António Pedro Vieira Teixeira **A Resolução de Problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida em alunos do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico**

UMinho | 2020

Universidade do Minho
Instituto de Educação

António Pedro Vieira Teixeira

A Resolução de Problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida em alunos do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico

junho de 2020

Universidade do Minho
Instituto de Educação

António Pedro Vieira Teixeira

A Resolução de Problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida em alunos do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico

Relatório de Estágio
Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho efetuado sob a orientação do
Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

junho de 2020

AGRADECIMENTOS

A elaboração deste projeto não teria sido possível sem a intervenção, a ajuda e o apoio de algumas pessoas fundamentais na minha vida pessoal e académica. Assim sendo, pretendo agradecer, demostrando a minha gratidão para quem foi crucial nesta etapa do meu percurso formativo.

Em primeiro lugar quero agradecer ao professor Doutor Floriano Viseu por todo o incentivo, dedicação, disponibilidade e paciência que teve comigo, pois sem o seu apoio não teria sido possível a concretização deste projeto. Um muito obrigado.

Agradeço também às minhas professoras cooperantes Alzira Carcel, Angelina Amorim e Fátima Micaelo, por me terem recebido afetuosamente nas suas turmas, por todos os conselhos, disponibilidade e atenção necessária que favoreceram o meu crescimento enquanto futuro profissional.

A todos os professores, direção e funcionários das escolas onde estagiei por todo o auxílio prestado.

Aos alunos das turmas onde exerci a minha ação pedagógica. Obrigado pela experiência vivida e pela aprendizagem que me favoreceram na construção da minha identidade profissional.

Ás minhas colegas de grupo de supervisão pela paciência, partilha de experiências, conselhos, e por todo o apoio prestado. Foi sem dúvida uma caminhada evolutiva na nossa formação.

Á minha família pelo apoio, carinho e amor que me deram durante todos estes anos, quer na minha formação, como ao longo da minha vida e que sempre se esforçaram para me proporcionar uma vida melhor.

A todos, sem exceção, um muito obrigado.

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GEOMETRIA E MEDIDA EM ALUNOS DO 1.º E 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

RESUMO

Este estudo tem como objetivo averiguar o contributo da resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida de alunos do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico. Para concretizar este objetivo, delinearam-se as seguintes questões de investigação: (1) Que atividades os alunos realizam na resolução de problemas sobre tópicos de Geometria e Medida? E a que estratégias recorrem? (2) Que dificuldades manifestam os alunos na resolução de problemas? E que dificuldades revelam na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida? (3) Que perceções têm os alunos sobre a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida? De forma a dar resposta a estas questões de investigação recolheram-se dados através de questionários, inicial e final, ficha diagnóstica, produções dos alunos, gravações áudio de aulas e análise de documentos.

A análise e a interpretação da informação proveniente dos dados recolhidos permitiram dar resposta às questões de investigação delineadas. No que respeita às atividades, em ambos os ciclos, a identificação dos dados foi a atividade que os alunos menos evidenciaram na resolução de problemas. Na utilização de estratégias não se verifica grandes diferenças entre os alunos dos dois ciclos, sendo que foi averiguado com maior recorrência, estratégias de desenho ou esquema e operações aritméticas. Relativamente às dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de problemas depara-se que é na elaboração de estratégias que os alunos sentem mais dificuldades. Este facto deve-se também a dificuldades na compreensão do enunciado do problema, uma vez que quando não se compreende o enunciado de um problema dificilmente se consegue aplicar uma estratégia e o resolver. A nível da aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida, os alunos do 1.º Ciclo revelaram dificuldades em problemas com mais de um passo, nomeadamente no tópico de áreas e perímetro de retângulos. Já os alunos do 2.º Ciclo indicaram que sentiram mais dificuldades nos tópicos que englobavam novos conteúdos como a área do triângulo e a área de polígonos por decomposição. Após a intervenção pedagógica os alunos, através das suas perceções sobre o ensino ministrado, referem que continuavam a resolver problemas mesmo sabendo que se trata de uma atividade que desafia a pensar; que preferiram trabalhar em grupo do que individualmente; que os contextos dos problemas ligados ao seu quotidiano os motivava a resolver; e que gostariam de aprender outros tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas, uma vez que esta atividade ajudou a clarificar as suas dificuldades na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida. Por último, os alunos indicam algumas vantagens e desvantagens da resolução de problemas. Entre as vantagens indicam que favorece a aprendizagem, promove o trabalho em grupo e o desenvolvimento de estratégias e o raciocínio matemático. Quanto às desvantagens acarreta dificuldades na compreensão do enunciado caso se este não estiver claro, distração no trabalho de grupo e se for aplicada individualmente favorece a competição entre os alunos.

Palavras-chave: Alunos do 1.º e 2.º Ciclos; Aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida; Dificuldades dos alunos na resolução de problemas; Resolução de Problemas.

PROBLEM-SOLVING IN LEARNING GEOMETRY AND MEASUREMENT TOPICS FROM THE STUDENT 1st AND 2nd CYCLE OF BASIC EDUCATION

ABSTRACT

This study aims to investigate the contribution of problem-solving in the learning of Geometry and Measurement topics of students of the 1st and 2nd Cycle of Basic education. To achieve this objective, the following research issues were outlined: (1) What activities do students perform in solving problems on Geometry and Measurement topics? And what strategies do they use? (2) What difficulties do students have in solving problems? And what difficulties do they reveal in learning Geometry and Measurement topics? (3) What perceptions do students have about problem-solving in learning Geometry and Measurement topics? In order to answer these research questions, it was collected data through questionnaires, the initial and final one, through the diagnostic form, students productions, audio recordings of lessons and document analysis.

The analysis and interpretation of the information from the data collected made it possible to address the research questions outlined. About concerning activities, in both cycles, data identification was the activity that students least showed in problem-solving. With the strategies used, it is clear that there aren't major differences between the students of the two cycles and it is possible to verify, with greater recurrence, the design or schema strategies and arithmetic operations. Regarding the difficulties experienced by students in problem- solving, it's a fact that in the moment of elaboration of strategies it's when the students feel more difficulties. This is also due to difficulties in understanding the statement of the problem, because when one does not understand the utterance of a problem it becomes difficult to apply a strategy and solve it. At the level of learning Geometry and Measurement topics, students in the 1st Cycle revealed difficulties in problems with more than one step, particularly in the topic of areas and perimeter of rectangles. On the other hand, the students of the 2nd Cycle indicated that they felt more difficulties in the topics that included new contentes, such as the triangle area and the area of polygons by decomposition. After the pedagogical intervention, the students, through their perceptions of the teaching taught, they say that they continued to solve problems even though they knew that it was an activity that challenges to think; whom preferred to work in groups than individually; that the contexts of problems linked to their daily lives motivated them to solve them; and who would like to learn other topics of Geometry and Measurement through problem-solving, since this activity helped to clarify their difficulties in learning geometry and measurement topics. Finally, students indicate some advantages and disadvantages of problem-solving. Among the advantages, they indicate that it favors learning, promotes team work and the development of strategies and mathematical reasoning. Regarding the disadvantages, these, lead to difficulties in terms of understanding the statement if it isn't clear, distraction in group work and, if it is applied individually, it favors competition between students.

Keywords: Difficulties of students in solving problems; Learning Geometry and Measurement topics; Problem-solving; Students in 1st and 2nd Cycles.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE QUADROS

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo, começa-se por introduzir o objetivo e as questões de investigação deste estudo, de seguida, apresenta-se a pertinência do mesmo e, por último, efetua-se uma descrição sobre a estrutura do relatório. O estudo realizado foi implementado em duas escolas do mesmo agrupamento, em duas turmas. Num primeiro momento foi concretizado numa turma do 4.º ano de escolaridade e num momento posterior numa turma do 5.º ano de escolaridade.

1.1. Objetivo e questões do estudo

O tema do estudo recai sobre a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida em alunos do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico. A minha decisão na escolha por esta temática começou com o contexto de observação no 1.º Ciclo, em que pude constatar que a maior parte dos alunos apresentaram maiores dificuldades na disciplina de matemática do que em relação às restantes. Inicialmente, evidenciei que os alunos manifestavam falhas de aprendizagem na realização do algoritmo da divisão inteira por dois algarismos no divisor. Por conseguinte considerei pertinente tratar esta problemática. No entanto em outras observações, durante a resolução de problemas, notei que havia alunos que não apresentavam muitas facilidades em concretizá-los. Os problemas que envolviam mais do que um passo ou etapa na sua resolução eram os que os alunos sentiam maior fragilidade. Seria devido à dificuldade na interpretação do enunciado do problema e, posteriormente, em selecionar os dados importantes para a resolução do mesmo? Perante a observação do contexto apercebi-me que uma das maiores dificuldades dos alunos consistia em resolver problemas, capacidade que as orientações metodológicas dos Programas de Matemática do Ensino Básico valorizam na formação do aluno.

Para além dos pressupostos mencionados, existiram outras razões que me fizeram optar pela resolução de problemas no processo de ensino e de aprendizagem da matemática, tais como: (i) apesar de ser uma capacidade que há algumas décadas é defendida que deve ser trabalhada em sala de aula, o seu impacto na concretização do currículo tem sido limitado (Vale, Pimentel & Barbosa, 2015); e (ii) a resolução de problemas tem um papel essencial no ensino e aprendizagem da matemática, sendo que esta metodologia deve de integrar em todos os domínios do programa, ou seja, que não pode ser vista como um ‘assunto’ isolado no currículo (Viseu, Fernandes & Gomes, 2015). Um outro aspeto pelo qual tive em consideração foram os resultados no TIMSS, tal com apontados no Programa atual de

Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação e Ciência, 2013), os quais apontam que mais de metade dos alunos no final do 1.º Ciclo não atingem o objetivo de resolver problemas com mais do que um passo, objetivo esse mencionado neste Programa.

É de salientar que foi tratado com os alunos de ambos os ciclos, problemas que envolviam apenas conteúdos alusivos ao domínio de Geometria e Medida em consideração aos conteúdos a lecionar pelas docentes cooperantes no período de implementação do projeto.

Perante estas evidências, este projeto pedagógico tem como objetivo averiguar o contributo da resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida de alunos do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico. Assim para realizar este objetivo, pretendo responder às seguintes questões de investigação.

Questão 1. Que atividades os alunos realizam na resolução de problemas sobre tópicos de Geometria e Medida? E a que estratégias recorrem?

Questão 2: Que dificuldades manifestam os alunos na resolução de problemas? E que dificuldades revelam na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida?

Questão 3: Que perceções têm os alunos sobre a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida?

1.2. Pertinência do estudo

Uma das disciplinas em que os alunos tendem a apresentar maior insucesso escolar é a Matemática (Pinto, 2010). Cabe ao professor ter em atenção às formas como aborda os conteúdos na sala de aula, não desfavorecendo os saberes que o aluno possui e as suas experiências de vida. Assim, é fundamental os alunos aprenderem os mais variados conceitos de forma integrada com o mundo que os rodeia (Oliveira, 2014). De acordo com Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008), uma das formas para que em sala de aula haja a construção de uma aprendizagem mais ativa e sólida dos alunos, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio matemático, da comunicação matemática, permitindo ao mesmo tempo uma conexão entre os conceitos matemáticos e o quotidiano do aluno, é através da resolução de problemas. O Programa de Matemática de 2007 (Ministério da Educação, 2007) indica que esta atividade é um ponto de partida para aprendizagem de um determinado conteúdo matemático, estabelecendo-se como uma ferramenta para a construção firme de um conhecimento. De uma mesma forma quanto mais problemas os alunos resolverem, seja com vários passos ou com excessos de dados maior será a contribuição para o desenvolvimento desta capacidade. Deste modo, em sala de aula, a resolução de problemas pode ser muito útil para os alunos em idade escolar (Boavida et al., 2008).

Contudo, em concordância com o Ministério da Educação (2001, p. 68), "os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução". Considero assim que, para resolver um problema é necessário raciocinar até arranjar uma estratégia de forma a permitir 'levantar o obstáculo' de modo a que encontremos a respetiva solução.

A Associação de Professores de Matemática, APM (1998), refere que a resolução de problemas se deve centralizar no ensino e na aprendizagem da matemática, em todos os anos de escolaridade, em que esta é crucial para o aluno, de forma a que este possa experimentar, generalizar, conjeturar, provar, discutir e construir relações entre os vários conteúdos matemáticos de diferentes domínios. Um dos outros aspetos a realçar é que neste tipo de atividade o professor é apenas um mediador da aprendizagem e não um individuo que expõe o conhecimento, contribuindo para que os alunos construam o seu próprio conhecimento desenvolvendo assim o gosto e o interesse pela disciplina de matemática.

Já o atual Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação e Ciência, 2013) indica que na resolução de problemas, o aluno pode pôr em prática e desenvolver certas competências, tais como: (i) a leitura e interpretação de enunciados; (ii) o conhecimento de factos, de conceitos e relações do quotidiano do aluno; (iii) a seleção e aplicação adequada de estratégias e (iv) a revisão, sempre que necessária, da estratégia utilizada na resolução, se é fidedigna de acordo com a solução encontrada.

Por sua vez, as estratégias a utilizar na resolução de um problema devem ter uma atenção por parte do professor nos primeiros ciclos de escolaridade de forma a auxiliar os alunos a clarificar e expressar o seu processo de resolução e compará-lo com o dos seus colegas (NCTM, 2007). Assim, o professor deve incutir nos alunos o hábito de resolver problemas, pois trará aos mesmos o desenvolvimento de estratégias que os auxiliem a ultrapassar dificuldades e a adquirir novas competências.

1.3. Organização do estudo

O presente estudo está organizado em cinco capítulos. O capítulo 1, introdução, menciona o objetivo, a pertinência da temática e a sua respetiva justificação, as questões de investigação e a organização da estrutura do relatório.

No capítulo 2, enquadramento teórico, é realizado uma análise teórica da temática a investigar. Os pontos a investigar teoricamente são: (i) O ensino da Geometria e Medida no currículo do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico; (ii) Noção de problema e de resolução de problemas; (iii) A resolução de problemas no currículo de matemática do Ensino Básico e a sua importância no processo de ensino e aprendizagem; (iv) A tipologia de problemas; (v) Modelos de resolução de problemas; (vi) Estratégias de resolução de problemas; (vii) As dificuldades da resolução de problemas; (viii) análise de alguns estudos empíricos sobre a temática.

O capítulo 3 está dividido em duas partes e remete para o enquadramento contextual e estratégias de intervenção. Numa primeira parte, farei referência ao enquadramento contextual. Nesta secção conterá uma descrição sobre o agrupamento de escolas onde implementei o estudo, nomeadamente como está organizado, o que contém, que oportunidades disponibiliza aos alunos. Serão também mencionados os objetivos do projeto educativo do agrupamento, a descrição de cada escola, e por último a descrição da cada turma que participou neste estudo, nomeadamente como é constituída, as suas atividades e a sua relação com a disciplina de matemática. A última parte deste capítulo foca-se na metodologia de ensino e aprendizagem aplicada no estudo e nas estratégias e instrumentos de recolha de dados.

No capítulo 4, intervenção pedagógica, é realizada uma análise empírica dos dados recolhidos nas aulas que lecionei nos contextos do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico, e uma avaliação das perceções dos alunos das turmas participantes no estudo sobre as estratégias de ensino concretizadas, através da utilização de um questionário.

O capítulo 5, conclusões, apresenta uma discussão dos resultados obtidos de forma a dar resposta às questões de investigação deste estudo. De seguida, mencionarei algumas implicações da resolução de problemas no ensino e aprendizagem da matemática e por último as limitações e recomendações do estudo.

CAPÍTULO 2

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Este capítulo, tendo como referência o objetivo e as questões delineados na consecução deste estudo, tem como finalidade sustentar teoricamente os pressupostos que estão subjacentes à temática que norteou a prática pedagógica. Com essa finalidade, este capítulo encontra-se dividido em oito partes. A primeira parte debruça-se sobre o ensino da Geometria e Medida nos currículos do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. Continuamente, seguem-se as partes que debatem a noção de problema e de resolução de problemas; a resolução de problemas nos currículos de matemática do Ensino Básico e a sua importância no processo de ensino e aprendizagem; a tipologia de problemas; os modelos de resolução de problemas; as estratégias na resolução de problemas; as dificuldades na resolução de problemas; e por último, será realizada uma análise de alguns estudos empíricos sobre a resolução de problemas.

2.1. O ensino da Geometria e Medida nos currículos do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico

Na disciplina de matemática, no ensino do domínio da Geometria e Medida é fundamental ter em consideração a manipulação, a observação e análise de objetos (Ministério da Educação e Ciência, 2016), visto que muitos dos conceitos da Geometria não podem ser compreendidos sem antes se visualizar e/ou manipular um determinado objeto real (Ponte & Serrazina, 2000). No quotidiano os 'objetos' da Geometria podem ser encontrados na natureza, na arte, na arquitetura, entre outros (Brenda, Serrazina, Menezes, Sousa & Oliveira, 2011). Este domínio possui como caraterísticas: a *visualização espacial,* que consiste na manipulação, transformação e representação mental de objetos de duas e três dimensões a partir de diferentes perspetivas, fundamental para o desenvolvimento do raciocínio geométrico; *a modelação geométrica* e o *raciocínio espacial* que são cruciais na descrição, análise e interpretação de ambientes físicos pelo que podem ser úteis na resolução de problemas (NCTM, 2007). Apesar de ser um dos domínios fundamentais para o dia a dia dos alunos, a Escola nem sempre deu a devida atenção à Geometria, ao proporcionar a sua lecionação no final do ano letivo, o que remete para a memorização de definições e para a aplicação de fórmulas em detrimento de promover nos alunos a compreensão dos conceitos geométricos (Brenda et al., 2011). Deste modo, o ensino e aprendizagem da Geometria deve de incluir a realização de atividades ativas e diversificadas (Mascarenhas, 2012) como explorar, observar, desenhar e comparar objetos do quotidiano (Ponte & Serrazina, 2000) por forma a articular os conhecimentos prévios dos alunos com os novos conceitos geométricos, de forma a minimizar as dificuldades dos alunos na aprendizagem deste domínio (Mascarenhas, 2012).

A relevância que a Escola deve dar ao ensino do domínio de Geometria emerge da análise do Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 e do Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico de 2013. A razão que leva a comparar estes programas tem a ver com a proximidade da linha temporal que separa a sua implementação. No Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, a Geometria surge interligada com o tema Medida (Ministério da Educação, 2007) e aparece nos três ciclos com o objetivo principal de desenvolver o sentido espacial dos alunos através da visualização e compreensão de propriedades geométricas, assim como na utilização destas capacidades na resolução de problemas (Ministério da Educação, 2007).

A nível do 1.º Ciclo, o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 advoga que os alunos começam a aprender Geometria do espaço para o plano, devido ao facto de vivermos num mundo tridimensional. Tal perspetiva aponta à experimentação e à manipulação de objetos do quotidiano que visam potenciais aprendizagens neste domínio. Um outro aspeto importante é que os alunos devem ser motivados em atividades de observação, descrição e representação de objetos e trajetos; na composição e descrição de figuras de modo que desenvolvam a visualização espacial e o sentido espacial (Ministério da Educação, 2007), sendo este último muito útil na utilização de mapas, plantas, itinerários e na arte (NCTM, 2007). No que se concerne à Medida, o Programa de 2007 recomenda que se aprofunde o estudo de grandezas associadas a situações ligadas ao quotidiano do aluno, como o dinheiro, medidas de tempo, medir o comprimento, massa e volume de objetos através de experiências concretas como, por exemplo, "utilizar fósforos para medir o comprimento" (NCTM, 2007, p. 49). Mais tarde, para realizarem as medições, os alunos têm de utilizar as unidades de medida convencionais do sistema internacional de unidades (SI) com recurso a instrumentos próprios de medida (Ministério da Educação, 2007). Os conteúdos deverão ser lecionados e aprofundados ao longo da escolaridade (NCTM, 2007). Da análise do Programa de 2007 constata-se que esta recomendação é respeitada, visto que à medida que se avança na escolaridade determinados tópicos estudados anteriormente são retomados com mais aprofundamento. Neste subdomínio, os alunos também aprendem e aprofundam conteúdos de outros tópicos de matemática e de outras áreas curriculares, como a Educação Física (NCTM, 2007).

No Programa e Metas Curriculares atuais (Ministério da Educação e Ciência, 2013), os alunos no 1.º Ciclo, começam por aprender Geometria a partir do espaço para o plano, tal como no programa anterior. Após o reconhecimento visual de objetos no espaço, os alunos começam a aprender conceitos geométricos a partir da noção de ponto. Daí são explorados conceitos básicos como "colinearidade de pontos, direções, retas, semirretas e segmentos de reta, paralelismo e perpendicularidade, a partir dos quais (se fazem figuras mais complexas) como polígonos, circunferências, sólidos ou ângulos" (Ministério da Educação e Ciência, 2013, p. 6). A medição de grandezas é semelhante ao Programa anterior, embora os alunos neste ciclo já possam realizar operações de medição de grandezas, que, por exemplo, pode conduzir à noção de fração. Assim, de acordo com a Ministério da Educação e Ciência (2016), no 1.º Ciclo, é fundamental desenvolver:

i) a visualização espacial, descrevendo e construindo figuras no plano e no espaço e identificando as suas propriedades, bem como as relações entre objetos no espaço envolvendo ou não o ponto de vista do observador (conduzindo aos conceitos geométricos básicos de alinhamento e comparação de distâncias);
ii) a compreensão das grandezas dinheiro, comprimento, massa, capacidade, volume e tempo;
iii) a progressiva compreensão do que é uma unidade de medida e do processo de medição;
iv) a resolução de problemas geométricos e de medida em contextos diversificados. (p.15)

No que respeita a nível do 2.º Ciclo, tendo em consideração o Ministério da Educação (2007), de modo a desenvolver o sentido espacial, os alunos devem: (i) conhecer as propriedades das figuras geométricas no plano e no espaço; (ii) desenvolver e utilizar a visualização e o raciocínio geométrico; (iii) analisar padrões geométricos e de progredir no conceito de simetria; (iv) ser capazes de resolver problemas de contextos geométricos de forma a desenvolver a comunicação e a argumentação matemática.

Em relação ao Programa e Metas Curriculares de 2013, no 2.º Ciclo são introduzidos novos conceitos, sendo que os alunos deverão saber relacionar as propriedades que já conhecem com que o estão a estudar. Neste ciclo, os alunos também realizam construções a rigor com recurso a instrumentos de desenho e medida tais como, régua, esquadro, transferidor e compasso. É também dedicado o estudo das áreas de polígonos regulares e círculo, de volumes de prismas retos e cilindros retos e das amplitudes de ângulos (Ministério da Educação e Ciência, 2013). Já o Programa anterior, que também visa a utilização destes instrumentos, realça ainda a utilização de materiais manipuláveis nos 1.º e 2.º Ciclos, por favorecem a compreensão de conceitos e relações geométricas. Assim, atende-se que nos primeiros anos de escolaridade a Geometria e Medida deverá ser ensinada através de tarefas de exploração, desenhos, medições, manipulação de objetos concretos, assim como com o uso de programas de geometria dinâmica (NCTM, 2007).

Da análise efetuada constato que ambos os Programas de Matemática do Ensino Básico apresentam conteúdos semelhantes, embora haja algumas divergências. No que respeita à organização considero o Programa de 2007 mais completo, devido a indicar os objetivos gerais e específicos, articulação com o ciclo anterior e as indicações metodológicas para cada ciclo. Pelo contrário, o Programa atual foca-se muito nos conteúdos que são ensinados em cada ano de escolaridade. Em relação à terminologia de alguns conteúdos também difere nos dois Programas, como, por exemplo, o tópico reflexão, rotação e translação no Programa de 2007, sendo hoje designado de isometrias no plano. É de referir que se deslocaram alguns conteúdos de anos de escolaridade mais avançados para anos mais iniciais de escolaridade na transição para o Programa e Metas Curriculares de 2013. Exemplo disso é o tópico 'Poliedros e não poliedros', que no Programa anterior era lecionado no 5.° ano de escolaridade, sendo atualmente lecionado no 2.° ano de escolaridade. Um outro exemplo é o tópico 'Critérios de igualdade de triângulos', que anteriormente prevalecia no 7.° ano no Programa de 2007 e atualmente está presente no 5.° ano. Por último, é de evidenciar que a resolução de problemas apesar de ser abordada neste domínio, não constava como conteúdo de Geometria e Medida no Programa anterior. No entanto, providenciava os objetivos específicos de aprendizagem, dar oportunidades aos alunos de modo a "experimentar, relacionar e operar com figuras geométricas" (Ministério da Educação, 2007, p. 39) de modo a criarem novas estratégias. Já na conceção do Ministério da Educação e Ciência (2013), a resolução de problemas passa a estar presente como tópico explicito no domínio de Geometria e Medida.

2.2. Conceito de problema e de resolução de problemas

Para compreender em que consiste a resolução de problemas, primeiramente é necessário referir o conceito de problema na perspetiva de alguns autores, apesar de esta definição nem sempre foi a que conhecemos atualmente (Ponte, 2005).

O que é um problema? Segundo o dicionário da língua portuguesa, um problema é uma questão difícil em que se tem de achar a solução. No entanto, e em contexto matemático, existem diversos autores que definem o que é um problema, embora seja uma definição complexa e que pode variar consoante a época e o autor. Pólya (1995) um dos autores mais influentes e citados nesta temática dá a entender que um problema é algo que envolve um obstáculo e que só se consegue ultrapassá-lo, após mudar a perspetiva que inicialmente se tinha do problema a fim de levar a uma grande descoberta. Já Boavida (1993), considerando as definições de alguns autores como a de Kantowski (1977), Lester (1980), Vergnaud (1981) e Goldman (1986), advoga que um problema de matemática consiste numa tarefa ou situação na qual o aluno sinta vontade em a realizar, embora desconheça o procedimento que lhe permite chegar à solução e que para o resolver terá de elaborar um plano de forma a chegar ao resultado do problema. Já Palhares (1997) considera que um problema é composto por uma situação inicial em que é apresentado dados importantes para resolver o que é solicitado (situação final). Assim, há um obstáculo ou barreira, o que impede alguns solucionadores de chegar à solução. Para este autor os solucionadores só encontrarão a solução se desenvolverem procedimentos que os auxiliem a determinar a solução. Numa ordem de ideias semelhante, Lopes et al. (1999) referem que um problema é quando o solucionador sente dificuldades ao resolver uma determinada tarefa e sente satisfação quando acaba por encontrar a solução. Contudo, é preciso ter em atenção que um problema para um individuo pode não ser um problema para outro individuo, visto que este último poderá ter conhecimentos ou já ter realizados problemas da mesma natureza que o atual (Boavida, 1993). Na perspetiva de Vale e Pimentel (2004) temos um problema quando não conhecemos o procedimento de chegar à solução, envolvendo 'surpresas' e a não utilização de estratégias familiares e repetitivas. Mais recentemente, Romanatto (2012) – tendo por base as definições de Pólya (1978), Thompson (1989), Onuchic (1999), Saviani (2000), Onuchic e Allevato (2004) –, aponta que um problema matemático é uma situação que envolve a concretização de um conjunto de etapas e estratégias de forma a encontrar a solução não evidenciada no início.

No entanto, a noção de problema pode emergir para um ponto de vista mais específico, nomeadamente no que se concerne ao conceito de bom problema. Segundo o NCTM (2007), os problemas são bons quando integram diversos tópicos matemáticos e "proporcionam aos alunos a oportunidade de consolidar e ampliar os seus conhecimentos" (p. 57). Deste modo, afirma-se que os bons problemas visam a importância de utilizar diversas estratégias, assim como permitem uma melhor aprendizagem dos conceitos matemáticos para com os alunos (Vale e Pimentel, 2004).

Da análise dos trabalhos dos autores mencionados anteriormente, constato que os mesmos possuem perspetivas semelhantes sobre o que é um problema. Assim, na realização deste relatório de estágio assumi que, atendendo aos autores referenciados, um problema consiste numa situação desafiante e interessante na qual não se conhece o procedimento à luz do conhecimento e pela qual não se sente à vontade, mas que temos de encontrar a melhor estratégia para conseguir chegar à solução. Contudo, deverá ser adequado ao aluno para que possam relacionar os conteúdos que já conhece com os novos que se pretende que adquiram.

Subjacente à noção de problema emergem caraterísticas que distinguem este tipo de tarefa das demais. Um problema difere de um exercício, pois este último é uma tarefa que requer processos mecanizados, dos quais o aluno já conhece o procedimento a efetuar (Vale & Pimentel, 2004) e encontra facilmente a solução (Ponte & Serrazina, 2000). Os exercícios têm o intuito de proporcionar ao aluno a prática dos conteúdos que aprendeu numa dada aula (Ponte, 2005), apelando sobretudo à memorização de factos e procedimentos. Como se trata de tarefas rotineiras e fechadas, a realização de exercícios é pouco recomendável e interessante para a sala de aula, pois tende a desmotivar os alunos (Ponte, 2005). As recomendações internacionais valorizam atividades matemáticas que envolvem processos complexos, não rotineiros e que envolvam criatividade por parte do aluno como os problemas e não os exercícios (Vale & Pimentel, 2004).

Existem, porém, outras tarefas matemáticas as quais se distinguem dos problemas, tais como as tarefas de exploração e de investigação. Ponte (2005) defende que as tarefas de exploração são tarefas abertas, embora solicitem pouco desafio por parte do solucionador. Já as investigações são questões mais abertas que os problemas e que possuem um grau de desafio elevado, abarcando uma enorme diversidade de caminhos e de soluções (Ponte, 2005). As tarefas de investigação, tal como os problemas, proporcionam atividades que devem ser valorizadas no currículo de matemática, uma vez que auxiliam os alunos a pensar, a desenvolver o sentido critico, a discutir, experimentar, conjeturar, formular, generalizar e a desenvolver a sua capacidade de raciocínio e de comunicação (Vale & Pimentel, 2004).

Na clarificação da noção de problema importa distinguir as caraterísticas que a representa da atividade que proporciona, a *resolução de problemas.* Esta atividade é fortemente contemplada no currículo de matemática, como uma atividade complexa (Ponte & Serrazina, 2000), que consiste em determinar uma resposta correta para uma dada questão (Diaz & Poblete, 2001), envolvendo uma variedade de processos ou etapas (Boavida et al., 2008). Trata-se também de uma atividade em que se tem de observar e entender o que outrem faz quando resolve problemas, particularidade que leva Pólya (1995) a considerá-la uma atividade prática.

Vale e Pimentel (2004) definem a resolução de problemas em duas perspetivas. Uma mais ligada ao senso comum e a outra ao contexto de sala de aula de matemática. No que diz respeito ao senso comum, a resolução de problemas transparece quando os indivíduos descobrem uma ou mais maneiras de resolver os seus conflitos. Na sala de aula, trata-se de uma atividade que promove o ensino de tópicos matemáticos, visto que ao resolver situações problemáticas os alunos adquirem competências e conhecimentos que lhes permitem no futuro resolver problemas de natureza semelhante. De um modo geral, estas investigadoras consideram a resolução de problemas: (i) como um processo, nomeadamente quando os alunos utilizam as estratégias de resolução de problemas; (ii) como uma finalidade, quando envolve situações de exploração, investigação e questionamento; e (iii) como método de ensino, seja para introduzir novos conteúdos através da exploração que respeitam as finalidades do currículo.

Além das caraterísticas apresentadas, a resolução de problemas, através dos contextos dos enunciados dos problemas, aproxima-se do quotidiano dos alunos, uma vez que 'leva' a matemática mais facilmente aos alunos (Diaz & Poblete, 2001), na organização da informação, na produção de organização, conhecimento de estratégias, tradução da linguagem verbal para a matemática, na tomada de decisões, na discussão e interpretação do resultado (Vale & Pimentel, 2004). Assim, tal atividade deve ser compreendida como a aplicação dos conhecimentos que o aluno possui, de modo a favorecer as suas capacidades cognitivas (Diaz & Poblete, 2001).

2.3. A resolução de problemas no currículo de matemática do Ensino Básico e a sua importância no processo de ensino e aprendizagem

Após a definição de resolução de problemas, segundo a perspetiva de alguns autores, este subcapítulo, trata da resolução de problemas do ponto de vista do currículo de matemática do Ensino Básico, tendo como referencia o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 (Ministério da Educação, 2007) e o Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico de 2013 (Ministério da Educação e Ciência, 2013), as normas do NCTM (2007) e o trabalho de Boavida et al. (2008), realçando a importância da resolução de problemas no processo de ensino e de aprendizagem.

No que diz respeito aos Programas de Matemática referidos, a resolução de problemas consiste na realização de uma tarefa, sobre a qual não se conhece o seu procedimento para a resolver (Ministério da Educação, 2007; Ministério da Educação e Ciência, 2013). É uma atividade que envolve a leitura e compreensão do enunciado do problema, o conhecimento e aplicação das estratégias de resolução no contexto adequado, a utilização de conteúdos matemáticos já adquiridos e a revisão do procedimento realizado de forma a conferir a solução (Ministério da Educação e Ciência, 2013). Deste modo, os alunos utilizam os seus conhecimentos para encontrar a solução de forma a adquirir outros conhecimentos (NCTM, 2007). Um outro aspeto inerente a essa atividade é que é transversal no currículo, visto que é abrangente nos diversos domínios da matemática (Ministério da Educação e Ciência, 2013).

A resolução de problemas envolve duas componentes principais: a *exploração* e a *confirmação*. A *exploração* consiste em descobrir que relações existem entre os dados e a incógnita de forma a que se estabeleça métodos ou estratégias mais adequadas para se chegar à solução do problema. Já a *confirmação*, refere-se à verificação dessas estratégias e à justificação do uso desses processos de resolução (Boavida et al., 2008).

Para a concretização desta atividade é importante que os alunos tenham oportunidade em sala de aula para formular problemas, criar estratégias, refletir e discutir sobre os seus resultados de forma a desenvolverem novos conhecimentos matemáticos (NCTM, 2007). Para tal, é necessário que o professor selecione os problemas mais adequados para a sua turma de modo a atingirem os objetivos propostos, tendo em vista as necessidades e os interesses dos alunos (NCTM, 2007). Importa assim que os docentes motivem os seus alunos a resolver problemas. A criação de experiências mais ricas, como por exemplo formular problemas a partir de outros iniciais, encorajar a exploração das ideias dos alunos, a utilização de modelos que auxiliam na escolha da(s) estratégia(s) (Boavida et al., 2008), bem como proporcionar momentos de debate com a turma, de forma a que os alunos partilhem os seus resultados com os colegas (NCTM, 2007) são algumas das estratégias de como os docentes podem motivar os seus alunos na resolução de problemas. Ao longo deste trabalho com os alunos na resolução de problemas, os professores podem colocar algumas questões tais como: "Antes de continuarmos, temos a certeza de que compreendemos este assunto?"; "Quais são as nossas opções?"; "Temos algum plano?"; "Estamos a fazer progressos ou devemos reconsiderar o que estamos a fazer?"; "Porque é que pensamos que isto é verdadeiro?" (NCTM, 2007, p. 60) de forma a que os alunos adquirem o hábito de verificar cada passo à medida que vão progredindo na resolução do problema (NCTM, 2007). Este facto faz com que os alunos se tornem bons resolvedores de problemas, visto que ao refletirem, a cada passo, sobre os seus processos de resolução fará com que conseguiam determinar uma ou mais respostas viáveis ao contexto do problema.

Um outro aspeto a considerar é a forma como a resolução de problemas aparece nos currículos de matemática do Ensino Básico, assim como no seu contributo no processo de aprendizagem dos alunos. O Programa de 2007 indica que, inicialmente no 1.º Ciclo, os alunos desenvolvem a capacidade de resolução de problemas preferencialmente através de problemas do foro quotidiano (Ministério da Educação, 2007). O papel dos contextos no aluno neste ciclo é importante, pois "servem de modelos de apoio no pensamento dos alunos" (Ministério da Educação, 2007, p. 31). Também é fundamental neste ciclo, os alunos desenvolverem e aplicarem o uso de diversas estratégias, começando por utilizar estratégias mais simples e a partir destas progredir para outras estratégias. A apresentação e a discussão das várias estratégias à turma podem fazer com que os alunos fiquem com a ideia que na resolução de problemas existem vários processos de se chegar à solução do problema, o que permite o incentivo de verificar o(s) resultado(s) obtido(s) (Ministério da Educação, 2007). Continuamente, no 2.º Ciclo, é previsto que os alunos alarguem o seu conhecimento acerca das estratégias, da análise dos resultados obtidos através da justificação dos seus processos de resolução e ainda de serem capazes de traduzir a linguagem corrente para a linguagem matemática, e vice-versa (Ministério da Educação, 2007). Este intuito desenvolve outras capacidades transversais do ensino da matemática, como o raciocino matemático e a comunicação matemática (Ministério da Educação, 2007).

Já o Programa e Metas Curriculares atuais, menciona que no 1.º Ciclo, os alunos começam por resolver problemas de um passo através de situações de adição e subtração passando depois para problemas de um ou dois passos na adição, subtração, multiplicação, partilha e medidas de diferentes grandezas (Ministério da Educação e Ciência, 2013). Mais tarde, os alunos abordam problemas com três passos envolvendo as quatro operações aritméticas, medidas de diferentes grandezas e a organização e tratamento de dados. (Ministério da Educação e Ciência, 2013). Posteriormente, no 2.º Ciclo, é contemplado que os alunos continuem a resolver problemas de vários passos que contenham conteúdos alusivos ao cálculo de números racionais, a noções geométricas, a medidas, a isometrias, à proporcionalidade direta e à organização e tratamento de dados (Ministério da Educação e Ciência, 2013).

De um modo geral, é de notar algumas divergências entre os dois programas no que respeita à resolução de problemas. No Programa de 2007, a resolução de problemas aparece como uma capacidade transversal ao currículo realçando a importância desta atividade no quotidiano dos alunos e em outras áreas curriculares. Já no que respeita ao Programa e Metas curriculares de 2013, a resolução de problemas é mencionada como uma parte integrante dos conteúdos do presente Programa. Contudo, o Programa e Metas curriculares atuais não contempla tão fortemente a capacidade de resolução de problemas no currículo, uma vez que reduz esta atividade a uma enumeração de tópicos fragmentados, não valoriza as estratégias informais e indica que a resolução de problemas não deve ser confundida com tarefas que envolvem a exploração e a descoberta, uma vez que estas não se enquadram numa finalidade tão exigente (Ministério da Educação e Ciência, 2013).

Apesar das divergências entre os programas, a resolução de problemas vigora um forte contributo no processo de aprendizagem dos alunos (Boavida et al., 2008). Estes autores referem que a resolução de problemas pode ser de extrema importância para os alunos do Ensino Básico, visto que proporciona o recurso "a diferentes representações e incentiva a comunicação; fomenta o raciocínio e a justificação; permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares; apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana" (p. 14). Como se trata de uma atividade que visa a construção de novos conhecimentos, novas maneiras de pensar, exigindo persistência e curiosidade perante situações desconhecidas, faz com que a resolução de problemas seja útil fora do contexto da aula de matemática, nomeadamente no quotidiano dos alunos e em situações futuras a vivenciar como futuro cidadãos (NCTM, 2007).

Assim, considero que em contexto de sala de aula a resolução de problemas promove 'ricos' momentos de aprendizagem, pois permite ao aluno raciocinar e sintetizar o que já foi aprendido, contactar com várias estratégias de resolução, desenvolver o raciocínio, a comunicação matemática, bem como estabelecer ligações entre o seu quotidiano e a matemática, instituindo assim o gosto pela matemática.

2.4. Tipologia de problemas

As tarefas que o professor de matemática integra nas suas estratégias de ensino podem determinar as atividades de aprendizagem que se proporciona aos seus alunos (Boavida et al., 2008). O recurso à resolução de problemas como fator de promoção de aprendizagem de conteúdos matemáticos leva a ter em consideração a diversidade de problemas que existem (Vale & Pimentel, 2004). O docente deve disponibilizar aos seus alunos problemas que os desafiem a conjeturar, colocar hipótese e a discutir as suas estratégias (Vale & Pimentel, 2004). De acordo com a perspetivas de alguns autores, tais como Pólya (1995), Díaz e Poblete (2001), Charles e Lester (1986) referidos em Vale e Pimentel (2004), GIRP mencionado em Vale e Pimentel (2004), Boavida et al. (2008) e Smole, Cândido, Ishihara e Taunay (2019) aborda-se neste subcapítulo alguns tipos de problemas que se podem aplicar na sua sala de aula (Quadro 1).

Quadro 1: Tipologia de problemas.

Autores	**Tipos de problemas**
Pólya (1995)	Auxiliares, determinação, demonstração, práticos e rotineiros.
Díaz e Poblete (2001)	Rotineiros e não rotineiros.
Charles e Lester (1986) citado por Vale e Pimentel (2004)	Um passo, dois ou mais passos, processo, aplicação, puzzle.
GIRP referido em Vale e Pimentel (2004)	Aplicação, processo, conteúdo, aparato experimental.
Boavida et al. (2008)	Cálculo, abertos e de processos.
Smole et al. (2019)	Bem estruturados e mal estruturados.

Primeiramente, Pólya (1995) distingue os problemas em cinco tipos: auxiliares, determinação, demonstração, práticos e rotineiros. Os primeiros são utilizados como estratégia de forma a conseguir resolver o problema principal. A sua vantagem é que podem ajudar o solucionador a se familiarizar com métodos ou cálculos que podem ser utilizados mais tarde na resolução do problema original. Contudo, caso o solucionador falhe no problema auxiliar, estará a comprometer o problema original, daí que é preciso saber determinar o problema auxiliar de forma a não comprometer o objetivo principal. Os problemas de determinação são definidos pelo seu objetivo, que consiste em determinar a incógnita do problema, o que remete para a atenção que se dá aos dados apresentados de forma a encontrar a incógnita. Este tipo de problemas é utilizado na matemática elementar. De seguida, o autor referencia os problemas de demonstração como os problemas em que é necessário provar ou demonstrar que uma determinada afirmação, referida como solução, é verdadeira ou falsa. Assim, este tipo de problema apresenta duas fases: a hipótese, a ser provada ou refutada pelo solucionador, e a conclusão do teorema. São problemas utilizados na matemática em níveis superiores. Os problemas práticos são caraterizados pela sua forma prática de resolução. Estes problemas possuem muitos dados e a informação menos relevante tem de ser 'desprezada' de forma a determinar a solução com precisão. Desta forma, são diferenciados dos restantes problemas (meramente matemáticos) que, por outro lado, todos os dados "têm de ser levados em conta" (p.128). Por último, Pólya (1995) refere que os problemas rotineiros são problemas que na sua resolução se seguem passos que costumam ser habituais de concretizar. Neste tipo de problemas não se desenvolvem as capacidades requeridas, visto que apenas se realizam processos matemáticos mecanizados que já se conhecem.

Já Díaz e Poblete (2001) agrupam, segundo a sua natureza, os problemas em dois tipos: os rotineiros e os não rotineiros. Os rotineiros, numa perspetiva semelhante a Pólya (1995), são idênticos aos que o aluno trabalha e vivencia ao longo do seu percurso escolar. Os não rotineiros são os que não requerem apenas um método ou uma regra para resolver o problema, recorrendo-se também aos conhecimentos prévios que já se tem nessa resolução.

Para Charles e Lester (1986) citado por Vale e Pimentel (2004), tendo como referência a sua adequabilidade para os alunos do 1.º Ciclo, os problemas podem se agrupar em cinco tipos: problemas de um passo, dois ou mais passos, processo, aplicação e puzzle. Os problemas de um passo, são aqueles em que se aplica na sua resolução apenas uma operação aritmética (adição, subtração, multiplicação e divisão). Os problemas de dois ou mais passos, são os problemas cuja resolução envolve dois ou mais cálculos aritméticos. Os problemas de processo, cuja resolução não exige métodos automatizados, diretos ou recorrentes, podem ser resolvidos através de uma ou mais estratégias de resolução ou por estratégias de resolução mais complexas que envolvam conjeturar e descobrir regularidades. Os problemas de aplicação são os que, na sua resolução, se recorre a informações do contexto do quotidiano. Neste tipo de problemas pode(m) ser empregue(s) uma ou várias estratégias de resolução. São problemas que apresentam dados da vida real e que podem demorar várias horas ou até mesmo dias, visto que pode existir mais do que uma solução. Por último, os problemas tipo puzzle são aqueles cujas soluções são encontradas olhando para diferentes perspetivas, ajudando o aluno a 'olhar' para diversas estratégias de resolução.

Comparando com a tipologia de Díaz e Poblete (2001), os problemas de um ou de dois passos atendem a ser problemas rotineiros, pois os alunos apenas têm de seguir uma ou mais operações da aritmética, em que já estão familiarizados com estes tipos de problemas. Por outro lado, os problemas de processo, aplicação e tipo puzzle atendem a problemas não rotineiros, visto que aludem à utilização de várias estratégias de resolução.

Vale e Pimentel (2004), com base no trabalho realizado pelo GIRP, acrescentam mais dois tipos de problemas: os de conteúdo e os de aparato experimental. Os problemas de conteúdo são resolvidos com recurso ao conhecimento dos conceitos, definições e conteúdos matemáticos. Os problemas de aparato experimental são os que envolvem a utilização de um aparato ou instrumento para resolver o problema, dai ser um tipo de problema que está virado para o ensino experimental e que desenvolve a capacidade de planificar, recolher, organizar, interpretar dados, pesar, medir e contar.

Atendendo também à tipologia de problemas adequada para os alunos do 1.º Ciclo, Boavida et al. (2008) classificam os problemas em três tipos: os problemas de cálculo, processo e abertos. Os problemas de cálculo, que requerem decisões consoante os dados apresentados, solicitam a utilização de uma ou mais operações da aritmética. Deste modo, podem-se assemelhar aos problemas de um passo ou de dois ou mais passos da tipologia apresentada por Charles e Lester (1986). Este tipo de problemas pode proporcionar ao aluno a oportunidade de consolidarem os conteúdos já lecionados. Contudo, os autores consideram que este tipo de problemas pode fazer com que os alunos leiam os enunciados demasiado rápido, analisando os problemas de forma superficial, o que poderá gerar respostas sem qualquer fundamento. Os problemas de processo diferem dos problemas de cálculo pelo facto de não poderem ser resolvidos apenas por aplicação de operações, requerendo muita persistência e capacidade de organização na elaboração de estratégias. Os problemas abertos são definidos como investigações, visto que envolvem mais do que uma estratégia de resolução e mais do uma solução, fazendo com que o aluno explore todas as possibilidades possíveis. Este tipo de problemas difere-se dos problemas de processo, no sentido em que os de processo dão alguma informação sobre o modo como estão as coisas e estão orientados para uma solução, mas nos abertos existem várias soluções e nada é dito em pormenor deixando o aluno explorar, realizar conjeturas e descobrir regularidades de forma a chegar a uma das soluções (Boavida et al., 2008). Estes problemas desenvolvem o raciocínio, o espírito critico, o pensamento algébrico dos alunos e ainda devem de ser discutidos com a turma e o professor de forma a proporcionar uma partilha de aprendizagens e de estratégias (Boavida et al., 2008).

Já em relação à cognição dos alunos, Smole et al. (2019) referem que os problemas podem ser bem estruturados ou bem definidos e mal estruturados ou mal definidos. Os problemas bem estruturados são problemas que levam de imediato o aluno a resolver o problema, sendo muitas vezes através de métodos repetitivos como os algoritmos. Os problemas mal estruturados são os problemas que fazem com que o aluno não chegue ao processo de resolução de forma imediata e que manifeste dificuldades a apresentar uma estratégia ou plano de resolução. De um mesmo modo, consta-se que os problemas mal estruturados podem-se assemelhar aos problemas de processo de Boavida et al. (2008), pois estes requerem a não utilização de processos mecanizados. Já os bem estruturados podem-se parecer com os problemas de cálculo (Boavida et al., 2008), e rotineiros (Díaz & Poblete, 2001; Pólya, 1995), visto que são utilizados processos repetitivos e que podem servir para os alunos consolidarem conteúdos já lecionados.

Como foi possível de constatar, existem inúmeros tipos de problemas que podem ser aplicados no contexto de sala de aula. Compete ao professor escolhê-los conforme as necessidades dos seus alunos em prol de aprendizagens significativas (Araújo, 2014).

2.5. Modelos de resolução de problemas

A resolução de problemas é uma atividade que se inicia com a leitura do enunciado do problema e se desenvolve até à verificação da resposta obtida (Pólya, 1995). Contudo, não devemos deixar de referir que em qualquer problema se deve ter em consideração alguns modelos de resolução de problemas, entre os quais se destaca o Modelo de Pólya, apresentado em 1945. Este autor engloba quatro etapas na resolução de problemas. A primeira consiste na compreensão de um problema, na qual o aluno deve primeiro compreender o enunciado verbal do problema e posteriormente identificar as partes principais do problema, ou seja, os dados e a incógnita (Pólya, 1995). Porém, o aluno não deve continuar a resolver o problema caso não o tenha compreendido ou não manifeste interesse pelo problema (Pólya, 1995). Assim, é fundamental que o professor selecione bem os problemas de forma a que estes sejam adequados e interessantes, assim como coloque questões acerca do enunciado de forma que os alunos consigam entender o que é solicitado no problema (Pólya, 1995). Na etapa seguinte, há que estabelecer um plano (Pólya, 1995). Para isso, deve-se ter em consideração qual a estratégia de resolução a utilizar. O 'caminho' que vai desde a compreensão do problema até ao estabelecimento de um plano pode ser 'doloroso', pois os alunos podem durante algum tempo não ter a noção de que estratégia devem recorrer (Pólya, 1995). Deste modo, há que pensar se já vimos um problema parecido antes. Se sim, ver se algo se relaciona com o problema de forma a verificar se se consegue instituir relações entre os dados e a incógnita a fim de estabelecer uma ou mais estratégias (Pólya, 1995). A terceira etapa refere-se à própria execução do plano (Pólya, 1995). Porém, se o aluno não conseguir executar o plano deverá voltar a elaborar outro plano. Normalmente, este facto pode ocorrer devido aos alunos atenderem que esta etapa consiste na resolução do problema propriamente dita e tendem a realizar cálculos sem atender, por vezes, o enunciado do problema (Ponte & Serrazina, 2000). Por isso, é importante que o aluno efetue a última etapa de resolução de problemas que consiste na verificação dos resultados obtidos de modo que não fique nenhum 'erro' oculto (Pólya, 1995). Neste tipo de ação os alunos também devem de verificar se é possível chegar ao resultado por uma outra estratégia diferente e se podem vir a utilizar o resultado, ou a estratégia que recorreram em outros problemas (Pólya, 1995). Desta forma, os alunos «poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas» (Pólya, 1995, p.10).

Com base no modelo de resolução de problemas de Pólya, Lester (1985) apresenta um modelo análogo, em quatro etapas, entre as quais: orientação, organização, execução e verificação, que correspondem cada uma às fases apresentadas por Pólya. A fase de organização consiste na leitura do enunciado do problema, identificar os dados e a incógnita por forma a compreender o problema. A fase de orientação baseia-se na conceção de um plano. A fase de execução refere-se à concretização do plano. E por último, a fase de verificação reflete se a resposta dada ao problema faz sentido de acordo com os dados, a incógnita e o contexto do problema (Lester, 1985).

Para além deste modelo de referência desenvolvido por Pólya (1995), Fernandes, Vale, Silva, Fonseca e Pimentel (1998), citados por Vale e Pimentel (2004) aludem a outro modelo de resolução de problemas semelhante ao de Pólya. Este modelo consiste na apresentação de três etapas, em vez das quatro apresentadas por Pólya. A segunda e a terceira etapas de resolução de problemas fundem-se numa única fase, devido a que na prática é difícil distingui-las, pois os alunos à medida que vão delineando uma dada estratégia vão, ao mesmo tempo, resolvendo o problema.

Já o modelo apresentado por Callejo (1990) baseia-se em cinco etapas de resolução de problemas: tentar compreender o enunciado; tentar compreender o problema; procurar algumas estratégias para resolver o problema; selecionar uma estratégia e trabalhar com a mesma; e reflexão sobre o processo elaborado. Distingue-se do modelo de Pólya no sentido em que as duas primeiras etapas apresentadas por Callejo (1990) se regem de acordo com a primeira fase de Pólya. Num primeiro momento, o solucionador lê o problema, identifica a incógnita dos dados; numa segunda etapa, tem-se como objetivo compreender o problema de forma a aplicar algumas estratégias como desenhos, reduzir as quantidades numéricas para números mais simples. Na terceira etapa do autor, segunda de Pólya, o solucionador deverá realizar algumas questões, tais como: este problema é semelhante a outros que já resolvi? se imaginar o problema ao contrário, chegarei alguma contradição? "o caso geral será mais simples que o particular?" (p. 31). Tais questões, ou outras similares, podem ajudar a encontrar estratégias que visam a resolução do problema. Na etapa seguinte, Callejo (1990) refere que se a estratégia escolhida não resultar não se deve prender a esta, mas sim deve procurar outra que faça com que chegue à solução do problema. Na última etapa, o revolvedor terá de refletir sobre o processo realizado nas etapas anteriores, identificando as suas dificuldades, se a solução faz sentido naquele problema, se houve momentos que mudou de plano e se conseguiria resolver o problema de forma mais fácil (Callejo, 1990).

De forma geral, apesar de existirem diversos modelos de resolução de problemas, muitos dos apresentados baseiam-se no modelo de Pólya, embora com algumas alterações. No entanto, é importante realçar que independentemente do modelo de resolução de problemas a aplicar na sala de aula, deve-se ter em atenção que estes se regem como devemos agir durante a resolução de problemas, auxiliando assim os alunos a se orientarem nesta atividade (Boavida et al., 2008).

2.6. Estratégias de resolução de problemas

Durante a resolução de problemas e atendendo à natureza do problema é necessário recorrer a uma ou várias estratégias de modo a conseguirem explorar melhor o problema e determinar a sua solução (Dias, 2013). Entende-se por estratégias de resolução de problemas um conjunto de ferramentas que auxiliam o aluno a resolver o problema de modo a obter a solução (Vale & Pimentel, 2004). Trata-se de processos de raciocínio que ajudam a descobrir a solução do problema (Boavida et al., 2008), em que algumas estratégias podem ser mais benéficas do que outras na resolução de um problema (Ponte & Serrazina, 2000). Tendo como referência o trabalho de Musser e Shaughnessy (1980), Viseu et al. (2015), apresentam algumas estratégias de resolução de problemas:

i) *Estratégia de tentativa e erro*: envolve apenas a intenção de 'adivinhar' o resultado através do uso de operações com base nos dados fornecidos pelo problema;
ii) *Estratégia de uso de padrões*: através de soluções particulares do problema, encontra-se uma generalidade de forma a encontrar a solução;
iii) *Estratégia de resolução de um problema mais simples*: envolve alteração transitória de um problema complexo para um problema com um contexto simplificado;
iv) *Estratégia de trabalhar do fim para o princípio*: começa-se a resolver o problema a partir do estado final e através deste efetua-se a respetiva resolução até chegar ao estado inicial;
v) *Estratégia de simulação*: através da dramatização ou da realização de uma experiência efetua-se a resolução do problema.

De acordo com os mesmos autores, é relevante que se debatam as diversas estratégias de resolução de forma a que os alunos desmistifiquem 'a ideia' de que o principal objetivo da resolução de problemas é obter uma única resposta.

Outros autores, como Vale e Pimentel (2004) apresentam algumas estratégias semelhantes às apresentadas por Viseu et al. (2015) e acrescentam outras, tais como:

i) *Estratégia de dedução lógica/ fazer eliminação*: primeiro encontram-se todas as hipóteses e depois faz-se a eliminação uma a uma até encontrar a solução correta;
ii) *Estratégia fazer um desenho/diagrama/gráfico/esquema*: utilizar um diagrama, gráfico, desenho ou esquema de modo a dar uma melhor perceção visual aos dados para que se consiga chegar à solução;
iii) *Estratégia de fazer uma lista organizada/tabela*: consiste na organização da informação numa tabela ou quadro de forma a chegar à solução.

De entre algumas das estratégias mencionadas Ponte e Serrazina (2000) apontam que usar desenhos, diagramas ou outras representações; descobrir um padrão; fazer uma lista com todas as possibilidades; experimentar casos particulares (resolver um problema parecido de modo a ajudar a resolver o original); trabalhar do fim para o princípio e fazer tentativa e erro são as estratégias que consideram as mais adequadas para trabalhar no 1.º Ciclo do Ensino Básico. Já Boavida et al. (2008) consideram que as estratégias fazer uma simulação ou dramatização; tentativa e erro; reduzir a um problema mais simples; descobrir um padrão; fazer uma lista organizada e trabalhar do fim para o princípio são as mais adequadas para serem utilizadas no Ensino Básico. Estas estratégias podem ajudar os alunos a passarem de processos de resolução fechados a situações mais abertas, de modo a ganharem destreza na resolução de problemas, garantindo assim uma melhor estruturação do seu pensamento (Boavida et al., 2008).

Já Freire, Cabral e Filho (2004) baseiam as estratégias de resolução de problemas na forma como os alunos apresentam o seu raciocínio. Assim são apresentadas quatro estratégias.

i) *Estratégia simbólica*: quando se usa equações para resolver um problema.
ii) *Estratégia numérica*: envolve o recurso a operações aritméticas;
iii) *Estratégia icónica*: consiste na utilização de desenhos ou figuras que serve para representar quantidades;
iv) *Estratégia mista*: quando se utiliza simultaneamente as três estratégias anteriores.

De uma forma semelhante a estes autores o Gabinete de avaliação educativa, GAVE (2012) sugere estratégias análogas a Freire et al. (2004), na qual os alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico podem utilizar na resolução de problemas, tais como o desenho ou esquema e a utilização de operações aritméticas. Contudo, o GAVE (2012) acrescenta uma estratégia, nomeadamente o *Recurso a palavras*: em que o aluno produz sob a forma escrita uma explicação a justificar o seu raciocínio de como chegou à solução do problema.

Perante a literatura e os documentos analisados verifico que existe um variado leque de estratégias que podem auxiliar os alunos a resolver os problemas. Contudo, é fundamental que o professor incentive os seus alunos a criarem as suas próprias estratégias, bem como no encontro de mais de uma estratégia de resolução, discutindo todas as formas de raciocínio de modo a dar oportunidade a todos os seus alunos para serem bem-sucedidos (Lupinaci & Botin, 2004).

2.7. Dificuldades na resolução de problemas

No que diz respeito à resolução de problemas, sempre existiram dificuldades, quer no nosso país como em outros países do mundo (Sousa, 2014). As formas de minimizar as dificuldades dos alunos têm sido diminutas, devido a ser um assunto que requer muito tempo da gestão do currículo, pelo facto dos programas serem muito extensos. No entanto, existe uma vasta investigação acerca deste tema para que haja mudanças nesta atividade (Sousa, 2014). Vale e Pimentel (2004) realçam que os alunos podem enfrentar algumas dificuldades ao resolver problemas, nomeadamente na compreensão do problema. Estas autoras, atendendo à investigação de Schoenfeld (1992), indicam que os alunos podem também desenvolver algumas conceções que os fragilizam na resolução dos problemas, tais como: ideia que os problemas têm de ser rapidamente resolvidos; e que apenas apresentam uma única resposta correta, não existindo neste caso a noção de que os problemas podem ter mais do que uma solução. Estas conceções fazem com que a curto prazo os alunos desistem de resolver o problema, pois não conseguem encontrar a solução.

Outros autores, também evidenciam dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de problemas, como aponta o NCTM (2007) ao mostrar os resultados obtidos nos trabalhos realizados por Garofalo, Lester (1985) e de Schoenfeld (1987). Segundo o NCTM (2007), os alunos apresentam dificuldades na resolução de problemas não pelo facto de não saberem os conteúdos matemáticos, mas antes a outros défices na sua utilização. Este aspeto faz-me refletir que o facto de estas dificuldades não estarem relacionadas com os conteúdos matemáticos, podem dever-se a competências linguísticas como na leitura e na interpretação do enunciado. De um mesmo modo, a inadequada interpretação do enunciado por parte dos alunos acarreta o uso de estratégias desapropriadas na resolução do problema, comprometendo a solução do mesmo. Numa perspetiva semelhante, Ribeiro (2017) e Sousa e Mendes (2017) mencionam que os alunos sentem dificuldades em diversas etapas tais como: (i) na compreensão e interpretação do enunciado dos problemas (o que traz fragilidades na escolha da estratégia mais apropriada para resolver os problemas); (ii) no processo de resolução propriamente dita; (iii) na utilização de alguns conteúdos matemáticos; e ainda (iv) ao não evidenciar a resposta correta (Sousa & Mendes, 2017). Já Barbosa, Vale e Palhares (2008) verificaram que os alunos manifestam algumas dificuldades na resolução de problemas nomeadamente ao trocar as variáveis do problema, na utilização de estratégias e ao não verificarem e analisarem os resultados obtidos. Desta forma, é verificável que os alunos sentem dificuldades em qualquer uma das etapas de resolução de problemas, sendo que, no entanto, estas fragilidades realçam-se na compreensão do enunciado do problema e na utilização correta das estratégias de resolução. Palha (2017) relaciona estas dificuldades mencionando que a dificuldade na interpretação dos enunciados escritos dos problemas refere-se ao facto de os alunos lerem cada vez menos. Esta fragilidade traz como consequência um défice na organização do raciocínio dos alunos, uma vez que leva ao uso de estratégias inadequadas e na demonstração incompleta do seu raciocínio, o que compromete o modo de obter a(s) solução(ões) correta(s).

Ao nível dos currículos de matemática do Ensino Básico, outras das dificuldades da resolução de problemas passa pela realização de problemas com mais do que um passo. Este patamar deve estar desenvolvido no final do 1.º Ciclo do Ensino Básico. No entanto, o Ministério da Educação e Ciência (2013) refere que, através de estudos como o TMISS, no 4.º ano de escolaridade 60% dos alunos portugueses não conseguem resolver problemas com mais do que um passo.

Na avaliação externa, as provas finais realizadas nos finais de ciclo, entre os anos de 2013 e 2015 no caso do 1.º Ciclo e entre 2012 e 2014 no 2.º Ciclo, o IAVE (2015, 2017) destaca que os alunos manifestam dificuldades na leitura e interpretação do enunciado dos problemas, na concretização de estratégias adequadas na resolução de problemas e na verificação dos resultados obtidos. Atendendo a estas dificuldades verificadas pelo IAVE (2015, 2017), os alunos necessitam de resolver mais problemas nos diferentes domínios da Matemática, salientando a importância da leitura dos enunciados na compreensão dos mesmos, a utilização de estratégias diversificadas, a análise das respostas obtidas atendendo ao contexto do problema e ainda a promoção de momentos de discussão e partilha das respostas obtidas na sala de aula. Desta forma, é fundamental que desde cedo os alunos, em contexto de sala de aula, trabalhem a resolução de problemas, pois só com a prática nesta atividade é que podem ultrapassar as dificuldades sentidas (Sousa, 2014), visando assim a melhor compreensão dos enunciados dos problemas, levando ao uso adequado de estratégias a fim de encontrar uma solução viável ao contexto do problema.

2.8. Análise de alguns estudos empíricos sobre a resolução de problemas

Este subcapítulo tem como finalidade apresentar alguns resultados de estudos focados na resolução de problemas, de forma a evidenciar que esta temática continua a ser revelante para o ensino de matemática.

Pinto (2010) realizou uma investigação com o objetivo de analisar a contribuição do uso do computador portátil 'o Magalhães' e do Scratch no desenvolvimento das competências matemáticas criadas pelo Ministério da Educação, sobretudo o cálculo mental e a resolução de problemas. Este estudo foi realizado atendendo a que os equipamentos eletrónicos são pouco concebidos em sala de aula, assim como pelo facto da disciplina de matemática ser uma das áreas do currículo com mais desmotivação e insucesso escolar por parte dos alunos. O estudo foi realizado numa turma do 4.º ano de escolaridade em duas fases. Numa primeira fase, os alunos resolveram três problemas recorrendo ao cálculo mental e numa fase posterior os alunos resolveram os mesmos problemas com o ajuda do Scratch. Após a experiência, o autor verificou que os alunos atingiram um melhor desempenho quando resolviam os problemas com o Scratch. Desta forma, o Scratch acarreta potencialidades pedagógicas no ensino da matemática sobretudo no campo da resolução de problemas, uma vez que desperta o interesse dos alunos e a concretização de um maior leque de estratégias de resolução sem recorrer somente ao cálculo mental.

Pinto e Canavarro (2012) realizaram uma investigação que consistiu em entender qual o papel das representações construídas pelos alunos na resolução de problemas. O estudo foi realizado com alunos do 1.º ano de escolaridade, em duas etapas. A primeira etapa foi realizada no 1.º período do ano letivo, em que foram propostos alguns problemas de processo à turma e posteriormente foram selecionados quatro casos de estudo. Os restantes períodos letivos consistiram na recolha e análise dos dados, atribuindo semanalmente problemas aos alunos. Os dados foram recolhidos através da observação, da análise de documentos e dos registos áudio e vídeo. Verificou-se que os alunos utilizam preferencialmente as representações icónicas e simbólicas na resolução de problemas, sendo que estas representações foram associadas a diferentes estratégias. Por último, as investigadoras concluem que as representações elaboradas pelos alunos possuem diferentes papéis, como no auxílio à interpretação e compreensão do problema, ao processo de resolução do problema e ao registo da solução do problema.

Mourinha, Branco e Cavadas (2014) elaboraram um estudo com um assunto semelhante ao do estudo mencionado anteriormente. Assim, consideraram importante saber que representações externas os alunos utilizam na resolução de problemas, visto que as representações possuem o significado de como os alunos compreendem o problema e o resolvem. O estudo destes autores foi realizado na mesma turma, embora no primeiro momento tenha sido concretizado no último período do 2.º ano e no momento posterior foi realizado no 1.º período do 3.º ano. Este facto permitiu aos investigadores verificar se existiu alguma mudança no uso das representações externas do 2.º para o 3.º ano em problemas matemáticos de partilha, de combinatória e que abrangiam do mesmo modo mais do que uma solução. A metodologia de investigação seguiu uma natureza qualitativa, em que foram analisadas as resoluções escritas dos alunos, o momento de discussão quando os alunos apresentavam as suas estratégias, um questionário à turma e ainda uma entrevista a sete alunos da turma. Os resultados mostraram que os alunos no 2.º ano utilizam mais a representação icónica, enquanto que no 3.º ano um número significativo da turma passa a utilizar mais a representação simbólica.

Atendendo que a maior parte dos alunos são familiarizados com a resolução de problemas fechados, os quais são problemas que apenas contêm uma única resposta e que as estratégias de resolução são pré-determinadas, Allevato e Vieira (2016) realizaram um estudo que consistiu em analisar como é que os alunos reagiam perante a resolução de problemas abertos. Este estudo foi realizado com alunos de uma turma de 6.º ano. Assim, foram realizados vários problemas de natureza aberta com o intuito de promover um maior conhecimento de estratégias de resolução, bem como a discussão entre a turma e o professor. A recolha dos dados foi realizada através das observações das aulas e do registo áudio no momento da discussão. Os dados apresentados partiram de uma natureza qualitativa, sendo que permitiram concluir que os problemas abertos possibilitaram aos alunos um desenvolvimento de diversas estratégias mais complexas na resolução de problemas.

Em suma, constato que nos últimos tempos têm-se realizado diversos estudos sobre a resolução de problemas, uma vez que continua a ser desde os anos oitenta do século passado uma das atividades fundamentais para grande parte dos projetos de inovação curricular, sendo vista também como uma metodologia de ensino (Ponte, Matos & Abrantes, 1998). Assim, perante os estudos apresentados, verifico que estes têm o intuito de promover a resolução de problemas no contexto de sala de aula, a fim de combater as dificuldades dos alunos nesta atividade e em prol do desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas.

CAPÍTULO 3

ENQUADRAMENTO CONTEXTUAL E ESTRATÉGIAS DE INTERVENÇÃO

Este capítulo está dividido em duas partes, incidindo cada uma delas, respetivamente, sobre o enquadramento contextual e as estratégias de intervenção. Relativamente ao enquadramento contextual, efetua-se uma descrição do agrupamento de escolas onde realizei a minha prática pedagógica – nomeadamente como está organizado, o que o integra e que oportunidades formativas disponibiliza aos alunos –, e apresenta-se a caraterização das turmas do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico onde lecionei. Quanto às estratégias de intervenção, descrevo as que se referem à metodologia de ensino e de aprendizagem que orientou a minha prática pedagógica e os métodos de recolha de dados que permitem avaliar o ensino ministrado.

3.1. Enquadramento Contextual

3.1.1. O Agrupamento de escolas

A intervenção pedagógica no âmbito do estágio supervisionado realizou-se num Agrupamento de Escolas da cidade de Braga, que engloba alunos desde a Educação Pré-escolar até ao 12.º ano de escolaridade em dez unidades orgânicas: existindo duas exclusivamente para Educação Pré-escolar, quatro escolas com a Educação Pré-escolar e o 1.º Ciclo do Ensino Básico, duas unicamente do 1.º Ciclo, uma alusiva ao 2.º e 3.º Ciclo do Ensino Básico e por última a sede que abarca o 3.º Ciclo e o Ensino Secundário. Algumas dessas unidades orgânicas, os alunos têm à sua disponibilidade espaços que complementam a formação dos alunos, tais como biblioteca, auditório, sala de teatro, gabinete de gastronomia, salas de estudo, horta pedagógica, gabinete de educação para a saúde e zonas exteriores amplas e seguras com equipamento de convívio para os alunos.

A nível da oferta educativa, o agrupamento oferece diversos cursos de natureza profissional e de educação e formação de adultos, como também, ao nível do Ensino Secundário, disponibiliza cursos científico humanísticos (ciências e tecnologias, socioeconómicas, artes visuais, línguas e humanidades). Trata-se de um agrupamento de referência no ensino bilingue para alunos surdos, na intervenção precoce e na dinamização de vários projetos, dos quais se destacam os seguintes: Desporto escolar; Projeto transnacional “STEMFAIRNET”; Educação para a saúde e educação sexual; Todos juntos podemos Ler; TMOFT- Touch the Magic of Fairy Tales. Assim, o agrupamento tem como objetivo formar cidadãos no desenvolvimento de várias dimensões (sentido ético, artístico, desportivo, profissional, cultural e científico) para que no futuro possam ingressar na vida ativa de forma a serem cidadãos responsáveis, críticos e criativos.

Quanto aos profissionais que fazem parte do agrupamento, existem 356 docentes e 91 não docentes, de entre os quais se destacam os assistentes operacionais, assistentes técnicos, terapeutas da fala, intérpretes de Língua Gestual Portuguesa (LGP) e psicólogos. De entre os docentes, a maior parte faz parte do Quadro, cerca de 85%, enquanto que apenas 15% são contratados.

Em termos educativos, o agrupamento de escolas em análise rege-se por um Projeto Educativo com a missão de contribuir para a melhoria da sociedade atual, pois ao agir na educação dos mais novos estará a formar uma sociedade melhor para um futuro próximo. O Projeto Educativo salienta que o agrupamento assenta em valores que respeitam: a formação integral do aluno; a identidade comum, capaz de estabelecer uma articulação e a continuidade do ensino; a inclusão e o respeito pela diferença, sendo que inclui todos os alunos independentemente das suas caraterísticas; e a cultura de exigência, desenvolvendo o sentido de responsabilidade e de trabalho nos alunos. Dos valores apresentados pelo agrupamento, estes podem ser desenvolvidos através da prática da resolução de problemas. Esta atividade promove aprendizagem e o desejo de aprender diferentes conteúdos de áreas distintas do saber; integra todos os alunos independentemente das suas condições socioeconómicas, étnicas ou culturais, o que faz ampliar o sentido de solidariedade e de responsabilidade uns com os outros.

3.1.2. A escola e a turma do 1.º Ciclo do Ensino Básico

A escola do 1.º Ciclo do agrupamento onde realizei a minha prática pedagógica integra um edifício recente, de arquitetura moderna, tendo iniciado a sua atividade formativa em 2010. Trata-se de uma escola que acolhe alunos desde a Educação Pré-escolar até ao 4.º ano de escolaridade, integrando dez salas de aulas, duas para cada ano de escolaridade do 1.º Ciclo e duas para a Educação Pré-escolar. As salas de aula apresentam-se adequadas ao tamanho das turmas, sendo equipadas com carteiras, lavatório, armários, dois quadrados, um branco e um quadro interativo, o que facilita a dinamização das atividades. A unidade orgânica contém um polivalente, uma cantina, uma cozinha, uma sala de professores, uma sala de apoio e uma biblioteca inserida na rede de bibliotecas escolares (RBE) que promove atividades a todos os alunos de forma a desenvolverem competências de leitura, o pensamento critico e o gosto pela procura de informação. A nível dos espaços de recreio, a escola possui um pequeno espaço coberto, um espaço exterior amplo com um pequeno jardim, um parque infantil e um campo de futebol. A escola além de contar com professores titulares de turma, possui professores de apoio educativo, uma professora de educação especial e ainda uma terapeuta da fala. A nível de atividades de enriquecimento curricular (AEC) os alunos podem contar com aulas de yoga, atividade física, educação musical, TIC e inglês (exceto 3.º e 4.º anos).

Caraterização da turma do 1.º Ciclo

No 1.º semestre do ano letivo 2018/19 realizei a minha ação pedagógica numa turma do 4.º ano de escolaridade. A turma era constituída por 20 alunos, dos quais 9 raparigas e 11 rapazes, com idades compreendidas entre os 8 e os 10 anos de idade, à exceção de um aluno com 12 anos. Tratava-se de uma turma heterogénea quer a nível cognitivo, socioeconómico e cultural. Porém, eram empenhados, trabalhadores e participativos. A turma apresentava um aluno com necessidades educativas especiais (NEE) que não acompanhava a maior parte das vezes os conteúdos que os restantes elementos da turma aprendiam, visto que ainda estava a trabalhar matérias a nível do 3.º ano de escolaridade. No mesmo contexto, existia uma aluna de nacionalidade estrangeira que não detinha ainda o uso corrente da língua portuguesa.

Ao nível do horário escolar, os alunos contavam com aulas em todos os dias úteis da semana, sendo que na parte da manhã tinham aulas desde as nove horas até ao meio dia, com meia hora de intervalo durante a manhã. Na parte da tarde tinham aulas das catorze horas até às dezasseis horas. Na quarta feira, os alunos contavam ainda com mais uma hora de aulas no período da tarde. Durante a semana, os alunos tinham oito horas de Português, sete horas e meia de Matemática, três horas e meia de Estudo do Meio, duas de Inglês, três horas e meia de Expressões Artísticas e de Educação Físico-Motora, uma de Educação para a cidadania, duas de apoio ao estudo e ainda três horas de AEC, sendo esta última de frequência facultativa.

Os pais e os encarregados de educação dos alunos eram geralmente participativos na vida escolar dos seus educandos, quer em algumas festividades na escola, nomeadamente em atividades do dia do pai, dia da mãe ou Natal. Aderiam também em outros casos, como nas reuniões de avaliação no final de cada período escolar ou quando tinham alguma preocupação com o seu educando, quer a nível de desempenho ou comportamento escolar.

Ao nível de formato de trabalho de sala de aula, os alunos costumavam trabalhar individualmente ou em grande grupo com a professora titular. O trabalho em pequeno grupo era muito pouco evidenciado na turma. Na sala de aula, os alunos dispunham-se normalmente em formato de U, estando de um lado os alunos com melhores resultados escolares e do lado oposto os alunos com mais dificuldades. Esta disposição dos lugares pela sala de aula ajudava a docente titular a se organizar e a prestar um maior apoio aos alunos com mais dificuldade.

Quanto à relação dos alunos com a matemática, 14 alunos (70%) indicam gostar muito de matemática, enquanto 5 alunos (25%) referem que gostam pouco e apenas 1 aluno (5%) refere que gosta muito pouco da disciplina. Relativamente ao gosto pela resolução de problemas, 12 alunos (60%) manifestam que gostam muito, enquanto 6 alunos (30%) apontam que gostam pouco e 2 alunos (10%) indicam que gostam muito pouco. Perante os dados indicados pelos alunos é de constatar que a maior parte da turma mostra uma atitude positiva face à disciplina de matemática e à resolução de problemas.

Independentemente do nível de apreciação dos alunos sobre a resolução de problemas, importa averiguar o seu grau de preferência de como apreciam serem organizados nesta atividade. A maioria dos alunos, 14 (70%) preferem resolver problemas em pares ou em pequenos grupos, apesar de tal organização não ser muito evidenciada nem permitida neste contexto; os restantes alunos, 4 (20%) apreciam resolver problemas individualmente e 2 alunos (10%) gostam mais de trabalhar em grande grupo, ou seja, em conjunto com a turma e a professora.

Partindo de pressuposto de que os alunos já tinham resolvido problemas em anos anteriores, procurei saber que etapas de resolução destacam. A maior parte da turma, 15 alunos (75%), indica que lê o enunciado e regista os dados dos problemas, o que revela um bom delineamento na procura de uma estratégia. Porém, apenas 10 alunos (50%) da turma refere que estabelece uma estratégia, sendo a mais recorrente a utilização de operações aritméticas (Observação do contexto). No que respeita a discussão dos resultados obtidos apenas 7 alunos (35%) procura mostrar as suas estratégias à turma e debater com os colegas e a professora outras possíveis estratégias viáveis à resolução de problemas. Este facto evidencia que mais de metade da turma possui uma atitude passiva face a esta atividade.

A par do conhecimento de características da turma, importa caracterizar o seu desempenho escolar na disciplina de matemática ao longo do ano letivo.

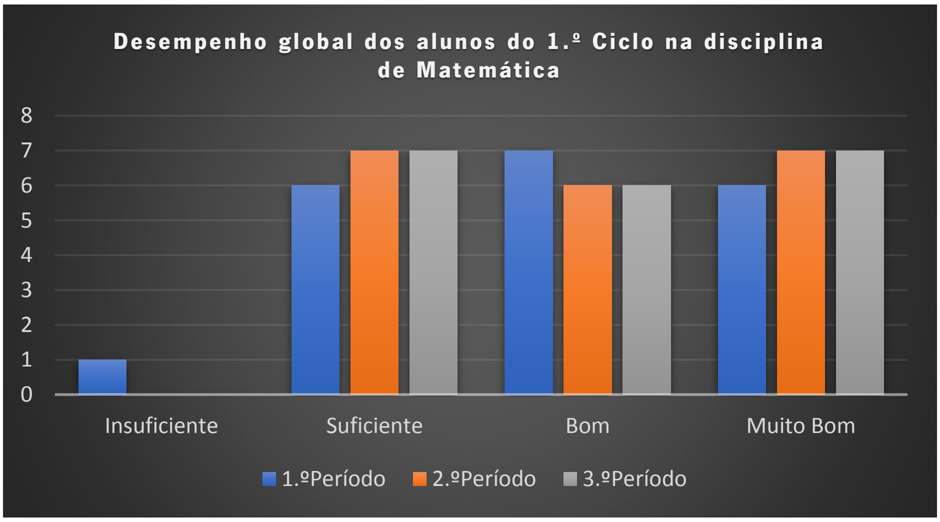


Figura 1: Avaliação do desempenho escolar dos alunos do 4.º ano na disciplina de matemática.

Da análise da Figura 1 consta-se que a turma apresenta características de uma turma heterogénea em relação à disciplina de matemática, visto que existem alunos com diferentes níveis de desempenho. No 1.º período apenas 1 aluno (5%) obteve nível negativo; 6 alunos (30%) obtiveram o nível Suficiente e de Muito Bom; e 7 alunos (35%) tiveram o nível de Bom. Já em relação aos dois períodos seguintes, nenhum aluno apresentou um nível negativo, o que significa que houve uma melhoria por parte do aluno(a) que obteve negativa no 1.º período. Em relação à classificação de Bom, verifica-se uma ligeira descida de um aluno (5%) face ao 1.º período, o que é compensado pela subida de um aluno (5%) no nível de Muito Bom no 2.º e 3.º período.

3.1.3. A escola e a turma do 2.º Ciclo do Ensino Básico

A escola do 2.º Ciclo é uma unidade orgânica que iniciou o seu funcionamento no ano letivo de 1997/1998 com mais de 300 alunos, sendo hoje em dia frequentada por cerca de 1000 alunos distribuídos por 45 turmas, sendo cinco delas de Educação Bilingue para alunos com deficiência auditiva. A escola abarca alunos desde o 5.º ano até ao 9.º ano de escolaridade no ensino regular e ainda um percurso curricular alternativo no 2.º Ciclo e para o 3.º Ciclo com três cursos vocacionais (artes, jardinagem e informática). É também uma escola que se tem destinado a dar resposta face ao artigo 1.º da Lei de Bases do Sistema Educativo, Lei nº46/86: *«Concretiza o direito à educação que se exprime pela garantia de uma permanente ação formativa orientada para favorecer o desenvolvimento global da personalidade, o progresso social e a democratização da sociedade».* Neste sentido, a escola visa dar educação a todas as crianças e jovens independente das suas caraterísticas físicas, sociais e económicas, com o intuito de formar cidadãos para que no futuro construam uma sociedade melhor.

Ao nível de infraestruturas, os alunos podem usufruir no exterior de um grande espaço de recreio com espaços verdes, incluindo máquinas de desporto e um campo desportivo. No interior, a escola possui bar; sala de professores; uma biblioteca com recurso a diversas fontes de informação, tais como livros e equipamentos informáticos que permitem aos alunos e professores realizarem os seus trabalhos e possuir momentos de estudo ou lazer; uma reprografia; uma cantina; um laboratório de matemática, que apresenta diversos materiais didáticos estruturados para facilitar a compreensão de conteúdos de matemática; dois laboratórios de ciências naturais e de física e química; e um pavilhão. É também de referir que a escola disponibiliza aos alunos atividades extracurriculares tais como: o clube de xadrez, clube de teatro, clube reciclando com arte, clube pintura em cerâmica, clube 100% arte e o jornal da matemática. Os alunos também podem participar em concursos que a unidade orgânica adere, como o canguru matemático e ao supertmatik de matemática e de ciências naturais.

Caracterização da turma do 2.º Ciclo

No 2.º semestre do ano letivo 2018/19 desenvolvi a minha prática pedagógica numa turma do 5.º ano de escolaridade, que era constituída por 19 alunos, 8 raparigas e 11 rapazes, com idades compreendidas entre os 10 e os 13 anos de idade. Era uma turma empenhada, participativa, trabalhadora, simpática e com um bom nível de comportamento. Possuíam caraterísticas de natureza heterogénea, quer a nível cognitivo, socioeconómico e cultural. A nível cultural, na turma estavam presentes quatro alunos de etnia cigana e três de origem brasileira. A turma apresentava cinco alunos com necessidades educativas especiais (NEE), sendo que dois desses alunos não participaram no projeto. Um devido a estar integrado num percurso alternativo, não frequentando as aulas de matemática. Um outro aluno manifestava uma síndrome que afetava as suas capacidades intelectuais (apresentava um nível cognitivo de um aluno do 1.º ano de escolaridade) e comunicativas. Este facto fazia com que este aluno não trabalhasse os mesmos conteúdos que os restantes elementos da turma.

Relativamente à participação dos pais e encarregados de educação na vida escolar dos seus educandos, estes apenas participavam nas reuniões com a diretora de turma, quer seja na entrega da avaliação ou nos dias de atendimento aos pais, quer pelo desempenho escolar ou do comportamento do seu educando.

No que respeita à relação dos alunos com a disciplina de matemática, apenas 5 alunos (29,4%) mencionam que a matemática é a sua disciplina preferida. Por outro lado, um mesmo número de alunos, 5 (29,4%), dizem que a matemática é a disciplina que manifestam mais dificuldade em aprender, o que corresponde ao resultado apresentado no gráfico em relação aos alunos com nível 2 (Figura 2).

Relativamente aos problemas matemáticos, 12 alunos (70,6%) souberam explicar o que era um problema, como exemplificam as seguintes afirmações: "Um problema significa que temos sempre de tentar arranjar resposta" (A15); "é algo misterioso" (A1); "é algo que ajuda a aumentar os meus conhecimentos" (A17). Numa percentagem próxima, 11 alunos (64,7%) revelaram gostar de resolver problemas, como exemplifica a afirmação de um dos alunos, "desenvolve o meu pensamento e acho que é fixe" (A8).

Quanto ao formato de trabalho na sala de aula, 11 alunos (64,7%) preferem trabalhar em pequeno grupo, 4 alunos (23,5%) individualmente e 2 alunos (11,8%) em grande grupo. Quanto às etapas da resolução dos problemas, 13 alunos (76,5%) revelam que liam o enunciado, 11 alunos (64,7%) consideram que registam os dados, 8 alunos (47%) apontam que estabelecem um plano ou estratégia e a concretizam e apenas 5 alunos (29,4%) indicam que discutem a resolução do problema com a turma.

Perante esta análise verifico que os alunos não estavam habituados a cumprir todas as etapas de resolução de problemas, daí alguns alunos manifestarem fragilidades nesta temática.

Quanto ao desempenho escolar, na disciplina de matemática, a turma revelou um desempenho diversificado em diferentes níveis, como expressa o gráfico da Figura 2.

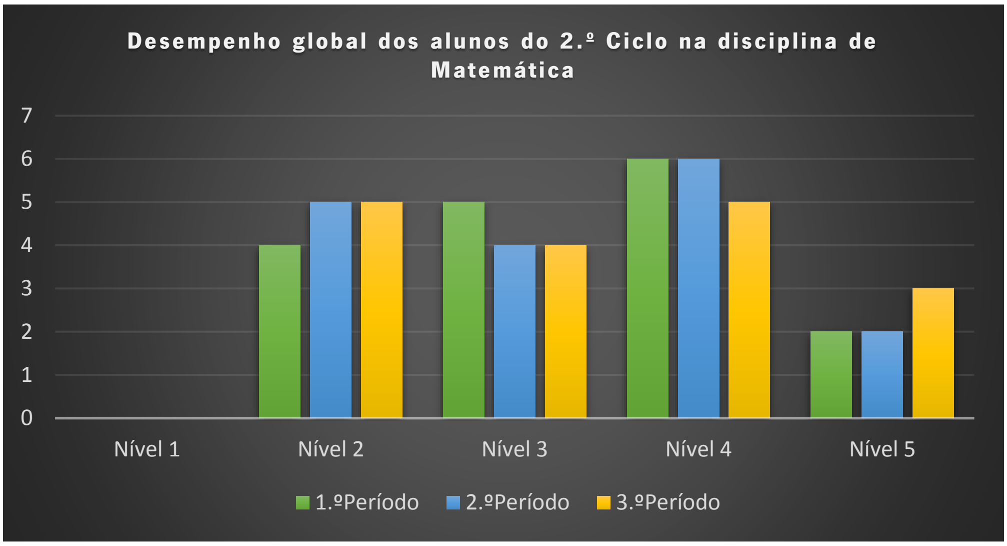


Figura 2: Avaliação do desempenho escolar dos alunos do 5.º ano na disciplina de matemática.

Da análise do gráfico, verifica-se que, em relação à disciplina de matemática, a turma era heterogénea quanto ao nível do desempenho escolar. Dos dados apresentados verifica-se uma subida de um aluno (5,9%) no 2.º período no nível 2, mantendo-se este nível no 3.º período, o que significa que os alunos com negativa não conseguiram recuperar a sua avaliação ao longo do ano letivo. Por conseguinte esta pequena subida no nível 2 fez com que houvesse uma ligeira descida (5,9%) no que respeita ao número de alunos no nível 3 no 2.º e 3.º período. No nível 4, houve uma diminuição de um aluno (5,9%) no 3.º período. Contudo, esta diminuição é positiva no sentido que favoreceu o ligeiro aumento (5,9%) do nível 5 no último período do ano letivo.

3.2. Estratégias de Intervenção

A par da apresentação dos contextos onde realizei a minha prática importa clarificar as metodologias de ensino e de aprendizagem que orientaram essa prática, assim como as estratégias de avaliação da ação, ou seja, os instrumentos de recolha de dados que foram utilizados para dar respostas às questões de investigação em estudo.

3.2.1. Metodologia de ensino e aprendizagem

O desenvolvimento da minha prática pedagógica foi regulado por atividades subjacentes à metodologia de investigação-ação, tais como: planificação, ação e reflexão sobre a ação (Figura 3).

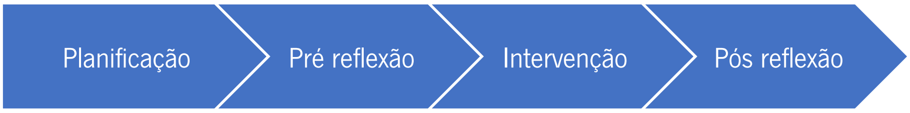


Figura 3: Esquema da prática pedagógica.

A planificação de aulas foi um instrumento que tinha o intuito de guiar e orientar as intervenções pedagógicas. Como defende Chibite (2018), a planificação de uma aula evita a improvisação e uma sequência desordenada de atividades, o que pode prejudicar a aprendizagem dos alunos. Cada aula planificada, em ambos os ciclos, atendeu a características do formato de ensino exploratório. A concretização deste formato de ensino levou-me a realizar pesquisas, adaptar e/ou elaborar problemas que tinham como objetivo incidir nos alunos a descoberta da sua aprendizagem nos conteúdos de Geometria e Medida.

Os momentos de pré reflexão indicavam a perspetiva sobre a forma como podia decorrer a aula, os receios, as minhas dúvidas, as perguntas que os alunos poderiam colocar e as eventuais estratégias que poderia recorrer de forma a dar resposta aos alunos. Ou seja, a pré reflexão tinha o propósito de me preparar para a intervenção que iria lecionar. A pós reflexão teve como objetivo refletir, discutir e analisar as aulas lecionadas. Assim, ao refletir sobre o modo como decorreram as aulas, o que foi concretizado, o que poderia ter corrido melhor, fez com que se gerasse perceções sobre como deveria melhorar a minha prática de intervenção. É de mencionar que para sustentar a perceção que tinha da aula que lecionei foi necessário colocar nas pós reflexões registos fotográficos das produções dos alunos e diálogos entre o professor e os alunos de modo a evidenciar a minha ação pedagógica.

Conjuntamente com essas preocupações, a minha prática pedagógica faz evidenciar alguns aspetos que sublinham o meu desenvolvimento enquanto futuro professor, nomeadamente o papel do professor e do aluno, a atividade de resolução de problemas, e a organização do trabalho dos alunos.

Papel do professor e dos alunos. Um docente deve centralizar a sua prática nos alunos de modo a proporcionar momentos de aprendizagem significativos, pois ensinar não se trata em transmitir conteúdos, mas sim levar o aluno a pensar, argumentar, expor as suas ideias e a debater com os seus colegas contribuindo na partilha de conhecimentos (Oliveira, 2014). Neste sentido, um professor desempenha um papel de mediador no processo de aprendizagem do aluno, guiando-os de modo a preparar os alunos para que se tornem cidadãos críticos e responsáveis na sociedade (Oliveira, 2014). Outros dos aspetos fundamentais da prática docente é saber identificar as dificuldades dos seus alunos e as suas formas de pensar, ao experimentar novas estratégias que possibilitem as suas aprendizagens (Ponte, 2002). Por último, um docente deve atender a todos os alunos de igual forma, pois todos eles são seres com caraterísticas únicas de aprendizagens, sendo que uma das formas para atender a este aspeto é conhecer cada aluno como ser individual (Oliveira, 2014).

Na procura de atender a tais pressupostos, as minhas intervenções pedagógicas foram pautadas por três momentos: (1) leitura e interpretação das tarefas, neste caso do enunciado dos problemas que integrei nos meus planos de aula; (2) estabelecer e concretizar as estratégias de resolução dos problemas (3) verificação, discussão dos processos e resultados e sistematização de conteúdos (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012). Primeiramente, como docente, o meu papel era fazer com que os alunos interpretassem e compreendessem o enunciado do problema. Com base nestes indicadores, os alunos começavam as aulas por ler (individualmente e posteriormente em grande grupo) o enunciado de um problema. Como professor, procurei colocar-lhes questões de forma a perceber se de facto tinham compreendido o problema e também tirava dúvidas sobre questões que não tivessem compreendido no enunciado. Posteriormente, no meu papel de mediador da aprendizagem (Canavarro et al., 2012), procurava tirar dúvidas que podiam suscitar nos alunos e guiava-os no desenvolvimento de estratégias ou no processo de resolução, mas sem lhes fornecer as estratégias e/ou as respostas, nem informação sobre as suas resoluções para minimizar a uniformização das respostas dos alunos. Na discussão dos resultados procurei colocar questões de forma a promover o diálogo entre os alunos e entre os alunos e o professor, levando ao conforto de estratégias e de ideias com a finalidade de verificar a(s) solução(ões) do problema em análise e de sistematizar os conceitos adquiridos ou revistos com a resolução do problema.

De um modo geral, procurei como futuro professor lidar com a heterogeneidade na sala de aula, estimular e suscitar nos alunos a curiosidade e o desejo de descobrir coisas novas e de esclarecer dúvidas fomentando sempre o gosto, o interesse, a motivação e o espírito critico nos alunos. Assim, foi necessário da minha parte dedicação, compromisso e conhecimentos didáticos (conhecimento do conteúdo, conhecimento dos programas curriculares, conhecimento dos alunos e conhecimento do processo instrucional).

Os alunos são seres que possuem conhecimentos, são capazes de interpretar, dialogar, debater, de compreender, de construir outros conhecimentos com base naquilo que já conhecem. Neste sentido, pretendi que as intervenções se centrassem no que os alunos faziam e diziam, assim como que os mesmos fossem agentes ativos na construção da sua própria aprendizagem (Oliveira, 2014), visando atitudes, que sejam capazes de raciocinar, criar estratégias, formular questões e argumentar com os seus pares de forma a partilhar as suas ideias. Para tal, foi crucial que os alunos se sentissem motivados para resolver os problemas propostos. Tal como Canavarro (2011) advoga, os alunos aprendem com tarefas enriquecedoras, contribuindo para a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Resolução de problemas. As atividades a serem desenvolvidas pelos alunos ao longo das aulas consistiram na resolução de problemas, tendo como referência fases de resolução de problemas de Pólya (1995), com o intuito de aprenderem e/ou consolidarem conteúdos de Geometria e Medida. O Quadro 2 explicita a sequência das atividades realizadas pelos alunos na resolução de problemas em cada uma das fases delineadas.

Quadro 2: Sequência das atividades realizadas pelos alunos na resolução de problemas.

Fases	Atividades
Ler e compreender o problema	▪ Leitura individual do enunciado; leitura em grande grupo. ▪ Reconto do problema (1.º Ciclo). ▪ Realização de questões acerca do enunciado do problema.
Estabelecer/Executar um plano	▪ Delinear estratégias ou plano. ▪ Concretização da estratégia ou plano.
Verificar a resposta	▪ Apresentação e discussão das estratégias realizadas. ▪ Encontro da(s) solução(ões) e sistematização de conceitos.

A primeira fase consiste na leitura e compreensão do problema. As atividades inerentes à compreensão de um dado problema estão contempladas nas orientações metodológicas do Programa de Matemática do Ensino Básico, solicitando aos professores a trabalhar com os seus alunos a capacidade de compreender os enunciados dos problemas, a colocação de questões acerca dos enunciados e a discutir o mesmo enunciado de forma clara e precisa. Com tais atividades promove-se o desenvolvimento da comunicação matemática dos alunos (Ministério da Educação e Ciência, 2013).

Posteriormente, os alunos, maioritariamente de forma individual no caso do 1.º Ciclo, e em pequeno grupo no caso do 2.º Ciclo, estabeleceram estratégias de forma a chegarem à(s) solução(ões) do problema. Após a concretização da(s) estratégia(s), realizava-se o debate de processos e de estratégias em grande grupo. É através de momentos de discussão e partilha de opiniões que os alunos desenvolvem a comunicação matemática, no sentido oral e escrito: no oral, ao debaterem e partilharem as suas ideias e ou estratégias com a turma e o professor; e escrita, quando registavam as estratégias de resolução e a respetiva resposta por escrito (Ministério da Educação e Ciência, 2013). Nestes momentos deve-se também manter um clima agradável, fomentar o interesse na discussão, de modo a garantir a participação de todos os alunos (Canavarro et al., 2012).

A concretização dos problemas por parte dos alunos nem sempre foi fácil de realizar, atendendo ao facto de estes estarem familiarizados com o formato de ensino tradicional. Para Silva, Veloso, Porfírio e Abrantes (1999), na aprendizagem da matemática os alunos não devem ter a noção dos conceitos por mera exposição por parte do professor, sendo que as atividades matemáticas mais abertas são as que devem de prevalecer no currículo. Com a prática, pude adaptar e criar situações problema de natureza mais aberta, de modo a permitir uma melhor exploração por parte dos alunos e de contribuir para a aquisição de novas aprendizagens.

Organização do trabalho dos alunos. Ao longo das intervenções em ambos os ciclos procurei diversificar o formato de ensino em diferentes formas de trabalho, quer seja individual, pequeno grupo e grande grupo (Ministério da Educação, 2007).

O trabalho em pequeno grupo era evidenciado nos momentos em que os alunos tinham de criar a(s) sua(s) estratégia(s) de modo a conseguirem determinar a solução do problema, assim como na concretização da(s) mesma(s). Na perspetiva de Fernandes (1997), o trabalho em pequeno grupo é cooperativo, uma vez os alunos trabalham em conjunto para uma mesma solução criando-se trocas de ideias e descobertas mútuas, proporcionando-se uma melhor aquisição das aprendizagens. Este método de trabalho "traz uma nova atitude para com os alunos, ou seja, estes deixam de apresentar um papel passivo para serem as figuras centrais do seu processo de aprendizagem" (Cunha & Uva, 2016, p.137). Deste modo, considerei pertinente esta forma de trabalho nas intervenções pedagógicas, não só por os alunos se sentirem 'mais à vontade' em trabalhar em pequenos grupos, mas também por fomentar a comunicação com os pares contribuindo para o desenvolvimento socio afetivo dos alunos e a partilha de opiniões e de saberes que auxilia na aquisição de aprendizagens dos alunos (Fernandes, 1997). Contudo, em relação à turma do 1.º Ciclo é de referir que os alunos maioritariamente trabalharam individualmente por não ter sido permitido pela docente titular um maior número de oportunidades de trabalho em pequeno grupo, visto que alguns elementos da turma criavam alguns momentos de distração na sala de aula. Uma outra razão apresentada foi o facto de não estarem habituados a esta organização de trabalho.

Já o trabalho em grande grupo era colocado em prática em dois momentos distintos. Inicialmente, na leitura do enunciado, no reconto do problema e na colocação de questões acerca do enunciado do problema. Posteriormente era realizado na verificação, discussão dos resultados e na sistematização dos conteúdos, uma vez que esta disposição de trabalho na sala de aula é crucial em momentos de partilha, reflexão, argumentação e sistematização de conceitos, sendo que o docente deve garantir um ambiente propício e participativo aos alunos (Ministério da Educação, 2007).

No 2.ºCiclo, o momento de trabalho individual foi apenas evidenciado na leitura do enunciado. Já no caso do 1.º Ciclo, como já referido anteriormente, foi também realizado no momento de implementação das estratégias e na resolução dos problemas. Este formato de trabalho também é importante na aprendizagem dos conteúdos matemáticos, quer seja fora ou dentro da sala de aula, uma vez que o aluno deve procurar resolver sozinho tarefas matemáticas adquirindo assim sentido de autonomia pela disciplina (Ministério da Educação, 2007).

3.2.2. Estratégias de avaliação do ensino ministrado

Durante a minha intervenção pedagógica recorri a diversos instrumentos de recolha de dados de forma a dar resposta às questões de investigação delineadas. Deste modo, foram utilizados como instrumentos de recolha de dados: (i) Questionários (inicial e final); (ii) Ficha diagnóstica; (iii) Produções dos alunos; (iv) gravações áudio das aulas; e (v) Análise documental. Para Quivy e Campenhout (2008), a escolha dos métodos de recolha de dados deve estar em sintonia com as questões de investigação. É de referir que os instrumentos de recolha de dados anteriormente referidos foram utilizados em ambos os ciclos de ensino onde lecionei.

O inquérito por questionário, segundo Quivy e Campenhout (2008), é um método de observação indireta em que se coloca um conjunto de questões claras e objetivas ao inquirido, de forma a que auxilie o investigador a conhecer a sua amostra relativamente à sua situação num determinado contexto ou em relação às opiniões da população sobre um determinado assunto ou tema. Neste estudo, foram realizados dois questionários, o questionário inicial (Anexos 1 e 2) e o questionário final (Anexos 5 e 6), em momentos distintos. Os questionários iniciais (Anexos 1 e 2) foram realizados no início da minha intervenção pedagógica, com o objetivo de conhecer e adquirir informação que me permitisse caraterizar cada turma e o contexto em que estavam inseridas, sendo que a sua vantagem consiste em recolher dados para o enquadramento contextual.

Os questionários finais (Anexos 5 e 6), foram respondidos à posteriori da minha intervenção pedagógica e serviu para recolher as perceções dos alunos face à resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida. Em ambos os ciclos, cada um dos questionários apresentou: (i) um conjunto de questões de resposta fechada, em que os alunos tinham de optar por uma das cinco opções da escala de Likert: DT – Discordo totalmente; D – Discordo; I – Indiferente; C – Concordo; e CT – Concordo Totalmente; (ii) uma questão em que tinham de selecionar com um x (1.º Ciclo) ou ordenar de 1 a 5 (2.º Ciclo) quais as etapas da resolução de problemas que sentiram mais dificuldades; e (iii) um conjunto de questões abertas que me permitiram identificar que tópicos de

Geometria e Medida os alunos sentiram mais facilidade e fragilidade em aprender através da resolução de problemas. No questionário final do 2.º Ciclo (Anexo 6) é ainda evidenciado um grupo de questões para recolher as perceções dos alunos relativamente às vantagens e desvantagens da aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas.

As fichas diagnósticas (Anexos 3 e 4) foram aplicadas antes da primeira aula que lecionei e teve como fim diagnosticar e verificar quais eram os pré-requisitos que os alunos possuíam, em regra geral em relação a vários tópicos do domínio de Geometria e Medida. Silva (2004) refere que este tipo de avaliação é importante para o professor, pois permite recolher informações sobre as dificuldades dos seus alunos, possibilitando ao docente planificar estratégias que visem dar resposta às necessidades de aprendizagem dos alunos.

As produções dos alunos, referem-se à resolução dos problemas facultados nas aulas. Este instrumento tem como objetivo evidenciar que tipo de atividades e estratégias os alunos recorrem na resolução de problemas, assim como verificar que dificuldades os alunos manifestam ao resolver problemas de Geometria e Medida.

A gravação áudio de aulas foi utilizada com o intuito de recolher diálogos importantes que evidenciem momentos da minha prática pedagógica. Para tal, foi solicitado autorização às professoras cooperantes para a colocação deste instrumento em prática. Quanto à gravação em vídeo, não foi possível utilizar, devido a que alguns pais e encarregados de educação não autorizaram quaisquer gravações visuais dos seus educandos. É de referir que também foi utilizado o registo fotográfico de modo a registar algumas produções dos alunos com o fim de as analisar no estudo. Tal como referem Bogdan e Biklen (1994), este registo acaba por se tornar benéfico para o investigador, pois é uma forma de registar aquilo que o investigador não pode registar verbalmente por haver dados muito numerosos ou ambíguos que depois precisam de estar disponíveis.

Por último, é de fazer referência à análise documental, pois é através desta que pude complementar e aperfeiçoar a investigação entre os quais se destaca: a análise do Projeto Educativo do agrupamento de escolas, dos Programas de Matemática do Ensino Básico de 2007, do Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico de 2013, das Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico e o documento referente aos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007).

CAPÍTULO 4

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Este capítulo tem como finalidade analisar a resolução de problemas de alunos de uma turma do 1.º Ciclo e de outra do 2.º Ciclo na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida, sendo organizado em três partes. As duas primeiras partes dizem respeito à análise e ilustração de momentos de aulas lecionadas nas turmas de cada um dos níveis de ensino. Na última parte, procura-se compreender as perceções dos alunos dos 4.º e 5.º anos de escolaridade sobre o ensino ministrado com base na resolução de problemas. De modo a explanar o que foi realizado nas intervenções pedagógicas, é apresentado no Quadro 3, tendo em consideração o Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação e Ciência, 2013), os tópicos e os objetivos que foram desenvolvidos na intervenção pedagógica.

Quadro 3: Tópicos e objetivos das intervenções do 1.º e 2.º Ciclos.

Nível de ensino	Aulas	Tópicos	Objetivos
1.º Ciclo	1 e 2	Círculo e circunferência.	Distinguir círculo de circunferência; resolver problemas que envolvam elementos da circunferência.
	3	Prismas e pirâmides.	Reconhecer poliedros e não poliedros; identificar e classificar prismas e pirâmides.
	4	Área e perímetro de retângulos.	Reconhecer o perímetro como a soma das medidas dos lados de um polígono. Determinar a área de retângulos.
2.º Ciclo	1	Área e perímetro de retângulos de medida racional.	Determinar a área e o perímetro de retângulos.
	2	Área do paralelogramo e do triângulo.	Estabelecer a relação que permite determinar a medida da área do paralelogramo e do triângulo.
	3	Área do triângulo.	Determinar área de triângulos.
	4	Áreas de polígonos por decomposição.	Estabelecer, por decomposição, relações entre áreas de diferentes polígonos.

Com o intuito de explicitar a minha ação pedagógica, descrevo e interpreto os dados que ilustram momentos que dinamizei nas aulas 1, 3 e 4, numa turma do 4.º ano de escolaridade, e nas aulas 1, 3 e 4 numa turma do 5.º ano de escolaridade.

É de referir que os dados recolhidos nas intervenções pedagógicas são apresentados através de três tipos de tabelas. Numa das tabelas constam informações sobre o nível de desempenho/tipo de respostas dos alunos na resolução de problemas e sobre as estratégias utilizadas pelos alunos. Relativamente ao desempenho das resoluções dos alunos, são avaliados de acordo com três parâmetros. Caso os alunos cumpram com todos os requisitos estabelecidos na resolução de um problema, a sua resposta é classificada como correta. Por outro lado, caso os alunos atingem pelo menos um dos requisitos a sua resposta é classificada como parcialmente correta. Porém se os alunos não cumprem com nenhum dos requisitos a sua resposta é classificada como incorreta. Contudo, se os alunos não apresentem qualquer tipo de resolução, ou seja, não evidenciem qualquer tipo de estratégia, ser-lhes-á atribuído a classificação de não responde. Existem também as tabelas onde constam informação sobre o desempenho dos alunos nas diferentes atividades de resolução de problemas. Os alunos foram avaliados em três parâmetros: adequada; parcialmente adequada e inadequada, consoante a prestação desempenhada na concretização da atividade. É de referir que caso os alunos não apresentem uma determinada atividade será classificada como não responde. Por último, são encontradas as tabelas síntese no final de cada tópico que reúnem de forma resumida o desempenho dos alunos na resolução dos problemas de cada tópico estudado.

É também de mencionar que os problemas abordados foram elaborados de forma a que os alunos pudessem aplicar as estratégias de resolução de problemas indicadas pelos autores referenciados na literatura, entre os quais: Vale e Pimentel (2004); Freire et al. (2004); GAVE (2012); e Viseu et al. (2015). Considero que é importante os alunos terem o contacto com cada estratégia de forma a desenvolver o seu conhecimento acerca das estratégias de resolução de problemas.

4.1. Intervenção pedagógica no 1.º Ciclo

A minha intervenção pedagógica no 1.º Ciclo foi enquadrada em três tópicos distintos: círculo e circunferência; prismas e pirâmides; e área e perímetro de retângulos. A análise da informação recolhida das atividades de ensino e de aprendizagem destes tópicos é precedida da análise dos resultados dos alunos a questões que integram uma ficha diagnóstica sobre os tópicos de Geometria e Medida.

4.1.1. Ficha diagnóstica sobre tópicos de Geometria e Medida

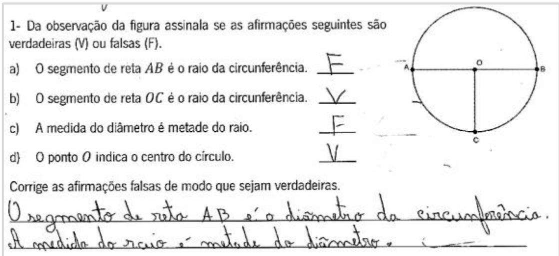
Inicialmente, propus aos alunos da turma do 4.º ano de escolaridade a realização de uma ficha diagnóstica (Anexo 3) com a duração aproximadamente de 1 hora. A realização desta ficha diagnóstica teve como intuito identificar conhecimentos que os alunos possuíam sobre tópicos de Geometria e Medida, assim como verificar as dificuldades mais sentidas pelos alunos neste domínio da Matemática. A ficha diagnóstica era constituída por quatro questões. A questão 1 teve como objetivo identificar os elementos da circunferência e estabelecer a relação entre o diâmetro e o raio. A questão 2 visava o reconhecimento de sólidos geométricos atendendo a algumas caraterísticas, tais como na presença ou ausência de superfícies planas e curvas, de faces, arestas e vértices. A questão 3 procurou verificar se os alunos reconheciam os polígonos quanto ao número de lados. Esta questão foi fundamental para verificar se os alunos possuíam conhecimentos para classificar posteriormente os prismas e as pirâmides de acordo com o polígono da base. E, por último, a questão 4 diagnosticou se os alunos conseguiam determinar o perímetro e a área de retângulos.

O nível de desempenho dos alunos em cada questão da ficha diagnóstica é sistematizado na Tabela 1.

Tabela 1: Frequência e percentagem dos tipos de resposta às questões da ficha diagnóstica do 1.º CEB ($n = 20$).

Tipos de resposta / Número da questão	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
1	7 (35%)	12 (60%)	1 (5%)
2	5 (25%)	10 (50%)	5 (25%)
3	0 (0%)	13 (65%)	7 (35%)
4.1	14 (70%)	0 (0%)	6 (30%)
4.2	2 (10%)	1 (5%)	17 (85%)

Na questão 1, 35% dos alunos conseguiram identificar os elementos da circunferência e estabelecer a relação entre o raio e o diâmetro, como ilustra a resposta do aluno A14 (Figura 4).


1- Da observação da figura assinala se as afirmações seguintes são verdadeiras (V) ou falsas (F).

a) O segmento de reta AB é o raio da circunferência. F

b) O segmento de reta OC é o raio da circunferência. V

c) A medida do diâmetro é metade do raio. F

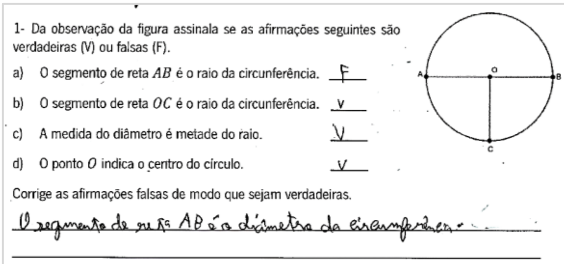
d) O ponto O indica o centro do círculo. V

Corrige as afirmações falsas de modo que sejam verdadeiras.

O segmento de reta AB é o diâmetro da circunferência.
A medida do raio é metade do diâmetro.

Figura 4: Resolução correta à questão 1 pelo aluno A14.

Porém, a maior parte dos alunos (60%) apresentam uma resposta parcialmente correta a essa questão, o que se deve por não terem um conhecimento sólido sobre a relação entre o raio e o diâmetro, como exemplifica a resposta do aluno A4 (Figura 5).


1- Da observação da figura assinala se as afirmações seguintes são verdadeiras (V) ou falsas (F).

a) O segmento de reta AB é o raio da circunferência. F

b) O segmento de reta OC é o raio da circunferência. V

c) A medida do diâmetro é metade do raio. V

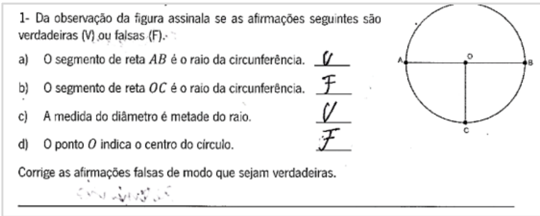
d) O ponto O indica o centro do círculo. V

Corrige as afirmações falsas de modo que sejam verdadeiras.

O segmento de reta AB é o diâmetro da circunferência.

Figura 5: Resolução parcialmente correta à questão 1 pelo aluno A4.

Apenas um aluno (5%), A8, revela não ter presente a noção de diâmetro e de raio de uma circunferência, nem a relação que se estabelece entre si (Figura 6).


1- Da observação da figura assinala se as afirmações seguintes são verdadeiras (V) ou falsas (F).

a) O segmento de reta AB é o raio da circunferência. V

b) O segmento de reta OC é o raio da circunferência. F

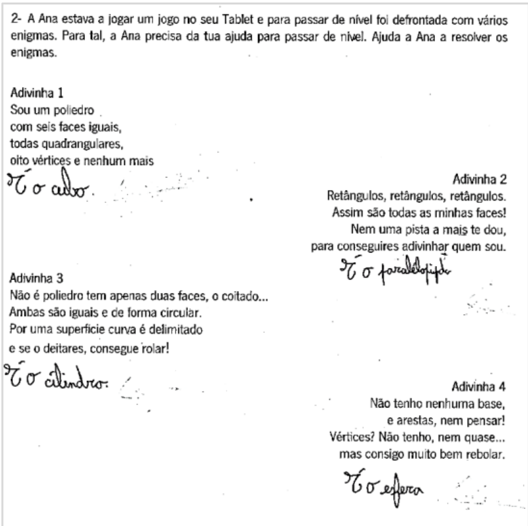
c) A medida do diâmetro é metade do raio. V

d) O ponto O indica o centro do círculo. F

Corrige as afirmações falsas de modo que sejam verdadeiras.

Figura 6: Resolução incorreta à questão 1 pelo aluno A8.

Na questão 2, somente cinco alunos (25%) conseguiram identificar os sólidos geométricos através das suas caraterísticas, nomeadamente quanto à presença, ou não, quer de superfícies planas ou curvas (poliedros e não poliedros), quer de faces, vértices e arestas, como mostra a resposta do aluno A11 (Figura 7).


2- A Ana estava a jogar um jogo no seu Tablet e para passar de nível foi defrontada com vários enigmas. Para tal, a Ana precisa da tua ajuda para passar de nível. Ajuda a Ana a resolver os enigmas.

Adivinha 1
Sou um poliedro
com seis faces iguais,
todas quadrangulares,
oito vértices e nenhum mais

É o cubo.

Adivinha 2
Retângulos, retângulos, retângulos.
Assim são todas as minhas faces!
Nem uma pista a mais te dou,
para conseguires adivinhar quem sou.

É o paralelepípedo

Adivinha 3
Não é poliedro tem apenas duas faces, o coitado...
Ambas são iguais e de forma circular.
Por uma superfície curva é delimitado
e se o deitares, consegue rolar!

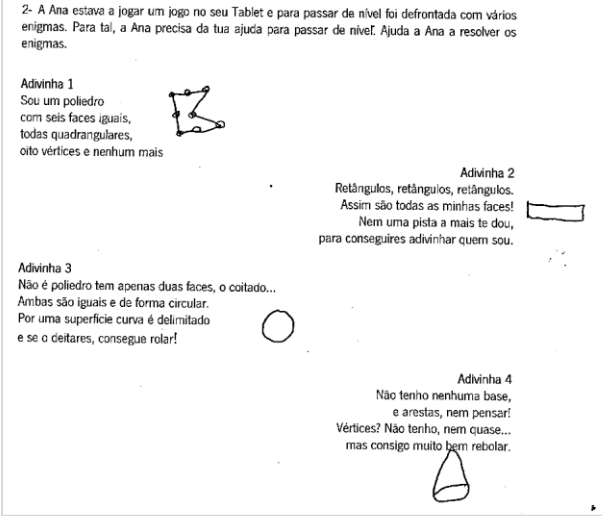
É o cilindro.

Adivinha 4
Não tenho nenhuma base,
e arestas, nem pensar!
Vértices? Não tenho, nem quase...
mas consigo muito bem rebolar.

É o esfera

Figura 7: Resolução correta à questão 2 pelo aluno A11.

Igual percentagem de alunos (25%) não identificaram os sólidos geométricos perante as caraterísticas mencionadas, como mostra a resposta do aluno A1 (Figura 8). Este aluno indicia não distinguir as figuras tridimensionais das bidimensionais.


2- A Ana estava a jogar um jogo no seu Tablet e para passar de nível foi defrontada com vários enigmas. Para tal, a Ana precisa da tua ajuda para passar de nível. Ajuda a Ana a resolver os enigmas.

Adivinha 1
Sou um poliedro
com seis faces iguais,
todas quadrangulares,
oito vértices e nenhum mais

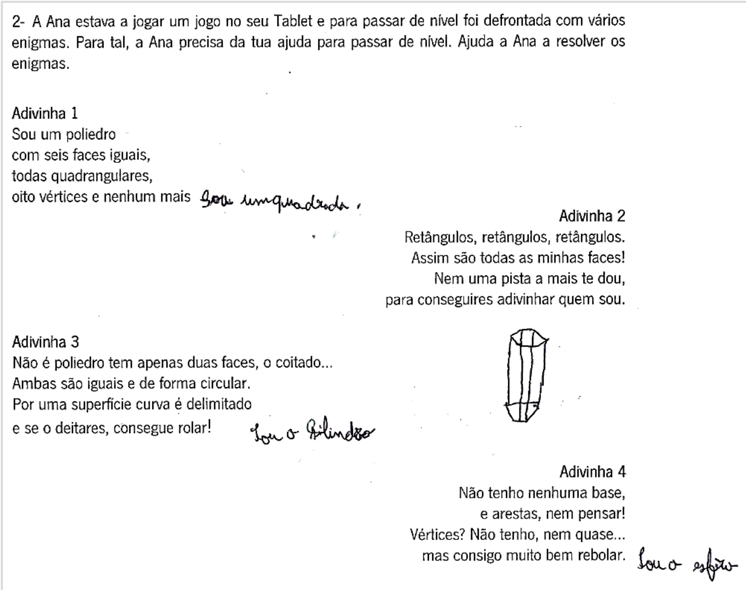
Adivinha 2
Retângulos, retângulos, retângulos.
Assim são todas as minhas faces!
Nem uma pista a mais te dou,
para conseguires adivinhar quem sou.

Adivinha 3
Não é poliedro tem apenas duas faces, o coitado...
Ambas são iguais e de forma circular.
Por uma superfície curva é delimitado
e se o deitares, consegue rolar!

Adivinha 4
Não tenho nenhuma base,
e arestas, nem pensar!
Vértices? Não tenho, nem quase...
mas consigo muito bem rebolar.

Figura 8: Resolução incorreta à questão 2 pelo aluno A1.

A confusão entre tais figuras emerge num número significativo de respostas consideradas parcialmente corretas (50%), como exemplifica a resposta do aluno A3 (Figura 9).


2- A Ana estava a jogar um jogo no seu Tablet e para passar de nível foi defrontada com vários enigmas. Para tal, a Ana precisa da tua ajuda para passar de nível. Ajuda a Ana a resolver os enigmas.

Adivinha 1
Sou um poliedro
com seis faces iguais,
todas quadrangulares,
oito vértices e nenhum mais Sou um quadrado.

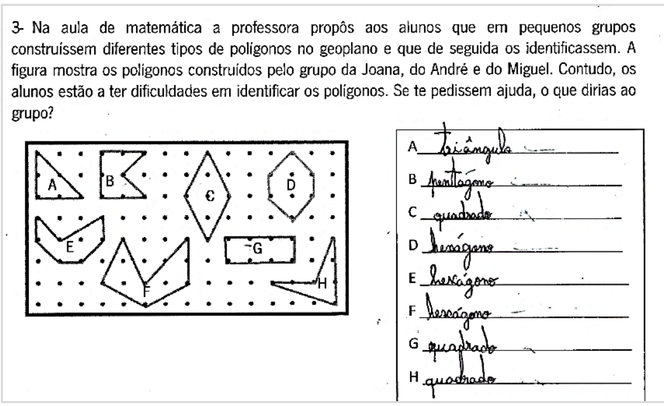
Adivinha 2
Retângulos, retângulos, retângulos.
Assim são todas as minhas faces!
Nem uma pista a mais te dou,
para conseguires adivinhar quem sou.

Adivinha 3
Não é poliedro tem apenas duas faces, o coitado...
Ambas são iguais e de forma circular.
Por uma superfície curva é delimitado
e se o deitares, consegue rolar! Sou o cilindro

Adivinha 4
Não tenho nenhuma base,
e arestas, nem pensar!
Vértices? Não tenho, nem quase...
mas consigo muito bem rebolar. Sou o esfera

Figura 9: Resolução parcialmente correta à questão 2 pelo aluno A3.

Na questão 3, nenhum aluno conseguiu identificar todos os polígonos apresentados quanto ao número de lados. A maior parte dos alunos (65%) apresentou uma resposta parcialmente correta ao identificar alguns desses polígonos, como comprova a resposta do aluno A7 (Figura 10), que dos oito polígonos apresentados não identifica metade deles (o losango, o heptágono, o retângulo e o quadrilátero côncavo).


3- Na aula de matemática a professora propôs aos alunos que em pequenos grupos construíssem diferentes tipos de polígonos no geoplano e que de seguida os identificassem. A figura mostra os polígonos construídos pelo grupo da Joana, do André e do Miguel. Contudo, os alunos estão a ter dificuldades em identificar os polígonos. Se te pedissem ajuda, o que dirias ao grupo?

A triângulo
B pentágono
C quadrado
D hexágono
E hexágono
F hexágono
G quadrado
H quadrado

Figura 10: Resolução parcialmente correta à questão 3 pelo aluno A7.

Os restantes alunos (35%) apresentaram uma resposta incorreta por não reconhecerem nenhum dos polígonos apresentados, tal como ilustra a resposta do aluno A6 (Figura 11).

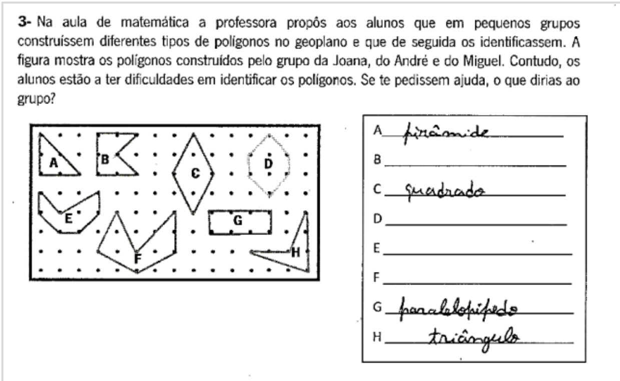


Figura 11: Resolução incorreta à questão 3 pelo aluno A6.

A última questão dizia respeito à determinação do perímetro (4.1) e da área (4.2) de um retângulo. Relativamente ao perímetro, a maior parte dos alunos (70%) responderam corretamente ao que era pedido, uma vez que consideram o perímetro como a adição de todos os lados de um polígono, como mostra a resposta do aluno A16 (Figura 12).

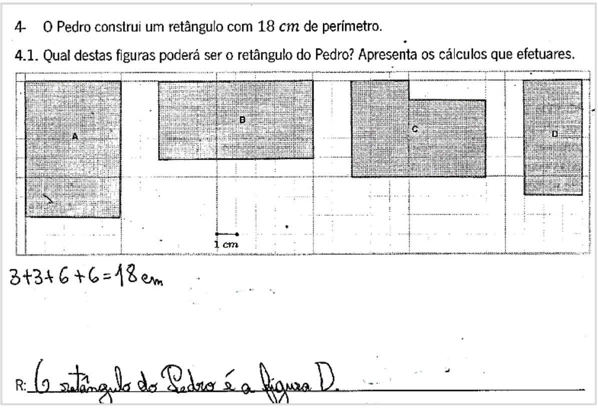


Figura 12: Resolução correta à questão 4.1 pelo aluno A16.

Os restantes alunos (30%) responderam incorretamente à questão formulada, identificando erradamente a figura e sem explicitar a razão da sua escolha, como exemplifica a resposta do aluno A8 (Figura 13).

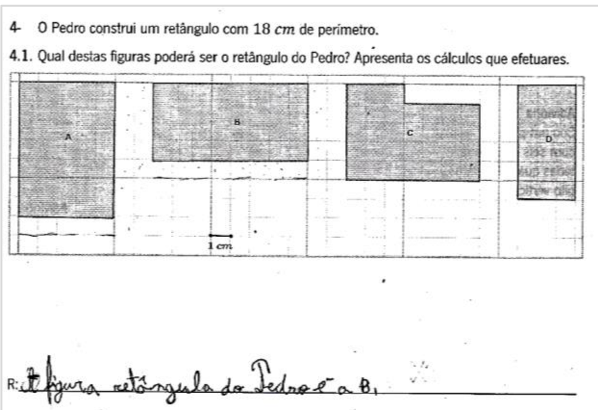


Figura 13: Resolução incorreta à questão 4.1 pelo aluno A8.

Quanto à determinação do valor da área da figura identificada na questão anterior, a maior parte dos alunos (85%) responderam incorretamente, como se verifica na resposta do aluno A15 (Figura 14), que revela alguma confusão entre a noção de perímetro e a de área.

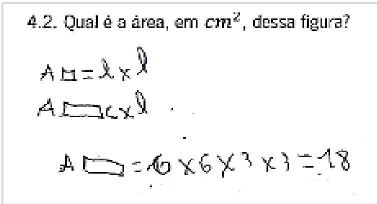


Figura 14: Resolução incorreta à questão 4.2 pelo aluno A15.

Apenas 10% dos alunos conseguiram determinar na totalidade a área do retângulo (aluno A19). Enquanto que o aluno A16 (5%) determinou parcialmente a área da figura, visto que não indicou a fórmula da área do retângulo. (Figura 15).

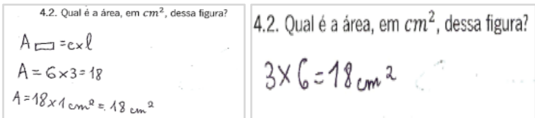


Figura 15: Resolução correta e parcialmente correta à questão 4.2 pelos alunos A19 e A16.

A análise das respostas dos alunos às questões da ficha diagnóstica possibilitou-me identificar dificuldades sobre tópicos de Geometria e Medida a trabalhar na minha intervenção pedagógica. O que serviram de referência nas minhas planificações de aula para procurar minimizar as fragilidades dos alunos e potencializar as suas capacidades de raciocínio, comunicação matemática e de resolução de problemas.

4.1.2. Círculo e circunferência

O primeiro tópico de Geometria e Medida da minha intervenção pedagógica foi abordado em duas aulas a partir da exploração de três problemas. Os dois primeiros problemas foram realizados na primeira aula e o terceiro problema numa segunda intervenção, o que se deveu por os alunos necessitarem de mais tempo para a resolução dos problemas. Com o intuito de rever noções estudas em anos anteriores, nomeadamente distinguir círculo de circunferência e em reconhecer os elementos da circunferência, os alunos resolveram o Problema 1 e 2 em grupos, apesar de não estarem habituados com este formato de ensino. Assim, a turma foi dividida em seis grupos de 3 e 4 elementos (G1 a G6).

Problema 1: A Rita e a Elsa compraram várias pulseiras. A Rita disse que as pulseiras tinham todas a forma de uma circunferência. A Elsa discordou e disse que as pulseiras tinham a forma de um círculo. Quem terá razão?

Inicialmente, o momento de leitura e compreensão do enunciado do problema foi realizado em grande grupo. De acordo com o Ministério da Educação e Ciência (2013) deve-se trabalhar com os alunos a compreensão dos enunciados dos problemas, ao identificar e explicar as questões que o enunciado levanta e debater possíveis estratégias que podem levar à sua resolução do problema.

Professor: Que forma é que a Rita acha que tem a pulseira?
Grupo 6: Uma circunferência.
Professor: E a Elsa?
Grupo 5: A Elsa acha que é um círculo.
Professor: E vocês que acham? Qual das meninas terá razão?
Grupo 2: A Rita.
Grupo 4: A Elsa.
Grupo 3: As duas.
Professor: Estou a ver que há opiniões diferentes entre vós. Em grupo vão falar entre vocês e pensar se o formato de uma pulseira é um círculo ou uma circunferência.

Torna-se pertinente estabelecer diálogos com os alunos na primeira etapa de resolução de problemas, uma vez que os podem ajudar a delinear um plano de resolução. Durante a realização do problema, os alunos estiveram a trabalhar em grupo ($n = 6$). Esta disposição de trabalho foi desafiante para mim e para os alunos. Para mim, enquanto estagiário, organizar vários grupos de trabalho de forma que fossem heterogéneos, orientar e gerir a turma não foi uma tarefa fácil. Para os alunos, uma vez que que não estavam muito familiarizados com este método de trabalho gerando-se alguma agitação na dinâmica da turma.

Na análise do Problema 1 constatou-se que metade da turma respondeu corretamente, assim como recorreram a dois tipos de estratégias, como explicita a Tabela 2.

Tabela 2: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta ao Problema 1 segundo a estratégia utilizada ($n = 6$).

Tipo de resposta / Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Total
Desenho/esquema	50	0	16,7	66,7
Produção escrita	0	16,7	16,6	33,3
Total	50	16,7	33,3	100

Ao distinguirem um círculo de uma circunferência, a maioria dos grupos, cerca de 66,7%, recorreram à estratégia 'Desenho ou esquema', enquanto que 33,3% dos grupos recorreram à 'Produção escrita', ao mencionarem apenas a resposta por escrito. Embora haja grupos que tenham apresentado a mesma estratégia, alguns deles chegaram a respostas distintas. Os grupos que apresentaram uma resposta correta utilizaram como estratégia o 'Desenho ou esquema' (50%). Verifica-se assim que metade dos grupos souberam distinguir uma circunferência de um círculo, como exemplifica a resolução do grupo 1 (Figura 16).

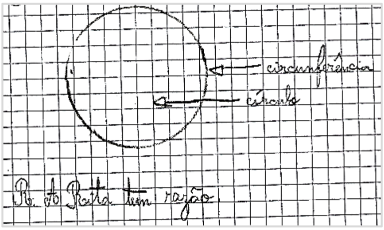


Figura 16: Resolução correta ao Problema 1 com recurso a desenhos ou esquemas pelo grupo 1.

Por outro lado, verifiquei que 50% dos grupos revelaram dificuldades na distinção entre círculo e circunferência, daí terem apresentado uma resposta parcialmente correta ou incorreta.

O grupo 6 indicou uma resposta parcialmente correta, uma vez que apresentou a noção de circunferência, mas evidenciou falhas no conceito de círculo (Figura 17).

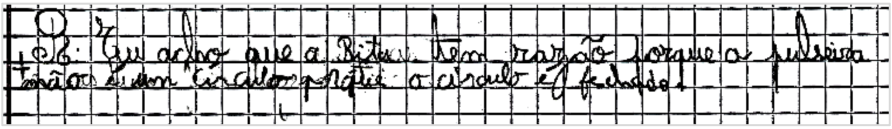


Figura 17: Resolução parcialmente correta ao Problema 1 com recurso à produção escrita pelo grupo 6.

Os restantes grupos (33,3%) obtiveram uma resposta incorreta ao considerarem que um círculo é o mesmo que uma circunferência, como salientam as respostas dos grupos 3 e 4 (Figura 18).

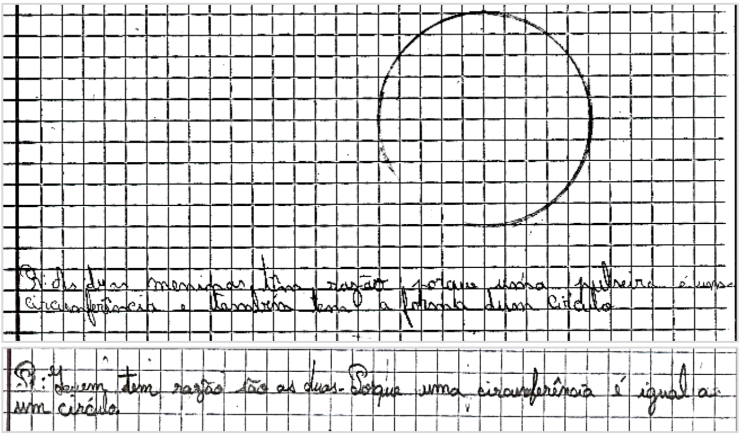


Figura 18: Resolução incorreta ao Problema 1 com recurso a desenhos ou esquemas, do grupo 3, e à produção escrita pelo grupo 4.

Por forma a minimizar estas fragilidades, no momento de discussão e sistematização das aprendizagens, procurei esclarecer a noção de 'Círculo e Circunferência'.

Professor: Quem tem razão, a Rita ou a Elsa?
Grupo 3: Nós achamos que as duas têm razão porque uma pulseira é uma circunferência, mas também tem a forma de um círculo.
Professor: Concordam? Alguém tem uma outra resposta diferente?

Grupo 2: Nós achamos que é a Rita porque uma pulseira tem a forma da circunferência e uma circunferência é só uma roda com um buraco no meio.

Professor: Pode-se dizer que sim, mas vamos olhar todos para o quadro. A circunferência é esta linha curva fechada em que qualquer ponto tem a mesma distância para este ponto, o centro. A circunferência e esta região que está dentro chamamos de...

Grupo 5: Círculo.

Professor: Então quem tem razão?

Grupo 1: A Rita.

Professor: De facto, é a Rita quem tem razão, uma vez que a pulseira representa uma linha curva fechada, neste caso a circunferência.

Relativamente às atividades realizadas na resolução do problema, todos os grupos efetuaram a leitura do enunciado do problema, metade dos grupos da turma definiram e concretizaram corretamente o seu plano e encontraram uma solução. Entre os restantes, um grupo (16,7%) elaborou um plano parcialmente adequado (PA), enquanto 33,3% elaboraram um plano inadequado (IA). Na fase de discussão, 66,7% dos grupos mostraram-se participativos em apresentar as suas estratégias. A fragilidade da turma consistiu em identificar os dados do problema, visto que apenas um grupo (16,7%) identificou os dados dos problemas antes de elaborarem uma estratégia (Tabela 3).

Tabela 3: Percentagem $(\%)$ do tipo de atividades realizadas pelos alunos na resolução do Problema 1 ($n = 6$).

	Problema 1			
Atividades	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	16,7	0	0	83,3
Elaborar e concretizar um plano	50	16,7	33,3	0
Discutir o resultado	66,7	0	0	33,3

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde

Após o esclarecimento da noção de círculo e de circunferência, seguiu-se a resolução do Problema 2. Inicialmente, cada aluno leu o problema antes da realização da leitura em grande grupo.

Problema 2: A Rute desenhou uma circunferência com diâmetro de $6\ cm$. A sua amiga Helena desenhou uma circunferência em que o compasso tinha uma abertura de $4\ cm$. Quem terá desenhado a circunferência maior? Explica o teu raciocínio.

De seguida, questionei os grupos com o intuito de averiguar a compreensão do problema.

Professor: Recordam-se do que é o diâmetro?

Grupo 2: O diâmetro é metade da circunferência.

Professor: Concordam com o vosso colega? Alguém tem outra opinião?

Grupo 5: Sim. O diâmetro é a reta que divide o círculo em duas partes.

Professor: O diâmetro é o segmento de reta que passa pelo centro da circunferência e divide a circunferência em duas partes geometricamente iguais. E a Rute desenhou uma circunferência com quantos cm de diâmetro?

Grupo 1: $6\ cm$.
Professor: E a Helena como é que desenhou a circunferência dela?
Grupo 6: Abrindo o compasso com uma abertura de $4\ cm$.
Professor: E quem terá desenhado a circunferência maior a Rute ou a Helena?
Grupo 1: Nós achamos que foi a Rute.
Grupo 3: A Helena.
Professor: Em grupo vão decidir a melhor forma de descobrir qual das meninas desenhou a maior circunferência.

Posteriormente, os alunos elaboraram, em grupo, os planos que recorreram para determinar a solução do problema (Tabela 4).

Tabela 4: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta no Problema 2 segundo a estratégia utilizada $(n = 6)$.

Tipo de resposta / Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Total
Desenho/esquema	83,3	0	0	83,3
Operações aritméticas	16,7	0	0	16,7
Total	100	0	0	100

A maior parte dos grupos, 83,3%, utilizaram o 'Desenho ou esquema' para responder corretamente ao problema. Exemplo disso, é a resolução do grupo 6, em que primeiramente desenharam a circunferência da Helena e de seguida determinaram a medida do raio da circunferência da Rute a partir do diâmetro para a poderem desenhar e comparar com a circunferência da Helena. (Figura 19).

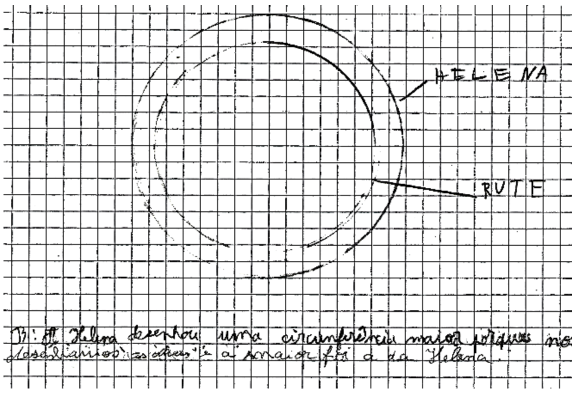


Figura 19: Resolução correta ao Problema 2 com recurso a desenhos ou esquemas pelo grupo 6.

No entanto, um grupo (16,7%) recorreu a 'Operações aritméticas' como estratégia de resolução do problema. O grupo 2 apresentou uma resposta correta, uma vez que identificou o diâmetro da circunferência da Helena a partir do raio (abertura do compasso) e assim puderam comparar ambos os diâmetros e verificar qual a que tinha a maior circunferência (Figura 20).

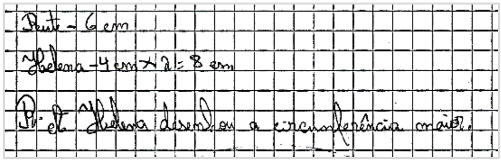


Figura 20: Resolução correta ao Problema 2 com recurso à estratégia operações aritméticas pelo grupo 2.

Perante a análise do Problema 2, todos os grupos determinaram corretamente o objetivo do problema, visto que estabeleceram uma relação correta entre o diâmetro e o raio (o diâmetro é o dobro do raio). Também compreenderam que a abertura do compasso representa o raio da circunferência.

Professor: Quem desenhou a circunferência maior. Opiniões?
Grupos: A Helena.
Professor: E porque é que a Helena possui uma circunferência maior e não a Rute?
Grupo 6: Porque nós desenhamos a circunferência da Rute e depois desenhamos a circunferência da Helena e vimos que a da Helena era maior.
Professo: Quanto media a abertura do compasso da Helena?
Grupo 4: $4\ cm$.
Professor: E digam-me uma coisa, a abertura do compasso corresponde ao diâmetro ou o raio?
Grupo 3: Ao raio.
Professor: E a partir do raio descobriram o quê?
Grupo 3: O diâmetro.
Professor: E qual é a relação entre o diâmetro e o raio?
Grupo 1: O diâmetro é o dobro do raio.
Professor: Então quanto é que mede o raio e o diâmetro da circunferência da Helena?
Grupo 2: O raio mede $4\ cm$ e o diâmetro mede $8\ cm$.
Professor: Então quem desenhou a circunferência maior?
Grupo 2: A Helena porque a da Rute só tem $6\ cm$ de diâmetro e a da Helena tem $8\ cm$.

Quanto às atividades realizadas na resolução do Problema 2, a identificação dos dados do problema, continua a ser uma atividade pouca evidenciada por parte dos grupos. Os grupos obtiveram melhor desempenho na elaboração e concretização do plano do que no problema anterior, como também no momento de discussão de resultados (Tabela 5).

Tabela 5: Percentagem $(\%)$ do tipo de atividades realizadas pelos alunos na resolução do Problema 2 $(n = 6)$.

	Problema 2			
Atividades	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	16,7	0	0	83,3
Elaborar e concretizar um plano	100	0	0	0
Discutir o resultado	83,3	0	0	16,7

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde.

No estudo do tópico 'Círculo e circunferência', os alunos recorreram a algumas estratégias de resolução de problemas tais como a elaboração de um 'Desenho ou esquema', realização de 'Operações aritméticas' e ainda a utilização de 'Produção escrita'. A Tabela 6 evidencia o tipo de estratégias que os alunos recorreram nos problemas propostos, assim como as que mais e menos foram utilizadas para determinarem a solução dos problemas.

Tabela 6: Percentagem (%) do tipo de estratégias que os alunos recorreram na resolução de problemas no tópico círculo e circunferência ($n = 6$).

Problemas	Problema 1			Problema 2		
Tipo de estratégia	C	PC	I	C	PC	I
Desenho/esquema	50	0	16,7	83,3	0	0
Operações aritméticas	0	0	0	16,7	0	0
Produção escrita	0	16,7	16,6	0	0	0

Legenda: C: Correto; PC: Parcialmente correto; I: Incorreto.

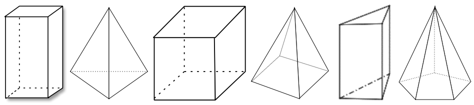
Em suma, tal como é evidenciado na Tabela 6, os alunos recorreram essencialmente a estratégias de representação visual, como é o caso do 'Desenho ou esquema'. Este facto indicia que os alunos gostam mais de recorrer a estratégias menos formais do que efetuar 'Operações aritméticas'. Contudo, embora os alunos possam preferir a utilização de estratégias informais, ao longo da escolaridade devem de utilizar com o auxílio do professor a métodos mais formais (Ministério da Educação e Ciência, 2013).

Relativamente às dificuldades sentidas nas atividades de resolução de problemas, a maior parte dos alunos revelam poucas fragilidades, uma vez que conseguiram realizar a maior parte das atividades. Identificar os dados por escrito foi a atividade que os alunos manifestaram fragilidades ou não a evidenciaram na resolução dos problemas. No que respeita, a nível do conhecimento matemático, de um modo geral, alguns alunos manifestaram dificuldades. Relativamente à distinção entre círculo e circunferência, 50% dos alunos apresentaram fragilidades em diferenciá-los. De forma a superar tais dificuldades foi necessário esclarecê-las na discussão dos resultados, sistematizando posteriormente os conteúdos aprendidos. Assim, torna-se essencial escutar os diferentes planos propostos pelos alunos por forma a que sintam que estão a contribuir para a discussão da resolução de um problema (Viseu et al., 2015). Deste modo, considera-se que este momento é importante na aquisição de aprendizagens, visto que não se trata apenas de comparar os planos dos alunos (Canavarro et al., 2012). Quanto à relação entre o raio e o diâmetro é evidenciado que os alunos não patentearam dificuldades nestas noções.

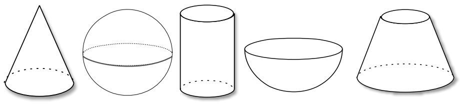
4.1.3. Prismas e pirâmides

O tópico 'Prismas e pirâmides' de Geometria e Medida foi abordado através de dois problemas. O primeiro problema teve o intuito de rever conteúdos de anos anteriores, nomeadamente a noção de poliedro e de não poliedro, essenciais para a resolução do problema seguinte que aborda o tópico 'Prismas e pirâmides' e a sua respetiva classificação.

Problema 1: O Rui e o Vasco foram ao museu dos sólidos e lá encontraram uma variedade de sólidos geométricos. Numa sala estavam os seguintes poliedros:



Numa noutra sala estavam os seguintes não poliedros:



Ao compararem os sólidos geométricos que observaram, o Rui e o Vasco não perceberam a razão de estarem em salas diferentes.

1. Quais as características dos sólidos que são poliedros e que não são poliedros?
2. Desenha dois sólidos distintos dos apresentados, que poderiam estar em cada uma das salas do museu.

Após a leitura do enunciado do problema foram colocadas algumas questões à turma de modo a entender se tinham compreendido o problema por forma a que posteriormente pudessem elaborar as suas estratégias de resolução.

Professor: Toda a gente conhece as palavras que estão no enunciado do problema?
Alunos: Sim.
Professor: O que é que o problema nos está a pedir? O que é que temos de fazer?
Aluno 4: Temos de dizer quais são as caraterísticas dos poliedros e dos não poliedros.
Professor: Exato. E porquê que os poliedros e os não poliedros estavam em salas diferentes?
Aluno 15: Por serem diferentes.
Professor: Sim possuem caraterísticas diferentes, mas que caraterísticas são essas? (foi mostrado de seguida alguns sólidos geométricos de forma a que os alunos visualizassem os respetivos sólidos, Figura 21).

Figura 21: Sólidos geométricos dispostos na sala de aula.

Professor: Por exemplo, estes sólidos que tenho aqui como se chamam?
Aluno 9: É o paralelepípedo e o outro é o cilindro.
Professor: E destes sólidos qual é o poliedro? E o não poliedro? Ou será que são ambos poliedros ou não poliedros?
Aluno 13: O paralelepípedo é poliedro e o cilindro é não poliedro.
Professor: E estes sólidos são semelhantes?
Aluno 16: Não.
Professor: Como podem ver os poliedros são diferentes dos não poliedros. Agora vocês vão pensar que caraterísticas possuem os poliedros e os não poliedros. E não se esqueçam de desenhar um poliedro e um não poliedro que não esteja presente nas salas do museu.

Na sequência da resolução do Problema 1, os alunos apresentaram as estratégias e os respetivos tipos de resposta que se evidenciam na Tabela 7.

Tabela 7: Percentagem (%) dos tipos de resposta na questão 1 do Problema 1 segundo a estratégia utilizada ($n = 20$).

Tipo de estratégia \ Tipo de resposta	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Não responde	Total
Produção escrita	15	20	5	0	40
Tabela/lista organizada	30	10	0	0	40
Redução a um problema mais simples	0	0	5	0	5
Total	45	30	10	15	100

Um número significativo de alunos (40%) recorreu à 'Produção escrita' para evidenciar o seu conhecimento acerca do tópico em estudo. Destes alunos, 15% indicaram corretamente as caraterísticas dos poliedros e não poliedros, tal como expressa a resposta do aluno A3 (Figura 22).

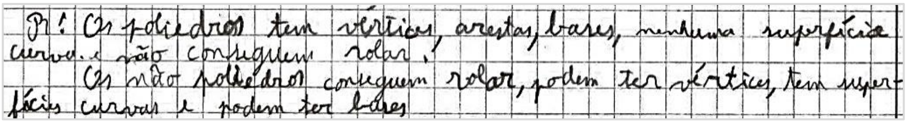

R: Os poliedros tem vértices, arestas, bases, nenhuma superfície curva e não conseguem rolar.
Os não poliedros conseguem rolar, podem ter vértices, tem superfícies curvas e podem ter bases

Figura 22: Resolução correta da questão 1 do Problema 1 com recurso à produção escrita pelo aluno A3.

Por sua vez, 20% dos alunos mencionaram respostas parcialmente corretas ao indicarem caraterísticas corretas dos sólidos e outras incorretas, como se constata na resposta do aluno A4 (Figura 23).

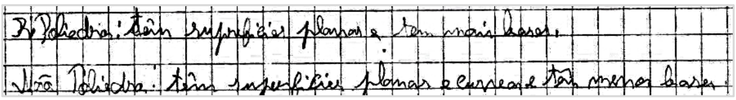

R: Poliedros: têm superfícies planas e tem mais bases.
Não Poliedros: têm superfícies planas e curvas e têm menos bases.

Figura 23: Resolução parcialmente correta da questão 1 do Problema 1 com recurso à produção escrita pelo aluno A4.

Já um aluno (5%) diferenciou incorretamente os poliedros dos não poliedros, uma vez que a definição destes sólidos não se baseia no número de arestas, como se verifica na resposta do aluno A12 (Figura 24).

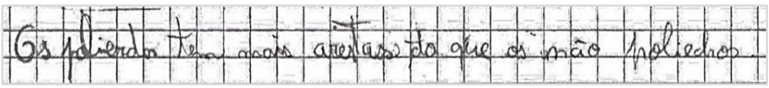

Os poliedros tem mais arestas do que os não poliedros.

Figura 24: Resolução incorreta da questão 1 do Problema 1 com recurso à produção escrita pelo aluno A12.

Uma outra estratégia utilizada, por 40% da turma, foi a construção de uma 'Tabela ou de uma lista organizada'. Da utilização desta estratégia, 30% dos alunos deram a conhecer que sabem distinguir os poliedros dos não poliedros, como dá se evidencia na resposta do aluno A19 (Figura 25).

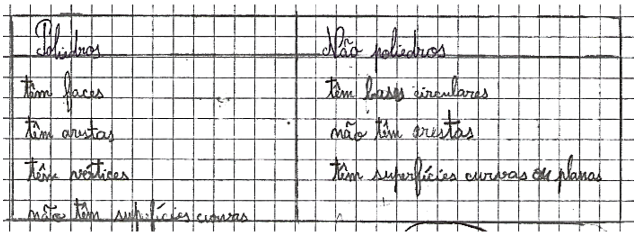


Figura 25: Resolução correta da questão 1 do Problema 1 com recurso a uma tabela ou lista organizada pelo aluno A19.

Os restantes alunos (10%) que recorreram a uma 'Tabela ou lista organizada' apresentaram algumas fragilidades neste tópico, uma vez que não possuíam um conhecimento 'sólido' se os não poliedros apresentavam ou não vértices e tinham a ideia que as faces dos poliedros eram sempre quadrangulares, como se verifica na resposta do aluno A7 (Figura 26).

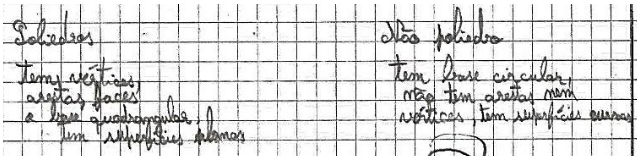


Figura 26: Resolução parcialmente correta da questão 1 do Problema 1 com recurso a uma tabela ou lista organizada pelo aluno A7.

A estratégia menos utilizada, 'Redução a um problema mais simples', por um aluno da turma (5%), não funcionou da melhor forma, uma vez que o aluno A18 utilizou apenas um dos poliedros (paralelepípedo) e um dos não poliedros (cilindro) para os caraterizar de forma genérica (Figura 27).

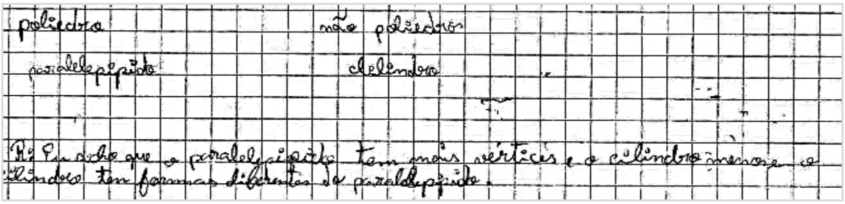


Figura 27: Resolução incorreta da questão 1 do Problema 1 com recurso a uma redução a um problema mais simples pelo aluno A18.

Em relação aos poliedros e não poliedros que os alunos tinham de desenhar na questão 2, é verificável, através da Tabela 8, que a maior parte da turma, 55%, não respondeu ao que era pedido.

Tabela 8: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta na questão 2 do Problema 1 segundo a estratégia utilizada $(n = 20)$.

Tipo de resposta / Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Não responde	Total
Desenho/esquema	0	0	45	55	100

Entre os alunos que desenharam o que lhes era solicitado, nenhum conseguiu apresentar um poliedro ou não poliedro distinto dos apresentados na figura do Problema 1, como evidenciam os desenhos realizados pelos alunos A11, A13 e A14 (Figura 28).

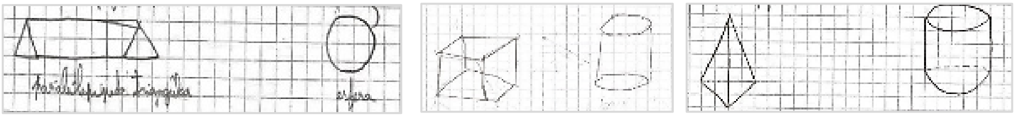


Figura 28: Representações de poliedros e de não poliedros pelos alunos A11, A13 e A14.

Este facto indicia dever-se por os alunos não terem ainda um conhecimento aprofundado dos sólidos geométricos, tal como é evidenciado no seguinte diálogo:

Professor: Conseguiram desenhar outros poliedros e não poliedros para além dos que estão em cada uma das salas do museu? Que sólidos representaram?
Aluno 5: Eu não consegui.
Aluno 13: O cilindro e o cubo.
Aluno 18: Pirâmide.
Professor: Esses sólidos estão representados na figura?
Aluno 14: Era difícil, estavam todos lá.
Professor: Será que estavam todos lá? Este sólido (prisma pentagonal) estava lá?
Aluno 13: Ah! não.

Relativamente às atividades realizadas pelos alunos no Problema 1, em ambas as questões não identificaram os dados do problema. Este facto deve-se por o enunciado do problema não possuir dados numéricos, o que levou os alunos a não transcreverem os dados para a sua folha de resposta. Na elaboração e concretização de um plano, na questão 1, grande parte dos alunos (85%) a realiza independentemente do seu desempenho, enquanto que na questão 2 apenas quase metade (45%) da turma elaborou e concretizou-a. Quanto ao momento de discussão é de notar que quase metade da turma (45%) participou (Tabela 9).

Tabela 9: Percentagem $(\%)$ do tipo de atividades realizadas pelos alunos no Problema 1 $(n = 20)$.

	Problema 1							
	Questão 1				Questão 2			
Atividades	A	PA	IA	NR	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	0	0	0	100	0	0	0	100
Elaborar e concretizar um plano	45	30	10	15	0	0	45	55
Discutir o resultado	30	10	5	55	0	10	15	75

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde

Após a realização do Problema 1 foi solicitado aos alunos a leitura do Problema 2. Este problema tinha como objetivo que os alunos reconhecessem os tipos de poliedros (prismas e pirâmides) e posteriormente classificassem cada um deles de acordo com o polígono da base.

Problema 2: Ao analisarem os sólidos que se denominam poliedros, o Rui e o Vasco aperceberam-se de características que distinguem esses sólidos em dois grupos.
1. Que caraterísticas são essas?
2. Em cada um desses grupos de sólidos como os podes classificar?

Seguidamente, de forma a auxiliar os alunos na compreensão do enunciado do problema foi realizada uma atividade em que alguns deles tinham de agrupar os sólidos geométricos apresentados.

Professor: (Chamei um dos alunos à frente da sala onde tinha uma mesa com vários sólidos geométricos) Perante os sólidos que temos na mesa como é que podes agrupar estes sólidos em dois grupos? (Após um momento...)

Figura 29: Classificação dos sólidos geométricos em poliedros e não poliedros.

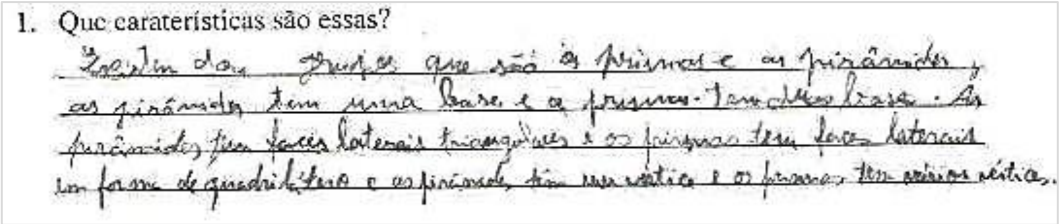
Aluno 18: Eu formei dois grupos, o grupo dos poliedros e o grupo dos não poliedros (Figura 40).
Professor: Muito bem. E se agora retirarmos os não poliedros? Como é que podemos agrupar os poliedros em dois grupos? Os sólidos vão ficar aqui, podem olhar para eles, pensar e indicar na vossa folha de respostas as caraterísticas de cada um dos grupos formados. Quanto à questão 2 o que acham que têm de fazer?
Aluno 4: Temos de dizer o nome de cada um dos grupos de sólidos.
Professor: É um primeiro passo. Reparem que os poliedros não são todos iguais e há sempre uma diferença entre eles.
Aluno 13: Vamos ter de dizer o nome de cada um desses sólidos?
Professor: É um possível caminho.

Após o esclarecimento do enunciado do problema, os alunos resolveram-no e apresentaram as estratégias que delinearam (Tabela 10).

Tabela 10: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta na questão 1 do Problema 2 segundo a estratégia utilizada $(n = 20)$

Tipo de resposta / Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Não responde	Total
Produção escrita	45	0	20	0	65
Tabela/lista organizada	20	0	5	0	25
Total	65	0	25	10	100

Perante a análise da Tabela 10, 65% dos alunos recorreram à 'Produção escrita'. Dos alunos que recorrem a esta estratégia, 45% manifestaram conhecer as caraterísticas dos prismas e das pirâmides, como ilustra a resposta do aluno A15 (Figura 30).

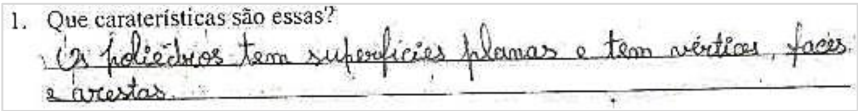


1. Que caraterísticas são essas?

Existem dois grupos que são os prismas e as pirâmides, as pirâmides têm uma base e os prismas têm duas bases. As pirâmides têm faces laterais triangulares e os prismas têm faces laterais em forma de quadrilátero e as pirâmides têm um vértice e os prismas têm vários vértices.

Figura 30: Resolução correta da questão 1 do Problema 2 com recurso à produção escrita pelo aluno A15.

Porém, 20% dos alunos indiciaram não conhecer as caraterísticas que permitem distinguir os poliedros em prismas e pirâmides. Exemplo disso é a resposta do aluno A20, que apresentou caraterísticas dos poliedros na sua generalidade (Figura 31).

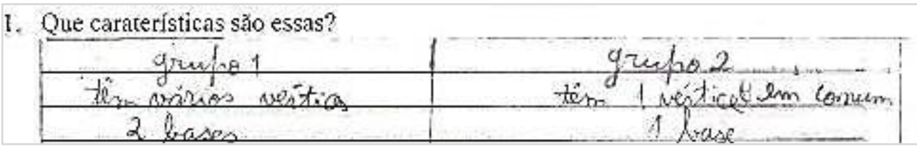


1. Que caraterísticas são essas?

Os poliedros tem superfícies planas e tem vértices, faces e arestas.

Figura 31: Resolução incorreta da questão 1 do Problema 2 com recurso à produção escrita pelo aluno A20.

Para além da ‘Produção escrita’, 25% dos alunos recorreram a uma ‘Tabela ou lista organizada’ para apresentarem o seu raciocínio. Em prol desta estratégia, 20% dos alunos apresentaram corretamente as caraterísticas que distinguem os dois grupos de sólidos em análise, mencionando uma resposta similar à do aluno A6 (Figura 32).



1. Que caraterísticas são essas?

grupo 1	grupo 2
têm vários vértices	têm 1 vértice em comum
2 bases	1 base

Figura 32: Resolução correta da questão 1 do Problema 2 com recurso a uma tabela ou lista organizada pelo aluno A6.

Por outro lado, um aluno (5%) respondeu incorretamente a esta questão, visto que em vez de apresentar as caraterísticas dos prismas e das pirâmides, evidenciou as dos poliedros e não poliedros, como mostra a resposta do aluno A8 (Figura 33). A falta de atenção perante a leitura do enunciado do problema, favoreceu a incorreção desta resposta, uma vez que foi explicado que os não poliedros não pertenciam a estes dois grupos.

1. Que caraterísticas são essas?

Poliedros	Não poliedros
superfícies planas	superfícies curvas e planas
não rolam	rolam
Têm arestas, faces e vértices	Não têm arestas

Figura 33: Resolução incorreta da questão 1 do Problema 2 com recurso a uma tabela ou lista organizada pelo aluno A8.

Perante as dificuldades manifestadas foi necessário no momento da discussão esclarecê-las de modo a que estes compreendessem quais são os tipos de poliedros que existem e quais as caraterísticas que os distinguem.

Professor:	(Primeiramente solicitei a um aluno que viesse à frente da sala onde se encontrava uma mesa com os vários poliedros.) Que diferenças encontras nestes sólidos? Será que são todos iguais?
Aluno 19:	Uns acabam num vértice e outros não.
Professor:	Concordam com o vosso colega?
Alunos:	Sim.
Professor:	Experimenta separar os sólidos. (Após um momento...)

Figura 34: Classificação dos poliedros em prismas e pirâmides.

Professor:	Como se chama cada um dos grupos dos sólidos (Figura 34)?
Aluno 19:	Os que acabam com um vértice são as pirâmides e os outros são o cubo, paralelepípedo e outros.
Professor:	Os sólidos que têm um vértice em comum com as arestas laterias são as pirâmides, mas alguém sabe como se chamam o outro grupo de sólidos?
Aluno 15:	São os prismas.
Professor:	Que caraterísticas têm os prismas?
Aluno 13:	Têm duas bases.
Professor:	E que mais caraterísticas têm? Como é que são as faces laterais?
Aluno 2:	Triangulares.
Aluno 5:	A superfície é plana.
Professor:	As faces laterais têm superfície plana e que forma possuem?
Aluno 4:	As faces laterais são quadriláteros.
Professor:	Então os prismas possuem duas bases e as suas faces são quadriláteros. E agora nas pirâmides que caraterísticas encontramos?
Aluno 16:	Têm uma base.
Professor:	E as faces laterais como são?
Aluno 9:	São triangulares.
Professor:	As suas faces laterais são triangulares. Mais uma caraterística?
Aluno 13:	Tem um vértice em cima.
Professor:	As pirâmides têm como caraterísticas uma base, possuem um vértice em comum como as arestas laterais da pirâmide e as suas faces laterais são triangulares.

Em relação à questão 2, são apresentadas na Tabela 11 as estratégias elaboradas pelos alunos, bem como as soluções que os alunos obtiveram.

Tabela 11: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta na questão 2 do Problema 2 segundo a estratégia utilizada $(n = 20)$.

Tipo de resposta / Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Não responde	Total
Produção escrita	10	40	15	0	65
Tabela/lista organizada	20	0	0	0	20
Total	30	40	15	15	100

Para resolverem a questão 2 do problema 2, os alunos na sua maioria (65%) recorreram de novo à 'Produção de uma resposta por escrito'. Desses alunos, apenas 10% identificaram corretamente os diferentes tipos de prismas e pirâmides, em atenção ao polígono da base, como revela a resposta do aluno A16 (Figura 35).

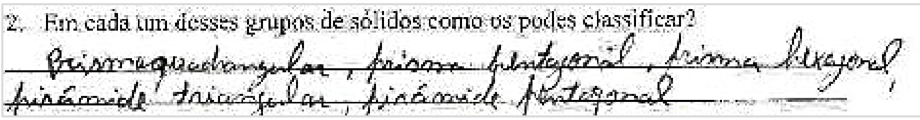

2. Em cada um desses grupos de sólidos como os podes classificar?
Prisma quadrangular, prisma pentagonal, prisma hexagonal, pirâmide triangular, pirâmide pentagonal

Figura 35: Resolução correta da questão 2 do Problema 2 com recurso à produção escrita pelo aluno A16.

40% dos alunos apenas identificaram os poliedros em prismas e pirâmides ou apenas num deles, sendo que não os classificaram de acordo com o polígono da sua base, como se observa na resposta do aluno A2 (Figura 36).

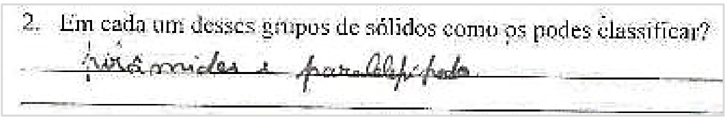

2. Em cada um desses grupos de sólidos como os podes classificar?
pirâmides e paralelipípedo

Figura 36: Resolução parcialmente correta da questão 2 do Problema 2 com recurso à produção escrita pelo aluno A2.

Os restantes alunos (15%) não classificaram corretamente nenhum dos grupos de poliedros, nem cada um dos tipos de prismas e pirâmides, como ilustra a resposta do aluno A1 (Figura 37).

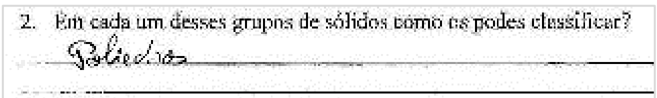

2. Em cada um desses grupos de sólidos como os podes classificar?
Poliedros

Figura 48: Resolução incorreta da questão 2 do Problema 2 com recurso à produção escrita pelo aluno A1.

Entre os alunos que utilizaram uma 'Tabela ou lista organizada' (20%), todos eles apresentaram uma resposta correta ao classificarem cada um dos prismas e pirâmides, como exemplifica a resposta do aluno A14 (Figura 38).

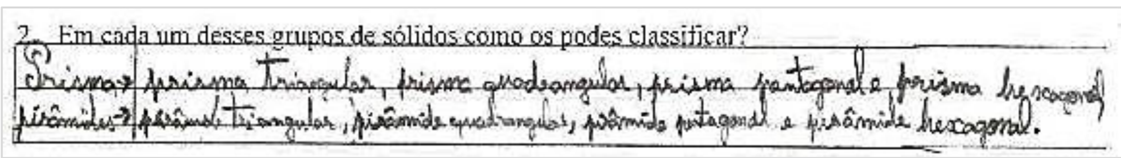

2. Em cada um desses grupos de sólidos como os podes classificar?
Prismas→ prisma triangular, prisma quadrangular, prisma pentagonal e prisma hexagonal
pirâmides→ pirâmide triangular, pirâmide quadrangular, pirâmide pentagonal e pirâmide hexagonal.

Figura 38: Resolução correta da questão 2 do Problema 2 com recurso a uma tabela ou lista organizada pelo aluno A14.

No momento de discussão dos resultados e a partir da utilização dos sólidos geométricos debateu-se como podíamos classificar os prismas e as pirâmides.

Professor: Como é que podemos classificar os diferentes tipos de prismas e de pirâmides?
Aluno 13: Através da base.
Professor: E que informação nos dá a base? Por exemplo, se eu pegar neste sólido (prisma pentagonal) quantos lados têm as bases?
Aluno 15: Cinco lados.
Professor: E um polígono de cinco lados é um...
Aluno 19: Pentágono.
Professor: Então como é que vamos chamar a este prisma?
Aluno 11: Prisma pentagonal.
Professor: É o prisma pentagonal, ou seja, é através do número de lados da base que podemos classificar os prismas. E será que é só os prismas que podem ser classificados dessa forma?
Aluno 11: Não, a pirâmides também podem.
Professor: Então para classificarmos prismas e pirâmides temos de ter em atenção ao polígono da sua base.

Quanto às atividades delineadas pelos alunos no Problema 2 é de notar que em ambas as questões não identificaram os dados do problema, tal como no Problema 1. Na elaboração e concretização do plano, entre 85% e 90% da turma em ambas as questões, manifestou empenho, independentemente da sua prestação. Na discussão e sistematização das aprendizagens verifica-se que houve alguma adesão por este momento, sendo que dos alunos que participaram manifestaram na sua grande parte um bom desempenho. (Tabela 12).

Tabela 12: Percentagem $(\%)$ do tipo de atividades realizadas pelos alunos no Problema 2 ($n = 20$).

	Problema 2							
	Questão 1				Questão 2			
Atividades	A	PA	IA	NR	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	0	0	0	100	0	0	0	100
Elaborar e concretizar um plano	65	0	25	10	30	40	15	15
Discutir o resultado	25	10	5	60	15	5	0	80

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde.

No estudo do tópico 'Prismas e pirâmides', os alunos para determinarem a solução dos problemas utilizaram diversas estratégias. A Tabela 13 mostra o tipo de estratégias que os alunos recorreram nos dois problemas da aula.

Tabela 13: Percentagem (%) do tipo de estratégias que os alunos recorreram na resolução de problemas no tópico prismas e pirâmides ($n = 20$).

Problemas	Problema 1						Problema 2					
	Questão 1			Questão 2			Questão 1			Questão 2		
Tipo de estratégia	C	PC	I	C	PC	I	C	PC	I	C	PC	I
Desenho/esquema	0	0	0	0	0	45	0	0	0	0	0	0
Produção escrita	15	20	5	0	0	0	45	0	20	10	40	15
Tabela ou lista organizada	30	10	0	0	0	0	20	0	5	20	0	0
Redução a um problema mais simples	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Legenda: C: Correto; PC: Parcialmente correto; I: Incorreto.

Em síntese, a maior parte dos alunos recorreu à 'Produção escrita', seguindo-se também a utilização de 'Tabelas ou listas organizadas', 'Desenhos ou esquemas' e 'Redução a problema mais simples'. Em relação às dificuldades sentidas na resolução de problemas, nomeadamente no que respeita às atividades de resolução de problemas, os alunos não apresentaram grandes fragilidades em concretizá-las à exceção da identificação dos dados dos problemas, que continua a ser a atividade que os alunos menos concretizam. A nível dos conteúdos, no Problema 1 foram evidenciadas fragilidades, por 55% dos alunos, em distinguir os poliedros dos não poliedros, e ainda em descobrir outros sólidos que fossem distintos dos apresentados. Já no Problema 2 foram patenteadas dificuldades, em 35% dos alunos, na identificação de caraterísticas que distinguem os prismas e as pirâmides, sendo que em vez disso caraterizaram os poliedros e os não poliedros o que revela dificuldade na compreensão do enunciado do problema. Por último, é também identificável neste problema fragilidades, por 70% dos alunos, em classificar os prismas e as pirâmides, atendendo ao polígono da sua base.

4.1.4. Área e perímetro de retângulos

Na quarta e última intervenção foi abordado, a partir da exploração de dois problemas, o tópico 'Área e perímetro de retângulos' com o objetivo de rever estes tópicos já lecionados em anos anteriores. Assim, primeiramente foi solicitado a leitura individual do Problema 1.

> **Problema 1:** A Alice e a Catarina mediram as suas salas de jantar. A sala da Alice era quadrada e tinha $16\ m^2$ de área. A sala da Catarina era retangular e tinha 50 dm de comprimento e $3\ m$ de largura.
> 1) Qual será em m^2 a área e o perímetro de cada sala?
> 2) Numa das salas havia uma mesa com dimensões de $1{,}5\ m$ por $1{,}2\ m$. A toalha cai para cada um dos lados $25\ cm$. Quantos metros de renda serão necessários para colocar à volta da toalha?

Após a leitura do problema, foram colocadas algumas questões por forma a verificar se os alunos apresentavam dúvidas na compreensão do enunciado do problema.

Professor: Vamos prestar atenção aos dados que temos neste problema. Vamos por partes. Que área tem a sala da Alice?

Aluno 4:	$16\ m^2$.
Professor:	E que forma tem a sala da Alice?
Aluno 6:	Quadrada.
Professor:	E a sala da Catarina que forma é que tem? E que medidas?
Aluno 16:	É retangular e tem $50\ dm$ de comprimento e $3\ m$ de largura.
Professor:	E o que é que a questão 1 do problema nos diz?
Aluno 11:	Que temos de saber a área e o perímetro de cada sala.
Professor:	E conhecemos já alguma das áreas ou perímetro da sala?
Aluno 13:	A área da sala da Alice.
Professor:	Então vocês apenas precisam de saber o quê?
Aluno 13:	O perímetro das duas salas e a área da sala da Catarina.
Professor:	Correto. Não se esqueçam de reparar também nas unidades de medida de comprimento. Observem se têm todas a mesma unidade de medida.

Tal como em problemas anteriores, os alunos apresentaram diferentes níveis de desempenho e estratégias de resolução, o que se pode evidenciar na Tabela 14.

Tabela 14: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta na questão 1 do Problema 1 segundo a estratégia utilizada $(n = 20)$.

Tipo de resposta / Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Total
Desenho/esquema e operações aritméticas	40	15	15	70
Operações aritméticas	5	0	25	30
Total	45	15	40	100

Os alunos recorreram essencialmente a 'Operações aritméticas' para resolver esta questão do Problema 1. Contudo, 70% dos alunos utilizaram esta estratégia com a presença de 'Desenhos e esquemas'. Perante a utilização de duas estratégias em simulamento, 40% dos alunos determinaram corretamente a área e o perímetro de cada sala, como exemplifica a resposta do aluno A19 (Figura 39).

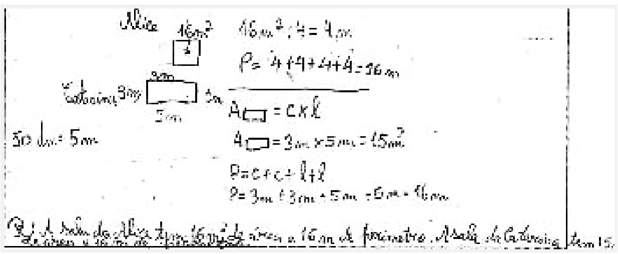


Figura 39: Resolução correta da questão 1 do Problema 1 com recurso a desenhos e esquemas e a operações aritméticas pelo aluno A19.

Já 15% dos alunos expressaram dificuldades em calcular a área da sala da Catarina ou em determinar o perímetro de uma das salas, manifestando uma resposta parcialmente correta como a do aluno A3 (Figura 40).

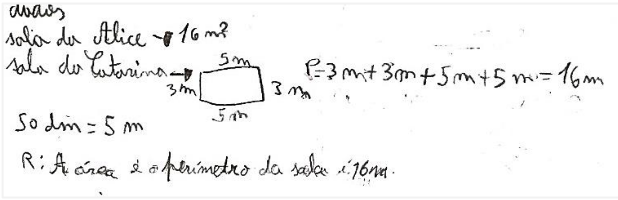


Figura 40: Resolução parcialmente correta da questão 1 do Problema 1 com recurso a desenhos ou esquemas e operações aritméticas pelo aluno A3.

Numa mesma percentagem, houve alunos que apresentaram fragilidades em determinar a área da Sala da Catarina e o perímetro de ambas as salas, uma vez que 'confundiram' os conceitos de área e o perímetro, como se observa na resposta do aluno A10 (Figura 41).

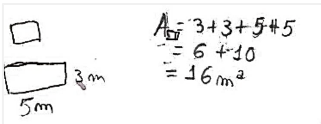


Figura 41: Resolução incorreta da questão 1 do Problema 1 com recurso a desenhos ou esquemas e a operações aritméticas pelo aluno A10.

Quanto aos 30% dos alunos que apenas utilizaram 'Operações aritméticas', um aluno, A15 (5%) apresentou um resultado fidedigno, visto que apresentou claramente as noções de perímetro e área. Por outro lado, 25% indicaram uma resposta incorreta, uma vez que não sabiam como calcular a área e o perímetro de ambas as salas, como exemplifica respetivamente a resposta do aluno A18 (Figura 42).

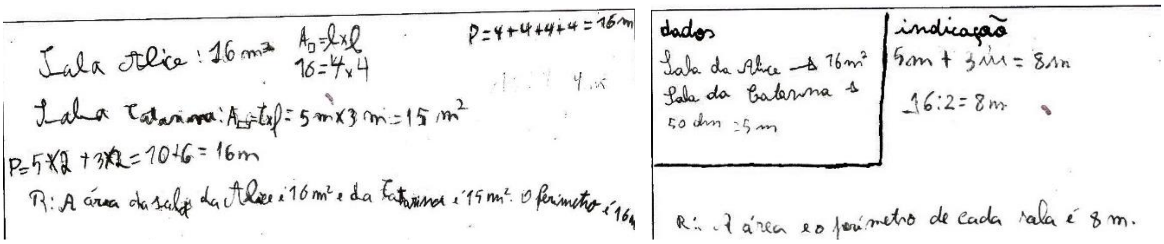


Figura 42: Resolução correta e incorreta da questão 1 do Problema 1 com recurso a operações aritméticas pelos alunos A15 e A18.

Para que os alunos pudessem ultrapassar as suas dificuldades foi realizado um momento de discussão e sistematização das aprendizagens.

Professor: Qual é a primeira coisa que temos de fazer?
Aluno 13: Temos de transformar os $50\ dm$ em metros.
Professor: Ou seja, colocar na mesma unidade de medida de comprimento. E $50\ dm$ é o mesmo que ter quantos metros?
Aluno 18: $5\ m$.
Professor: Agora que já sabemos a medida de comprimento da sala da Catarina, o que podemos fazer?
Aluno 5: Fazer a área da sala da Catarina.
Professor: Sim e como é que se pode determinar a área da sala da Catarina?

Aluno 5: Duas vezes comprimento.
Professor: Que forma tem a sala da Catarina?
Aluno 5: Retangular.
Professor: Qual é a fórmula da área do retângulo?
Aluno 13: Comprimento vezes largura.
Professor: Então quanto é que mede a área da sala da Catarina?
Aluno 13: $5\ m\ x\ 3m = 15\ m.$
Professor: Só metros! Quando falamos em área fica em? (...) vamos olhar para o problema e vejam como está a área da sala da Alice.
Aluno 9: Metros quadrados.
Professor: Então a sala da Catarina tem $15\ m^2$. Agora já conhecemos as áreas de ambas as salas. O que falta então saber?
Aluno 11: O perímetro.
Professor: Como é que se determina o perímetro?
Aluno 16: Temos de somar os lados.
Professor: Então como é que ficará o perímetro da sala da Catarina.
Aluno 3: Fica $5\ m + 5\ m + 3\ m + 3\ m = 16\ m.$
Professor: São $16\ m$ de perímetro. Alguém fez o perímetro de outra forma?
Aluno 5: Fiz $5\ m \times 2\ +\ 3\ m \times 2 = 10\ m + 6\ m = 16\ m.$
Professor: Também podíamos multiplicar por 2 o comprimento e a largura. Agora falta saber o perímetro da sala da Alice. Como é que podemos saber o perímetro da sala da Alice?
Aluno 13: Temos de descobrir os lados da sala da Alice que é um quadrado.
Professor: E o quadrado tem os lados...?
Alunos: Iguais.
Professor: E a área da sala da Alice mede quanto?
Aluno 11: $16\ m^2$.
Professor: E como é que se determina a área de um quadrado?
Aluno 16: Lado vezes o lado.
Professor: Exatamente. Então vocês sabem a área e querem saber o comprimento dos lados da sala da Alice. Como fizeram?
Aluno 13: É 4 porque tivemos de achar dois números iguais que ao multiplicarem desse 16 e neste caso é o 4.
Professor: E quanto mede o perímetro da sala da Alice?
Aluno 13: $4\ m + 4\ m + 4\ m + 4\ m = 16\ m.$
Professor: São $16\ m$. Os perímetros e as áreas das duas salas são iguais ou diferentes?
Aluno 11: O perímetro é igual e as áreas são diferentes.
Professor: E Será que dois polígonos com o mesmo perímetro possuem a mesma área?
Alunos: Não.
Alunos: Quase.
Professor: Como vocês puderam ver as duas salas têm o mesmo perímetro, mas têm áreas diferentes. Logo dois polígonos podem ter o mesmo perímetro e as áreas serem distintas.

Uma vez debatido os conceitos de área e perímetro, foi solicitado aos alunos que começassem a ler a questão 2 do problema. Seguidamente, foi realizado um pequeno diálogo por forma a que os alunos compreendessem o que era solicitado nesta questão.

Professor: Quais são as dimensões da mesa?

Aluno 14: $1{,}5\ m$ de comprimento e $1{,}2\ m$ de largura.

Professor: Mas para além da mesa, nós temos uma toalha. Quantos metros cai para cada um dos lados?

Aluno 13: $25\ cm.$

Professor: As medidas da mesa e da toalha têm a mesma unidade de medida de comprimento?

Aluno 16: Não, temos de converter para metros.

Professor: E o que é pedido no problema?

Aluno 5: Para descobrimos quantos metros de renda será necessário colocar à volta da toalha.

Professor: Mas para saberem quantos metros de renda é necessário colocar à volta da toalha vão ter de descobrir o quê? Lembrem-se à volta da toalha, o contorno da toalha.

Aluno 13: O perímetro da toalha.

Relativamente à questão 2 do problema, os alunos apresentaram a utilização de duas estratégias em simultâneo, assim como diversos níveis de desempenho, como se observa na Tabela 15.

Tabela 15: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta na questão 2 do Problema 1 segundo a estratégia utilizada $(n = 20)$.

Tipo de resposta / Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Não responde	Total
Desenho/esquema e operações aritméticas	30	10	45	0	85
Total	30	10	45	15	100

Na resolução da questão 2 do Problema 1 existiram alunos, na sua maioria (85%), que utilizaram duas estratégias em simultâneo (Desenhos ou esquemas e Operações aritméticas). Por outro lado, 15% dos alunos não apresentaram qualquer tipo de estratégia. Da utilização destas estratégias, 30% dos alunos conseguiram calcular corretamente quantos metros de renda seriam necessários colocar na toalha. Para isso determinaram a medida do comprimento e da largura da toalha e seguidamente calcularam o seu perímetro, tal como ilustra a resposta do aluno A7 (Figura 43).

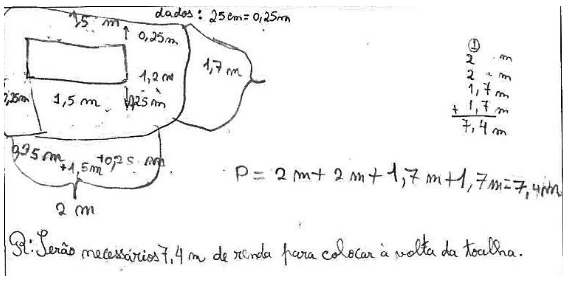


Figura 43: Resolução correta da questão 2 do Problema 1 com recurso a desenhos ou esquemas e a operações aritméticas pelo aluno A7.

Já 10% dos alunos apresentaram uma resposta parcialmente correta, uma vez que não evidenciaram corretamente todas as medidas de cada lado da toalha, o que comprometeu a determinação do perímetro da toalha, como exemplifica a resposta do aluno A11 (Figura 44).

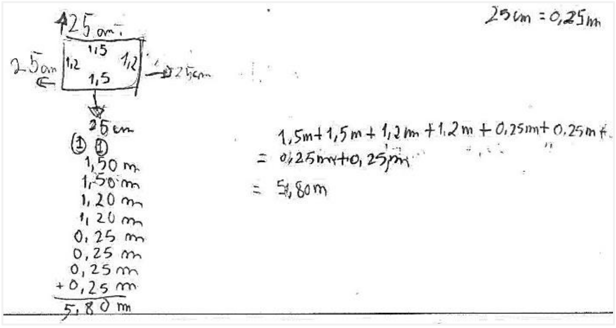


Figura 44: Resolução parcialmente correta da questão 2 do Problema 1com recurso a desenhos ou esquemas e a operações aritméticas pelo aluno A11.

Os restantes alunos (45%) manifestaram dificuldades nesta questão, uma vez que não precisaram a medida de cada lado da toalha, levando por vezes à indicação do perímetro da mesa em vez de determinarem o perímetro da toalha, tal como é apresentado na resposta do aluno A6 (Figura 45).

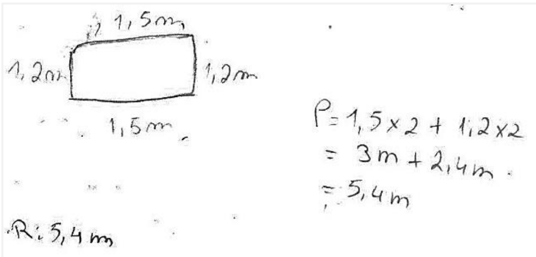


Figura 45: Resolução incorreta da questão 2 do Problema 1 com recurso a desenhos ou esquemas e a operações aritméticas pelo aluno A6.

Seguidamente à resolução do problema foram discutidas com a turma as estratégias que desenvolveram de modo a clarificar as suas fragilidades.

Professor: O que fizeram em primeiro lugar?
Aluno 11: Passar os $25\ cm$ em metros.
Professor: E deu quantos metros?
Aluno 19: $0{,}25\ m$.
Professor: E como é que podemos descobrir quantos metros de renda é necessário colocar à volta da toalha? Como o fizeram?
Aluno 5: Temos de calcular o perímetro da toalha.
Professor: E como o fizeram isso? Alguém quer vir ao quadro explicar como fez? (O aluno 19 veio ao quadro e explicou como resolveu o problema.)
Aluno 19: Eu desenhei a mesa e a toalha, depois sabemos que para cada lado a toalha tem mais $0{,}25\ m$ do que a mesa então temos de fazer $0{,}25\ m + 0{,}25\ m + 0{,}25\ m + 0{,}25\ m + 1{,}2\ m + 1{,}5\ m + 1{,}2\ m + 1{,}5\ m = 6{,}4\ m$.
Professor: Estou a perceber o teu raciocínio, mas repara quanto é que mede o comprimento da toalha?
Aluno 19: O comprimento é $0{,}25\ m$+$1{,}5\ m$.
Professor: Será? Concordam com o vosso colega?
Alunos: Sim.
Alunos: Não.

Aluno 13: Não é assim professor.
Professor: Como é que fizeste?
Aluno 13: Temos $1{,}5\ m$ que já vem da mesa. A mesa está no meio da toalha, então temos tanto lado esquerdo como o direito. Então o comprimento da toalha é $0{,}25\ m$ que vem da esquerda mais $1{,}5\ m$ da mesa mais $0{,}25\ m$ da direita que dá $2\ m.$
Professor: E a largura quanto mede?
Aluno 13: Então é $0{,}25\ m$ que vem da parte de baixo mais $1{,}2\ m$ da mesa mais $0{,}25\ m$ que vem da parte de cima que dá $1{,}7m$ de largura.
Professor: Muito bem. Então quanto é que mede o perímetro da toalha?
Aluno 13: $2\ m + 2\ m + 1{,}7\ m + 1{,}7\ m = 7{,}4\ m.$
Professor: E $7{,}4\ m$ representa o quê?
Aluno 16: Os metros de renda necessários para colocar à volta da toalha.
Professor: Então foram necessários $7{,}4\ m$ de renda para colocar à volta da toalha.

Ao nível das atividades verifica-se que os alunos conseguiram mais facilmente identificar os dados do problema do que em relação aos problemas anteriores, uma vez que este problema continha mais dados numéricos. De um modo geral, os alunos realizaram todas as atividades. Porém no momento de discussão de resultados existiu menos adesão por parte dos alunos. Dos alunos que participaram na discussão, a maioria obteve um bom desempenho, como se pode observar na Tabela 16.

Tabela 16: Percentagem ($\%$) do tipo de atividades realizadas pelos alunos no Problema 1 ($n = 20$).

	Problema 1							
	Questão 1				Questão 2			
Atividades	A	PA	IA	NR	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	75	15	5	5	15	25	0	60
Elaborar e concretizar um plano	45	15	40	0	30	10	45	15
Discutir o resultado	25	10	0	65	20	5	0	75

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde.

Posteriormente, à resolução do Problema 1, os alunos começaram por ler o enunciado do Problema 2.

Problema 2: Dois engenheiros construíram uma piscina num terreno relvado, retangular, com $6\ m$ de comprimento e $0{,}5\ dam$ de largura. A piscina ocupou $0{,}2$ da área do terreno. Como a piscina tem $3\ m$ de comprimento, qual é o seu perímetro?

Após a leitura do enunciado do problema, foi necessário abordar a turma com algumas questões de forma a clarificar o enunciado do problema.

Professor: Dois engenheiros construíram uma piscina onde?
Aluno 15: Num terreno retangular.
Professor: Quais são as medidas desse terreno retangular?
Aluno 14: $6\ m$ de comprimento e $0{,}5\ dam$ de largura.
Professor: Sim, e que parte desse terreno a piscina ocupou?

Aluno 11: $0{,}2$ do terreno.
Professor: A piscina ocupou $0{,}2$ do terreno. Que é o mesmo que dizer o quê se estivermos a falar em percentagens?
Aluno 19: 20%.
Professor: A piscina ocupa 20% do terreno. E quanto mede o comprimento da piscina?
Aluno 18: $6\ m$.
Professor: $6\ m$ é em relação ao terreno. E à piscina?
Aluno 5: $3\ m$ de comprimento.
Professor: A piscina tem $3\ m$ de comprimento. E de largura?
Aluno 13: Não sabemos.
Professor: É isso que vocês têm de descobrir, a largura da piscina. E têm de saber a largura da piscina para quê? O que o problema nos pede?
Aluno 15: Para descobrirmos o perímetro da piscina.

Tal como no problema anterior, a maior parte dos alunos tem vindo a realizar duas estratégias em simultâneo, como se pode verificar na Tabela 17.

Tabela 17: Percentagem ($\%$) dos tipos de resposta do Problema 2 segundo a estratégia utilizada ($n = 20$).

Tipo de resposta / Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Não responde	Total
Desenho/esquema e operações aritméticas	15	30	15	0	60
Operações aritméticas	0	10	20	0	30
Total	15	40	35	10	100

Neste problema, 60% dos alunos recorreram ao uso de 'Desenhos ou esquemas' e a 'Operações aritméticas'. Da utilização destas estratégias, 15% dos alunos estabeleceram corretamente o perímetro da piscina. Para tal, primeiramente determinaram a área do terreno, seguindo-se da área da piscina a partir da percentagem da área do terreno. Ao conhecerem a área da piscina e a medida do comprimento descobriram a largura. Após conhecerem a medida de todos os lados da piscina calcularam o perímetro, como mostra a resolução do aluno A19 (Figura 46).

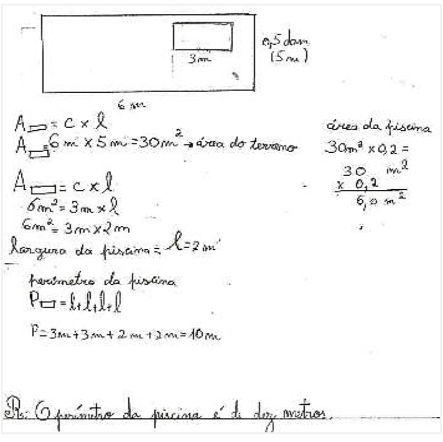


Figura 46: Resolução correta do Problema 2 com recurso a desenhos ou esquemas e a operações aritméticas pelo aluno A19.

Por outro lado, 30% dos alunos, apesar de não terem conseguido determinar o perímetro da piscina, conseguiram resolver pelo menos a área total do terreno, o que torna a sua resolução parcialmente correta, como ilustra a resposta do aluno A2 (Figura 47).

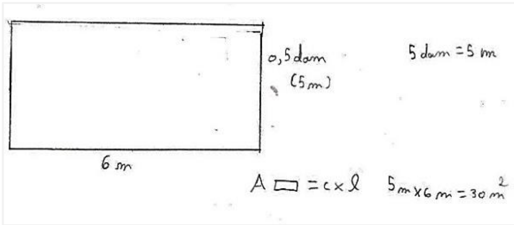


Figura 47: Resolução parcialmente correta do Problema 2 com recurso a desenhos ou esquemas e a operações aritméticas e cálculos pelo aluno A2.

Os restantes alunos (15%) apresentaram uma resposta incorreta, uma vez que 'tentaram' determinaram o perímetro da piscina sem antes realizar a área do terreno retangular como explicita a resposta do aluno A8 (Figura 48).

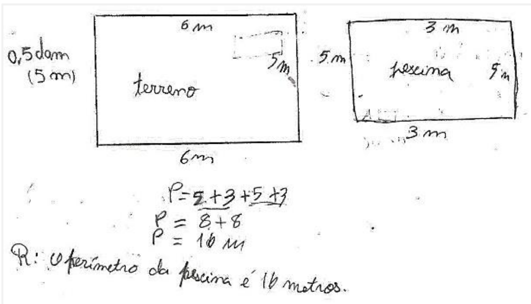


Figura 48: Resolução incorreta do Problema 2 com recurso a desenhos ou esquemas e a operações aritméticas pelo aluno A8.

Quanto aos alunos que apenas recorreram exclusivamente a 'Operações aritméticas' nenhum determinou corretamente a resolução do problema, visto que 10% apresentaram uma resposta parcialmente correta e 20% uma resposta incorreta, como exemplificam, respetivamente, as respostas dos alunos A14 e A12 (Figura 49). Entre as dificuldades verifica-se que os alunos manifestaram fragilidades a nível do raciocino matemático, nomeadamente na determinação da área da piscina a partir da percentagem da área do terreno; na determinação da largura da piscina ao saber a área e o comprimento da piscina; e na compreensão do enunciado, uma vez que utilizaram os dados de forma incoerente na atribuição imediata da resposta ao problema.

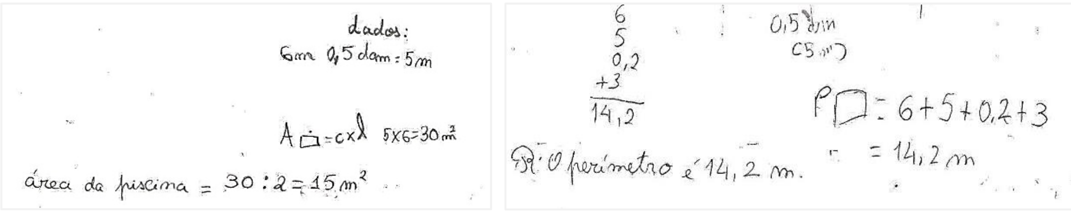


Figura 49: Resoluções parcialmente correta e incorreta do Problema 2 com recurso a operações aritméticas pelos alunos A14 e A12.

Contudo, os alunos neste problema não apresentaram fragilidades em relacionar os conceitos de área e de perímetro o que mostra que já sabem diferenciar estes conceitos. Por outro lado, estas fragilidades se devem ao facto de o problema apresentar diversos passos o que levou a dificuldades na compreensão no enunciado do problema e consequentemente na elaboração e concretização de estratégias.

Atendendo às dificuldades dos alunos, o momento de verificação de resultados foi essencial para que os discentes compreendessem os conteúdos inerentes no mesmo.

Professor: Além de ser necessário converter as medidas de comprimento na mesma unidade de medida de comprimento, o que é que é preciso fazer? Qual é o primeiro passo que se deve fazer?
Aluno 6: Calcular o perímetro do terreno.
Professor: Será necessário calcular o perímetro do terreno? Ao calcularmos o perímetro apenas estamos a saber o quê?
Aluno 13: Nada. Quer dizer apenas o contorno do terreno.
Professor: Exato. Alguém fez de outra maneira?
Aluno 19: Temos de primeiro calcular a área do terreno.
Professor: E temos de saber a área do terreno retangular para quê?
Aluno 19: Para saber depois quanto é que ocupa a área da piscina.
Professor. Ao sabermos a área do terreno podemos calcular depois a área da piscina. E então como é que determinamos a área do terreno retangular?
Aluno 5: Fica $c \times l = 6 \times 5 = 30\ m^2$.
Professor: A área do terreno é de $30\ m^2$. E que parte do terreno é ocupado pela piscina?
Aluno 15: A piscina ocupa $0{,}2$ do terreno.
Professor: Como posso representar $0{,}2$ em forma de fração e de percentagem?
Aluno 19: $\frac{2}{10}$ na forma de fração e 20% na forma de percentagem.
Professor: Então a área da piscina ocupa 20% da área do terreno. Como é que determinamos 20% de 30?
Aluno 5: Temos de dividir 30 por 20.
Professor: Concordam com que o vosso colega disse?
Aluno 11: Não concordo, nós temos é de multiplicar $30\ m^2$ por $0{,}20$.
Professor: E porquê?
Aluno11: Porque $0{,}20$ é o mesmo que 20%. E se multiplicássemos por 1 era a mesma coisa que multiplicar por 100% que é 30.
Professor: Perceberam o que o vosso colega disse?
Alunos: Sim.

Professor: E dá quanto se multiplicarmos $30\ m^2$ por $0{,}20$?
Aluno 4: $6\ m^2$.
Professor: Então $6\ m^2$ representa o quê?
Aluno 13: A área da piscina.
Professor: E qual é o comprimento da piscina?
Aluno 11: $3\ m$.
Professor: E o que nós queremos saber é o perímetro da piscina. Ora se nós já temos o comprimento, o que é que temos de descobrir?
Aluno 5: A largura.
Professor: E como é que vamos determinar a largura da piscina?
Aluno 5: Eu acho que a largura é metade do comprimento.
Professor: E porquê que dizes isso?
Aluno 5: Porque a largura é mais pequena do que o comprimento.
Professor: Isso não quer dizer que seja metade do comprimento. Ora se já sabemos a área da piscina e sabemos o comprimento. Como é que vamos descobrir a largura?
Aluno 16: Temos de dividir os $6\ m^2$ pelos $3\ m$ de comprimento que dá $2\ m$.
Professor: E agora como é que vamos determinar o perímetro da piscina?
Aluno 7: Temos de adicionar $3\ m\ + 3\ m\ + 2\ m\ +\ 2\ m = 10\ m$.

Em relação às atividades, consta-se, tal como no Problema 1, que os alunos têm identificado os dados do problema. Por outro lado, a discussão de resultados veio a ser a atividade que os alunos menos participaram. Porém, dos alunos que participaram o seu desempenho foi adequado (Tabela 18).

Tabela 18: Percentagem (%) do tipo de atividades realizadas pelos alunos no Problema 2 ($n = 20$).

	Problema 2			
Atividades	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	25	50	10	15
Elaborar e concretizar um plano	15	40	35	10
Discutir o resultado	35	5	5	55

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde.

Na abordagem do tópico 'Áreas e perímetro de retângulos', os alunos utilizaram estratégias semelhantes nos dois problemas. A Tabela 19 mostra o tipo de estratégias que os alunos recorreram para determinarem a solução dos problemas.

Tabela 19: Percentagem (%) do tipo de estratégias que os alunos recorreram na resolução de problemas no tópico áreas e perímetro de retângulos ($n = 20$).

Problemas	Problema 1						Problema 2		
	Questão 1			Questão 2					
Tipo de estratégia	C	PC	I	C	PC	I	C	PC	I
Desenho/esquema e operações aritméticas	40	15	15	30	10	45	15	30	15
Produção escrita	5	0	25	0	0	0	0	10	20

Legenda: C: Correto; PC: Parcialmente correto; I: Incorreto.

Em suma, através da Tabela 19, comprova-se que a maior parte dos alunos utilizou duas estratégias em simultâneo, entre as quais as 'Operações aritméticas' e 'Desenhos ou esquemas'.

Boavida et al. (2008) apoiam que é comum a compilação de diversas estratégias, principalmente a utilização de um 'Desenho ou esquema' com outras heurísticas.

Quanto às atividades realizadas na resolução de problemas, os alunos não apresentaram grandes fragilidades em concretizá-las, sendo que neste tópico 'Áreas e perímetro de retângulos' os alunos mostraram um maior empenho na identificação dos dados do problema do que em relação a outros problemas de tópicos já analisados. Este facto se deve a que os problemas sobre 'Áreas e perímetro de retângulos' possuem no seu enunciado mais elementos numéricos, o que permite aos alunos identificar os dados mais facilmente. No entanto, para qualquer que seja a natureza do enunciado do problema, os alunos devem por começar a ler o enunciado do problema, compreender o que é pedido e traduzir a informação do enunciado do problema para linguagem matemática (Ponte & Serrazina, 2000) de modo a delinearem um plano. Por outro lado, a atividade que os alunos mostraram menos envolvimento foi na discussão de resultados, apesar de que a sua adesão se mantém constante em comparação com outros tópicos.

No Problema 1, de início os alunos evidenciaram fragilidades em distinguir as fórmulas das áreas e do perímetro, e numa fase posterior na compreensão do enunciado do problema e a nível do raciocínio matemático. No Problema 2, apresentaram dificuldades a nível do raciocínio matemático, na determinação de percentagens e na compreensão do enunciado do problema, uma vez que se tratava de um problema com vários passos. Na prática, os alunos nem sempre conseguem aplicar o que aprendem a problemas ligados a situações concretas, uma vez que não consideram parecido aos problemas que estavam habituados a resolver em sala de aula. Uma outra razão que pode ter levado a dificuldades na compreensão do enunciado se deve ao facto de por vezes o enunciado dos problemas não estar suficientemente claro para os alunos entenderem (Viseu et al., 2015). Por último, os alunos que obtiveram melhor desempenho foram os que recorreram a duas estratégias em simultâneo, em detrimento dos alunos que apenas recorreram a 'Operações aritméticas', uma vez que a utilização do 'Desenhos ou esquemas' auxiliou os alunos a compreender melhor o enunciado do problema.

4.2. Intervenção pedagógica no 2.º Ciclo

No 2.º Ciclo, a minha intervenção pedagógica baseou-se em quatro tópicos semelhantes lecionados em 4 aulas de 90 minutos: 'Área e perímetro de retângulos de medida racional'; 'Área do paralelogramo'; 'Área do triângulo'; e 'Área de polígonos por decomposição'. A resolução de problemas no estudo destes tópicos teve o objetivo de entender que atividades e estratégias os alunos realizaram na resolução de problemas e que dificuldades manifestaram nesta atividade. Antes da análise da informação recolhida das atividades de ensino e de aprendizagem destes tópicos, efetua-se uma análise dos resultados dos alunos a questões que integram uma ficha diagnóstica sobre tópicos de Geometria e Medida.

4.2.1. Ficha diagnóstica sobre tópicos de Geometria e Medida

Primeiramente, antes de começar as intervenções pedagógicas foi realizado numa turma do 5.º ano de escolaridade uma ficha diagnóstica com uma duração de 45 minutos. A ficha diagnóstica (Anexo 4) é constituída por um conjunto de três questões de resposta aberta. A questão 1 estava dividida em duas alíneas e tinha como objetivo determinar a área e o perímetro de duas figuras, utilizando o quadrado como unidade de área e o lado do quadrado como unidade de perímetro. A questão 2 averiguava se os alunos possuíam a noção de como determinar a área do triângulo a partir de um retângulo. A questão 3 tinha como fim verificar se os alunos conseguiam determinar a área e o perímetro de um retângulo em unidades do sistema métrico. É de salientar que as questões 2 e 3 consistem em problemas que envolvem mais do que um passo na sua resolução. Desta forma é possível verificar se os alunos conseguem resolver problemas com mais de um passo, meta que deve de estar atingida no final do 1.º Ciclo. Na Tabela 20 está sistematizado o nível de desempenho dos alunos a cada questão da ficha diagnóstica.

Tabela 20: Frequências e percentagens de respostas na ficha diagnóstica do 2.º CEB ($n = 17$).

Tipo de resposta Número da questão	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Não responde
1.1	10 (58,8%)	5 (29,4%)	0 (0,0%)	2 (11,8%)
1.2	5 (29,4%)	4 (23,5%)	5 (29,4%)	3 (17,7%)
2	6 (35,3%)	4 (23,5%)	5 (29,4%)	2 (11,8%)
3	0 (0,0%)	5 (29,4%)	8 (47,1%)	4 (23,5%)

Na questão 1.1, 58,8% dos alunos identificaram na integra as áreas das duas figuras apresentadas, o que mostra que estes alunos têm presente a noção de área, como exemplifica a resposta do aluno A5 (Figura 50).

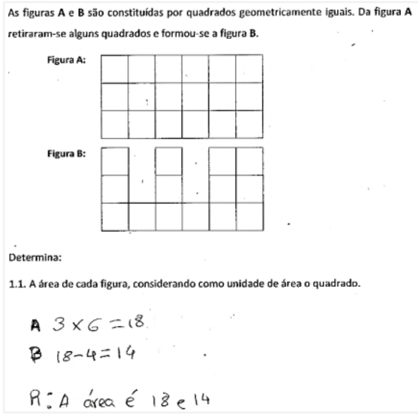


Figura 50: Resolução correta à questão 1.1 pelo aluno A5.

Por outro lado, 29,4% atingem o objetivo de determinar a área de uma das figuras apresentadas, sendo que a Figura B foi a que tiveram mais dificuldades em determinar a área por se tratar de um polígono irregular, como expressa a resposta do aluno A3 (Figura 51).

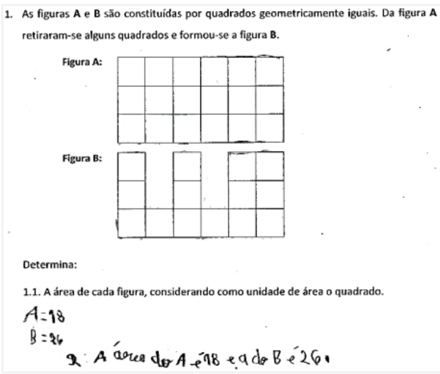


Figura 51: Resolução parcialmente correta à questão 1.1 pelo aluno A3.

Apesar de não existir respostas incorretas, 11,8% dos alunos não responderam à questão, o que indicia que manifestaram dificuldades em determinar as áreas das figuras.

Quanto à questão 1.2, 29,4% dos alunos conseguiram determinar o perímetro de ambas as figuras, tal como mostra a resolução do aluno A9 (Figura 52).

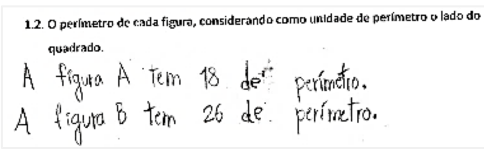
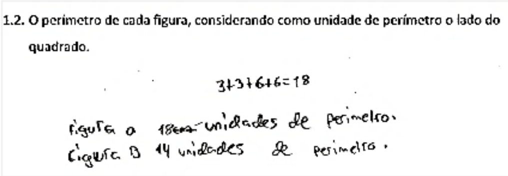


Figura 52: Resolução correta à questão 1.2 pelo aluno A9.

No entanto, 23,5% dos alunos identificaram apenas o perímetro de uma das figuras. É de evidenciar que, tal como na determinação da área, foi na Figura B que os alunos tiveram mais fragilidades em determinar o perímetro, como ilustra a resposta do aluno A18 (Figura 53).

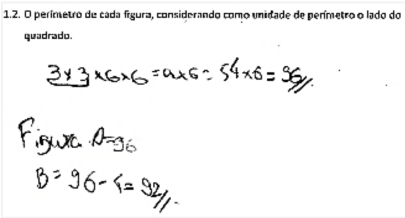

1.2. O perímetro de cada figura, considerando como unidade de perímetro o lado do quadrado.

3+3+6+6=18

figura a 18 unidades de perimetro.
figura B 14 unidades de perimetro.

Figura 53: Resolução parcialmente correta à questão 1.2 pelo aluno A18.

Numa percentagem um pouco maior, 29,4% dos alunos, não conseguiu determinar o perímetro de nenhuma figura. Esta evidência mostra que alguns alunos não têm presente o conceito de perímetro, uma vez que multiplicaram ambos os lados do polígono em vez de os adicionar, tal como se verifica na resposta do aluno A11 (Figura 54).


1.2. O perímetro de cada figura, considerando como unidade de perímetro o lado do quadrado.

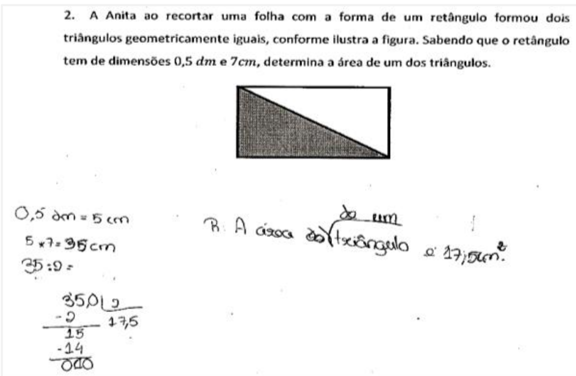
3×3×6×6=9×6=54×6=96

Figura A=96
B=96-4=92

Figura 54: Resolução incorreta à questão 1.2 pelo aluno A11.

De um modo geral, os alunos manifestaram mais facilidade na determinação da área das figuras (1.1) do que em relação ao perímetro (1.2). Isto se deve ao facto de que é mais acessível determinar a área das figuras utilizando o quadrado como unidade de área do que determinar o perímetro utilizando o lado do quadrado como unidade de perímetro, pois para descobrirem a área os alunos só necessitaram de contar os quadrados das figuras.

Na questão seguinte, 35,3% dos alunos estabeleceram corretamente a área do triângulo a partir de um retângulo, como mostra a resolução do aluno A13 (Figura 55).


2. A Anita ao recortar uma folha com a forma de um retângulo formou dois triângulos geometricamente iguais, conforme ilustra a figura. Sabendo que o retângulo tem de dimensões 0,5 *dm* e 7*cm*, determina a área de um dos triângulos.

0,5 dm = 5 cm
5×7=35 cm
35:2=

R: A área de um triângulo é 17,5 cm²

Figura 55: Resolução correta à questão 2 pelo aluno A13.

No entanto, 23,5% dos alunos determinaram apenas a área do retângulo, como se verifica na resolução do aluno A6 (Figura 56).

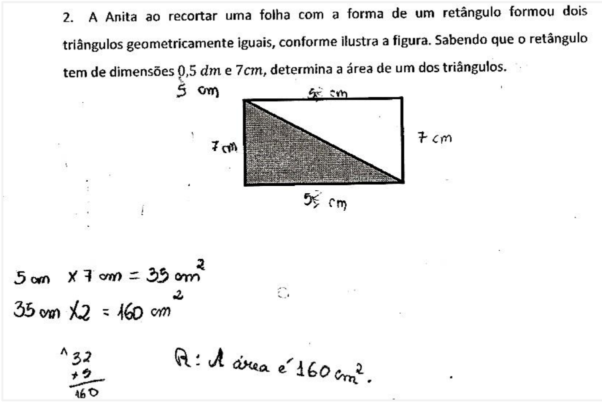

2. A Anita ao recortar uma folha com a forma de um retângulo formou dois triângulos geometricamente iguais, conforme ilustra a figura. Sabendo que o retângulo tem de dimensões 0,5 dm e $7cm$, determina a área de um dos triângulos.

Figura 56: Resolução parcialmente correta à questão 2 pelo aluno A6.

Os restantes alunos (29,4%) não apresentaram uma estratégia viável para a resolução do problema, uma vez que não sabiam como calcular a área de retângulos e o perímetro de polígonos. (Figura 57).

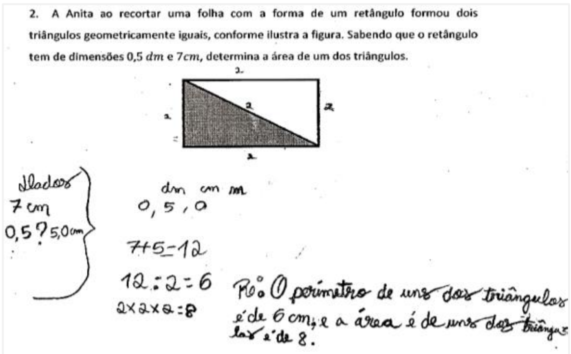

2. A Anita ao recortar uma folha com a forma de um retângulo formou dois triângulos geometricamente iguais, conforme ilustra a figura. Sabendo que o retângulo tem de dimensões 0,5 dm e $7cm$, determina a área de um dos triângulos.

Figura 57: Resolução incorreta à questão 2 pelo aluno A4.

A última questão foi a que os alunos sentiram mais dificuldades na sua resolução, visto que nenhum aluno atingiu totalmente o objetivo do problema. Quase metade da turma, 47,1% dos alunos, estipulou incorretamente a área e o perímetro do terreno, visto que em vez de determinarem o triplo das medidas do terreno para posteriormente calcular a área e o perímetro do terreno, precisaram de imediato o triplo da área e /ou o perímetro, como ilustra a resolução do aluno A2 (Figura 58).

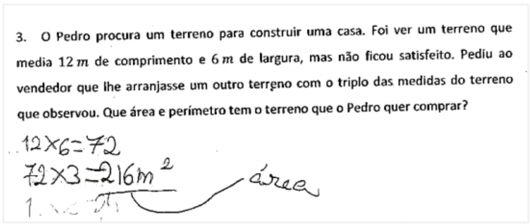
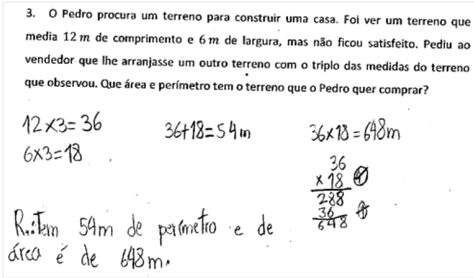

3. O Pedro procura um terreno para construir uma casa. Foi ver um terreno que media 12 m de comprimento e 6 m de largura, mas não ficou satisfeito. Pediu ao vendedor que lhe arranjasse um outro terreno com o triplo das medidas do terreno que observou. Que área e perímetro tem o terreno que o Pedro quer comprar?

Figura 58: Resolução incorreta à questão 3 pelo aluno A2.

Por outro lado, 29,4% dos alunos determinar corretamente a área ou o perímetro do terreno (Figura 59).



3. O Pedro procura um terreno para construir uma casa. Foi ver um terreno que media 12 m de comprimento e 6 m de largura, mas não ficou satisfeito. Pediu ao vendedor que lhe arranjasse um outro terreno com o triplo das medidas do terreno que observou. Que área e perímetro tem o terreno que o Pedro quer comprar?

12×3=36
6×3=18

36+18=54m

36×18=648m

36
×18
288
36
648

R.: Tem 54m de perímetro e de área é de 648m.

Figura 59: Resolução parcialmente correta à questão 3 pelo aluno A9.

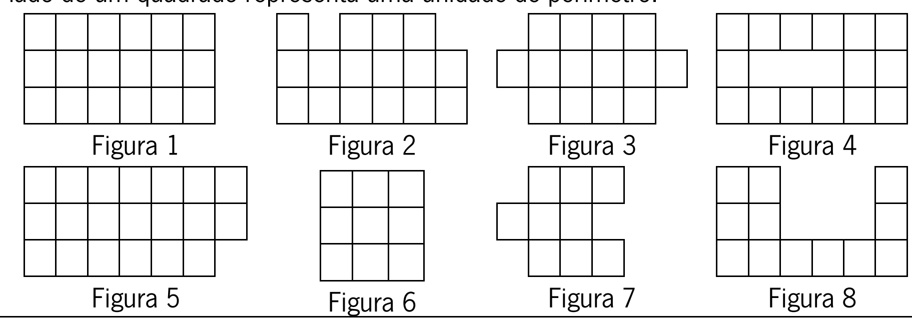
Neste momento diagnóstico, os alunos revelaram ter a noção de área de uma figura. No entanto, no que se concerne ao perímetro, os alunos tendem a manifestar mais dificuldades, chegando por vezes a multiplicar os lados de um polígono (Figura 54), ou a adicionar dois lados de um quadrilátero (Figura 59). Em relação à resolução de problemas, os alunos apresentaram fragilidades na resolução de problemas com mais de um passo, meta a atingir no final do 1.º Ciclo (Ministério da Educação e Ciência, 2013), o que indicia dever-se à fraca compreensão do enunciado dos problemas. Contudo, de modo geral, os alunos conseguem determinar os dados do problema e atribuir uma resposta por escrito independentemente da solução obtida.

4.2.2. Área e perímetro de retângulos de medida racional

A primeira intervenção na turma do 2.º Ciclo foi realizada através de dois problemas, com o objetivo de recordar conceitos já abordados no ciclo anterior de forma que os alunos tivessem presente os conceitos de área e perímetro para os próximos tópicos a serem estudados nas aulas seguintes. Os alunos trabalharam em pequenos grupos, uma vez que este método de trabalho era utilizado nas aulas da professora cooperante. A turma foi dividida em oito grupos de 2 e 3 elementos (G1 a G8).

Primeiramente, tal como aconteceu no 1.º Ciclo, foi solicitado aos alunos uma leitura individual do enunciado do problema.

Problema 1: O Pedro ao jogar um jogo no computador, para passar de nível teve que responder às seguintes questões: À medida que se retiram quadrados à Figura 1, o que resulta nas restantes figuras, o que acontece à área e ao perímetro? Será que uma mesma figura pode ter um valor ímpar para a área e um valor par para o perímetro? Mostra como chegaste à tua resposta. Considera que cada quadrado representa uma unidade de área e cada lado de um quadrado representa uma unidade de perímetro.



Posteriormente, procurei esclarecer as dúvidas que os alunos pudessem ter no que respeita à compreensão do enunciado do problema.

Professor: O que é que o Pedro fez para passar de nível no jogo?
Grupo 6: Precisou de responder às questões: À medida que se retiram quadrados à Figura 1, o que resulta nas restantes figuras, o que acontece à área e ao perímetro? Será que uma mesma figura pode ter um valor ímpar para a área e um valor par para o perímetro?
Professor: Vamos por partes, em relação à primeira questão, o que acham que ele teve de fazer?
Grupo 4: Olhar para as figuras e ver o que acontece à área e ao perímetro?
Professor: E o que que está a acontecer às figuras?
Grupo 1: Estão a ser retirados quadrados.
Professor: À medida que se retiram quadrados a que figura?
Grupo 8: À figura 1.
Professor: Estão a ser retirados quadrados à figura 1. Se retiro dois quadrados resulta a figura 2, se retiro três quadrados à figura 1 resulta a figura 4. E assim sucessivamente. Então o que vão ter de fazer?
Grupo 4: Descobrir a área e o perímetro de cada figura.
Professor: Muito bem. E em relação à pergunta dois, o que vos é pedido?
Grupo 6: Se há alguma figura que pode ter uma área com valor ímpar e um perímetro com valor par.
Professor: Mas antes o que que têm de fazer?
Grupo 8: Descobrir a área e o perímetro de cada figura.

Quando estava a orientar os grupos verifiquei que alguns alunos manifestavam dificuldades na interpretação do problema.

Grupo 5: Nós não entendemos como vamos fazer para descobrir o perímetro?
Professor: Temos de ver o que é que o enunciado nos diz. Considera que cada lado de cada quadrado é uma unidade de perímetro.
Grupo 5: Então cada lado de cada quadrado o perímetro é um.

Posteriormente, os grupos resolveram o problema através das estratégias evidenciadas na Tabela 21.

Tabela 21: Percentagem (%) dos tipos de resposta do Problema 1 segundo a estratégia utilizada $(n = 8)$.

Tipo de resposta / Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Total
Tabela/lista organizada	25	25	0	50
Desenho/esquema	0	12,5	0	12,5
Operações aritméticas	0	37,5	0	37,5
Total	25	75	0	100

Da observação da Tabela 21 constata-se que metade da turma utilizou como plano para resolver o problema uma 'Tabela ou lista organizada'. Através dessa estratégia 25% dos grupos apresentaram corretamente as áreas e os perímetros das figuras, ao contabilizar cada quadrado como unidade de área e cada lado do quadrado como unidade de perímetro, tal como patenteia o grupo 8 (Figura 60).

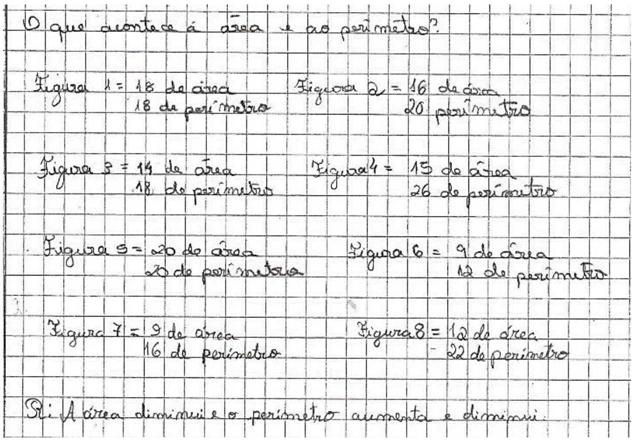


Figura 60: Resolução correta do Problema 1 com recurso a uma tabela ou lista organizada pelo grupo 8.

Apesar de não ter sido evidenciado nenhuma resposta incorreta, 75% dos grupos sentiram dificuldades neste problema. Desses alunos (25%) obtiveram uma resposta parcialmente correta através de uma 'Tabela ou lista organizada', visto que indicaram algumas áreas e perímetros incorretamente, como se observa por exemplo a resolução do grupo 3 (Figura 61).

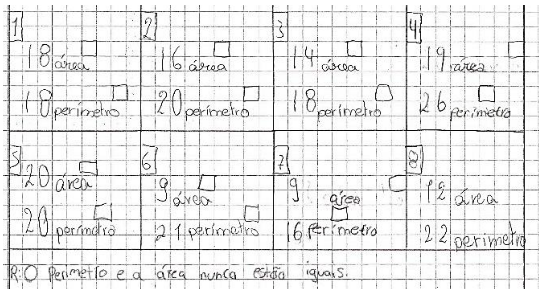


Figura 61: Resolução parcialmente correta do Problema 1 com recurso a uma tabela ou lista organizada pelo grupo 3.

Apenas um grupo (12,5%) recorreu a 'Desenhos ou esquemas' ao apresentar um resultado parcialmente correto, devido a fragilidades em determinar o perímetro das figuras. Para precisar corretamente o perímetro tinham de contabilizar cada lado de cada quadrado que faz fronteira com o exterior da figura e adicionar a unidade de perímetro de cada lado de uma determinada figura. Este processo acaba por se tornar num mais trabalhoso do que determinar a área das figuras, em que tinham apenas de contabilizar os quadrados como unidade de área, como expressa a resolução do grupo 1 (Figura 62).

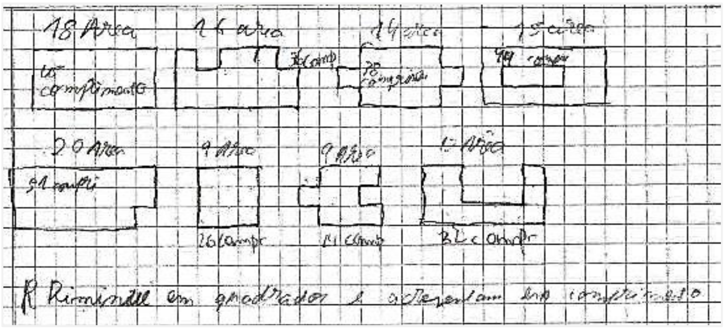


Figura 62: Resolução parcialmente correta do Problema 1 com recurso a desenhos ou esquemas pelo grupo 1.

Por outro lado, 37,5% dos grupos recorreram a 'Operações aritméticas' para determinar o que acontecia à área e ao perímetro quando se retiravam quadrados à figura inicial. Contudo, patentearam respostas parcialmente corretas, uma vez que não apresentaram as fórmulas das respetivas áreas para poderem calcular as áreas, como ilustra a resolução do grupo 4 (Figura 63).

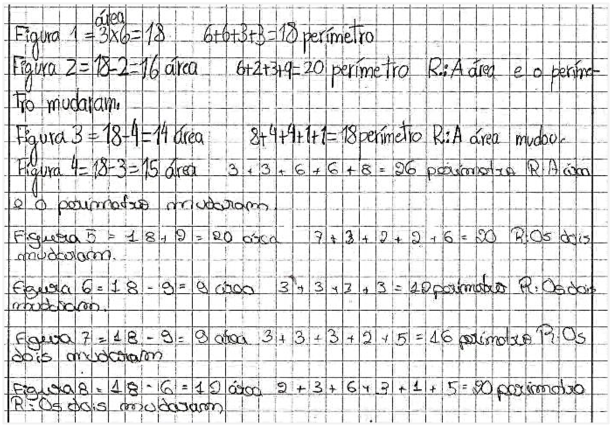
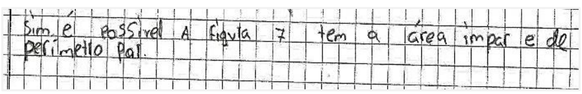


Figura 63: Resolução parcialmente correta do Problema 1 com recurso a operações aritméticas pelo grupo 4.

No que respeita à questão "Será que uma mesma figura pode ter um valor ímpar para a área e um valor par para o perímetro?", 75% dos grupos indicaram uma resposta parcialmente correta através da 'Dedução lógica', uma vez que nenhum dos grupos apresentaram todas as respostas possíveis. Os restantes 25% não mencionam qualquer tipo de resposta. A Figura 64 mostra as soluções elaboradas pelos grupos.



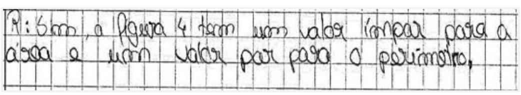


Figura 64: Resoluções parcialmente corretas do Problema 1 com recurso à dedução lógica pelos grupos 3 e 4.

Posteriormente, cada grupo partilhou as suas estratégias com os seus colegas no momento de discussão de forma a que visualizassem outras estratégias de resolução, assim como superassem as dificuldades que manifestaram.

Professor: Como é que determinaram a área e o perímetro da figura 1?

Grupo 6: Nós contámos os quadrados que dá 18 para a área e no perímetro um lado de um quadrado era uma unidade de perímetro e deu 18 unidades de perímetro.

Professor: Então a área e o perímetro são...

Grupo 6: Iguais.

Professor: Exatamente. Alguém fez de outra maneira?

Grupo 4: Nós fizemos $6 \times 3 = 18$ unidades de área e $6 + 6 + 3 + 3 = 18$ unidades de perímetro.

Professor: É uma estratégia válida. Agora pergunto-vos a figura 1 representa que polígono?

Grupo 4: Retângulo.

Professor: Qual é a expressão que determina a área do retângulo?

Grupo 4: Comprimento × altura.

Professor: Essa é a fórmula que determina a área do retângulo, que também podia ser comprimento × largura. Atenção, vocês quando calculam uma área não se esqueçam de colocar a fórmula antes. (...) E agora em relação à figura 2 como poderíamos determinar a área e o perímetro?

Grupo 2: Podíamos contar os quadrados para a área e o lado do quadrado para o perímetro.

Professor: Podiam aplicar essa estratégia para todas as figuras. Mas haverá mais alguma estratégia que se possa fazer? Por exemplo, conseguem encontrar um polígono dentro da figura 2?

Grupos: Um quadrado.

Grupos: Um retângulo.

Professor: Reparem por exemplo neste retângulo. A partir daqui já podemos determinar a área da figura 2, certo?

Grupo 5: Sim.

Professor: Como é que podemos determinar a área deste retângulo?

Grupo 5: Podemos fazer 6×2 que dá 12 e depois somar os quadrados que faltam, ou seja, fica $12 + 4 = 16$ unidades de área.

Professor: Há mais alguma maneira que podíamos fazer?

Grupo 7: Podíamos fazer 6×3 que é a área da figura 1 menos 2 que é o número de quadrados que são retirados. Então vai ficar $18 - 2 = 16$ unidades de área.

Professor: E o perímetro, como fizeram?

Grupo 7: É $6 \times 2 \times 1 \times 1 \times 3 \times 1 \times 1 \times 1 \times 3 = 108$ unidades de perímetro.

Professor: O que é o perímetro? Concordam com a resposta deste grupo?

Grupo 4: Não! O perímetro é a soma de todos os lados.

Professor: Então como é que vai ficar o perímetro?

Grupo 7: $6 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 = 20$ unidades de perímetro.

As restantes figuras seguiram a mesma abordagem, à exceção da figura 5 que como possuía um número superior de quadrados, em relação à figura 1, não era necessário estar a efetuar a área e o perímetro dessa figura.

Professor: O que é dito no enunciado do problema?

Grupo 8: À medida que se retiram quadrados à figura 1, o que resulta nas restantes figuras, o que acontece à área e ao perímetro?

Professor: Reparem, à medida que se retiram quadrados às figuras. No caso da figura 5 o que é que acontece?

Grupo 1: Aumenta o número de quadrados.
Professor: Então podemos considerar esta figura essencial para o problema?
Grupos: Não.
Professor: Logo a figura 5 não é necessária. Vocês têm de ler bem o enunciado. À medida que são retirados quadrados à figura 1, no caso da figura 5 aumenta.

Após apresentados os valores da área e do perímetro de cada figura foram esclarecidas as respostas face às questões presentes no enunciado do problema, como é mostrado no seguinte diálogo.

Professor: O que acontece à área à medida que se vão retirando quadrados?
Grupo 6: A área diminui.
Professor: E o perímetro?
Grupos: Aumenta.
Grupos: Diminui.
Professor: Ou seja, o perímetro é…
Grupo 7: Tanto pode aumentar como pode diminuir.
Professor: Ou seja, o perímetro é variável, tanto pode aumentar, manter-se ou diminuir consoante o número de quadrados retirados. E agora que já sabemos os valores da área e do perímetro de cada figura, haverá alguma figura que possa ter um valor ímpar para a área e um valor par para o perímetro?
Grupo 3: A figura 7.
Professor: E é só a figura 7?
Grupo 2: A figura 4 também porque a área é 15 e o perímetro é 26.
Professor: E será que não falta mais alguma figura a seguir esta condição?
Grupo 8: É a figura 6 porque tem 9 unidades de área e 12 de perímetro.
Professor: Então as figuras 4, 6 e 7 têm um valor ímpar para a área e um valor par para o perímetro.

Em relação às atividades realizadas, os grupos manifestaram um menor desempenho na identificação dos dados do problema, o que se pode dever por se tratar de um problema sem dados numéricos. Por outro lado, no que respeita às restantes atividades os grupos mostraram na sua maioria um bom desempenho, sobretudo no momento de discussão. Nesta atividade verificou-se que todos os grupos participaram ativamente, uma vez que partilharam com a turma as suas estratégias de modo a contribuir para as aprendizagens dos seus colegas e a minimizar as suas dificuldades (Tabela 22).

Tabela 22: Percentagem (%) de atividades realizadas pelos alunos na resolução do Problema 1 $(n = 8)$.

	Problema 1			
Atividades	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	37,5	0	0	62,5
Elaborar e concretizar um plano	25	75	0	0
Discutir o resultado	75	25	0	0

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde.

Posteriormente à resolução do Problema 1, foi solicitado aos alunos a leitura do enunciado do Problema 2, seguindo-se uma breve elucidação do enunciado do problema.

Problema 2: O Sr. Silva pretende construir um aquário com forma de um paralelepípedo retângulo e pretende pavimentar o seu fundo com exatamente 100 azulejos, quadrados, com $25\ cm$ de lado. Quais são as possíveis medidas do fundo do aquário? Determina o perímetro do fundo do aquário em cada uma das possibilidades que identificaste.

Professor: Qual é a forma do aquário?
Grupo 6: Paralelepípedo retângulo.
Professor: E qual é a forma do fundo do aquário?
Grupo 1: É um retângulo.
Professor: E digam-me uma coisa, o Sr. Silva já construiu o aquário?
Grupos: Não.
Professor: Se ele pretende construir quer dizer que há várias possibilidades de ele pavimentar o fundo do aquário. Quantos azulejos o Sr. Silva tem?
Grupos: 100 azulejos.
Professor: E qual é a forma dos azulejos?
Grupos: De um quadrado.
Professor: O Sr. Silva tem 100 azulejos quadrados. E qual é a medida de cada azulejo?
Grupo 1: $25\ cm.$
Professor: E o que é que vocês têm de fazer com esses 100 azulejos quadrados?
Grupo 2: Ver quantas possibilidades tem o fundo do aquário.
Professor: E depois terão de descobrir o quê?
Grupo 4: O perímetro.

Posteriormente ao aperceber-me de que os grupos manifestavam dificuldades em encontrar as diversas medidas para o fundo do aquário, coloquei o problema de uma forma mais simples de modo a que compreendessem o que estava a ser solicitado. Assim, ao reduzir o número de quadrados, a maior parte dos alunos compreendeu melhor o enunciado do problema.

Professor: Vamos prestar atenção. E se o Sr. Silva em vez de 100 azulejos tiver 10 azulejos? Como é que eu posso formar um retângulo com 10 azulejos?
Grupo 4: Podemos colocar os 10 azulejos todos juntos.
Professor: É uma das possibilidades. Que outras formas tenho de formar retângulos com 10 azulejos?
Grupo 5: Por cinco em baixo e cinco em cima.
Professor: É isso mesmo. Agora têm de fazer o mesmo, mas para 100 azulejos e encontrar as diversas possibilidades de formar retângulos.

Os grupos apresentaram diversas estratégias e diferentes níveis de desempenho ao resolver este problema, como é verificável na Tabela 23.

Tabela 23: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta do Problema 2 segundo a estratégia utilizada $(n = 8)$.

Tipo de resposta Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Total
Desenho/esquema	0	25	0	25
Descobrir um padrão e desenho/esquema	12,5	37,5	0	50
Redução a um problema mais simples e desenho/esquema	0	12,5	0	12,5
Tentativa e erro	0	0	12,5	12,5
Total	12,5	75	12,5	100

Da análise da Tabela 23, verifica-se que metade dos grupos tentou 'Descobrir um padrão' com o auxílio a 'Desenhos ou esquemas' para encontrar todas as possibilidades de formar o fundo do aquário. Contudo, apenas um grupo (12,5%) conseguiu determinar todas as possibilidades e ainda determinar o respetivo perímetro, como mostra a resposta do grupo 4 (Figura 65). Já 37,5% dos grupos indicaram uma resposta parcialmente correta, uma vez que determinaram algumas das possibilidades existentes e os respetivos perímetros, como exemplifica a resposta do grupo 6 (Figura 65).

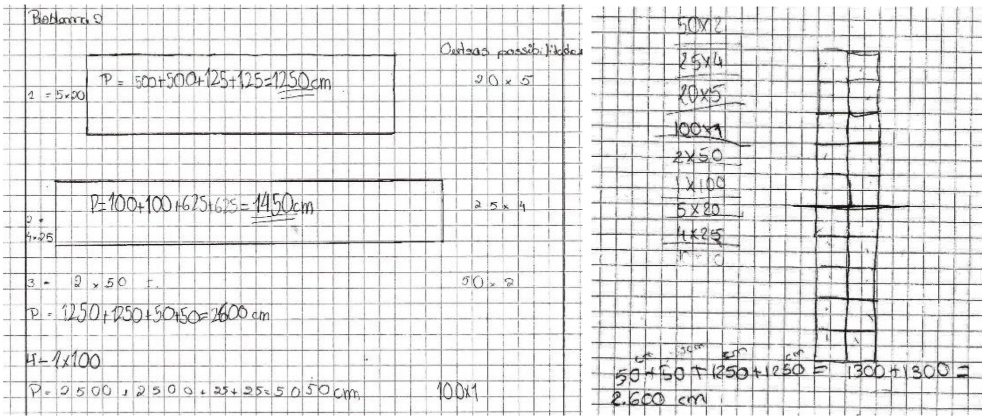


Figura 65: Resoluções correta e parcialmente correta do Problema 2 com recurso a descobrir um padrão e a desenhos ou esquemas pelos grupos 4 e 6.

Já 25% dos grupos recorreram exclusivamente a um 'Desenho ou esquema', tendo estes grupos evidenciado respostas parcialmente corretas, visto que embora não tivessem conseguido determinar o perímetro de nenhuma das possibilidades do fundo do aquário, evidenciaram pelo menos uma das possibilidades do fundo do aquário, como se verifica na resposta do grupo 1 (Figura 66).

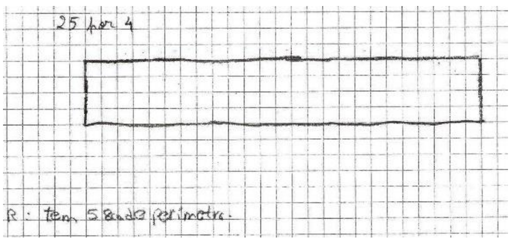


Figura 66: Resolução parcialmente correta do Problema 2 com recurso a desenho ou esquema pelo grupo 1.

Numa menor percentagem, um grupo (12,5%) resolveu o problema ‘Reduzindo-o a um mais simples’, ou seja, utilizando valores mais pequenos de forma a chegar à solução. Também utilizaram ‘Desenhos ou esquemas’ como forma de auxiliar no seu raciocínio. No entanto, apesar de mostrarem que tinham compreendido o objetivo do problema, a resposta do grupo 5 foi parcialmente correta, uma vez que se mencionaram que a medida de comprimento de cada lado do azulejo era «125 cm» em vez de «25 cm» como referia no enunciado do problema, daí ter levado a um valor incorreto na determinação do perímetro (Figura 67).

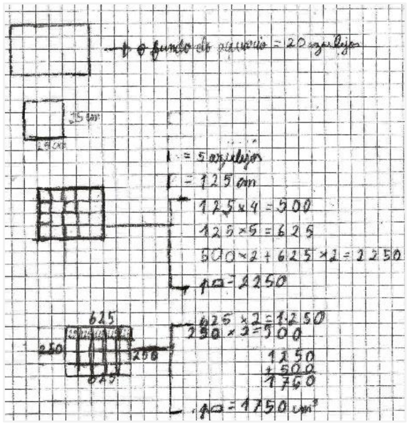


Figura 67: Resolução parcialmente correta do Problema 2 com recurso a uma redução a um problema mais simples e a desenhos ou esquemas pelo grupo 5.

Por último, um grupo (12,5%) recorreu a uma ‘Tentativa e erro’ de modo a encontrar as soluções. Contudo, apenas apresentaram tentativas incompatíveis com as possibilidades de formar o fundo do aquário, como mostra a resolução do grupo 8 (Figura 68).

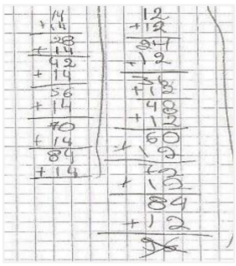


Figura 68: Resolução incorreta do Problema 2 com recurso a tentativa e erro pelo grupo 8.

No que respeita às dificuldades, grande parte dos grupos (87,5%) sentiram fragilidades na compreensão do enunciado do problema, uma vez que os alunos estavam a ter dificuldades em elaborar o seu plano de resolução. Assim, foi necessário explicar através da ‘Redução a um problema mais simples’ como é que poderiam determinar as diferentes possibilidades de formar o fundo do aquário. Porém, um grupo, neste caso o G8 (Figura 68) continuou a evidenciar esta fragilidade. Independentemente das possibilidades do fundo do aquário estarem corretas ou não, no que respeita ao ‘Perímetro’, grande parte dos grupos apresentaram uma clara noção deste conteúdo.

Após a elaboração e concretização das estratégias delineadas pelos grupos, foram debatidos os resultados em prol de verificarem as várias soluções do problema.

Professor: De quantas formas pode o Sr. Silva formar o aquário com 100 azulejos quadrados?
Grupo 2: Nós descobrimos 7 possibilidades.
Grupo 4: Nós 8 possibilidades
Grupo1/5/7: Só descobrimos uma.
Grupo 8: Não conseguimos descobrir.
Grupo 3: Descobrimos duas.
Grupo 6: Nós 9.
Professor: Estou a ver que uns conseguiram descobrir mais possibilidades do que outros. Digam então uma das possibilidades de formar o fundo do aquário?
Grupo 3: Termos 100 azulejos todos seguidos.
Professor: Ou seja, 100 por 1 é uma das possibilidades. E como se determina o perímetro?
Grupo 3: Fizemos $25\ cm\ \times\ 100$ quadrados= $2500\ cm$, depois somamos os lados do fundo do aquário e dá $2500\ cm + 2500\ cm + 25\ cm + 25\ cm = 5050\ cm$.
Professor: Que mais possibilidades vocês encontraram?
Grupo 6: 50 azulejos em cima e 50 em baixo, ou seja, 50 azulejos no comprimento e 2 na largura. Depois fizemos 50×25 que dá 1250 para descobrir quantos cm tem o comprimento e $25\ x\ 2$ que dá 50 para descobrir a largura. Depois para acharmos o perímetro fizemos $1250\ cm + 1250\ cm + 50\ cm + 50\ cm = 2600\ cm$ de perímetro.
Professor: Certo. Alguém encontrou mais possibilidades?
Grupo 1: 25 quadrados na horizontal e 4 quadrados na vertical
Professor: Ou seja, 25 azulejos em 4 filas. E o perímetro como é que vocês calcularam?
Grupo 1: $25 + 25 + 4 + 4 = 58\ cm$ de perímetro.
Professor: E digam-me uma coisa cada lado de cada quadrado mede quanto?
Grupos: $25\ cm$.
Professor: E se cada lado de cada quadrado mede $25\ cm$, quantos cm terá o comprimento do retângulo, ao saberem que têm 25 quadrados no comprimento?
Grupo 1: $25 \times 25 = 125\ cm$.
Professor: E para a largura sabendo que temos 4 azulejos?
Grupo 1: $25 \times 4 = 100\ cm$.
Professor: Então como é que ficará o perímetro do fundo do aquário?
Grupo 1: $25 \times 25 + 25 \times 25 + 25 \times 4 + 25 \times 4 =\ 625\ cm + 625\ cm + 100\ cm + 100\ cm = 1450\ cm$.
Professor: Falta mais alguma possibilidade?
Grupo 4: Podemos fazer 20 azulejos em 5 filas.
Professor: E conseguiram determinar o perímetro desse fundo do aquário?
Grupo 4: Sim. Nós fizemos 20×25 que dá 500 para descobrir o comprimento e depois 25×5 que dá 125 para a medida da largura e o perímetro dá $500\ cm + 500\ cm + 125\ cm + 125\ cm = 1250\ cm$.
Professor: Existe mais alguma possibilidade ou já temos todas as possibilidades?
Grupo 6: Faltam 10 azulejos no comprimento e 10 na largura.
Professor: Reparem que 10 azulejos no comprimento e na largura formam um quadrado. E um quadrado pode ser considerado um retângulo?
Grupo 5: Sim pode porque tem ângulos retos.

Professor: Ora um quadrilátero para ser considerado retângulo necessita de ter, como disseram e bem, os ângulos internos a 90°, condição essa que o quadrado respeita. E então existem mais possibilidades?

Grupos: Não.

Grupo 4: Existem mais 4 se trocarmos a ordem.

Professor: Descobrimos possibilidades como 100 por 1, 50 por 2, 25 por 4, 20 por 5, mas também pode-se formar um fundo retangular sendo 1 azulejo no comprimento e 100 na largura, 2 por 50, 4 por 25 e ainda 5 por 20. Se trocarmos a ordem o perímetro se altera?

Grupos: Talvez.

Grupos: Não.

Professor: E porque não?

Grupo 4: Porque o perímetro é soma de todos os lados e se trocássemos a ordem iam dar os mesmos valores.

No que respeita às atividades, os grupos realizaram satisfatoriamente as atividades que integram a resolução de problemas. Tal como no Problema 1, a atividade que os grupos menos recorreram foi a identificação dos dados do problema. Este facto levou a dificuldades a nível da compreensão do enunciado do problema, o que se refletiu no desempenho e desenvolvimento de estratégias adequadas na sua resolução (Tabela 24).

Tabela 24: Percentagem $(\%)$ do tipo de atividades realizadas pelos alunos no Problema 2 $(n = 8)$.

	Problema 2			
Atividades	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	12,5	25	0	62,5
Elaborar e concretizar um plano	12,5	75	12,5	0
Discutir o resultado	37,5	25	0	37,5

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde

Na abordagem do tópico 'Áreas e perímetro de retângulos de medida racional', os grupos utilizaram diversas estratégias atendendo à natureza do problema. A Tabela 25 mostra o tipo de estratégias que os alunos utilizaram nesta aula.

Tabela 25: Percentagem $(\%)$ do tipo de estratégias que os alunos recorreram na resolução de problemas no tópico áreas e perímetro de retângulos de medida racional $(n = 8)$.

Problemas	Problema 1			Problema 2		
Tipo de estratégia	C	PC	I	C	PC	I
Desenho/esquema	0	12,5	0	0	25	0
Operações aritméticas	0	37,5	0	0	0	0
Tabela/lista organizada	25	25	0	0	0	0
Descobrir um padrão e desenho/esquema	0	0	0	12,5	37,5	0
Reduzir a um problema mais simples e desenho/esquema	0	0	0	0	12,5	0
Tentativa e erro	0	0	0	0	0	12,5

Legenda: C: Correto; PC: Parcialmente correto; I: Incorreto.

Da análise da Tabela 25, evidencia-se que a maior parte dos grupos recorreram a uma 'Tabela ou lista organizada' no Problema 1 e a 'Descobrir um padrão' juntamente com 'Desenhos ou esquemas' no caso do Problema 2. Contudo, é de referir que os alunos também utilizaram outras estratégias tais como as 'Operações aritméticas' e 'Desenhos ou esquemas', 'Tentativa e erro' e 'Redução a um problema mais simples' com a utilização conjunta de 'Desenhos ou esquemas'.

Quanto às atividades na resolução de problemas, a que os grupos mostraram menos envolvimento foi na identificação dos dados do enunciado do problema. Este facto causou fragilidades na compreensão do problema e em consequência na elaboração do plano, uma vez que os alunos apenas conseguem elaborar um plano quando conhecem o que é pedido pelo problema (Pólya, 1995). Por outro lado, os alunos mostraram uma adesão positiva no momento de discussão dos resultados.

No que se concerne ao Problema 1, os grupos manifestaram mais fragilidades em determinar o perímetro do que as áreas das figuras. No Problema 2 os grupos apresentaram dificuldades na compreensão do enunciado do problema, uma vez que mostraram fragilidades em determinar um plano. Assim, foi necessário explicar o problema de uma outra forma através da 'Redução a um problema a um mais simples' para minimizar a dificuldade na compreensão do enunciado.

4.2.3. Área do triângulo

Na terceira intervenção, os alunos trabalharam a 'Área do triângulo' através de um conjunto de dois problemas. O primeiro problema a ser explorado em aula teve como objetivo estabelecer relações entre vários triângulos de forma a que os alunos descobrissem se os vários triângulos possuem ou não a mesma área. O formato de trabalho em pequeno grupo foi mantido, tal como nas aulas anteriores.

> **Problema 1:** Uma localidade é atravessada por um rio com margens paralelas entre si. De modo a permitir a acessibilidade dos seus habitantes a ambas as margens se construíram várias pontes. Numa das margens encontram-se duas entradas A e B, e na outra margem estão outras entradas C, D, E e F. Ao unir estas entradas formaram-se os triângulos $[CAB]$, $[DAB]$, $[EAB]$ e $[FAB]$. Da análise destes polígonos, descobriu-se uma relação entre as medidas das suas áreas. Que relação é essa?

Professor: Esta localidade é atravessada por um rio. E como é que são as margens do rio?
Grupo 7: São paralelas.
Professor: São paralelas entre si. E o que é que foi construído?
Grupo 3: Pontes.
Professor: E as pontes formaram o quê?
Grupo 4: Triângulos.
Professor: E o que é pedido no problema?
Grupo 6: Para descobrir a relação entre as áreas dos triângulos.

Professor: E sabem o que isso significa?
Grupo 6: Ver o que eles têm em comum.
Professor: Sim, ver o que os triângulos têm em comum em relação a...
Grupo 4: À área.

Posteriormente, os grupos apresentaram várias estratégias na resolução do problema, tal como é observável na Tabela 26.

Tabela 26: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta do Problema 1 segundo a estratégia utilizada $(n = 8)$.

Tipo de resposta / Tipo de estratégia	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Total
Desenho/esquema	25	25	0	50
Produção escrita	0	0	37,5	37,5
Operações aritméticas e desenho/esquema	0	12,5	0	12,5
Total	25	37,5	37,5	100

Na Tabela 26 verifica-se que 50% dos alunos recorreram unicamente a estratégias como 'Desenho ou esquemas', das quais apenas 25% conseguiram identificar a relação que existe entre os vários triângulos, como ilustra a resposta do grupo 3 (Figura 69).

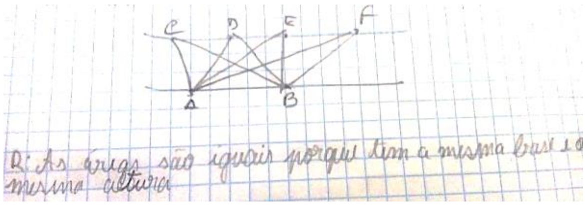


Figura 69: Resolução correta do Problema 1 com recurso a desenhos ou esquemas pelo grupo 3.

Os outros 25% apresentaram respostas parcialmente corretas, uma vez que apenas referem que os triângulos possuem um lado em comum (base), mas não mencionaram que possuem a mesma altura. Exemplo disso é enviado na resposta do grupo 8 (Figura 70).

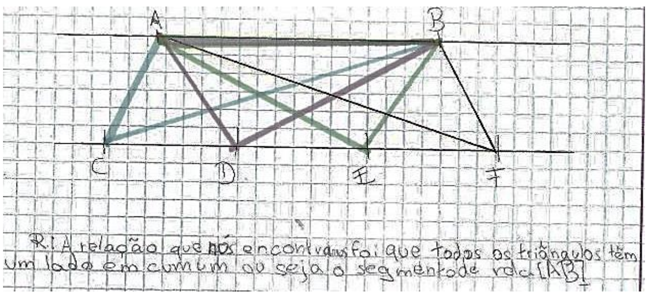


Figura 70: Resolução parcialmente correta do Problema 1 com recurso a desenhos ou esquemas pelo grupo 8.

Já 37,5% dos grupos recorrerem à 'Produção escrita'. No entanto, os grupos que utilizaram esta estratégia não conseguiram identificar a relação existente entre a área dos diferentes triângulos, tal como foi considerado pelo grupo 5 (Figura 71).

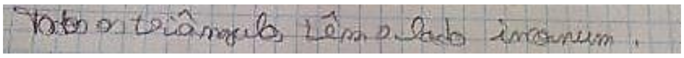


Figura 71: Resolução incorreta do Problema 1 com recurso à produção escrita pelo grupo 5.

Um grupo (12,5%) através do uso de ‘Desenhos ou esquemas’ e de ‘Operações aritméticas’, atribuíram valores ao comprimento e a altura dos triângulos de modo a verificar se possuíam a mesma área. Contudo, apresentaram uma resposta parcialmente correta, uma vez que calcularam a altura dos triângulos relativamente a lados não perpendiculares à base, manifestando assim dificuldades na determinação da altura dos triângulos, como mostra a resposta do grupo 6 (Figura 72).

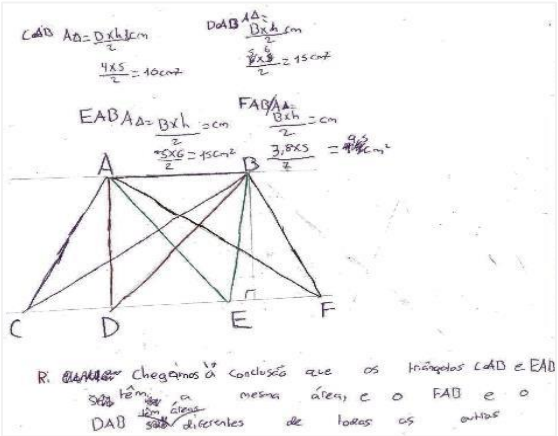


Figura 72: Resolução parcialmente correta do Problema 1 com recurso a operações aritméticas e a desenhos ou esquemas pelo grupo 6.

Para além das dificuldades apresentadas, destacam-se as dos grupos 1 e 2 que consideram que “os triângulos possuem ângulos iguais” (G1), “os triângulos têm diferentes perímetros” (G2). Tais respostas indiciam que apresentaram dificuldades na compreensão do problema, nomeadamente na recolha de informação que o enunciado disponibiliza e na noção de como se determina a área de um triângulo. Deste modo, o momento de discussão que se seguiu procurou clarificar essas dificuldades.

Professor: Que relação existe entre as áreas dos triângulos?
Grupo 8: Nós achamos que todos os triângulos têm um lado em comum.
Professor: Vocês concordam com esta afirmação? Qual é o lado em comum que vocês estão a identificar?
Grupo 8: É o lado $[AB]$.
Professor: Sim, mas o que nós temos de saber para descobrir se as áreas são iguais ou diferentes?
Grupo 7: Temos de saber a base e a altura.
Professor: Qual é a base do triângulo?
Grupo 7: É o segmento de reta $[AB]$.
Professor: E a altura do triângulo? Como vamos determinar a altura de um triângulo?
Grupo 6: A altura varia. São os segmentos de reta que vão desde o segmento de reta $[AB]$ até os outros pontos.
Professor: Concordam com esta afirmação dos vossos colegas?

Grupos: Sim.
Grupos: Não.
Professor: Como é que determinamos a altura?
Grupo 4: É na perpendicular.
Professor: A altura dos triângulos mede-se na perpendicular. Então os triângulos têm a mesma altura?
Grupo 3: Sim.
Professor: Então que relação existe entre as áreas dos triângulos?
Grupo 3: São iguais porque têm a mesma base e a mesma altura.

Quanto às atividades, a maioria dos grupos obteve um bom desempenho. Relativamente à identificação dos dados, é de notar que os alunos têm registado com maior frequência os dados em comparação a problemas anteriores. Por último, apesar de o momento de discussão de resultados ter uma adesão semelhante em relação a problemas anteriores, neste problema evidenciou ser a atividade que os grupos mostraram menos empenho, principalmente pelos grupos que obtiveram respostas incorretas (Tabela 27).

Tabela 27: Percentagem $(\%)$ do tipo de atividades realizadas pelos alunos no Problema 1 $(n = 8)$.

	Problema 1			
Atividades	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	75	0	0	25
Elaborar e concretizar um plano	25	37,5	37,5	0
Discutir o resultado	37,5	12,5	12,5	37,5

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde.

Ainda na mesma intervenção, após os alunos resolverem o Problema 1 leram o enunciado do Problema 2, que teve como objetivo indicar a área de cada uma das plantações do jardim utilizando para tal a área de triângulos.

Problema 2: A Marta tem um terreno com a forma de um hexágono regular com $48\,m$ de perímetro que pretende relvar, plantar flores e árvores de fruta. Para isso, dividiu o terreno em partes geometricamente iguais colocando uma corda com $160\ dm$, unindo cada um dos lados e vértices até ao lado e vértice oposto, passando pelo centro. A Marta tenciona plantar relva em um quarto do terreno, árvores de fruto em cinco doze avos do terreno e flores em um terço do terreno. Qual será a área do terreno ocupada por cada uma destas plantações? Mostra como chegaste à tua resposta.

Posteriormente à leitura do enunciado, os grupos apresentaram dificuldades na compreensão do enunciado do problema.

Professor: Alguém entendeu o que era para fazer só com a leitura do enunciado?
Grupos: Não.
Professor: O problema tem um enunciado longo, por isso vamos prestar atenção. O terreno tem que forma?
Grupo 6: Um hexágono regular.

Professor: E o que quer dizer regular?
Grupo 6: Que têm os lados iguais.
Professor: E qual é o perímetro do hexágono?
Grupo 8: $48\ m$.
Professor: E o que é que a Marta pretende plantar?
Grupo 7: Árvores de fruto, relva e flores.
Professor: Mas antes de plantar o que é que a Marta pretende fazer?
Grupo 3: Dividir o terreno em partes geometricamente iguais.
Professor: E como é que vai dividir o terreno?
Grupo 8: Com uma corda de $160\ dm$.
Professor: Uma corda ou várias cordas?
Grupo 4: Várias cordas.
Professor: E como é que a Marta vai dividir o terreno com as cordas?
Grupo 6: Unindo cada lado e vértice ao lado e vértice oposto.
Professor: E sabem o que é que isso quer dizer?
Grupos: Não, é muito confuso.
Professor: Olhem para o quadro. Temos aqui um esboço de um hexágono. Vou fazer um exemplo. Vou unir um dos lados do hexágono até ao lado oposto. O mesmo acontece para os restantes lados e vértices. Então depois de vocês dividirem o terreno vão determinar o quê?
Grupo 4: A área de cada uma das plantações.

Na resolução do problema, os grupos apresentaram as estratégias que se patenteiam na Tabela 28.

Tabela 28: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta do Problema 2 segundo a estratégia utilizada $(n = 8)$.

Tipo de estratégia \ Tipo de resposta	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Total
Desenho/esquema	0	0	25	25
Operações aritméticas e desenho/esquema	25	50	0	75
Total	25	50	25	100

Uma das estratégias que todos os grupos utilizaram para a resolução deste problema foi o 'Desenho ou esquema' de um hexágono, embora somente 25% dos grupos utilizou exclusivamente este plano. Contudo, esses grupos dividiram o terreno incorretamente, o que fez com que não determinassem a área das plantações, como explicita a resolução do grupo 2 (Figura 73).

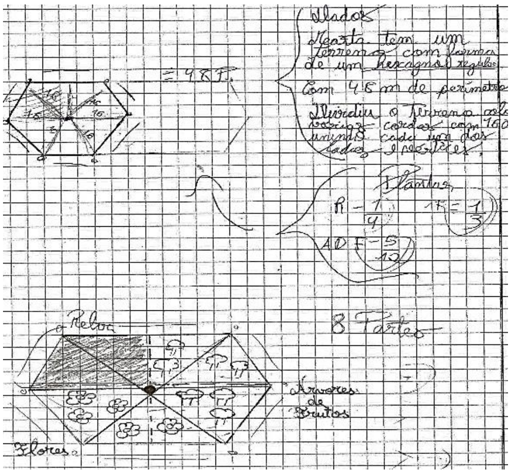


Figura 73: Resolução incorreta do Problema 2 com recurso a desenhos ou esquemas pelo grupo 2.

Os restantes grupos para além de recorrerem a 'Desenhos ou esquemas' utilizaram 'Operações aritméticas' para progredir na resolução do problema. Da aplicação destas estratégias em simultâneo, apenas 25% dos grupos conseguiram dividir corretamente o terreno em partes geometricamente iguais e determinar as áreas das plantações ao recorrer à área de triângulos, tal como exemplifica a resolução do grupo 6 (Figura 74).

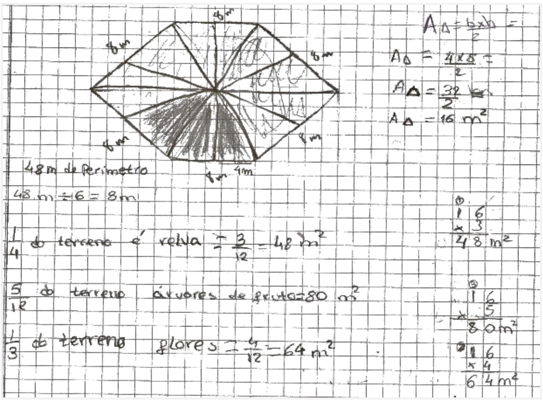


Figura 74: Resolução correta do Problema 2 com recurso a operações aritméticas e a desenhos ou esquemas pelo grupo 6.

Por outro lado, 50% dos grupos determinaram pelo menos os lados do hexágono e/ou a área total do terreno, como se verifica na resposta do grupo 7 (Figura 75). Contudo, os grupos não apresentaram as áreas de cada plantação, dai que as suas respostas são classificadas como parcialmente corretas.

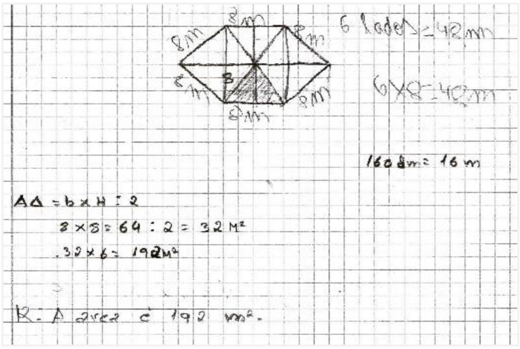


Figura 75: Resolução parcialmente correta do Problema 2 com recurso a operações aritméticas e a desenhos ou esquemas pelo grupo 7.

No momento de discussão de resultados, os grupos tiveram a oportunidade de mostrar e discutir as suas estratégias com a turma de forma a esclarecer as suas dificuldades e de 'confortar' com diferentes formas de resolver o problema.

Professor: Qual foi a primeira coisa que vocês fizeram?
Grupo 6: Fazer o hexágono regular.
Professor: E depois o que fizeram?
Grupo 3: Dividir o perímetro que é 48 pelos 6 lados do hexágono para descobrimos a medida de cada lado do hexágono que é $8\ m$.
Professor: E a seguir qual foi o próximo passo?
Grupos: Dividir o terreno em partes geometricamente iguais.
Professor: E como é que vocês dividiram?
Grupo 5: Nós dividimos em duas partes iguais.
Professor: Vocês apenas uniram um dos lados do hexágono ao seu lado oposto. Concordam? O que é que diz o enunciado?
Grupo 5: Temos de dividir unindo cada lado e vértice ao lado e vértice oposto.
Professor: Então em quantas partes podem dividir o hexágono? Podem também ajudar os vossos colegas.
Grupo 4: Temos de dividir em 12 partes iguais.
Professor: O terreno pode ser dividido em 12 partes geometricamente iguais. E que material utilizou a Marta para dividir o terreno?
Grupo 8: Cordas.
Professor: E que comprimento tinham as cordas?
Grupo 8: $160\ dm$ que é $16\ m$.
Professor: E como é que a Marta pretende plantar a relva, as flores e as árvores de fruto?
Grupo 4: Pretende utilizar $\frac{1}{4}$ do terreno para plantar relva, $\frac{5}{12}$ para plantar árvores de fruto e $\frac{1}{3}$ para plantar flores.
Professor: O terreno está dividido em 12 partes iguais, mas será que nos dá jeito trabalharmos com estes números?
Grupo 6: Não.
Professor: Então o que é que podemos fazer?
Grupo 6: Vamos ter de reduzir $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{3}$ ao mesmo denominador que $\frac{5}{12}$.
Professor: Então como é que fica?
Grupo 4: Fica $\frac{3}{12}$ para a relva e $\frac{4}{12}$ para as flores.

Professor: A Marta pretende utilizar $\frac{3}{12}$ do terreno para plantar relva, $\frac{5}{12}$ para plantar árvores de fruto e $\frac{4}{12}$ para plantar flores. Como é que vamos determinar a área que a Marta plantou com relva?

Grupo 6: Temos de determinar a área de um triângulo e depois multiplicar por 3.

Professor: E porque temos de multiplicar por 3?

Grupo 6: Porque a parte que a Marta pretende relvar é $\frac{3}{12}$, há 3 triângulos dos 12 que vão estar com relva.

Professor: Então qual é a fórmula da área do triângulo?

Grupo 7: $\frac{b(base) \times h(altura)}{2}$.

Professor: E será que todos os triângulos vão ter a mesma área?

Grupo 7: Sim, porque são geometricamente iguais.

Professor: Então como é que fica a área do triângulo?

Grupo 6: $\frac{4 \times 8}{2} = \frac{32}{2} = 16\ m^2$ e depois multiplicamos por 3, que fica $16 \times 3 = 48\ m^2$.

Professor: E porquê que consideraram $4\ m$ na base e $8\ m$ na altura?

Grupo 6: Porque um lado do hexágono é $8\ m$ e um lado do hexágono é duas bases, dai que uma base é $4\ m$. Na altura, como uma corda tem $16\ m$ e vai de um lado a outro. Num triângulo a altura vai de um lado até ao centro do hexágono que é metade da corda, dai ser $8\ m$.

Professor: Toda a gente percebeu?

Grupos: Sim.

Professor: E agora que já conhecemos a área de cada triângulo, como é que descobrimos a área das árvores de fruto?

Grupo 4: Multiplicar por 5 à área de um dos triângulos.

Professor: Que fica como?

Grupo 4: $16\ m^2 \times 5 = 80\ m^2$.

Professor: E em relação à área do terreno ocupado pelas flores?

Grupo 6: Multiplicar por 4, ou seja, fica $16\ m^2 \times 4 = 64\ m^2$.

(De modo a realçar outra forma de resolver o problema perguntei aos grupos o seguinte).

Professor: Será que a partir da área do hexágono podíamos determinar cada uma das áreas das plantações?

Grupos: Sim.

Professor: Como é que poderíamos determinar a área do hexágono? E que valor teria?

Grupo 4: Tínhamos de descobrir a área de um triângulo e depois multiplicar por 12, ou seja, ficava $16\ m^2 \times 12 = 192\ m^2$

Professor: Muito bem. E como faríamos para calcular a área de cada uma das plantações?

Grupo 1: Dividir o valor da área do terreno por cada uma das partes das plantações.

Professor: Ou seja, tinham de dividir $192\ m^2$ por $\frac{4}{12}, \frac{3}{12}, \frac{5}{12}$. Será? Concordam com a resposta dos vossos colegas?

Grupos: Sim.

Grupos: Não.

Professor: Se quisermos descobrir, por exemplo, quanto é $\frac{1}{3}$ de 192 que temos de fazer?

Grupo 6: Multiplicar $\frac{1}{3}$ por 192.

Professor: Ora aí está! Então como é que podíamos calcular a área de cada uma das plantações?

Grupo 4: Tínhamos de multiplicar $192\ m^2$ por $\frac{4}{12}, \frac{3}{12}, \frac{5}{12}$.

Professor: Cá está uma outra possível forma de resolver o problema.

No que respeita às atividades, nota-se que os alunos mostraram um maior envolvimento no momento de discussão dos resultados, assim como na identificação dos dados face a problemas anteriores. Porém, identificar os dados não auxilia completamente a compreensão do enunciado, uma vez que 75% dos grupos sentiram dificuldades em elaborar e concretizar corretamente o plano mais adequado para resolver o problema (Tabela 29).

Tabela 29: Percentagem do tipo de atividades realizadas pelos alunos no Problema 2 ($n = 8$).

	Problema 2			
Atividades	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	75	12,5	0	12,5
Elaborar e concretizar um plano	25	50	25	0
Discutir o resultado	50	12,5	25	12,5

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde.

Na lecionação do tópico 'Área do triângulo', os alunos na resolução de problemas recorreram a diversas estratégias, tal como mostra a Tabela 30.

Tabela 30: Percentagem ($\%$) do tipo de estratégias que os alunos recorreram na resolução de problemas no tópico área do triângulo ($n = 8$).

Problemas	Problema 1			Problema 2		
Tipo de estratégia	C	PC	I	C	PC	I
Desenho/esquema	25	25	0	0	0	25
Produção escrita	0	0	37,5	0	0	0
Operações aritméticas e desenho/esquema	0	12,5	0	25	50	0

Legenda: C: Correto; PC: Parcialmente correto; IC: Incorreto.

De entre as estratégias evidenciadas na Tabela 30, destacam-se no Problema 1 a utilização de 'Desenhos ou esquemas', enquanto que no Problema 2 a aplicação simultânea de 'Desenhos ou esquemas e Operações aritméticas'. Em relação às atividades na resolução de problemas, evidencia-se que a identificação de dados e a discussão de resultados têm tido um maior envolvimento por parte dos grupos no que se concerne a outros tópicos.

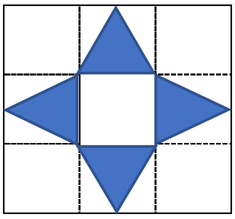
Em síntese, no Problema 1 verifica-se dificuldades na determinação da altura do triângulo, o que compromete o estabelecimento da relação entre as áreas dos triângulos, e na compreensão do enunciado. No Problema 2 é de notar dificuldades em dividir corretamente o terreno e em determinar o as áreas de cada uma das plantações.

Um outro aspeto a realçar é o facto de os alunos trabalharem números racionais com conteúdos de Geometria e Medida, o que mostra que os problemas podem ser uma parte integrante no ensino da matemática (NCTM, 2007), ao interligar vários domínios da Matemática.

4.2.4. Área de polígonos por decomposição

Nesta última intervenção foi abordado, através de dois problemas, o Tópico 'Área de polígonos por decomposição'. Ambos os problemas tinham o objetivo de consolidar os conhecimentos adquiridos em aulas anteriores através da decomposição de figuras em polígonos por forma a que os alunos pudessem determinar as suas áreas e ainda desenvolver o raciocínio matemático.

Problema 1: O Luís pretende decorar a parede da sua cozinha com azulejos iguais ao da figura. Sabe-se que os azulejos têm a forma de um quadrado e que é composto por triângulos geometricamente iguais com altura de $2^2\ cm$. Ao imaginar os azulejos aplicados na cozinha afirmou que gostava do seu padrão por a área da parte colorida ser $\frac{2}{9}$ da área do azulejo. Concordas com o Luís? Mostra como chegaste à tua resposta.



Seguidamente foi realizado um momento de compreensão do enunciado do problema.

Professor: Essa figura é um azulejo ou são vários azulejos?
Grupo 7: É um azulejo.
Professor: É necessário vocês terem isso em atenção. Então o que é que o Luís pretende fazer com esses azulejos?
Grupo 7: Decorar a cozinha.
Professor: E qual é o formato do azulejo?
Grupo 1: É um quadrado.
Professor: Um quadrado tem os lados…
Grupos: Todos iguais.
Professor: E o que é que contém cada azulejo?
Grupo 7: 4 triângulos geometricamente iguais.
Professor: Esses triângulos representam o quê?
Grupo 8: A parte colorida do azulejo.
Professor: Que outros dados o problema vos dá?
Grupo 6: Que a altura dos triângulos é $2^2\ cm$ de altura.
Professor: A partir deste dado vocês conseguem saber a altura do triângulo. E o que é que o Luís afirmou?
Grupo 6: Que a parte pintada representava $\frac{2}{9}$ da área do azulejo.

Os alunos ao explorarem o problema recorreram a várias estratégias, como é apresentado na Tabela 31.

Tabela 31: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta do Problema 1 segundo a estratégia utilizada $(n = 8)$.

Tipo de estratégia \ Tipo de resposta	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Total
Desenho/esquema	12,5	0	0	12,5
Operações aritméticas e desenho/esquema	0	62,5	0	62,5
Descobrir um padrão e desenho/esquema	12,5	0	0	12,5
Experimentação	12,5	0	0	12,5
Total	37,5	62,5	0	100

Entre as estratégias, a que foi mais utilizada, por 62,5% dos grupos, foram as ‘Operações aritméticas’ juntamente com ‘Desenhos ou esquemas’. Estes grupos descobriram pelo menos uma das áreas (área da parte colorida e da área total), no entanto manifestaram fragilidades em determinar a relação existente entre as respetivas áreas, daí que as suas respostas se traduziram em parcialmente corretas, como ilustra a resolução do grupo 5 (Figura 76).

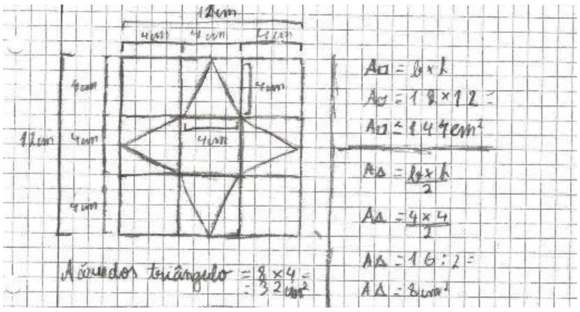


Figura 76: Resolução parcialmente correta do Problema 1 com recurso a operações aritméticas e a desenhos ou esquemas pelo grupo 5.

Por outro lado, os restantes grupos, 37,5%, elaboraram uma resolução correta face ao problema em análise ao recorrerem a outras estratégias, tais como ‘Desenho ou esquema’ (Grupo 7), ‘Descobrir um padrão’ com auxílio a ‘Desenho ou esquema’ (Grupo 1) e à ‘Experimentação’ (Grupo 6) (Figura 77).

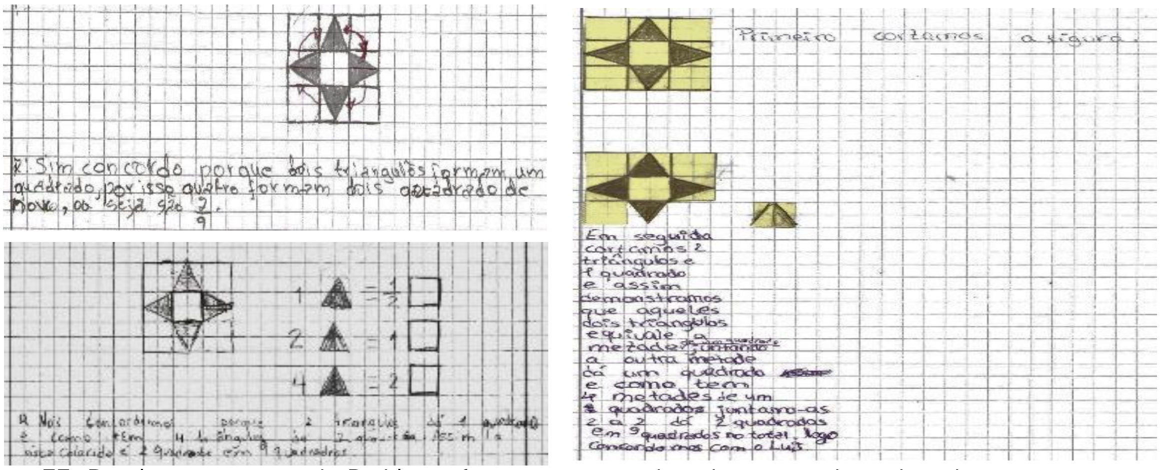


Figura 77: Resoluções corretas do Problema 1 com recurso a descobrir um padrão, desenhos ou esquemas, e experimentação, respetivamente, pelos grupos 7, 1 e 6.

Após a exploração das estratégias, realizou-se a discussão de resultados por forma a combater as fragilidades evidenciadas pelos alunos.

Professor: Que estratégias vocês aplicaram para resolver o problema?

Grupo 7: Na figura há 4 triângulos. Se dividirmos 2 desses triângulos e juntarmos aos outros dois forma-se dois quadrados. Esses dois quadrados representam a parte colorida e como no total temos 9 quadrados, a relação que existe entre a parte colorida e a área do azulejo é de $\frac{2}{9}$ logo o Luís está a dizer a verdade.

Professor: É uma possível estratégia. Quem é que fez de outra forma?

Grupo 8: $2^2\ cm$ é a altura do triângulo e também é a altura do quadrado pequeno, então a altura é igual à base porque um quadrado tem os lados iguais. Para a área do triângulo nós fizemos $\frac{b\times h}{2}=\frac{4\times 4}{2}$ =8 cm^2 e para o quadrado pequeno fizemos $l\times l=4\times 4=16\ cm^2$. Então a área do triangulo é $\frac{1}{2}$ da área do quadrado.

Professor: Vamos olhar para a figura. Quantos quadrados pequenos tem o azulejo?

Grupo 8: 9 quadrados.

Professor: Reparem que vocês apenas calcularam a área de um quadrado pequeno. E se calculassem os 9 quadrados?

Grupo 8: Ficava $16\ cm^2\times 9=144\ cm^2$ que é a área do azulejo.

Professor: E em relação à área da parte colorida, como é que podemos determinar?

Grupo 8: É a área do triângulo vezes 4, pois são 4 triângulos. Fica $8\ cm^2\times 4=32\ cm^2$.

Professor: E agora o que temos de fazer?

Grupo 5: Temos de dividir 144 por 9.

Professor: Mas ao dividirmos vai voltar a dar a área de um quadrado pequeno. Vamos prestar atenção. Nós temos a área total do azulejo e a área da parte colorida. Como é que podemos representar a relação que existe entre a área total do azulejo e a área da parte colorida? Reparem, o que é que representam os $\frac{2}{9}$?

Grupo 4: A relação entre as duas áreas.

Professor: Sim, então quer dizer que podemos representar as áreas sob a forma de uma...

Grupo 4: Fração.

Professor: Sob a forma de uma fração. Qual é a área colorida do azulejo?

Grupo 6: $32\ cm^2$.

Professor: E a área total?

Grupo 6: 144 cm^2.

Professor: Então que fração temos?

Grupo 6: $\frac{32}{144}$.

Professor: Será que poderemos fazer mais alguma coisa?

Grupo 3: Vamos ter de simplificar a fração na sua forma irredutível, que fica: $\frac{32}{144}\ \div 2=\frac{16}{72}\div 2$ $=\frac{8}{36}\div 2=\frac{4}{18}\div 2=\frac{2}{9}$.

Professor: Muito bem! Então o Luís está a dizer a verdade?

Grupos: Sim.

Em relação às atividades, os alunos evidenciaram uma menor adesão na identificação dos dados. Apesar da ausência da apresentação dos dados, nenhum dos grupos apresentou uma estratégia totalmente incorreta. No que respeita à discussão de resultados, grande parte dos grupos participou adequadamente neste momento, tal como é mostrado na Tabela 32.

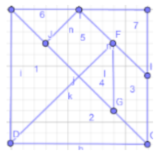
Tabela 32: Percentagem (%) do tipo de atividades realizadas pelos alunos no Problema 1 ($n=8$).

	Problema 1			
Atividades	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	37,5	0	0	62,5
Elaborar e concretizar um plano	37,5	62,5	0	0
Discutir o resultado	62,5	0	12,5	25

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde.

Posteriormente à discussão do Problema 1, os grupos começaram por ler o enunciado do problema seguinte.

Problema 2: Num peddy paper foi atribuído a um grupo de jovens um desafio e um tangram. Os jovens só podem progredir no percurso se completarem o desafio com sucesso. Com um determinado número de peças do tangram construíram alguns quadrados. Que relação existe entre a área do(s) quadrado(s) e a área dos triângulos mais pequenos? Ajuda o grupo a resolver o enigma, ao mostrar como chegaste à tua resposta.



Seguidamente, foi explorado com os grupos o enunciado do problema, com o intuito de conduzir os alunos a compreenderem o problema.

Professor: O que é que foi atribuído a um grupo de jovens?

Grupo 7: Um desafio e um tangram.

Professor: E que desafio foi esse, alguém sabe explicar?

Grupo 7: Ver a relação que existe entre as áreas do quadrado com as dos triângulos mais pequenos.

Professor: Mas estão a falar de que quadrado?

Grupo 7: Este da figura.

Professor: E a figura representa o quê?

Grupo 1: O tangram.

Professor: Vocês conhecem o tangram?

Grupos: Sim.

Professor: E o tangram é formado por quantas peças?

Grupo 3: Sete.

Professor: E que polígonos podemos encontrar no tangram?

Grupo 8: Cinco triângulos, um losango e um paralelogramo.

Professor: Losango? Reparem melhor.

Grupo 6: É um quadrado.

Professor: Portanto temos cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. E os triângulos são todos iguais?

Grupo 6: Não, há triângulos maiores e outros mais pequenos.

Professor: Exato, mas voltando ao desafio. Se vocês repararem no enunciado é dito que se construíram quadrados com um determinado número de peças do tangram. O que é que isto quer dizer?

Grupo 6: Que se pode construir quadrados com as peças do tangram.

Professor: E depois de terem os quadrados formados, alguém sabe o que é que têm de fazer?

Grupo 6: Ver a relação dos quadrados que formamos com a área dos triângulos mais pequenos.

Para o momento de elaboração do plano de resolução do problema, sugeri aos grupos que utilizassem o tangram que se encontrava no caderno de atividades, com o intuito de auxiliar na preparação e concretização das estratégias. Assim, com o auxílio do tangram, os alunos elaboraram as suas estratégias por forma a apresentar as soluções encontradas (Tabela 33).

Tabela 33: Percentagem $(\%)$ dos tipos de resposta do Problema 2 segundo a estratégia utilizada $(n = 8)$.

Tipo de estratégia \ Tipo de resposta	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Total
Experimentação e desenho/esquema	0	37,5	12,5	50
Experimentação, tabela/lista organizada e desenho/esquema	0	12,5	0	12,5
Experimentação	0	37,5	0	37,5
Total	0	87,5	12,5	100

Da análise da Tabela 33 é de verificar que todos os grupos para resolverem o problema tiveram de recorrer à estratégia 'Experimentação', pois era fundamental os alunos experimentarem as várias peças do tangram de modo a formarem os quadrados para posteriormente compararem a sua área com a dos triângulos mais pequenos.

Para além da 'Experimentação', metade dos grupos recorreram a um 'Desenho ou esquema' para mencionarem as soluções encontradas. Por sua vez, 37,5% apresentaram resoluções parcialmente corretas, visto que relacionaram corretamente algumas das áreas dos quadrados que conseguiram formar com a área dos triângulos mais pequenos, como comprova a resolução do grupo 3 (Figura 78).

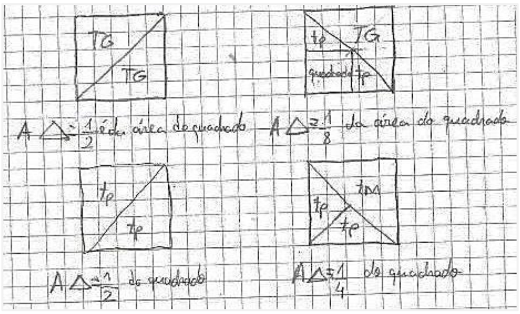


Figura 78: Resolução parcialmente correta do Problema 2 com recurso à experimentação e a desenhos ou esquemas pelo grupo 3.

Um grupo (12,5%) apresentou dificuldades na compreensão do enunciado, uma vez que não apresentou um quadrado, mas sim um hexágono. Ao estabelecerem uma construção incorreta fez com que referissem uma relação incorreta entre a área do polígono formado com a área dos triângulos pequenos, visto que os triângulos mais pequenos não cabem uniformemente no polígono formado, como mostra a resolução do grupo 7 (Figura 79).

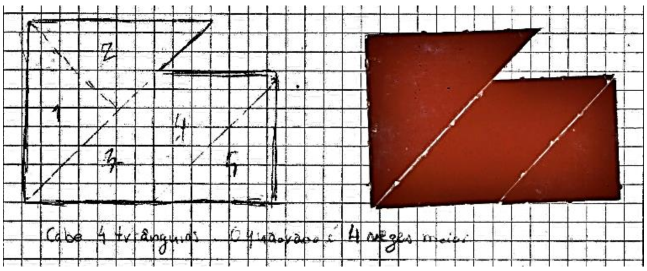


Figura 79: Resolução incorreta do Problema 2 com recurso à experimentação e a desenhos ou esquemas pelo grupo 7.

Para além da utilização de ‘Desenhos ou esquemas’, 37,5% dos grupos recorreram apenas à manipulação do tangram para encontrarem as respetivas soluções do problema. No entanto, apresentaram apenas algumas soluções do problema, como exemplifica a resposta obtida pelo grupo 6 (Figura 80).

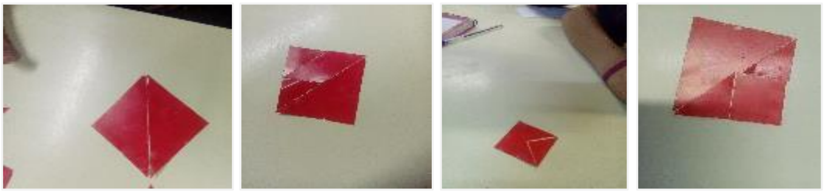


Figura 80: Resolução parcialmente correta do Problema 2 com recurso à experimentação pelo grupo 6.

Numa menor percentagem, o grupo 4 (12,5%) utilizou uma ‘Tabela ou lista organizada’ com o auxílio de ‘Desenhos ou esquemas’ de modo a representar as soluções por eles encontradas. Apresentaram uma resolução parcialmente correta, uma vez que não evidenciaram todas as respostas possíveis do problema e estabeleceram incorretamente a relação entre a área do quadrado formado pelas 7 peças do tangram e a área dos triângulos mais pequenos (Figura 81).

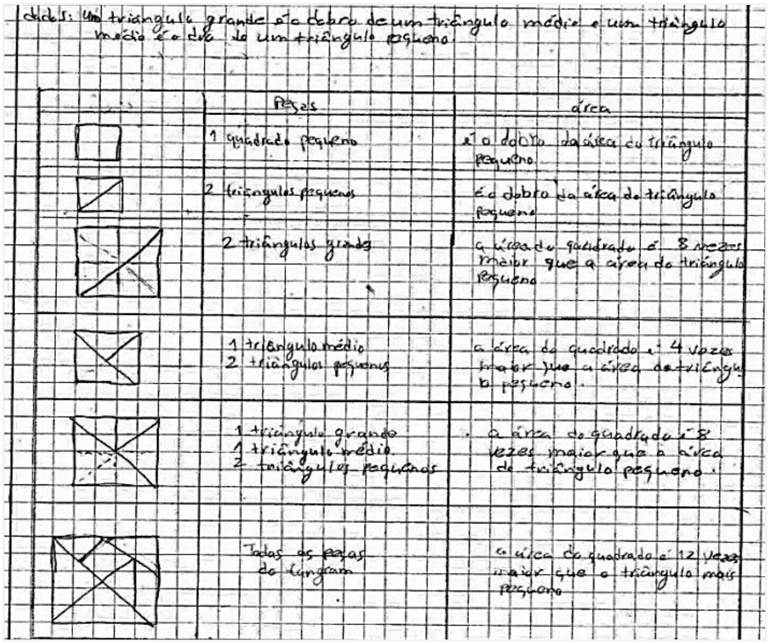


Figura 81: Resolução parcialmente correta do Problema 2 com recurso a experimentação, tabela ou lista organizada e a desenhos ou esquemas pelo grupo 4.

De um modo geral, constata-se que o problema envolveu um raciocínio elevado para os alunos, uma vez que, verifica-se que nenhum dos grupos evidenciou um plano totalmente correto. Maioritariamente os alunos apresentaram fragilidades em estabelecer as diversas possibilidades de formar um quadrado com as peças do tangram e em instituir as relações entre as áreas dos quadrados formados e as áreas dos triângulos mais pequenos.

Seguidamente, no momento de discussão dos resultados, os grupos apresentaram as suas estratégias à turma por forma a visualizar outras soluções e relações entre as áreas dos quadrados formados e a área dos triângulos pequenos.

Professor: Quantos quadrados conseguiram formar com as peças do tangram?
Grupos: (Várias respostas) Três...quatro...cinco...seis.
Professor: Será que se podia formar um quadrado com apenas uma peça?
Grupos: Não.
Grupos: Sim.
Professor: Dos que disseram sim, como é que formaram um quadrado?
Grupo 4: Nós não formámos, já existe uma peça que é um quadrado.
Professor: E que relação existe entre a área desse quadrado e a área dos triângulos mais pequenos?
Grupo 4: O quadrado tem o dobro da área dos triângulos mais pequenos porque se unirmos os dois triângulos mais pequenos verificamos que se forma um quadrado.
Professor: Reparem que já encontramos mais uma hipótese, mas com duas peças. Alguém conseguiu formar um outro quadrado com duas peças?
Grupo 6: Nós fizemos um quadrado com os dois triângulos maiores.
Professor: É uma outra hipótese. E que relação existe entre as áreas?
Grupo 6: A área do triângulo é metade da área do quadrado.
Professor: Observem que estamos a falar da relação entre a área do quadrado que formaram com a área dos triângulos mais pequenos e não dos triângulos maiores.
Grupo 1: A área do triângulo é $\frac{1}{8}$ da área do quadrado porque cabem 8 triângulos no quadrado.
Professor: Pode-se dizer que sim, mas atenção no enunciado diz entre a área do quadrado e do triângulo mais pequeno. Ou seja, vocês têm de começar a falar a partir da área do quadrado para a do triângulo e não ao contrário. Assim, a área do quadrado é...
Grupo 4: Oito vezes maior que a dos triângulos mais pequenos.
Professor: E com três peças? Quem conseguiu formar um quadrado? E que relação existe entre as áreas?
Grupo 3: Nós conseguimos formar um quadrado com três peças unindo o triângulo médio com os dois mais pequenos e vimos que a área do quadrado é quatro vezes maior do que a área dos triângulos mais pequenos, porque um triângulo médio é o dobro de um triângulo mais pequeno.
Professor: E será que se poderá formar mais algum quadrado com três peças?
Grupo 3: Achamos que não.
Professor: Exato, não existem mais quadrados que se possam formar com apenas três peças do tangram.

No que se concerne à construção dos quadrados com quatro peças existiram grupos que apresentaram essas hipóteses, o que já não aconteceu com a construção de um quadrado com cinco peças do tangram.

Professor: E com cinco peças do tangram será possível formar um quadrado?
Grupos: Não.

Professor: Reparem, se eu unir um triângulo pequeno com o triângulo médio e com o paralelogramo e este unir-se ao quadrado e a outro triângulo pequeno, o que se forma?

Grupos: Um quadrado!

Professor: Qual será a relação entre a área do quadrado e a área dos triângulos mais pequenos?

Grupo 6: Se já temos dois triângulos pequenos mais o quadrado e o triangulo médio já ficamos com seis triângulos pequenos, porque em cada um deles cabe dois triângulos pequenos. Mas falta o paralelogramo!

Professor: Observem, o paralelogramo poderá ser dividido?

Grupo 4: Sim em duas partes! Assim temos oito triângulos o que quer dizer que a área do quadrado é oito vezes maior que o triângulo mais pequeno.

Professor: E com seis peças, será possível formar um quadrado?

Grupos: Sim.

Grupos: Não.

Professor: De facto por muito que se tente, não existe possibilidade alguma de formar um quadrado com as seis peças do tangram. E será que conseguimos encontrar todas as possibilidades de formar um quadrado?

Grupo 8: Não. Ainda podemos formar um quadrado com sete peças.

Professor: Se repararem, com as sete peças do tangram também se pode formar um quadrado. Qual é a relação entre a área do quadrado formado com todas as peças do tangram e a área dos triângulos mais pequenos?

Grupo 4: A área do quadrado é doze vezes maior porque cabem doze triângulos pequenos.

Professor: Será que cabe apenas doze triângulos? Concordam com os vossos colegas?

Grupo 8: Não! A área do quadrado é dezasseis vezes maior que a do triângulo pequeno porque quando os dois triângulos grandes formam um quadrado a sua área é oito vezes maior. E como os dois triângulos grandes ocupam metade da área do quadrado com sete peças então o quadrado com sete peças tem o dobro da área dos dois triângulos grandes.

Em relação às atividades de resolução de problemas, verificou-se que os alunos mostram menos envolvimento na identificação dos dados do enunciado, uma vez que este problema não usufruía de dados numéricos (Tabela 34).

Tabela 34: Percentagem $(\%)$ do tipo de atividades realizadas pelos alunos no Problema 2 $(n = 8)$.

	Problema 2			
Atividades	A	PA	IA	NR
Identificar os dados	25	0	0	75
Elaborar e concretizar um plano	0	75	25	0
Discutir o resultado	25	37,5	0	37,5

Legenda: A: Adequado; PA: Parcialmente adequado; IA: Inadequado; NR: Não responde.

Na lecionação do tópico 'Área de polígonos por decomposição', os alunos na resolução de problemas recorreram a diversas estratégias, tal como mostra a Tabela 35.

Tabela 35: Percentagem (%) do tipo de estratégias que os alunos recorreram na resolução de problemas no tópico áreas de polígonos por decomposição ($n = 8$).

Problemas Tipo de estratégia	Problema 1			Problema 2		
	C	PC	I	C	PC	I
Desenho/esquema	12,5	0	0	0	0	0
Operações aritméticas e desenho/esquema	0	62,5	0	0	0	0
Descobrir um padrão e desenho/esquema	12,5	0	0	0	0	0
Experimentação	12,5	0	0	0	37,5	0
Experimentação e desenho/esquema	0	0	0	0	37,5	12,5
Experimentação, tabela/lista organizada e desenho/esquema	0	0	0	0	12,5	0

Legenda: C: Correto; PC: Parcialmente correto; IC: Incorreto.

Através da análise da Tabela 35, verifica-se que as estratégias mais utilizadas na resolução de problemas do tópico 'Áreas de polígonos por decomposição' foram os 'Desenhos ou esquemas', as 'Operações aritméticas' e a 'Experimentação'. No que se concerne às atividades realizadas, nota-se que os grupos voltaram a identificar cada vez menos os dados dos problemas em relação a outros tópicos. Contudo, o registo dos dados por parte dos grupos pode mostrar pouco se compreenderam de facto o enunciado do problema, uma vez que existiram grupos que apresentaram resoluções corretas sem necessitarem de registar os dados por escrito (Figura 77). Por outro lado, é importante trabalhar esta atividade com os alunos, nomeadamente através do momento de compreensão do problema, uma vez que se não for devidamente trabalhada pode impedir que os alunos realizam corretamente as etapas seguintes (Pólya, 1995).

No que diz respeito às dificuldades encontradas, no Problema 1, os grupos manifestaram fragilidades em determinar a área da parte colorida e relacioná-la com a área total. No Problema 2, os grupos apresentaram maioritariamente dificuldades em instituir as relações entre os quadrados formados e as áreas dos triângulos mais pequenos. Em suma, os grupos em ambos os problemas revelaram dificuldades na comparação de áreas. Esta dificuldade indica que os grupos precisam de continuar a desenvolver o raciocínio matemático, o que implica que continuem a resolver problemas, uma vez que esta atividade desenvolve o raciocínio dos alunos (Boavida et al., 2008; NCTM, 2007) e consolida as capacidades já desenvolvidas (NCTM, 2007; Ponte & Serrazina, 2000).

4.3. Avaliação dos alunos do 1.º e 2.º Ciclos no ensino ministrado

Neste subcapítulo são apresentadas as perceções dos alunos do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico sobre o ensino ministrado com foco na resolução de problemas.

4.3.1. Perceções dos alunos do 1.º Ciclo

No final da intervenção pedagógica, através da realização de um questionário, procurei conhecer as perceções dos alunos do 4.º ano de escolaridade sobre a aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas. São assim analisadas as perceções dos alunos em torno de seis categorias, nomeadamente: noção de resolução de problemas; atitudes e desempenho dos alunos face à resolução de problemas; ensino ministrado nas etapas de resolução de problemas; método de trabalho em sala de aula; tópicos de Geometria e Medida que suscitaram maior e menor interesse; e dificuldades dos alunos na resolução de problemas.

Perceções sobre a noção de resolução de problemas. De forma a perceber que noção os alunos possuem em relação à resolução de problemas, apresenta-se o grau de concordância dos alunos, em percentagem, em torno de afirmações sobre as etapas de resolução de problemas com base no Modelo de Pólya (Tabela 36).

Tabela 36. Grau de concordância em $(\%)$ das perceções sobre a noção de resolução de problemas ($n = 20$).

Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**
Considero importante a leitura do enunciado de um problema antes de o resolver.	0	5	95
Na resolução de problemas somente há uma estratégia a aplicar.	55	0	45
Considero importante justificar as respostas na resolução de problemas.	5	10	85
A resolução de problemas desafia a pensar.	5	0	95

Legenda: DT/D: Discordo totalmente ou Discordo; I: Indiferente; C/CT: Concordo ou Concordo totalmente.

Relativamente à primeira etapa de resolução de problemas, a maioria 95% dos alunos referem ser importante a leitura do enunciado antes de o resolver, enquanto que apenas um aluno (5%) considera indiferente este passo. Esta ocorrência, indica que a maioria dos alunos tem a noção que se deve optar por este método antes de resolver o problema, o que favorece a sua compreensão. Uma mesma percentagem (95%) mostra que os alunos consideram que a resolução de problemas desafia a pensar.

Quanto às estratégias, a opinião dos alunos diverge em dois grupos: 55% apontam que na resolução de problemas pode haver mais do que uma estratégia a aplicar; e 45% indicam que apenas existe um plano a aplicar. Esta divergência de opiniões indicia dever-se ao desenvolvimento de novas estratégias em 55% dos alunos em oposição a outros, o que consta que os alunos que possuem um maior leque de estratégias considerem que há mais do que uma forma de resolver um problema.

Na concretização do plano, 85% dos alunos consideram importante justificar as respostas. Este facto deve-se por os alunos estarem habituados a resolver problemas que requerem uma justificação e apresentação de resposta. Os restantes 15% consideram indiferente ou inadequada a apresentação de qualquer justificação na resolução dos problemas.

Perceções dos alunos sobre as atitudes e desempenho face à resolução de problemas. Um outro aspeto atender é nas atitudes que os alunos apresentam e no desempenho prestado para com a resolução de problemas. Assim, foram questionados sobre como agiam nas diferentes etapas de resolução de problemas (Tabela 37).

Tabela 37. Grau de concordância em $(\%)$ sobre as atitudes e o desempenho dos alunos face à resolução de problemas $(n = 20)$.

Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**
Após a leitura e interpretação do enunciado consegui elaborar estratégias para os resolver.	10	50	40
Na resolução de problemas procurei-me envolver na sua resolução.	20	25	55
Na resolução de problemas nas aulas esperava que alguém os revolvesse no quadro.	40	20	40
Na resolução de problemas procurei envolver-me na discussão com os meus colegas.	35	25	40
Considero que tive um bom desempenho na resolução de problemas.	15	20	65

Legenda: DT/D: Discordo totalmente ou Discordo; I: Indiferente; C/CT: Concordo ou Concordo totalmente.

Ao analisar a Tabela 37 verifico que 40% dos alunos consideram que elaboraram estratégias após a leitura e compreensão do problema; 50% afirmam sentir algumas dificuldades na concretização de estratégias; e 10% revelaram que não conseguiram elaborar estratégias para resolver os problemas após a 1.ª etapa de resolução de problemas. Estes resultados indicam que a maior parte dos alunos (60%) manifestaram dificuldades na compreensão do enunciado do problema, o que dificulta a elaboração de um plano ou estratégia. A nível da resolução propriamente dita, 55% dos alunos referem que se envolviam na resolução dos problemas que lhes foram propostos, o que mostra iniciativa e empenho. Contudo, 45% afirmam ter pouco ou muito pouco interesse na concretização de estratégias. De um modo semelhante, 40% dos alunos esperavam que alguém resolvesse os problemas no quadro, o que revela um ato de passividade face a esta atividade e a estarem 'formatizados' com o ensino tradicional. Em oposição, numa mesma percentagem, houve alunos que manifestaram iniciativa ao resolver os problemas, o que indica que a turma apresenta num nível intermédio quanto à iniciativa e envolvimento na resolução de problemas. No que respeita à interação com os colegas, 40% dos alunos apontam que procuraram envolver-se na discussão com os seus colegas e 60% afirmam que se envolveram de forma periódica ou simplesmente não contraponham as ideias e estratégias dos seus colegas. Este facto indica que dentro dos momentos estabelecidos para diálogo, grande parte dos alunos interagiu pouco ou não chegou a interagir com os seus pares, o que mostra uma atitude de passiva ou por outro lado de falta de confiança em contrapor uma estratégia diferente dos colegas. Contudo, no que se concerne ao desempenho geral na resolução de problemas, 65% da turma considera que teve um bom desempenho.

Perceções sobre o ensino ministrado nas etapas de resolução de problemas. De modo a atender ao que os alunos vivenciaram nas aulas, é de notar a importância do seu parecer em relação ao ensino ministrado. Desta forma, foi-lhes questionado sobre as oportunidades que tiveram na resolução dos problemas, se gostariam de aprender outros conteúdos através da resolução de problemas e se esta atividade os ajudou a compreender os conteúdos e a clarificar as suas dificuldades (Tabela 38).

Tabela 38. Grau de concordância em $(\%)$ das perceções sobre o ensino ministrado nas etapas de resolução de problemas $(n = 20)$.

Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**
Na fase de discussão/verificação dos resultados tive a oportunidade de comparar as minhas estratégias e os resultados com os meus colegas.	20	40	40
Na fase de discussão/verificação dos resultados ajudou-me a clarificar as minhas dificuldades na aprendizagem dos tópicos de Geometria e Medida.	5	20	75
Na fase de discussão/verificação dos resultados ajudou-me a compreender os tópicos de Geometria e Medida abordados nas aulas.	0	20	80
Gostaria de aprender outros tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas.	5	0	95

Legenda: DT/D: Discordo totalmente ou Discordo; I: Indiferente; C/CT: Concordo ou Concordo totalmente.

Quanto às perceções dos alunos em relação ao ensino ministrado nas etapas de resolução de problemas, 40% dos alunos consideram que tiveram oportunidade de comparar as suas estratégias com a dos seus colegas, enquanto que 20% indicam o oposto, devido à pouca evidência do trabalho em pequeno grupo na turma. Quanto à discussão e verificação dos resultados, a maior parte dos alunos, 75%, considera que esta etapa de resolução de problemas clarificou as suas dificuldades na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida o que favoreceu a compreensão desses mesmos tópicos. Em contrapartida, apenas um aluno (5%) indica que a resolução de problemas não ajudou a ultrapassar as suas dificuldades na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida. Perante esta análise é de referir que os alunos visam a importância desta etapa de resolução de problemas na clarificação e compreensão dos conteúdos. Por último, 95% dos alunos mencionam que gostariam de aprender outros tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas, o que mostra que a aprendizagem de conteúdos de Geometria e Medida através da resolução de problemas facultou a compreensão desses mesmos tópicos.

Perceção dos alunos sobre os tópicos de Geometria e Medida que gostaram mais e menos de trabalhar através da resolução de problemas. De modo a identificar os tópicos que os alunos do 4.º ano de escolaridade gostaram mais e menos de aprender na resolução de problemas foi-lhes questionado, através de duas perguntas de resposta aberta, qual o tópico de Geometria e Medida que gostaram mais e menos de trabalhar na resolução de problemas, solicitando-lhes também uma justificação pela sua opção. A figura seguinte ilustra, em percentagem, o tópico de Geometria e Medida que os alunos gostaram mais de trabalhar na resolução de problemas.

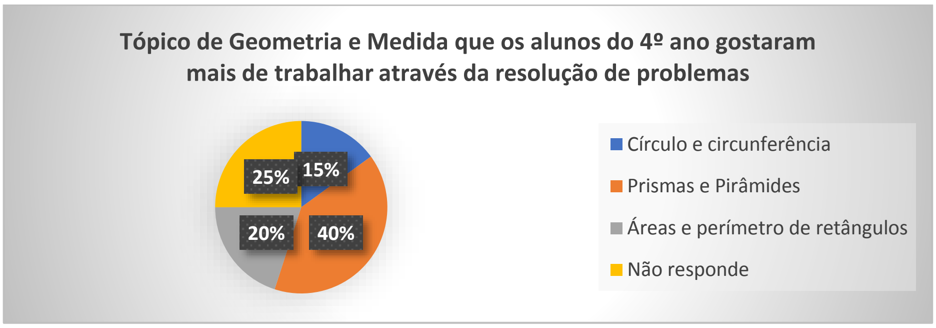


Figura 82: Tópico de Geometria e Medida que os alunos do 4.° ano gostaram mais de trabalhar através da resolução de problemas.

Da análise da Figura 82, verifica-se que o tópico que os alunos gostaram mais de aprender através da resolução de problemas foi 'Prismas e pirâmides', nomeadamente as caraterísticas que os distinguem e como se podem classificar cada um deles tendo em conta a base do sólido. Destes alunos, 40% indicam que gostaram mais deste tópico porque "gosto mais de sólidos" (A9), "achei os sólidos bonitos" (A18), "consegui tocar nos sólidos e ver as diferenças" (A19). Este facto mostra que a utilização de material manipulável em sala de aula chama a atenção dos alunos, de modo a motivá-los na aprendizagem de um determinado tópico. Por outro lado, 20% dos alunos mencionam que gostaram mais de trabalhar as 'Áreas e perímetro de retângulos' através da resolução de problemas, uma vez que "achei interessante" (A14), "gostei de aprender a fazer a mudança das medidas de comprimento" (A5) e "é útil para o dia a dia" (A10). Numa menor percentagem, 15% referem que gostaram mais de aprender o conteúdo 'Círculo e circunferência', porque "gostei de saber a diferença entre elas" (A12), "gosto de estar a aprender isto das linhas" (A2), "desafia a pensar" (A11). Contudo 25% dos alunos não mencionaram nenhum dos conteúdos lecionados pela resolução de problemas como o predileto, uma vez que não responderam à questão.

Tal como houve tópicos que os alunos gostaram mais de trabalhar pela resolução de problemas, também existiram tópicos de Geometria e Medida que os alunos gostaram menos de trabalhar nesta atividade. A figura seguinte, mostra o tópico de Geometria e Medida que os alunos do 4.° ano apreciaram menos de trabalhar.

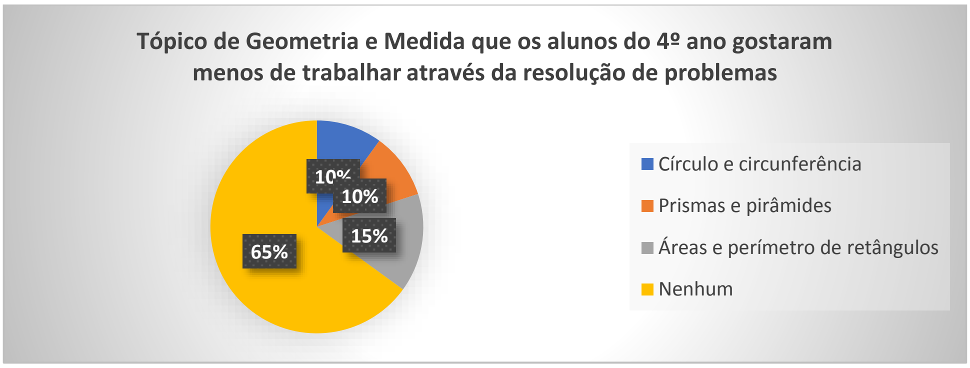


Figura 83: Tópico de Geometria e Medida que os alunos do 4.° ano gostaram menos de trabalhar através da resolução de problemas.

Da análise da Figura 83, constata-se que a maior parte dos alunos, 65%, não menciona qualquer tópico de Geometria e Medida como o menos preferido de trabalhar através da resolução de problemas. Porém, 35% dos alunos explicitam tópicos de Geometria e Medida que gostaram menos de trabalhar a partir da resolução de problemas, tais como 'Círculo e circunferência' (10%), 'Prismas e pirâmides' (10%) e 'Áreas e perímetro de retângulos' (15%). Relativamente ao tópico 'Círculo e Circunferência', nenhum aluno justificou a razão que os levou a manifestar tal atitude. Quanto ao tópico 'Prismas e pirâmides', há quem refira que não apreciou trabalhar com este tópico porque "tem muitas classificações" (A3) e "é difícil de distinguir" (A6). No que respeita às 'Áreas e Perímetro de Retângulos', os alunos manifestaram dificuldade neste tópico, porque "é mais difícil" (A1), "tem contas difíceis" (A8) e os "problemas têm mais passos" (A16).

Em suma, os alunos interessam-se mais por trabalhar um determinado conteúdo pela sua facilidade e pela forma como é lecionado na sala de aula, sendo que quanto mais difícil for o tópico, visando mais passos na resolução do problema, menos interesse é demonstrado pelos alunos, o que pode comprometer a sua aprendizagem.

Para entender que formato de trabalho que os alunos preferiram questionei-os através de uma questão de resposta aberta se gostaram mais de trabalhar de forma individual, em pequeno grupo ou em grande grupo (Figura 84).

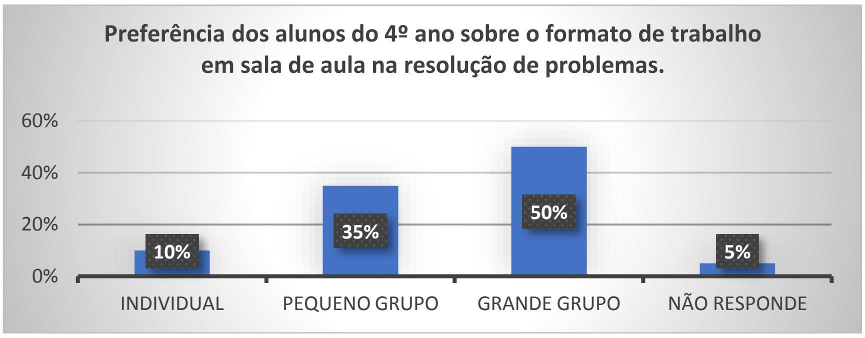


Figura 84: Preferência dos alunos do 4.° ano sobre o formato de trabalho em sala de aula na resolução de problemas.

Perante a análise da Figura 84 é de verificar que metade dos alunos, 50%, preferiu trabalhar em grande grupo, visto que esta organização de trabalho se centra no debate de várias estratégias de resolução e na sistematização de ideias, tal como é evidenciado nas respostas mencionadas por alguns alunos: "porque é mais fácil partilhar ideias" (A7); "porque tenho dificuldades" (A17); "porque assim é mais fácil" (A2); "porque podemos discutir as nossas ideias" (A4). Quanto ao trabalho em pequeno grupo, 35% dos alunos preferiu este método de trabalho "porque dá para discutir as estratégias e comparar com os outros" (A13) e "em vez de serem só um a pensar trabalham mais pessoas" (A11). Por outro lado, apenas 10% dos alunos preferiram trabalhar individualmente, visto que "assim há menos confusão na sala" (A19) e um aluno (5%) não menciona qualquer resposta.

Perceções sobre as dificuldades dos alunos. De modo a analisar as dificuldades dos alunos, foi-lhes questionado, através da uma questão de escolha múltipla, quais as etapas da resolução de problemas que sentiram mais dificuldades. A tabela seguinte ilustra as etapas que os alunos manifestaram mais fragilidades na resolução de problemas.

Tabela 39: Dificuldades sentidas pelos alunos do 4.º ano na resolução de problemas $(n = 20)$.

Dificuldades sentidas pelos alunos	**% de respostas**
Ler e compreender o enunciado.	10
Identificar os dados e o pedido.	25
Estabelecer um plano.	50
Concretizar uma estratégia.	45
Discutir o resultado	20

Da análise da Tabela 39, consta-se que apenas 10% dos alunos apontam dificuldades na leitura do enunciado do problema o que pode afetar posteriormente a compreensão do problema. Quanto à identificação dos dados e da incógnita dos problemas, 25% dos alunos assinalam que sentiram dificuldades em compreender o que era solicitado nos enunciados dos problemas. Estas dificuldades, por sua vez, podem comprometer a etapa seguinte, estabelecimento de um plano ou estratégia, tal como é verificável por 50% dos alunos. Na concretização da(s) estratégia(s) implementada(s) para resolver(em) o(s) problema(s), 45% apontam dificuldades nesta etapa. Quanto à discussão das soluções dos problemas, 20% indicam fragilidades nesta etapa. Deste modo, é de constatar que as etapas que envolviam um papel mais presente por parte do professor, nomeadamente quando envolvia o trabalho em grande grupo, os alunos apresentaram menos dificuldade, do que quando trabalharam individualmente ou em pequeno grupo. O que leva a realçar que os alunos quando são acompanhados numa etapa, conseguem sentir mais apoio, confiança e motivação para realizar os problemas e 'enfrentar' as suas dificuldades.

4.3.2. Perceções dos alunos do 2.º Ciclo

De forma a identificar as perceções dos alunos do 5.º ano de escolaridade sobre a aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas, os mesmos responderam a um questionário após a implementação do projeto. Perante as respostas dos alunos são analisadas as suas perceções em oito categorias: noção de resolução de problemas; atitudes e desempenho dos alunos face à resolução de problemas; ensino ministrado nas diferentes etapas de resolução de problemas; método de trabalho em sala de aula na resolução de problemas; a resolução de problemas no desenvolvimento de capacidades; estratégias utilizadas; vantagens e desvantagens da resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida; e dificuldades dos alunos na resolução de problemas.

Perceções sobre a noção de resolução de problemas. Numa primeira instância é fundamental entender as perceções que os alunos possuem acerca da resolução de problemas de modo a perceber se compreenderam em que consiste esta atividade. Assim, foram analisadas várias questões sobre as etapas da resolução de problemas (Tabela 40).

Tabela 40. Grau de concordância em $(\%)$ das perceções sobre a noção de resolução de problemas $(n = 17)$.

Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**
A leitura do enunciado de um problema é uma atividade importante na sua resolução.	5,9	0	94,1
A interpretação do enunciado de um problema é fundamental para elaborar estratégias.	0	0	100
Na resolução de problemas existem diferentes estratégias que nos levam à mesma solução.	0	5,9	94,1
Na resolução de problemas abrange a apresentação de respostas.	0	0	100
O desafio em resolver problemas é igual à resolução de exercícios.	23,5	17,7	58,8
A resolução de problemas desafia a pensar.	5,9	0	94,1

Legenda: DT/D: Discordo totalmente ou Discordo; I: Indiferente; C/CT: Concordo ou Concordo totalmente.

No que diz respeito à primeira etapa de resolução de problemas, 94,1% dos alunos consideram importante a leitura do enunciado antes de resolver os problemas, o que facilita a identificação dos dados e da incógnita do problema. Assim, esta ação favorece a compreensão do enunciado dos problemas, o que contribui para que os alunos desenvolvam estratégias de resolução de problemas. No que respeita às estratégias, a maior parte dos alunos, 94,1%, refere que na resolução de problemas existem mais do que uma estratégia a utilizar para se chegar à solução. Esse facto deve-se a um maior conhecimento de novas estratégias para a maioria dos alunos. Já na concretização de um plano, todos os alunos têm a noção que é importante apresentação de respostas. Por outro lado, 58,8% dos alunos apontam a resolução de problemas como uma atividade similar com a resolução de exercícios, o que revela que mais de metade da turma não possui a noção clara da diferença entre exercícios e problemas. No entanto, uma percentagem muito significativa da turma, 94,1% dos alunos, consideram que a resolução de problemas desafia a pensar.

Atitudes e desempenho dos alunos face à resolução de problemas. Uma outra forma de avaliar o ensino ministrado é através das atitudes e desempenho dos alunos face à resolução de problemas (Tabela 41).

Tabela 41. Grau de concordância em (%) sobre as atitudes e desempenho dos alunos face à resolução de problemas ($n = 17$).

Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**
Na resolução de problemas nas aulas procurei envolver-me na sua resolução.	0	23,5	76,5
Na resolução de problemas nas aulas esperava que alguém os revolvesse no quadro.	58,8	29,4	11,8
Na resolução de problemas nas aulas envolvi-me na discussão com os meus colegas.	11,8	23,5	64,7
Como a resolução de problemas desafia a pensar isso faz com que eu não goste de os resolver.	82,4	0	17,6
Considero que tive um bom desempenho na resolução de problemas.	11,8	17,6	70,6

Legenda: DT/D: Discordo totalmente ou Discordo; I: Indiferente; C/CT: Concordo ou Concordo totalmente.

Das atitudes tomadas pelos alunos é de constatar que 76,5% refere que procuraram se envolver na resolução de problemas propostos o que mostra interesse, motivação e iniciativa para a maioria dos alunos. De um mesmo modo, nenhum dos alunos revelou desinteresse na resolução de problemas. Um outro aspeto que se realça é que mais de metade da turma, 58,8%, mencionou que não precisava que alguém apresentasse a resolução do problema no quadro, revelando assim uma atitude de iniciativa face a esta atividade. Um outro aspeto que destaca este empenho por grande parte dos alunos é a sua interação com os colegas, em que 64,7% apontam que discutiram e argumentaram as suas estratégias e resultados com os colegas, enquanto 23,5% dos alunos se envolveram na discussão de forma ocasional. É de constatar que a maioria dos alunos, 82,4%, afirmam que não deixariam de resolver problemas ao saber que esta atividade desafia a pensar, o que mostra empenho por parte dos alunos em aprender conteúdos através desta atividade. Por último, de modo geral, 70,6% da turma considera que teve um bom desempenho na resolução de problemas, o que significa que grande parte dos alunos manifestou interesse, empenho e motivação para ultrapassar as suas dificuldades nas diferentes etapas em prol das aprendizagens dos tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas.

Perceções sobre o ensino ministrado nas diferentes etapas de resolução de problemas. Por forma a perceber o nível de satisfação dos alunos em relação ao ensino implementado na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida na resolução de problemas, tive a preocupação em saber, através de um conjunto de questões, se de facto o ensino ministrado foi adequado (Tabela 42).

Tabela 42. Grau de concordância em $(\%)$ das perceções sobre o ensino ministrado nas diferentes etapas de resolução de problemas $(n = 17)$.

Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**
Os contextos dos problemas que resolvi estavam adequados a situações do meu quotidiano.	11,8	41,2	47
Os contextos dos problemas ligados ao meu quotidiano motivam-me a resolvê-los.	5,9	41,2	52,9
O tempo estipulado para resolver os problemas foi adequado.	5,9	41,2	52,9
Na discussão da resolução de problemas tive a oportunidade de comparar as minhas estratégias e os resultados com os meus colegas.	5,9	11,8	82,3
Na discussão da resolução de problemas ajudou-me a clarificar as minhas dificuldades na aprendizagem dos tópicos de Geometria e Medida.	0	17,6	82,4
Na discussão da resolução de problemas ajudou-me a compreender os tópicos de Geometria e Medida abordados nas aulas.	0	5,9	94,1
A resolução de problemas é essencial na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida.	0	0	100
A resolução de problemas em sala de aula não deveria de existir.	76,5	5,9	17,6
Aprendi os conteúdos de Geometria e Medida com a resolução de problemas.	0	17,6	82,4
Gostaria de aprender outros tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas.	5,9	5,9	88,2

Legenda: DT/D: Discordo totalmente ou Discordo; I: Indiferente; C/CT: Concordo ou Concordo totalmente.

Da análise da Tabela 42, constata-se que 47% dos alunos referem que os contextos dos problemas que resolveram estavam adequados ao seu quotidiano e 52,9% dos alunos indicaram que os problemas que estavam interligados com o quotidiano os motivava a resolver esses problemas. Este facto indica que a proximidade do contexto do enunciado do problema capta a atenção e o interesse dos alunos nesta atividade. Quanto ao tempo despendido para a realização dos problemas, 52,9% dos alunos consideram que foi adequado. No entanto, os restantes alunos, indicam que não fez diferença (41,2%) ou que foi inadequado (5,9%) para a realização dos problemas. Relativamente ao momento de discussão e verificação dos resultados, grande parte da turma, 82,3%, apontam que tiveram oportunidade de comparar as suas estratégias e a(s) sua(s) solução(ões) com os seus colegas. Com uma mesma percentagem, nesta etapa os alunos conseguiram em grande parte esclarecer as suas dúvidas, uma vez que em grande grupo estas dificuldades eram esclarecidas. Assim, perante a modo como foi ministrado o ensino de resolução de problemas, fez com que 94,1% dos alunos afirmassem que compreenderam os tópicos de Geometria e Medida, que 82,4% aprenderam os conteúdos de Geometria e Medida através da resolução de problemas, que 88,2% dos alunos gostaria de aprender outros tópicos deste domínio através da resolução de problemas e que todos os alunos da turma referissem que esta atividade é fundamental na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida. Deste modo, a maioria da turma, 76,5%, considera que a resolução de problemas é essencial na sala de aula.

Perceções sobre o trabalho em grupo na resolução de problemas. Uma vez que os alunos trabalharam em grupos, foi-lhes questionado se a resolução de problemas promovia este modo de trabalho na sala de aula ou se preferiam ter trabalhado individualmente (Tabela 43).

Tabela 43. Grau de concordância em (%) sobre o trabalho em grupo na resolução de problemas ($n = 17$).

Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**
A resolução de problemas promove o trabalho em grupo.	17,6	17,7	64,7
Na resolução de problemas prefiro trabalhar individualmente do em grupo.	88,2	11,8	0

Legenda: DT/D: Discordo totalmente ou Discordo; I: Indiferente; C/CT: Concordo ou Concordo totalmente.

A maioria dos alunos (64,7%) aponta que a resolução de problemas promove o trabalho em grupo, sendo que 17,6% discorda desta afirmação e outros 17,7% não possuem um parecer sólido sobre este assunto. Quanto à preferência do formato de ensino em sala de aula, 88,2% dos alunos referem que preferem trabalhar em grupo do que individualmente, pois através deste formato os alunos podem tirar dúvidas entre eles e discutir a melhor estratégia a aplicar. Os restantes 11,8% consideram indiferente o modo como resolvem problemas.

Perceções sobre a resolução de problemas no desenvolvimento de capacidades. A resolução de problemas desenvolve a capacidade de raciocínio e de comunicação matemática. De forma a perceber se os alunos tinham esta noção foi-lhes questionado se de facto a resolução de problemas desenvolve tais capacidades, tal como é patenteado na Tabela 44.

Tabela 44. Grau de concordância em (%) à cerca das capacidades da resolução de problemas ($n = 17$).

Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**
A resolução de problemas desenvolve o raciocínio matemático.	5,9	0	94,1
A resolução de problemas desenvolve a comunicação matemática.	0	5,9	94,1

Legenda: DT/D: Discordo totalmente ou Discordo; I: Indiferente; C/CT: Concordo ou Concordo totalmente.

A maior parte dos alunos, 94,1%, tem a noção que a resolução de problemas desenvolve o raciocínio matemático e a comunicação matemática, uma vez que, tal como já anteriormente verificado, grande parte dos alunos tem a perceção de que a resolução de problemas desafia a pensar, favorece o desenvolvimento de estratégias e promove a comunicação matemática entre os pares.

Estratégias utilizadas. Um outro aspeto pertinente a analisar é o tipo de estratégias que os alunos mais recorreram na resolução de problemas. Deste modo, foi-lhes questionado se utilizaram algumas estratégias mencionadas na Tabela 45.

Tabela 45. Grau de concordância em (%) sobre as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas ($n = 17$).

Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**
Na resolução de problemas recorri a estratégias de tentativa e erro.	17,7	29,4	52,9
Na resolução de problemas recorri a tabelas ou lista organizada.	23,5	17,7	58,8
Na resolução de problemas recorri a desenhos ou esquemas.	0	0	100

Legenda: DT/D: Discordo totalmente ou Discordo; I: Indiferente; C/CT: Concordo ou Concordo totalmente.

A maior parte dos alunos (52,9%) refere que chegou a utilizar estratégias de 'Tentativa e erro' e (58,8%) 'Tabelas ou listas organizadas' na resolução de problemas. No que respeita à utilização de 'Desenhos ou esquemas', todos os alunos da turma indicam que recorreram a esta estratégia para resolver problemas. Este facto mostra que os alunos se sentiram mais seguros com a utilização de 'desenhos ou esquemas' para descobrir(em) a(s) solução(ões) dos problemas.

Perceções dos alunos em relação às vantagens e desvantagens sobre a resolução de problemas. Como se trata de uma atividade fundamental no ensino da Matemática é importante recolher as perceções dos alunos sobre as vantagens e desvantagens da resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida. Através de duas questões de resposta aberta foi solicitado a cada aluno para indicarem vantagens e desvantagens da resolução de problemas. A Tabela 46 mostra as vantagens indicadas pelos alunos.

Tabela 46: Vantagens da resolução de problemas mencionadas pelos alunos do 5.º ano $(n = 17)$.

Vantagens mencionadas pelos alunos	**% de respostas**
Facilita a aprendizagem e a compreensão dos tópicos lecionados.	88,2
Favorece o trabalho em grupo.	35,3
Desenvolve o raciocínio matemático.	23,5
Desenvolvimento de estratégias.	11,8
Auxilia no esclarecimento de dúvidas.	5,9
Promove a atenção nas aulas.	5,9

Em relação às vantagens, a maior parte dos alunos, 88,2%, indicam que a resolução de problemas facilita a aprendizagem e a compreensão dos tópicos lecionados, uma vez que os alunos referem que "entende-se melhor os conceitos" (A2), "aprende-se a calcular áreas" (A14), percebo melhor como se fazem os cálculos" (A6), "ajudou-me a compreender melhor a matéria" (A16), "desenvolve a aprendizagem" (A10), "compreender as áreas e os perímetros" (A12).

Uma outra vantagem mencionada, neste caso por 35,3% dos alunos, é que a resolução de problemas favorece o trabalho em grupo, uma vez que esta atividade promove a comunicação e a entreajuda entre os pares: "ajuda a comunicarmos melhor com os nossos colegas" (A18), "comunicarmos em grupo" (A7), "se fizermos em pares podemos ajudar quem não percebe" (A5). O desenvolvimento do raciocínio matemático foi referido como uma vantagem por 23,5% dos alunos, visto que para os alunos a resolução de problemas "ajuda a pensar mais" (A1) e "melhorou o meu raciocínio" (A9). Relativamente às estratégias, 11,8% dos alunos assinalam que a resolução de problemas favorece um conhecimento mais alargado das estratégias, uma vez que "faz com que eu utilize várias estratégias para descobrir a resposta do problema" (A13). Quanto às vantagens menos mencionadas, apenas 5,9% dos alunos indicam que a resolução de problemas favorece o esclarecimento de dúvidas, pois "podemos tirar dúvidas com o professor e com os nossos colegas" (A11). Com a mesma percentagem, os alunos referem que a resolução de problemas promove a atenção nas aulas, uma vez que para os alunos compreenderem os enunciados dos problemas tinham de prestar a devida atenção, de forma a conseguir identificar os dados e a incógnita do problema para que posteriormente fossem capazes de realizar as etapas posteriores da resolução de problemas.

Quanto às desvantagens indicadas pelos alunos sobre a resolução de problemas, as mesmas estão organizadas na Tabela 47.

Tabela 47: Desvantagens mencionadas pelos alunos do 5.° ano na resolução de problemas ($n = 17$).

Desvantagens mencionadas pelos alunos	**% de respostas**
Difícil compreensão do enunciado do problema.	58,8
Difícil compreensão dos conteúdos lecionados.	11,8
Provoca distração e ruído no trabalho em grupo.	35,3
Individualmente não promove a partilha e a discussão de estratégias com os colegas.	11,8
Se enganar num passo a solução vai estar incorreta.	29,4
Envolve muito tempo da aula.	23,5

Na perspetiva dos alunos, a resolução de problemas também acarreta algumas desvantagens, entre as quais se destaca, por 58,8% dos alunos, a dificuldade na compreensão do enunciado do problema, uma vez que, tal como refere um aluno, "se o enunciado estiver difícil de compreender não vou conseguir entender o problema, nem a matéria" (A5). Esta dificuldade na compreensão do enunciado do problema remete para uma outra desvantagem, em que 11,8% dos alunos referem que a resolução de problemas pode dificultar a aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida. Assim, os alunos ao manifestarem dificuldades em compreender o enunciado do problema, faz com que não cheguem a um procedimento viável à resolução do problema, o que pode limitar a compreensão dos conteúdos. Já 35,3% dos alunos indicam que "provoca distração e ruído no trabalho de grupo" (A11), devido ao facto de "alguns alunos se distraírem" (A13), o que conduz a uma instabilidade no trabalho em pequeno grupo, comprometendo assim a resolução dos problemas. Por outro lado, se os problemas fossem trabalhados individualmente, tal como afirmam 11,8% dos alunos, não promoveria a partilha e a discussão de ideias e estratégias entre os pares, como refere um aluno "se eu trabalhar sozinho, não posso discutir o problema com os meus colegas" (A9). Este facto fragilizaria a comunicação matemática e o desenvolvimento de novas estratégias. Uma outra desvantagem referida por 29,4% dos alunos é que "se me enganar num passo, a resposta vai estar mal" (A10), ou seja, a resolução de problemas pode conduzir a uma solução incorreta, caso os alunos errem num dos passos do problema. A necessidade de envolver muito tempo da aula para resolver problemas, foi indicada como uma desvantagem por

23,5% dos alunos, uma vez que “gasta-se muito tempo em compreender o problema” (A1) e “fico parado no mesmo problema até conseguir encontrar uma forma de o resolver” (A16).

Dificuldades dos alunos na resolução de problemas. Por forma a entender que dificuldades os alunos sentiram, no que respeita aos tópicos lecionados e às etapas da resolução de problemas, foi-lhes questionado, primeiramente através de duas questões de resposta aberta, que tópicos de Geometria e Medida sentiram mais e menos dificuldade. Seguidamente através de uma questão de resposta fechada, os alunos tiveram de ordenar de 1 a 5 as etapas de resolução de problemas, considerando o número 1 como a etapa que manifestassem maior dificuldade (Figuras 85, 86, e 87).

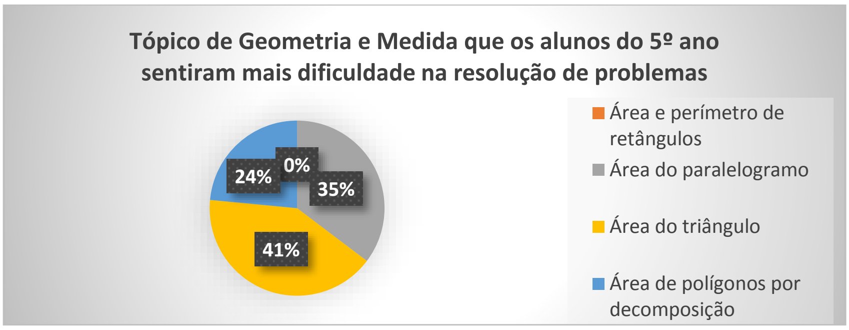


Figura 85: Tópico de Geometria e Medida que os alunos do 5.ºano sentiram mais dificuldade na resolução de problemas.

O tópico de Geometria e Medida que os alunos sentiram mais dificuldade foi a ‘Área do triângulo’. 41% dos alunos destacam que se geraram dúvidas, na determinação da altura dos triângulos e ao relacionar que a área de um triângulo é metade da área de um paralelogramo, visto que “é difícil descobrir a altura do triângulo” (A2), “não consegui perceber que se tinha de dividir por 2” (A15). Em relação aos outros tópicos, 35% dos alunos consideram que a ‘Área do paralelogramo’ foi o tópico de Geometria e Medida que sentiram mais dificuldades, uma vez que para descobrir a área desse polígono têm, tal como na ‘Área do triângulo’, que descobrir a medida da altura. Um dos alunos afirma que “para mim é difícil compreender” (A8). As ‘Áreas de polígonos por decomposição’ são consideradas para 24% dos alunos como o tópico mais difícil de Geometria e Medida, visto que “têm muitas figuras unidas o que fica difícil de chegar ao resultado” (A4). Quanto à ‘Área e perímetro de retângulos’ nenhum aluno indicou como o tópico de Geometria e Medida que sentissem maior dificuldade. Este facto deve-se a que estes tópicos já vêm a ser trabalhados desde o 1.º Ciclo, o que familiariza os alunos com estes conceitos.

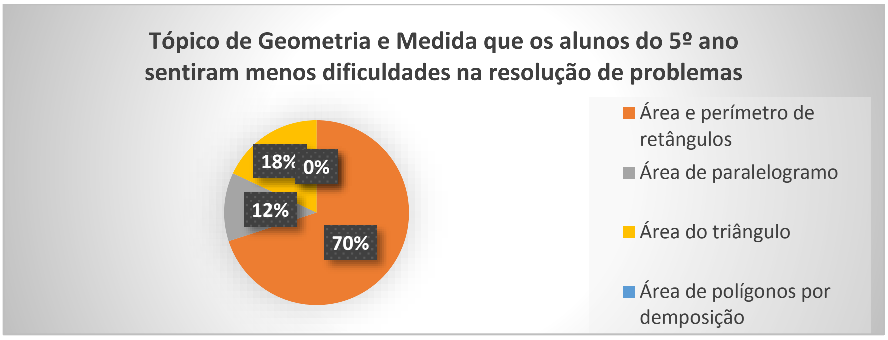


Figura 86: Tópico de Geometria e Medida que os alunos do 5.º ano sentiram menos dificuldades na resolução de problemas.

Um número significativo de alunos, 70%, considera a 'Área e perímetro de retângulos' como o tópico de Geometria e Medida que tiveram menos dificuldades na resolução de problemas, uma vez que já estavam avezados com este conteúdo desde o 1.º Ciclo, tal como referem alguns alunos "é muito fácil é só fazer $l \times l$ " (A13), "é mais fácil do que as outras áreas" (A17), "é só somar os lados" (A9). Por outro lado, apenas 18% dos alunos mencionaram a 'Área do triângulo', 12% a 'Área do paralelogramo' e nenhum aluno a 'Áreas de polígonos por decomposição' como o tópico de Geometria e Medida que apresentaram menos dificuldades, uma vez que os alunos revelam que sentiram mais dificuldades nestes conteúdos, como se verifica na Figura 85.

Em síntese, os alunos sentiram mais dificuldades em conteúdos recentemente lecionados e que envolviam um maior raciocínio por parte dos alunos, como é o caso da 'Área do triângulo' e do paralelogramo. Por outro lado, sentiram mais facilidade nos tópicos de Geometria e Medida abordados no 1.º Ciclo o que indica que já estavam de alguma forma familiarizados com conceitos como o 'Área e o perímetro de retângulos.

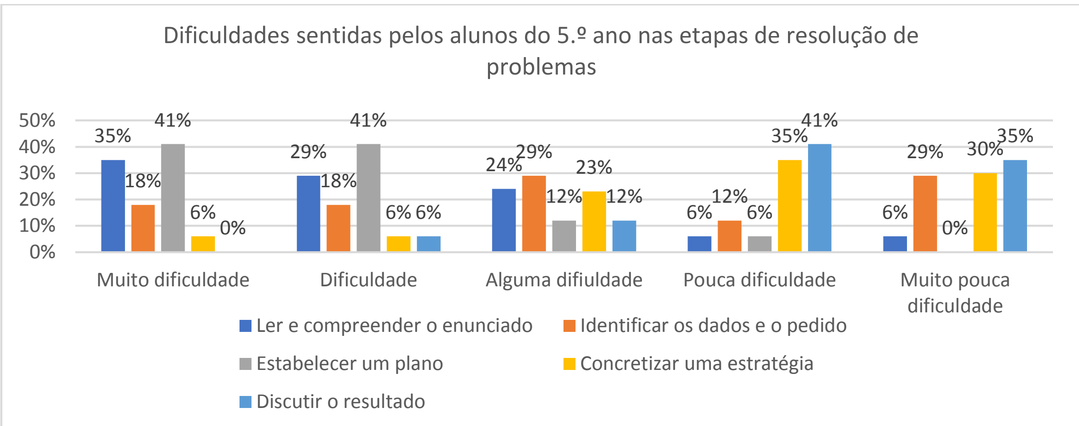


Figura 87: Dificuldades sentidas pelos alunos do 5.º ano nas etapas de resolução de problemas.

Quanto às dificuldades dos alunos nas etapas de resolução de problemas, ilustrado pela Figura 87, verifica-se que 41% dos alunos apresentam mais dificuldades em estabelecer um plano ou estratégia.

Este facto deve-se a um conhecimento limitado de estratégias que impede os alunos de resolverem problemas mais desafiantes e de conseguirem determinar a sua solução. Um outro aspeto é que os alunos que apresentam dificuldades nesta etapa, geralmente, manifestaram fragilidades em etapas anteriores como na leitura e compreensão do enunciado do problema. Quando os alunos não conseguem entender o enunciado do problema, certamente terão também dificuldades em estabelecer um plano ou estratégia, daí que 35% dos alunos indicaram a leitura e a compreensão de problemas como a etapa que tiveram mais dificuldades na resolução de problemas. Em contrapartida, verifica-se que a discussão de resultados é a etapa de resolução de problemas que os alunos revelam menos fragilidades, uma vez que 76% dos alunos indicam que têm pouca ou muito poucas dificuldades nesta etapa.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES, IMPLICAÇÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

O presente capítulo encontra-se dividido em três partes. Primeiramente, através da análise dos dados e da componente teórica, são divulgadas as conclusões do estudo, atendendo às questões de investigação delineadas: (1) Que atividades os alunos realizam na resolução de problemas sobre tópicos de Geometria e Medida? E a que estratégias recorrem? (2) Que dificuldades manifestam os alunos na resolução de problemas? E que dificuldades revelam na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida? (3) Que perceções têm os alunos sobre a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida? No subcapítulo seguinte apresentam-se uma reflexão sobre as implicações no ensino e a aprendizagem em função do estudo realizado. Por último, são abordadas as limitações do estudo desenvolvido e as recomendações para futuros estudos sobre esta temática.

5.1. Conclusões

Neste subcapítulo, à luz da prática de ensino e da revisão de literatura, são divulgadas as principais conclusões às questões de investigação delineadas no estudo sobre a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida.

5.1.1. Que atividades os alunos realizam na resolução de problemas sobre tópicos de Geometria e Medida? E a que estratégias recorrem?

Durante a intervenção pedagógica pude constar que atividades e estratégias os alunos realizaram na resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida. Estas atividades seguiram o método de ensino exploratório baseando-se em Canavarro et al. (2012). Assim, ao longo das aulas os alunos realizaram várias atividades, entre as quais: (1) leitura e compreensão do enunciado do problema; (2) estabelecer e concretizar um plano para resolver o problema; e (3) discutir as estratégias estabelecidas pelos alunos e sistematizar os conteúdos abordados na aula. Em relação aos alunos do 4.º ano de escolaridade, de um modo geral conseguiram realizar em maior parte as atividades esperadas na resolução de problemas. Os alunos mencionaram que é importante ler o enunciado de um problema antes de o resolver, uma vez que favorece a sua compreensão. Deste modo, apesar de terem realizado a leitura do enunciado dos problemas, a identificação dos dados foi uma atividade pouco realizada pelos alunos deste nível de ensino, uma vez que grande parte dos problemas apresentados no 1.º Ciclo tinham poucos dados numéricos. Contudo, independentemente do problema, os alunos devem começar por realizar a leitura do enunciado (Ponte & Serrazina, 2000), identificar o que é conhecido (os dados), o que é desconhecido (a incógnita) de modo a compreenderem o enunciado do problema (Vale & Pimentel, 2004) para que possam posteriormente delinear uma boa estratégia. Em relação à elaboração e concretização de estratégias, os alunos, na sua maioria, realizaram esta atividade. Por outro lado, a presença de fragilidades na compreensão de problemas levou a que uma pequena percentagem de alunos não elaborasse e concretizasse um plano. Na discussão de resultados e sistematização das aprendizagens a turma participou de forma razoável, uma vez que houve alunos que partilharam as suas estratégias independentemente de a resolução estar correta ou não, enquanto que outros não se manifestaram autonomamente nesta atividade. Relativamente a estes alunos era solicitada a sua participação de modo a garantir a participação de todos os alunos.

No que respeita às heurísticas, os alunos do 4.º ano recorreram essencialmente a estratégias icónicas (Frei, Cabral & Filho, 2004), como é o caso do 'Desenho ou esquema' (Vale & Pimentel, 2004); a estratégias numéricas, nomeadamente as 'Operações aritméticas' (Frei, Cabral & Filho, 2004) e ainda à utilização de palavras ou 'Produção escrita' (GAVE, 2012). No entanto, os alunos também utilizaram 'Tabelas ou listas organizadas' (Vale & Pimentel, 2004) e ainda em menor utilização a 'Redução a problema a um mais simples' (Viseu et al., 2015). Perante esta análise constato que os alunos preferem a utilização de estratégias mais informais, tal como aponta o Ministério da Educação e Ciência (2013). Na perspetiva de Boavida et al. (2008), estas estratégias menos formais podem auxiliar os alunos no modo como resolvem os problemas levando-os a formas de resolução mais abertas e menos estandardizadas, por forma a desenvolverem o seu raciocínio matemático.

Em relação aos alunos do 5.º ano apesar de apresentarem envolvimento nas diversas atividades de resolução de problemas, mostraram menos empenhamento na identificação dos dados do enunciado dos problemas, tal como os alunos do 1.º Ciclo. Em relação a esta atividade existiu um melhor desempenho por parte dos alunos do 2.º Ciclo. Pólya (1995) refere que não registar os dados causa consequências na elaboração de estratégias. Por outro lado, os grupos que não evidenciaram os dados do problema apresentaram, por vezes, resoluções corretas ou parcialmente corretas. Perante estas razões constato que o registo dos dados por parte dos alunos mostra pouco se de facto compreenderam o que é solicitado no problema. No que concerne à elaboração e concretização de estratégias, todos os grupos da turma do 5.º ano realizaram esta atividade, bem como consideraram importante justificar as respostas obtidas na resolução de problemas. Na discussão de resultados e sistematização de aprendizagens os alunos mostraram uma adesão positiva, visto que partilharam as suas ideias e manifestaram as suas dúvidas em prol de desenvolver um conhecimento mais sólido dos tópicos de Geometria e Medida e das estratégias de resolução de problemas.

No que respeita às estratégias delineadas verifica-se que os alunos, de forma semelhante aos alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico, recorreram essencialmente a estratégias icónicas e numéricas (Frei, Cabral & Filho, 2004). No entanto, os alunos ainda recorreram a outras estratégias, nomeadamente: 'Tabela ou lista organizada'; 'Descobrir um padrão' (Vale & Pimentel, 2004); 'Dedução lógica'; 'Redução a um problema mais simples'; 'Simulação/experimentação'; 'Tentativa e erro' (Viseu et al., 2015) e à 'Produção escrita' (GAVE, 2012). Deste modo, é fundamental, os alunos recorrerem a outras estratégias à medida que se vão confrontando com novos problemas, visto que nos próximos anos de escolaridade irão encontrar problemas de diferentes naturezas que requerem a utilização de diferentes estratégias (NCTM, 2007).

Um outro aspeto a referir é que em ambos os ciclos os alunos utilizaram simultaneamente em alguns problemas duas estratégias em simultâneo entre as mais evidentes: o 'Desenho ou esquema' (Vale & Pimentel, 2004) e as 'Operações aritméticas' (Frei, Cabral & Filho, 2004). A combinação de estratégias, principalmente a utilização de um 'Desenho ou esquema' com outras estratégias é algo comum na resolução de problemas (Boavida et al., 2008). Neste caso, a utilização de 'Desenhos ou esquemas' (Vale & Pimentel, 2004) serviu principalmente no auxílio da interpretação, compreensão do enunciado do problema e identificação dos dados do problema, enquanto que as 'Estratégias numéricas' serviram mais para o processo de resolução do problema.

Os alunos do 2.º Ciclo apresentaram um leque mais diversificado de estratégias na resolução de problemas em relação aos alunos do 1.º Ciclo. Este facto pode-se dever que no 2.º Ciclo os alunos trabalharam em pequeno grupo, método de trabalho que foi pouco averiguado no 1.º Ciclo. O trabalho em pequeno grupo promove um maior conhecimento de diferentes estratégias, visto que possibilita momentos de discussão entre os pares de como resolver um determinado problema (Fernandes, 1997).

Em suma, em ambos os ciclos, a identificação dos dados foi a atividade que os alunos menos evidenciaram na resolução de problemas. No que respeita à utilização de estratégias foi evidenciado com maior recorrência, em ambos os ciclos, estratégias como 'Desenho ou esquema' (Vale & Pimentel, 2004) e 'Operações aritméticas' (Frei, Cabral & Filho, 2004). Por outro lado, além destas heurísticas, os alunos apresentaram outras estratégias, o que mostra que alargaram o seu conhecimento acerca destas, o que contribuiu para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos (Boavida et al., 2008).

5.1.2. Que dificuldades manifestam os alunos na resolução de problemas? E que dificuldades revelam na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida?

A resolução de problemas alude a ser uma atividade exigente, não só devido ao próprio conceito em si de problema que faz com que, seja uma atividade que envolve um obstáculo ou uma barreira (Palhares, 1997; Pólya, 1995), mas também ao facto de os professores possuírem um programa extenso para cumprir e um curto período de tempo para colocar em prática esta atividade (Sousa, 2014). Esta questão de investigação pretende mostrar que dificuldades os alunos sentiram nas etapas de resolução de problemas e as fragilidades sentidas na aprendizagem de cada tópico de Geometria e Medida. São também mostradas algumas medidas, com referência à literatura, de como os alunos podem ultrapassar tais dificuldades.

Perante o que foi concluído na questão anterior depara-se que em ambos os ciclos os alunos sentiram mais dificuldade em identificar os dados do problema, o que levou a dificuldades na compreensão do problema. No entanto, no parecer dos alunos do 4.º e do 5.º ano o estabelecimento de um plano foi a etapa que sentiram mais fragilidade na resolução de problemas. Este facto deveu-se a um conhecimento limitado de estratégias, sobretudo no caso de alguns alunos do 1.º Ciclo, a terem uma perspetiva de que apenas existe um plano a aplicar de forma a chegar à solução de um problema. Esta conceção impede os alunos de resolverem problemas mais desafiantes e de conseguirem determinar a sua solução. Em outros estudos, como os de Ribeiro (2017) e Sousa e Mendes (2017), é verificável que os alunos que apresentaram dificuldades em estabelecer um plano, geralmente, manifestaram fragilidades na leitura, na compreensão e identificação dos dados do problema. Palha (2017) refere que estas dificuldades se devem a que os alunos leem cada vez menos. O que resulta na apresentação de um raciocínio incompleto e consequentemente na fragilização da determinação da solução do problema. Em contrapartida, verifica-se que a discussão de resultados é a etapa de resolução de problemas que os alunos manifestam menos fragilidades, uma vez que os alunos (com maior adesão no 2.º Ciclo) partilharam as suas ideias e estratégias com a turma e o professor. De forma unanima através do questionário final (Anexos 5 e 6) os alunos referem que têm pouca ou muito poucas dificuldades nesta etapa. Deste modo, verifica-se que as etapas que envolvem um papel mais presente por parte do professor, nomeadamente em contexto de trabalho em grande grupo, os alunos apresentaram menos dificuldades do que quando trabalharam individualmente ou em pequeno grupo. Assume-se assim que os alunos quanto mais são acompanhados numa etapa, melhor conseguem ultrapassar as suas dificuldades.

Por forma a minimizar tais dificuldades na resolução de problemas o IAVE (2015, 2017) sugere que os alunos necessitam de ler cuidadosamente o enunciado dos problemas por forma a compreenderem melhor o que é solicitado nos problemas; recorrer a diferentes estratégias; verificar as soluções obtidas de acordo com o contexto do problema; participar nos momentos de discussão e sistematização das aprendizagens e ainda continuar a resolver mais problemas nos diferentes domínios da Matemática. Assim, em contexto de sala de aula, é importante que desde os primeiros anos de escolaridade os alunos trabalhem a resolução de problemas (Sousa, 2014), pois só se aprende a resolver problemas através da prática desta atividade (Pólya, 1995).

No que respeita às dificuldades sentidas pelos alunos do 4.º ano em cada tópico lecionado, destaca-se que no tópico 'Círculo e circunferência' os alunos manifestaram dificuldades na distinção do conceito de círculo e circunferência. A nível do tópico 'Prismas e Pirâmides' foram evidenciadas fragilidades em distinguir os poliedros dos não poliedros; em identificar as caraterísticas que distinguem os prismas e as pirâmides; e na classificação de prismas e pirâmides. Quanto ao tópico 'Áreas e Perímetro de retângulos', de início os alunos patentearam fragilidades em distinguir a forma como se calcula a área e o perímetro. Numa fase posterior mostraram dificuldades a nível do raciocínio matemático, sobretudo quando eram confortados com problemas que envolviam vários passos. Por esta razão, os alunos indicaram, no questionário final (Anexo 5), que gostaram menos de trabalhar os problemas que envolveram o tópico 'Área e perímetro de retângulos'.

Em relação às fragilidades sentidas nos tópicos de Geometria e Medida abordados na turma do 5.º ano, os alunos evidenciaram no tópico 'Áreas e perímetro de retângulos de medida racional' mais dificuldades em determinar o perímetro do que as áreas de figuras, uma vez que alguns dos grupos ainda não possuíam um conhecimento sólido de como determinar a área e o perímetro, chegando por vezes a confundir estes conceitos. No que se concerne ao tópico 'Área do triângulo', os alunos tiveram fragilidades na determinação da altura do triângulo o que comprometeu a determinação da área do triângulo. Já no que se concerne às dificuldades encontradas no tópico 'Áreas de polígonos por decomposição' os alunos tiveram dificuldades sobretudo em determinar a relação existente entre áreas de figuras. Por sua vez, os alunos indicaram, através do questionário final (Anexo 6), que sentiram mais fragilidades nos tópicos que englobavam novos conteúdos como a 'Área do triângulo e a Área de polígonos por decomposição' do que os tópicos que já tinham sido lecionados no 1.º Ciclo como o a 'Área e o perímetro de retângulos'.

De um modo geral, estas dificuldades indicam que os alunos devem continuar a resolver problemas, pois só com a prática nesta atividade é que podem minimizar as fragilidades existentes

(Sousa, 2014); desenvolver o raciocínio matemático (Boavida et al., 2008; NCTM, 2007); a comunicação matemática (Ministério da Educação e Ciência, 2013); e consolidar as capacidades já desenvolvidas (NCTM, 2007; Ponte & Serrazina, 2000).

5.1.3. Que perceções têm os alunos sobre a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida?

No final da intervenção pedagógica os alunos do 4.º e 5.º anos de escolaridade responderam a um questionário (Anexos 5 e 6) que pretendia averiguar as suas perceções, algumas destas também referenciadas pela literatura, acerca do ensino de tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas. No que respeita à noção desta atividade, a maior parte dos alunos considera a resolução de problemas como uma atividade similar à resolução de exercícios, o que revela que grande parte dos alunos não possui a noção clara da diferença entre exercícios e problemas, como é afirmado por autores como Boavida et al. (2008); e Vale e Pimentel (2004).

No que respeita às atitudes tomadas pelos alunos é de constatar que os do 2.º Ciclo mostraram mais empenho face aos alunos do 1.º Ciclo, uma vez que na sua maioria procuraram envolver-se na resolução de problemas com maior enfâse o que revelou motivação e iniciativa. Os alunos de ambos os ciclos também mencionaram que não deixariam de resolver problemas, mesmo a considerar que esta atividade desafia a pensar. Este facto mostra interesse por parte dos alunos em aprender diversos tópicos através da resolução de problemas. Quanto ao tempo necessário para a realização dos problemas, a maior parte dos alunos necessitou de um tempo acrescido daquele que foi estipulado inicialmente. Contudo, este aumento de tempo foi benéfico para o desempenho dos alunos sobretudo para delinearem e resolverem as suas estratégias.

Em relação ao formato de trabalho, os alunos preferiram trabalhar em grupo do que individualmente, visto que puderam partilhar ideias entre eles, discutir a melhor estratégia a aplicar, debater com a turma e o professor as estratégias delineadas e sistematizar os conceitos abordados. Desta forma, os alunos além de aprenderem os conteúdos programáticos, adquiriram competências sociais (Cunha & Uva, 2016) essenciais para o seu quotidiano.

Relativamente às vantagens da resolução de problemas, os alunos apontam que desenvolve o raciocínio matemático; facilita a aprendizagem e a compreensão dos tópicos lecionados; beneficia o desenvolvimento de estratégias como referem Boavida et al. (2008); NCTM (2007); Ponte e Serrazina (2000). Entre outras vantagens, os alunos mencionam que favorece o trabalho em grupo, promove a atenção nas aulas; e o esclarecimento de dúvidas.

Por outro lado, foram também mencionadas, do ponto de vista dos alunos, algumas desvantagens que esta atividade pode acarretar. Desta forma, a resolução de problemas pode-se tornar árdua caso o enunciado do problema não seja suficientemente claro. O que leva a que alguns alunos chegam a perguntar, por vezes, se um determinado problema é de multiplicar ou dividir o que acarreta a resultados incorretos, como indiciam Ponte e Serrazina (2000). Entre outras desvantagens destaca-se que pode causar difícil compreensão dos conteúdos lecionados; incita distração e ruído no trabalho em grupo; se for aplicada individualmente não promove a partilha e a discussão de estratégias com os colegas, aumentando desta forma a competição entre os alunos (Cunha & Uva, 2016); se enganar num passo a solução vai estar incorreta; e envolve muito tempo da aula, tal como menciona Sousa (2014).

Relativamente ao ensino ministrado na resolução de problemas, os alunos indicaram que os problemas cujos contextos dos enunciados se aproximaram mais da sua realidade captaram mais a sua atenção e interesse para os resolver. Deste modo, a resolução de problemas é fundamental para que a matemática possa mostrar a sua relevância no quotidiano dos alunos (Vale & Pimentel, 2004). Assim, após a experiência de aprenderem alguns tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas, os alunos referiram que gostariam de aprender outros tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas.

Por último, tal como Boavida et al. (2008), os alunos consideram que a resolução de problemas é essencial na sala de aula, uma vez que clarificou as suas dificuldades na compreensão de tópicos de Geometria e Medida, assim como desenvolveu o raciocínio, a comunicação matemática e o conhecimento de novas estratégias.

5.2. Reflexão final

Em jeito de reflexão final, considero que a realização da minha intervenção pedagógica levou-me adquirir novas noções sobre o tipo de professor que pretendo ser. No que respeita à dimensão ética da função docente, fez-me desenvolver atitudes de responsabilidade, honestidade, prudência e de respeito com toda a comunidade educativa e a ser um professor que consegue transpor para mais postura e firmeza aos seus alunos. Aprendi também adquirir competências a nível da gestão do trabalho em grupo, uma vez que não foi uma tarefa fácil formar grupos heterogéneos e gerir situações de ruído. No que se refere às competências de investigação e reflexão considero que aprendi a ser um professor com caraterísticas reflexivas, uma vez que a minha prática pedagógica foi regulada por atividades subjacentes à metodologia de investigação-ação, tais como: planificação, ação e reflexão sobre a ação. Deste modo, esta metodologia trouxe-me uma nova visão sobre o que é ser professor utilizando uma metodologia distinta da tradicional. A planificação fez-me investigar, adaptar e criar problemas que visavam incutir nos alunos a sua aprendizagem pelos tópicos de Geometria e Medida. A observação e participação ativa nas intervenções levou-me a refletir como decorreram as aulas, o que foi concretizado, o que poderia ter corrido melhor e fez com que se gerasse perceções sobre como deveria melhorar a minha prática pedagógica. Assim, pretendo ser um profissional mediador de situações didáticas, que possua conhecimentos, atitudes, capacidades e competências nas diferentes áreas, tendo como primordial objetivo esclarecer dúvidas, estimular e suscitar nos alunos a curiosidade e a motivação em aprender novos conteúdos nas diferentes áreas do saber.

Ao longo da realização deste estágio pude me deparar que a resolução de problemas é uma atividade transversal no ensino da matemática, visto que se adapta a qualquer conteúdo do currículo, o que mostra ser uma 'ferramenta' ideal no ensino da matemática, podendo ser utilizada para consolidar conceitos ou para lecionar novos conteúdos. Por outro lado, exige do professor a planificação dos problemas 'ideais' para a sua turma em prol das suas necessidades, levando a antecipação de ideias matemáticas (NCTM, 2007) por forma a puder criar questões aos alunos à cerca do enunciado a fim de ver se estes o compreenderam (Ministério da Educação e Ciência, 2013). Contudo, a resolução de problemas pode acarretar limitações caso o enunciado do problema não esteja explicito para os alunos o que provoca dificuldades de compreensão e posteriormente leva a situações de 'bloqueio' na resolução de problemas ou na criação de estratégias ineficazes para obter a solução dos problemas.

Ao nível das implicações do estudo nos alunos e atendendo às conclusões do estudo sublinho que a aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas foi pertinente, uma vez que os alunos puderam retomar tópicos de Geometria e Medida abordados em anos anteriores e a partir dos mesmos clarificar as suas aprendizagens e adquirir conceitos mais aprofundados. Este estudo destacou também o desenvolvimento da comunicação matemática e a pertinência da utilização do trabalho em grupo. A partilha de dúvidas e dos esclarecimentos no momento de compreensão dos enunciados dos problemas, a criação de estratégias entre os alunos, assim como os debates sobre os planos utilizados na resolução de problemas fizeram desenvolver a comunicação matemática dos alunos, o conhecimento a cerca das estratégias de resolução de problemas, o raciocínio matemático e o gosto pela matemática e a resolução de problemas.

5.3. Limitações e Recomendações do estudo

Ao longo da prática pedagógica fui confrontado com vários desafios que me fizeram crescer enquanto futuro professor e investigador. Contudo, ao longo da realização deste estudo deparei-me com algumas limitações. Entre estas destacam-se o número de sessões para a realização do meu estudo, em que foram quatro em ambos os ciclos. Caso, tivesse tido um maior número de intervenções os dados poderiam ter sido mais diversificados contribuindo para conclusões mais sólidas.

Um outro aspeto que pudesse ter limitado o estudo, especialmente no 1.º Ciclo, foi a minha inexperiência em elaborar problemas, uma vez que de início tive dificuldades em encontrar, adaptar e criar problemas que fossem abertos o suficiente para que os alunos pudessem utilizar diferentes estratégias e assim promover um melhor momento de discussão. Desta forma, menciono que se verifica um desfasamento na natureza dos problemas entre o 1.º e o 2.º Ciclo, uma vez que os problemas no 2.º Ciclo se caracterizam por uma estrutura mais aberta e abrangem a utilização de mais estratégias do que os problemas realizados no 1.º Ciclo.

Uma outra limitação se deve à gestão do tempo. Esta é uma componente que muitos futuros professores e professores sentem alguma dificuldade. A pressão de ter de dar um determinado conteúdo numa determinada aula, e noutra outro conteúdo diferente foge à conceção de que devemos de respeitar o ritmo de aprendizagem dos alunos. Em atenção ao facto de respeitar o tempo que os alunos precisaram para efetuar os problemas e a necessidade de ter as suas produções para o estudo levou a que atribuísse um tempo adicional na realização dos problemas. É importante referir que qualquer investigação em que se utilize problemas envolve sempre um maior despendimento de tempo e perseverança, sendo estes aspetos importantes para a resolução de problemas (NCTM, 2007).

A gestão da turma e recolha de informação para o estudo em simultâneo foi também uma limitação. O facto de fazer o papel de professor e de investigador não foi uma tarefa de todo fácil, uma vez que é preciso prestar atenção no modo como se leciona os conteúdos e se recolhe informação pertinente para o estudo.

Para além deste tema, sugiro a realização de estudos semelhantes como a resolução de problemas na aprendizagem de outros domínios da Matemática para que se possa compreender o seu contributo na aprendizagem dos alunos.

A realização de uma investigação em anos de escolaridade 'mais distanciados' também seria pertinente para os estudos na área da resolução de problemas de modo a verificar as diferenças e as semelhanças na utilização das estratégias, das atividades e das dificuldades sentidas.

Considero também relevante um estudo análogo a este, no entanto aliado à utilização de materiais didáticos, uma vez que estes objetos promovem a atenção dos alunos e faz com que tenham uma noção mais concreta dos tópicos matemáticos.

Vivemos numa era global graças à utilização de tecnologia. Neste aspeto seria interessante aliar a resolução de problemas na aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos à utilização de meios tecnológicos, como por exemplo através de uma aplicação. Posteriormente poderia ser comparado com estudos realizados através de meios tradicionais e verificar se de facto os alunos apresentam as mesmas ou diferentes estratégias, atividades e dificuldades aquando utilizam os meios tecnológicos.

Por último, é de destacar que estudos desta natureza necessitam de um maior período de tempo de implementação a ponto de serem bem explorados com os alunos e do investigador poder recolher dados relevantes para que se possa evidenciar uma maior evolução por parte dos alunos.

Referências Bibliográficas

AEDM (2015). Projeto Educativo do Agrupamento de Escolas...

Allevato, N., & Vieira, G. (2016). Do ensino através da resolução de problemas abertos às investigações Matemáticas: possibilidades para a aprendizagem. *Quadrante*, *25* (1), 113-131.

APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Araújo, D. R. R. (2014). *As representações usadas por alunos do 2.º ano na resolução de problemas*. Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Setúbal, Escola Superior de Educação.

Barbosa, A., Vale, I., & Palhares, P. (2008). A resolução de problemas e a generalização de padrões: estratégias e dificuldades emergentes. In R. L. González, B. G. Alfonso, M. C. Machín, & L. J. B. Nieto (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII,* (pp. 461-476). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Boavida, A. M. (1993). *Resolução de problemas em Educação Matemática: Contributo para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores.* Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa: Faculdade de Ciências e Tecnologia.

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de formação contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação-Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Brenda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, L., & Oliveira, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação-Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Callejo, M. L. (1990). *La resolución de problemas en un Club matemático*. Madrid: Narcea.

Canavarro, P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Orgs.), *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática*. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. Acedido em 3 de outubro, 2019 de http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7041/1/Canavarro_Oliveira_Menezes_eiem.pdf.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.

Chibite, E. E. A. (2018). *Importância da planificação das aulas para o sucesso do processo de ensino e aprendizagem na Escola Secundaria de Maquival*. Acedido em 20 de agosto, 2019, de https://www.webartigos.com/artigos/importancia-da-planificacao-das-aulas-para-o-sucesso-do-processo-de-ensino-e-aprendizagem-na-escola-secundaria-de-maquival-2014/159474.

Cunha, F., & Uva, M. (2016). A aprendizagem cooperativa: perspetiva de docentes e crianças. *Interacções*, 41, 133-159.

Decreto Lei nº 46/86 de 14 de outubro. *Diário da República nº 237/86- I Série*. Assembleia da República. Lisboa. Acedido em 10 de agosto, 2019, de https://dre.pt/application/conteudo/222418.

Dias, O. M. I. (2013). *Resolução de problemas matemáticos e histórias infantis: análise de uma experiência de ensino e aprendizagem*. Relatório de Estágio, Universidade do Minho, Instituto de Educação.

Díaz, M. V., & Poblete, Á. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Revista de didáctica de las matemáticas*, 45, 33-41.

Fernandes, E. (1997). O trabalho cooperativo num contexto de sala de aula. *Análise Psicológica*, 4 (15), 563-572.

Freire, S., Cabral, C., & Filho, C. (2004). Estratégias e erros utilizados na resolução de problemas algébricos. In Anais do VIII ENEM-Comunicação Científica GT 2- *Educação Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental*. Acedido em 24 de fevereiro, 2020, de http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/CC90480732353.pdf.

GAVE (2012). *Prova de Aferição de Matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: Gabinete de Avaliação Educacional-Ministério da Educação e Ciência.

IAVE (2015). *Relatório – Provas Finais de Ciclo 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico. Relatório Nacional 2010-2014*. Lisboa: Instituo de Avaliação Educativa.

IAVE (2017). *Relatório – Provas Finais de Ciclo 1.º Ciclo do Ensino Básico. Relatório Nacional 2013-2015*. Lisboa: Instituo de Avaliação Educativa.

Lester, F. K. (1985). Methodological considerations In research on mathematical problem-solving instruction. In E. Silver (Ed.), *Teaching and learnig mathematical problem solving: Multiple reserch perspectives* (pp. 41-69). Hillsdale, NJ: Lawerence Erlbaum Associates.

Lopes, A. V., Bernardes, A., Loureiro, C., Varandas, J. M., Oliveira, M. J. C., Delgado, M. J., Bastos, R., & Graça, T. (1999). *Actividades matemáticas na sala de aula*. Lisboa: Texto Editora.

Lupinacci, V., & Botin, M. (2004). Resolução de problemas no Ensino da Matemática. In Anais do VIII ENEM-Minicurso GT 2- *Educação Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental*. Acedido em 13 de novembro, 2019, de http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC18361331034.pdf.

Mascarenhas, D. F. M. (2012). *Dificuldades e estratégias de ensino e aprendizagem da Geometria e Grandezas no 5.º ano de escolaridade do Ensino Básico nas Escolas EB 2/3 da Madalena e EB 2/3 de Pedrouços do Distrito do Porto*. Tese de Doutoramento, Universidade de Granada, Faculdade de Ciências da Educação.

Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional para o Ensino Básico. Competências Essenciais.* Lisboa: Ministério da Educação-Departamento de Educação Básica.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério de Educação-Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Ministério da Educação e Ciência (2016). *Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência-Direção Geral de Educação.

Mourinha, A., Branco, N., & Cavadas, B. (2014). As representações externas na resolução de problemas matemáticos de alunos do 1.º Ciclo. *Revista da UIIPS*, 2(6), 30-45.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Oliveira, W. (2014). Uma abordagem sobre o papel do professor no processo ensino/aprendizagem. *Múltiplo saber*, 23, 1-12.

Palha, B. A. P. (2017). *A Língua Portuguesa na resolução de problemas matemáticos por alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico*. Relatório de Estágio, Instituto Politécnico de Santarém, Escola Superior de Educação.

Palhares, P. (1997). Histórias com problemas construídos por futuros professores de Matemática. In D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho, & I. Vale (Coords.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática - múltiplos contextos e perspectivas* (pp.159-188). Aveiro: Grupo de Investigação em Resolução de Problemas.

Pinto, A. S. (2010). *Scratch na aprendizagem da Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico: estudo de caso na resolução de problemas*. Relatório de Estágio, Universidade do Minho, Instituto de Educação.

Pinto, M. E., & Canavarro, A. P. (2012). O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade. In O. Magalhães, & M. Folque (Eds.), *Práticas de investigação em Educação* (pp. 1-17). Évora: Departamento de Pedagogia e Educação.

Polya, G. (1995). *A arte de resolver problemas - Um novo aspecto do método matemático*. (2.ª ed). Rio de Janeiro: Interciência. (Obra originalmente publicada em 1945).

Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em Educação Matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. (2002). Investigar a nossa prática. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Quivy, R., & Campenhout, L. V. (2008). *Manual de investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva

Ribeiro, S. M. (2017). *Resolução de problemas de subtração no 2.º ano de escolaridade*. Relatório de estágio, Instituto Politécnico de Setúbal.

Romanatto, M. C. (2012). Resolução de problemas nas aulas de Matemática. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(1), 299-311. Acedido em 21 de outubro, 2019, de http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_mauro.pdf

Silva, N. M. P. D. (2004). *Perspectivas de avaliação na disciplina de Matemática, de alunos do 2.º e do 3.º Ciclos do Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, Instituto de Educação e de Psicologia.

Silva, A., Veloso, E., Porfírio, J., & Abrantes, P. (1999). O currículo de Matemática e as actividades de investigação. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Eds.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 69-86). Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Projeto MPT.

Smole, K., Cândido, P., Ishihara, C., & Taunay, M. (2019). *Refletindo sobre alguns aspetos do processo de resolver problemas*. Acedido a 8 de setembro, 2019, de https://mathema.com.br/artigos/refletindo-sobre-alguns-aspectos-do-processo-de-resolver-problemas/.

Sousa, A. J. M. C. D. (2014). *A Avaliação da resolução de problemas.* Dissertação de Mestrado, Universidade da Madeira.

Sousa, C., & Mendes, F. (2017). Aprender a resolver problemas no 2.º ano do Ensino Básico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 243-265.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas. In P. Palhares (Coord.), *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp.7-51). Lisboa: Lidel.

Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A. (2015). Ensinar Matemática com resolução de problemas. *Quadrante*, 24(2), 39-60.

Viseu, F., Fernandes, J. A., & Gomes, A. (2015). A resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In F. Viseu, & A. Gomes (Coords.), *Resolução de problemas de Geometria* (pp.3-17). Raleigh, NC: Lulu.

ANEXOS

Anexo 1: (Questionário inicial 1.º Ciclo)

Género: Masculino ☐ Feminino ☐ **Idade**:_____

1. Qual é a tua disciplina preferida?

____

____

____

2. Em que disciplina tens mais dificuldade?

____

____

____

3. Gostas da disciplina de matemática?

Muito pouco ☐ Pouco ☐ Muito ☐

4. Qual foi o teu desempenho na disciplina de Matemática no 1.º período?

Insuficiente ☐ Suficiente ☐ Bom ☐ Muito bom ☐

5. Quais são os conteúdos de Matemática que sentes mais dificuldade?

____

____

____

____

6. O que mais gostas de fazer nas aulas de Matemática?

____

____

____

____

7. Gostas de resolver problemas matemáticos?

Muito pouco ☐ Pouco ☐ Muito ☐

8. De que forma preferes resolver problemas?

Individualmente ☐

Em pares/pequenos grupos ☐

Em grande grupo/com a turma ☐

9. O que costumas fazer na resolução de problemas na disciplina de Matemática? (Podes assinalar com **x** em mais do que uma opção).

Ler e compreender o enunciado. ☐

Identificar os dados e o pedido. ☐

Estabelecer um plano. ☐

Concretizar uma estratégia. ☐

Discutir o resultado. ☐

Obrigado pela tua colaboração

Anexo 2: (Questionário inicial 2.º Ciclo)

Género: Masculino ☐ Feminino ☐ **Idade**: ______

1. Qual é a tua disciplina preferida? Porquê?

____

____

____

____

2. Em que disciplina tens mais dificuldade de aprender? Porquê?

____

____

____

____

3. O que é a Matemática para ti?

____

____

____

____

4. Qual foi o teu desempenho na disciplina de Matemática no período anterior?

Nível 1 ☐ nível 2 ☐ nível 3 ☐ nível 4 ☐ nível 5 ☐

5. Quais são os conteúdos de Matemática que sentes mais dificuldade? Porquê?

____

____

____

____

6. Quais são os conteúdos que mais gostas de trabalhar em Matemática? Porquê?

____

____

____

____

7. Indica situações do dia a dia em que estejam representados tópicos de Geometria e Medida.

____

____

____

____

8. Em que tópicos de Geometria e Medida tens mais dificuldade? Porquê?

____

____

9. Gostas de resolver problemas na disciplina de Matemática? Porque sim ou porque não?

10. Na disciplina de Matemática que significado tem um problema?

11. De que forma preferes resolver problemas?

Individualmente. ☐

Em pares/pequenos grupos. ☐

Em grande grupo/com a turma. ☐

12. Qual é o(s) tópico(s) de Geometria e Medida que gostavas de trabalhar através da resolução de problemas? Porquê?

13. O que costumas fazer na resolução de problemas na disciplina de Matemática? (Podes assinalar com um **x** mais do que uma opção).

Ler e compreender o enunciado. ☐

identificar os dados e o pedido. ☐

Estabelecer um plano. ☐

Concretizar uma estratégia. ☐

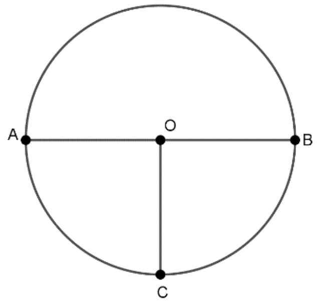
Discutir o resultado. ☐

Obrigado pela tua colaboração

Anexo 3 :(Ficha diagnóstica 1.º Ciclo)

Nome:____Data:___/____/____

1- Da observação da figura assinala se as afirmações seguintes são verdadeiras (V) ou falsas (F).



a) O segmento de reta $[AB]$ é o raio da circunferência. ______

b) O segmento de reta $[OC]$ é o raio da circunferência. ______

c) A medida do diâmetro é metade do raio. ______

d) O ponto O indica o centro do círculo. ______

Corrige as afirmações falsas de modo que sejam verdadeiras.

____

____

____

2- A Ana estava a jogar um jogo no seu Tablet e para passar de nível foi defrontada com vários enigmas. Para tal, a Ana precisa da tua ajuda para passar de nível. Ajuda a Ana a resolver os enigmas.

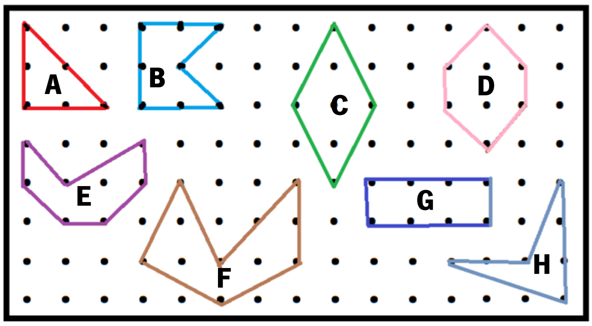
Adivinha 1
Sou um poliedro
com seis faces iguais,
todas quadrangulares,
oito vértices e nenhum mais

Adivinha 2
Retângulos, retângulos, retângulos.
Assim são todas as minhas faces!
Nem uma pista a mais te dou,
para conseguires adivinhar quem sou.

Adivinha 3
Não é poliedro tem apenas duas faces, o coitado...
Ambas são iguais e de forma circular.
Por uma superfície curva é delimitado
e se o deitares, consegue rolar!

Adivinha 4
Não tenho nenhuma base,
e arestas, nem pensar!
Vértices? Não tenho, nem quase...
mas consigo muito bem rebolar.

3- Na aula de matemática a professora propôs aos alunos que em pequenos grupos construíssem diferentes tipos de polígonos no geoplano e que de seguida os identificassem. A figura mostra os polígonos construídos pelo grupo da Joana, do André e do Miguel. Contudo, os alunos estão a ter dificuldades em identificar os polígonos. Se te pedissem ajuda, o que dirias ao grupo?



A______________________________

B ______________________________

C ______________________________

D ______________________________

E ______________________________

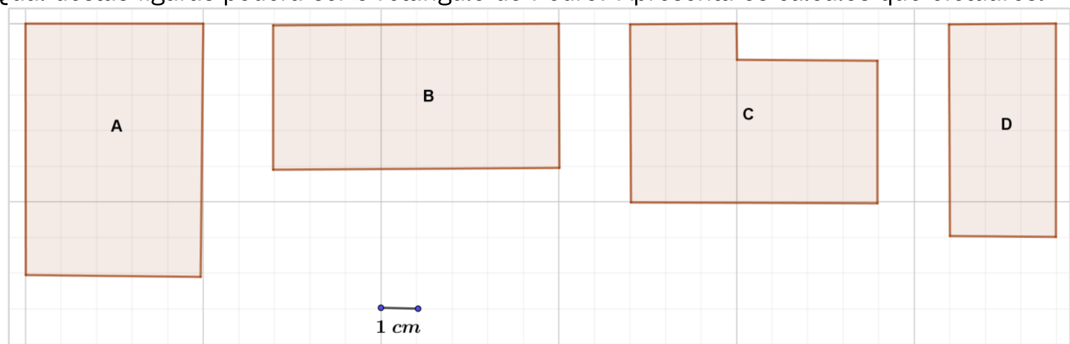
F ______________________________

G ______________________________

H ______________________________

4- O Pedro construi um retângulo com $18\ cm$ de perímetro.

4.1. Qual destas figuras poderá ser o retângulo do Pedro? Apresenta os cálculos que efetuares.



R:____

4.2. Qual é a área, em cm^2, dessa figura?

R:____

Anexo 4: (Ficha diagnóstica 2.º Ciclo)

Nome:____Data:___/____/_____

1. As figuras **A** e **B** são constituídas por quadrados geometricamente iguais. Da figura **A** retiraram-se alguns quadrados e formou-se a figura **B**.

Figura A:

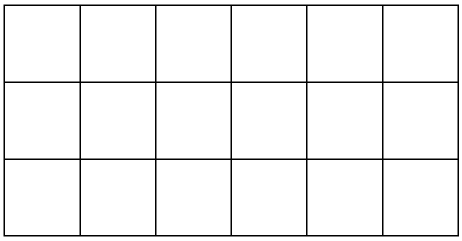
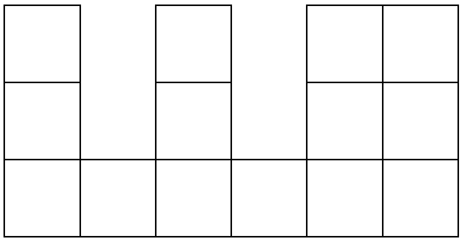


Figura B:

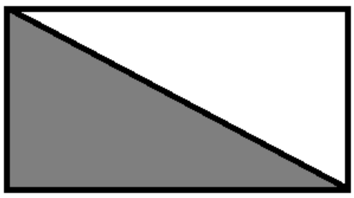


Determina:

1.1. A área de cada figura, considerando como unidade de área o quadrado.

1.2. O perímetro de cada figura, considerando como unidade de perímetro o lado do quadrado.

2. A Anita ao recortar uma folha com a forma de um retângulo formou dois triângulos geometricamente iguais, conforme ilustra a figura. Sabendo que o retângulo tem de dimensões $0{,}5\ dm$ e $7cm$, determina a área de um dos triângulos.



3. O Pedro procura um terreno para construir uma casa. Foi ver um terreno que media $12\ m$ de comprimento e $6\ m$ de largura, mas não ficou satisfeito. Pediu ao vendedor que lhe arranjasse um outro terreno com o triplo das medidas do terreno que observou. Que área e perímetro tem o terreno que o Pedro quer comprar?

Bom trabalho

Anexo 5: (Questionário final 1.º Ciclo)

O presente questionário é realizado no âmbito da Unidade Curricular Estágio inserida no Mestrado em Ensino do 1° Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2° Ciclo do Ensino Básico, da Universidade do Minho, e tem por objetivo conhecer as perceções de alunos do 4.° ano sobre a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida. A informação recolhida será usada apenas para fins académicos, garantindo o anonimato da mesma.

1. Perceções sobre a aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida

Responde a cada uma das seguintes afirmações, assinalando a opção que se adequa ao teu grau de concordância atendendo à seguinte escala: **DT: Discordo Totalmente; D: Discordo Parcialmente; I: Indiferente; C: Concordo Parcialmente; CT: Concordo Totalmente**.

Afirmações	**DT**	**D**	**I**	**C**	**CT**
Considero importante a leitura do enunciado de um problema antes de o resolver.					
Após a interpretação de problemas consegui elaborar estratégias para os resolver.					
Na resolução de problemas nas aulas esperava que alguém os resolvesse no quadro.					
Na resolução de problemas nas aulas procurei envolver-me na sua resolução.					
Na resolução de problemas nas aulas procurei envolver-me na discussão com os meus colegas.					
Na resolução de problemas somente há uma estratégia a aplicar.					
Considero importante justificar as respostas na resolução de problemas.					
Na fase de discussão/verificação dos resultados tive a oportunidade de comparar as minhas estratégias e os resultados com os meus colegas.					
A fase de discussão/verificação dos resultados ajudou-me a clarificar as minhas dificuldades na aprendizagem dos tópicos de Geometria e Medida.					
A fase de discussão/verificação dos resultados ajudou-me a compreender os tópicos de Geometria e Medida abordados nas aulas.					
A resolução de problemas desafia a pensar.					
Considero que tive um bom desempenho na resolução de problemas.					
Gostaria de aprender outros tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas.					

2. Qual foi o tópico de Geometria e Medida que mais gostaste de trabalhar? Porquê?

____

3. Qual foi o tópico de Geometria e Medida que menos gostaste de trabalhar? Porquê?

4. Preferiste resolver os problemas com a turma e o professor, em pequeno grupo ou sozinho? Porquê?

____

____

____

____

5. Quais foram as tuas maiores dificuldades durante a resolução de problemas? (Podes assinalar com **X** mais do que uma opção).

- Ler e compreender o enunciado. ☐
- Identificar os dados e o pedido. ☐
- Estabelecer um plano. ☐
- Concretizar uma estratégia. ☐
- Discutir o resultado. ☐

Obrigado pela tua participação

Anexo 6: (Questionário final 2.º Ciclo)

O presente questionário é realizado no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, da Universidade do Minho, e tem por objetivo conhecer as perceções de alunos do 5.º ano sobre a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida. A informação recolhida será usada apenas para fins académicos, garantindo o anonimato da mesma.

1. Perceções sobre a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida.
Responde a cada uma das seguintes afirmações, assinalando a opção que se adequa ao teu grau de concordância atendendo à seguinte escala:

DT: Discordo Totalmente; D: Discordo; I: Indiferente; C: Concordo; CT: Concordo Totalmente.

Afirmações	**DT**	**D**	**I**	**C**	**CT**
A leitura do enunciado de um problema é uma atividade importante na sua resolução.					
Na resolução de problemas nas aulas esperava que alguém os resolvesse no quadro.					
Na resolução de problemas nas aulas procurei envolver-me na sua resolução.					
Na resolução de problemas nas aulas envolvi-me na discussão com os meus colegas.					
Na resolução de problemas existem diferentes estratégias que nos levam à mesma solução.					
Na resolução de problemas não é necessário apresentar respostas.					
Na discussão da resolução de problemas tive a oportunidade de comparar estratégias e resultados dos meus colegas.					
A interpretação do enunciado de um problema é fundamental para elaborar estratégias de resolução.					
A discussão da resolução de problemas ajudou-me a clarificar as minhas dificuldades na aprendizagem de tópicos de geometria e medida.					
A discussão da resolução de problemas ajudou-me a compreender os tópicos de geometria e medida abordados nas aulas.					
A resolução de problemas desafia a pensar.					
Tive um bom desempenho na resolução de problemas.					
Gostaria de aprender outros tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas.					
A resolução de problemas promove o trabalho em grupo.					
A resolução de problemas desenvolve o raciocínio matemático.					
A resolução de problemas desenvolve a comunicação matemática.					
O desafio em resolver problemas é igual à resolução de exercícios.					
O tempo estipulado para resolver os problemas foi adequado.					
Aprendi os conteúdos de Geometria e Medida com a resolução de problemas.					
Na resolução de problemas prefiro trabalhar individualmente do que em grupo.					
Como a resolução dos problemas desafia a pensar isso faz com que eu não goste de os resolver.					
Os contextos dos problemas que resolvi estavam adequados a situações do meu quotidiano.					

A resolução de problemas em sala de aula não deveria existir.					
Necessitei de mais tempo do que me foi permitido para resolver os problemas.					
Os contextos de problemas ligados ao meu quotidiano motivam-me a resolvê-los.					
A resolução de problemas é essencial na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida.					
Na resolução de problemas recorri a estratégias de tentativa e erro.					
Na resolução de problemas recorri a tabelas ou listas organizadas.					
Na resolução de problemas recorri a desenhos ou esquemas.					

2. Vantagens e desvantagens da resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida.

a. Indica **três vantagens** da resolução de problemas na tua aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida.

____
____
____

b. Indica **três desvantagens** da resolução de problemas na tua aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida.

____
____
____

3. Dificuldades na resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida.

c. Em que tópico de Geometria e Medida que estudaste através da resolução de problemas sentiste mais dificuldades? Porquê?

____
____
____

d. Em que tópico de Geometria e Medida que estudaste através da resolução de problemas sentiste menos dificuldades? Porquê?

____
____
____

e. Utiliza a escala de **1** a **5**, considerando o número 1 aquele em que sentiste maior dificuldade, nas seguintes atividades de resolução de problemas:

Ler e compreender o enunciado. ☐

Identificar os dados e o pedido. ☐

Estabelecer um plano. ☐

Concretizar uma estratégia. ☐

Discutir o resultado. ☐

Obrigado pela tua participação

Anexo 7: (Plano de aula nº 1 do 1.º Ciclo)

Tópico: Círculo e circunferência.

Objetivos: Distinguir círculo de circunferência e resolver problemas que envolvam elementos da circunferência.

Formato de ensino: Ensino exploratório.

Problema 1: A Rita e a Elsa compraram várias pulseiras. A Rita disse que as pulseiras tinham todas a forma de uma circunferência. A Elsa discordou e disse que as pulseiras tinham a forma de um círculo. Quem terá razão? Justifica a tua resposta.

Problema 2: A Rute desenhou uma circunferência com diâmetro de $6\ cm$. A sua amiga Helena desenhou uma circunferência em que o compasso tinha uma abertura de $4\ cm$. Quem terá desenhado a circunferência maior? Explica o teu raciocínio.

Exploração dos Problemas:

1. Pedir aos alunos que façam, inicialmente, uma leitura individual do enunciado.
2. Pedir a um dos alunos, em voz alta, que faça a leitura do enunciando do problema.
3. Discutir palavras que possam suscitar dúvidas e, de seguida solicitar a um aluno que faça o reconto do problema.
4. Solicitar a cada um dos grupos que resolvam o problema.
5. Apresentação das estratégias desenvolvidas à turma sobre a resolução de cada um dos problemas.
6. Sistematização das aprendizagens.

Síntese Final:

1. No problema 1 perguntar qual é a diferença entre o círculo e uma circunferência.
2. No problema 2 questionar qual é a relação entre o diâmetro e o raio de uma circunferência.

Comentários

Os tópicos da aula integram o programa e metas curriculares do 3.º de escolaridade, porém será trabalhado no 4.º ano de escolaridade devido à mobilidade curricular.

Metas atingir:
Com este problema pretende-se que: (i) os alunos identifiquem uma circunferência como o conjunto de pontos do plano que se encontram a uma distância dada de um ponto fixo; (ii) representem circunferências utilizando um compasso; e (iii) identifiquem um círculo como a reunião de uma circunferência com a respetiva parte interna.

Os alunos devem utilizar corretamente os termos centro, raio e diâmetro.

O formato de ensino adquire características do ensino exploratório: (1) Introdução da tarefa; (2) Exploração da tarefa; (3) Discussão.

Os enunciados dos problemas serão distribuídos pelos alunos.

O reconto é importante, pois ajuda os alunos a centrar a atenção em dados importantes e a clarificar partes do problema.

Pretende-se promover a discussão e a argumentação.

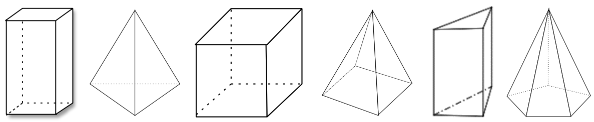
Anexo 8: (Plano de aula nº 3 do 1.º Ciclo)

Tópico: Prismas e pirâmides

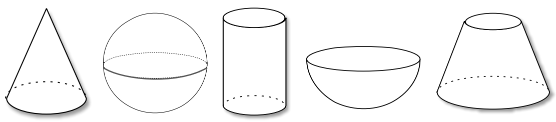
Objetivos: Reconhecer poliedros e não poliedros. Identificar e classificar prismas e pirâmides.

Formato de ensino: Ensino exploratório.

Problema 1: O Rui e o Vasco foram ao museu dos sólidos e lá encontraram uma variedade de sólidos geométricos. Numa sala estavam os seguintes poliedros:



Numa noutra sala estavam os seguintes não poliedros:



Ao compararem os sólidos geométricos que observaram, o Rui e o Vasco não perceberam a razão de estarem em salas diferentes.

1. Quais as características dos sólidos que são poliedros e que não são poliedros?
2. Desenha dois sólidos distintos dos apresentados que poderiam estar em cada uma das salas do museu.

Problema 2: Ao analisarem os sólidos que se denominam poliedros, o Rui e o Vasco aperceberam-se de características que distinguem esses sólidos em dois grupos.

1.Que caraterísticas são essas?

2.Em cada um desses grupos de sólidos como os podes classificar?

Exploração dos Problemas:

1.Pedir aos alunos que façam, inicialmente, uma leitura individual do enunciado

2.Pedir a um dos alunos, em voz alta, que faça a leitura do enunciando do problema.

3.Discutir palavras que possam suscitar dúvidas e de seguida solicitar a um aluno que faça o reconto do problema.

4.Solicitar a cada um dos alunos que resolvam o problema.

5.Apresentação das estratégias desenvolvidas à turma.

6.Sistematização das aprendizagens.

Síntese Final:

1. O que aprendeste na aula de hoje?
2. Que dificuldades sentiste?

Materiais: Sólidos geométricos.

Comentários

Presente no programa e metas curriculares do 4.° ano de escolaridade.

Presente nas metas curriculares do 2.° ano de escolaridade.

Os alunos já devem de conhecer os poliedros (sólidos com superfícies planas) e os não poliedros (sólidos com superfícies curvas e/ou planas);

Saber identificar os polígonos quanto ao número de lados (triangulo, quadrilátero, pentágono, hexágono etc)

Metas atingir:

Identificar «prismas triangulares retos» como poliedros com cinco faces, das quais duas são triangulares e as restantes três retangulares, sabendo que as faces triangulares são paralelas;

Identificar «prismas retos» como poliedros com duas faces geometricamente iguais situadas respetivamente em dois planos paralelos e as restantes retangulares e reconhecer os cubos e os demais paralelepípedos retângulos como prismas retos.

O formato de ensino adquire características do ensino exploratório: (1) Introdução da tarefa; (2) Exploração da tarefa; (3) Discussão. No momento de discussão pretende-se desenvolver a capacidade de argumentação dos alunos.

Os enunciados dos problemas serão distribuídos pela turma.

O reconto é importante, pois ajuda os alunos a centrar a atenção em dados importantes e a clarificar partes do problema.

Os sólidos geométricos em tamanho real têm o intuito de facilitar e auxiliar os alunos na compreensão dos conceitos e na resolução dos problemas.

Para obter diversas resoluções.

Pretende-se promover a discussão e a argumentação.

Anexo 9: (Plano de aula nº 4 do 1.º Ciclo)

Tópico: Área e perímetro de retângulos.

Objetivos: Reconhecer o perímetro como a soma das medidas dos lados de um polígono. Determinar a área de retângulos.

Formato de ensino: Ensino exploratório.

Problema 1: A Alice e a Catarina mediram as suas salas de jantar. A sala da Alice era quadrada e tinha $16\ m^2$ de área. A sala da Catarina era retangular e tinha 50 dm de comprimento e $3\ m$ de largura.

1) Qual será em m^2 a área e o perímetro de cada sala?

2) Numa das salas havia uma mesa com dimensões de $1{,}5\ m$ por $1{,}2\ m$. A toalha cai para cada um dos lados $25\ cm$. Quantos metros de renda serão necessários para colocar à volta da toalha?

Problema 2: Dois engenheiros construíram uma piscina num terreno relvado, retangular, com $6\ m$ de comprimento e $0{,}5\ dam$ de largura. A piscina ocupou $0{,}2$ da área do terreno. Como a piscina tem $3\ m$ de comprimento, qual é o seu perímetro?

Exploração dos Problemas:

1. Pedir aos alunos que façam, inicialmente, uma leitura individual do enunciado.
2. Pedir a um dos alunos, em voz alta, que faça a leitura do enunciando do problema.
3. Discutir palavras que possam suscitar dúvidas e, de seguida solicitar a um aluno que faça o reconto do problema.
4. Solicitar a cada um dos alunos que resolvam o problema
5. Apresentação das estratégias desenvolvidas à turma sobre a resolução de cada um dos problemas.
6. Sistematização das aprendizagens.

Síntese Final:

1. Como se determina o perímetro de um polígono?
2. Será que dois polígonos com o mesmo perímetro possuem a mesma área?
3. A forma de se calcular a área do retângulo e do quadrado é a mesma?

Comentários

Presente no programa do 4.º ano de escolaridade.

Os alunos têm de saber: Identificar o perímetro de um polígono como a soma das medidas dos comprimentos dos lados, fixada uma unidade. Comparar áreas de figuras utilizando as respetivas medidas, fixada uma mesma unidade de área.

O Problema 1 é uma adaptação do manual matemática 5 da Porto editora, 2004.

Metas a atingir:

Reconhecer que figuras com a mesma área podem ter perímetros diferentes;

Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida, em unidades quadradas, da área de um retângulo de lados de medidas inteiras é dada pelo produto das medidas de dois lados concorrentes;

Reconhecer o metro quadrado como a área de um quadrado com um metro de lado;

Calcular numa dada unidade do sistema métrico a área de um retângulo cuja medida dos lados possa ser expressa, numa subunidade, por números naturais.

O formato de ensino adquire características do ensino exploratório: (1) Introdução da tarefa; (2) Exploração da tarefa; (3) Discussão. No momento de discussão pretende-se desenvolver a capacidade de argumentação dos alunos.

Os enunciados dos problemas serão distribuídos pela turma.

O reconto é importante, pois ajuda os alunos a centrar a atenção em dados importantes e a clarificar partes do problema.

Para obter diversas resoluções.

Pretende-se promover a discussão e a argumentação.

Anexo 10: (Plano de aula nº 1 do 2.º Ciclo)

Tópico: Área e perímetro de retângulos de medida racional.

Objetivo: Determinar a área e o perímetro de retângulos.

Formato de ensino: Ensino exploratório.

Problema 1: O Pedro ao jogar um jogo no computador, para passar de nível teve que responder às seguintes questões: À medida que se retiram quadrados à Figura 1, o que resulta nas restantes figuras, o que acontece à área e ao perímetro? Será que uma mesma figura pode ter um valor ímpar para a área e um valor par para o perímetro?
Mostra como chegaste à tua resposta. Considera que cada quadrado representa uma unidade de área e cada lado de um quadrado representa uma unidade de perímetro.

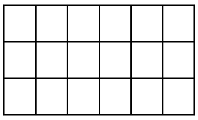


Figura 1

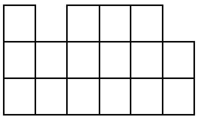


Figura 2

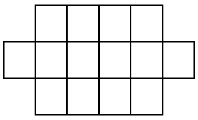


Figura 3

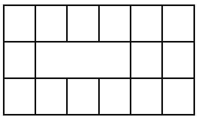


Figura 4

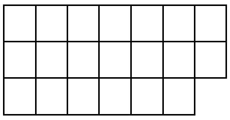


Figura 5

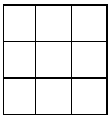


Figura 6

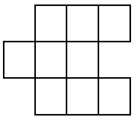


Figura 7

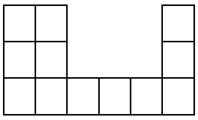


Figura 8

Problema 2: O Sr. Silva pretende construir um aquário com forma de um paralelepípedo retângulo e pretende pavimentar o seu fundo com exatamente 100 azulejos, quadrados, com $25\ cm$ de lado. Quais são as possíveis medidas do fundo do aquário? Determina o perímetro do fundo do aquário em cada uma das possibilidades que identificaste.

Exploração dos Problemas:
1. Pedir aos alunos que façam, inicialmente, uma leitura individual do enunciado
2. Pedir a um dos alunos que, em voz alta, faça a leitura do enunciando do problema.
3. Discutir palavras que possam suscitar dúvidas.
4. Solicitar a cada um dos grupos de alunos que resolvam o problema.
5. Apresentação das estratégias desenvolvidas à turma sobre a resolução de cada um dos problemas.
6. Sistematização das aprendizagens.
7. Determinar a área de um quadrado com $4\ cm$ de lado.
8. Determinar a área de um retângulo com $5\ cm$ de comprimento e $6\ cm$ de largura.
9. Estabelecer a expressão que permite determinar a área:
   a. De um quadrado com l unidades de medida.
   b. De um retângulo com c unidades de medida de comprimento e l unidades de largura.

Síntese Final:
1. Como se determina o perímetro e a área de retângulos?
2. Que diferenças há entre a área e o perímetro de um retângulo? Dá um exemplo de uma situação do teu dia-a-dia.
3. Que dificuldades sentiste na aula de hoje?

Comentários

Presente no programa do 5.º ano.
Os alunos têm de saber do 1.ºciclo: Identificar o perímetro de um polígono como a soma das medidas dos comprimentos dos lados, fixada uma unidade; comparar áreas de figuras utilizando as respetivas medidas, fixada uma mesma unidade de área;
que a medida, em unidades quadradas da área de um retângulo de lados de medidas inteiras é dada pelo produto das medidas de dois lados concorrentes;
o metro quadrado como a área de um quadrado com um metro de lado.

Metas a atingir:
Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento e dados dois números racionais positivos q e r, que a área de um retângulo de lados consecutivos de medida q e r é igual a q x r unidades quadradas;
Exprimir em linguagem simbólica a regra para o cálculo da medida da área de um retângulo em unidades quadradas, dadas as medidas de comprimento de dois lados consecutivos em determinada unidade, no caso em que são ambas racionais;
Exprimir em linguagem simbólica a regra para o cálculo da medida da área de um quadrado em unidades quadradas, dada a medida de comprimento dos respetivos lados em determinada unidade (supondo racional), designando essa medida por «lado ao quadrado» e representando-a por «l^2»

O formato de ensino adquire características do ensino exploratório: (1) Introdução da tarefa; (2) Exploração da tarefa; (3) Discussão. No momento de discussão pretende-se desenvolver a capacidade de argumentação dos alunos.

Os enunciados dos problemas serão distribuídos pela turma.

Para obter diversas resoluções, pretende-se promover a discussão e a argumentação.

Anexo 11: (Plano de aula nº 3 do 2.º Ciclo)

Tópico: Área do triângulo.

Objetivo: Determinar a área de triângulos.

Formato de ensino: Ensino exploratório.

Problema 1: Uma localidade é atravessada por um rio com margens paralelas entre si. De modo a permitir a acessibilidade dos seus habitantes a ambas as margens se construíram várias pontes. Numa das margens encontram-se duas entradas A e B, e na outra margem estão outras entradas C, D, E e F. Ao unir estas entradas formaram-se os triângulos $[CAB]$, $[DAB]$, $[EAB]$ e $[FAB]$. Da análise destes polígonos, descobriu-se uma relação entre as medidas das suas áreas. Que relação é essa?

Problema 2: A Marta tem um terreno com a forma de um hexágono regular com $48\ m$ de perímetro que pretende relvar, plantar flores e árvores de fruta. Para isso, dividiu o terreno em partes geometricamente iguais colocando uma corda com $160\ dm$, unindo cada um dos lados e vértices até ao lado e vértice oposto, passando pelo centro. A Marta tenciona plantar relva em um quarto do terreno, árvores de fruto em cinco doze avos do terreno e flores em um terço do terreno. Qual será a área do terreno ocupada por cada uma destas plantações? Mostra como chegaste à tua resposta**.**

Exploração dos Problemas:

1.Pedir aos grupos que façam, inicialmente, uma leitura individual do enunciado

2.Pedir a um dos alunos, em voz alta, que faça a leitura do enunciando do problema.

3.Discutir palavras que possam suscitar dúvidas.

4.Solicitar a cada um dos grupos a resolução dos problemas.

5.Apresentação das estratégias desenvolvidas à turma sobre de cada um dos problemas.

6. Sistematização das aprendizagens.

Síntese Final:

1.Como se determina a altura de um triângulo?

2.Como se determina a área de um triângulo?

Comentários

Presente no programa do 5.º ano de escolaridade.

Os alunos têm de saber da aula anterior que a área do triangulo é metade da área do paralelogramo.

O Problema 1 é adaptação do manual escolar adotado.

Metas a atingir:
Identificar, dado um triângulo e um dos respetivos lados, a «altura» do triângulo relativamente a esse lado (designado por «base»), como o segmento de reta unindo o vértice oposto à base com o pé da perpendicular traçada desse vértice para a reta que contém a base;
Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento e dado um triângulo com uma base e uma altura a ela relativa com comprimentos de medidas respetivamente iguais a e (sendo a e b números racionais positivos), que a medida da área do triângulo em unidades quadradas é igual a metade de a x b verificando que se pode construir um paralelogramo decomponível em dois triângulos iguais ao triângulo dado, com a mesma base que este.

O formato de ensino adquire características do ensino exploratório: (1) Introdução da tarefa; (2) Exploração da tarefa; (3) Discussão. No momento de discussão pretende-se desenvolver a capacidade de argumentação dos alunos.

Os enunciados dos problemas serão distribuídos pela turma.

Para obter diversas resoluções.
Pretende-se promover a discussão e a argumentação.

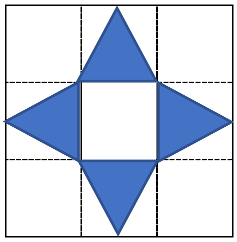
Anexo 12: (Plano de aula nº 4 do 2.º Ciclo)

Tópico: Áreas de polígonos por decomposição.

Objetivo: Estabelecer, por decomposição, relações entre áreas de diferentes polígonos.

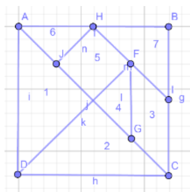
Formato de ensino: Ensino exploratório.

Problema 1: O Luís pretende decorar a parede da sua cozinha com azulejos iguais ao da figura. Sabe-se que os azulejos têm a forma de um quadrado e que é composto por triângulos geometricamente iguais com altura de 2^2 cm.



Ao imaginar os azulejos aplicados na cozinha afirmou que gostava do seu padrão por a área da parte colorida ser $\frac{2}{9}$ da área do azulejo. Concordas com o Luís? Mostra como chegaste à tua resposta.

Problema 2: Num peddy paper foi atribuído a um grupo de jovens um desafio, um tangram. Os jovens só podem progredir no percurso se completarem o desafio com sucesso. Com um determinado número de peças do tangram construíram alguns quadrados. Que relação existe entre a área do(s) quadrado(s) e a área dos triângulos mais pequenos? Ajuda o grupo a resolver o enigma, mostrando como chegaste à tua resposta.



Exploração dos Problemas:

1.Pedir aos grupos que façam, inicialmente, uma leitura individual do enunciado

2.Pedir a um dos alunos, em voz alta, que faça a leitura do enunciando do problema.

3.Discutir palavras que possam suscitar dúvidas.

4.No problema 2, os alunos poderão resolver o problema com o auxílio do tangram.

5.Solicitar a cada um dos grupos que resolvam o problema.

6.Apresentação das estratégias desenvolvidas à turma sobre de cada um dos problemas.

7.Sistematização das aprendizagens.

Materiais: Tangram.

Comentários

Presente no programa do 5.º ano de escolaridade.

Os alunos têm de saber das aulas anteriores que: a área de um quadrado é dado pelo o produto de dois dos seus lados; a área do triangulo é dada pelo produto da base pela sua altura.

O formato de ensino adquire características do ensino exploratório: (1) Introdução da tarefa; (2) Exploração da tarefa; (3) Discussão. No momento de discussão pretende-se desenvolver a capacidade de argumentação dos alunos.

Os enunciados dos problemas serão distribuídos pela turma.

Para obter diversas resoluções.
Pretende-se promover a discussão e a argumentação.

O Problema 2 é uma adaptação de “Atividades com o Tangram” em:https://pt.slideshare.net/NPMat/atividade-com-o-tangram-6093926