modelagem pudessem ser finalizados. Assim, ocorreu um acompanhamento mais próximo do que ocorria nas turmas de Agroindústria e Zootecnia, apesar de menor frequência das reuniões. Destas três equipes, uma foi selecionada para a apresentação dos resultados, conforme será detalhado na última seção deste capítulo.

Assim, os projetos de modelagem foram retomados em 2015. No caso das turmas dos cursos técnicos de Agroindústria e Zootecnia, na semana de planejamento anual, o investigador dialogou com a professora de Matemática e juntos definiram que os projetos de modelagem seriam finalizados não com apresentações orais em sala de aula, como geralmente ocorre, mas com uma apresentação oral na I Feira de Matemática do colégio, a qual aconteceu em 8 de maio. A ideia surgiu depois da primeira participação do investigador na III Feira Nacional de Matemática, a qual aconteceu em Salvador, Bahia, Brasil, em 2014. Ele atuou como avaliador dos projetos apresentados por alunos.

Entende-se por Feira de Matemática um processo educativo científico-cultural, que alia vivências e experiências da qual podem participar na condição de expositores, alunos matriculados na Educação Básica (compreendendo Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), Educação Superior, Educação Especial e Professores das instituições das redes públicas e privadas, bem como pessoas da comunidade, do Brasil (Regimento da IV Feira Nacional de Matemática, 2015, p. 1).

A ideia de desenvolver uma feira de Matemática surgiu no desenvolvimento dos projetos, devido à necessidade percebida pela professora e pelo investigador de criar um elemento novo para que os alunos ainda continuassem com interesse nos projetos, já que não é comum um projeto começar em um ano letivo e continuar no ano letivo seguinte. Com isso, o investigador apresentou para a professora a proposta de culminância do projeto de modelagem ser realizada em uma apresentação pública e não apenas para alunos de outra turma do mesmo curso ou para os colegas da turma, através da realização de uma feira de matemática. Essa proposta foi aceita pela professora do colégio e apresentada para os alunos nos dias das apresentações orais

realizadas em novembro de 2014, o que gerou, como se esperava, muito ânimo e empolgação dos alunos.

Como a Bahia é um dos estados da federação brasileira que possui tradição na realização de feiras, contou-se com a colaboração da professora Alayde Santos, coordenadora das feiras baianas de Matemática, para que a organização da feira fosse realizada com os mesmos critérios utilizados nas feiras de Matemática. Por isso, uma comissão avaliadora, composta por docentes de escolas públicas da Educação Básica e professores da UFRB foi formada para selecionar os cinco melhores trabalhos para a IX Feira Baiana de Matemática, que aconteceu em junho de 2015, no município de Senhor do Bonfim, Bahia, Brasil. Nas feiras de Matemática, todos os alunos são premiados com menção honrosa (25% dos trabalhos) e destaque (75%), recebendo certificados e medalhas. Assim, nas apresentações orais ocorridas no final de 2014, a professora de Matemática informou aos alunos que a meta era que alguns dos projetos pudessem ser classificados para a IV Feira Nacional de Matemática, que aconteceria em julho de 2015, no município de Jaraguá do Sul, Santa Catarina, Brasil. Este estado da federação tem a maior tradição em feiras de Matemática do Brasil, já que a I feira catarinense de Matemática ocorreu no município de Blumenau, em 1985, conforme nos informou a coordenadora das feiras baianas de Matemática. Um dos projetos de modelagem foi selecionado durante a IX Feira Baiana de Matemática e participou da 14^a Feira Brasileira de Ciências e Engenharia, que aconteceu na Universidade de São Paulo, em São Paulo, Brasil, em março de 2016.

No início do ano letivo, em março de 2015, retomaram-se, em reuniões coletivas nas turmas, todos os projetos de modelagem. A partir da leitura do título e do objetivo geral da última versão dos relatórios, os quais foram construídos no final de 2014, a proposta inicial foi apresentada às demais equipes para que comentassem os projetos dos colegas de sua turma. Em seguida, as equipes comentaram seus projetos a partir do que foi dito pelos seus colegas.

O calendário para a continuação do desenvolvimento dos projetos em 2015 foi organizado de modo a permitir que as apresentações orais da feira ocorressem com a exposição a partir dos banners confeccionados pelas equipes.

A I Feira de Matemática do colégio foi organizada conforme Regimento da IV Feira Nacional de Matemática (2015, p. 2), a qual teve como objetivos:

- a) despertar nos alunos maior interesse na aprendizagem da Matemática;
- b) promover o intercâmbio de experiências pedagógicas e contribuir para a inovação de metodologias;
- c) transformar a Matemática em ciência construída pelo aluno e mediada pelo professor;

- d) despertar para a necessidade da integração vertical e horizontal do ensino da Matemática;
- e) promover a divulgação e a popularização dos conhecimentos matemáticos, socializando os resultados das pesquisas nesta área;
- f) integrar novos conhecimentos e novas tecnologias de informação e comunicação aos processos de ensino e aprendizagem.

Além disso, os projetos de modelagem poderiam ser identificados com uma das três categorias dos trabalhos para a feira: Matemática Aplicada e/ou inter-relação com outras disciplinas, tendo-se partido do seguinte pressuposto:

temos que deixar de lado a máxima “corrigir para depois tornar público”, ou seja, aceitar que as produções sejam publicadas com erro. Significa, então, que vamos propiciar situações constantes para que todos, alunos e professores, possam (re)trabalhar, em conjunto os textos uma, duas e mais vezes em sucessivas aproximações, até que os autores e seus coautores se deem por satisfeitos (Magdalena & Costa, 2003, p. 64).

Embora se tenha procurado minimizar os erros possivelmente cometidos pelos alunos, a abertura para a comunidade escolar (outros alunos e professores, pais e funcionários), alunos e docentes de outras escolas e outras pessoas da comunidade permitiu não só as apresentações e os diálogos, mas também análises de possíveis erros que poderiam ter sido cometidos.

Com a I Feira de Matemática do colégio, finalizaram-se os projetos de modelagem desenvolvidos pelos alunos e que constituem parte das observações realizadas para coleta dos dados. Esse e os demais procedimentos de coleta de dados serão apresentados na próxima seção.

3.3 Procedimentos de coleta de dados

Conforme já pontuado, a coleta de dados foi realizada a partir do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo 2) e Termo de Assentimento (Anexo 3) dos alunos ou dos seus responsáveis, no caso de possuírem menos de 18 anos de idade no início da investigação. Além disso, houve o consentimento da diretora do colégio e da professora de Matemática para a realização do projeto de modelagem. A partir da avaliação do projeto de investigação, o Comitê de Ética em Pesquisa da UFRB deu parecer favorável para a realização deste estudo. Assim, as observações, as entrevistas e os documentos utilizados para desenvolver este estudo serão apresentados a seguir.

A observação permite ao investigador “documentar atividades, comportamentos e características físicas sem ter que depender da vontade e capacidade de terceiras pessoas”

(Coutinho, 2013, p. 136). Neste estudo, a observação foi considerada fundamental para descrever as reuniões realizadas pela professora com seus alunos, em sala de aula ou em outros espaços do colégio, no desenvolvimento dos projetos de modelagem e para a socialização dos resultados alcançados, dentre outros aspectos. A observação foi realizada não só nas aulas em que os projetos de modelagem foram discutidos, pois se entendeu que outros ambientes de aprendizagem propostos pela docente poderiam moldar o desenvolvimento dos projetos.

A observação se caracteriza como não estruturada, pois os dados coletados foram descritos e compreendidos no contexto de salas de aula, sem que os comportamentos sobre o que seria observado estivessem definidos *a priori* (Alves-Mazzotti, 1998). Além disso, a observação foi realizada por um longo período de tempo, entre abril de 2014 e maio de 2015, tendo o investigador atuado como um membro do contexto dos projetos. Isso permitiu que fosse possível observar os comportamentos, buscar compreender as interpretações sobre o que estava sendo desenvolvido (Goldenberg, 2003) e descrever, com maior precisão, as características dos grupos (Gil, 2009) dos projetos de modelagem. Estes aspectos caracterizam a observação como participante.

A participação do investigador aconteceu por demanda dos alunos pois para eles, é como se tivessem dois professores de Matemática contribuindo para o desenvolvimento dos seus projetos. Assim, eles também dialogaram com o investigador nas demais aulas de Matemática e solicitaram esclarecimentos para suas dúvidas em exercícios nas aulas de conteúdos matemáticos, em que não se focavam propriamente no desenvolvimento dos seus projetos de modelagem. Além disso, algumas equipes enviaram e-mails apenas para o investigador, quando o combinado tinha sido também enviarem para a professora de Matemática. Por isso, na apresentação de resultados, realizada no próximo capítulo, optou-se em utilizar o termo professor ao invés de investigador. Como será destacado, há trechos de falas de reuniões entre os alunos, o professor (investigador) e/ou a professora de Matemática, e que compõem as observações realizadas.

O registro das observações foi feito em um diário de campo (Bogdan & Biklen, 1994), em que as observações das aulas e das reuniões, realizadas com cada grupo dos projetos de modelagem, foram parcialmente anotadas em sala e posteriormente foram complementadas após as aulas. Em todas as reuniões foram feitas gravações em áudio ou vídeo. Esses registros foram feitos tendo em vista considerar as interações, destacar as interpretações das falas de alunos e a forma como eles atuavam. Sempre se refere à identificação dos dias em que as aulas

aconteceram para que se possa situar os diferentes momentos dos projetos de modelagem, que se desenvolveram entre abril de 2014 e maio de 2015.

A observação tem algumas vantagens, como ter contato direto com as falas dos sujeitos e compreender o processo de desenvolvimento dos projetos, não limitado-o a informações feitas para apresentar somente uma boa impressão ao investigador, uma vez que se pode perceber o desenvolvimento *in loco* (Alves-Mazzotti, 1998). Há também algumas desvantagens, como ter dificuldades de coletar informações anteriores ao período das observações, além de exigir muitas horas de trabalho do investigador e interpretações adequadas ao contexto investigado (Alves-Mazzotti, 1998).

Assim, a observação tem caráter descritivo e analítico (Fiorentini & Lorenzato, 2006; Coutinho, 2013), pois algumas impressões, ideias e reflexões foram identificadas pelo investigador durante o período de observação, além de alguns aspectos emergentes e/ou padrões identificados para posterior aprofundamento na discussão dos resultados (Coutinho, 2013).

No final das observações ocorreram as entrevistas com os grupos, em que havia perguntas para serem respondidas pelos membros de cada projeto. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), Gil (2009) e Coutinho (2013), a entrevista pressupõe interação do investigador com os sujeitos, uma vez que se buscam esclarecimentos adicionais ou explicações de aspectos que o investigador estava com dúvidas como, por exemplo, alguns dados coletados durante as apresentações orais realizadas na I Feira de Matemática do colégio, já que não houve reunião após a feira, a qual demarcou o encerramento dos projetos. Com isso, pode-se “gerar informação nova que implique a reconceitualização dos tópicos em estudo” (Coutinho, 2013, p. 141).

A entrevista possibilita aprofundar informações acerca do conhecimento humano (Gil, 2009). Com isso, “oferece flexibilidade maior, posto que o entrevistador pode esclarecer o significado das perguntas e adaptar-se mais facilmente às pessoas e às circunstâncias em que se desenvolve a entrevista” (Gil, 2009, p. 110). Dessa forma, para maior flexibilidade, optou-se pela entrevista semiestruturada.

Essa modalidade é muito utilizada nas pesquisas educacionais, pois o pesquisador, pretendendo aprofundar-se sobre um fenômeno ou questão específica, organiza um roteiro de pontos a serem contemplados durante a entrevista, podendo, de acordo com o desenvolvimento da entrevista, alterar a ordem dos mesmos e, inclusive, formular questões não previstas inicialmente (Fiorentini & Lorenzato, 2006, p. 121).

No Anexo 4, seguem as questões realizadas na entrevista. Cada questão apresenta seus objetivos e foram elaboradas para abordar temas, dos mais gerais para os mais específicos. As questões foram apresentadas a cada grupo, sendo colocadas uma de cada vez. Cada pergunta contém apenas uma ideia e não houve mudanças bruscas de assunto, sem que os alunos fossem disso informados. As questões foram elaboradas primando que, após a leitura realizada pelo entrevistador, pudessem ser facilmente entendidas pelos entrevistados (Gil, 2009). Não foram elaboradas perguntas que induzam possíveis respostas desejáveis pelo investigador.

Para a elaboração das questões da entrevista, alguns critérios foram considerados, como iniciar reconsiderando o título e o objetivo geral do projeto de modelagem. Em seguida, perguntou-se sobre a coleta dos dados realizada pelos alunos para que eles pudessem revelar os bastidores, ou seja, as informações qualitativas e quantitativas coletadas pelos grupos, buscando apresentar os caminhos percorridos pelos grupos e as tomadas de decisão realizadas. Posteriormente, o objetivo foi identificar temáticas relacionadas à Estatística e, especialmente, sobre os gráficos estatísticos coletados e construídos pelos grupos, especialmente para se compreender os caminhos percorridos por estes na leitura, construção e interpretação dos gráficos estatísticos. Por fim, uma questão buscava perceber as opiniões dos alunos sobre o desenvolvimento dos projetos de modelagem, o que poderia contribuir para a realização de novas investigações.

O investigador conduziu a entrevista com os alunos reunidos em grupos, sendo um grupo de cada vez, em uma sala do colégio. Com isso, diferentes perspectivas puderam ser reveladas e ampliadas. Em cada grupo, todos os gráficos estatísticos que os alunos construíram e coletaram na Internet foram mostrados, a partir da versão final do relatório do projeto de modelagem e foi solicitado que eles comentassem sobre a escolha dos elementos técnicos da construção do gráfico, além das suas interpretações e decisões que tiveram de tomar para a escolha dos tipos de gráficos estatísticos construídos, das escalas selecionadas, dos elementos socioculturais envolvidos nas interpretações, dentre outros fatores. Desta forma, a entrevista teve um papel importante na descrição dos gráficos estatísticos coletados e na compreensão sobre como foi realizada pelos grupos, suas construções, leituras e interpretações.

Na condução da entrevista, alguns cuidados foram considerados, como (Gil, 2009; Coutinho, 2013; Fiorentini & Lorenzato, 2006):

- lembrar itens presentes no consentimento ou assentimento assinado pelos alunos ou seus responsáveis, o qual inclui a natureza da investigação, seu objetivo e os motivos da realização da entrevista;
- informar o sigilo das informações prestadas e quanto ao seu uso exclusivamente para fins de investigação;
- solicitar autorização para videografar a entrevista;
- realizar a entrevista em uma sala de aula do colégio que estava vazia, com pouco barulho, para favorecer o diálogo e a gravação em vídeo;
- o investigador assumiu uma postura mais de ouvir do que falar, emitindo poucas vezes sua opinião, mas sem mudar o tom de voz nem apresentar reações às respostas dos alunos, como espantos ou desaprovações, nem avaliar de modo negativo as falas, buscando não interromper a fala dos entrevistados; e,
- quando necessário, o investigador utilizou aprofundamentos, como para solicitar que os alunos pudessem argumentar mais sobre o que falavam, buscando mais informações sobre os projetos, como algo que estava na versão final do relatório ou foi afirmado durante a apresentação oral realizada na I Feira de Matemática do colégio, sempre buscando as opiniões dos membros dos projetos.

Além disso, as entrevistas revelaram alguns erros cometidos no desenvolvimento dos projetos, ou seja, mostraram detalhes sobre as conjecturas realizadas, os caminhos percorridos e as razões de refazer os projetos. Desse modo, as dificuldades foram apresentadas, assim como as decisões tomadas para a correção dos erros. Este é um dos aspectos que evidencia a vantagem da realização das entrevistas (Gil, 2009), uma vez que também foi possível aprofundar os erros cometidos pelos alunos como parte do processo de ensino e aprendizagem.

A entrevista também pode apresentar algumas desvantagens, como foi percebido quando alguns membros das equipes pareciam pouco interessados em participar das entrevistas e algumas incompreensões (Gil, 2009) de alguns grupos com o termo Estatística, presente em uma das perguntas, especialmente pelo fato de que, para algumas turmas, este conteúdo só seria abordado posteriormente. No entanto, isto foi facilmente superado pelos próprios alunos do grupo, ao se lembrarem dos gráficos e das noções básicas da Estatística.

A entrevista foi finalizada com cordialidade e agradecimento por todo o envolvimento no projeto desenvolvido. Por fim, o investigador deixou aberta a possibilidade para que novos encontros pudessem acontecer, caso houvesse necessidade de entrevistas posteriores ou esclarecimentos de trechos da entrevista (Gil, 2009), mas isso não foi necessário.

Também, os relatórios dos projetos, documentos produzidos pelos alunos, revelaram-se fundamentais para o contexto das entrevistas. Considera-se que os registros escritos de qualquer natureza são fontes de informação para a coleta de dados e são denominados de documentos (Alves-Mazzotti, 1998).

Ao considerar um documento a ser discutido, o investigador precisou descrever informações sobre ele, como os procedimentos utilizados na sua elaboração e seus objetivos. Dessa forma, a interpretação dos documentos foi feita a partir desses aspectos (Alves-Mazzotti, 1998).

Os documentos produzidos pelos alunos incluem as versões de arquivos do *software* Word, que são os relatórios dos projetos de modelagem e incluem gráficos estatísticos produzidos no Excel. Há também os arquivos do *software* PowerPoint, os quais foram utilizados para a construção dos banners usados durante a apresentação oral que aconteceu na I Feira de Matemática do colégio. Alguns banners possuem figuras, que foram coletadas na Internet, como forma de ilustrar o que os alunos pretendiam apresentar.

Em comum acordo com a professora de Matemática, resolveu-se contribuir com o desenvolvimento dos projetos, apresentando um modelo de relatório para os alunos (Anexo 1), o qual foi elaborado a partir das normas técnicas de trabalhos acadêmicos desenvolvidos no Brasil. O modelo possui as seções e informações sobre o que seria necessário para produzir cada seção. Por exemplo, na introdução os alunos deveriam escrever informações gerais sobre o tema central dos projetos, Agricultura Familiar, informarem o subtema relacionado ao tema central escolhido pelo grupo, apresentando as justificativas. Em seguida, apresentou-se o objetivo geral, a metodologia, o desenvolvimento (que incluía a revisão de literatura e a apresentação e discussão dos resultados), as considerações finais e as referências, além dos apêndices e anexos, se necessário.

Os arquivos do PowerPoint foram construídos pelos alunos, com a ajuda dos professores, a partir dos relatórios. Também foi apresentado um modelo para contribuir na elaboração, considerando as seções dos relatórios e inseridos todos os gráficos estatísticos coletados e construídos, além de algumas tabelas construídas.

Assim, os dados coletados contêm falas e documentos, os quais foram utilizados para reconstruir o ambiente natural. Com isso, os dados serão mantidos como emergiram, através dos registros escritos, falados, gestuais etc., realizando transcrições das falas (Bogdan & Biklen, 1994), articulados com outros aspectos como gráficos, tabelas e informações presentes nos

banners das apresentações orais, conforme será apresentado no próximo capítulo. A análise dos dados foi realizada no capítulo 5 e os procedimentos utilizados nesse processo serão apresentados na próxima seção.

3.4 Procedimentos de análise de dados

Os dados coletados através das observações, entrevistas e análise documental proporcionaram uma grande quantidade de informações, pois 15 projetos de modelagem foram apresentados na I Feira de Matemática do colégio.

O investigador buscou analisar e selecionou projetos de modelagem para a apresentação de resultados. Três projetos foram excluídos, já que não possuíam gráficos estatísticos e, assim, não seriam de interesse para o estudo. Dos 12 projetos resultantes, buscou-se identificar aqueles em que existiam situações repetidas ou semelhantes e, assim, poderiam ser excluídos sem maiores prejuízos para a discussão dos resultados. Considerando os projetos em que isso foi identificado, optou-se por aqueles que apresentavam maior quantidade de informação e maior quantidade de gráficos estatísticos, nesta ordem de prioridade, para atendimento ao objetivo desta investigação. Seguindo esses critérios, selecionaram-se sete projetos de modelagem que serão apresentados no próximo capítulo. Estes projetos são apresentados na Tabela 2, com o nome que será utilizado neste estudo, como uma palavra-chave, para facilitar sua identificação. Há, também, os anos escolares e cursos técnicos dos alunos que desenvolveram os projetos. No caso dos anos escolares, há dois anos envolvidos, uma vez que os projetos de modelagem começaram em 2014 e finalizaram em 2015. A exceção é o último projeto presente na tabela, uma vez que apenas uma aluna, que concluiu o curso técnico de Enfermagem em 2014, continuou o projeto em 2015.

Tabela 2 – Projetos de modelagem, anos escolares e cursos técnicos

Anos escolares e curso técnico	Título dos projetos de modelagem	Denominado neste estudo
2.º/3.º anos de Agroindústria	O Lucro da Venda do Beiju	Beiju
2.º/3.º anos de Agroindústria	Reaproveitamento de Resíduos para Produção de Polpa de Frutas que pode ser feito por pequenos produtores	Polpa de Frutas
3.º/4.º anos de Agroindústria	Análise Sensorial de Beneficiamento da Banana e do Aipim	Banana e Aipim
3.º/4.º anos de Agroindústria	Venda e Lucro de Salsa e Alface pelos Feirantes e Agricultores Rurais da Região de Amargosa-BA	Salsa e Alface
3.º/4.º anos de Agroindústria	Análise Comparativa da Implementação de uma Horta segundo as Especificações Técnicas da EMBRAPA e de um Pequeno Agricultor Rural	Horta
3.º/4.º anos de Zootecnia	Análise Comparativa da Quantidade de Alimento em Relação ao Ganho de Carne e Gordura em Suínos Produzidos por um Agricultor Rural de Amargosa/BA e no Colégio	Suínos
4.º ano de Enfermagem	Uma Análise de um Questionário aplicado às Agricultoras Familiares de Amargosa sobre a Prevenção do Câncer de Colo de Útero e Mama	Prevenção do Câncer

Fonte: o autor.

É possível identificar parte do interesse dos alunos na escolha dos temas dos projetos de modelagem, pois articularam os subtemas dos projetos a temáticas dos cursos técnicos que eles estavam frequentando, sendo Agricultura Familiar o tema central. Este tema foi definido pelos professores do colégio na reunião de planejamento do ano letivo de 2014 para ser o tema do ano no colégio, a partir de uma sugestão de uma professora do colégio. Para sugerir-lo, esta docente se inspirou no tema escolhido pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) para ser amplamente discutido no mundo, nesse ano. O investigador não participou da escolha deste tema. Assim, conforme já mencionado, temas afins aos cursos técnicos foram investigados (Herminio & Borba, 2010) e cada projeto escolheu um subtema relacionado ao tema central.

Após a escolha dos projetos de modelagem, os relatórios foram identificados a partir das versões dos relatórios. Os trechos das apresentações orais realizadas na feira de Matemática, as observações realizadas pelo investigador das reuniões ocorridas em sala de aula, dentre outros

dados, precisavam ser organizados e apresentados como resultados da investigação, sendo este processo semelhante ao que foi descrito por Diniz (2007), após finalizar a coleta dos dados:

- familiarização com os dados coletados;
- organização dos dados dos projetos selecionados para apresentação;
- escrita da apresentação dos resultados (capítulo 4);
- reflexões sobre possíveis temas para a discussão dos resultados e contraste com a literatura;
- diálogo com os pares e revisão de interpretações; e
- escrita da discussão dos resultados (capítulo 5).

Diniz (2007) também destaca que este processo não é sequencial e se inicia durante a coleta dos dados. É um processo que envolve a transcrição dos dados, os quais serão apresentados de modo simplificado. Eles foram organizados, a partir do que se havia coletado e conforme critérios definidos pelo investigador (Gil, 2009). Neste estudo, o critério definido foi a apresentação de cada projeto de modelagem.

Assim, os dados foram reduzidos e apresentados de modo a analisar semelhanças e diferenças entre eles e, posteriormente, foram articulados com a literatura pertinente na discussão dos resultados. Antes de iniciar a redação dos dois próximos capítulos, o investigador criou códigos para demarcar as semelhanças e diferenças percebidas, na tentativa de facilitar a identificação no momento da escrita.

Esse processo envolveu, portanto, a *triangulação* dos dados coletados a partir do processo de identificação de padrões, categorias, relações entre dados, aspectos emergentes, na tentativa de compreender os significados dos dados em relação às questões da investigação (Alves-Mazzotti, 1998). Os elementos ou aspectos comuns foram identificados em categorias, ou seja, foram estabelecidas classificações na tentativa de “agrupar elementos, ideias ou expressões em torno de um conceito capaz de abranger tudo isso” (Gomes, 2004, p. 70).

Assim, as categorias foram construídas a partir do fenômeno investigado, ou seja, emergiram dos dados (Gomes, 2004; Gil, 2009). Diniz (2007) identifica as categorias como palavras-chave para responder as perguntas norteadoras da investigação.

Buscou-se identificar categorias que sejam exclusivas, coerentes com o objetivo da investigação e que sintetizassem uma dimensão da discussão dos resultados a partir de algum princípio de classificação adotado (Gomes, 2004; Gil, 2009; Coutinho, 2013). Como poderá ser percebido posteriormente, há trechos de alguns projetos que poderiam ser divididos em duas

categorias, mas a compreensão do segundo trecho só seria plena a partir da apresentação do primeiro trecho. Assim, para evitar repetições, sinalizou-se o primeiro trecho em uma categoria, sendo este trecho apresentado na segunda categoria, juntamente com o outro trecho.

Com isso, a intenção é que as categorias possam descrever e explicar o fenômeno e proporcionar novas abordagens em futuros estudos, a partir da apresentação de lacunas e possíveis continuidades de estudos não aprofundados nesta investigação, devido ao seu escopo, conforme será pontuado no capítulo final da tese.

Assim, conforme já sinalizado, os projetos de modelagem serão apresentados no próximo capítulo, a partir do objetivo geral desta tese.

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo, em cada seção, os projetos de modelagem matemática serão apresentados de modo descritivo. Há uma breve apresentação geral e, a seguir, os gráficos estatísticos que foram lidos, interpretados e construídos são apresentados.

4.1 O projeto Beiju

4.1.1 Apresentação geral do projeto de modelagem

Este projeto de modelagem com título “O lucro da venda do beiju”, denominado por Beiju, foi realizado por quatro alunas do 2.º/3.º anos do curso técnico de Agroindústria. Segundo as alunas, beiju é um produto derivado da mandioca, sendo o Brasil o segundo produtor mundial, com a maior parte usada para produção de farinha. Com isso, justificaram o interesse por este assunto, devido à possibilidade de ampliação de renda do pequeno produtor rural.

O beiju é um produto que serve de alimento e é historicamente antigo, tem origem na América do Sul, pertencente a culinária indígena, que preserva até atualmente seus costumes. Desde sempre, o beiju foi produzido em função da agricultura familiar, pois desde a sociedade indígena o beiju servia de alimento para as famílias indígenas, trazendo assim essa cultura para nós (versão final do relatório de Beiju, p. 2).

Este projeto teve por objetivo geral “analisar o lucro da venda do beiju” (versão final do relatório de Beiju, p. 1), apesar de no final os professores e as alunas concluírem que somente as receitas foram pesquisadas. Assim, o grupo realizou uma pesquisa buscando compreender aspectos relacionados à venda do beiju e para compreender como a receita da venda do beiju é dividida entre os que vendem o produto, que pode ser feito das seguintes formas: (a) os estabelecimentos compram diretamente do produtor para revenda ou o produto é vendido em cooperativa para os estabelecimentos; (b) compra-se diretamente do produtor para revender na feira; (c) o produtor vende sua produção na feira; e (d) o produtor vende na casa de farinha, local onde o beiju é produzido.

O grupo iniciou o projeto entrevistando quatro alunos e uma professora do colégio para saberem a importância de desenvolver um projeto com tema relacionado à mandioca e à

produção de beiju para a agricultura familiar. Posteriormente, o grupo entrevistou uma agricultora em uma casa de farinha da zona rural de Amargosa, que vendia o beiju produzido por ela na feira ou em uma cooperativa.

Em seguida, realizaram a revisão de literatura e, a partir de um artigo científico sugerido pelos professores, em que o lucro foi analisado a partir das margens de total de comercialização, do atacadista e do varejista, que serão explicadas posteriormente. Para usarem as fórmulas e calcularem os valores das margens, coletaram os dados relacionados aos preços no varejo, atacado e pago ao produtor na casa de farinha. A partir desses dados, um gráfico de colunas foi construído e interpretado quanto à parte da receita que cabe ao produtor, que é o responsável pela produção do beiju.

Na conclusão, foi identificado que uma boa margem de receita fica com o produtor e que, com isso, sugere-se que a produção de farinha seja reconsiderada, uma vez que é baixo o valor de mercado, ampliando-se a produção do beiju.

4.1.2 Gráficos estatísticos lidos, interpretados e construídos

Os professores sugeriram que as alunas Beatriz, Emanuele, Ivoneide e Rosângela pudessem coletar informações sobre o preço de beiju de coco com açúcar, para aplicarem em fórmulas presentes em um artigo científico (Fogaça, Cardoso, Viana & Ponte, 2009)²⁰, em que os autores usaram uma metodologia para analisar as receitas oriundas da venda de farinha de mandioca. Para compreender as dinâmicas desenvolvidas no grupo, apresentam-se, a seguir, trechos de reuniões em sala de aula e da entrevista, relatório final e apresentação oral desse projeto de modelagem.

Na reunião ocorrida em 7 de abril de 2015, os professores apresentaram três possibilidades para preço do beiju: Preço no Varejo – PV, que corresponde ao preço na feira, Preço no Atacado – PA, preço quando o produto é vendido para um supermercado pelo produtor ou em cooperativa e Preço pago ao Produtor – PP, quando o consumidor compra diretamente com o produtor na casa de farinha. Antes disso, os professores simularam os preços para levarem as alunas a pensarem sobre os significados dessas siglas.

²⁰ Fogaça, J. J. N. L., Cardoso, C. E. L., Viana, A. E. S., & Ponte, C. M. A. (2009). Estudo da margem de comercialização nos preços de farinha de mandioca no município de Vitória da Conquista – Ba. *13º Congresso Brasileiro de Mandioca*. Botucatu: s/i.

Professor: Esse é o preço para aquela pessoa que vai e compra diretamente e compra na feira [PV].

Professora: Dois reais e cinquenta centavos (R\$ 2,50).

Professor: R\$ 2,50. Qual preço vocês acham que sairia esse mesmo produto se fosse vender no atacado, em uma grande quantidade? Seria mais barato ou mais caro?

Emanuele: Mais barato.

Professor: “Chutem” um valor que vocês acham. Diz aí, para todo mundo botar mais um valor...

Emanuele: Dois reais.

Professor: Dois reais? 2,20? Não sei, vão “chutando”...

Emanuele: Não, menos de...

Professor: R\$ 2,20?

Emanuele: Não, R\$ 2,20 é muito barato.

Professor: Menos não. Vocês que dizem: “chutem” um valor. A gente está aqui só fazendo uma hipótese, né?

Os professores solicitaram valores fictícios para as alunas entenderem os diferentes significados dos preços para serem utilizados nas fórmulas que foram apresentadas posteriormente.

Professor: Dois [reais] mesmo?

Beatriz: Deixa dois...

Professor: E o preço quando a gente compra diretamente do produtor? Ele acabou de fabricar. A gente foi lá na porta dele e comprou.

Emanuele: É “P” o quê?

Professor: É PP, preço pago para o produtor. Ele é um preço mais barato do que no atacado?

Professora: Você está indo até ele.

Emanuele: É.

Professora: Ele não tá indo até você.

Professor: Qual é o valor para comprar?

Emanuele: O preço é bem barato, porque quando os grandes produtores que vão comercializar, eles vão querer tirar um lucro maior, né?

Professor: Isso. Então, se eu estou indo até a casa [de farinha] dele, significa que eu quero um preço mais em conta.

Emanuele: Ele vai tá ganhando mais que o produtor.

Professor: Eu quero ter um preço mais em conta, para eu poder ganhar em cima disso [assim pensa o vendedor], né? Então, quanto vocês acham que seria?

Emanuele: Eu creio que seja quase a metade do preço.

Professor: É mesmo? Tipo assim, R\$ 1,50?

Emanuele: É.

Professor: Então vamos botar esse valor. Tudo isso são valores hipotéticos, certo? E vocês vão ter que buscar [ou seja, coletar] esses dados. Então, os cálculos que vocês vão fazer vão ser semelhantes a esse, só que com dados reais.

Professora: Daqui a pouco Ivoneide vai ligar para saber se já tem algum dado.

Professor: Então vamos começar calculando qual é a margem MCV [Margem do Varejista], que é quanto a pessoa que está vendendo na feira está ganhando, quantos por cento ele vai ganhar.

$MCV = \frac{PV-PA}{PV} \times 100$ (Fogaça et al., 2009, p. 3 apud relatório final de Beiju, p. 3).

De modo análogo, foram apresentados e calculados os valores da Margem Total de Comercialização (MTC): $MTC = \frac{PV-PP}{PV} \times 100$ e da Margem do Atacadista (MCA): $MCA = \frac{PA-PP}{PV} \times 100$ (Fogaça et al., 2009, p. 3 apud relatório final de Beiju, pp. 2-3). Com os cálculos realizados, o professor apresentou algumas reflexões.

Professor: Tá faltando algum dinheiro ainda aí.

Professora: Esse aqui, MTC, é de quem pega na mão do produtor para revender. Qual é o lucro [a receita] dele?

Beatriz: 40%.

Professora: 40%. Para o produtor que produz, vende a esse revendedor e vende a outros locais, a margem dele vai ser maior. Se é 100%, se aqui eu já tenho 40%...

Beatriz: 60%.

Professora: 60% é a margem do produtor. Então, Emanuele, tu estás com raciocínio certo. É só você modificar, ao invés de pensar na questão do lucro...

Assim, começou-se a analisar o resultado obtido, mas será que é o adequado, pensando no produtor?

Professor: Existe também uma questão: o revendedor só pega para revender e o produtor tem todo o processo longo, para produzir, para plantar, para colher...

Emanuele: É isso.

Professor: Então leva muito mais tempo, talvez até ele gaste mais para isso, né?

Emanuele: É.

Professor: Ai vocês podem ponderar isso. E o revendedor não: ele já pega pronto e vende. Então ele não tem... O custo dele é baixo.

Emanuele: Só o trabalho que ele vai ter em arrumar a roça, adubar, comprar o açúcar, o coco...

Professora: Vocês podem pontuar isso: que embora o lucro dele seja 60%, seja maior, mas também ele vai ter outros gastos. Quais vão ser esses outros gastos? Ai vocês podem listar.

No relatório final, o grupo coletou dados para PV sendo R\$ 3,50, PA como R\$ 3,00 e PP sendo R\$ 2,30. Realizaram os cálculos para cada margem, esclarecendo-as.

A MTC quantifica a remuneração de todas as operações realizadas ao longo do canal de comercialização do produto (Fogaça et al., 2009, p. 3).

$MTC = \frac{3,50-2,30}{3,50} \times 100 = \frac{1,20}{3,50} \times 100 = 0,34 \times 100 = 34\%$ (relatório final de beiju, p. 2).

Assim, as alunas concluíram que a participação do produtor seria a diferença entre 100% e o MTC, ou seja, 66%.

[A MCA] representa a remuneração das operações de comercialização do produtor de farinha até ao nível de atacado (Fogaça et al., 2009, p. 3, apud relatório final de Beiju, p. 3).

$$MCA = \frac{3,00-2,30}{3,50} \times 100 = \frac{0,70}{3,50} \times 100 = 0,2 \times 100 = 20\% \text{ (relatório final de beiju, p. 3).}$$

[A MCV] representa a remuneração das operações de comercialização envolvidas do atacado até chegar ao consumidor final (Fogaça et al., 2009, p. 3, apud relatório final de beiju, p. 3).

$$MCV = \frac{3,50-3,00}{3,50} \times 100 = \frac{0,50}{3,50} \times 100 = 0,14 \times 100 = 14\% \text{ (relatório final de Beiju, p. 3).}$$

Em seguida, o professor pontua sobre o uso de fórmulas no projeto de modelagem.

Professor: No trabalho de vocês teve um diferencial dos outros grupos: utilizaram umas fórmulas. [...] Teve outra equipe que também usou, mas eram fórmulas conhecidas, uma coisa ligada a área e geometria. Vocês usaram umas fórmulas que foram bem diferentes dos outros [projetos]. O que que vocês acham disso?

Emanuele: Eu achei legal.

As alunas comentam sobre um licenciando em Matemática que usou essa fórmula em um projeto de modelagem orientado pelo mesmo professor.

Professor: Isso gente, foi algo difícil, pois não é fácil trabalhar com isso. Eu acho que o trabalho de vocês teve esse diferencial. Não que isso é melhor nem pior, é diferente, porque tem trabalhos que as coisas... A gente não pode forçar uma barra para aparecer uma fórmula, só porque é matemática e tal. Vejam que a fórmula ajudou a vocês chegarem a uma conclusão, certo? Então, foi nesse sentido...

Beatriz: Foi e acabou até ficando mais fácil para a gente explicar para as pessoas que a gente estava querendo mostrar algo.

Emanuele: É outra coisa, com relação ao gráfico e as fórmulas, porque assim nem todo mundo que chegava entendia as fórmulas direito. Os alunos daqui [do colégio], outros [de outras escolas que visitaram a feira de Matemática] que estiveram no nosso *stand*, eles ficaram olhando assim, com indiferença... Tipo, nunca vi isso.

Professor: É que não é uma fórmula comum.

Emanuele: É.

Professor: Como a de área de quadrado ou alguma coisa assim...

Emanuele: E o gráfico colaborou, né, bastante também por causa disso...

Beatriz: Quando a gente só dava para falar a porcentagem no final foi tanto, aí eles ficaram assim: mas que cálculo é esse? Aí, no final, todo mundo entendia por causa do gráfico.

Na entrevista, o professor argumentou que faltou tempo para entender melhor a fórmula, não só usá-la. Ele exemplificou com a MCV, que relaciona o PV e PA, e ele não compreendeu

com a profundidade que gostaria. O professor afirmou que poderia ter pesquisado e levantado algumas hipóteses e questionou porque subtrair e dividir os preços. Ele também perguntou sobre a escolha do gráfico de colunas e sua importância.

Beatriz: Porque dá para ver, de uma forma melhor, as porcentagens...

Professor: Mas, e dá para ver... ajuda em quê?

Beatriz: A gente compreender melhor, porque se fosse outro gráfico, aí...

Professor: Se fosse só esses dados aqui assim, por exemplo [apontando para os valores presentes no relatório impresso, ao lado das fórmulas], sem o gráfico, vocês acham que seria diferente?

Beatriz: Seria.

Professor: Por quê?

Beatriz: Porque a gente não ia ter, não ia entender direito o quanto... Ah [risos].

Professor: Vá, fale...

Emanuele: É, meio que dá no mesmo, mas só acho que no gráfico vai estar mais explícito.

Professor: Mais explícito para quê?

Emanuele: Para as pessoas que vêm e que às vezes não entendem nem o que tá [apontando para os valores que estão no relatório, ao lado das fórmulas], os resultados, entendeu? E que vai ver qual é o maior...

A partir do cálculo das margens, as alunas escolheram um gráfico estatístico para representá-los, correspondente ao nível 3 de Arteaga (2011), pois a distribuição está em um gráfico estatístico.

Participação do Produtor e Margens de Comercialização do Beiju

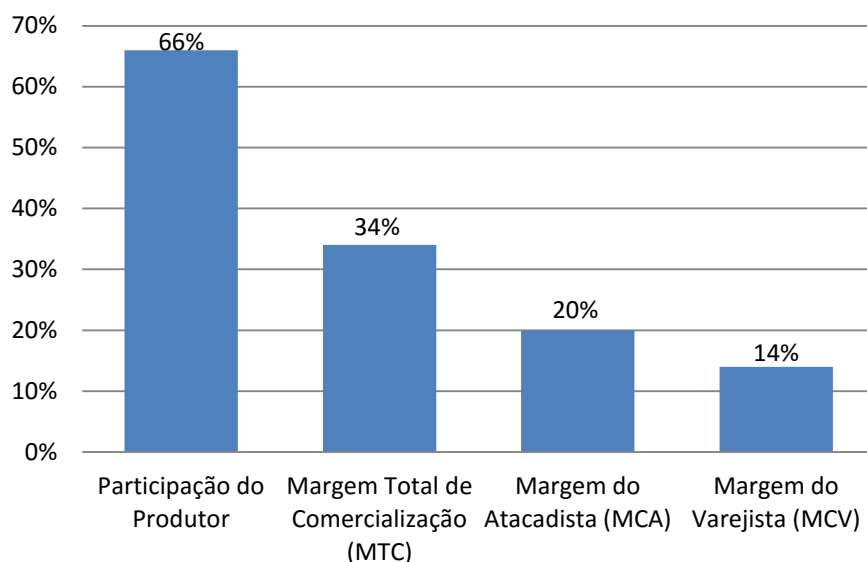


Figura 1 – Participação do Produtor e Margens de Comercialização do Beiju

Fonte: as autoras.

Os alunos concluíram que seria justo considerar uma participação maior do produtor na receita da venda do beiju de coco com açúcar, especialmente o que vende diretamente ao consumidor, uma vez que ele teve maior trabalho para o produzir.

Uma ouvinte na feira de Matemática do colégio destacou a importância de acompanhar o processo de produção do beiju e Emanuele complementou:

Emanuele: Eu lido de perto com isso [produção do beiju], porque eu moro na zona rural e tem uma casa de farinha do lado da minha casa. Ai, toda galera lá da zona rural, muitos, porque não é só uma casa de farinha, tem umas três, só no lugar onde eu moro. Ai, muitas pessoas da comunidade vão processar a mandioca nessa casa de farinha, que é pertencente a minha mãe. Ai eu fui, falei, conversei com os que vendem beiju, porque muitos só produzem mesmo para eles, nunca pensam assim em vender: “ah, vou vender o beiju, [pois] vou lucrar mais do que se eu vender a farinha”. Esse beiju mesmo, é o de goma [aponta para uma imagem que está no banner], não vai ter muito prejuízo assim, na questão da farinha, porque a goma é extraída de um líquido que seria jogado fora.

Beatriz complementou as conclusões na apresentação oral da feira de Matemática do colégio:

Beatriz: Então, se ele produzisse e vendesse na feira, mesmo que em pequena quantidade, mas vendesse na feira, ele ganharia bem mais, né? Foi o que a gente pode observar. Mesmo com toda produção que ele gasta, mesmo com plantio, até o produto final, eles teriam 34% de lucro.

Na entrevista, o professor propôs aos alunos que refletissem sobre os resultados obtidos.

Professor: A gente acabou chegando a um resultado que me parece interessante, porque, ao final de tudo, o produtor é quem tem mais lucro [receita], é aquele que produz, que “mete a mão” na massa e que faz o beiju. Vocês acham o que disso?

Emanuele: É, acho que isso é bom, que foi um dos nossos objetivos de ter escolhido esse tema, da produção de beiju, porque a gente queria o benefício deles, da agricultura familiar, e sabendo disso, que a maior porcentagem da receita ia ser deles. Foi assim um motivo, também, para a gente escolher o tema, porque é um produto lucrativo.

Professor: É ótimo que tenha sido assim, né? Porque a gente poderia ter concluído algo completamente diferente.

Emanuele: Exato.

Professor: Que ótimo que, para o produtor, a cada três reais, ele fica com dois.

Emanuele: Isso.

Outra questão que o professor colocou foi que faltou tempo para saber qual das margens poderia ser aumentada e os motivos de se defender isso.

Emanuele: A margem do varejista.

Professor: Seria a margem do produtor, a do atacadista (aquele que vende em grande quantidade) ou a do varejista (a que vende no supermercado)?

Emanuele: A do atacadista também, que vende muito barato.

Professor: Você acha que deveria aumentar o lucro do supermercado?

Emanuele: Não, do produtor.

Professor: Então, é esse aqui [apontando para a Figura 1, a coluna da participação do produtor].

Beatriz: Do produtor, com certeza.

Professor: Então, outra forma de continuidade seria: o que a gente poderia fazer para que essa margem aqui aumentasse [apontando para a primeira coluna do gráfico]? Provavelmente, a gente teria que fazer o quê? Envolver também aspectos que fossem relacionados a... Por que aqui é só a receita, aqui não envolve despesa, né? A gente não trabalhou com o que ele gastou para fazer o beiju. A gente não trabalhou com isso. Então, a gente poderia envolver isso e poderia ver uma forma dele aumentar isso aqui e dele diminuir os gastos que ele pudesse ter. E aí, isso aqui sendo maior, com os gastos menores, ele teria um maior lucro, né? Que o lucro é uma questão difícil porque envolve receita que ele ganha e despesa que ele gasta e aí é que está a dificuldade, de entender isso, né?

4.2 O projeto Polpa de Frutas

4.2.1 Apresentação geral do projeto de modelagem

No projeto de modelagem intitulado “Reaproveitamento de resíduos para produção de polpa de frutas que pode ser feito por pequenos produtores”, que se denomina de Polpa de Frutas, participaram quatro alunas do 2.º/3.º anos do curso técnico de Agroindústria.

Este grupo teve por objetivo geral “investigar o reaproveitamento que pode ser feito pelos pequenos agricultores rurais para a produção de polpa de frutas” (versão final do relatório de Polpa de Frutas, p. 1). Para tal, o grupo realizou uma pesquisa buscando compreender como os pequenos agricultores rurais poderiam utilizar os resíduos das frutas, ou seja, casca, sementes, dentre outras partes da fruta, que geralmente são descartadas, para a produção de polpa de frutas. Com isso, justificaram o interesse pelo projeto de modelagem a partir do aproveitamento dos resíduos, os quais são, de modo geral, desprezados e pela possibilidade de ampliação de renda do pequeno produtor que faz polpas de frutas de modo artesanal, ou seja, sem adição de conservantes e em pequena escala.

Para desenvolver o seu relatório, o grupo buscou compreender como ocorre a produção de polpa de frutas do modo tradicional. Também entrevistaram o presidente de uma cooperativa que produzia polpa de frutas para ser vendida em Amargosa.

Na revisão de literatura, as alunas definiram polpa de frutas: “é um produto natural, obtido por esmagamento das partes comestíveis das frutas carnosas maduras e frescas” (Mororó, s/d, apud. versão final do relatório de Polpa de Frutas, p. 2).

As alunas coletaram dados sobre a quantidade percentual de resíduos presentes em algumas frutas a partir de um documento do *site* da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA), órgão do Ministério de Agricultura, Pecuária e Abastecimento do Governo Federal do Brasil²¹. Também recorreram a dados de uma apostila disponibilizada por uma professora de um componente curricular da área técnica, que informa a quantidade de nutrientes do abacaxi nos resíduos e na parte comestível.

A partir dos dados, as alunas construíram gráficos de colunas, tiraram conclusões e realizaram interpretações. Depois de terem provado o suco da polpa de frutas de abacaxi feita com resíduos, concluíram que houve pouca mudança no sabor e na cor do suco devido à casca

²¹ *Site* da EMBRAPA: <https://www.embrapa.br/>.

do abacaxi ter cor escura. Sugeriram, ainda, acrescentar um pouco da parte comestível da fruta, para melhorar o sabor.

Por fim, concluíram que é viável inserir a polpa de frutas não só pela quantidade maior de resíduos, mas também por considerarem boa a qualidade do produto.

4.2.2 Leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos

No desenvolvimento do projeto de modelagem, as alunas Adriana, Daniela, Jamile e Simone precisavam analisar como representariam alguns dados presentes nas tabelas. Os dados apresentados são oriundos de reuniões ocorridas em sala de aula, da versão final do relatório, da entrevista e da apresentação oral realizada na feira de Matemática do colégio.

Na reunião ocorrida em 25 de março de 2015, o professor discutiu com as alunas sobre a construção de gráficos estatísticos a partir dos dados de tabelas que estavam em um dos relatórios parciais. Assim, questionou como elas compreenderiam os valores que estão na Tabela 3 para representarem os resíduos no gráfico estatístico que seria construído, especialmente para os valores do mamão e da manga, que não estavam explicitados como um valor. Em consequência, elas afirmaram na apresentação oral que os dados foram retirados a partir de uma referência e afirmaram que “é um *site* de uma empresa que fez testes com esses resíduos”.

Quanto ao mamão, facilmente as alunas identificaram que os resíduos apresentados na tabela eram de natureza diferente e que, por isso, teriam que somar os valores apresentados para encontrar um valor percentual do resíduo. Com os resíduos da manga, não foi tão imediato.

Tabela 3 – Quantidade de Resíduos em Frutas.

Frutas	Resíduos (% em massa)	Referência
Abacaxi	Coroa, casca e miolo (38)	Durigan et al. (2002)
Banana	Casca (30)	Vilas Boas (2002)
Goiaba	Casca e sementes (47)	Durigan et al. (2002)
Mamão	Casca e sementes (34) Aparas de corte (12)	Vilas Boas (2002)
Manga	Casca e caroço (53-77)	Alves et al. (2002)

Fonte: Embrapa – Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (versão final do relatório de Polpa de frutas, p. 2).

Professor: os de cima estão separados [referindo-se aos resíduos do mamão]. E esse [relativo aos resíduos da manga] tem um tracinho. O que significa esse tracinho?

Simone: É um menos.

Professor: Se esse daí for um menos, esse aí vai ficar negativo.

Simone: Deve ser 53[%] da casca e 77[%] do caroço.

Professor: Como é que vocês entendem isso [direciona para as outras alunas do grupo]?

Simone: Porque... Deve ser porque eles utilizam o caroço da manga.

Neste excerto, a partir do cálculo do resíduo da linha anterior, o professor tenta, inicialmente, fazer com que as alunas mobilizassem um conhecimento prévio sobre o intervalo de números reais. Em seguida, analisaram que não havia sentido somar ou subtrair os valores extremos. Simone afirmou que seria divisão, mas o valor ficaria muito pequeno. Com isso, elas só produzem significados relacionados às operações básicas da Matemática e buscaram relacionar os números com os resíduos destacados, que são diferentes do mamão, ou seja, foram tentativas frustradas de resolver o problema. Assim, o docente buscou apresentar condições para que elas compreendessem que há valores que podem variar.

Professor: Vamos analisar. A manga tem diferentes tamanhos, né? Que depende do tipo de manga, dentro da própria [variedade de] manga tem vários tamanhos. E os caroços também têm tamanhos diferentes. Então não vai ter uma coisa mais ou menos uniforme. Tem manga que é mais “carnuda”, tem manga que é menos “carnuda”, tem manga que a casca é mais fininha, [em] outras, [a casca] é mais grossa. Então, a partir disso, o que vocês acham que é isso aqui?

Simone: Que deve variar o da manga.

Professor: Isso. Isso aí é um intervalo. Pode variar entre 53 e 77 por cento. Ou seja, da manga, mais da metade a gente joga fora. Se 53 é o mínimo, então 47 é o máximo que a gente consegue aproveitar da fruta. Entenderam? Que valor vocês acham que se deve colocar aí [referindo-se à tabela para construção do gráfico no Excel]? Porque aqui, ele [Excel] só entende um valor.

Simone: Um valor que varie entre 53 e 77.

Professor: Um valor que varie entre esses aí. Mas qual deles vocês acham que seria mais razoável para marcar?

Dessa forma, o professor buscou criar condições para que o significado do intervalo real pudesse ser realizado e, assim, as alunas compreendessem que o valor representado não seria único. Por isso, precisavam definir um valor. Jamile afirmou que seria o valor máximo e o professor perguntou a ela se isso aconteceria com a maioria das mangas. Novamente, o significado do que era dito não estava sendo analisado no contexto.

Simone: Mais de 50%.

Professor: Mais de 50[%]. Tem caroço que é bem grande. Então todo mundo concorda que o mínimo não é. E o máximo? Pensem assim: se a gente pegasse 100 mangas e fosse calcular quantos por cento joga fora, de cada manga, como é que a gente pegaria isso e botaria um valor só? Uma tem 60[%], outra tem 70[%], outra tem 55[%], outra tem o máximo, 77[%], outra tem 71[%]. Como é que a gente faria um valor que pudesse representar todos esses? Tiraria o quê?

Simone: Colocaria um valor que ficasse próximo de todos.

Professor: Mas que valor seria esse?

Simone: 60[%].

Professor: 60%, mas como é que você chegou nesse 60[%]?

Simone: Porque não é a metade e também não é muito acima da metade.

Professor: Quando você está falando a metade, está falando que valor?

Simone: 50%.

Em seguida, Jamile apresentou outra tentativa, pois procurava um número cujo quadrado é 130. O professor apresentou exemplos, para buscar esclarecer as alunas, de um número que pudesse representar a idade dos alunos da turma e, posteriormente, a altura. Novamente, as alunas apresentaram algumas tentativas, já que uma delas afirmou que seria a idade da pessoa mais velha da turma, a qual possuía 20 anos. O professor buscou interpretar, com as alunas, se essa idade representaria a turma. Em seguida, Simone disse que considerava a maioria, ou seja, representaria com a moda a idade da turma. O professor afirmou que poderia ser, mas questionou se 17 anos, que correspondia a uma diferença de três anos para o aluno mais velho e quatro anos para o aluno mais novo da turma, seria um valor adequado.

De modo análogo, afirmaram valores para a altura sem justificar. Deste modo, as alunas analisaram os valores do aluno mais alto e do aluno mais baixo, mas não conseguiram avançar. Por isso, o professor perguntou que se tivessem os valores das alturas de todos os alunos da turma, o que fariam para encontrar um valor que representasse a altura dos alunos da turma. Novamente, tentativas foram realizadas pelas alunas, inclusive uma aluna afirmou que seria o mínimo múltiplo comum das idades e, em seguida, dividiriam o valor por três.

O professor apresentou outro exemplo, relacionado às notas das avaliações realizadas em um bimestre²² do ano letivo escolar. Nesta situação, supondo que as notas de um aluno foram dez e cinco, o professor perguntou qual seria a nota do aluno no bimestre. Em resposta, afirmaram que teriam que dividir o quinze por dois.

Professor: E essa nota tem um nome, né? Seria o que de vocês nessa unidade?

Simone: A média.

Professor: A média.

Jamile: É uma média [risos]. Então, a gente vai somar e dividir.

Professor: Então a gente vai somar os valores e dividir pela quantidade... Eu tenho uma média. Então, por exemplo, eu posso calcular a média da altura da turma somando [a altura de] todo mundo e dividindo pela quantidade de alunos. Isso para a idade, a altura... Isso tira uma média. [...] Será que vai tirar alguma média? A

²² No Brasil, o sistema de notas dos bimestres pode variar de zero a dez e, geralmente, com uma casa decimal. Na Bahia, a nota mínima para aprovação na rede pública de ensino da Educação Básica é cinco de em cada bimestre, totalizando vinte pontos por ano, no mínimo, para aprovação final em cada componente curricular.

gente soma a altura de todo mundo para calcular a média da turma. A média da altura da turma tem que somar a altura de todo mundo e dividir pela quantidade. Não só de dois. Mas isso foi só um exemplo para vocês entenderem. Então, voltando aqui para a manga, como é que você faria esse cálculo? Tem um valor mínimo e um valor máximo, como é que eu tiraria uma média desses valores?

Simone: Será que somando os dois e dividindo?

Professor: Somando os dois e dividindo pode ser um cálculo. Vamos ver que valor chegaria? É 53 mais 77.

Jamile: 130, [Divide-se por 2 e o resultado] deu 65.

Professor: Vocês acham que 65 é uma “boa média”?

Jamile e Simone: É.

Assim, a negociação de significados foi concluída com as alunas definindo, com as intervenções do professor, que a melhor forma de representar o valor seria usando a média aritmética dos extremos do intervalo. Na sequência, as alunas inseriram os dados da Tabela 3 no Excel e escolheram o gráfico de colunas. O professor solicitou que inserissem o título, a fonte e a legenda no arquivo do Excel que estava no notebook de uma das alunas, na sala de aula. Nesse momento, não houve discussão sobre o motivo da escolha desse gráfico.

Com isso, as alunas construíram a Figura 2, cujo gráfico, conforme classificação de Arteaga (2011), pode ser identificado com o nível 3 de complexidade semiótica, uma vez que o gráfico representa a distribuição da quantidade de resíduos das frutas.

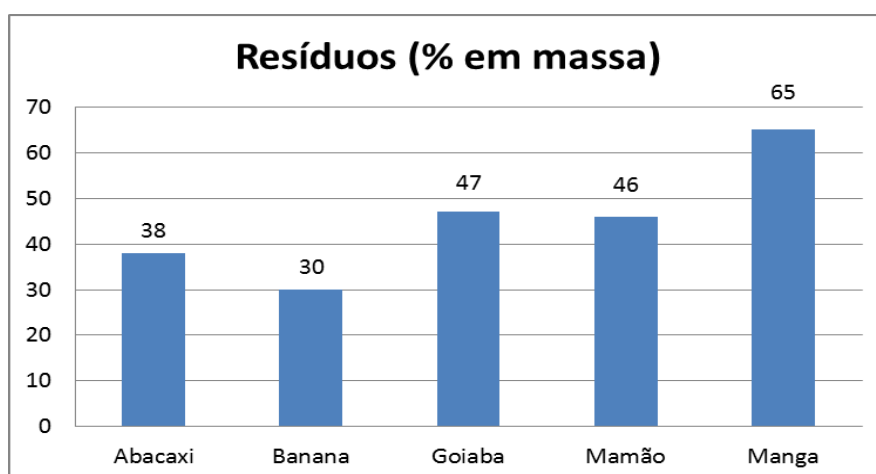


Figura 2 – Quantidade de Resíduos das Frutas

Fonte: as autoras.

Na entrevista realizada, o professor solicitou esclarecimentos sobre a escolha do tipo de gráfico.

Jamile: Gráfico de colunas, porque fica melhor a identificação, além de proporcionar melhor visão para quem a gente está explicando.

Simone: Até porque é um gráfico que as pessoas têm mais acesso, é o que a gente mais presencia no dia a dia.

E finalizaram afirmando que não teria o mesmo impacto se só a tabela fosse apresentada.

Na reunião seguinte, realizada em 31 de março de 2015, o desenvolvimento do projeto de modelagem focou-se na construção de dois gráficos estatísticos a partir das Tabelas 4 e 5, os quais são apresentados e discutidos na parte do relatório final, na apresentação oral e na entrevista. A este respeito, as alunas revelaram consciência de que o objetivo seria comparar os dados apresentados nas duas tabelas.

Tabela 4 – Testes feitos com os resíduos do abacaxi

Bagaço do abacaxi	Fósforo (mg)	Potássio (mg)	Cálcio (mg)	Magnésio (mg)	Zinco (mg)	Ferro (mg)	Manganês (mg)
Médias de 3 amostras	37	973	43	50	0,7	7,1	5,8

Fonte: Não informada.

Tabela 5 – Testes feitos somente com a parte comestível do abacaxi

Parte comestível do abacaxi	Fósforo (mg)	Potássio (mg)	Cálcio (mg)	Magnésio (mg)	Zinco (mg)	Ferro (mg)	Manganês (mg)
Abacaxi	13	131	22	18	0,1	0,3	1,6

Fonte: Não informada.

Professor: Então, em que tipo de gráfico vocês acham que a gente poderia colocar essas quantidades e que facilitasse compará-los?

Simone: Aquele de pizza.

Professor: De pizza? Será?

Jamile: Barras.

De modo análogo ao que aconteceu com o gráfico anterior, as alunas fizeram tentativas, mas sem justificarem as opiniões ou articularem as suas escolhas com o contexto estudado. No desenvolvimento dos projetos de modelagem, o professor fez um resumo com os principais gráficos estatísticos (setores, barras, colunas e linhas). Esse documento seria impresso e usado, caso os alunos quisessem consultá-lo no momento das reuniões, uma vez que os conteúdos de Estatística só seriam abordados no 4.º ano do ensino médio.

Professor: Seria barras? Aqui nós temos os principais tipos de gráficos estatísticos. Aqui é o de pizza, aqui é o de linhas, aqui é o de colunas. Esse daqui pode ter colunas duplas, triplas [...]. Quais desses gráficos vocês acham que poderiam comparar dois dados?

Simone: Na minha opinião, seria pizza.

Professor: E como é que você acha que daria para comparar, por exemplo, a quantidade de fósforo?

As outras alunas não se posicionaram, mesmo com o professor indagando. Ele afirmou que o gráfico de setores é usado para comparar partes de um todo e concluíram que não era isso que desejavam, que era comparar os valores para cada nutriente e que, para isso, teriam que fazer dois gráficos de setores. Em seguida, Simone afirmou: “então, esse não dá”. Pareceu convencida, de modo rápido, que construir dois gráficos não é o caminho adequado.

Professor: Porque aqui é só o total em relação a um item. Por exemplo, aqui teria, resíduos, só resíduos...

Simone: Aqui, esse daqui... Esse representaria o resíduo e esse daqui a parte da polpa [apontando para gráficos de colunas].

Simone associou o gráfico de colunas duplas, presente no arquivo impresso, com os dados das tabelas, sendo uma coluna para o resíduo e uma coluna para a parte comestível da fruta. Jamile manipulou o Excel para construir o gráfico estatístico. Ela construiu uma tabela com duas colunas, sendo uma para os nomes dos nutrientes e a outra para as quantidades. Como a aula estava próxima do final, ficou acordado que na próxima reunião retomariam a discussão do tipo de gráfico mais adequado para representar a situação.

No dia 31 de março de 2015, as alunas afirmaram que fariam dois gráficos de colunas. Ao serem perguntadas sobre o motivo, afirmaram que era devido ao fato de que seria mais fácil para comparar os valores. Com isso, as alunas colocaram um valor até 1000 no eixo vertical para as quantidades e os nutrientes no eixo horizontal, sendo um gráfico de colunas para cada tabela. Assim, elas construiriam gráficos do nível 3 de Arteaga (2011), pois cada distribuição estaria representada em um gráfico estatístico.

Antes de construírem os gráficos, o professor perguntou se poderiam representar os dados das duas tabelas em um gráfico. Afirmaram que sim e, depois de negociar os significados com o professor sobre o que isso significava, construíram no Excel o gráfico de colunas, que corresponde ao nível 4 de Arteaga (2011), uma vez que as duas distribuições são representadas em um só gráfico estatístico, o que também acontece com os demais gráficos construídos pelo grupo.

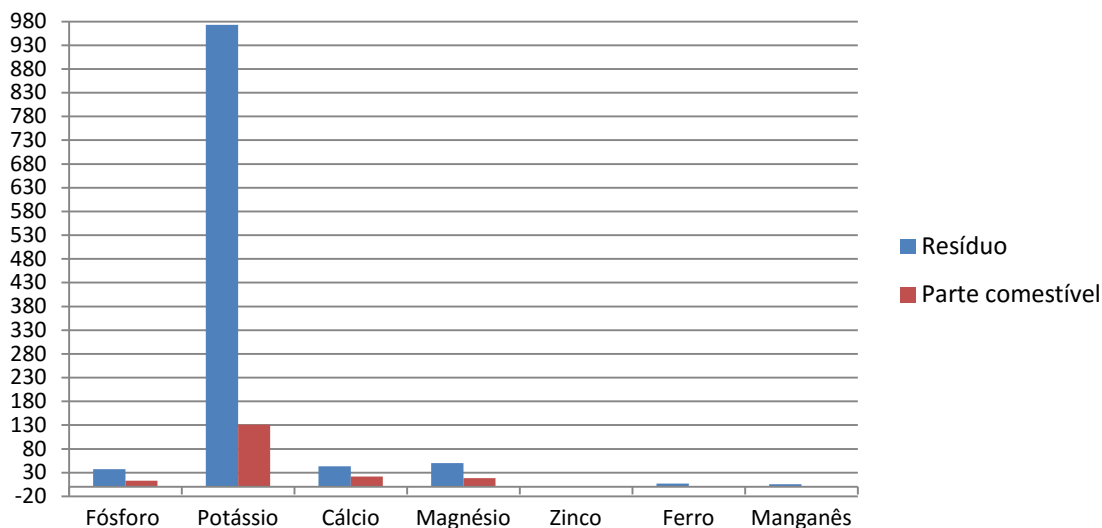


Figura 3 – Gráfico de colunas duplas construído pelo grupo

Fonte: as autoras.

As alunas não inseriram título neste gráfico. Em seguida, o professor perguntou às alunas se era possível concluir qual seria a maior coluna para os três últimos nutrientes, apenas observando o gráfico, ao que elas responderam que não. Assim, ele questionou o que poderia ser feito. Falaram que poderiam mudar a escala, a qual estava variando de 50 em 50. Mudaram para de 100 em 100, de 20 em 20, de 10 em 10, como na Figura 4, usando o *software* Excel.

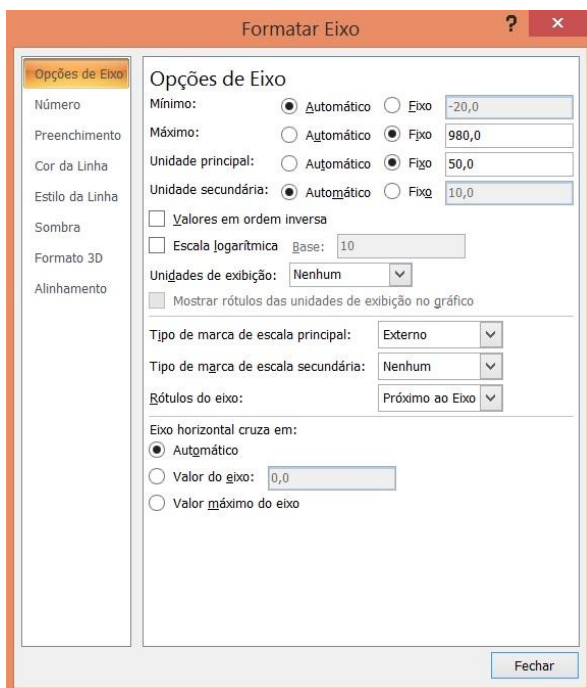


Figura 4 – Janela do Excel para formatar os eixos do gráfico

Fonte: as alunas.

O campo “unidade principal” foi alterado, com a intenção de modificar o intervalo entre os valores que estavam representados no eixo vertical, mas continuavam sem solução. Sugeriram que seria possível ampliar a coluna se diminuíssemos os valores no eixo para até 200. Alterando o valor do campo “Máximo” do Excel (conforme Figura 4), o gráfico realmente apresentou uma melhor visualização dos dois últimos nutrientes, mas com a coluna azul do potássio sem representar o valor presente na Tabela 3 (no gráfico, aparece como valor 200, mas na tabela, o valor é 973).

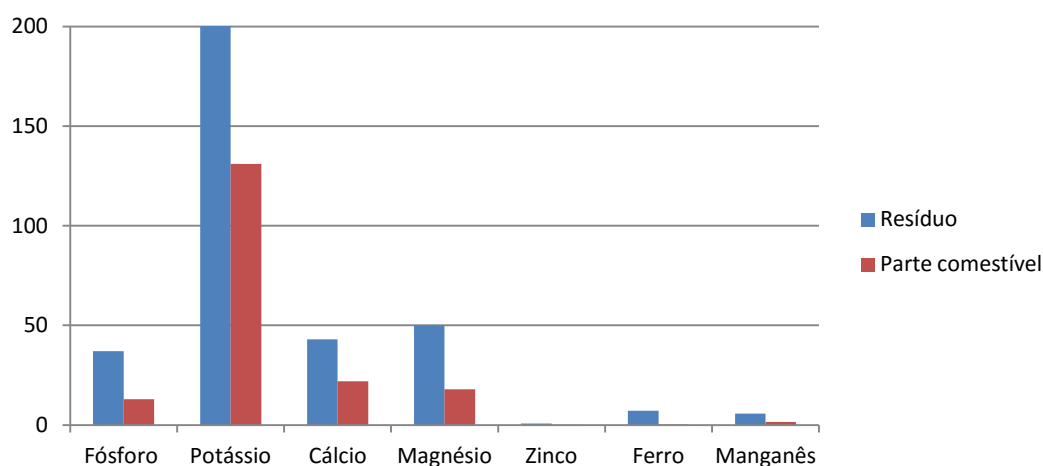


Figura 5 – Tentativa das alunas para resolver a visualização dos últimos nutrientes

Fonte: as autoras.

O grupo também não inseriu título neste gráfico. Uma das alunas sugeriu diminuir o valor no “Máximo” e outra aluna lembrou que poderia até melhorar a visualização do valor do zinco, mas que o potássio continuaria com a coluna sendo apresentada com valor menor e, assim, consideraram isso inadequado. Assim, a reunião terminou com as alunas cada vez mais próximas da solução procurada.

Na reunião ocorrida em 7 de abril de 2015, a professora retomou a discussão anterior e pontuou que a necessidade estava em ampliar a escala, mas que isso apresentaria problemas para a coluna que representa a quantidade de potássio, ou seja, que se o potássio não estivesse no gráfico, o problema seria resolvido. Assim, propôs que o gráfico fosse “dividido” em dois. Perguntou às alunas que valores estariam neste novo gráfico dos valores pequenos, ao que elas definiram que seria até 10.

Professor: Então não tem como... Perceberam? Ai tem que dar um jeito para isso aqui mudar. Então, qual foi a sugestão que eu e a professora achamos melhor? Dividir essas tabelas em duas. Então, a gente vai considerar para esse primeiro gráfico até só esses valores aqui do magnésio.

Professora: Os valores maiores...

Professora: E deixa as tabelas juntas, uma do lado da outra.

Professor: Uma do lado da outra e um gráfico do lado do outro [no banner usado na apresentação oral].

Professora: Pra dizer que é uma continuidade.

No relatório final, as alunas concluíram que a quantidade de todos os nutrientes é maior na parte comestível do abacaxi.

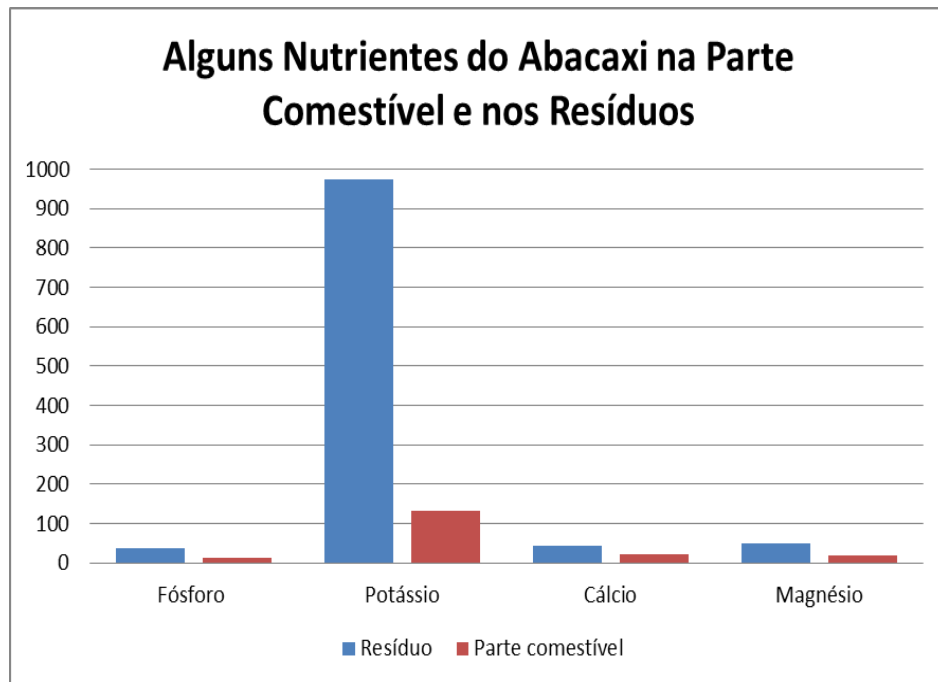


Figura 6 – Nutrientes do abacaxi na parte comestível e nos resíduos com maiores valores

Fonte: Laboratório de Análise de Solos do Incaper, 2007.

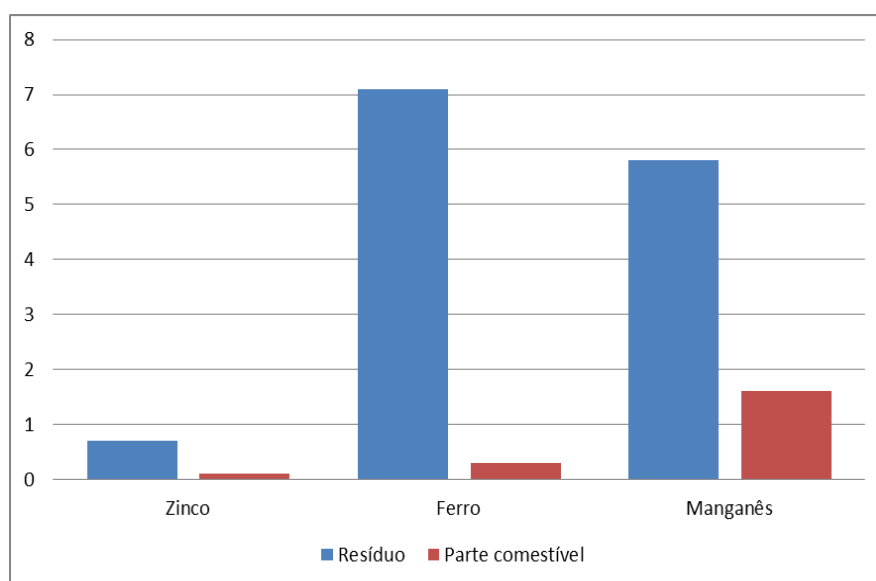


Figura 7 – Nutrientes do abacaxi na parte comestível e nos resíduos com menores valores

Fonte: Laboratório de Análise de Solos do Incaper, 2007.

Na apresentação oral realizada na feira de Matemática do colégio, as alunas justificaram a construção dos dois gráficos.

Jamile: Aqui, eram duas tabelas. A gente transformou em gráficos para facilitar a visualização. Aqui a quantidade de ferro que estava entre, acho que foi zero vírgula... Agora, não dá para lembrar... Aqui é a quantidade de teor de nutrientes, com a introdução dos resíduos na polpa, que vai de acordo com [uma das alunas que entrega a Jamile o relatório impresso]...

Adriana: Ai são todos os nutrientes que são perdidos naquela parte que o povo não utiliza, como caroço, casca...

Jamile: Como aqui, no abacaxi, foi introduzido a casca e o miolo, que muitas pessoas só utilizam aquela parte carnosa.

Simone: E aqui [apontando para o gráfico da Figura 6], o teor de nutrientes que são encontrados nos resíduos são apresentados de cor azul e a parte comestível, o que são provenientes do que a gente faz descartando as cascas, miolos, sementes, essas coisas.

Jamile: Então podemos perceber que a maior quantidade dos nutrientes está presente nos resíduos das frutas [apontando para a coluna azul no gráfico da Figura 7, referente ao ferro].

Simone: Aqui a gente colocou os nutrientes em evidência [apontando para os nutrientes presentes nos eixos horizontais dos gráficos das Figuras 6 e 7].

Aqui, a ausência dos rótulos (acima das colunas) dificultou a apresentação dos valores por Jamile. Uma visitante da feira de Matemática do colégio questionou os motivos dessa informação estar sendo apresentada em dois gráficos.

Jamile: Porque aqui, a quantidade dessa tabela aqui era menor [apontando para o gráfico da Figura 2] do que a tabela de cá [apontando para o gráfico da Figura 3]. Eram números muito pequenos. Ai a gente dividiu, porque essa aqui [apontando para o eixo vertical do gráfico da Figura 3], como vocês estão percebendo, está de 0, 2, 4... E aqui [apontando para o eixo vertical do gráfico da Figura 6], já são valores maiores. Aqui vocês podem observar [mostrando as Tabelas 4 e 5].

Na entrevista, o professor também questionou as alunas sobre os motivos de apresentar os dados em um ou dois gráficos.

Jamile: Junto porque assim ficava melhor a identificação, assim como a quantidade de resíduos. A quantidade de nutrientes do resíduo é bem maior do que a proporção que a parte comestível do alimento tem, das frutas, né? Então, fica bem melhor identificar.

Professor: Fica mais fácil para comparar. E a separação do gráfico em dois?

Jamile: A separação do gráfico em dois é porque os números, como eram bem pequenos, a gente resolveu dividir em dois gráficos para ficar melhor para explicar.

Simone: E a visualização também.

O professor destacou a dificuldade que as alunas tiveram na apresentação quanto às quantidades dos nutrientes que não estavam apresentadas de modo claro nos gráficos das

Figuras 6 e 7 e perguntou o que poderia ser feito para melhorar isso. No início, não souberam responder e, por isso, o professor fez uma sugestão.

Professor: Deem uma olhada no gráfico anterior [referindo-se ao gráfico da Figura 2 na versão final do relatório impresso que foi entregue às alunas], qual é a diferença que tem esse para os outros [gráficos das Figuras 6 e 7]?

Simone: A quantidade além de ser maior, as quantidades estão em cima [ela aponta para os valores que estão acima dos retângulos, no gráfico de colunas].

Professor: Então isso seria uma sugestão de melhoria. Poderíamos ter colocado os dados aí em cima [dos retângulos]. Isso facilitaria até na hora da comparação.

4.3 O projeto Banana e Aipim

4.3.1 Apresentação geral do projeto de modelagem

O projeto de modelagem com título “Análise sensorial de beneficiamento da banana e do aipim”, que se denomina Banana e Aipim, foi desenvolvido por cinco estudantes, sendo quatro do sexo feminino do 3.º/4.º anos do curso técnico de Agroindústria. Segundo os alunos, a escolha do tema ocorreu pela grande quantidade de plantações de banana e mandioca mansa, como o aipim é também conhecido, na região de Amargosa. Referiram, também, a importância do beneficiamento para a agricultura familiar, a qual também foi definida usando a Wikipédia.

O objetivo geral do projeto de modelagem foi “realizar a análise sensorial de beneficiamento da banana e do aipim” (versão final do relatório de Banana e Aipim, p. 1). Para tal, os alunos realizaram a produção de doces de banana e aipim, produtos não conhecidos pelas pessoas, de modo geral, e realizaram uma análise sensorial a partir da degustação realizada por provadores não treinados.

A análise sensorial é um método de investigação da área do curso dos alunos, que estudaram em um componente curricular da área técnica. A partir da consulta à literatura, eles apresentaram dois esquemas para representar como foi feita a produção dos doces, incluindo as etapas relacionadas a higienização, lavagem dos itens e enrolar o doce, como é feito com o brigadeiro com achocolatado ou chocolate em pó. Após isso, apresentaram os cuidados técnicos utilizados para produção.

Foi realizada uma entrevista com um pequeno agricultor rural para adquirirem conhecimentos sobre agricultura familiar e o trabalho em cooperativa. Os itens analisados foram a textura, o gosto e o cheiro, os quais foram definidos a partir da literatura.

Apresentaram os produtos beneficiados, ou seja, foi realizado algum tipo de aproveitamento do produto. Destacaram a produção de banana na Bahia, sendo quase 50% do

nordeste do Brasil e com valores superiores aos demais estados dessa região do país, em um intervalo de 10 anos. Esses dados foram apresentados em gráficos de setores e de linhas.

Devido à grande produção de banana na Bahia, entenderam que a produção do doce agrega valor ao produto beneficiado. Quanto ao aipim, escreveram que a raiz é a parte mais consumida.

Afirmaram, ainda, que os dados inicialmente apresentaram problemas, uma vez que o brigadeiro de aipim foi feito com muito bicarbonato de sódio, o que resultou em um sabor considerado inadequado. Além disso, relataram que os dados foram apresentados de modo incorreto e que, como foram perdidos, tiveram que fazer uma nova análise sensorial, ou seja, uma nova coleta de dados.

No relatório final, os estudantes apresentaram dois gráficos de colunas múltiplas, um para cada doce, considerando os itens cheiro, gosto, textura e geral (aceitação global), com a escala hedônica: gostou, não gostou e ficaram em dúvida.

No projeto, os alunos concluíram que os gráficos apresentaram resultados para uma boa aceitação dos brigadeiros e que os produtos são novidades e poderiam representar uma alternativa de receita para os pequenos produtores.

4.3.2 Gráficos estatísticos lidos, interpretados e construídos

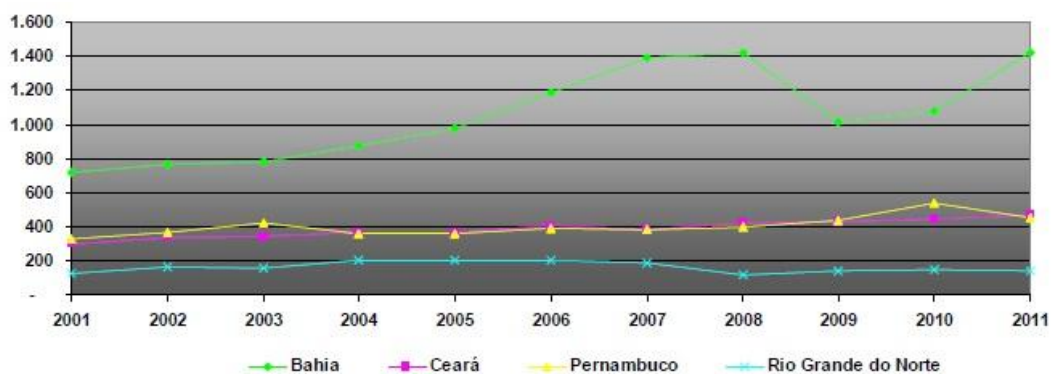
Neste projeto, os alunos Aline, Danielle, Fernanda, Iana e Marlon realizaram uma análise sensorial dos doces de banana e aipim. Trechos de reuniões em sala de aula, apresentação oral, entrevista e de versões do relatório serão apresentados.

Análise sensorial é um método de investigação apresentado em um componente curricular pela professora Priscila, que tem formação na área de Agronomia. Assim, a escolha por esse método no projeto de modelagem foi moldada pelo contexto. Os alunos desenvolveram com a professora Priscila outras análises sensoriais com o doce Nego Bom (feito com banana e açúcar), vinho de jabuticaba, queijo branco e iogurte, sendo que apenas com o vinho de jabuticaba construíram gráficos, apresentando os dados em tabelas nos demais projetos.

O vinho de jabuticaba era produzido por um senhor e poucas pessoas o haviam provado. Com isso, os alunos resolveram colaborar com o pequeno produtor realizando uma análise sensorial. Em seguida, expuseram os resultados em gráficos estatísticos para apresentação em uma feira de conhecimentos que ocorreu no colégio, em dezembro de 2014.

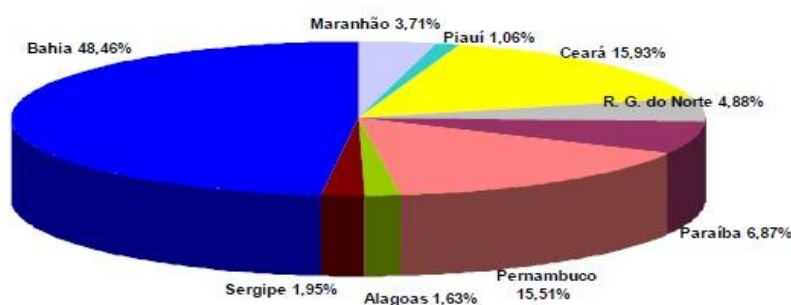
No projeto de modelagem aqui apresentado, dois gráficos estatísticos foram coletados na Internet pelos alunos e apresentados no início da revisão de literatura do relatório. Um deles é

um gráfico de linhas que apresenta a produção de banana entre 2001 e 2011 de quatro estados da região nordeste do Brasil (Figura 8). O outro é um gráfico de setores que apresenta a produção de banana em todos os estados do nordeste do Brasil, com uma estimativa efetuada em março de 2011 (Figura 9).



Fonte: IBGE 2011; * Estimativa feita em março de 2011.

Figura 8 – Principais unidades federativas produtoras de banana na região nordeste



Fonte: IBGE 2011. *Estimativa feita em março de 2011.

Figura 9 – Participação percentual na produção de bananas no nordeste

No relatório final, os alunos afirmaram que a produção de banana da Bahia é a maior do nordeste do Brasil. Posteriormente, eles apresentaram os gráficos na feira de Matemática do colégio, tendo Marlon se referido aos gráficos das Figuras 8 e 9.

Marlon: Aqui [no gráfico da Figura 8] podemos observar que no período entre 2001 e 2007, o crescimento da plantação de banana foi bom, mas quando chegou no ano de 2009, essa produção baixou, por causa da seca que gerou. E depois desse período, até 2011, a produção voltou a ser ampliada. E aqui a gente tem outro gráfico [Figura 9], que mostra os estados do Nordeste, em que a Bahia aparece com 48,46%. Em ambos os gráficos, a Bahia tem a maior plantação de banana do nordeste [do Brasil].

Assim, os alunos apresentaram gráficos com dois níveis de compreensão: *ler além dos dados* e *ler entre os dados*, respectivamente para os gráficos das Figuras 8 e 9 (Curcio, 1987).

Em seguida, Marlon esclareceu que os estados, presentes no gráfico da Figura 8, são os que possuíam as maiores plantações de banana do nordeste do Brasil. Uma ouvinte da feira destacou o aproveitamento da banana, ou seja, a importância de agregar valor, como afirmou Danielle.

Na entrevista, Fernanda complementou a relevância do doce de brigadeiro de banana, pois se não fosse uma fruta com grande quantidade na região, não poderia trazer benefícios com o doce e não permitiria a ampliação da renda do pequeno produtor rural.

Fernanda: Uma das pessoas que fez a degustação, ela tem roça, ela tem plantação de banana. Ela disse que vai tentar levar a proposta para a sua mulher, porque ela mora aqui [na zona urbana de Amargosa] e eles sempre vão lá [na zona rural de Amargosa] e ele disse que banana perde muito lá. E vendem, acaba que a banana não é tão cara, e acaba perdendo porque não dão conta e o brigadeiro é uma novidade.

Marlon: Um cacho de banana hoje, pelo menos na cidade onde moro [São Miguel das Matas, município localizado a 32 quilômetros de distância de Amargosa] custa três reais. Aí, às vezes, eles [os pequenos produtores] perdem tanta banana, que nem sempre é usada e fica por assim mesmo, é jogada lá. Aí, por isso que a gente pensou nesse projeto, para os ajudar a garantir uma pequena renda.

Fernanda: Acho até maior, porque a gente pode vender o brigadeiro por um e cinquenta, dois reais, maior, do tamanho maior [do brigadeiro, comparado com o que eles usaram na degustação] e eles vão ganhar mais. Um cacho de banana, quanto deve dar... A gente usou 12 bananas e deu um monte, rendeu bastante. Então, quanto eles vão ganhar?

Marlon: Além de ser uma coisa nutritiva...

Considerando que a versão final do relatório corresponde à versão 5, após realizarem a coleta de dados para a análise sensorial dos doces de banana e aipim, os alunos elaboraram gráficos estatísticos a partir da terceira versão do relatório.

Assim, na versão 3 do relatório, que foi entregue pelos alunos no final do ano letivo de 2014, foram apresentadas as distribuições de frequência em um mesmo gráfico (Arteaga, 2011), com o gráfico da Figura 10 tendo os dados do brigadeiro de banana, apresentando os dados do brigadeiro de aipim semelhante a este, com exceção apenas do fato de que os resultados não foram considerados bons como no caso do brigadeiro de banana.

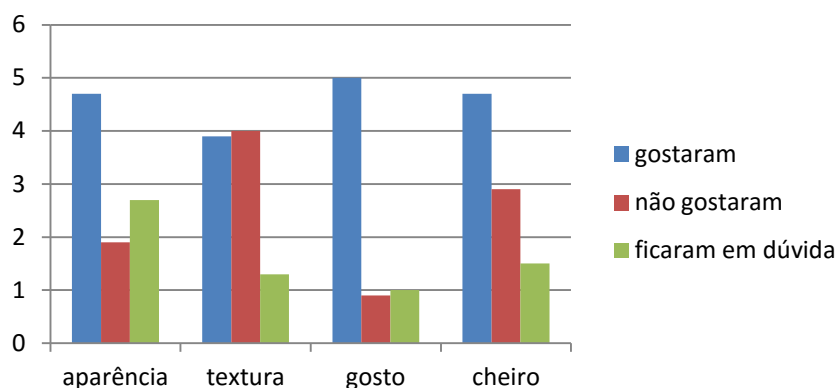


Figura 10 – Análise sensorial do brigadeiro de banana

Fonte: os autores.

O resultado esperado para o brigadeiro de aipim não foi alcançado, pois colocamos muito bicarbonato de sódio, o que deixou o brigadeiro muito salgado, além de ficar muito escuro, e por isso a maioria das pessoas não quis experimentar para não dar uma diarreia (relatório 3 de Banana e Aipim, p. 4).

Não houve comentários sobre o gráfico da Figura 10. Além disso, os professores perceberam que havia algum problema com os dados apresentados, já que deveriam ser números naturais. Com isso, na primeira reunião de 2015, realizada em 11 de março, e que ocorreu de modo coletivo, o professor questionou para a turma²³ se compreendiam o gráfico da Figura 10.

Professor: Aparência: 4,7 gostaram. O que significa isso?

Aline: Que as pessoas acharam bonito...

Professor: Mas o que que significa 4,7?

Aline: Menos da metade gostou do doce da banana [confundindo com 47%, possivelmente].

Professor: Mas o que que significa esse 4,7?

Aline: Uma porcentagem.

Professor: Mas aí, quando somamos as porcentagens, teria que dar quanto no total?

Alunos: 100%.

Professor: 4,7; 1,9 e 2,7.

Aline: Menos da metade.

Aluno 1: Não, cadê o 100%?

Aline: Tá errado.

Aluno 1: Não dá 100%, tá errado.

Professor: Aqui é aparência: 4,7; 1,9 e 2,7. Cadê o 100%? Então isso precisa ser ajustado, porque a gente não sabe: 4,7 o que? Pessoas? Porcentagem? O que é

²³ Os alunos apresentados com números são membros de outros projetos de modelagem.

isso? [...] Aqui poderia ser porcentagem, aqui poderia ser o número de pessoas, que [neste último caso] não pode dar uma coisa quebrada [número com casas decimais].

Não há tabelas na versão 3 do relatório, o que impossibilitou que os professores compreendessem o que foi feito. De modo análogo, havia erros no gráfico com o brigadeiro de aipim. Assim, o professor solicitou que os alunos levassem, na próxima reunião, os dados que foram coletados. Nessa reunião, o professor questionou os motivos de construírem um gráfico de colunas.

Danielle: Porque a gente sabia fazer esse. Pronto e acabou, só isso.

Professor: Mas por que a escolha desse?

Danielle: Porque a gente só soube fazer esse.

Professor: Eu só queria saber o motivo. Digam aí: por que esse gráfico de colunas?

Danielle: Mas esse gráfico tá certo.

Professor: Baseado em que vocês escolheram esse? Vocês lembram?

ana: São três cores, de diferentes tamanhos. Cada cor vai representar uma coisa. A cor mais forte [azul] vai representar o *gostaram*, a cor do meio, *não gostaram*, e a cor mais fraca [verde] vai representar quem *ficou em dúvida*.

Professor: Mas a apresentação do gráfico assim ajuda [quando] comparado com o de pizza?

ana: Eu acredito que é uma ideia de quem gosta, meio gosta e de quem não gosta.

Professor: É melhor esse ou o de pizza para isso?

Danielle: O de pizza para esse? Esse [apontando para o gráfico de colunas] é melhor. E o que fizer para esse [gráfico da Figura 10] deve fazer para o de lá [gráfico com os dados do brigadeiro de aipim].

Professor: E por que, pra você, é melhor?

Danielle: Eu não sei, porque tem três cores. Tem três alternativas, só.

Professor: Isso, a gente pode ajudar vocês, a professora vai trabalhar com Estatística com vocês e pode ajudar também.

Como pode ser percebido, não há uma justificativa, claramente apresentada pelo grupo, para a escolha do gráfico de colunas. Alguns dias depois, os alunos afirmaram que não encontraram os dados coletados e não possuíam o arquivo do Excel em que os gráficos foram construídos. Mesmo assim, na semana seguinte, entregaram a versão 4 do relatório com novos gráficos construídos utilizando esses dados, que também representavam as distribuições em um só gráfico (Arteaga, 2011). Nessa altura, apresentaram justificativas para inserção dos gráficos de setores que precediam os gráficos da Figura 10 e o do brigadeiro de aipim.

Porque com este modelo de gráfico se torna mais fácil a visualização dos dados, afinal consegue dividir bem cada pedaço para uma determinada proporção. Assim, qualquer pessoa consegue dimensionar as quantidades referentes às categorias inseridas na tabela de origem. Os gráficos “pizza” ainda permitem que você

ênfatize alguma fração, porém só é possível fazê-lo em gráficos “pizza” em 3D (versão 4 do relatório de Banana e Aipim, p. 5).

Análise sensorial

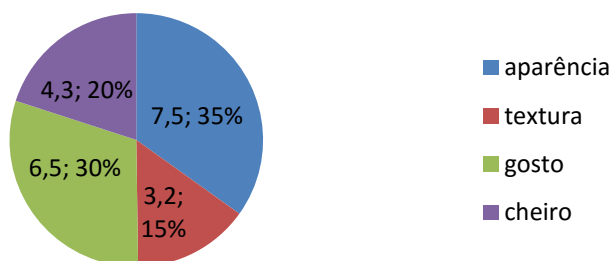


Figura 11 – Análise sensorial do brigadeiro de banana

Fonte: os autores.

O gráfico se refere ao doce de banana e, como o apresentado anteriormente, um gráfico análogo para o brigadeiro de aipim foi também construído. Os gráficos de setores construídos também não foram compreendidos pelos professores. Com isso, tiveram que refazer a coleta de dados e construir novos gráficos, os quais também podem ser identificados com o nível 4 de complexidade semiótica de Arteaga (2011), uma vez que os dados são organizados em distribuições que, para cada doce, estão em um gráfico estatístico construído pelos alunos. Assim como ocorreu anteriormente, o gráfico do brigadeiro de aipim é semelhante ao gráfico do de banana, agora mostrando um bom resultado da análise sensorial.

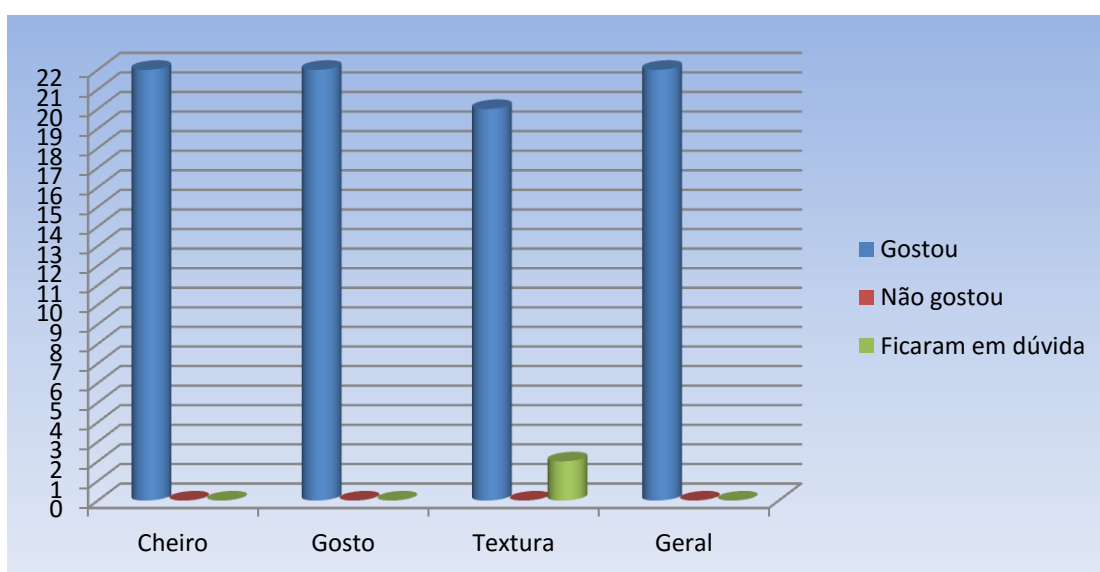


Figura 12 – Análise sensorial do brigadeiro de banana

Fonte: os autores.

“O item geral se refere a uma opinião dos entrevistados sobre o ponto de vista global do produto [aceitação global]. Ambos os brigadeiros tiveram boa aceitação das análises sensoriais realizadas” (relatório final de Banana e Aipim, p. 7).

Na apresentação oral na feira de Matemática do colégio, os alunos expuseram os resultados presentes no gráfico da Figura 12.

Marlon: Aqui, são os gráficos das análises sensoriais que fizemos ao entrevistar pessoas na rua de Fernanda [um membro do grupo] e aqui na escola. A gente perguntou para 20 pessoas o que elas achavam sobre os brigadeiros. As características que a gente colocou foi: cheiro, de 20 pessoas que provaram o brigadeiro da banana, todas gostaram do cheiro [apontando para a coluna correspondente no gráfico da Figura 12]. O gosto também foi a mesma coisa, o mesmo valor [apontando para as colunas azuis correspondentes]. Na textura, se eu não me engano aqui, 18 gostaram e duas não gostaram. E no geral, a gente fez a pergunta, o que elas acharam do cheiro, gosto e textura, de tudo elas disseram que gostaram, aprovaram todas as categorias.

Além disso, apresentaram os bons resultados da degustação dos doces, mas tiveram algumas dificuldades para identificar alguns valores que não estão nos gráficos, ou seja, para os quais não havia rótulos, conforme diálogos ocorridos em trecho da entrevista.

Professor: Aqui é meio difícil identificar a quantidade, né [apontando para a maior coluna da textura presente no gráfico da Figura 12]?

Fernanda: É verdade, eu tive dificuldade nisso.

Professor: Aqui é meio difícil. Eu lembro que vocês ficaram com um pouco de dificuldade. Eu lembro que vocês ficaram 19, 20. Aqui também é dois ou três [apontando para as colunas que tiveram dúvidas no valor da textura do gráfico da Figura 12, durante a apresentação oral].

Fernanda: É.

Professor: Aqui tem duas questões. Aqui tem o formato do gráfico, que [...] nesse caso particular de quantos foram? Cria uma certa dificuldade, porque se fica na dúvida se aqui é dois ou três [referindo-se à textura da categoria *ficaram em dúvida*, no gráfico da Figura 12]. Aqui também é uma dica [para] corrigir, de algo que a gente poderia melhorar, seria colocar o número aqui em cima [apontando para a parte acima de uma das colunas].

Fernanda: Verdade.

Professor: Isso aqui ajudaria... Deixa eu ver se no gráfico daqui tem isso [referindo-se ao gráfico da Figura 9]. Como o daqui, tá vendo?

Fernanda: Eu pensei nisso na hora que eu estava apresentando.

Professor: Se tivesse essa ideia, se tivesse esse dado aqui em cima, mas a gente não pensou nisso, na verdade eu também vacilei nisso, porque teve outras equipes que fizeram, mas enfim, a gente poderia ter colocado e isso ajudaria, né?

Quanto ao resultado final obtido, os alunos afirmaram na entrevista que o brigadeiro de banana teve a melhor aceitação global, já que o sabor do brigadeiro de banana não tem um

gosto tão acentuado da banana e lembra o brigadeiro tradicional, com textura semelhante. Além disso, Fernanda afirmou que o aipim utilizado não foi o ideal, teria que ser um aipim manteiga, que é mais mole do que o que foi usado.

Na entrevista, o professor também questionou os alunos sobre as razões para a escolha do gráfico de colunas.

Marlon: É porque o gráfico de colunas é mais fácil para a gente identificar a quantidade de pessoas que fez a análise sensorial.

Aline: E é o mais fácil de entender também, porque é o mais conhecido pela população.

Professor: É mais fácil para comparar os dados?

Fernanda: Sim.

Marlon: Eu creio que é mais fácil.

Fernanda: Muito mais fácil.

4.4 O projeto Salsa e Alface

4.4.1 Apresentação geral do projeto de modelagem

Este projeto de modelagem é intitulado “Venda e lucro de salsa e alface pelos feirantes e agricultores rurais da região de Amargosa, Bahia”, denominado por Salsa e Alface, foi desenvolvido por três alunas do 3.º/4.º anos do curso técnico de Agroindústria. Segundo as alunas, a justificativa para a escolha de um tema relacionado à venda de hortaliças foi pelo fato de parte significativa da população de Amargosa viver da agricultura familiar. Além disso, destacaram também a importância de conhecer a origem das hortaliças adquiridas na feira, juntamente com a preocupação com a aparência e o preço.

O objetivo geral deste projeto de modelagem foi “analisar como os pequenos agricultores entendem o lucro na venda de salsa e alface na feira livre de Amargosa, Bahia” (versão final do relatório de Salsa e Alface, p. 1). Assim, as alunas buscaram pesquisar como vendedores de hortaliças, na feira de Amargosa, compreendem o lucro dessas vendas.

Para isso, o grupo começou entrevistando um agricultor rural que produzia hortaliças, com a intenção de compreender como ocorre a produção, qual é a importância para as famílias de agricultores rurais e o seu valor comercial. As alunas afirmaram que o entrevistado começou produzindo em grande quantidade, mas o preço do produto caiu e teve que vender com maior valor possível, tendo grande prejuízo. Com isso, afirmaram também que o entrevistado precisou de ajuda para não cometer novamente esses erros.

Posteriormente, as alunas entrevistaram três pessoas que vendiam hortaliças na feira. Um deles era revendedor, ou seja, comprava do produtor para vender na feira. Outras duas pessoas entrevistadas produziam nas suas pequenas propriedades rurais e vendiam na feira de Amargosa, que ocorre aos sábados. Deste modo, as alunas buscaram pessoas que vendiam diferentes quantidades.

Iniciaram a revisão de literatura sobre a definição de agricultura familiar, em que a família é proprietária do terreno e cuida da produção realizada nesse espaço. Essa forma de organização tem influência no modo como a família atua social e economicamente.

Nos dados coletados, obtiveram a quantidade de molhos de hortaliças vendidas durante um dia de feira. Também coletaram dados sobre o valor e o lucro obtido da venda de um molho de hortaliças. Em seguida, gráficos de colunas foram construídos e interpretados.

As alunas também buscaram dados que poderiam colaborar para a compreensão sobre a venda das hortaliças. Por exemplo, um dos senhores entrevistados tem um ajudante que recebe um valor fixo pelo dia trabalhado na feira.

A conclusão foi relacionada à importância dos vendedores compreenderem os gastos na produção das hortaliças e, assim, o lucro que teriam. Isso possibilitaria novos investimentos na produção, por exemplo, além de evitar possíveis prejuízos.

4.4.2 Leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos

No desenvolvimento do projeto de modelagem, as alunas Raiane, Rayssa e Vanessa coletaram dados entrevistando vendedores de hortaliças, mais especificamente de salsa e alface, na feira de Amargosa. Os excertos, a seguir referidos, correspondem a versões dos relatórios, sendo 5 a versão final, reuniões em sala de aula e apresentação oral realizada na feira de Matemática do colégio.

As alunas notaram que, na pesquisa de campo que realizaram na feira, o preço das hortaliças não era estável²⁴.

Observamos que Ademario compra o produto para a revenda. Obtém lucro, já que compra cada molho por R\$ 0,50 e revende por R\$ 1,00 obtendo o lucro de R\$ 0,50 tanto na salsa como na alface, ou seja, vendendo 400 molhos tem o lucro de R\$ 200,00. Porém, este lucro pode diminuir, caso a feira não seja movimentada, pois eles acabam diminuindo os preços para vender o produto e o que sobra muitas vezes acaba sendo jogado fora.

²⁴ Os alunos apresentaram cada vendedor que foi entrevistado com nome fictício.

O produtor Geovane tem sua própria produção de hortaliças. Sua margem de vendas chega a 1.500 hortaliças por semana. Cada molho custa R\$ 1,00 e na sua banca recebe ajuda de dois funcionários (o valor do salário não foi informado). Antônia mora na zona rural e possui uma pequena horta [em que cultiva alimentos] com ajuda de seus filhos. Ela não tem a margem de quanto exatamente vende e quanto lucra. Vende cada molho por R\$ 1,00. Na sua concepção, uma feira ruim é quando não vende tudo e a feira boa é quando ela vende tudo, mesmo que seja a baixo custo (versão final do relatório de Salsa e Alface, p. 3).

Com esses dados, as alunas apresentam os dados coletados em uma tabela, presente na versão final do relatório.

Tabela 6 – Venda e lucro de hortaliças segundo os vendedores da feira-livre de Amargosa

Vendedores	Quantidade de molhos	Valor da venda de cada molho (em reais)	Lucro segundo os vendedores (em reais)
Ademario	400	1,00	0,50
Antônia	100	1,00	1,00
Geovane	1500	1,00	1,00

Fonte: as autoras.

Na representação desses dados em gráficos, as alunas optaram por gráficos de setores, sendo classificados como nível 3 de Arteaga (2011). Apresenta-se, a seguir, na Figura 13, o gráfico da quantidade de molhos vendida na feira. De modo semelhante, foram apresentados os dados sobre o valor de venda de cada hortaliça e o lucro segundo os vendedores. Na versão 3 do relatório, nenhuma análise dos dados foi realizada nos três gráficos.

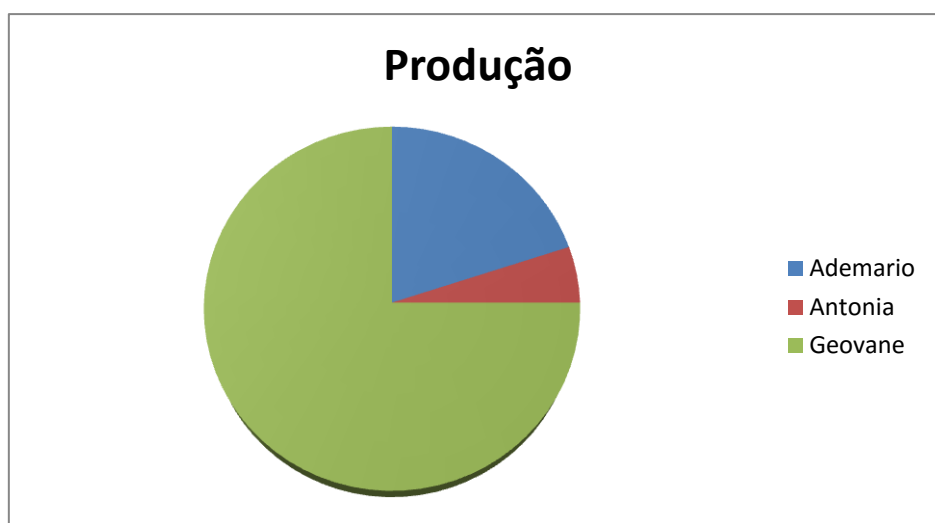


Figura 13 – Produção de hortaliças segundo os vendedores

Fonte: as autoras.

Uma das estudantes afirmou, na apresentação inicial realizada em 2014, que havia um revendedor e dois entrevistados que vendiam o que produziam, e que poderiam compreender se isso interferia no lucro.

Quanto ao tipo de gráfico escolhido, a professora questionou as alunas se 2000 molhos foram divididos entre os vendedores, sendo 1500 para senhor Geovane, 400 para senhor Ademario e 100 para a senhora Antônia, na reunião ocorrida em 25 de março de 2015. Elas afirmaram que não foi feita nenhuma divisão.

Professora: Foi uma coisa aleatória, cada um trabalhando dentro do seu contexto.

Então, esse gráfico aqui só seria interessante se fosse nessa perspectiva.

Vanessa: Em vez da gente fazer um gráfico para a produção de vendas e lucros, a gente teria feito um gráfico um para cada [situação].

Professora: Vocês sugerem um gráfico só?

Professor: Pode ser um gráfico só, mas o que a professora está falando é, esse gráfico de pizza é o mais adequado?

Raissa: A gente tentou fazer outro tipo de gráfico, mas a gente não acertava fazer.

Vanessa: Eu saí da casa de Raissa quase 8h da noite, professora.

No relatório final, as alunas refizeram os gráficos das Figuras 14 e 15, sendo do nível 3 e do nível 4 de Arteaga (2011), respectivamente. A escolha do tipo de gráfico foi negociada entre professores e alunas na reunião ocorrida em 25 de março de 2015. Nessa reunião, concluíram que o mais adequado seria um gráfico que pudesse comparar os valores de venda e lucro, já que o lucro se relaciona com o valor de venda e, em outro gráfico, apresentar a quantidade de molhos vendidos.

Quantidade de Molhos de Hortaliças Vendida por Semana

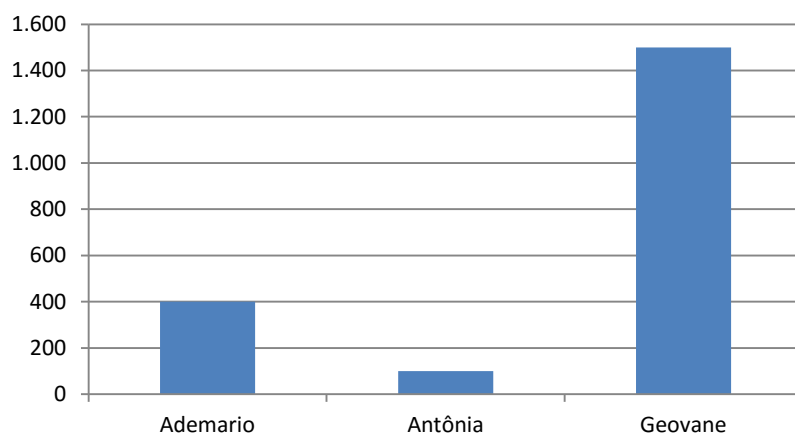


Figura 14 – Quantidade de molhos de hortaliças por vendedor

Fonte: as autoras.

No gráfico [da Figura 14], é observada a quantidade de molhos [...] das hortaliças vendidas, por cada um dos comerciantes. O senhor Geovane tem uma demanda maior, chegando a vender cerca de 1.500 molhos por semana. Já o senhor Ademario tem a segunda maior quantidade, com 400 molhos. A senhora Antônia vende apenas 100 molhos (versão final do relatório de Salsa e Alface, pp. 3-4).

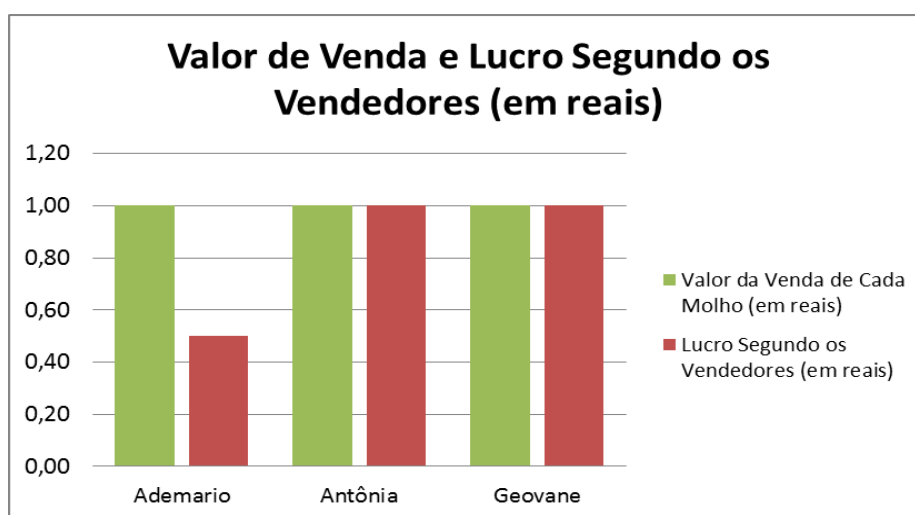


Figura 15 – Valor da venda e lucro (em reais), por molho, segundo os vendedores

Fonte: as autoras.

No gráfico [da Figura 15], é apresentada a venda e o lucro dos produtos. O valor predominante é um real para cada molho, ou seja, os três entrevistados utilizam o mesmo preço. Sabemos que são muito poucos os casos de produtos como esses

com preço inferior a um real. A mudança de preço também pode ocorrer em dias que o movimento está fraco (versão final do relatório de Salsa e Alface, pp. 4-5).

As estudantes destacaram que o preço a ser vendido na feira é algo que é definido pelos vendedores quando um deles chega na feira, define o valor e os demais acompanham.

No lucro, estes dados têm que ser melhor observados, pois os comerciantes que produzem, como o senhor Geovane e a senhora Antônia, não sabem exatamente quanto gastam com a produção (água, adubo, sementes, entre outros aspectos) e afirmaram que o que fosse vendido era lucro. E o senhor Ademario é o único que sabe quanto gasta comprando as hortaliças e quanto lucra vendendo elas.

Nesta entrevista, percebemos as dificuldades enfrentadas pelos comerciantes. O senhor Ademario sobre a estabilidade nas feiras e a dificuldade com os produtos que sobram. O senhor Geovane sabe que chega a vender 1.500 hortaliças, mas não tem a base exata de quanto gasta com a produção, além do custo do salário dos funcionários. E Dona Antônia é o caso mais preocupante, pois não tem a base do seu lucro e prejuízo, pois ela não sabe quanto gasta e quanto ganha, considerando apenas o necessário para se manter e poder expandir seu negócio (versão final do relatório de Salsa e Alface, pp. 4-5).

Na apresentação oral inicial, uma aluna afirmou que o senhor Ademario revende pois, como trabalha na prefeitura, não tinha tempo para produzir. No caso da senhora Antônia, as alunas afirmaram que trabalhava com os filhos e dividiam o lucro, que só vendia 100 molhos pois também vende carne de animais que cria na sua propriedade.

Raiane: É, também porque na entrevista a gente vê dificuldade. [...] [A senhora Antônia] disse que o que ela ganhava dava para sustentar ela e a família dela. Então a gente queria assim, ajudar eles, de uma forma que eles pudessem visar o lucro, expandir o comércio deles. Porque ela mesmo ficou com bastante dúvida de falar o que ela ganhava no final. Eu acho que, assim, eles não sabem no final de tudo, o que eles ganham. Para eles, o que eles ganham é para ganhar o pão deles [ou seja, é suficiente para se manterem].

Rayssa: Só o necessário para colocar comida na mesa. Depois disso, eles não pensam em ter algumas mordomias produzindo na área deles mesmo. Porque, quem geralmente pega o produto para revender, ele já sabe o quanto ele vai ganhar e necessariamente não vai gastar tanto quanto os outros. Que vão ter que trabalhar com remédio, com certos agrotóxicos também, para dar uma melhor aparência. Que sempre ocorre isso, porque a gente também pesquisou essa margem e viu que não só porque não é uma grande produção, que eles não usam alguns tipos de agrotóxicos, mesmo que sejam mínimos, mas eles acabam usando.

Vanessa: Com base nisso tudo, a gente observou que eles têm muita dificuldade. E até mesmo o agricultor que produz mais, que são 1500 molhos, ele acha porque ele planta, colhe, tem todo aquele manejo do solo, tem tudo, ainda mais que ele tem dois empregados, ele não sabe mais ou menos a margem de quanto ele gasta, quanto ele lucra. E, na nossa opinião, quem tem mais lucro é o que compra e revende porque ele não tem aquela preocupação de colher, plantar, de ter todo o

manejo, ter todo aquele cuidado não. É porque eles pegam, passam e repassam e ganham ainda um lucro de 50 centavos.

Após a apresentação, o professor pontuou o cuidado que é preciso ter para não afirmar que um deles terá maior receita sem comprovação dos cálculos, salientando que se tratava de uma hipótese e que poderia ser analisada.

Na apresentação oral da feira de Matemática do colégio, as alunas resumiram o que Antônia e Geovane pensam em uma frase: “Tudo o que a gente ganha é lucro. Por exemplo, eles vendem o molho a um real, aquele um real é o lucro dele”.

Raiane: É nisso que está o problema. Eles [os vendedores] não têm a base correta, o cálculo adequado para saber o quanto eles vão precisar. Então, eles podem acabar tendo prejuízo e não sabendo. Um semestre, eles podem acabar vendendo bastante e tendo lucro. E no outro, eles podem acabar vendendo uma certa quantia e tendo prejuízo, se endividando, essas coisas. Então a gente concluiu que o que mais falta nos comerciantes na cidade é o conhecimento. Porque com esses pensamentos deles, eles podem acabar se prejudicando futuramente por não ter a base exata. O ideal seria eles terem um orçamento, de quanto eles gastam, ganham e quanto eles podem ter de prejuízo. Porque como a gente sabe, tem feiras que são melhores e tem feiras que são piores. Umas a gente vê que vende mais, quando dá 10h acabou. E outras que dá meio dia [12h] e a mercadoria está toda na banca ainda.

Após a apresentação, um dos ouvintes da feira questionou se elas não deveriam ter cuidado ao afirmar que falta conhecimento aos vendedores da feira.

Rayssa: Porque assim, eles podem ter conhecimento sobre, mas também podem não ter conhecimento em outros. Porque se eles tivessem a base de quanto eles gastavam para fazer uma produção de hortaliças, eles não teriam tanto prejuízo como eles têm. Porque para se manter uma hortaliça, por exemplo, a gente fez um estágio, fizemos uma horta [no outro colégio], somente 500 litros [de água] era [para molhar a plantação] pela manhã, e 500 litros pela tarde, [portanto,] 1000 litros por dia. Então o custo é muito alto, ainda mais as pragas que existem, que tem que colocar agrotóxico. Isso já prejudica a saúde do consumidor. Porque o consumidor não quer comprar um produto que prejudique sua saúde. Entendeu? Se ele tivesse mais conhecimento, com certeza ele não teria prejuízo.

[...]

Rayssa: Como ele mesmo disse: “Tudo para mim é lucro”, mas nem tudo é lucro.

Raiane: Porque a gente chegar para eles e dizer: “O senhor poderia fazer assim”. Eles não iriam levar a sério, porque eles têm mais bagagem, e para eles nós somos leigos em relação ao assunto. Nós, como técnicos, a gente procura sempre saber o custo da matéria prima.

A professora destacou o cuidado que se deve ter em uma situação como essa, após a apresentação inicial feita pelas alunas.

Professora: Claro, primeiramente, chegando até o agricultor e dizendo: “Vocês querem a nossa ajuda?” Eu acho que tudo tem que partir de um convite, não dizer para eles: “Olha, tudo que vocês estão fazendo está errado e a gente está com a resposta para todos os seus problemas”. Mas convidando a querer saber essas respostas e em conjunto com vocês, chegarem a alguma conclusão e entendimento. Eu acho que tudo tem que partir de um convite e se vocês já tem essa aproximação, ótimo. Voltar lá e dialogar com eles acho que é o melhor caminho sobre possíveis sugestões de melhorias, para agregar valor ao trabalho deles, vai ser extremamente importante. Acho também que vocês podem inclusive levar algo mais formalizado, em termos de números, não apenas o texto em si. Mas uma tabela de números, em termos do que pode perder em relação à forma como eles comercializam e o que eles podem estar ganhando também.

4.5 O projeto Horta

4.5.1 Apresentação do projeto de modelagem

Esse projeto de modelagem tem título “Análise comparativa da implementação de uma horta segundo as especificações técnicas da EMBRAPA e de um pequeno agricultor rural”, que se denomina Horta, envolveu quatro alunos, sendo três do sexo feminino, do 3.º/4.º anos do curso técnico de Agroindústria. Os alunos justificaram a importância das famílias conhecerem as técnicas para realizarem plantações nos quintais das suas residências. Também ressaltaram a importância dessas pequenas produções em casa, uma vez que permitiam que produtos frescos e saudáveis sejam colhidos o ano todo e com baixo custo. Assim, destacaram a importância dos produtos orgânicos, agregando valor nutritivo aos produtos, sem a necessidade do uso de agrotóxicos.

Esse projeto de modelagem teve por objetivo geral “realizar uma análise comparativa entre as especificações técnicas da EMBRAPA e do agricultor rural para implementação de uma horta” (versão final do relatório de Horta, p. 1).

Para isso, os alunos realizaram uma entrevista com um pequeno agricultor rural de Amargosa, buscando compreender as técnicas que utilizava no plantio. Na versão final do relatório, começaram por apresentar alguns dados, como os equipamentos básicos necessários para plantio (por exemplo: pá, regador e pulverizador). Além disso, pontuaram algumas especificidades para o local de plantação, como o fato de ser distante de esgotos, arejado e receber incidência de sol. Lembraram também a necessidade de ter árvores próximas à plantação, uma vez que podem abrigar animais que permitem o controle de insetos.

Segundo os estudantes, o adequado é ter uma plantação diversificada. Também destacaram que há plantas que devem ser cultivadas juntas, pois se autoajudam, como alface e

beterraba. Existem, também, as que são indiferentes, ou seja, uma não atrapalha nem ajuda o desenvolvimento da outra, como alface e cenoura. E há outras que, se plantadas juntas, terão crescimento prejudicado, como alface e salsa.

Além disso, o grupo apresentou os cuidados necessários no processo de conservação da horta, como arrancar as plantas mais fracas, regar as plantas, variar o local de plantação para o cultivo, usar adubo e retirar o mato que possa atrapalhar o desenvolvimento das plantas.

Os alunos apresentaram algumas figuras para ilustrar alguns aspectos, como os canteiros para a produção das mudas, os quais devem ter tamanhos de um metro de largura por 20 centímetros de altura, com comprimento variando conforme tamanho do terreno. O espaçamento entre os canteiros deve ser de 50 centímetros, conforme dados coletados por eles no *site* da EMBRAPA.

O espaçamento entre as covas é um dos dados coletados no *site* da EMBRAPA e que foram comparados com os dados da entrevista realizada com o pequeno agricultor rural. Dependendo do tamanho da planta, deverá haver um espaço adequado para seu desenvolvimento.

Esses dados foram utilizados para a construção de um gráfico de colunas duplas, considerando o espaçamento entre as covas da alface, couve, cenoura e do tomate. O gráfico foi interpretado e houve diferença destacada apenas com o espaçamento entre covas da couve. Os alunos destacaram as vantagens e desvantagens para o agricultor utilizar um valor diferente do que era proposto pela EMBRAPA.

Por fim, o grupo do projeto de modelagem concluiu a importância da valorização das formas de plantio realizadas pelos pequenos agricultores rurais, os quais, mesmo sem conhecerem as especificações da EMBRAPA, apontaram valores próximos para o espaçamento entre as covas.

4.5.2 Gráficos estatísticos lidos, interpretados e construídos

Os alunos Jucimar, Laís, Maiane e Mônica realizaram uma análise comparativa de como um pequeno agricultor rural e as especificações da EMBRAPA para um aspecto relacionado à construção de uma horta, mas especificamente os espaçamentos entre as covas para inserção das sementes. Os dados coletados são da entrevista, das reuniões em sala de aula, da apresentação oral na feira de Matemática do colégio e das versões do relatório do projeto, sendo a versão 6 correspondente à final. Para realizar a comparação, na versão 4 do relatório, os

alunos coletaram dados no *site* da EMBRAPA (Tabela 7) e coletaram dados (Tabela 8) na entrevista que realizaram com um pequeno agricultor rural.

Tabela 7 – Técnicas de espaçamentos da EMBRAPA

Produtos	Espaçamentos entre covas
Alface	20 x 20 cm até 30 x 30 cm
Cenouras	25 a 30 cm
Pimentão	1,0 x 0,5 m
Couves	50 x 50 cm
Tomates	1,0 x 1,0 m

Fonte: EMBRAPA.

Tabela 8 – Técnica de espaçamentos de um pequeno agricultor

Produtos	Espaçamentos entre covas
Alface	20 x 20 cm
Cenouras	25 a 30 cm
Coentro	20 a 30 cm
Couves	30 x 30 cm
Tomates	1,0 x 1,0 m

Fonte: os autores.

Pode-se perceber que a terceira linha de cada tabela possui alimentos que são diferentes, ou seja, não é possível comparar os espaçamentos entre suas covas. Com isso, os alunos excluíram essa linha de cada tabela.

Quando questionados sobre como representariam os dados em um gráfico, os estudantes afirmaram que marcariam o 100, referindo-se às dimensões do tomate, já transformadas para centímetros.

Na reunião ocorrida em 25 de março de 2015, os professores dialogaram com os alunos sobre o significado do espaçamento entre as covas, comparando ao espaço delimitado pela plantação, ou seja, o associaram a uma região.

Lais: Quando a gente abriu lá, um quadrado, daqui até aqui ou do quadrado todo, aí a gente tem que multiplicar.

Professor: Isso. E o que é um centímetro quadrado? É um quadradozinho de lado um centímetro.

Lais: Ah.

Professor: E quantos quadradinhos desses cabem aqui dentro, é a área dessa região. Entenderam isso?

Lais: Uhum.

Professor: O 400 centímetros quadrados são o quê? São 400 quadradinhos de um centímetro [de lado].

Professora: Ou ainda. Aqui você tem a cova, tem os 20 centímetros e daqui para cá tem mais 20 centímetros [formando um quadrado]. Então, essa área aqui toda, vocês vão multiplicar. Tirou a média em centímetros quadrados. A mesma coisa

vocês vão fazer aqui [referindo-se ao espaçamento entre as covas dos alimentos presentes na Tabela 8].

Em seguida, analisaram o significado do espaçamento entre as covas da cenoura, segundo o agricultor entrevistado.

Professora: E esse aqui que a gente não entendeu: 25 a 30?

Professor: O que é que significa de 25 a 30? Porque 20 por 20 significa isso aqui [quadrado de lado 20 centímetros], mas e isso aqui, qual é a diferença?

Jucimar: Não, é porque pode ser de 25 a 30 centímetros. É tipo esse aqui [referindo-se a como está apresentado na alface].

Professor: É tipo esse em cima: de 25 x 25 até 30 x 30, seria isso?

Jucimar: É.

Maiane: Não, o de 20 por 20, é como você já falou aí e o de 25 a 30, eu posso de 25 por 25 ou 30 por 30.

Professor: Ou talvez 25 por 30.

Professora: Não, aí é como ela falou.

Maiane: Não. Pode ser 25 por 25...

Professora: Até 30 por 30. Tá claro.

Professor: Então vocês podem escrever isso para ficar mais claro.

Em seguida, o professor iniciou a discussão para padronizar a unidade de medida. No espaçamento do pimentão, presente na Tabela 7, Jucimar explica que meio metro quadrado é necessário para que os pés de pimentão fiquem distantes, mas a professora pontua que é necessário uniformizar as unidades de medida, colocando tudo em centímetro e centímetros quadrados.

Com relação à couve e ao tomate, uma aluna apresenta como fizeram na apresentação oral da feira de Matemática do colégio.

Lais: A couve e os tomates, não é necessário fazer todo esse processo como o da alface e da cenoura. É porque já é 50 por 50, já é direto. É um valor exato, ele vai de 50 a 50. Só basta multiplicar 50 vezes 50, que dá 2500. O tomate, a mesma coisa. Aqui [apontando para o que é representado na Tabela 9], temos o espaçamento conforme o agricultor [entrevistado]. É 20 vezes 20, que dá 400, já é o espaçamento da alface. 25 a 30, que dá o mesmo valor [do espaçamento entre covas] da EMBRAPA, o mesmo resultado, 762,5. A couve é 30 vezes 30 que dá 900. Com os tomates, o mesmo processo.

Assim, foi inserida uma nova coluna nas tabelas, para a região do espaçamento entre as covas.

Tabela 9 – Técnicas de espaçamento da EMBRAPA

Produtos	Espaçamentos entre covas (em cm)	Espaçamentos entre covas (em cm ²)
Alface	20 x 20 até 30 x 30	650
Cenouras	25 a 30	762,5
Couves	50 x 50	2500
Tomates	100 x 100	10000

Fonte: os autores.

Exemplo: fizemos os seguintes cálculos para tirar a média do espaçamento entre covas da alface. Temos que $\frac{20 \times 20 + 30 \times 30}{2} = \frac{400+900}{2} = \frac{1300}{2} = 650 \text{ cm}^2$.

Fizemos os seguintes cálculos para encontrar a última coluna da Tabela 9. Nas cenouras, o espaçamento pode variar entre 25 a 30 cm. Assim, pode variar de 25 x 25 até 30 x 30. Ou seja, pode variar de 625 cm² até 900 cm². Dessa forma, encontramos uma média: $\frac{25 \times 25 + 30 \times 30}{2} = \frac{625+900}{2} = \frac{1525}{2} = 762,5 \text{ cm}^2$. Com as couves e os tomates, basta multiplicar os valores: $50 \times 50 = 2500 \text{ cm}^2$ e $100 \times 100 = 10000 \text{ cm}^2$.

Na entrevista realizada com o pequeno agricultor, ele nos informou os seguintes espaçamentos entre as covas (versão final do relatório de Horta, p. 4).

Tabela 10 – Técnica de espaçamento de um pequeno agricultor

Produtos	Espaçamentos entre covas (em cm)	Espaçamento entre covas (em cm ²)
Alface	20 x 20	400
Cenouras	25 a 30	762,5
Couves	30 x 30	900
Tomates	100 x 100	10000

Fonte: os autores.

Em seguida, construíram o gráfico da Figura 16 para representar os dados apresentados nas tabelas, identificado como nível 4 de Arteaga (2011). A escolha pelo gráfico de colunas foi apresentada na entrevista.

Jucimar: Uma comparação.

Lais: Isso, uma comparação. Isso aí já foi num gráfico.

Professor: A comparação de quê?

Jucimar: Entre o agricultor e a EMBRAPA, aqui no gráfico.

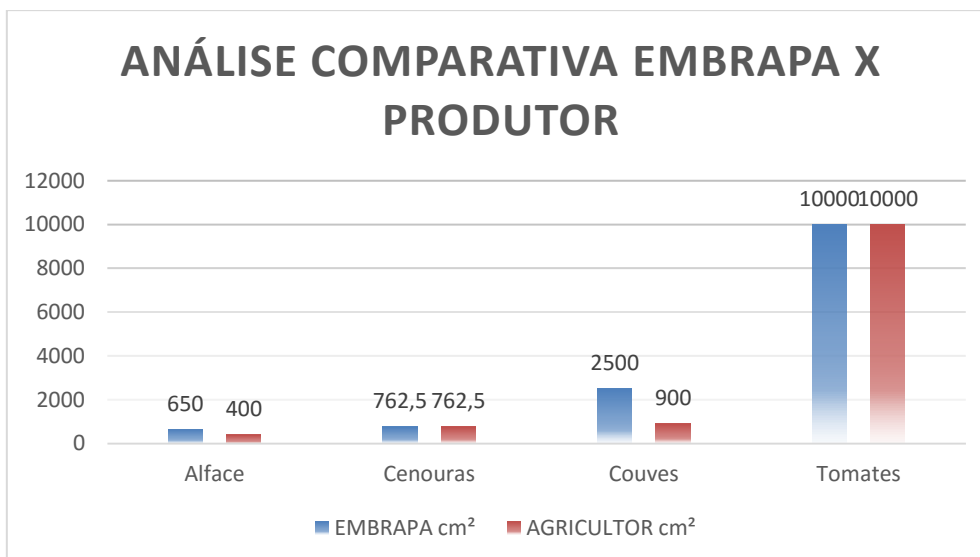


Figura 16 – Espaçamentos entre covas (em cm²) segundo a EMBRAPA e o pequeno produtor rural

Fonte: os autores.

Ao serem questionados sobre os motivos da escolha do gráfico de colunas, os alunos analisaram como ficaria se usassem os gráficos de linha e de setores.

Láis: Porque o gráfico de colunas, a gente acha que foi o melhor que se adequava aos dados da tabela.

Jucimar: Coletados.

Professor: Por quê?

Láis: Porque aqui tivemos [apontando para o gráfico] 650.

Maiane: Fazer a comparação.

Láis: Ai o... Qual foi o 650 mesmo?

Professor: 650 foi a média do [espaçamento entre covas da] alface.

Láis: A média da alface. Se a gente fizesse o gráfico de pizza, ia ficar meio que desorganizado.

Jucimar: Não ia ter como fazer a comparação.

Láis: Tem aquele outro gráfico assim também [fazendo gestos com as mãos]...

Professor: De linhas.

Láis: Isso. Que também não dá pra fazer [fez com a mão um gesto que lembrava o gráfico de linhas]. Então, o melhor que se encaixava para as informações da tabela foi esse gráfico.

Os trechos, a seguir, são da apresentação oral ocorrida na feira de Matemática do colégio, em que Láis afirmou que, a partir das tabelas, construíram um gráfico para comparar os resultados da EMBRAPA com os do pequeno produtor rural.

Láis: A alface, [é] 650 e o do produtor [é] 400. Aqui, como eu disse, são valores que variam, ele vai de 400 a 900. As cenouras permaneceram no mesmo patamar.

Em seguida, ela comparou os dados da couve, que são diferentes.

Láis: Já as couves, 2500 na EMBRAPA e o produtor, 900. Aqui, temos uma diferença significativa. Então, com essa diferença, temos as vantagens e as desvantagens para o produtor. A vantagem para o produtor é que ele produz mais. Os espaçamentos que eu falo são esses daqui [apontando para uma figura do banner que ilustra o espaçamento entre as covas]. Se ele tem um espaçamento de 900, menor espaçamento, ele vai produzir mais e com isso ele vai lucrar mais. Já com o espaçamento de 2500, com o espaçamento de 900, ele não tem a couve..., ele não tem o crescimento como o da EMBRAPA. E com essas normas aqui [da EMBRAPA], estamos dizendo que o agricultor está errado? Não. Aqui são apenas as normas que o agricultor utiliza, são normas que ele aprendeu já desde lá de trás, com o pai ou a mãe ou outro agricultor [que lhe] ensinou.

Na entrevista, o professor solicitou que comentassem sobre as desvantagens do produtor.

Maiane: Porque se a gente fez a comparação do [espaçamento entre covas da] couve da EMBRAPA e do produtor, a desvantagem é que não ia crescer na proporção ao da EMBRAPA. E aí, ele tá bem apertado, não ia dar uma folha de qualidade, entendeu?

Láis: Ele precisa de espaçamento adequado para ele crescer em proporção. Se ele tem um espaçamento menor, logicamente que ele não vai crescer naquela proporção, porque o espaço vai ficar meio que apertado. Entendeu?

Jucimar: Aí ele vai ficar retraído.

Láis: Não vai ter como ele se estender. Ele não vai crescer como deveria crescer.

Professor: É como se ele ficasse sufocadinho ali, entre uma folha e outra, entre um pé e outro.

Láis: Isso. E couve e alface, eles precisam de um espaçamento para a folha respirar, entendeu? E se expandir e não ficar represado.

Professor: Entendi.

4.6 O projeto Suínos

4.6.1 Apresentação geral do projeto de modelagem

Neste projeto de modelagem, que é intitulado “Análise comparativa da quantidade de alimento em relação ao ganho de carne e gordura em suínos produzidos por um agricultor rural de Amargosa, Bahia e no colégio” ²⁵ e se denomina de Suínos, participaram cinco estudantes, sendo quatro do sexo feminino. Todos eram alunos do 3.º/4.º anos, do curso técnico de Zootecnia.

Segundo os alunos, a escolha do tema deve-se à grande quantidade de suínos produzida no Brasil, ocupando a quarta produção mundial em 2000, sendo a carne mais consumida no

²⁵ Omitiu-se o nome do colégio por questões éticas.

mundu. A partir da literatura revisada, os alunos apontaram que a carne suína teve a produção modificada, com aumento da carne magra, ou seja, com menor teor de gordura, devido às preocupações maiores com relação ao colesterol e consumo de gordura pelos seres humanos, além da questão da criação dos animais com cuidados do ponto de vista sanitário.

Para isso, os estudantes pontuaram que a modificação na alimentação do animal foi determinante. Assim, o objetivo geral do projeto de modelagem foi “analisar o rendimento da quantidade de carne e gordura dos suínos produzidos por um agricultor rural e no colégio” (versão final do relatório de Suínos, p. 2).

Os alunos realizaram entrevistas com um criador que vendia os seus animais na feira de Amargosa e com a pessoa responsável pela alimentação dos suínos no colégio. Na revisão de literatura, apresentaram um gráfico, coletado de um artigo científico, relacionado à alimentação e ganho de carne e gordura em suínos. Apresentaram interpretações a partir desse gráfico, identificando a quantidade “ótima” para alimentação dos animais.

Quanto aos dados coletados, eles se referiam à quantidade de alimento dada por dia e à massa de três animais da escola e um perfil dos animais vendidos pelo pequeno criador entrevistado. Das vivências deles em atividades desenvolvidas no colégio, como em componentes curriculares e nas entrevistas, os alunos perceberam que não existia um controle nutricional adequado nas duas vezes que a ração era disponibilizada para os suínos no colégio, segundo os alunos, “a única complementação alimentar são sobras da alimentação da família ou de subprodutos da propriedade. A quantidade de alimento oferecido aos animais depende do peso do mesmo” (versão final do relatório de Suínos, p. 3). Com isso, segundo os alunos, o colégio poderia estar confundindo criação de suínos com a de porcos, uma vez que para os suínos a alimentação deve ter controle da quantidade e nutricional. Dos dados coletados, foram construídos e interpretados gráficos de colunas de modo a relacionar com o gráfico da revisão de literatura.

Concluíram defendendo a necessidade de controle nutricional da alimentação que é disponibilizada para os suínos, o que poderia melhorar o lucro com a venda do animal.

4.6.2 Gráficos estatísticos lidos, interpretados e construídos

No desenvolvimento do projeto de modelagem, Carlos, Juliana, Kethleen, Marilândia e Rafaela coletaram dados referentes à massa e quantidade de alimento que era disponibilizada por animal e por dia, os quais foram apresentados em tabelas e gráficos. Os excertos, aqui incluídos, baseiam-se na versão final do relatório, nas reuniões em sala de aula, na apresentação

oral realizada na feira de Matemática do colégio e na entrevista realizada após conclusão do projeto.

Na segunda reunião do projeto, ocorrida em 19 de abril de 2014, os alunos apresentaram um artigo científico que, dentre outras informações, possuía o gráfico da Figura 17.

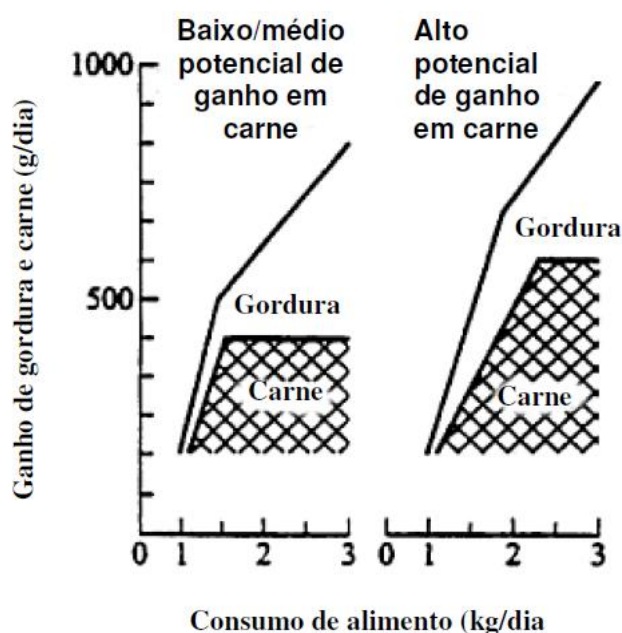


Figura 17 – Comportamento da deposição de carne e gordura em genótipos com alto e baixo/médio potencial de deposição de carne

Fonte: Fávero e Bellaver (2001, p. 2)²⁶.

Ora, sendo necessário interpretar esse gráfico, os alunos escreveram sobre isso no relatório final.

Observa-se no gráfico acima [que] não adianta oferecer grandes quantidades de alimentos para uma deposição de carne, sendo que em algumas variedades de genótipos não se adequaria para esse fim, pois provavelmente irá acabar tendo deposição de gordura indesejada.

Animais com o perfil de grande potencial em produção de carne, é ideal que consumam aproximadamente 2kg e 250g de alimento por dia, para se obter, aproximadamente, 583 gramas de carne com essa dieta por dia. Com isso, obterão menor deposição de gordura. Já com baixo/médio potencial de ganho de carne, o consumo ideal é de 1,5 kg de alimento por dia para se obter, aproximadamente, 417 gramas de carne por dia (versão final do relatório de Suínos, p. 3).

Na reunião coletiva, ocorrida em 23 de março de 2015, os alunos complementaram a informação acima.

²⁶ Fávero, J.A, & Bellaver, C. (2001). Produção de carne de suínos. *Embrapa Suínos e Aves*. EMBRAPA: s/i.

Carlos: Vai chegar a um certo ponto que o animal não vai produzir mais carne. Ele vai está comendo e só adquirindo gordura.

Professora: Então existe uma proporção.

Carlos: Eles chegam ao máximo de produção de carne e o que ele estará comendo, vai está mantendo eles e só produzindo gordura.

Na reunião ocorrida em 6 de abril de 2015, a professora buscou compreender os motivos de os alunos considerarem o ponto ótimo para a produção de carne ser considerado importante para a quantidade de alimento a ser disponibilizada aos animais.

Juliana: Hoje em dia, o que é mais caro: uma carne ou a gordura? Se a senhora for comprar um pedaço de toucinho [suíno]...

Carlos: O que é mais apreciado?

Juliana: Se a senhora for comprar um pedaço de toucinho, por exemplo, ou um pedaço de lombo [suíno], qual é o mais caro?

Professora: O lombo.

Juliana [balançando a cabeça afirmativamente]: Então, para um empreendedor, é mais interessante ele receber uma grande quantidade de carne.

Na reunião ocorrida em 23 de março de 2015, eles pontuaram que a alimentação dos suínos, na escola, era variada, com uso de, por exemplo, ração e aipim. Ressaltaram que alguns filhotes estavam em período de amamentação, mas alguns só se alimentavam usando leite em pó dissolvido em água. Além disso, afirmaram a dificuldade de saber a massa dos animais. Dos adultos, apenas estimavam, e com os filhotes, isso era possível, mas não havia balança no colégio. Carlos destacou uma forma de identificar a quantidade de carne e gordura no animal.

Carlos: Querendo ou não, tem uma forma de ver, perceber, que o animal tem carne de um animal que tem gordura, porque um animal que tem gordura não é um animal firme, a gente toca nele, ele balança. Já o animal com carne já é um animal mais duro.

Kathleen: E algumas pessoas acham que quanto mais gordo melhor. Tudo bem que o suíno tem que ter um peso maior de músculo e não de gordura.

Carlos: As pessoas tem o costume de dizer gordo e grande e não estão nem aí para a carne saudável. [...] Não seria uma menor quantidade de gordura, mas uma quantidade específica de gordura.

Professora: Ideal.

Carlos: Porque um animal sem gordura, ele não é um animal propício para o mercado.

Assim, os alunos construíram a Tabela 11, presente na versão final do relatório, com dados coletados sobre a criação de suínos no colégio e pelo produtor entrevistado.

A ração é posta duas vezes ao dia e é formulada na própria propriedade, como explícito na tabela abaixo. A única complementação alimentar são sobras da

alimentação da família ou de subprodutos da propriedade. A quantidade de alimento oferecido aos animais depende do peso do mesmo.

A tabela mostra os dados de três animais do [...] [colégio] (três primeiras linhas da Tabela [11]) e na criação de um pequeno produtor entrevistado (última linha), com diferentes idades, criados com ração formulada na propriedade, mas sem controle nutricional (versão final do relatório de Suínos, pp. 3-4).

Tabela 11 – Dados do alimento fornecido no colégio e pelo agricultor entrevistado

Condições Idade (em meses)	Ração formulada na propriedade	Controle nutricional	Quantidade fornecida (em Kg)	Massa (em Kg)
36	Sim	Não	3,0	250,0
18	Sim	Não	2,5	125,0
12	Sim	Não	1,0	83,3
1,5 a 9	Sim	Não	2,0	5,0 a 100,0

Fonte: os autores.

Quanto à quantidade de alimento fornecida por dia para cada animal, o produtor relatou que dava seis litros. Assim, Carlos informou que cada litro equivale a meio quilo, o que resultaria em um quilo e meio de alimento por dia, mas os alunos resolveram aproximar o valor para dois quilos. Para chegar nessa quantidade, o produtor usou a experiência.

Carlos: Esse é o conhecimento prático: a partir do que ele viu, e deu resultado, ele continuou.

Professor: Não é uma coisa que tem um estudo científico.

Juliana: Isso. Ele já teve criações que não tinha controle algum. Ele dava as coisas de qualquer forma e na entrevista ele fala que perdeu muito com isso. Mas depois, ele conversando com veterinário, conversando com agricultor, ele começou a ter algum controle dele mesmo.

Na reunião ocorrida em 6 de maio de 2015, os estudantes alertaram para o posicionamento que deveriam ter sobre o conhecimento do produtor.

Carlos: A gente não pode estar corrigindo um produtor que tem um jeito de produzir que está dando certo, pelo fato dele já estar produzindo aquilo ali e está dando certo. A gente não pode... E se a gente estiver errado? A gente corrigir direto, de vez, chegar de cara e fazer isso. Tá dando certo porque ele tá fazendo em pequena quantidade. Se ele aumentar, pode dar errado. Se ele pegar um animal mais fraco, pode dar errado.

Juliana: Ele não pode aumentar... Se ele aprendeu daquela forma, se ele tá dando certo daquela forma, ele vai aumentar pra quê?

Em seguida, o professor solicitou que estimassem o valor da massa de um animal de um mês e meio a nove meses. Carlos afirmou que com nove meses o animal teria de uma arroba a

uma arroba e meia, ou seja, de 15 a 21 quilogramas e que teria de três a quatro quilogramas com um ano e meio. Juliana associou esse valor à massa de uma criança com um pouco menos de ano de idade. Em seguida, o professor comparou os valores a um dos animais criados no colégio, também presente na tabela.

Professor: Observe aqui que o animal com um ano tem 83 [quilogramas, referindo-se à linha anterior da tabela].

Carlos: Não...

Professor: Estou achando meio distante.

Juliana: Mas quando ele vende já perto do abate, quando ele está assim [com] nove meses, mais ou menos, tem umas oito arrobas, não foi o que ele falou?

Professor: Oito arrobas, então é bem mais.

Juliana: É porque a gente tem que escutar o áudio.

Professor: Observem: se um animal, com um ano, tem 83 quilos, como é que com nove meses ele vai ter 21 [quilogramas]? Tá meio desproporcional, não tá?

Carlos: Então é isso mesmo. Se com um ano, ele tem 83, então é isso mesmo.

Professor: Um ano... Seis meses depois, o bicho vai aumentar tanto assim?

Carlos: É isso mesmo. Ele tem umas oito, sete arrobas.

Professor: Uma arroba é quanto?

Carlos: É 15 [quilogramas].

Com isso, os alunos resolveram usar sete arrobas e aproximaram o valor para 100 quilogramas.

Carlos: Não. Sete vezes 15. 15 vezes três, 45, 90 [deve ter somado 15 vezes três e acrescentando mais 15 quilogramas resulta em], 105 quilos.

Professor: É.

Carlos: Arredonda para 100.

Professor: Confere, gente, dá até 100 quilos? Tá bom, esses dados? Isso aqui...

Carlos: Mas isso aqui também, professor, varia muito da criação e da qualidade do alimento.

Professor: Claro, sem dúvida.

Carlos: Porque também poderia ser o contrário. Se a alimentação dele fosse uma alimentação com a qualidade alta, o animal de um ano, já era para estar com 10 arrobas.

Professor: 150 quilos, né?

Carlos: É.

Com os dados da tabela, os alunos construíram os gráficos das Figuras 18 e 19. Em ambos, os dados são apresentados de forma que cada distribuição está em um gráfico, que representa o nível 3 de complexidade semiótica (Arteaga, 2011).

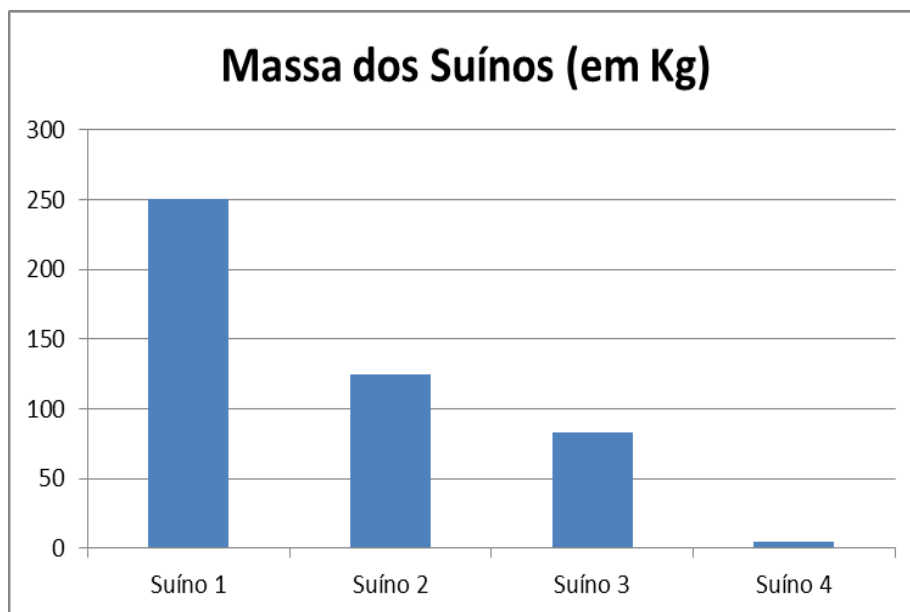


Figura 18 – Massa dos suínos (em quilogramas).

Fonte: os autores.

Os alunos justificaram a escolha do animal de cinco quilogramas para o suíno 4, animal do produtor entrevistado, já que na tabela o valor variava de cinco a 90 quilogramas.

Carlos: E como ele vende, a gente botou cinco [quilogramas] aqui, porque aqui é a maioria que ele vende, do novinho, de pouco tempo de vida, que pode ser também maior. Como não tem como a gente representar isso, a gente pegou o menor.

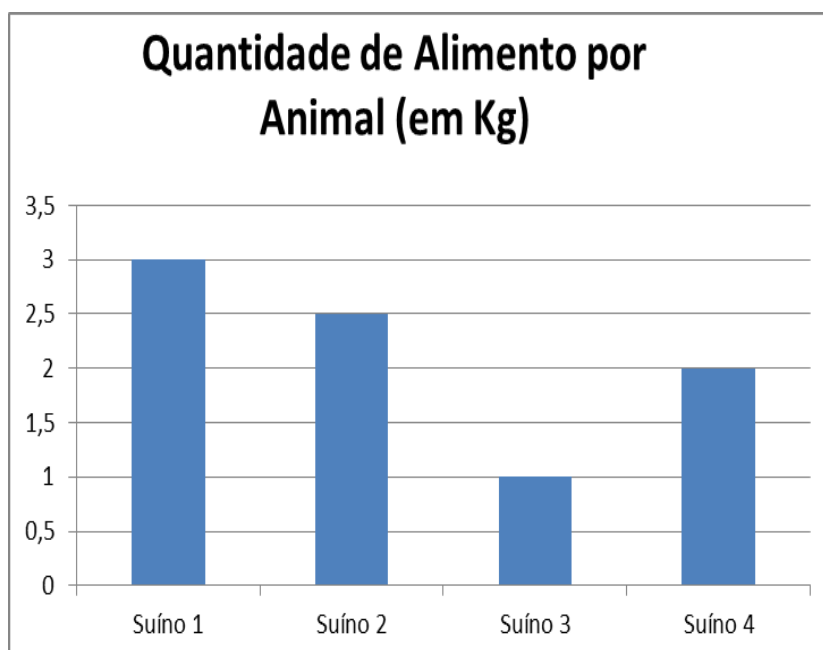


Figura 19 – Quantidade de alimento fornecida por animal (em quilogramas).

Fonte: os autores.

Ao serem questionados, na entrevista, sobre os motivos da escolha do gráfico de colunas, Juliana afirmou que era de mais fácil concepção e Carlos, que foi pela interpretação, e não deram mais detalhes sobre isso. O professor perguntou os motivos deles considerarem o gráfico de colunas como sendo o mais adequado.

Carlos: Ele [o gráfico da Figura 18] está trazendo duas informações: tá trazendo de quem a gente está falando [apontando para o eixo horizontal] e o que a gente está falando [apontando para o eixo vertical].

Professor: O que esse gráfico nos ajudou? Em que ele foi útil para a gente?

Carlos: Mostrar o quanto cada suíno tá rendendo.

Juliana: Indicação de proporções.

Professor: Mas isso a tabela já mostra, né?

Carlos: Mas o gráfico fica mais fácil de absorver. Vendo mais, fica mais fácil de absorver. Quanto mais sentidos você utilizar para absorver determinada informação, mais fácil.

Professor: E fica mais fácil para comparar os dados?

Carlos: Fica.

Professor: Do que numa tabela, por exemplo?

Juliana: Uhum.

Em seguida, os alunos afirmaram que a escolha pelo gráfico de colunas para o gráfico da Figura 19 foi pelo mesmo motivo. O professor questionou se poderiam relacionar os dois gráficos.

Juliana: Através de um...

Carlos: Comparativo.

Juliana: Isso, comparativo, e através deles a gente vai aproximar ou descobrir a conversão alimentar desse animal.

Assim, os professores solicitaram aos alunos que comparassem esses dois últimos gráficos com o gráfico da Figura 17, coletado na literatura e apresentado na reunião ocorrida em 6 de maio de 2015.

Juliana: Por conta disso aqui: se isso aqui é carne e essa parte aqui tudo é gordura [apontando para o gráfico da Figura 17]. Então ele tem que ter um mínimo de gordura e o máximo de carne.

Professor: Isso.

Juliana: Aqui já tem o máximo.

Professor: E onde tem o mínimo?

Juliana: Mais ou menos aqui, um quilo e meio [de alimento em quilogramas por dia], mais ou menos.

Professor: Que é onde ele não ganha mais carne, só ganha gordura.

O professor questionou se a quantidade de alimento, por dia, fornecida pelo produtor entrevistado era a ideal.

Juliana: Dois quilos. Tá bom, né?
Professor: Poderia ser um pouco melhor, mas enfim...
Juliana: A gente também não sabe o potencial do rebanho que ele tem.
Professor: É, a gente não sabe o potencial.
Juliana: Se é baixo, médio ou alto.
Professor: Mas mesmo que fosse alto...
Juliana: Dois quilos.
Professor: Também não ficaria num ponto ideal.

Por fim, os alunos concluíram no relatório que:

Ao analisar os dados presentes na tabela, concluímos que os suínos do [...] [colégio] possuem alimentação com quantidade maior do que seria necessário. Com isso, há uma deposição de gordura maior do que desejado. Já com o pequeno produtor, depende do potencial de ganho de carne. Caso seja pequeno/baixo, a alimentação é maior do que deveria ser. Se for alto, a alimentação é um pouco menor do que deveria ser.

4.7 O projeto Prevenção do Câncer

4.7.1 Apresentação geral do projeto de modelagem

Este projeto de modelagem com título “Uma análise de um questionário aplicado às agricultoras familiares de Amargosa sobre a prevenção do câncer de colo de útero e mama”, que se denomina por Prevenção do Câncer, foi desenvolvido em um contexto diferente dos demais, conforme foi apresentado no capítulo anterior. Os alunos estudaram estatística com a professora em sala de aula e já haviam estudado a aplicação de questionários em componentes curriculares específicos do curso de Enfermagem. Eles estavam no 4.º ano do ensino médio e a equipe, formada por três alunas, teve como objetivo a análise e interpretação do questionário. Com a continuidade do projeto de modelagem em 2015, após terem finalizado o curso, apenas Renata mostrou interesse em continuar.

O câncer de colo de útero ocupa o terceiro lugar de incidência de diferentes tipos de câncer entre mulheres no Brasil, conforme dados apresentados pela aluna na versão final do relatório. O câncer de mama ocupa o segundo lugar no mundo entre as mulheres. Por isso, o questionário pode, segundo a aluna, colaborar no sentido do diagnóstico precoce. Com isto, ela destacou a importância da população ter conhecimentos sobre o assunto.

O exame papanicolau foi disponibilizado pelo Sistema Único de Saúde (SUS), da rede pública e gratuita de saúde do Brasil, e é o mais utilizado para detectar possíveis alterações nas células do colo do útero. Deve ser realizado em mulheres que têm ou tiveram relações sexuais e

que, principalmente, têm entre 25 e 59 anos. Este exame é realizado, inclusive na zona rural, mas pode demorar até três meses para o resultado ficar pronto.

A quantidade de filhos e algumas doenças fazem com que algumas mulheres precisem fazer esse exame com maior frequência.

A aluna também apresentou alguns dados da literatura sobre o câncer e de como o câncer pode evoluir.

O exame denominado mamografia é feito para o diagnóstico do câncer de mama, o qual também é disponibilizado pelo SUS. Com informações do Instituto Nacional do Câncer, Renata apresentou as possíveis causas desse câncer, como o histórico familiar, especialmente irmãs e mães, menopausa tardia e gravidez após os 30 anos. Apesar disso, as causas ainda são desconhecidas.

Os membros da equipe, ainda durante o 4.º ano de Enfermagem, realizaram uma palestra para as agricultoras familiares de uma cooperativa, para conscientizarem as mulheres quanto à importância de realizar os exames de prevenção. Ao final da palestra, as agricultoras familiares de Amargosa responderam o questionário.

A partir das respostas dos questionários, as alunas construíram gráficos, os quais foram interpretados. As perguntas foram sobre a quantidade de filhos, se já fizeram a laqueadura, qual assistência de saúde utilizavam (clínica particular, hospital ou posto médico do SUS) e a quantidade de vezes que fizeram o preventivo. As respostas foram organizadas por faixa etária, em décadas.

Na discussão dos resultados, iniciaram a apresentação do projeto com um gráfico de setores representando a quantidade de mulheres entrevistadas por faixa etária. A maioria das mulheres tinha entre 20 e 40 anos.

Nas conclusões, apontaram a importância de as mulheres fazerem os exames no período necessário e de não terem vergonha de abordar esse assunto.

4.7.2 Leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos

O projeto de modelagem envolveu três alunas, mas apenas Renata deu continuidade em 2015, após conclusão do curso técnico de Enfermagem. Como a coleta dos dados foi feita de modo diferente dos demais projetos de modelagem já apresentados, os excertos apresentados são de uma reunião e versões do relatório, sendo a versão 4 a que finalizou as atividades em 2014. A versão 7 corresponde à última versão do relatório.

Um questionário foi aplicado às agricultoras familiares de uma localidade da zona rural de Amargosa. Um perfil das mulheres foi apresentado em um gráfico de setores, presente na versão 4 do relatório, o qual pode ser identificado como representando a distribuição em um gráfico (Arteaga, 2011).

Entrevistadas

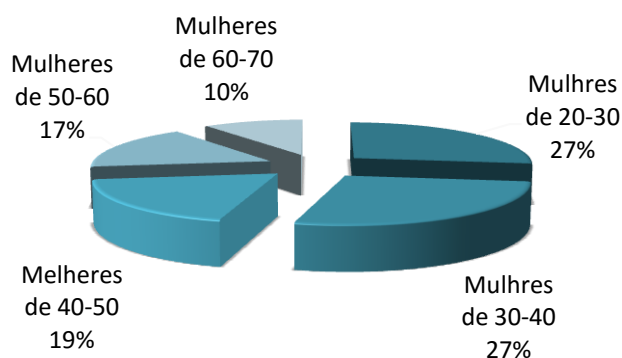


Figura 20 – Perfil das mulheres entrevistadas

Fonte: as autoras.

A maioria do nosso público foi mulheres de 20-40 anos de idade, que se tornaram nosso público alvo para prevenção e detecção do câncer de colo de útero e de mama, pois necessitavam de mais informações sobre os fatores de risco para essas faixas etárias (versão 4 do relatório de Prevenção do Câncer, p. 5).

A primeira questão do questionário era sobre a quantidade de filhos, pois quanto maior é essa quantidade, maior é o fator de risco para o câncer do colo de útero. Na versão 4 do relatório, as alunas apresentaram os dados organizados em gráficos, como o que segue.

Faixa etária 20-30 anos

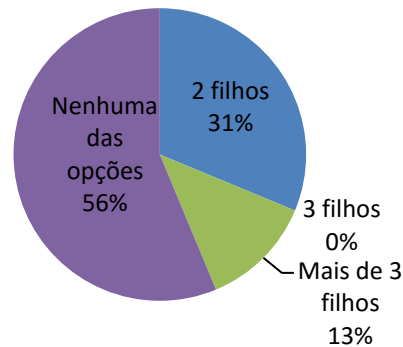


Figura 21 – Número de filhos da faixa etária 20-30 anos.

Fonte: as autoras.

De modo análogo, as alunas construíram os gráficos para as faixas etárias de 30 a 40, 40 a 50, 50 a 60 e 60 a 70 anos. Em todas as perguntas do questionário, as alunas optaram por apresentar os dados coletados em gráficos de setores, semelhantes ao gráfico da Figura 21. Esclarece-se que o “nenhuma das opções” se refere à mulher possuir zero ou um filho. Assim, pode-se identificar que esses gráficos são classificados como nível 3 de Arteaga (2011), uma vez que as distribuições são apresentadas em gráficos diferentes.

Após analisar essa versão do relatório em 2015, os professores sugeriram que Renata apresentasse os dados em um gráfico de colunas múltiplas. Ela construiu um gráfico de barras múltiplas na versão 5 do relatório, o qual pode ser identificado como de nível 4 de Arteaga (2011). Ela também construiu gráficos semelhantes, para as demais perguntas do questionário.

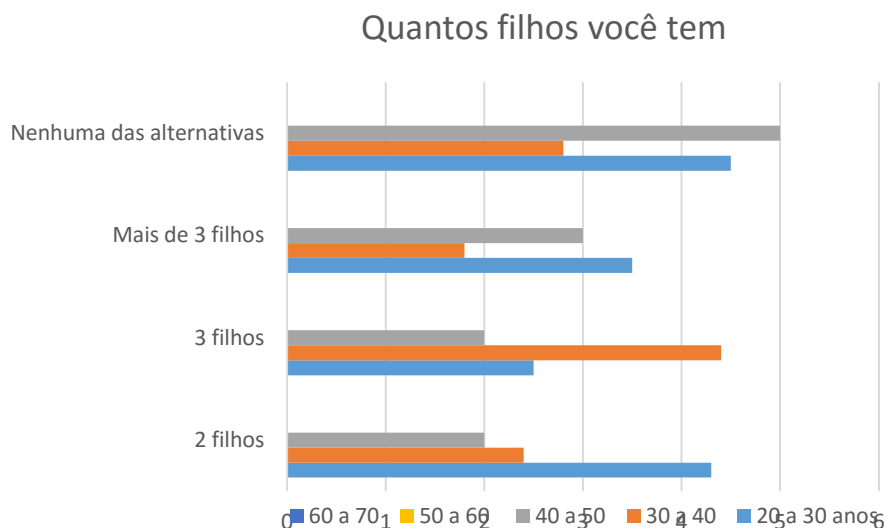


Figura 22 – Número de filhos segundo a faixa etária

Fonte: a autora.

Nesse momento, a professora solicitou uma reunião entre a aluna e os professores, a qual ocorreu em 24 de março de 2015. O professor solicitou que analisassem a Tabela 12 para comparar os dados dessa tabela com o gráfico da Figura 22.

Tabela 12 – Quantidade de filhos das agricultoras rurais entrevistadas

Idade	Nenhuma das alternativas	2 filhos	3 filhos	Mais de 3 filhos	Total
20-30 anos	9	5	0	2	16
30-40 anos	1	7	5	3	16
40-50 anos	1	2	5	3	11
50-60 anos	0	2	5	3	10
60-70 anos	0	0	1	5	6

Fonte: as autoras.

Analisando o gráfico, os professores destacaram algumas incoerências, como as mulheres que possuem três filhos, com idade entre 20 e 30 anos, terem 2,5 filhos no total, cujo valor deveria ser um número natural. Outros valores que não são números naturais podem ser identificados, como 4,3 e 2,8. Assim, esses valores são incoerentes com os que são apresentados na Tabela 12. Além disso, o gráfico só apresenta dados para mulheres até 50 anos, o que também é incoerente com os dados apresentados na Tabela 12.

Por isso, correções precisavam ser realizadas. Os professores também destacaram que, da forma como os números estão apresentados, um mesmo valor pode ter diferentes significados. Por exemplo, o valor cinco corresponde a quase um terço da quantidade de filhos

das mulheres de 30 a 40 anos que possuem três filhos, mas também corresponde a mais de 80% das mulheres entre 60 e 70 anos que possuem mais de três filhos. Assim, eles ressaltaram que isso teria que ser considerado no momento de construir um novo gráfico, o qual foi refeito e apresentado na versão 6 do relatório.

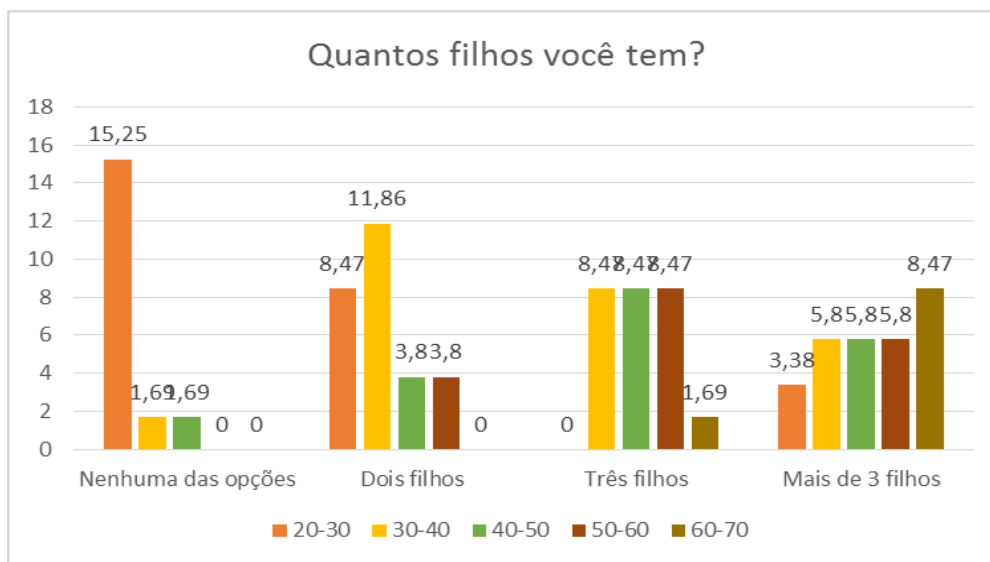


Figura 23 – Número de filhos das agricultoras rurais entrevistadas segundo a faixa etária

Fonte: a autora.

Nesta versão, Renata considerou o total de filhos em todas as faixas etárias e apresentou os dados em porcentagem. No entanto, o valor cinco, conforme referido anteriormente, continuou sendo representado com 8,47%, em todas as faixas etárias. Assim, os professores solicitaram que a aluna refizesse o gráfico, considerando os valores por faixa etária. Com isso, no exemplo mencionado, os valores seriam, aproximadamente, 31,3% e 83,3%.

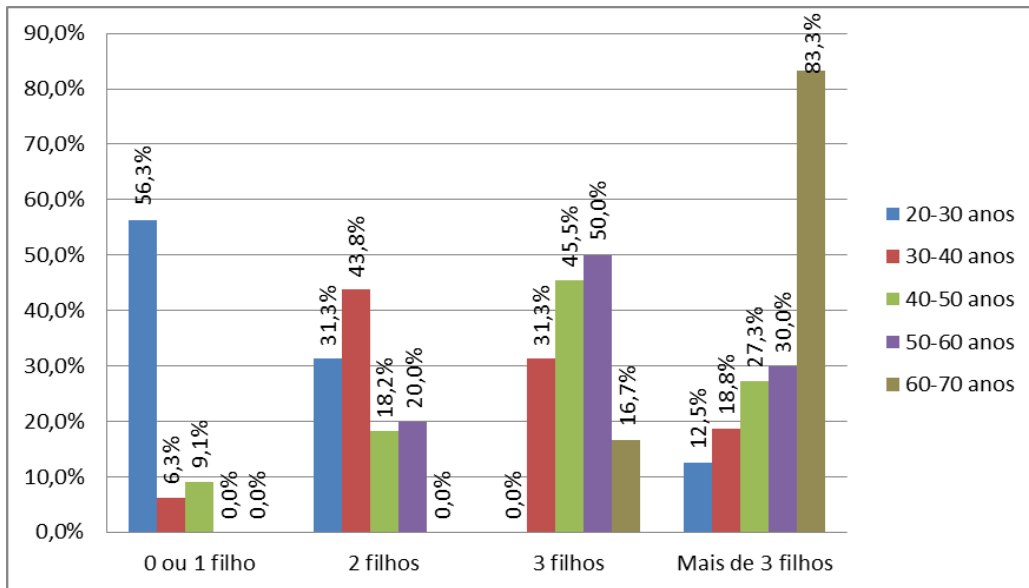


Figura 24 – Número de filhos das agricultoras rurais entrevistadas segundo a faixa etária

Fonte: a autora.

Renata fez alguns comentários sobre o gráfico, na versão final do relatório, como se exemplifica a seguir.

É necessário informar as mulheres da importância de não terem muitos filhos, pois é um fator de risco para o Papiloma Vírus Humano (HPV), que desenvolve o câncer de colo de útero. A diminuição da quantidade de filhos nas mulheres mais novas se dá pelos métodos contraceptivos que as mulheres mais velhas não tinham acesso ou pouco acesso e porque o mundo está mais competitivo em relação ao mercado de trabalho. Hoje, as mulheres brasileiras primeiro buscam uma vida financeira mais sustentável ou a busca por independência própria para depois terem filhos. Em muitos casos, as mulheres preferem terem filhos por volta dos 30 anos de idade.

Fazer a cirurgia de ligação de trompas ou laqueadura impede que a mulheres possam engravidar novamente. Pela Lei nº 9.263, artigo 10. I – É indicada a laqueadura de mulheres com idade acima de 25 anos de idade que têm três filhos ou alguma complicação que precise ser realizada antes do indicado (versão final do relatório de Prevenção do Câncer, p. 7).

CAPÍTULO V

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo discutem-se os resultados obtidos no presente estudo, que foram apresentados no capítulo anterior, a partir das quatro categorias seguintes: 1. Construção de gráficos a partir dos dados; 2. Construção de gráficos a partir da interpretação de dados; 3. Interação entre construção e interpretação de gráficos e 4. Gráficos coletados. Buscou-se, conforme pontuado no capítulo anterior, realizar a triangulação de dados para que a discussão dos resultados emerja da interação deles com a literatura anteriormente apresentada.

Os dados foram coletados fundamentalmente dos projetos de modelagem, os quais foram apresentados no capítulo anterior a partir da concepção sociocrítica (Barbosa, 2001b), que se fundamenta em dois elementos: é uma atividade dos cenários para investigação com referência à realidade (Alrø & Skovsmose, 2006) e um problema para os estudantes (Ponte et al., 2003). Assim, o conteúdo matemático é um meio para uma compreensão maior e melhor da realidade. Nesse estudo, os projetos de modelagem foram selecionados a partir da presença de alguns critérios, como a presença dos gráficos estatísticos, os quais são sintetizados na classificação geral presente na Tabela 13.

Tabela 13 – Classificação geral dos gráficos estatísticos dos projetos

Origem	Tipo de gráfico	Quantidade	Nível de Curcio (1987)	Nível de Arteaga (2011)
Gráficos coletados	Linhas	2	3	—
	Setores	1	2	—
Gráficos construídos	Colunas	1	1	
		1	2	3
		2	3	
		1	—	
	Setores	6	1	
		6	2	4
		10	3	
		1	2	3
		38	—	
		2	—	4
Barras	6	3	4	

Fonte: o autor.

Esclarece-se que nem todos os gráficos estatísticos foram apresentados no capítulo anterior, uma vez que eram semelhantes aos que foram descritos. Além disso, alguns não foram classificados, tanto em termos do nível de complexidade semiótica inerente à construção de gráficos (Arteaga, 2011) quanto ao nível de leitura e interpretação de gráficos já construídos (Curcio, 1987), ou seja, são dados prontos. Especificamente no caso dos gráficos coletados na Internet não foi possível determinar o nível de complexidade semiótica e, em outros casos, a escassa informação disponibilizada pelos alunos não permitiu classificá-los quanto ao nível de compreensão.

As quatro categorias, antes referidas e que serão desenvolvidas a seguir, serão usadas para estruturar a discussão dos resultados, a partir do objetivo geral desse estudo, que é analisar a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

5.1 Construção de gráficos a partir dos dados

Estes dados foram coletados pelos alunos em artigos científicos publicados em revistas e em normas publicadas no *site* da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA), em entrevistas que realizaram com pequenos agricultores, (re)vendedores de produtos, funcionários do colégio e provadores não treinados que realizaram degustações de produtos produzidos pelos alunos. Uma das formas de organizar esses dados foi através da construção de tabelas e, posteriormente, de gráficos estatísticos. Os processos envolvidos nessa construção de gráficos estatísticos serão discutidos nesta categoria.

De modo geral, os alunos afirmaram que a apresentação dos dados em gráficos estatísticos contribuiu para uma melhor compreensão dos possíveis leitores dos projetos e dos visitantes da feira de Matemática do colégio.

No projeto Beiju, uma aluna afirmou que:

Beatriz: Acabou até ficando mais fácil para a gente explicar para as pessoas que a gente estava querendo mostrar algo.

Beatriz também afirmou que nem todos os visitantes da feira conseguiram compreender os resultados obtidos a partir dos cálculos realizados por aplicação de fórmulas, mas que todos entenderam os dados apresentados nos gráficos. Outra aluna do projeto Beiju complementou, afirmando:

Emanuele: É, meio que dá no mesmo, mas só acho que no gráfico vai estar mais explícito.

Explícito pode ser associado à representação gráfica e que pode ser justificada pela fala do aluno Carlos, do projeto Suínos: “vendo mais, fica mais fácil de absorver”.

Assim, apesar de os dados apresentados serem os mesmos, segundo fala de Emanuele que pode ser ampliada para outros projetos de modelagem, a mudança da representação (de dados que resultam de cálculos usando fórmulas ou apresentados em tabela para dados apresentados em gráficos estatísticos) facilitou a compreensão das pessoas, na opinião dos alunos. Esse processo é denominado de transnumeração e é considerado um processo “*dinâmico* de mudança de representações para engendrar compreensão” (Wild & Pfannkuch, 1999, p. 127 – grifo dos autores). Também, Arteaga et al. (2011) argumentam que a mudança de representação (transnumeração) é um dos motivos que justifica o fato de as pessoas precisarem ter conhecimentos básicos de tabelas e gráficos estatísticos e para Rumsey (2002), trata-se de um dos fundamentos da competência de literacia estatística.

Para representar os dados estatísticos em um gráfico estatístico é necessário refletir sobre o tipo de gráfico que seria mais adequado para representar os dados. Além disso, é preciso organizar os elementos estruturais de cada tipo de gráfico, ou seja, escolher o título, os rótulos, a escala, considerando as particularidades de cada tipo gráfico, os quais devem ser adequados conforme os aspectos técnicos da construção de gráficos, como se denominou nesse estudo.

Dentre os vários tipos de gráficos usados pelos alunos, os quais foram apresentados no capítulo anterior da tese, o de colunas foi usado com maior frequência, representando 60,9%.²⁷ Para a escolha do tipo de gráfico mais adequado para representar os dados, os alunos apontaram diferentes razões. De modo geral, a escolha foi definida pela melhor forma de compreensão que esse tipo de gráfico pode proporcionar, conforme já pontuado. Apresentam-se, a seguir, as justificativas para a escolha de gráficos de colunas com falas de alunas dos projetos Polpa de Frutas e Banana e Aipim, respectivamente.

Jamile: Fica melhor a identificação, além de proporcionar melhor visão para quem a gente está explicando.

Aline: É o mais fácil de entender também, porque é o mais conhecido pela população.

Assim como afirmam Guimarães et al. (2001) e Fernandes et al. (2011), os gráficos de colunas se justificam por ser o tipo de gráfico que é amplamente divulgado pelos meios de

²⁷ Considerando-se todos os gráficos construídos, os gráficos de colunas representam 35%. Entretanto só o Projeto Prevenção do Câncer possui, em uma das versões do relatório, 35 gráficos de setores, o que representa 45,5% do total, sendo que isso ocorre em uma versão que não é a final.

comunicação. Além disso, o gráfico de colunas foi facilmente construído pelos alunos com o Excel, o qual o oferecia como a primeira opção entre os gráficos estatísticos que poderiam ser construídos.

As equipes de dois projetos também afirmaram que escolheram o gráfico de colunas para representar os dados pois não sabiam fazer outro tipo de gráfico, uma vez que Estatística é ministrada apenas no 4.º ano do ensino médio (e eles vivenciaram o projeto no 2.º e 3.º anos do ensino médio), sendo que só uma das sete equipes, que cursava o 4.º ano do ensino médio quando iniciaram o projeto, teve contato com esse conteúdo no início do projeto. Outras equipes finalizaram seus projetos no 4.º ano do ensino médio e, por isso, tiveram contato no momento em que interpretavam os dados. Uma aluna do projeto Beiju apresentou outro argumento.

Beatriz: Porque dá para ver, de uma forma melhor, as porcentagens...

A aluna também afirmou que é melhor representar as porcentagens no gráfico de colunas. Sabe-se que há outros tipos de gráficos que podem representar dados em porcentagem, mas, como pontuado anteriormente, as alunas enfatizaram o papel do gráfico para a apresentação dos dados e afirmaram que, desta forma, era melhor do que só apresentarem os resultados dos cálculos realizados a partir das fórmulas.

Os alunos do projeto Horta apresentaram outro aspecto no diálogo com o professor, o qual foi pontuado por quatro equipes.

Jucimar: Uma comparação.

Laís: Isso, uma comparação. Isso aí já foi num gráfico.

Professor: A comparação de quê?

Jucimar: Entre o agricultor e a EMBRAPA, aqui no gráfico.

[...]

Laís: Porque o gráfico de colunas, a gente acha que foi o melhor que se adequava aos dados da tabela.

Nesse trecho, os alunos afirmaram que a escolha do gráfico de colunas permitiu a comparação de frequências ou percentuais, a partir da altura ou comprimento das colunas (Monteiro & Selva, 2001). A aluna Laís, também do grupo Horta, justificou que os dados não poderiam ser representados por um gráfico de setores, pois “ia ficar meio que desorganizado”, nem por um gráfico de linhas, o qual “também não dá pra fazer”. Além disso, o aluno Jucimar afirmou que “não ia ter como fazer a comparação”.

O grupo Banana e Aipim também argumentou sobre a quantidade da variável analisada e sua influência na escolha do gráfico de colunas.

Marlon: É porque o gráfico de colunas é mais fácil para a gente identificar a quantidade de pessoas que fez a análise sensorial.

Esse aspecto será retomado na terceira seção deste capítulo. Aqui reforça-se a necessidade da transnumeração (Wild & Pfannkuch, 1999), que é a mudança da representação. Esse processo é permeado pela necessidade da escolha do tipo de gráfico estatístico a ser construído.

Dos 23 gráficos apresentados no capítulo anterior, 20 gráficos foram construídos pelos alunos. Destes, 75% (ou 15) são de colunas, 20% (ou quatro) de setores e 5% (ou um) corresponde a um gráfico de barras, sendo que 60% (ou 12 gráficos) são do nível 4 e 40% (ou oito gráficos) são do nível 3 de complexidade semiótica (Arteaga, 2011), que são identificados na construção dos gráficos estatísticos.

No processo de construção dos gráficos estatísticos, a escolha do gráfico com uso do Excel dispensou os alunos do processo de construção com lápis e papel. O uso desse *software* é ressonante com a abordagem de conteúdos estatísticos e tem fácil acesso, já que é um programa presente em muitos computadores e *notebooks*. Além disso, seus arquivos são facilmente copiados para arquivos do Word e PowerPoint, os quais foram utilizados pelos alunos para a produção do relatório e do banner apresentado na feira de Matemática do colégio, ou seja, considera-se que o uso do *software* Excel foi adequado pela facilidade de acesso e manuseio.

Além disso, deve-se analisar o que a presença das TIC possibilitou e dificultou no coletivo composto por elas e pelos alunos, sem comparar se seria melhor ou pior sem o seu uso (Borba & Penteado, 2001). Assim, ao fazer uso do Excel, os alunos utilizaram menos tempo na construção dos gráficos estatísticos. Mas será que isso permitiu que eles adentrassem nos cenários para investigação?

Para reflexão sobre esta pergunta, deve-se identificar os níveis de compreensão dos alunos a partir da construção do gráficos estatísticos: 70% (ou 14 gráficos) são dos níveis 2 ou 3, sendo a metade desse valor para cada nível, 10% (ou dois gráficos) são do nível 1 e em 20% (ou quatro gráficos) não há dados que permitem identificar um nível de compreensão, já que não foi identificada nenhuma tentativa de interpretação dos gráficos pelos alunos. Analisam-se, a seguir, algumas dessas interpretações.

No gráfico da Figura 18 do projeto Suínos, os alunos afirmaram que ele apresenta duas informações: os quatro animais e suas respectivas massas. Assim, é feita uma leitura pontual (Lima & Selva, 2013) dos valores para cada suíno, ou seja, realizaram a *leitura dos dados*, que

corresponde ao nível 1 de compreensão dos gráficos (Curcio, 1987). Analogamente, foi feita a leitura pontual do gráfico da Figura 23 no projeto Prevenção do Câncer.

Quanto aos elementos considerados estruturais de um gráfico estatístico (Friel et al., 2001), identifica-se nos gráficos do nível 1 a presença dos títulos, eixos e das escalas, apresentados adequadamente. Quanto aos rótulos, estão presentes no gráfico da Figura 23, mas não na Figura 18, o que poderia dificultar a leitura do valor correspondente ao suíno 4, por exemplo, o qual possui cinco quilogramas de massa, um valor pequeno em uma escala que varia de 50 em 50 quilogramas. Na Figura 23, o gráfico apresenta a legenda de cada faixa etária, representada com diferentes cores.

Alguns grupos fizeram gráficos de colunas e identificaram o maior valor da variável, ou seja, fizeram uma *leitura entre os dados*, que é o nível 2 de compreensão proposto por Curcio (1987).

No projeto Polpa de Frutas, as alunas afirmaram que a maior quantidade de nutrientes está nos resíduos das frutas, utilizando o gráfico das Figuras 6 e 7 para destacar isto na apresentação oral durante a feira de Matemática do colégio, assim como ocorre nas Figuras 3 e 5. Analogamente é destacada a boa aceitação da análise sensorial do brigadeiro de banana no projeto Banana e Aipim (gráfico da Figura 12) a maior quantidade de molhos vendidos pelo senhor Geovane no projeto Salsa e Alface (gráfico da Figura 14). No projeto Prevenção do Câncer, a aluna Renata afirmou que a maior quantidade de mulheres entrevistadas possuía entre 20 e 40 anos de idade (gráfico da Figura 20).

Na comparação dos dados feita pela equipe do projeto Salsa e Alface, as alunas identificaram que cada vendedor cobrava o mesmo valor para a venda das hortaliças, a partir da interpretação do gráfico da Figura 15.

Assim, a leitura global do gráfico permitiu uma interpretação mais geral (Guimarães et al., 2001). Este aspecto é identificado por Lima e Selva (2013) como sendo um dos quatro tipos de questões que estão presentes nos livros didáticos, relativas à interpretação de gráficos. Das interpretações dos alunos, conclui-se que esse é um aspecto de fácil compreensão para os alunos, pela identificação das maiores alturas nos gráficos de colunas e da maior região nos gráficos de setores presentes nos projetos.

Quanto aos aspectos técnicos dos gráficos identificados com a compreensão de nível 2 de Curcio (1987), os gráficos possuem títulos e escalas apresentadas adequadamente. A ausência dos rótulos dificultou a apresentação de alguns desses gráficos. No projeto Polpa de Frutas, após o professor solicitar que comparassem os gráficos das Figuras 6 e 7 com o da Figura 2, a aluna

Simone afirmou que na Figura 2 “as quantidades estão em cima”, apontando para a parte superior dos retângulos, em um dos gráficos de colunas. Analogamente aconteceu na comparação entre gráficos no projeto Banana e Aipim.

Quanto ao nível 3 de compreensão de gráficos estatísticos, nomeado por Curcio (1987) de *leitura além dos dados*, os alunos interpretaram os gráficos a partir de conhecimentos prévios, mas que não se restringiram à parte técnica. Com isso, apresenta-se a parte técnica e a parte denominada de aspectos socioculturais conjuntamente, sendo este último aspecto relacionado ao conhecimento reflexivo (Skovsmose, 2001). Destacam-se dois dos sete gráficos estatísticos identificados nesse nível²⁸.

No gráfico da Figura 1, do projeto Beiju, as alunas identificaram o maior valor para a participação do produtor na venda do beiju do que do revendedor no atacado e no varejo e do vendedor na feira. Assim, elas concluíram que o resultado era justo, uma vez que é o produtor que faz todo o processo de plantação da mandioca, realiza a colheita, compra açúcar e coco para produzir o beiju. Ou seja, ele é o que tem o maior trabalho na produção e nem sempre é recompensado. As alunas também afirmaram que o próprio produtor poderia vender na feira e, assim, aumentaria sua renda.

Além disso, defenderam a maior renda para o produtor devido à necessidade de valorização da agricultura familiar. Por fim, o professor questionou as alunas sobre o que elas gostariam de ampliar no gráfico da Figura 1. Elas argumentaram que preferiam ampliar a participação do produtor e justificaram pelo fato de conhecerem esse contexto do tema e da problemática do projeto, inclusive a mãe de uma delas era dona de uma casa de farinha, em que o beiju poderia ser produzido.

Assim, percebe-se que as alunas mobilizaram conhecimentos a partir de suas crenças no processo de interpretação de dados, conforme pontua Monteiro (2006). As experiências das alunas no contexto vivenciado revelaram opiniões relacionadas à justiça do produtor ter a maior receita da venda do beiju, pelo maior trabalho no processo de produção do produto. Isso também foi balanceado pela exemplificação pessoal de uma aluna, cuja mãe possuía uma casa de farinha, local onde o beiju era produzido (Monteiro, 2006).

Preocupações com a renda obtida por vendedores também estiveram presentes no projeto Salsa e Alface. Uma das preocupações das alunas foi com a compreensão de lucro que eles

²⁸ Os gráficos identificados neste nível são das Figuras 1, 10, 15, 16, 19, 22 e 24. Somente três serão apresentados aqui, pois os demais serão apresentados em outras categorias.

possuíam. As estudantes iniciaram dando voz a eles, para que falassem sobre suas vivências na venda de hortaliças. Porém, nota-se no discurso delas uma certa crítica à postura que eles adotaram. Elas disseram que o senhor Geovane e a senhora Antônia, os quais produziam hortaliças para venderem na feira, não sabiam quanto gastavam e vendiam, ou seja, não sabiam quanto tinham de lucro. Além disso, o senhor Geovane afirmou que tinha ajudantes durante a feira, os quais recebiam remuneração pelo dia de trabalho. Com isso, as alunas apresentaram estas posturas dos vendedores como dificuldades, um problema, tal como a falta de conhecimento dos comerciantes.

Estas preocupações revelaram que alunas entendem a necessidade de compreensão, por parte dos vendedores, de conhecimentos matemáticos, para evitarem prejuízos e/ou ampliem suas receitas e rejeitem a ideia de que tudo o que vendiam era lucro. Por outro lado, as falas dos entrevistados apontaram que há outras formas de manifestações da Matemática, ou seja, de medir, comparar, classificar (D'Ambrosio, 2007) etc que estão presentes nas formas de pensar dos vendedores de hortaliças entrevistados, a qual para eles, tudo o que venderam pode ser considerado lucro.

Para maior compreensão disso, deve-se entender que há a produção de uma Matemática cultural, mas não só isto, uma vez que é preciso analisar uma das técnicas criadas (que se denomina Matemática) que evoluiu historicamente de acordo com características culturais e que se amplia no sentido de possibilitar a busca por explicações, entendimentos, medições, criações que podem permitir, por exemplo, evoluções e sobrevivências dos seres humanos, e isto D'Ambrosio (2007) denominou de etnomatemática. Assim, o que os vendedores fizeram foi a produção e resignificação de conhecimentos matemáticos que pudessem permitir as suas sobrevivências e transcendências.

As falas dos vendedores destacaram que suas compreensões de lucro, desde que não resultassem em prejuízos, não precisariam gerar lucros maiores do que necessitavam para suprir suas necessidades básicas de sobrevivência. Por isso, conforme pontuou a professora, a mudança deste ponto de vista dos entrevistados pode não acontecer e não pode ser imposta, mesmo com a tentativa de melhorar a condição de vida dessas pessoas. Assim, deve-se valorizar a noção de lucro deles, a qual é baseada em uma etnomatemática.

No contexto mencionado, não se deve desconsiderar os conhecimentos populares, ou seja, os conhecimentos informais, transmitidos de geração em geração por meio de pessoas que aprenderam com os mestres ou pessoas mais experientes, os quais podem ser verificáveis através de experiências pessoais e baseados em imitações dessas experiências, sendo limitados

à vida diária das pessoas (Marconi & Lakatos, 2007). Isso explica, pelo menos parcialmente, porque dois vendedores compartilharam de forma semelhante suas maneiras de entendimento do lucro e, apesar de ser um conhecimento que é falível (Marconi & Lakatos, 2007), era suficiente para eles sobreviverem.

Assim, na interpretação do gráfico da Figura 15, nota-se que os alunos realizaram a referência contextual, expressão afetiva e exemplificação pessoal (Monteiro, 2006), mas que precisavam ser apoiadas no respeito à opinião diferente da interpretação fundamentada nos conhecimentos matemáticos acadêmicos e escolares, especialmente na interpretação do gráfico mencionado, em que lucro não era considerado como a diferença entre receitas e despesas.

Desta forma, pode-se afirmar que se deve considerar os conhecimentos etnomatemáticos na interpretação de gráficos estatísticos, ampliando-se a classificação inicialmente proposta por Monteiro (2006). Acredita-se que o conhecimento etnomatemático poderá atuar como elo de ligação entre os conhecimentos técnicos e os conhecimentos socioculturais para a interpretação dos gráficos estatísticos.

Conhecimentos etnomatemáticos também podem ser identificados no projeto Horta, presente no gráfico da Figura 16. Ao comparar os valores do espaçamento entre as covas da couve, os alunos perceberam uma diferença entre os dados do produtor entrevistado e os dados recomendados da EMBRAPA: 900 x 2500. Destacaram que existe vantagem para o produtor, uma vez que poderia produzir mais, mas a qualidade da produção seria menor, o que representa uma desvantagem.

A aluna Laís ressaltou que essa diferença não pode ser considerada como um erro, mas como a forma como o pequeno agricultor aprendeu com seu pai, sua mãe ou um outro agricultor. A compreensão do coletivo de alunos, professores e mídias só foi possível pelo contexto em que se deu a voz ao agricultor, existindo sensibilidade para aceitar outra forma de conhecimento matemático que não seja o acadêmico (Meyer et al., 2011; D'Ambrosio, 2007).

A aproximação da modelagem com a etnomatemática é destacada na literatura. Meyer et al. (2011) destacam que além de abordar a modelagem como uma tendência em Educação Matemática vinculada à sala de aula, que possibilita educar matematicamente, incorporam-se manifestações matemáticas relacionadas ao contexto em que se convive. “Assim, justifica-se a aproximação da etnomatemática com a modelagem, como um dos possíveis caminhos de uma forma de estabelecer, nos espaços escolares, a inserção da maneira de pensar as relações dos conhecimentos matemáticos e a sociedade mais participativa e democrática” (Meyer et. al., 2011, p. 86).

Os autores complementam afirmando que a modelagem possibilita o acesso ao conhecimento matemático não dominante, ou seja, não acadêmico, pois “é por meio dela que temos a oportunidade de levar os alunos a problematizar suas práticas com situações do cotidiano - e possam dele se apropriar, intermediado pela ação do professor nas suas práticas” (Meyer et al., 2011, p. 89). Assim, se o professor proporcionar aos alunos a escolha de temas ou subtemas de interesse deles, pode criar condições para que os conhecimentos etnomatemáticos possam estar presentes na produção dos conhecimentos coletivos. Os conhecimentos etnomatemáticos podem ser da sua própria realidade e isso cria condições para que possam ocorrer intervenções para melhoria dos aspectos que os alunos pesquisaram, caso as pessoas entrevistadas ou observadas tenham interesse.

Assim, a aproximação entre modelagem e etnomatemática permite que os alunos possam acessar uma maior quantidade de instrumentos, que por sua vez podem permitir mais maneiras de enfrentar problemas que surgem e, assim, encontrar novos modelos matemáticos do cotidiano, ou seja, podem gerar novas soluções e ações relacionadas ao contexto pesquisado (D'Ambrosio, 2007).

Isso só será possível se o professor de Matemática compreender que é preciso dar voz às pessoas e não perspectivar isso como erro. Para tal, é necessário ter a sensibilidade de, junto com os alunos e as mídias, formarem coletivos que compreendam que esse é um olhar diferente (Meyer et al., 2011).

Por outro lado, em alguns projetos de modelagem, os alunos, de posse dos dados coletados, tiveram que realizar algumas interpretações dos dados antes de construírem os gráficos. Isto será aprofundado na próxima categoria de discussão dos dados.

5.2 Construção de gráficos a partir da interpretação dos dados

Esta categoria foi identificada em três projetos de modelagem. Nesses projetos, quando os alunos coletaram os dados, eles tiveram que tomar decisões antes da construção dos gráficos estatísticos. Assim, são as diferentes interpretações dos dados que foram realizadas por eles que se analisam e discutem a seguir.

No projeto Polpa de Frutas, as alunas se depararam com alguns dados apresentados na Tabela 3, os quais diferem da forma como geralmente são apresentados nos livros didáticos de Matemática. Assim, as estudantes tiveram que analisar como representar esses valores no gráfico estatístico (da Figura 2), antes da sua construção.

Os resíduos do mamão foram apresentados em dois dados: cascas e sementes (34%) e aparas do corte (12%). As alunas facilmente afirmaram que deveriam somá-los para obter o valor total dos resíduos desta fruta.

Já os resíduos da manga estavam apresentados na forma (53-77). Por isso, as estudantes realizaram discussões com os professores oralmente, por escrito e em ambiente informático. Elas fizeram suposições a partir do uso do método de tentativa e erro, uma vez que apresentaram tentativas que não foram justificadas de modo adequado ou nem mesmo foram justificadas. Por exemplo, as alunas afirmaram que deveriam realizar a divisão entre os números, o que resultaria em um valor menor que o valor mínimo do intervalo de números reais 53-77. Outra tentativa não justificada foi o uso do mínimo múltiplo comum entre os números.

Com isso, os professores buscaram a apresentação de exemplos com a intenção de superar a tentativa e erro sem justificativas, de forma semelhante ao que foi analisado por Silva e Diniz (2013), quando uma professora apresentou novos exemplos para superar as dificuldades de compreensão dos alunos dela. Assim, os professores buscaram esclarecer as dúvidas das alunas, apresentando exemplos de uma situação que pudesse criar reflexões para a outra situação. Segundo Wild e Pfannkuch (1999), seria uma aplicação de técnicas, ou seja, problemas semelhantes seriam apresentados (ou retomados de vivências anteriores), salientando as técnicas já utilizadas e o reconhecimento da sua aplicabilidade em contextos semelhantes.

Em alguns trechos, nota-se um tímido desenvolvimento da resposta ao problema, apresentando uma característica dinâmica pois, nesses momentos, foi possível identificar que as alunas se movimentaram na tentativa de compreenderem o que era necessário e, assim, atingirem o objetivo, ou seja, o processo apresenta características do interesse das alunas nos projetos de modelagem (Herminio & Borba, 2000).

Além disso, identificam-se aspectos da cultura escolar nesse processo de tentativa e erro. Uma hipótese é que o interesse das alunas em encontrar uma “resposta certa” se sobrepôs à compreensão da situação analisada. Ou seja, a postura das alunas permitiu verificar que o objetivo delas estava baseado na certeza de que os professores confirmariam se as tentativas estariam corretas (ou não) e, caso acertassem, superariam rapidamente as dificuldades. Com isso, pode-se supor que a curiosidade não estava identificada como crítica (Freire, 1996).

Araújo (2002) também pontuou que a presença de elementos da cultura escolar, em um projeto de modelagem, conduziu o interesse dos alunos para pensarem primeiro no conteúdo matemático a ser abordado no projeto, uma vez que eles imaginaram uma situação fictícia para

abordarem modelos matemáticos já conhecidos por eles, mas que, conforme apresentados, permitiam interpretações que não eram ressonantes com a realidade. Assim, conforme a presença de elementos que caracterizam a cultura escolar do paradigma do exercício, as alunas recorreram a conhecimentos matemáticos e tecnológicos, conforme Skovsmose (2001), no recorte apresentado do desenvolvimento do projeto de modelagem.

Pode-se conjecturar que, para as alunas, o projeto de modelagem proposto era mais uma atividade escolar em que seriam avaliadas por uma nota e, portanto, teriam que ter uma postura que ultrapassasse a preocupação limitada aos tipos de conhecimentos mencionados anteriormente, uma vez que, como o problema a ser resolvido emergiu de uma situação contextualizada no projeto de modelagem, a partir dos dados que coletaram (Burak & Aragão, 2012), os números precisariam ter um significado interpretado no contexto real (Pimenta, 2009), o que aconteceu parcialmente, como pode ser percebido pela fala de uma das alunas.

Simone: Colocaria um valor que ficasse próximo de todos.

A aluna também afirmou que o valor procurado representaria que a quantidade de resíduos da manga deveria ser maior que 50%, mas não muito maior.

Por outro lado, essa postura das alunas, em alguns momentos, revela um contexto de incertezas, que é um dos fundamentos presentes nos processos relacionados ao pensamento estatístico. Apesar disso, as limitações da abordagem de atividades com essa característica fizeram com que o engajamento do professor tivesse sido mais diretivo, ao invés de proporcionar uma curiosidade crítica nas estratégias de pensamento (Wild & Pfannkuch, 1999).

Com um papel importante na tomada de decisões das alunas, a postura do professor foi fundamental pois proporcionou condições para que elas pudessem apresentar o valor que representasse o resíduo da manga. Entretanto, como a questão a ser respondida pelas alunas era do tipo aberta (Sant'Ana & Sant'Ana, 2009), talvez pudesse atuar de uma forma que direcionasse menos os pensamentos das alunas, uma vez que limitou seus pensamentos estatísticos. Apesar disso, o docente conduziu os diálogos para que as alunas pudessem analisar as hipóteses que afirmaram, relacionadas ao método da tentativa e erro. Ele também apresentou ideias básicas relacionadas a conceitos estatísticos, como média e moda e, de modo geral, buscou proporcionar condições para que as alunas desenvolvessem atividades como se fossem cientistas (Rumsey, 2002), aspecto relacionado à competência literacia estatística.

Por outro lado, uma das características centrais da concepção de modelagem adotada neste estudo é a coparticipação, ou seja, professores e alunos são corresponsáveis pelo projeto de modelagem, uma vez que eles não têm amplo domínio sobre a temática abordada no

problema e nas interações com possíveis conteúdos matemáticos que não são previamente definidos (Diniz, 2010).

Assim, caso as intervenções do professor não acontecessem, poderia ocorrer a perda do interesse dos alunos, o que fez com que o professor apresentasse motivos para que as alunas não desistissem da proposta e refletissem sobre os caminhos apresentados para a solução do problema. Por isso, acredita-se que, nessa perspectiva apresentada, ele buscou criar condições para que as alunas mantivessem a curiosidade, uma vez que é possível notar que o desenvolvimento do projeto de modelagem foi permeado por incertezas e, com isso, o professor buscou proporcionar a curiosidade crítica (Freire, 1996).

Portanto, apesar de não se identificar nenhum nível de compreensão (Curcio, 1987), a tabela que resultou na construção do gráfico da Figura 2 foi permeada por transformações de dados referentes à transnumeração da tabela para o gráfico.

Assim como no projeto de modelagem anteriormente discutido, o grupo Horta também recorreu à média aritmética para identificar um valor a ser representado no gráfico da Figura 16. Os alunos apresentaram os dados que foram coletados com um pequeno agricultor e da EMBRAPA nas Tabelas 7 e 8. Após compararem os dados presentes nas tabelas, concluíram que deveriam tirar um produto que estava apenas em cada uma das tabelas (pimentão na Tabela 7 e coentro na Tabela 8). Em seguida, padronizaram a unidade de medida, já que alguns dados estavam em centímetros e outros em metros (optou-se pelo uso do centímetro). Posteriormente, interpretaram o fato de o espaçamento entre as covas representar a região que seria ocupada pelo espaço necessário para desenvolvimento de cada plantação, sendo associado a uma região, representada por mais uma coluna inserida nas Tabelas 9 e 10. Por exemplo, 10000 centímetros quadrados era o espaço destinado ao crescimento do tomate, sendo o mesmo valor informado pela EMBRAPA e pelo agricultor entrevistado. Esse valor foi identificado por 100×100 (em centímetros), presente nas Tabelas 7 e 8. De modo análogo, os dados da couve também foram calculados.

Já os dados da alface e cenoura tiveram que ser interpretados, uma vez que a alface da EMBRAPA estava com espaçamento entre as covas de 20×20 até 30×30 (em centímetros), ou seja, um valor que poderia variar entre 400 e 900 centímetros quadrados. Os professores e os alunos concluíram que deveriam tirar a média aritmética desses valores para encontrarem um valor relativo à alface. Analogamente, o espaçamento entre covas da cenoura era de 25 a 30 centímetros, tanto para o pequeno agricultor quanto para a EMBRAPA. Isso foi analisado pelos

alunos e professores como semelhante ao caso anterior, sendo de 25 x 25 a 30 x 30 (em centímetros).

Assim, o coletivo formado por seres humanos, lápis, papel e calculadora do celular interpretou os dados de modo que se considera competente, uma vez que o coletivo mobilizou conhecimentos, que permitiram decidir sobre o valor mais adequado em uma situação do mundo real (Brasil, 1999). É possível se identificar isso na tomada de decisão realizada pelo coletivo, o qual iniciou apontando que só seria possível comparar os valores se os produtos estivessem presentes nas duas tabelas apresentadas. Analogamente, as decisões foram tomadas a partir da mobilização de conhecimentos matemáticos (multiplicação de números naturais, área de retângulo que representou a região onde cresceria a plantação e média aritmética dos valores extremos correspondentes ao espaçamento entre covas), que são conhecimentos prévios para alunos do ensino médio. A área do retângulo é representada por uma fórmula, mas ela não foi utilizada, uma vez que a tabela já apresentava os cálculos necessários para encontrar os valores.

O projeto denominado de Beiju utilizou uma fórmula que geralmente não é abordada no ensino médio. A estratégia adotada pelos docentes foi, inicialmente, apresentar um artigo para as alunas. A partir das dificuldades de compreensão das fórmulas presentes, os professores simularam valores com as alunas para que pudessem compreender como usar as fórmulas para realizarem os cálculos solicitados e construïrem o gráfico da Figura 1.

Deste modo, as alunas tomaram decisões a partir de fórmulas que foram sugeridas. Elas tiveram que coletar dados sobre os preços de venda do beiju no atacado, varejo e pago diretamente ao produtor. Os professores questionaram e as alunas argumentaram que o Preço pago ao Produtor (PP) deveria ser mais barato do que o Preço no Atacado (PA), pois é o consumidor que teria de se deslocar até o local de fabricação do produtor. Já o PA deveria ser mais barato do que o Preço no Varejo (PV), uma vez que os que revendiam o produto também precisavam ter lucro.

Em seguida, as alunas analisaram as margens do varejista, total de comercialização e do atacadista, que correspondem, respectivamente, ao valor percentual correspondente à receita do vendedor do produto no varejo, do revendedor e do vendedor no atacado. Assim, afirmaram que a participação do produtor representa o total menos o valor da margem do varejista, uma vez que essa margem representa a receita no processo de comercialização do produto.

As fórmulas envolviam apenas operações básicas da Matemática escolar, o que facilitou a compreensão dos cálculos. Entretanto, o coletivo não se restringiu a isto, uma vez que buscou

compreender os significados de cada preço utilizado na fórmula. Além disso, mas de modo superficial, também analisaram o significado desses valores encontrados, especialmente a participação do produtor, ou seja, a receita obtida pelo produtor que tem todo o trabalho necessário para a produção do produto, que envolve a plantação, colheita, uso de adubo, preparação da massa e a compra de açúcar e coco para produzir o beiju. Desta forma, identifica-se a presença da matemacia, que é um dos pressupostos da Educação Matemática Crítica (EMC), uma vez que os alunos devem fazer os cálculos e refletirem sobre eles na realidade (Skovsmose, 2007).

Em todos os três projetos de modelagem discutidos, apesar de nem sempre ter a presença de *softwares*, acredita-se que os alunos se envolveram com o processo de forma que se pode afirmar que eles adentraram na zona de risco, conforme pontua Calder (2011), pois fizeram tentativas e experimentaram possibilidades. Isso só é possível ocorrer se o contexto das atividades permitir que os alunos participem dos cenários para investigação (Skovsmose, 2000), uma vez que os coletivos formados por professores, alunos, oralidade, escrita e informática se depararam com atividades que não tinham uma solução imediata, ou seja, apresentavam-se como problemas.

Assim, serão apresentados trechos dos projetos de modelagem em que os alunos tiveram, a partir dos dados, que construir gráficos, os quais, após a sua interpretação, foram reconstruídos, uma vez que os primeiros se revelavam insatisfatórios face à situação do estudo. Assim, conduziram a construção de novos gráficos, em um ciclo de interação entre construção e interpretação. Isto será discutido na próxima seção.

5.3 Interação entre a construção e interpretação de gráficos

Nesta categoria, incluem-se os gráficos que foram construídos e que precisaram ser refeitos. A construção de novos gráficos foi motivada pela interpretação de um gráfico construído anteriormente, no qual foram identificados erros e/ou dificuldades na sua interpretação. Esse processo de interação entre construção e interpretação de gráficos foi identificado em três projetos e os gráficos construídos são os que estão apresentados na Tabela 14.

Tabela 14 – Diferentes gráficos construídos pelos alunos na representação de certas variáveis

Projetos de Modelagem	Gráficos
Polpa de Frutas	Figuras 2, 3, 5, 6 e 7
Banana e Aipim	Figuras 10, 11 e 12
Prevenção do Câncer	Figuras 21, 22, 23 e 24

Fonte: o autor.

As alunas do projeto Polpa de Frutas, a partir das Tabelas 4 e 5 que possuem as quantidades de nutrientes dos resíduos e da parte comestível do abacaxi, respectivamente, dialogaram com o professor para definirem que tipo de gráfico que deveriam usar para representar os dados. A aluna Simone iniciou afirmando que o gráfico de pizza seria o mais adequado para comparar os dados. Após o professor sinalizar que esse tipo de gráfico é o mais indicado para comparar partes do todo, ela mudou de opinião.

Em seguida, as alunas afirmaram que fariam dois gráficos de colunas duplas, um para cada tabela. Antes de os construírem, o professor indagou se poderiam representar em um só gráfico e elas disseram que sim e, após negociar as vantagens disso, construíram o gráfico da Figura 3, o qual não possuía título. Esse gráfico tem uma legenda, em que uma cor representava o resíduo e a outra cor a parte comestível de cada nutriente. No eixo horizontal, havia os nomes dos nutrientes e no eixo vertical, representado de – 20 a 980, há as quantidades dos nutrientes, com escala variando de 50 em 50. Entretanto, ao notar que os dados do zinco, ferro e manganês praticamente não eram perceptíveis no gráfico, o docente perguntou o que poderiam fazer para mudar esse quadro. As estudantes afirmaram que poderiam mudar a escala, o que foi feito, variando de 100 em 100, de 20 em 20 e de 10 em 10, usando uma janela do Excel que permitia realizar isso (Figura 4).

Assim, nota-se uma nova possibilidade: a presença de uma tecnologia digital nas aulas de Matemática, sendo o Excel uma escolha que facilita o uso pela sua disponibilidade em muitos computadores e *notebooks* (Brasil, 2006; Jacobini, 2004). Percebe-se que as alunas levariam muito tempo para organizarem as escalas dos gráficos com o lápis e papel, mas isso foi dispensado e permitiu que as alunas pudessem raciocinar e interpretar (Borba & Villarreal, 2005; Borba & Penteado, 2001). Assim, elas concluíram que a nova escala permitia superar o problema identificado: comparar as quantidades dos três nutrientes.

Evangelista e Guimarães (2015) apontam que a escala é um elemento fundamental para a compreensão de dados apresentados nos gráficos estatísticos. Analisar as escolhas feitas pelos alunos é importante, pois eles poderiam cometer erros e terem dificuldades (Lôbo & Alcântara, 2011).

A escolha da escala mais adequada se configurou como uma dificuldade para as alunas desse projeto de modelagem (Evangelista & Guimarães, 2015). Assim, como pode ser percebido, compatibilizar os valores apresentados com a escala a ser definida não é uma tarefa fácil (Guimarães, 2013), mas o Excel contribuiu para que algumas dificuldades, apontadas na

literatura e relacionadas à proporcionalidade entre os valores na escala adotada (Guimarães et al., 2001), não ocorressem.

Em seguida, as alunas buscaram alterar na janela (Figura 4) o valor do máximo presente no eixo vertical, uma vez que elas identificaram que poderiam ampliar a coluna se pudessem reduzir esse valor nesse eixo para 200 miligramas. Ao construir esse novo gráfico (Figura 5), uma aluna alertou que, com isso, o valor do potássio seria apresentado de modo inadequado, uma vez que a quantidade de resíduos desse nutriente era 973 miligramas.

Posteriormente, decidiu-se dividir os dados em dois gráficos, sendo que as alunas definiram que um dos gráficos de colunas duplas teriam os valores até 10 miligramas, ou seja, os dados do zinco, ferro e manganês, sendo representados nos gráficos das Figuras 6 e 7.

Elas argumentaram que isso facilitou a visualização, apesar de não inserirem os rótulos, o que dificultou a apresentação dos gráficos durante a feira de Matemática realizada no colégio. Foi possível identificar que os maiores valores estavam nos resíduos, em todos os nutrientes apresentados nas tabelas, ou seja, as alunas fizeram a leitura entre os dados (Curcio, 1987).

Assim, neste projeto apresentado, a interação entre construção e interpretação de gráficos foi demarcada por aspectos técnicos. Lima e Selva (2013) destacam que os professores têm um papel fundamental, haja vista que eles colocaram as condições para que os alunos pudessem refletir com o Excel sobre os gráficos que construíram, além da escolha do intervalo para a escala e do valor máximo no eixo vertical. Por fim, os professores também refletiram sobre a opção de construir dois gráficos para representar os dados.

A interação entre construção e interpretação de gráficos estatísticos é pontuada na literatura. Os investigadores alertam que são qualitativamente diferentes, mas complementam afirmando que “construir gráficos frequentemente implica algum tipo de interpretação” (Guimarães et al., 2001, p. 5). Fernandes et al. (2011) complementam argumentando que no processo de construção de gráficos estatísticos pelos alunos há elementos que contribuem para a sua compreensão, como as escolhas realizadas, as quais poderão enfatizar e favorecer (ou não) a comunicação de informações (Guimarães et al., 2001).

Aspectos técnicos da interação entre construção e interpretação de gráficos estatísticos também estiveram presentes no projeto Banana e Aipim. Os alunos desse projeto afirmaram que só sabiam fazer o gráfico de colunas. Cabe a ressalva que, no ensino médio, os alunos não tinham estudado este assunto até o momento da reunião (tiveram contato algumas aulas posteriormente, já que o assunto que seria abordado era Estatística). Eles também afirmaram que, com a Prof. Priscila, da área técnica (Agronomia), estudaram a análise sensorial e isso

permitiu o contato com gráficos de colunas, o que pode ter influenciado na escolha desse tipo de gráfico.

No gráfico da Figura 10, os alunos apresentaram os dados da análise sensorial do brigadeiro de banana sem os rótulos. Os professores conseguiram identificar os valores correspondentes a cada coluna do gráfico por meio da versão eletrônica do Word. Os dados apresentados (4,7; 1,9 e 2,7) para a aparência do produto correspondiam aos que gostaram, não gostaram e ficaram em dúvida quanto ao brigadeiro de banana, respectivamente. Isto fez com que o professor buscasse esclarecimentos, o que fez com que os alunos concluíssem que havia erros. Eles ficaram de verificar se conseguiriam recuperar os dados e identificar os erros cometidos.

Como não conseguiram encontrar os dados e talvez influenciados pelo diálogo com o professor, os alunos construíram um gráfico de setores (Figura 11) para representar os mesmos dados presentes no gráfico anteriormente apresentado. Os dados estavam apresentados com casas decimais e em porcentagem, com uma legenda tendo cores diferentes para representar a aparência, a textura, o gosto e o cheiro. Neste gráfico não foi possível identificar nenhum tipo de interpretação realizada pelos alunos.

Assim, como os dados não foram compreendidos pelos docentes, refizeram a coleta de dados com os brigadeiros e construíram novos gráficos de colunas, um para cada doce, encontrando-se na Figura 12 o gráfico da análise sensorial do brigadeiro de banana.

Neste gráfico e no gráfico da análise sensorial do brigadeiro de aipim, os alunos fizeram a leitura entre os dados (Curcio, 1987), uma vez que apenas destacaram o ótimo resultado que obtiveram para a aceitação global dos brigadeiros. Como não inseriram os rótulos, apresentaram um pouco de dificuldade para informar os valores, mas as colunas com as frequências dos que gostaram dos doces eram superiores aos que não gostaram ou ficaram em dúvida.

Assim, pode-se perceber que o processo é permeado por erros, os quais são parte do processo educativo. Borba et al. (1999) afirmam que é melhor que se reflita sobre o erro cometido do que se apresente uma resposta inadequada, resultado do acaso, em um projeto de modelagem. Inicialmente, os erros cometidos pelos alunos não puderam ser corrigidos, já que os dados coletados foram perdidos, mas foram sanados com uma nova coleta de dados e construção de novo gráfico estatístico.

Além disso, o brigadeiro de aipim, na primeira coleta de dados realizada pelos alunos, apresentou um erro na produção do doce e, assim, o resultado que encontraram não foi o esperado. Os alunos chegaram a mencionar que deveriam refazer a coleta no momento de

debate dos resultados obtidos. A interpretação dos resultados encontrados na análise sensorial dos alunos não esteve presente e se pode conjecturar que isso também ocorreria se não houvesse problemas com os dados possuindo casas decimais, conforme pontuado anteriormente.

Com isso, pode-se inferir que o contexto das aulas tradicionais de Matemática esteve presente, uma vez que o erro é visto como algo que não pode ocorrer e que precisa ser eliminado e corrigido, pois os alunos gostariam que o resultado da análise sensorial do doce fosse boa ou excelente. Borba et al. (1999) afirmam que se pode identificar e justificar o erro, mas não foi essa a postura dos alunos.

Assim, parece que a nova coleta de dados era algo desejado pelos alunos e isso culminou com a identificação do erro nos gráficos construídos, o que gerou a necessidade de nova coleta de dados e, assim, corrigiram também o erro da produção do brigadeiro de aipim. Parece tratar-se da necessidade de apresentar resultados positivos ou que “deem certo” na degustação dos doces.

Ferreira, Jacobini, Campos e Wodewotzki (2013) analisam os erros cometidos pelos alunos universitários na disciplina Estatística, relacionados à aplicação de fórmulas e de interpretação de enunciados e das questões. Os autores identificaram algumas dificuldades relacionadas à compreensão de conceitos, como os alunos afirmarem que a probabilidade é um valor negativo. “Acreditamos que é importante analisar os erros cometidos em conteúdos estatísticos pelos alunos, pois ao entendermos as suas dificuldades torna-se possível auxiliar o professor a reconhecer as causas dos erros e consequentemente contribuir com mudanças no ambiente acadêmico” (Ferreira et al., 2013, p. 2012).

Assim, o professor teve um papel fundamental de fazer com que os alunos explorassem os erros que foram identificados, inclusive pelos seus colegas de turma, uma vez que são importantes para a aprendizagens coletivas. Além disso, deve-se ter atenção pois os erros nas construções dos gráficos podem conduzir a erros nas interpretações dos gráficos (Wainer, 1992).

O ambiente experimental-com-tecnologias também esteve presente no projeto Prevenção do Câncer e permitiu a interação entre construção e interpretação de gráficos. O gráfico da Figura 21 apresentou as respostas de uma questão do questionário em uma faixa etária das mulheres entrevistadas. Para cada faixa etária, foram construídos gráficos de setores, sendo 35 os gráficos construídos semelhantes ao gráfico da Figura 21. Isso dificultava a comparação entre

os dados, de modo global, para cada questão. Não foi identificada nenhuma interpretação dos gráficos construídos.

Por isso, os professores sugeriram a construção de apenas um gráfico para cada questão. A aluna Renata construiu um gráfico de barras (Figura 22), mas que apresentava os dados com erros, como na faixa etária de 20 a 30 anos, em que as mães que têm três filhos possuem 2,5 filhos no total. Outros dados equivocados também foram destacados no gráfico.

Ao comparar os dados com a Tabela 12, os professores perceberam que havia uma inconsistência entre os valores. Além disso, os docentes perceberam que na forma como os dados foram apresentados no gráfico da Figura 23 havia elementos que poderiam interferir nas interpretações, como o valor cinco ter diferentes significados em diferentes faixas etárias, já que o número de mulheres entrevistadas em cada faixa era diferente, ou seja, na faixa de 50 a 60 anos, cinco representava metade das mulheres entrevistadas. Já na faixa de 60 a 70 anos, cinco representava 83,3% das mulheres entrevistadas.

A aluna construiu um gráfico de colunas múltiplas (Figura 23), mas apenas alterou os dados apresentados anteriormente, colocando-os em porcentagem, considerando o universo de mulheres entrevistadas. Assim, no exemplo apresentado anteriormente, o valor cinco correspondia a 8,47%, independente da faixa etária. Com este gráfico, ela apenas apresentou a leitura dos dados (Curcio, 1987).

Por fim, a aluna Renata construiu um novo gráfico (Figura 24), corrigindo a forma de interpretar os dados e apresentou dados da realidade para justificar os resultados obtidos, realizando assim a leitura além dos dados (Curcio, 1987).

Os valores que correspondiam a 8,47% foram resignificados, assumindo valores como 31,3%, 50,0% e 83,3%. Assim, nota-se que a forma como os dados foram apresentados poderia condicionar a forma como poderiam ser interpretados. De modo análogo, foi feito o gráfico de setores (Figura 13) pela equipe do projeto Salsa e Alface, os quais foram reconstruídos em dois gráficos de colunas (Figuras 14 e 15).

Assim, o coletivo formado por docentes, alunos e mídias condicionou formas de pensamento e isso foi possível pela facilidade de modificar os valores e construir novos gráficos estatísticos instantaneamente usando o Excel, minimizando o tempo que seria utilizado nos cálculos das porcentagens e na construção de gráficos (Borba & Penteado, 2001). Isso seria muito difícil ou, como defendem Carneiro e Passos (2009), impossível de se realizar sem as TIC.

Borba et al. (2014) e Borba e Villarreal (2005) destacam que a integração entre modelagem e tecnologias digitais permite que, dentre outros aspectos, conjecturas sejam

testadas com muitos exemplos de gráficos que podem ser construídos. São simulações que permitem não só analisar os ajustes de curvas por representações algébricas de funções, a partir de dados iniciais (Borba & Villarreal, 2005; Lévy, 2000), mas também comunicar os dados integrando as mídias oralidade e escrita, como foi feito na apresentação oral na feira de Matemática do colégio. Isso pode contribuir para a compreensão de conceitos, explorar diferentes formas de solução, construção de modelos matemáticos e a mudança de representação dos dados (Borba & Villarreal, 2005).

As simulações que foram apresentadas nesta seção não são da mesma natureza das que foram apresentadas por Diniz (2007), pois não são associadas a previsões. São simulações que permitem maior compreensão do que está sendo investigado e corrigir a forma de apresentação dos dados nos gráficos estatísticos. É um processo que é permeado por uma análise qualitativa (Diniz, 2007; Borba & Villarreal, 2005) e pelas interpretações dos dados obtidos, tanto do ponto de vista técnico quanto sociocultural.

O processo de interação entre construção e interpretação de gráficos faz com que, na interação dos seres humanos com as mídias informáticas, os pensamentos sejam reorganizados a partir de uma ação e do *feedback* proporcionado pelas TIC (Borba & Villarreal, 2005).

Nos projetos aqui analisados, a interação entre construção e interpretação de gráficos é permeado pelas competências estatísticas (Lopes, 2004). A literacia, o raciocínio e o pensamento estatísticos estão presentes desde a identificação e compreensão dos erros no primeiro gráfico construído, que foi resignificado com coletivos compostos pelos alunos, professores, TIC, oralidade e escrita. Neste processo, foi necessário que os coletivos mobilizassem conhecimentos matemáticos, buscando compreender as informações apresentadas. Em consequência, os alunos raciocinaram sobre as ferramentas e conceitos estatísticos e pensaram sobre as transnumerações que realizaram, raciocinando sobre os modelos estatísticos e matemáticos construídos (Wild & Pfannkuch, 1999).

Assim, as mídias condicionaram as formas de pensamento do coletivo ao permitirem reflexões coletivas que foram feitas a partir das três competências estatísticas referidas, em uma abordagem que envolveu experimentação e, posteriormente, teorização, o que é característico da abordagem experimental-com-tecnologias (Borba & Penteado, 2001).

Este processo de produção de conhecimento coletivo é permeado por reflexões ou por conhecimentos reflexivos (Skovsmose, 2001). Valero (1999) apresenta um conceito para a formação de professores de Matemática e que aqui será transposto para o contexto dos projetos de modelagem: a *coflexão*, entendida como parte de uma dimensão sociocultural associada à

formação de educadores matemáticos. Para a autora, coflexão envolve um processo de reflexão coletiva. O termo coflexão foi criado por ela para designar um processo de pensamento em que cada indivíduo é moldado pelo pensamento e pelas ações do outro, de modo consciente. Esse processo é feito através de, após uma fala, por exemplo, a pessoa retorna ao seu próprio pensamento, mas agora é moldado pelo pensamento do outro. As pessoas juntas se debruçam sobre o pensamento e ações das outras e, assim, pensam juntas e se comprometem a se posicionar de um modo crítico sobre a situação em que refletem. Com isso, segundo Valero (1999), as pessoas se relacionam em situações culturais de modo coletivo, ou seja, coflexivo, e que pode ser transformativo e deliberativo, uma vez que permite transformar e deliberar sobre a realidade pesquisada.

A coflexão é harmônica ao projeto de modelagem, conforme concepção adotada neste estudo. Aliada à possibilidade de transformar e deliberar sobre os contextos pesquisados, os alunos podem assumir uma postura de corresponsáveis pelo contexto, uma vez que possuem vivências e experiências que permitem contribuir para as reflexões coletivas e, conseqüentemente, contribuir para as suas interpretações.

Por exemplo, a forma como os alunos se posicionaram ao buscar compreender o papel de um entrevistado ou de um agricultor rural, foi a partir de suas vivências, experiências e conhecimentos sobre o assunto pesquisado. Em cada grupo, pode-se identificar diferentes formas de atuação dos alunos, as quais se constituem em diferentes coletivos de humanos e mídias. Em cada fala deles, sente-se a necessidade de justificar para si e para os demais colegas do grupo, para os docentes e para os visitantes da feira de Matemática do colégio seus pontos de vista que são moldados por diferentes mídias.

Suas crenças assumem papéis importantes nesse cenário, assim como a forma como compreendem o papel dos produtores de hortaliças, do agricultor da couve e dos produtores de suínos. Isso pode fazer com que as pessoas melhorem sua vida social (Valero, 1999).

Valero (1999) também destaca que a linguagem dos coletivos é compartilhada, como covas e outros termos técnicos envolvidos nos assuntos dos projetos, como cocção que é parte do processo de produção dos doces, relativo ao cozimento.

Na concepção teórica adotada neste estudo, os coletivos de humanos são moldados por atores não-humanos, que Lévy (1993) denominou de mídias oralidade, escrita e informática. Como a interpretação é entendida como opaca (Santos, 2012), ou seja, não é realizada a priori e, portanto, não é definitiva, ela é moldada pelos coletivos formados e pelas coflexões existentes. Como é defendido, neste estudo, que a produção de conhecimentos é coletiva, conforme

defende Skovsmose (2001), pode-se afirmar que além dos conhecimentos matemáticos e tecnológicos, há os conhecimentos reflexivos coletivos, que também podem ser denominados de conhecimentos coflexivos. Diferentes coletivos de humanos e mídias podem assumir diferentes papéis, os quais interferem no processo que é permeado por construções e interpretações de gráficos. Assim, a produção de conhecimentos coflexivos ocorrem no desenvolvimento dos projetos de modelagem.

Além dos gráficos que foram construídos pelos alunos e interpretados, eles também coletaram gráficos prontos na Internet, os quais serão discutidos na próxima seção.

5.4 Gráficos coletados

Em dois projetos de modelagem, há três gráficos estatísticos que foram coletados pelos alunos e incorporados ao relatório. As interpretações dos gráficos, realizadas pelos alunos, serão analisadas a seguir. Os gráficos foram coletados pelos alunos em artigos científicos disponíveis na Internet.

No projeto Suínos, os alunos apresentaram o gráfico da Figura 17, coletado em um artigo científico que eles encontraram na Internet. Na análise da figura, que possuía dois gráficos, os alunos identificaram, em cada gráfico, o valor ideal de alimento a ser consumido por dia pelo suíno, uma vez que, a partir daqueles valores, o animal só ganharia gordura. Ampliar esse valor significaria, conforme os alunos, ter um depósito inadequado de gordura no animal, inclusive pelo valor de mercado da carne ser maior do que o da gordura. Isto justifica o fato de maximizarem a quantidade de carne, a qual correspondia a esses valores ideais mencionados anteriormente.

O aluno Carlos mencionou que, pela experiência sensorial, especificamente visual, é possível identificar um animal com excesso de gordura, já que, segundo ele, a carne do suíno, ainda vivo, não é firme e balança. Ele também ressalta que a gordura é importante para o mercado, mas sem ter uma quantidade em excesso. Com isso, a exemplificação pessoal das suas experiências prévias podem ser mobilizadas na interpretação do gráfico (Monteiro, 2006).

O gráfico coletado pelos alunos não possuía maiores informações de como foi construído nem sobre a origem dos dados. Assim, os alunos coletaram dados prontos, uma vez que não possuíam informações de como os dados foram obtidos (Diniz & Borba, 2012).

Guimarães e Cavalcanti (2011) afirmam que os gráficos presentes em artigos científicos possuem relação com o tema abordado e são apresentados para esclarecer dados apresentados e analisados. Assim, podem ser considerados como parte da revisão de literatura dos projetos.

Esse gráfico foi utilizado para analisar e comparar a quantidade de alimento que era fornecida para três suínos do colégio e para os suínos criados por um pequeno produtor. Para isso, os alunos entrevistaram funcionários do colégio e o produtor. Os alunos optaram por não analisar apenas um animal específico do produtor, mas um perfil dos animais criados por ele, considerando a maioria dos animais que ele produz e vende.

Carlos ressalta que a quantidade de alimento que o produtor fornece aos animais é baseada em conhecimentos práticos, ou seja, se ele fornece uma determinada quantidade e não há problemas, então continua fornecendo essa quantidade. A aluna Juliana ressaltou que o produtor perdeu muito com essa técnica que utilizava e, devido a isto, teve que pedir ajuda a um veterinário e a um agricultor, pois percebeu que era preciso ter algum controle da situação. Destaca-se que a procura por ajuda partiu do produtor e, com isso, Carlos pontuou que não se deve corrigi-lo e complementou:

Carlos: A gente não pode estar corrigindo um produtor que tem um jeito de produzir que está dando certo, pelo fato dele já estar produzindo aquilo ali e está dando certo. A gente não pode... E se a gente estiver errado? A gente corrigir direto, de vez, chegar de cara e fazer isso. Tá dando certo porque ele tá fazendo em pequena quantidade. Se ele aumentar, pode dar errado. Se ele pegar um animal mais fraco, pode dar errado.

Novamente, identifica-se a presença de elementos característicos da produção de conhecimento etnomatemático, conforme pontuado anteriormente, especialmente pelo respeito à manifestação matemática presente na forma de criação dos produtores.

Os alunos tiveram que estimar a quantidade de alimento fornecido, transformando seis litros para dois quilogramas. Além disso, os alunos tiveram que interpretar um intervalo que representasse a massa dos suínos criados pelo produtor, com abate variando entre um mês e meio e nove meses. Iniciaram estimando um valor para representar o animal com maior massa. O aluno Carlos afirmou que seria uma arroba e meia, ou seja, entre 15 e 21 quilogramas. Ao propor uma comparação com o valor correspondente a um dos animais do colégio, o professor criou condições para que os alunos pudessem concluir que o valor informado por eles era incoerente, pois o suíno do colégio estava com 83 quilogramas com um ano e o animal do produtor, com nove meses, estava com massa bem menor.

Em seguida, Juliana alertou que o valor deveria ser em torno de oito arrobas e, assim, eles resolveram utilizar sete arrobas, que correspondia a 105 quilogramas. Eles arredondaram o valor para 100 quilogramas. Carlos afirmou que esse valor pode variar muito com a criação e a qualidade do alimento fornecido ao suíno e, segundo ele, poderia ter 10 arrobas em um ano, ou

seja 150 quilogramas, se a qualidade do alimento for alta. Assim, pode-se notar que a determinação da estimativa do valor da massa do suíno foi um processo permeado por vivências dos alunos (Monteiro, 2006). A mobilização de competências estatísticas podem ser identificadas quando os alunos buscaram uma compreensão global do problema e procuraram a solução realizando pensamento estatístico, ou seja, analisando dados com elementos marcantes de incerteza, mas que não inibiram a tomada de decisões, as quais foram realizadas a partir de coflexões (Valero, 1999). Habilidades de cientistas podem ser identificadas nos alunos a partir da comparação de dados (Rumsey, 2002).

Com posse desses dados, os alunos construíram dois gráficos, sendo o da Figura 18 correspondente à massa dos suínos (escolheram cinco quilogramas para representar o suíno do produtor entrevistado, uma vez que a maioria dos animais que ele vende é animal novo). Assim, optaram pelo menor valor da massa, mesmo podendo ser maior, ou seja, decidiram a partir do que se pode identificar com o conceito de moda.

O gráfico da Figura 19 representa a quantidade de alimento para cada suíno, em quilogramas, por dia. Com este gráfico construído, os alunos o interpretaram comparando com os dados apresentados no gráfico coletado (Figura 17). Eles compararam os dados para analisarem a conversão alimentar de cada animal.

Para isso, era necessário identificar o potencial de ganho de carne de cada animal e os alunos não sabiam, mas isso não impediu que fizessem estimativas e tirassem conclusões. Eles argumentaram que, pela qualidade da alimentação disponibilizada, os suínos do colégio tinham baixo/médio potencial de ganho de carne. Com isso, concluíram que quantidade de alimento disponibilizado era maior do que seria necessário. Isso realmente é coerente para os dois primeiros suínos do colégio, mas para o terceiro, a quantidade de alimento disponibilizada era inferior à necessária. Os estudantes ressaltaram que a diferença entre as quantidades fornecidas aos animais do colégio se devia ao fato dos animais possuírem diferentes massas.

Para os suínos criados pelo produtor, eles não identificaram elementos que permitissem inferir qual é o potencial do ganho de carne, mas afirmaram que: se for baixo ou médio, a quantidade de alimento era maior do que deveria ser e se o potencial de ganho de carne for alto, a quantidade de alimento era menor do que deveria ser.

Assim, pode-se afirmar que os alunos realizaram leitura além dos dados (Curcio, 1987) para a compreensão do gráfico da Figura 19, o qual representa a distribuição em questão. Além disso, o processo de interpretação é permeado por interligar novas informações, como os dados dos quatro suínos considerados, com as informações que os estudantes já conheciam, tanto do

ponto de vista da literatura sobre o tema quanto das experiências e vivências dos alunos (Wild & Pfannkuch, 1999; Monteiro, 2006).

Além disso, os alunos também relacionaram os dados presentes com os dois gráficos coletados para a interpretação desses dados, ou seja, os gráficos prontos, coletados na literatura sobre suínos na Internet, foram utilizados como fundamentação teórica para a interpretação do gráfico construído pelo grupo.

Identifica-se a presença do conhecimento matemático, tecnológico e etnomatemático, sendo que este último esteve presente na fala dos alunos, quando eles reconheceram a importância de valorizar os conhecimentos dos produtores, considerando que se estava dando certo para o produtor, então ele não devia ser corrigido. Conforme aponta D'Ambrosio (2007), isso pode ser considerado como suficiente para a sobrevivência do produtor.

Assim, o projeto permite tirar conclusões que podem melhorar a produção dos animais no colégio e para o pequeno produtor, com respeito à opinião dele e a dos funcionários do colégio. Caso eles tenham interesse em ter acesso à pesquisa realizada, os alunos poderiam apresentar os motivos que justificariam a mudança na quantidade de alimento fornecido aos suínos.

Conforme sinalizam Rumsey (2002) e Guimarães e Gitirana (2013), o fato de os alunos conhecerem os dados criou melhores condições para que pudessem estimar a massa dos animais do produtor entrevistado e na interpretação dos gráficos prontos coletados, ou seja, os alunos com os professores e as mídias puderam mobilizar e produzir conhecimentos a partir dos dados que coletaram.

Notadamente há a presença da incerteza quanto aos dados coletados e quanto à interpretação dos dados, que também é característica de pesquisas como o projeto de modelagem. Neste cenário, não existem verdades inquestionáveis, uma vez que o conhecimento etnomatemático pode influenciar a construção e a interpretação dos gráficos estatísticos. Com isso, a Estatística pode emergir como uma abordagem crítica no processo de ensino e aprendizagem (Campos, 2007; Sampaio, 2010) e, portanto, seus dados não devem ser usados, nas aulas de Matemática, como parte da ideologia da certeza (Pimenta, 2009; Campos et al., 2015).

Além dos gráficos coletados já referidos, há ainda outros dois gráficos que foram coletados pelos alunos de outro projeto de modelagem, com outra finalidade. Esses dois gráficos estatísticos foram coletados prontos na Internet no âmbito do projeto Banana e Aipim.

O gráfico da Figura 8 apresenta a produção de banana na Bahia, no Ceará, em Pernambuco e no Rio Grande do Norte, em cada ano, de 2001 a 2011. Esse gráfico de linhas foi

apresentado pelo aluno Marlon na feira de Matemática do colégio. Ele destacou os dados da Bahia, com maior produção de bananas no período e afirmou que houve um crescimento de 2001 a 2007, mas que em 2009 teve uma seca que gerou um decréscimo da produção de banana neste mesmo ano, sendo que a produção voltou a crescer posteriormente. Assim, o aluno apresentou dados, os quais não estavam presentes no gráfico para justificar a diminuição da produção em 2009. Identifica-se, portanto, que há uma leitura além dos dados (Curcio, 1987).

Na sequência do gráfico anterior, os alunos apresentaram o gráfico da Figura 9 com o percentual da produção de bananas em todas as unidades federativas da região nordeste do Brasil, com uma estimativa feita para março de 2011. O estudante Marlon apresentou esse gráfico, afirmando que a Bahia tinha a maior produção do nordeste do Brasil. Desta forma, ocorreu a leitura entre os dados (Curcio, 1987).

Nota-se que os gráficos das Figuras 8 e 9 tiveram um papel importante para que o coletivo composto por alunos, docentes e mídias pudessem justificar o projeto de modelagem, ou seja, como há uma produção grande de bananas na Bahia, a produção de um doce agrega valor e pode ampliar a renda do pequeno produtor, conforme falas dos alunos, além de diminuir o desperdício da fruta, que é jogada fora por não ser vendida e se estragar. Além disso, o doce possibilitaria a ampliação da renda, já que o seu lucro é maior do que na venda da banana.

Assim, sintetiza-se este capítulo afirmando que os alunos e os docentes constituíram coletivos pensantes com as mídias em projetos de modelagem com o tema central Agricultura Familiar. Os alunos escolheram subtemas relacionados a este tema a partir dos seus interesses e os coletivos desenvolveram o projeto de modelagem a partir de um objetivo geral. Neste cenário, dados foram coletados pelos alunos através de entrevistas e observações, os quais precisavam ser interpretados. Parte desses dados foram organizados em tabelas. Alguns dados precisavam ter uma interpretação prévia à construção dos gráficos. Outros dados foram coletados e os alunos tiveram que decidir sobre o tipo de gráficos que representariam os dados e organizaram a parte da apresentação dos gráficos, que se denominou de aspectos técnicos, e que permitiram a produção de conhecimentos matemáticos e tecnológicos. Parte dos gráficos construídos foram interpretados e geraram a necessidade de novas construções e interpretações. Por fim, gráficos prontos também foram coletados pelos alunos e usados nas interpretações por eles realizadas. Identificaram-se ainda os níveis de compreensão e construção desses gráficos construídos e interpretados.

No processo de construção dos gráficos estatísticos, a presença das TIC permitiu dispensar os alunos da construção com lápis e papel e isso permitiu que simulações fossem realizadas, dispensou os alunos de cálculos, permitiu a criação de ambientes de experimentação que reorganizavam o pensamento a partir da interação com o Excel. Além disso, dados foram coletados na Internet, incluindo gráficos e literatura.

Os aspectos socioculturais também estiveram presentes e foram importantes no processo de interpretação de gráficos, com presença de elementos destacados na literatura: o conhecimento matemático, a referência aos contextos social e político, dentre outros, as emoções e os sentimentos, e as experiências anteriores e pessoais. Neste cenário, também se incluíram os conhecimentos adquiridos pelos alunos com outros docentes no curso técnico, especialmente com os da área específica, como aconteceu no caso da abordagem utilizada pelos alunos na análise sensorial de produtos. Além desses elementos, esta tese apresenta um novo, uma vez que os conhecimentos etnomatemáticos podem ser mobilizados no processo de interpretação e construção de gráficos estatísticos.

Este estudo também identificou que as competências estatísticas permearam este processo, marcado por incertezas, simulações e estimativas. Os coletivos produziram conhecimentos matemáticos, tecnológicos e reflexivos coletivos (ou coflexivos), os quais criaram as condições para a tomada de decisões, que permitem a realização de deliberações e transformações do contexto pesquisado, com a necessidade de justificar não só para si e para os colegas do grupo, mas também para os docentes e os visitantes da feira de Matemática do colégio, posicionando-se no lugar do outro e que pode resignificar suas crenças e interpretações.

Com isso, os docentes têm papel fundamental para a produção de conhecimentos coflexivos, pois podem criar as condições para a resignificação de afirmações feitas, para que as competências estatísticas, especialmente o pensamento estatístico, e o conhecimento coflexivo possam emergir, como no questionamento do poder formatador da matemática e na ideologia da certeza. Aqui, o papel assumido pelos docentes não é o do detentor do conhecimento, uma vez que a produção de conhecimentos coflexivos são ressonantes com o ambiente de modelagem, em que há a corresponsabilidade do processo. Assim, é possível identificar diferentes papéis assumidos por diferentes coletivos de humanos e mídias para a produção de conhecimentos, incluindo os relacionados aos processos de construção e interpretação de gráficos estatísticos.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES DO ESTUDO

Neste capítulo, apresentam-se as considerações finais. Inicia-se com uma síntese do estudo, retomando-se brevemente a literatura revisada, os métodos da investigação e os procedimentos de coleta e análise de dados. Posteriormente, cada questão de investigação é respondida. Em seguida, apresentam-se algumas implicações e recomendações do estudo. Por fim, algumas possibilidades de futuras investigações são apresentadas, decorrentes do estudo apresentado nesta tese.

6.1 Síntese do estudo

Esta investigação apresenta continuidade da anteriormente realizada, em que se analisou o papel das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) nos projetos de modelagem (Diniz, 2007). Assim, este estudo partiu do interesse em continuar o anteriormente apresentado, na perspectiva de compreender a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem com uso das tecnologias digitais.

A modelagem é concebida na Educação Matemática por algumas influências, as quais moldaram as diferentes concepções presentes na literatura. No presente estudo, adotou-se a concepção sociocrítica (Barbosa, 2001b), em que a Matemática é entendida como um meio para compreensão da realidade. Os pontos essenciais desta concepção são os alunos utilizarem dados reais e possuírem um problema ou objetivo geral do tema do cotidiano presente na atividade de modelagem (Barbosa, 2006). A modelagem no Brasil é fundamentada em ideias de Paulo Freire, da etnomatemática e da Educação Matemática Crítica – EMC (Borba & Villarreal, 2005).

Nas atividades de modelagem, o interesse dos alunos deve ser considerado (Herminio & Borba, 2010), uma vez que ele pode interferir no seu desenvolvimento e empenho. O professor é entendido como coparticipante da atividade, sendo que, no projeto de modelagem, ele assume um papel de corresponsável desde o início do seu desenvolvimento.

Nos projetos de modelagem, as TIC podem ser incorporadas para comunicação, coleta de dados na Internet e manipulação de dados com o uso de *softwares* como o Excel (Borba &

Villarreal, 2005; Diniz, 2007). Assim, esse programa computacional pode ser utilizado para construção de gráficos estatísticos e isso pode ser feito de forma a dispensar os alunos do processo de construção com lápis e papel. Com isso, eles ganham tempo para pensarem e refletirem a partir dos gráficos construídos (Carneiro & Passos, 2009; Borba et al., 2014).

O processo de construção dos gráficos estatísticos é fundamentado em aspectos como a escolha da escala, do título, do tipo de gráfico para representar os dados, dentre outros aspectos (Friel et al., 2001; Novaes & Coutinho, 2013) e é permeado por quatro níveis de construção de gráficos (Arteaga, 2011).

O processo de construção de gráficos está imbricado ao processo de leitura e interpretação de gráficos estatísticos, pois construir requer interpretação do gráfico. Com isso, a construção de gráficos estatísticos pode contribuir na sua interpretação (Guimarães et al., 2001; Guimarães, 2013).

Uma parte do processo de interpretação de gráficos estatísticos pode ser relacionada aos três níveis de compreensão de Curcio (1987), os quais são denominados, nesse estudo, de aspectos técnicos, assim como os elementos que compõem esses gráficos, como títulos, eixos, legendas etc. (Friel et al., 2001). Autores como Carvalho et al. (2010) afirmam que a abordagem de aspectos técnicos na interpretação de gráficos se revela como insuficiente, pois apontam que se os dados reais apresentados em um gráfico tiverem erros não poderiam não ser percebidos pelos alunos.

Assim, os aspectos nomeados de socioculturais se incorporam aos aspectos técnicos na interpretação de gráficos estatísticos. Monteiro (2006) pontua que além de conhecimentos matemáticos, o processo de interpretação de gráficos é permeado por referência textual, expressão afetiva e exemplificação pessoal, que são conhecimentos mobilizados pelos coletivos compostos por seres humanos, oralidade, escrita e informática. Isso se justifica, pois o processo de interpretação foi identificado como sendo opaco, ou seja, cada coletivo pode interpretá-lo de diferentes formas (Santos, 2012; Monteiro, 2006).

Assim, a concepção teórica adotada neste estudo é que a produção de conhecimentos é coletiva e formada por atores humanos e não-humanos, sendo estes últimos nomeados por Lévy (1993) de mídias oralidade, escrita e informática. Assim, todo pensamento é a realização de um coletivo composto de seres humanos e mídias (Borba & Villarreal, 2005).

A produção de conhecimento dos coletivos, no presente estudo, foi permeada pelas competências literacia, raciocínio e pensamentos estatísticos, uma vez que podem contribuir

para a produção de conhecimentos matemáticos, tecnológicos e reflexivos que, segundo Skovsmose (2001), estão presentes na modelagem.

Para isto, essa investigação se desenvolveu com os pressupostos da abordagem qualitativa, a partir de observações, análise de documentos e entrevista. Os dados foram coletados em aulas de Matemática de turmas compostas por alunos de cursos técnicos de Agroindústria, Zootecnia e Enfermagem, tendo sido estudados conteúdos específicos das áreas de formação integrados à formação do nível médio. Além disso, os projetos também contaram com a colaboração de alguns docentes da área específica.

No estudo, analisaram-se documentos, as versões do relatório e um banner, sendo este último apresentado na I Feira de Matemática do colégio. Além disto, realizaram-se observações de aulas de Matemática durante cerca de um ano e também aconteceram entrevistas aos alunos no final dos projetos de modelagem.

Sete projetos de modelagem foram selecionados e apresentados. A discussão dos resultados foi realizada a partir de quatro categorias de investigação, as quais foram construídas de modo emergente, ou seja, foram “obtidas mediante um processo interpretativo, diretamente do material do campo” (Fiorentini & Lorenzato, 2006, p. 135).

As categorias foram construídas a partir dos dados, buscando atender ao objetivo do estudo: analisar a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem com uso das TIC. O estudo se desenvolveu procurando responder a três questões, as quais serão discutidas na próxima seção.

6.2 Conclusões do estudo

6.2.1 Questão de investigação 1 – Quais gráficos estatísticos os alunos constroem em projetos de modelagem matemática com uso das TIC? Qual é o seu nível de complexidade semiótica?

Gráficos de colunas, setores e barras foram construídos pelos alunos no desenvolvimento dos projetos de modelagem, conforme pontuado na Tabela 13 (p. 189). Dos 20 gráficos construídos, 75% são de colunas, 20% são de setores e 5% de barras, sendo 60% do nível 4 e 40% do nível 3 de complexidade semiótica (Arteaga, 2011).

Quanto ao nível de complexidade semiótica, nos estudos realizados por Fernandes et al. (2013) e Vasconcelos e Fernandes (2013), com os alunos do 7.º ano, verificou-se que eles construíram gráficos estatísticos dos níveis 3 e 4 (Arteaga, 2011), destacando-se, ainda, que o

nível 3 teve maior frequência nas respostas dos alunos, diferentemente do que aconteceu neste estudo. Analogamente, Arteaga (2011) também obteve resultado semelhante aos dos investigadores referidos, com atividades respondidas por futuros professores dos anos iniciais.

Parte da justificativa para que os alunos tivessem construído maior quantidade dos gráficos com o nível 4 se deve ao uso do Excel. Nos estudos de Fernandes et al. (2013) e Vasconcelos e Fernandes (2013) ocorreu a comparação entre os resultados com utilização do Excel e com a mídia escrita, ou seja, no ambiente lápis e papel (Lévy, 1993), e concluíram que os alunos atingiram melhores resultados quando usaram o *software*.

O processo de construção dos gráficos com Excel foi realizado a partir dos dados coletados pelos alunos, sendo parte desses dados organizados em tabelas. Outros dados foram interpretados antes da construção de gráficos, ou seja, foi necessário realizar uma interpretação anterior à construção. Para isso, conhecimentos matemáticos foram mobilizados, como o de média aritmética, porcentagem e área de figuras planas.

A partir dos dados e/ou sua interpretação, os alunos decidiram o tipo de gráfico que seria construído. O gráfico de colunas foi o mais frequentemente escolhido pelos alunos e um dos motivos disso é o fato de ser o mais comum no cotidiano das pessoas e um dos primeiros a serem estudados na escola. Relacionado com este último, outro motivo da escolha do gráfico de colunas foi o fato de os alunos não conhecerem outro tipo de gráfico, acrescentando, ainda, que era o melhor tipo de gráfico para comparar os dados.

Assim como no presente estudo, os gráficos de colunas também são a maioria dos gráficos construídos em outros estudos. Fernandes et al. (2011) realizaram atividades com alunos do 9.º ano e eles afirmaram que o gráfico de colunas é mais fácil de ser construído com lápis e papel, quando comparado a outros tipos de gráficos. O fato desse tipo de gráfico ser o mais comum no cotidiano é também um dos motivos.

De modo geral, cada gráfico teve seus elementos estruturais bem apresentados, mas, em alguns, nota-se a ausência dos rótulos, o que dificultou um pouco a apresentação oral na I Feira de Matemática do colégio. A ausência de títulos, nomeação dos eixos e descrição das variáveis foram alguns dos problemas identificados na investigação realizada por Lima e Selva (2013) com três grupos de alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), sendo um grupo equivalente aos anos iniciais do ensino fundamental (do 1.º ao 5.º anos), outro grupo equivalente aos anos finais do ensino fundamental (do 6.º ao 9.º anos) e um grupo com estudantes equivalentes ao ensino médio (do 1.º ao 3.º anos).

A ausência de título, rótulos, escalas inadequadas e falta de rigor na construção também são alguns dos erros destacados por Fernandes et al. (2011). Parte das justificativas para estas dificuldades se deve ao fato de os alunos não terem contato com uma abordagem focada na construção dos conceitos durante os estudos realizados anteriormente pelos mesmos, conforme pontuam Guimarães et al. (2001) nas conclusões do estudo que realizaram com alunos do 4.º ano do ensino fundamental. Este aspecto também é pontuado por Fernandes e Morais (2011), os quais citam Friel et al. (2001) sobre a origem dessas dificuldades, que pode estar relacionada com o ensino de Estatística que os alunos tiveram anteriormente.

Por fim, além dos erros destacados na construção dos gráficos estatísticos, notou-se a necessidade de apresentar melhor os dados. Assim, o uso do Excel foi importante pois permitiu que, no processo, alguns gráficos fossem construídos e simulados, dispensando os alunos da construção com lápis e papel para a sua construção (Lévy, 1993; Borba & Villarreal, 2005).

No estudo realizado com alunos do 7.º ano, Fernandes et al. (2013) destacaram que os alunos acharam mais fácil construir os gráficos com Excel do que no ambiente lápis e papel. Além disso, quando os alunos se depararam com dificuldades, destacaram que eles foram mais persistentes na tentativa de resolver as questões, o que se traduziu na construção de gráficos de maior nível de complexidade semiótica.

Com isso, pode-se supor que haveria a possibilidade de os alunos, em alguns casos, construírem gráficos estatísticos que não acrescentariam nada nos dados brutos, conforme aconteceu no estudo desenvolvido por Vasconcelos e Fernandes (2013), mas isso não foi identificado no presente estudo, pois todos os gráficos foram identificados com um dos níveis de complexidade semiótica 3 e 4 e apenas em quatro não foram identificados níveis de compreensão dos gráficos, conforme será destacado na próxima seção.

Isso contribuiu para a superação de algumas dificuldades apresentadas na literatura, como na investigação realizada por Lôbo e Alcântara (2011), com um grupo de alunos do 1.º ano do ensino médio e outro grupo de alunos equivalente ao 1.º ano do ensino médio, mas no contexto da EJA. Neste estudo, os alunos tiveram dificuldades relacionadas à apresentação equivocada da escala e dos descritores. Em outros trabalhos, além destes aspectos, a proporcionalidade entre os valores da escala, identificação de valores que não estão explícitos nos eixos e escolha da escala mais adequada apontam que o papel do professor é fundamental para superações desses erros, como a dificuldade, no presente estudo, de identificação da escala adequada para os gráficos construídos pelos alunos (Guimarães et al., 2001; Lima & Selva, 2013; Evangelista & Guimarães, 2015).

Portanto, em relação aos níveis de complexidade semiótica dos gráficos construídos pelos alunos (Arteaga, 2011), verificou-se que a maioria é de nível 4 e os demais de nível 3. No caso dos gráficos de nível 4, cada um representa duas distribuições, permitindo efetuar comparações entre essas duas distribuições de forma adequada; enquanto no caso dos gráficos de nível 3, cada um representa uma distribuição. Assim, considerando a taxonomia de Arteaga (2011), em que se distinguem quatro níveis de complexidade semiótica crescente, do nível 1 ao nível 4, conclui-se que os alunos que participaram no estudo exibiram um bom desempenho na construção de gráficos estatísticos.

6.2.2 Questão de investigação 2 – Que níveis de compreensão dos gráficos estatísticos exibem os alunos na sua leitura e interpretação?

Os 23 gráficos construídos ou coletados pelos alunos (três gráficos foram coletados na Internet) no desenvolvimento dos projetos de modelagem, apresentados no capítulo 4, foram identificados com os seguintes níveis de compreensão (Curcio, 1987): 39% do nível 3 (ler além dos dados), 35% do nível 2 (ler entre os dados), 9% do nível 1 (ler os dados) e em 17% dos gráficos não havia elementos que permitissem classificá-los. Segundo os alunos, os gráficos construídos contribuíram para uma melhor compreensão dos dados apresentados aos visitantes durante a I Feira de Matemática do colégio.

Além disso, de modo semelhante ao que foi concluído por Lima e Selva (2013), com alunos de três níveis de ensino da EJA, o tipo de gráfico estatístico não foi determinante quanto ao grau das dificuldades apresentadas pelos alunos na sua interpretação. Por outro lado, segundo Guimarães et al. (2001), o contexto interfere na interpretação dos dados presentes no gráfico, ou seja, se é uma aula de Matemática com projetos de modelagem, uma lista de exercícios ou um gráfico apresentado em um telejornal pode fazer com que os alunos realizem diferentes interpretações. Por isso, Lima e Selva (2013) defendem que as diferentes formas de representar graficamente devem ser trabalhadas simultaneamente.

Nos gráficos do nível 1, ler os dados, a leitura pontual dos dados foi feita sem dificuldades pelos alunos, com exceção de um gráfico que, pela ausência dos rótulos, dificultou um pouco a apresentação oral. De modo semelhante, no estudo realizado por Fernandes e Morais (2011), com alunos do 9.º ano, a maioria dos alunos respondeu corretamente as questões deste nível, assim como na investigação desenvolvida por Lôbo e Alcântara (2011) com alunos do 1.º ano do ensino médio e o mesmo ano equivalente em alunos da EJA.

Nos gráficos do nível 2, ler entre os dados, destacam-se aqueles em que os alunos identificaram os valores extremos da variável a partir de uma leitura global do gráfico. Isso também se verificou na investigação realizada por Guimarães et al. (2001), com alunos do 4.º ano. Já no estudo realizado por Lima e Selva (2013), os alunos tiveram dificuldades para identificar o ponto máximo de um gráfico estatístico, mas justificaram que isso ocorreu devido a um pequeno texto escrito antes do gráfico que, segundo as autoras, criou uma confusão na interpretação realizada pelos alunos.

Quanto à compreensão variacional, poucos gráficos foram construídos pelos alunos no presente estudo, sendo que as interpretações sobre este aspecto foram realizadas com êxito, o que difere do que é pontuado, geralmente, na literatura, como é o caso das investigações desenvolvidas por Guimarães et al. (2001) e Lôbo e Alcântara (2011), em que os alunos apresentam grandes dificuldades.

Em alguns gráficos estatísticos, conhecimentos matemáticos prévios foram mobilizados pelos alunos, como o de média aritmética. Em algumas equipes, a apresentação de exemplos foi utilizada pelos docentes para tentar esclarecer as tentativas equivocadas que foram realizadas pelos alunos.

Em alguns gráficos do nível 2 se notam características do paradigma do exercício, como o fato de os alunos valorizarem a obtenção da resposta correta, a qual seria validada pelos docentes, caso estivesse correta, em detrimento da compreensão da situação analisada. Compreende-se que esta estratégia se mostra inadequada em um contexto demarcado por incertezas e pela necessidade de reflexões sobre as afirmações que os coletivos realizaram para a produção de conhecimentos (Skovsmose, 2001), especialmente pelo fato de que os números precisam ter significado no contexto real pesquisado (Pimenta, 2009).

A compreensão do gráfico estatístico no contexto real foi importante no gráfico coletado em um artigo científico de um projeto, pois ele foi útil para justificar e prosseguir com o desenvolvimento do projeto de modelagem.

Assim como no nível 1, também no nível 2 alguns gráficos não possuíam os rótulos e isso dificultou um pouco a identificação de dados na apresentação oral. Assim como sinalizam Guimarães et al. (2001), os erros cometidos pelos alunos durante a construção dos gráficos não impediram ou tornaram menos relevante a interpretação realizada pelos alunos, mas poderia ter conduzido a erros (Wainer, 1992).

Já nos gráficos do nível 3, ler além dos dados, nota-se que há interação dos aspectos técnicos e socioculturais na interpretação. Os conhecimentos prévios podem ser identificados

mais uma vez, mas não se restringem aos conhecimentos matemáticos e tecnológicos. Este último aspecto do nível de interpretação de gráficos será retomada na próxima seção, dedicada à questão de investigação 3.

Destaca-se que, no estudo realizado por Fernandes e Morais (2011), conclui-se que os alunos revelaram um fraco desempenho neste nível e, baseados em Friel et al. (2001), sinalizam que a ausência de conhecimentos matemáticos seria um dos possíveis problemas e que isso se deve ao ensino que os alunos vivenciaram em anos anteriores. Aqui, apesar de, em alguns gráficos, os alunos apresentarem dificuldades com conteúdos matemáticos, eles não impediram que pudessem, com a colaboração dos professores, realizar interpretações.

Conforme já pontuado, em alguns gráficos, não foi possível identificar o nível de compreensão de Curcio (1987), o que leva a questionar se a construção desses gráficos acrescentou algo aos projetos de modelagem.

Três gráficos são parte do processo de interação entre construção e interpretação de gráficos, ou seja, são gráficos que foram construídos e, ao serem analisados, foram identificados erros ou dificuldades de interpretação e, assim, constituíram justificativas para a construção de novos gráficos corrigidos ou contribuíram para esse processo. Esse processo, marcado pela interação entre construção e interpretação, é uma contribuição do presente estudo para as investigações em Educação Estatística (EE). Em um dos gráficos, em que não foi possível identificar nenhum nível de compreensão, dos quatro antes referidos, verificou-se que ele foi importante para o processo de interpretação prévia dos dados.

Em síntese, considerando os três níveis de compreensão de gráficos de Curcio (1987), verifica-se que as maiores porcentagens de alunos efetuaram interpretações dos gráficos ao nível 3 (ler além dos dados) e ao nível 2 (ler entre os dados), sendo poucos os alunos que efetuaram uma leitura literal dos gráficos, isto é, ao nível 1 (ler os dados). Este resultado do estudo pode ser visto como um aspecto positivo da aprendizagem dos alunos, uma vez que os níveis 2 e 3, comparativamente com o nível 1, significam que eles foram capazes de transformar e combinar informação extraída dos gráficos, identificar tendências e padrões dos dados representados, efetuar previsões e estabelecer relações com o contexto de onde os dados eram provenientes, neste último caso com base em conhecimentos prévios dos alunos.

6.2.3 Questão de investigação 3 – Que conhecimentos reflexivos os alunos mobilizam para a leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das TIC?

Ao interpretar os gráficos estatísticos, principalmente nos níveis 2 e 3 de Curcio (1987), em algumas vezes, os coletivos tiraram conclusões dos resultados encontrados. Por exemplo, o maior valor de uma variável presente no gráfico estatístico permitiu que os alunos pudessem tirar conclusões e realizar interpretações na realidade, permitindo-lhes avaliar em que medida esse valor era adequado face ao que seria esperado na situação em questão.

Dessa forma, conforme pontua Monteiro (2006), os alunos mobilizaram conhecimentos matemáticos e também puderam mobilizar as referências dos contextos social, político, dentre outros, aos quais o tema do gráfico pertence, as emoções, os sentimentos e as experiências prévias e pessoais, aspectos que, no presente estudo, denominou-se de socioculturais. Estes aspectos socioculturais foram identificados por Skovsmose (2007) com a produção de conhecimentos reflexivos.

Além desses elementos, este estudo identificou que os conhecimentos etnomatemáticos podem estar presentes na interpretação de gráficos, uma vez que as manifestações matemáticas foram identificadas nos dados coletados pelos alunos no contexto cultural e os gráficos estatísticos, construídos com esses dados, foram interpretados a partir de entendimentos e explicações que permitiram que os entrevistados pudessem evoluir e transcender (D'Ambrosio, 2007). Ou seja, se os alunos recorressem aos conhecimentos matemáticos acadêmicos e escolares, interpretariam os dados apresentados nos gráficos construídos e concluiriam que existiriam erros. Por outro lado, a partir das falas dos entrevistados, a interpretação dos dados observados sob as lentes da etnomatemática e dos conhecimentos populares (Marconi & Lakatos, 2007; D'Ambrosio, 2007) permite que haja um possível elo entre conhecimentos técnicos e socioculturais. Baseado nos estudos de Carvalho et al. (2010), afirma-se que esta interação entre este dois tipos de conhecimento pode repercutir favoravelmente no desenvolvimento de interpretações dos dados presentes nos gráficos estatísticos.

Com isso, há a possibilidade da aproximação entre a modelagem e a etnomatemática nos espaços escolares (Meyer et al., 2011), abrindo o leque de novas soluções para os objetivos dos projetos de modelagem.

Assim, o conhecimento reflexivo permite que a Matemática seja vista tanto do ponto de vista acadêmico e escolar, com seu uso sendo feito para que se possa refletir sobre o contexto pesquisado, ou seja, através da matemacia (Skovsmose, 2007), mas também do ponto de vista

de outras manifestações matemáticas, ou seja, da etnomatemática. Assim, pode-se criar um ambiente para questionar a ideologia da certeza e o poder formatador da Matemática (Skovsmose, 2001).

Neste processo, os professores de Matemática tiveram papéis fundamentais, já que eles puderam abrir espaços para discussão de elementos propostos por Monteiro (2006) e outros, como os conhecimentos etnomatemáticos. Além disso, possibilitar a inserção dos alunos em ambientes com uso da mídia informática proporcionaram reflexões em coletivos de alunos, docentes, oralidade, escrita e informática.

Por isso, notou-se que o processo foi concebido para a produção de conhecimentos reflexivos. Utilizando-se um conceito apresentado por Valero (1999), constata-se que os conhecimentos produzidos são colexivos, ou seja, envolvem um processo de reflexão coletiva, uma vez que a interpretação não é definida a priori e é realizada a partir de uma linguagem que é compartilhada no contexto cultural. Com isso, as pessoas podem criar as condições para que possam transformar e deliberar nos contextos pesquisados.

Assim, afirma-se que os conhecimentos reflexivos e coletivos foram fundamentais para a compreensão nos projetos de modelagem e, especialmente, de alguns dos gráficos estatísticos que foram construídos e coletados. Com isso, diferentes formas de atuação dos alunos condicionaram a formação de diferentes coletivos para a produção de conhecimentos, a qual também foi delineada a partir das competências estatísticas que condicionaram as tomadas de decisão dos grupos. Dessa forma, apresentam-se algumas implicações e recomendações a partir do estudo desenvolvido, as quais serão consideradas na próxima seção.

6.3 Implicações e Recomendações do Estudo

A proposta de atividades que permitam a construção e/ou mobilização de competências deveria ser um dos objetivos principais da Educação Básica, uma vez que poderiam ser relacionadas às ações de aprender a pensar, refletir, organizar o tempo, o espaço e o trabalho, além de competências comunicativas, sociais e de comportamento, incluindo a compreensão da importância da atuação política (Prado, 2011) no contexto onde vivem ou o seu interesse em adquirir mais conhecimentos. Com isso, os projetos de modelagem surgem como uma proposta para que algumas competências possam ser desenvolvidas, caso os temas ou subtemas sejam escolhidos a partir do interesse dos alunos.

Se isso acontecer, há a possibilidade de ocorrerem aprendizagens de docentes e alunos envolvidos no processo. Globalmente, os alunos avaliaram que os projetos de modelagem foram

enriquecedores, interessantes e maravilhosos. Mas, conforme o relato deles, há momentos de envolvimento e empolgação, mas há também momentos de desânimo e dificuldades, sendo que estes últimos podem conduzir à perda do interesse dos alunos nos projetos de modelagem. Por isso, recomenda-se que os docentes atuem de forma a minimizar ou diminuir a chance de isso acontecer.

Para isso, as feiras de Matemática se apresentam como uma possibilidade de manter a chama do interesse viva, e isso se justifica pois foi dessa parte que a maioria dos alunos mais gostou durante o processo de realização dos projetos de modelagem. Apesar de ser a culminância do processo, foi nas apresentações orais realizadas na I Feira de Matemática do colégio que ocorreram as socializações e trocas de conhecimentos entre os alunos, ouvintes e avaliadores, os quais puderam ser incorporados nos relatórios de alguns projetos de modelagem. Nesse momento, conforme os alunos, eles puderam notar a dimensão e importância do projeto que desenvolveram para suas formações.

Por isso, destaca-se a importância da formação de professores contemplar a demanda de abordagem de atividades para a formação de competências dos alunos e de atividades de modelagem, tecnologias digitais, incluindo os processos de leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos.

Parte desses gráficos foram coletados na Internet. No desenvolvimento dos projetos de modelagem, há a necessidade de coletar dados e a Internet apresenta um rico campo de acesso aos dados, mas os alunos podem se defrontar com alguns que são equivocados. Por isso, entende-se que é fundamental informá-los da importância de se consultar *sites* que tenham credibilidade, de modo a evitar que os alunos utilizem dados com erros ou imprecisos (Lévy, 2000; Diniz, 2007).

6.4 Futuras investigações

“Diversas tecnologias digitais se modificaram ao longo de 20 anos e elas influenciaram desde os temas pesquisados até o processo de pesquisar em si” (Borba et al., 2014, p. 42). Assim, pode-se projetar que novas TIC podem surgir nos próximos anos e, assim, mudar a forma como os projetos de modelagem e a construção de gráficos estatísticos sejam realizados. Por exemplo, sistemas inteligentes já reconhecem voz para realizar comandos que ainda são, de modo geral, realizados pelas pessoas com um comando associado à ação de teclar.

Sabe-se que comunicar usando a oralidade é mais rápido do que usando a escrita e, segundo Schmidt e Cohen (2013), o reconhecimento da voz poderia conduzir às transcrições

imediatas, feitas por aplicativos. Isso poderá condicionar novas formas de produção de conhecimentos coletivos e reflexivos. Mas até que ponto influenciará a forma como se poderá aprender a falar? Será que a fala será realizada em parágrafos? Será que a escrita incorporaria elementos da oralidade? Ou seria uma influência mútua?

Além disso, novas competências podem ser requeridas para a formação de profissionais de nível técnico ou de estudantes de turmas regulares, desenvolvidas pelas pessoas em espaços de conhecimentos emergentes, abertos e contínuos, e que poderão se organizar a partir dos contextos singulares e evolutivos (Lévy, 2000). Isto poderá conduzir os alunos desenvolverem novos interesses em pesquisas realizadas nos colégios, inclusive em projetos de modelagem.

Por fim, sinalizam-se que os estudos sobre a ressonância entre etnomatemática e interpretação de gráficos estatísticos podem ser aprofundados, inclusive com possibilidade de investigações em outros temas da EE. Por exemplo, coletivos com diferentes formações escolares poderiam ser investigados no contexto de leitura e interpretação de gráficos estatísticos e analisados com relação aos aspectos técnicos e socioculturais. Assim, seria possível analisar a possível presença da etnomatemática na criação de novos coletivos de seres humanos e as mídias oralidade, escrita e tecnologias digitais.

REFERÊNCIAS

- Almeida, L. M. W., & Dias, M. R. (2004). Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, 17(22), 19-35.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em educação matemática* (Traduzido por Orlando Figueiredo). Belo Horizonte: Autêntica.
- Alves-Mazzotti, A. J. (1998). O método nas ciências sociais. In A. J. Alves-Mazzotti & F. Gewandsznajder (Orgs.), *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa* (pp. 109-188). São Paulo: Pioneira.
- Anastácio, M. Q. A. (1990). *Considerações sobre a modelagem matemática e a educação matemática*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Andrade, M. M. (2008). *Ensino e aprendizagem de estatística por meio da modelagem matemática: uma investigação com o ensino médio*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Araújo, J. L. (2002). *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Araújo, J. L. (2008). Contradictions in mathematical modelling activities from a critical mathematics education perspective. *5th International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 1-9). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Araújo, J. L. (2009). Pesquisas sobre modelagem em eventos científicos recentes de educação matemática no Brasil. *IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-14). Brasília: Universidade de Brasília.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tese de Doutorado. Universidad de Granada, Granada.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., & Contreras, M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Revista Didáctica de las Matemáticas*, 76(1), 55-67.
- Ayoama, K. (2007). Investigating a hierarchy of student's interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 298-318.
- Bahia. (n.d._a). *Ementário do Curso Técnico de Zootecnia – EPI*. Consultado em: agosto 15, 2015, em:

<http://www.educacao.ba.gov.br/sites/default/files/private/midiateca/documentos/2013/ementas-curso-tecnico-em-zootecnia.pdf>.

Bahia. (n.d._b). *Ementário do Curso Técnico de Agroindústria – EPI*. Consultado em: agosto 15, 2015, em:

<http://www.educacao.ba.gov.br/sites/default/files/private/midiateca/documentos/2013/ementas-curso-tecnico-em-agricultura.pdf>.

Bahia. (n.d._c). *Ementário do Curso Técnico de Enfermagem – EPI*. Consultado em: agosto 15, 2015, em:

<http://www.educacao.ba.gov.br/sites/default/files/private/midiateca/documentos/2013/ementas-curso-tecnico-em-enfermagem.pdf>.

Barbosa, J. C. (2001a). Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. *24ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pesquisa em Educação - ANPED* (pp. 1-15). Caxambu: ANPED.

Barbosa, J. C. (2001b). *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Barbosa, J. C. (2004a). Modelagem matemática: o que é? Por que? Como? *Veritati*, 4(4), 73-80.

Barbosa, J. C. (2004b). Modelagem matemática em cursos para não-matemáticos. In H. N. Cury (Ed.), *Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas* (pp. 41-83). Porto Alegre: Edipucrs.

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a social-critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 293-301.

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Universidade de Granada.

Batanero, C., & Godino, J. D. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. In R. Luengo (Ed.), *Líneas de investigación em Didácticas de las Matemáticas* (pp. 203-226). Badajoz: Universidad de Extremadura.

Bernardes, A. S., & Fernandes, O. P. (2005). A pesquisa escolar em tempos de internet. In M. T. A. Freitas & S. R. Costa (Eds.), *Leitura e escrita de adolescentes na Internet e na escola* (pp. 117-136). Belo Horizonte: Autêntica.

- Biembengut, M. S. (1990). *Modelação matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Biembengut, M. S. (2014). *Modelagem matemática no ensino fundamental*. Blumenau: Edifurb.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2003). *Modelagem matemática no ensino* (2ª ed). São Paulo: Contexto.
- Biembengut, M. S., Vieira, E. M., & Favere, J. (2005). Considerações históricas sobre a modelagem matemática no ensino brasileiro. *II Congresso Internacional de Ensino da Matemática*. Canoas: Universidade Luterana do Brasil.
- Blum, W. et al. (2002). ICMI study 14: applications and modelling in mathematics education - discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, 51(1), 149-171.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to others subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos* (Traduzido por Maria João Alves, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista). Porto: Porto Editora.
- Borba, M. C. (2009). Potencial scenarios for internet use in the mathematics classroom. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 41(4), 453-465.
- Borba, M. C., Menegheti, R. C., & Hermini, H. (1999). Estabelecendo critérios para a avaliação do uso de Modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de Ciências Biológicas. In E. K. Fainguelernt & F. C. Gottlieb (Eds.), *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*. (pp. 95-113). Rio de Janeiro: Art Bureau.
- Borba, M. C., & Penteado, M. G. (2001). *Informática e educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Borba, M. C., Scucuglia, R., & Gadanidis, G. (2014). *Fases das tecnologias digitais em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Borba, M. C., & Skovsmose, O. (2001). A ideologia da certeza em educação matemática (Traduzido por Jussara de Loiola Araújo). In Ole Skovsmose, *Educação matemática crítica: a questão da democracia* (pp. 127-148). Campinas: Papirus.

- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation*. New York: Springer Science+Business Media.
- Borba, R., Monteiro, C., Guimarães, G., Coutinho, C., & Kataoka, V. Y. (2011). Educação estatística no ensino básico: currículo, pesquisa e prática em sala de aula. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana (EM TEIA)*, 2(2), 1-18.
- Brasil. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Ensino Fundamental.
- Brasil. (1999). *Diretrizes curriculares nacionais para a educação profissional de nível técnico*. Parecer nº 16/99 do Conselho Nacional de Educação e Câmara de Educação Brasileira. Brasília: Ministério da Educação. Consultado em: março 20, 2015, em: http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf_legislacao/tecnico/legisla_tecnico_parecer1699.pdf.
- Brasil. (2002). *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio* (pp. 203-274). Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica.
- Brasil. (2006). *Orientações curriculares para o ensino médio*. Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica.
- Burak, D. (1987). *Modelagem matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5.ª série*. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Burak, D., & Aragão, R. M. R. (2012). *A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa*. Curitiba: CRV.
- Calder, N. (2011). Processing mathematics through digital technologies: a reorganisation of student thinking? *Waikato Journal of Education*, 16(1), 21-34.
- Campos, C. R. (2007). *Educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Campos, C. R., Jacobini, O. R., Ferreira, D. H. L., & Wodewotzki, M. L. L. (2015). O ensino de gráficos estatísticos no contexto da educação crítica. *XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp. 1-10). Chiapas, México: s/i.

- Campos, C. R., Wodewotzki, M. L. L., & Jacobini, O. R. (2011). *Educação estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Campos, T. M. M., Coutinho, C. Q. S., & Almouloud, S. A. (2006). Mathematics education and statistics education: meeting points and perspectives. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *7th International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (pp. 1-6), Bahia: International Association for Statistical Education.
- Carneiro, R. F., & Passos, C. L. B. (2009). Vivências de professores de matemática em início de carreira na utilização das tecnologias da informação e comunicação. *Zetetiké*, 17(32), 101-134.
- Carvalho, L. M. T. L., Monteiro, C. E. F., & Campos, T. M. M. (2010). Refletindo sobre a interpretação de gráficos como uma atividade de resolução de problemas. In C. E. Lopes, C. Q. S. Coutinho & S. A. Almouloud (Orgs.), *Estudos e reflexões em educação estatística* (pp. 213-227). Campinas: Mercado de Letras.
- Cazorla, I. M., Kataoka, V. Y., & Silva, C. B. (2010). Trajetória e perspectivas da educação estatística no Brasil: um olhar a partir do GT 12. In C. E. Lopes, C. Q. S. Coutinho & S. A. Almouloud (Orgs.), *Estudos e reflexões em educação estatística* (pp. 19-44). Campinas: Mercado de Letras.
- Carzola, I. M., & Oliveira, M. S. (2010). Para saber mais. In I. M. Carzola & E. R. S. Santana (Orgs.), *Do tratamento da informação ao letramento estatístico* (pp. 113-144). Ilhéus: Via Litterarum.
- Carzola, I. M., & Utsumi, M. C. (2010). Reflexões sobre o ensino de estatística na Educação Básica. In I. M. Carzola & E. R. S. Santana (Orgs.), *Do tratamento da informação ao letramento estatístico* (pp. 9-18). Ilhéus: Via Litterarum.
- Costa, J. W., & Paim, I. (2004). Informação e conhecimento no processo educativo. In J. W. Costa & M. A. M. Oliveira (Orgs.), *Novas linguagens e novas tecnologias: educação e sociabilidade* (pp. 15-38). Petrópolis: Vozes.
- Coutinho, C. P. (2013). *Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas: teoria e prática*. Coimbra: Almedina.
- Curcio, F. (1987). Comprehension of mathematical relationship expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.

- Dalla Vecchia, R., & Maltempo, M. V. (2012). Modelagem matemática e tecnologias de informação e comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, 26(43), 191-218.
- D'Ambrosio, U. (2005). Armadilha da mesmice em educação matemática. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, 18(24), 95-109.
- D'Ambrosio, U. (1986). *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática* (5.^a ed.). São Paulo: Summus.
- D'Ambrosio, U. (2004a). Prefácio. In M. C. Borba & J. L. Araújo (Orgs.), *Pesquisa qualitativa em educação matemática* (pp. 11-23). Belo Horizonte: Autêntica.
- D'Ambrosio, U. (2004b). Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da educação matemática. In M. A. V. Bicudo & M. C. Borba (Orgs.), *Educação matemática: pesquisa em movimento* (pp. 13-29). São Paulo: Cortez.
- D'Ambrosio, U. (2007). *Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade* (2.^a ed., 3.^a reimp). Belo Horizonte: Autêntica.
- Demo, P. (2005). *Pesquisa: princípio científico e educativo* (11.^a ed.). São Paulo: Cortez.
- Diniz, L. N. (2003). *As influências das tecnologias informáticas nas discussões matemáticas dos alunos*. Monografia de Especialização, Universidade Católica do Salvador, Salvador.
- Diniz, L. N. (2007). *O papel das tecnologias da informação e comunicação nos projetos de modelagem matemática*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Diniz, L. N. (2010). O planejamento e a orientação dos alunos em projetos de modelagem matemática: alguns cuidados a considerar e aspectos que podem ser explorados pelo professor. *X Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 5-15). Salvador: SBEM.
- Diniz, L. N., & Borba, M. C. (2012). Leitura e interpretação de dados prontos em um ambiente de modelagem e tecnologias digitais: o mosaico em movimento. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, 26(43), 163-190.
- Diniz, L. N., Silva, M. P. M., & Coutinho, C. Q. S. (2015). A educação estatística e a pesquisa na sala de aula. *4º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 3369-3379). Ilhéus: Universidade Estadual de Santa Cruz.
- Dorow, K. C., & Biembengut, M. S. (2008). Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no ensino brasileiro: análise das dissertações e teses desenvolvidas no Brasil. *Dynamis*, 1(14), 54-61.

- Edwards, D., & Hamson, M. (1990). *Guide to mathematical modelling*. Boca Raton: CRC Press.
- Evangelista, B., & Guimarães, G. (2015). Representando e interpretando escalas em gráficos. 4^o *Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1297-1308). Ilhéus: Universidade Estadual de Santa Cruz.
- Fernandes, J. A., & Morais, P. C. (2011). Leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9^o ano de escolaridade. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 95-115.
- Fernandes, J. A., Morais, P. C., & Lacaz, T. V. S. (2011). Representação de dados através de gráficos estatísticos por alunos do 9^o ano de escolaridade. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp. 1-12). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Fernandes, J. A., Sousa, M. V., & Ribeiro, S. A. (2004). Ensino de estatística no ensino básico e secundário. *1^o Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 165-192). Braga: Universidade do Minho.
- Fernandes, J. A., Vasconcelos, A. P., & Gonçalves, C. V. P. (2013). Potencialidades do uso da folha de cálculo na construção de tabelas e gráficos estatísticos. In J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea & P. Arteaga (Eds.), *Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 515-522). Granada: Universidade de Granada.
- Fernandes, J. A., Viseu, F., Fernandes, M. C., Silva, M., & Duarte, P. (2009). Uma intervenção de ensino em Estatística no ensino profissional através de investigações estatísticas. *X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 3441-3455). Braga: Universidade do Minho.
- Ferreira, D. H. L., Jacobini, O. R., Campos, C. R., & Wodewotzki, M. L. L. (2013). Análise de erros em uma perspectiva da educação estatística. *VIII Congresso Iberoamericano de Educação Matemática* (pp. 2006-2013). Montevideo: Colégio Seminário.
- Fiorentini, D., & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.
- Fonseca, M. C. F. R., & Cardoso, C. A. (2009). Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática e matemática para ler o texto. In C. A. E. Lopes & A. M. Nacarato (Orgs.), *Escritas e leituras na educação matemática* (pp. 63-76) (1.^a ed., 1.^a reimp.). Belo Horizonte: Autêntica.
- Freire, P. (1996). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

- Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult statistical literacy: meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gil, A. C. (2009). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (6.^a ed.). São Paulo: Atlas.
- Goldenberg, M. (2003). *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais* (7.^a ed.). Rio de Janeiro: Record.
- Gomes, L. F., Carvalho, L. M. T. L., & Monteiro, C. E. F. (2011). Dificuldades de estudantes em atividades de gráficos de linhas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp. 1-8). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Gomes, R. (2004). A análise de dados em pesquisa qualitativa. In M. C. S. Minayo (Org.), *Pesquisa social: teoria, método e criatividade* (pp. 67-80). Petrópolis: Vozes.
- Guimarães, G. (2013). Estatística nos anos iniciais de escolarização. In K. Smole & C. Muniz (Orgs.), *A matemática em sala de aula: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental* (pp. 115-136). Porto Alegre: Editora Penso.
- Guimarães, G. L., & Cavalcanti, M. R. G. (2011). A relação entre texto e gráfico na mídia impressa. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp. 1-11). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Guimarães, G. L., Ferreira, V. G. G., & Roazzi, A. (2001). Interpretando e construindo gráficos. *24^a Reunião Anual da Associação Nacional de Pesquisa em Educação - ANPED* (pp. 1-19). Caxambu: ANPED.
- Guimarães, G. L., & Gitirana, V. (2013). Estatística no ensino fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. In R. E. S. R. Borba & C. E. Monteiro (Orgs.), *Processos de ensino e aprendizagem em educação matemática* (pp. 93-132). Recife: Editora Universitária da UFPE.
- Herminio, M. H. G. B., & Borba, M. C. (2010). A noção de interesse em projetos de modelagem matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 12(1), 111-127.
- Hettwer, J. G., & Nunes, L. N. (2011). O ensino de procedimentos estatísticos em um contexto interdisciplinar: casos de AIDS na fronteira. In V. C. V. Garcia, E. Z. Búrigo, M. V. A. Basso & M. A. Gravina (Orgs.), *Reflexão e pesquisa na formação de professores de matemática* (pp. 151-171). Porto Alegre: Evangraf.

- Igliori, S. B. C., Oliveira, E. C., Ferreira, G. L., Araújo, I. C., Bezerra Filho, J. M., & Araújo, P. C. (2010). O uso das tecnologias de informação e comunicação em educação matemática. *Caderno de Física da UEFS*, 8(1-2), 91-103.
- Jacobini, O. R. (2004). *A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Jacobini, O. R., & Wodewotzki, M. L. L. (2006). Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, 19(25), 1-16.
- Javaroni, S. (2007). *Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de introdução às equações diferenciais ordinárias*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Junior, G. B. S., & Lopes, C. E. (2014). Representações gráficas e variáveis estatísticas: reflexões para a formação de engenheiros de produção. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 3(5), 100-114.
- Kaiser, G., Blomhøj, M., & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 82-85.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310.
- Klüber, T. E., & Burak, D. (2008). Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. *Educação Matemática Pesquisa*, 10(1), 17-34.
- Kripka, E. M. L., Biembengut, M. S., Lara, I. C. M., Viali, L., & Lahm, R. A. (2014). Mapeamento do uso de tecnologias e de modelagem matemática no ensino. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC)*, 9(17), 109-134.
- Lévy, P. (1993). *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática* (Tradução Carlos Irineu da Costa). Rio de Janeiro: Editora 34.
- Lévy, P. (2000). *Cibercultura* (Tradução Carlos Irineu da Costa). São Paulo: Editora 34.
- Lima, I. B., & Selva, A. C. V. (2013). Jovens e adultos construindo e interpretando gráficos. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, 27(45), 233-253.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Newbury Park: Sage Publications.
- Lôbo, F. F., & Alcântara, L. R. (2011). Analisando a construção e a interpretação de gráficos e tabelas por estudantes do Ensino Médio Regular e EJA. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp. 1-14). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

- Lopes, C. A. E. (2004). Literacia estatística e INAF 2002. In M. C. F. R. Fonseca (Org.), *Letramento no Brasil: habilidades matemáticas* (pp. 187-197). São Paulo: Global.
- Lopes, C. E., Coutinho, C. Q. S., & Almouloud, S. A. (Orgs.) (2010). *Estudos e reflexões em educação estatística*. Campinas: Mercado de Letras.
- Magdalena, B. C., & Costa, I. E. T. (2003). *Internet em sala de aula: com a palavra, os professores*. Porto Alegre: Artmed.
- Malheiros, A. P. S. (2004). *A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Malheiros, A. P. S., & Franchi, R. H. O. L. (2013). As tecnologias da informação e comunicação nas produções sobre modelagem no GPIMEM. In M. C. Borba & A. Chiari (Orgs.), *Tecnologias digitais e educação matemática* (pp. 175-193). São Paulo: Livraria da Física.
- Marconi, M. A., & Lakatos, E. M. (2007). *Fundamentos de Metodologia Científica* (6.^a ed.). São Paulo: Atlas.
- Matos, J. F. (1995). *Modelação matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Matos, J. F. (1997). Modelação matemática: o papel das tecnologias de informação. *Educação e Matemática*, 45, 41-43.
- Matos, J. F., & Carreira, S. P. (1996). *Modelação e aplicações no ensino da matemática: situações e problemas*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Mendonça, L. O. (2011). *A educação estatística em um ambiente de modelagem matemática no ensino médio*. Dissertação de Mestrado, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.
- Mendonça, L. O., & Lopes, C. E. (2011). Modelagem matemática: um ambiente de aprendizagem para a implementação da educação estatística no ensino médio. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, 24(40), 701-724.
- Meneghetti, R. C. G., Batistela, R. F., & Bicudo, M. A. V. (2011). A pesquisa sobre o ensino de probabilidade e estatística no Brasil: um exercício de metacompreensão. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, 24(40), 811-833.
- Menezes, R. O., & Braga, R. M. (2013). Modelagem matemática na inserção de tecnologias da informação para o ensino de geometria analítica. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana (EM TEIA)*, 4(1), 1-22.
- Meyer, J. F. C. A., Caldeira, A. D., & Malheiros, A. P. S. (2011). *Modelagem em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

- Minayo, M. C. S. (2004). Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In M. C. S. Minayo (Org.), *Pesquisa social: teoria, método e criatividade* (pp. 9-29). Petrópolis: Vozes.
- Monteiro, C. E. F. (2006). Explorando a complexidade da interpretação de gráficos entre professores em formação inicial. *Cadernos de Estudos Sociais*, 22(2), 211-224.
- Monteiro, C. E. F., & Selva, A. C. (2001). Investigando a atividade de interpretação de gráficos entre professores do ensino fundamental. *24ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pesquisa em Educação - ANPED* (pp. 1-16). Caxambu: ANPED.
- National Council of Teachers of Mathematics – NCTM. (2008). Princípios e Normas para a Matemática Escolar. (Traduzido por Magda Melo) (2.ª ed.). Lisboa: APM.
- Novaes, D. V., & Coutinho, C. Q. S. (2013). *Estatística para educação profissional e tecnológica* (2.ª ed.). São Paulo: Atlas.
- Organisation for Economic Co-operation and Development – OECD (2012). Programme for International Students Assessment (PISA) – results from PISA 2012, Brazil. Consultado em: agosto 15, 2015, em:
<http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-brazil.pdf>.
- Oliveira, A. M. P., & Barbosa, J. C. (2007). A primeira experiência de modelagem matemática e a tensão do “próximo passo”. *IX Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-17), SBEM: Belo Horizonte.
- Onuchic, L. R., & Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, 25(41), 73-98.
- Pead, D., Ralph, B., & Muller, E. (2007). Uses of technologies in learning mathematics through modelling. In W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 309-318). New York: Springer.
- Pereira, J. E. (2011). A habilidade de interpretar gráficos cartesianos num enfoque sistêmico e a teoria de Galperin. *34ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pesquisa em Educação - ANPED* (pp. 1-17). Natal: ANPED.
- Perrenoud, P. (1999). *Construir as competências desde a escola*. Porto Alegre: Artmed.
- Pimenta, R. (2009). Os projectos e o processo de ensino-aprendizagem da Estatística. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho & P. F. Correia (Eds.), *II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 72-90). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

- Ponte, J. P., Brocado, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Prado, F. L. (2011). *Metodologia de projetos*. São Paulo: Saraiva.
- Regimento da IV Feira Nacional de Matemática. (2015). Consultado em: julho 16, 2016, em: http://www.furb.br/_upl/files/especiais/lmf/feira_nacional/Regimento_.pdf?20150827102944.
- Rocha, N. M. F., & Barreto, M. O. (2008). Metodologias qualitativas de pesquisa. In N. M. F. Rocha, R. S. Leal & E. M. Boaventura (Orgs.), *Metodologias qualitativas de pesquisa* (pp. 13-26). Salvador: Fast Design.
- Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Consultado em: 15 agosto, 2015, em: www.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.html.
- Sampaio, L. O. (2010). *Educação estatística crítica: uma possibilidade?* Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Sant'Ana, A. A., & Sant'Ana, M. F. (2009). Uma experiência com a elaboração de perguntas em modelagem matemática. *V Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática* (pp. 1-13). Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto.
- Santos, D. C., Souza, V. S., & Araujo, S. M. (2012). Plano do Curso Técnico de Agroindústria do CETEP Vale do Jiquiriçá – EPI. Amargosa: Secretaria de Educação do Estado da Bahia.
- Santos, D. C., Souza, V. S., & Barros, R. P. (2012). Plano do Curso Técnico de Zootecnia do CETEP Vale do Jiquiriçá – EPI. Amargosa: Secretaria de Educação do Estado da Bahia.
- Santos, D. C., Souza, V. S., Souza, M. A. L. P., Santos, K. S. S., & Venas, C. (2010). Plano do Curso Técnico de Enfermagem do CETEP Vale do Jiquiriçá – EPI. Amargosa: Secretaria de Educação do Estado da Bahia.
- Santos, H. S. (2012). Re-pensando a noção de interpretação: transparência ou opacidade? *Revista Alpha*, 13, 123-137.
- Santos, F. V., & Almeida, L. M. W. (2007). A utilização do computador pelos estudantes em uma situação de modelagem matemática. *VI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática* (pp. 1-13). Londrina: Universidade Estadual de Londrina.
- Scheller, M. (2014). Tecnologias digitais e modelagem matemática na arte da pesquisa no ensino médio (pp. 1-18). *X ANPED Sul*. Florianópolis: Universidade do Estado de Santa Catarina.

- Schmidt, E., & Cohen, J. (2013). *A nova era digital: reformulando o futuro das pessoas, das nações e da economia* (Traduzido por José Mendonça da Cruz). Alfragide: Dom Quixote.
- Serra, D. S. (2014). A contribuição do ensino de probabilidade e estatística para a prova de matemática do ENEM. *XVIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Silva, E. M. C. (2013). *Como são propostas pesquisas em livros didáticos de ciências e matemática dos anos iniciais do ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- Silva, L. A., & Oliveira, A. M. P. (2015). Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo? *Acta Scientiae*, 17(1), 40-56.
- Silva, M. J. S., & Levy, L. F. (2009). Modelagem matemática e informática na educação: desafios da educação matemática numa visão holística. *VI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática* (pp. 1-18). Londrina: Universidade Estadual de Londrina.
- Silva, V. C. S., & Diniz, L. N. (2013). As respostas dadas por uma professora de matemática às dúvidas dos alunos em sala de aula. *XV Encontro Baiano de Educação Matemática* (pp. 1-11). Teixeira de Freitas: Universidade do Estado da Bahia.
- Silveira, E. (2007). *Modelagem matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, 13(14), 66-91.
- Skovsmose, O. (2001). *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus.
- Skovsmose, O. (2007). *Educação crítica: incerteza, matemática e responsabilidade*. (Traduzido por Maria Aparecida Viggiani Bicudo). São Paulo: Cortez.
- Skovsmose, O. (2008). Critical mathematics education for the future. In M. Niss (Ed.), *10th International Congress on Mathematical Education* (pp. 1-19). IMFUFA: Roskilde University.
- Smole, K. S., & Diniz, M. I. (Orgs.) (2001). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed.
- Soares, D. S., & Javaroni, S. L. (2013). Análise de modelos: possibilidades de trabalho com modelos matemáticos em sala de aula. In M. C. Borba & A. Chiari (Orgs.), *Tecnologias digitais e educação matemática* (pp. 195-219). São Paulo: Livraria da Física.

- Souza, R. A., & Tavares, V. D. (2015). A modelagem matemática como proposta de abordagem para a educação financeira. *XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp. 1-2). Chiapas, México: s/i.
- Streck, D. R., Redin, E., & Zitzoski, J. J. (Eds.) (2010). *Dicionário Paulo Freire* (2.^a ed.). Belo Horizonte: Autêntica.
- Tajra, S. F. (2005). *Informática na Educação* (6.^a ed.). São Paulo: Érica.
- Tambarussi, C. M., & Klüber, T. E. (2014a). Focos da pesquisa *stricto sensu* em modelagem matemática na educação matemática brasileira: considerações e reflexões. *Educação Matemática Pesquisa*, 16(1), 209-225.
- Tambarussi, C. M., & Klüber, T. E. (2014b). A pesquisa em modelagem matemática no âmbito da educação matemática brasileira: um olhar epistemológico. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 3(5), 180-199.
- Tikhomirov, O. K. (1981). The psychological consequences of computerization. In J. V. Werstsch (Ed.), *The concept of activity in soviet psychology* (pp. 256-278). New York: M. E. Sharpe.
- Valero, P. (1999). Deliberative mathematics education for social democratization in Latin America. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 99(1), 20-26.
- Vasconcelos, A. P., & Fernandes, J. A. (2013). O uso da folha de cálculo na construção de gráficos estatísticos por alunos do 7º ano. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho & P. F. Correia (Orgs.), *III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 127-143). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Villarreal, M. E., Esteley, C. B., & Mina, M. V. (2010). Modeling empowered by information and communication technologies. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 42(3-4), 405-419.
- Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21(1), 14-23.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248.
- Wodewotzki, M. L., & Jacobini, O. (2004). O ensino de estatística no contexto da educação matemática. In M. A. V. Bicudo & M. C. Borba (Orgs.), *Educação matemática: pesquisa em movimento* (pp. 232-249). São Paulo: Cortez.

ANEXOS

ANEXO 1 – MODELO DO RELATÓRIO DISPONIBILIZADO AOS ALUNOS

Inserir logotipo do colégio

NOME DO COLÉGIO

CIÊNCIAS DA NATUREZA, MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

3º RELATÓRIO DO PROJETO AGRICULTURA FAMILIAR

(CENTRALIZADO, NEGRITO, TIMES NEW ROMAN, LETRAS MAIÚSCULAS, 12)

NOME COMPLETO DO ALUNO 1

NOME COMPLETO DO ALUNO 2

NOME COMPLETO DO ALUNO 3

NOME COMPLETO DO ALUNO 4

...

(POR NOMES COMPLETOS DOS MEMBROS DO GRUPO E EM ORDEM ALFABÉTICA, SENDO UM NOME EM CADA LINHA, CENTRALIZADOS, NEGRITO, TIMES NEW ROMAN, SÓ COM LETRAS MAIÚSCULAS, 12)

TÍTULO DO TRABALHO

(POR TÍTULO COMPLETO DO PROJETO, DESTACANDO ELEMENTOS PRESENTES NO OBJETIVO. DEVE SER ESCRITO CENTRALIZADO, NEGRITO, TIMES NEW ROMAN, SÓ COM LETRAS MAIÚSCULAS, 14)

AMARGOSA/BA

2014

NOME COMPLETO DO ALUNO 1

NOME COMPLETO DO ALUNO 2

NOME COMPLETO DO ALUNO 3

NOME COMPLETO DO ALUNO 4

...

TÍTULO DO TRABALHO

Relatório do Projeto de Modelagem Matemática apresentado como avaliação parcial da disciplina Matemática do Curso de (Agroindústria, Agropecuária, Enfermagem ou Zootecnia) do Centro Territorial de Educação Profissional do Vale do Jiquiriçá, sob orientação da professora (por nome completo) (TIMES NEW ROMAN, 11, SEM NEGRITO)

AMARGOSA/BA

2014

SUMÁRIO

1 Introdução.....	1
2 Objetivo Geral.....	3
3 Metodologia.....	3
4 Desenvolvimento.....	4
5 Considerações Finais.....	9
Referências.....	10
Anexos e/ou Apêndices (se existirem).....	12

(renumerem as páginas, se for preciso. A primeira página do relatório é a que inicia com a introdução)

1 INTRODUÇÃO

Começar o texto apresentando o interesse pelo grupo para desenvolver esse projeto (justificativa ou motivação do grupo para a escolha do tema, podendo apresentar outros temas pré-definidos antes do grupo fechar o tema).

Em seguida, deve ter a apresentação do trabalho, de modo geral, explicando do que se trata. Alguns trabalhos precisam de definições de dicionários ou artigos para que os termos presentes sejam esclarecidos, especialmente aqueles que não são tão conhecidos, sejam esclarecidos. Em alguns casos, precisam esclarecer as definições. Nesta seção do relatório, precisa ficar claro o que os integrantes da equipe estão pesquisando.

2 OBJETIVO GERAL

Apresentar o objetivo geral e comentá-lo, mostrando a relevância da pesquisa. Se houver mais de um objetivo, apresentá-los e esclarecer como eles estão relacionados.

3 METODOLOGIA

Ainda nessa seção devem apresentar, de modo geral, como farão (ou fizeram) para a pesquisa ser desenvolvida, ou seja, afirmar que vão revisar a literatura sobre o tema do projeto e como coletarão os dados, ou seja, se visitarão instituições e/ou realizarão algum experimento e/ou medição e/ou observação e/ou entrevista e/ou questionário, informando local onde serão realizados e caracterizando o contexto e sujeitos da pesquisa (pessoas) e/ou objetos, como frutas, legumes, animais etc.

4 DESENVOLVIMENTO

Apresentar a literatura relativa ao tema do projeto, sendo de modo geral (aspectos para caracterizar o tema pesquisado. Exemplos: breve parte histórica, contextualização local e/ou nacional e/ou mundial, características do tema na Agricultura Familiar, etc.), ou seja, apresentar a literatura específica relacionada ao objetivo geral do projeto.

Apresentar, com riqueza de detalhes, os dados relativos à pesquisa, referentes às visitas feitas em instituições e/ou experimentos e/ou medições e/ou observações e/ou entrevistas e/ou questionários. Assim, não só os dados para buscar atingir os objetivos serão apresentados,

como também as interpretações feitas pelo grupo, utilizando dados qualitativos e quantitativos, se forem o caso.

Lembrem que se deve copiar o mínimo possível e que o trabalho deve ser escrito e discutido pela equipe.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Deve expressar, de forma objetiva e sucinta, as respostas encontradas pelo pesquisador às questões de investigação/objetivos ou hipóteses, quando se tratar de pesquisa de campo. Sugestões e recomendações, quando necessárias, devem aparecer no relatório.

REFERÊNCIAS

SOBRENOME, N. M. **Referência Básica**. São Paulo: Editora Atual. 2003. (livro)

SOBRENOME, A. J. O Método para Resolver Problemas de Matemática. **Revista da Sociedade Brasileira de Agricultura Familiar**. Volume 42, ano 3, 2014, p. 34-39. (artigo de revista)

SOBRENOME, H. I. Título do texto. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AGROINDÚSTRIA, 10., 2014, Salvador. **Anais...** Salvador: Universidade Federal da Bahia. 2014. 1 CD ROM. (artigo de congresso)

ANEXOS OU APÊNDICES

Apresentar os instrumentos utilizados de coleta de dados: perguntas da entrevista ou questionário, por exemplo.

Não é adequado anexar textos utilizados na revisão bibliográfica ou outros materiais. Excepcionalmente é anexada alguma legislação (breve e indispensável para a compreensão do texto), tabelas ou figuras complementares, relativas às atividades desenvolvidas como parte da pesquisa ou fotos que podem ser mencionadas no texto.

ANEXO 2 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO

Prezado(a) aluno da Escola,

Pelo presente Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, convida-se o(a) aluno(a) para participar de uma pesquisa. Por ser maior de idade e aluno(a) da escola, autoriza, de modo gratuito e espontâneo, a observação de aulas de Matemática que serão audiogravadas e videogravadas (sendo introduzidos os instrumentos de gravação aos poucos), a recolha de documentos produzidos pelos(as) alunos(as) e a entrevista a ser realizada pelo professor e pesquisador Leandro do Nascimento Diniz, ao(à) aluno(a) da Escola, relativo a um projeto que será desenvolvido na escola, ficando conseqüentemente autorizado a utilizar, divulgar e publicar, para fins acadêmicos, a mencionada coleta de informações, no todo ou em parte, bem como permitir a terceiros o acesso para fins idênticos. O(A) aluno(a) tem ciência de que o pesquisador se comprometeu a manter o anonimato da escola, da docente e de todos(as) os(as) alunos(as). Os resultados da pesquisa serão disponibilizados na escola, após sua conclusão.

As entrevistas serão realizadas após o desenvolvimento dos projetos, realizadas em pequenos grupos, com seis perguntas, realizadas na própria escola. A quantidade de perguntas poderá ser um pouco maior, devido às respostas realizadas, no sentido de entender melhor as respostas dadas pelos(as) alunos(as).

O projeto de pesquisa tem por objetivo analisar a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos, com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação, nos projetos de modelagem matemática, os quais serão desenvolvidos pelos(as) alunos(as). Justifica-se a importância da participação deles(as) pelas contribuições para sua formação no curso técnico em que estão matriculados(as), uma vez que os temas dos projetos serão escolhidos pelos(as) alunos(as). Além disso, poderemos apresentar resultados para melhoria da produção dos(as) pequenos(as) agricultores(as) da região onde está situada a Escola. Eles(as) serão acompanhados(as) pela professora da turma e pelo pesquisador durante todo o processo e posteriormente, caso tenham interesse em continuidade da pesquisa. Se forem necessários, auxílios financeiros poderão ser disponibilizados pelo pesquisador para desenvolvimento da pesquisa.

A qualquer momento, o(a) aluno(a) poderá se recusar a participar da pesquisa, sem nenhuma penalização. Cuidados serão considerados na pesquisa para que o(a) aluno(a) não seja exposto publicamente em condições que possam lhe causar algum tipo de dano, de qualquer natureza, podendo proporcionar assistência imediata, caso seja necessário.

Essa declaração contempla todos os itens presentes nos itens IV.3 e IV.5 da Resolução 466 de 12 de dezembro de 2012, do Conselho Nacional de Saúde. Dúvidas poderão ser esclarecidas através do Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) através dos contatos do e-mail: eticaempesquisa@ufrb.edu.br, telefone: (75) 3621-6850 e endereço: Rua Rui Barbosa, 710, Campus Universitário, Centro, Cruz das Almas. CEP: 44380-000.

Esse documento será assinado em duas cópias, sendo uma para o pesquisador e outra para o(a) aluno(a) da Escola.

Aluno(a)

Pesquisador

Leandro do Nascimento Diniz

Avenida Nestor de Melo Pita, 535, Centro, Amargosa, Bahia. CEP: 45300-000.

Telefone: (75) 3634-3042. E-mail: leandro@ufrb.edu.br.

ANEXO 3 – TERMO DE ASSENTIMENTO

Prezado(a) aluno(a) da escola,

Pelo presente Termo de Assentimento, o(a) aluno(a) é convidado(a) para participar de uma pesquisa e tem conhecimento que, uma pessoa responsável legal por ele(ela), autoriza sua participação numa pesquisa, que será realizada nas aulas de Matemática, as quais serão audiogravadas ou videogravadas, com produção de documentos e realização de entrevista pelo pesquisador Leandro do Nascimento Diniz, relativo a um projeto que será desenvolvido na escola.

O projeto de pesquisa tem por objetivo analisar a leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos, com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação, nos projetos de modelagem matemática, os quais serão desenvolvidos pelos(as) alunos(as). Justifica-se a importância da participação deles(as) pelas contribuições para sua formação no curso técnico que estão matriculados(as), uma vez que os temas dos projetos serão escolhidos pelos(as) alunos(as). Além disso, poderemos apresentar resultados para melhoria da produção dos(as) pequenos(as) agricultores(as) da região onde está situada a escola. Eles(as) serão acompanhados(as) pela professora da turma e pelo pesquisador durante todo o processo e posteriormente, caso tenham interesse em continuidade da pesquisa. Se forem necessários, auxílios financeiros poderão ser disponibilizados pelo pesquisador para desenvolvimento da pesquisa. Resultados da pesquisa serão disponibilizados na escola, após sua conclusão.

Os(As) alunos(as) serão informados(as) pelo pesquisador que se comprometerá a garantir o anonimato da escola, da docente e de todos(as) os(as) alunos(as) que colaborarem no estudo. Cuidados serão considerados na pesquisa para que o(a) aluno(a) não seja exposto publicamente em condições que possam lhe causar algum tipo de dano, de qualquer natureza, podendo proporcionar assistência imediata, caso seja necessário.

Os(As) alunos(as) terão ciência que a qualquer momento poderão se recusar ou participar da pesquisa, sem nenhuma penalização.

Os(As) alunos(as) receberão uma cópia deste termo de assentimento livre e esclarecido, o qual leram e estão concordo em participar da pesquisa. A outra cópia ficará com o pesquisador.

Assinatura do(a) estudante menor de idade

Pesquisador
Leandro do Nascimento Diniz
Avenida Nestor de Melo Pita, 535, Centro, Amargosa, Bahia. CEP: 45300-000.
E-mail: leandro@ufrb.edu.br

ANEXO 4 – QUESTÕES E OBJETIVOS DAS QUESTÕES DA ENTREVISTA

Questões para a entrevista com alunos do colégio

1. Qual é o título do projeto de modelagem matemática do grupo? E qual foi(foram) o(s) objetivo(s) principal(is)?

Objetivos: conhecer o tema e o(s) objetivo(s) do projeto de modelagem do grupo.

2. Como vocês realizaram a coleta dos dados para desenvolver esse projeto?

Objetivos: conhecer os dados qualitativos e quantitativos coletados pelo grupo e focar nos dados quantitativos.

3. Vocês utilizaram a Estatística no trabalho? Se sim, como?

Objetivos: identificar temáticas relacionadas à Estatística no projeto de modelagem e para saber como e se os gráficos estatísticos estão presentes.

4. Os gráficos estatísticos foram utilizados no projeto? Se sim, foram coletados em livros e na Internet ou foram construídos pelo grupo?

Objetivos: identificar se os gráficos estatísticos foram construídos ou lidos pelos alunos, para ter contato com o “caminho” percorrido pelos alunos para o desenvolvimento do projeto de modelagem.

5. O que abordavam esses gráficos? Comentem.

Objetivos: identificar o uso de gráficos estatísticos e os seus temas, buscando compreender, inicialmente, os objetivos dos alunos ao tratar desses gráficos, ou seja, a compreensão dos alunos na leitura e interpretação dos gráficos. Levarei a última versão impressa do relatório do projeto de modelagem para facilitar a identificação dos gráficos estatísticos utilizados.

6. Como foi, para vocês, participar de um projeto de modelagem matemática com tema central Agricultura Familiar?

Objetivos: perceber, inicialmente, as concepções dos alunos sobre a experiência da participação no projeto de modelagem. Pontuar questões complementares que revelem aspectos sobre a utilização dos gráficos estatísticos e das TIC.