Universidade do Minho
Instituto de Educação

Patrícia Pilar Martins Vaz

A escrita matemática na resolução de problemas envolvendo a Proporcionalidade Direta: Uma experiência de *Gallery Walk* com alunos do 7.º ano

dezembro de 2021

A escrita matemática na resolução de problemas envolvendo a Proporcionalidade Direta: Uma experiência de *Gallery Walk* com alunos do 7.º ano
Patrícia Pilar Martins Vaz
UMinho|2021

Universidade do Minho
Instituto de Educação

Patrícia Pilar Martins Vaz

A escrita matemática na resolução de problemas envolvendo a Proporcionalidade Direta: Uma experiência de *Gallery Walk* com alunos do 7.º ano

Relatório de estágio
Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário

Trabalho efetuado sob a orientação da
Doutora Maria Helena Martinho

dezembro de 2021

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

AGRADECIMENTOS

À minha supervisora, Doutora Maria Helena Martinho, pela sua disponibilidade durante o estágio profissional, pela sua orientação no momento de construção deste relatório, por toda a aprendizagem ao longo deste mestrado e por todos ensinamentos ao longo de todo o seminário, que certamente irei levar para a minha vida profissional.

À minha orientadora, Maria Felicidade Silva, pela sua disponibilidade em me transmitir a sua experiência, por todo o apoio prestado ao longo do ano letivo, pelas suas ideias e por me ter dado liberdade para trabalhar com os alunos das suas turmas, por me integrar na escola e me transmitir toda a informação importante sobre o funcionamento de uma escola.

À minha colega de estágio, Sofia Pinheiro, por todo o apoio, troca de ideias, pelas discussões/conversas produtivas e por estares sempre lá para me amparar.

Às minhas amigas e colegas de mestrado, por estarem sempre disponíveis para me ajudar, pela troca de ideias, por tudo o que me ensinaram e por todo o apoio que me transmitiram ao longo deste mestrado.

Aos alunos da turma de intervenção, por toda a simpatia e carinho, por toda a paciência, empenho e colaboração que revelaram ao longo de todo o ano letivo.

À minha amiga, Letícia Martins, por ter acreditado sempre em mim, por me ter apoiado nesta etapa muito importante da minha vida, pela sua disponibilidade para me dar apoio moral e por estar sempre presente quando mais precisava.

À minha família e amigos, que sempre estiveram presentes nos momentos em que mais precisei de auxílio/amparo, por toda a paciência para comigo e por todo o amor que me transmitiram e que me ajudou bastante nesta fase da minha vida.

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

A escrita matemática na resolução de problemas envolvendo a Proporcionalidade Direta:

Uma experiência de *Gallery Walk* com alunos do 7.º ano

RESUMO

O tema deste estudo incide em três tópicos, a resolução de problemas, a comunicação escrita e a função de proporcionalidade direta. Este estudo ocorreu numa turma do 7.º ano e recorreu-se a uma *Gallery Walk* para promover o desenvolvimento das capacidades em estudo (comunicação escrita e resolução de problemas). O principal objetivo deste projeto é compreender a forma como os alunos comunicam matematicamente aquando da resolução de problemas de proporcionalidade direta e compreender de que forma a experiência com uma Gallery Walk pode contribuir para a evolução da comunicação escrita e para a compreensão da proporcionalidade direta. Assim, pretende-se com este estudo responder às seguintes questões de investigação: 1. Quais as estratégias utilizadas na resolução de problemas de proporcionalidade direta? Que dificuldades sentem?; 2. Como explicitam os alunos as resoluções de problemas de proporcionalidade direta? Que dificuldades sentem na escrita?; 3. Na perspetiva dos alunos, qual o contributo do trabalho realizado através da Gallery Walk para a evolução da comunicação escrita? Para a compreensão da Proporcionalidade direta?

Na maior parte da intervenção, recorreu-se a uma metodologia de trabalho de grupo. Os instrumentos de recolha de dados utilizados neste estudo foram: uma ficha de diagnóstico, com tarefas destinadas a analisar os pré-requisitos dos alunos; duas fichas de trabalho com problemas sobre o tópico em estudo, realizadas em grupo; *Gallery Walk*; uma ficha formativa, realizada individualmente; observação e gravação das aulas; um questionário, realizada individualmente e notas de campo. Os resultados obtidos demonstraram que a estratégia mais utilizada, pelos alunos, na resolução de problemas de proporcionalidade direta foi a "Regra de três simples" como esperado. No que diz respeito às dificuldades na resolução de problemas, as mais evidentes foram a compreensão do enunciado e a compreensão da própria situação apresentada no problema, se envolve ou não proporcionalidade direta. Por fim, sobre as dificuldades na escrita matemática, as mais notórias foram a construção frásica, a conversão das suas ideias em palavras e a explicitação do seu raciocínio.

Palavras-chave: Comunicação escrita, Proporcionalidade Direta, Resolução de Problemas.

Mathematical writing in solving problems involving Direct Proportionality: A *Gallery walk* experience with 7^{th} graders

ABSTRACT

The theme of this study focuses on three topics, problem solving, written communication and the function of direct proportionality. This study took place in a 7th grade class and used a *Gallery Walk* to promote the development of the skills under study (written communication and problem solving). The main objective of this project is to understand how students communicate mathematically when solving problems of direct proportionality and understand how the experience with a *Gallery Walk* can contribute to the evolution of written communication and to the understanding of direct proportionality. Thus, this study aims to answer the following research questions: 1. What strategies are used in solving problems of direct proportionality? What difficulties do you have?; 2. How do students explain resolutions of problems of direct proportionality? What difficulties do you have in writing?; 3. From the students' perspective, what is the contribution of the work done through Gallery Walk to the evolution of written communication? For the understanding of direct proportionality?

In most of the intervention, a group work methodology was used. The data collection tools used in this study were: a diagnostic form, with tasks designed to analyze the students' prerequisites; two worksheets with problems on the topic under study, carried out in groups; *Gallery Walk*; a formative form, performed individually; observation and recording of classes; a questionnaire, performed individually and field notes. The results showed that the most used strategy by the students in solving problems of direct proportionality was the "Simple Three Rule" as expected. With regard to the difficulties in solving problems, the most evident were the understanding of the utterance and the understanding of the situation presented in the problem itself, whether or not it involves direct proportionality. Finally, about the difficulties in mathematical writing, the most notorious were the construction of music, the conversion of their ideas into words and the explicitness of his reasoning.

Keywords: Direct Proportionality, Problem Solving, Written Comunication.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE ESQUEMAS

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Este capítulo está organizado em três subcapítulos, sendo apresentado no primeiro o tema em estudo, as suas finalidades e objetivos. No segundo subcapítulo, será exposta a pertinência do estudo no ensino da Matemática, e por fim, no último será apresentado uma breve descrição da estrutura geral deste relatório.

1.1. Tema e finalidades

O tema desenvolvido no âmbito do Projeto de Intervenção Pedagógica Supervisionada, tem como foco a escrita matemática na resolução de problemas envolvendo a *Proporcionalidade Direta*, recorrendo ao uso da *Gallery Walk*, numa turma de 7.º ano.

A escolha deste tema provém de um gosto pessoal da investigadora pelo tópico "Proporcionalidade direta" e também do reconhecimento da importância da escrita na aprendizagem da Matemática. Segundo o Programa de Matemática do Ensino Básico (DGE, 2013), a comunicação escrita é parte integrante da atividade matemática, devendo como futuros professores, incentivar os alunos a escrever as suas respostas, explicitar os seus raciocínios, os seus procedimentos, os resultados e as suas conclusões de forma clara, correta e completa. A comunicação, tanto escrita como oral, é uma ferramenta cada vez mais valorizada no mundo do trabalho, por isso, ao incentivar-mos os alunos a exprimir-se oralmente ou por escrito estamos a estimular neles uma caraterística que futuramente lhes será útil.

O principal objetivo deste projeto é compreender a forma como os alunos comunicam matematicamente aquando da resolução de problemas de proporcionalidade direta e compreender de que forma a experiência com uma *Gallery Walk* pode contribuir para a evolução da comunicação escrita e para a compreensão da proporcionalidade direta. Com a resolução de problemas pretendo que os alunos expliquem o seu raciocínio por escrito, estimulando assim a escrita matemática.

Assim, tendo em consideração o objetivo referido, pretendo com este estudo responder às seguintes questões de investigação:

1. Quais as estratégias utilizadas na resolução de problemas de proporcionalidade direta? Que dificuldades sentem?

2. Como explicitam os alunos as resoluções de problemas de proporcionalidade direta? Que dificuldades sentem na escrita?

3. Na perspetiva dos alunos, qual o contributo do trabalho realizado através da GW para a evolução da comunicação escrita? Para a compreensão da Proporcionalidade direta?

1.2. Pertinência do estudo

A Resolução de Problemas e a Comunicação Matemática são duas das capacidades mais valorizadas nos documentos curriculares em vigor. Após a implementação do programa atual, surge o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (DGE, 2017) como um documento de referência para a organização de todo o sistema educativo. Neste documento a Resolução de Problemas e a Comunicação Matemática estão inseridas em duas das dez áreas de competências a ser desenvolvidas ao longo da escolaridade. Em relação à Comunicação Matemática, o aluno deve tornar-se um cidadão "capaz de pensar crítica e autonomamente, criativo, com competência de trabalho colaborativo e com capacidade de comunicação" (p. 15). É mencionado, ainda, que uma das ações que o professor pode implementar, em sala de aula, para promover o desenvolvimento do *Perfil dos Alunos* é, "promover de modo sistemático e intencional, na sala de aula e fora dela, atividades que permitam ao aluno fazer escolhas, confrontar pontos de vista, resolver problemas e tomar decisões com base em valores" (p. 31).

As *Aprendizagens essências de Matemática* é outro documento curricular onde é destacado o papel da Resolução de Problemas e da Comunicação Matemática no ensino da Matemática. Segundo as *Aprendizagens Essenciais de Matemática do 7.º ano de escolaridade* (DGE, 2018), estas duas capacidades surgem como duas das finalidades do ensino da Matemática. Ao longo deste documento, em cada conteúdo programático, são apresentadas orientações metodológicas para se implementar a comunicação e a resolução de problemas. É referido ainda que os alunos, ao longo deste ano de escolaridade, devem adquirir um vocabulário e linguagem própria da Matemática, devem desenvolver "a capacidade de comunicar em Matemática, por forma a serem capazes de descrever, explicar e justificar, oralmente e por escrito, as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões que obtêm" (p. 2) e devem desenvolver "a capacidade de resolver problemas, em situações de maior complexidade e que convocam a mobilização das novas aprendizagens nos diversos domínios, aprofundando a análise de estratégias e dos resultados obtidos, e formulando problemas em contextos variados" (p. 5).

A resolução de problemas é um bom instrumento para desenvolver a escrita matemática porque na resolução o aluno terá de explicitar o seu raciocínio, explicar a estratégia e os passos que desenvolveu para chegar à solução. Nos *Princípios para a ação* (NCTM, 2017), pode ler-se:

> Um ensino eficaz da matemática envolve os alunos na resolução e discussão de tarefas que promovem o raciocínio matemático e a resolução de problemas, além de permitirem diferentes abordagens e várias estratégias. (p. 10)

É ainda salientado pela NCTM (2017) que o papel do aluno "é estar ativamente envolvido em dar sentido às tarefas matemáticas, através do uso de estratégias e representações variadas, da justificação de soluções, do estabelecimento de ligações com conhecimentos anteriores ou com contextos e experiências familiares, e ter em consideração o raciocínio de outros" (p. 11).

Desenvolver a comunicação e a capacidade de resolver problemas são dois aspetos muito importantes no ensino da matemática e podem ser trabalhos em conjuntos. Posto isto, a *Gallery Walk* é uma estratégia de ensino onde é trabalhada estas duas competências, sendo que os alunos resolvem, em grupo, um problema e após a exposição da sua resolução (Comunicação escrita) irão discutir as várias estratégias e as dificuldades apresentadas (Comunicação oral). Neste estudo, pretende-se perceber como os alunos irão apresentar a sua estratégia, isto é, se vão explicar e justificar todos os passos; compreender as dificuldades que apresentam na resolução do problema apresentado; compreender as dificuldades que os alunos têm na escrita matemática; analisar quais as estratégias utilizadas e averiguar se o trabalho em grupo, no contexto da *Gallery Walk*, contribui para a evolução da comunicação escrita e para a compreensão da *Proporcionalidade Direta*.

1.3. Estrutura do relatório

Este Relatório de Estágio estruturado em cinco capítulos: introdução, enquadramento teórico, enquadramento contextual, apresentação dos resultados e conclusões, implicações, recomendações e limitações. No primeiro é apresentado o tema, as finalidades e objetivos do estudo, a pertinência do mesmo e a estrutura do relatório.

No capítulo dedicado ao enquadramento teórico, está exposto uma revisão da literatura sobre o tema em estudo. Neste capítulo será abordado o tema Resolução de Problemas, discutindo assim a noção de problema, as diferentes tipologias de problemas, a importância da Resolução de problemas aos olhos de outros autores e dos programas, os vários métodos de resolução de problemas e as várias formas de implementar no ensino. Será, também, debatido o tema da Proporcionalidade Direta, mais concretamente a Função de Proporcionalidade direta; a Comunicação escrita na Matemática e a *Gallery Walk* no ensino da Matemática.

Em relação ao Capítulo III, apresenta-se o contexto onde ocorreu a intervenção pedagógica, as metodologias de ensino implementadas na intervenção pedagógica e as estratégias de investigação.

No Capítulo IV, será revelado a apresentação dos resultados obtidos através da análise dos dados recolhidos. Ao longo da análise serão apresentadas algumas produções escritas dos alunos e alguns diálogos importantes para responder às questões de investigação.

No Capítulo final, será apresentado e discutido as principais conclusões do estudo, com a finalidade de responder às questões de investigação. E, também, serão indicadas algumas implicações e limitações deste estudo, assim como, algumas recomendações para estudos futuros.

CAPÍTULO II

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo será apresentado o enquadramento teórico relativo ao tema em estudo. Como o tema engloba quatro temáticas, então este capítulo será dividido em quatro categorias: Resolução de problemas, Proporcionalidade direta, Escrita Matemática e *Gallery Walk*.

2.1. Resolução de problemas

Neste subcapítulo, será abordado a noção de problema, as diferentes tipologias de problemas apresentadas por vários autores, a importância da resolução de problemas no ensino da Matemática, a importância da mesma ao longo dos programas e os vários métodos de resolução de problemas.

2.1.1. Conceito de problema

A matemática é uma disciplina que é associada, frequentemente, à resolução de problemas. Antes de nos debruçarmos sobre a resolução de problemas, deveremos indagar-nos sobre o que é um problema. Este conceito tem sido definido, ao longo dos anos, por vários autores. Pólya (1973) refere que um problema deve desafiar a curiosidade e estimular a criatividade do aluno para a sua resolução. Já Ponte (1992) define um problema como uma "tarefa para a qual o aluno não dispõe de um método imediato de resolução, mas em cuja solução se empenha activamente" (p. 95). Ou seja, um problema é uma tarefa que não tem um método de resolução óbvio, o aluno terá de ponderar no caminho que irá seguir para chegar à solução (Vale et al., 2015).

Thompson (1989, referido em Romanatto, 2012) menciona que um problema deve apresentar um vasto leque de estratégias para descobrir a sua solução. Para este autor, um problema pode ser um quebra-cabeças, um labirinto e pode ser uma questão que envolva ilusões com imagens. Já Kantowsky (1974, referido em Monteiro, 2015) afirma que é um problema quando o conhecimento habitual que o aluno tem não é suficiente para a sua resolução.

Para Proença (2021), o aluno está perante um problema quando necessita de mobilizar conceitos e procedimentos matemáticos já estudados para chegar a uma solução, ou seja, não há uma fórmula ou regra para o resolver. Salienta ainda, que quando a tarefa é resolvida por uma fórmula ou regra pré-definida, então trata-se de um exercício. A noção de problema apresentado por Proença (2021) é a definição estabelecida para este estudo. A definição de Van de Walle (2009, referido em Romanatto, 2012) é semelhante à anterior, visto que define um problema como sendo uma tarefa que não tem regras memorizadas para o resolver, nem uma abordagem óbvia para a sua resolução.

No ponto de vista de Vianna (2002), um aluno está na presença de um problema quando: "tem uma questão para resolver; quer ter uma resposta para essa questão; não tem, previamente, uma resposta para essa questão" (p. 402). No que concerne às características dos problemas, Boavida et al. (2008) referem que os problemas devem: i) ser percetíveis pelo aluno, embora a solução não deva ser imediata; ii) ser motivantes e estimulantes; iii) ter mais que uma estratégia de resolução; iii) agregar vários temas.

Exercícios e problemas são dois conceitos que são muitas vezes confundidos (Dias, 2019). Ponte (1992) aponta que na resolução de exercícios, os alunos aplicam os métodos de resolução estudados, já na resolução de problemas não estão pré-estabelecidos métodos de resolução, ou seja, o aluno terá que ponderar na sua estratégia para encontrar a solução.

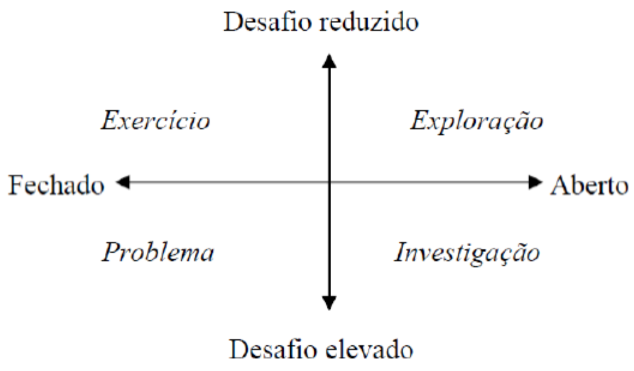
2.1.2. Tipologia de tarefas e Tipologia de problemas

Nesta secção começaremos por apresentar a tipologia de tarefas e, de seguida iremos abordar as diferentes tipologias de problemas encontradas na literatura.

Segundo Ponte (2005), as tarefas podem ser caracterizadas de várias formas, umas mais desafiantes outras mais acessíveis, umas mais abertas outras mais fechadas, umas referentes a contextos da realidade outras formuladas em termos matemáticos. O mesmo autor refere que há duas dimensões fundamentais das tarefas, que são o grau de desafio matemático e o grau de estrutura. O grau de desafio matemático é caracterizado por "reduzido" e "elevado", ou seja, se uma tarefa é muito desafiante ou pouco desafiante. O grau de estrutura é caracterizado por "aberto" ou "fechado". Numa tarefa de natureza fechada o enunciado é claro, o aluno consegue identificar o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta "é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas" (Ponte, 2005, p. 8).

Figura 1:

Tipologia de tarefas



Fonte: Ponte (2005, p. 8)

Na figura 1 está apresentado a tipologia que Ponte (2005) definiu, tendo em conta o grau de desafio e de estrutura. Os problemas e os exercícios têm uma estrutura fechada. Os exercícios são caracterizados de desafio reduzido, enquanto que os problemas têm um desafio elevado. Segundo Dias et al. (2013) referem que devido ao elevado grau de desafio nos problemas, o procedimento da resolução nem sempre é percetível, o aluno tem de compreender o enunciado e formular uma estratégia de resolução, exigindo assim reflexão e persistência por parte do aluno.

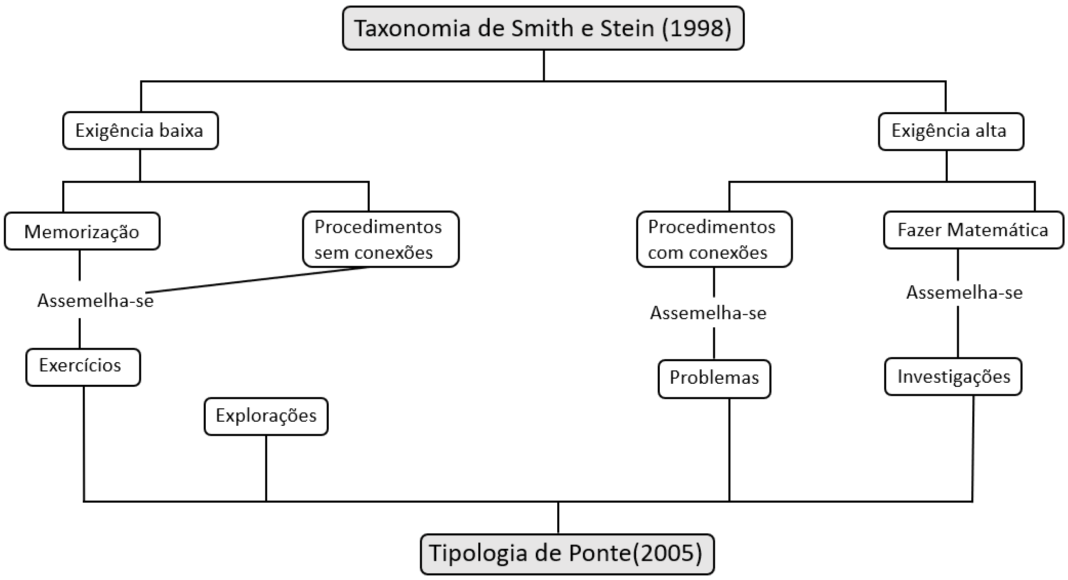
Relativamente às tarefas com uma estrutura aberta, Ponte (2005) refere as explorações e investigações. As tarefas de investigação têm um grau de desafio elevado, enquanto que as tarefas de exploração têm um grau de desafio reduzido, ou seja, "se o aluno puder começar a trabalhar desde logo, sem muito planeamento, estamos perante uma tarefa de exploração. Caso contrário, será talvez melhor falar em tarefa de investigação" (Ponte, 2005, p. 8). É nesta tipologia que será baseada a investigação que consta neste trabalho.

Nos *Princípios para a Ação* (NCTM, 2017) está exposto uma diferente taxonomia de tarefas elaborada por Stein et al. (1996) e Stein e Smith (1998) sustentada no tipo e nível de raciocínio necessários para a resolução das mesmas. Esta taxonomia é dividida em dois níveis de exigência cognitiva: exigência baixa e exigência alta. No nível de exigência baixa encontramos as *tarefas de memorização*, tarefas que envolve a aplicação direta de regras, fórmulas e definições estudadas anteriormente e surge, claramente, no enunciado a regra que o aluno tem de aplicar na resolução. Ainda no nível baixo de exigência, encontramos as *tarefas de procedimentos sem conexões*. Estas tarefas são caracterizadas pela algoritmização, isto é, é evidente qual o procedimento que o aluno terá de aplicar e pela exigência cognitiva limitada. Os alunos não são estimulados a pensar no procedimento que têm de aplicar ou como o devem aplicar. O foco destas tarefas está nas respostas corretas e não na compreensão matemática. Relativamente ao nível de exigência alta, temos as tarefas de *procedimentos com conexões* e as tarefas de *Fazer matemática*. As primeiras tarefas envolvem níveis mais profundos na compreensão de conceitos e ideias matemáticas, os alunos podem aplicar procedimentos gerais e amplos, podem utilizar várias representações ao longo da resolução. É necessário que os alunos apliquem as ideias conceptuais subjacentes para resolverem com sucesso a tarefa. As tarefas designadas por *Fazer matemática*, "requerem que os alunos acedam a conhecimentos e experiências relevantes, utilizando-os de forma apropriada no trabalho realizado durante a tarefa" (NCTM, 2017, p. 18). Quando o aluno está perante uma tarefa deste tipo é importante que eles ponderem bem na estratégia a aplicar e devem ter em atenção os vários obstáculos que poderão aparecer no seu caminho. Estas tarefas de exigência alta estimulam o desenvolvimento da compreensão matemática.

Estas duas tipologias de tarefas têm características em comum, sendo possível estabelecer uma conexão entre elas.

Esquema 1:

Comparação entre as tipologias estudadas



Pelo esquema 1 apresentado acima, verificamos que as tarefas denominadas por Explorações (Ponte, 2005) não tem conexão com nenhuma das tarefas apresentadas por Smith e Stein (1998).

Em relação à tipologia de problemas, vários autores apresentam diferentes taxonomias para classificar os problemas. Charles e Lester (1986, citado em Palhares, 2004) apresentam uma classificação com cinco tipos de problemas: *problemas de um passo*, *problemas de dois ou mais passos*, *problemas de processo*, *problemas de aplicação* e *problemas tipo puzzle*. Os *problemas de um passo* são caracterizados pela sua resolução direta, em que para descobrir a solução basta aplicar uma das quatro operações básicas da aritmética. Quanto aos *problemas de dois passos*, a sua resolução é feita através de duas ou mais etapas, sendo que em cada etapa é aplicado uma das quatro operações básicas da aritmética. Em relação aos *problemas de processo*, os alunos podem aplicar vários métodos de resolução, ou seja, não há uma estratégia pré-definida/mecanizada. Os *problemas de aplicação* "são os que normalmente requerem a recolha de dados acerca da vida real e a tomada de decisões. Muitas vezes utilizam uma ou mais operações e uma ou mais estratégias de resolução" (Palhares, 2004, p. 18). Para finalizar, os *problemas tipo puzzle* são mais desafiantes porque os alunos precisam de "olhar" para este tipo de problema nos vários pontos de vista e para encontrar a solução destes problemas é necessário um "flash", ou seja, os alunos precisam de uma epifania para os resolver.

Na mesma obra, Palhares (2004) divulga mais uma taxonomia de problemas desenvolvida pelo projeto GIRP*, onde os autores dividem os problemas em quatro categorias: problemas de processo, problemas de conteúdo, problemas de aplicação e problemas de aparato experimental:

> *Problemas de processo* – Um problema deste tipo não se resolve, geralmente, pela aplicação directa de um algoritmo, isto é, dificilmente se resolverá sem a utilização de estratégias de resolução de problemas (...).
> *Problemas de conteúdo* – Um problema deste tipo requer a utilização de conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas. Sem eles dificilmente poderá ser resolvido.
> *Problemas de aplicação* – Um problema deste tipo utiliza dados da vida real, apresentados ao solucionador ou por ele recolhidos. A tomada de decisões assume uma relevância importante e surge como consequência da análise dos dados. (...)
> *Problemas de aparato experimental* – um problema deste tipo requer a utilização de um aparato experimental, sobre o qual o solucionador deve exercer as suas ações. (p. 19 – 20)

Na classificação desenvolvida por Boavida et al. (2008), são apontados três tipos de problemas: *problemas de cálculo*, *problemas de processo* e *problemas abertos*. Nos *problemas de cálculo*, os alunos terão que ponderar qual a operação ou operações que terão que utilizar para chegar à solução do problema. Relativamente, aos *problemas de processo*, não podem ser resolvidos aplicando apenas operações aritméticas. Normalmente, apresentam contextos mais complexos e para chegar à solução, os alunos terão que aplicar estratégias de resolução mais criativas. Os alunos terão que ser persistentes, ter pensamento flexível e ser organizados. Em relação aos *problemas abertos*, que os autores referem que se podem denominar, também, por *investigações*, podem ter mais que um processo de resolução e mais do que uma solução correta. Os autores, referem que para resolver este tipo de problema os alunos terão de "fazer explorações para descobrir regularidades e formular conjecturas, apelando, por isso, ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão" (Boavida et al., p. 20).

2.1.3. Resolução de problemas no ensino da Matemática

Numa tentativa de definir o que é a Resolução de Problemas, vários autores afirmam que é uma ação que envolve utilizar os conhecimentos já estudados em situações novas, onde o aluno irá questionar-se, aplicar estratégias e formular, testar e provar conjeturas. É uma atividade desafiante, pois leva o aluno a pensar para além do ponto de partida, a pensar em vários caminhos para chegar à solução e leva o aluno a raciocinar matematicamente (Boavida et al., 2008). Numa outra perspetiva, Romanatto (2012) define resolução de problemas como uma atividade onde se apresenta, ao aluno, uma tarefa da qual não é conhecido o processo para chegar à solução e para o encontrar o aluno terá que aplicar os seus conhecimentos matemáticos. Este autor, salienta que ao longo do ensino os alunos deveriam ser desafiados, frequentemente, a formular e a solucionar problemas.

Num contexto pedagógico, Boavida et al. (2008) referem que a resolução e formulação de problemas é uma competência essencial na disciplina de Matemática. O desenvolvimento de tal competência é lento, portanto os alunos devem ter contacto desde cedo com problemas desafiadores para desenvolver a sua capacidade de resolver problemas e também a sua autoconfiança (Fonseca, 2014).

George Pólya, matemático húngaro, foi um dos impulsionadores da Resolução de Problemas no ensino. O seu objetivo era que os alunos de Matemática se tornassem bons resolvedores de problemas. Através da sua obra "A arte de resolver problemas", Pólya sugere como deve ser ensinada a Resolução de Problemas. No seu ponto de vista, ensinar os alunos a resolver problemas é uma das grandes finalidades do ensino da Matemática (Romanatto, 2012). Ao longo das últimas décadas foram vários estudos realizados sobre a resolução de problemas (por exemplo, Charles & Silver, 1988; Lester, Garofalo & Kroll, 1989; Schoenfeld, 1992, segundo Romannatto, 2012).

A resolução de problemas é vista por Proença (2021) e pelo NCTM (2017) como um método para que os alunos aprendam os conceitos matemáticos. Com isto, a resolução de problemas promove o desenvolvimento das capacidades matemáticas dos alunos, a sua compreensão sobre a estrutura matemática e a sua habilidade a resolver problemas. A resolução de problemas é uma das competências mais importantes na Matemática porque desenvolve capacidades intelectuais, tais como, criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, interpretação dos resultados (Romanatto, 2012). Segundo este autor, o aluno deve experimentar bons problemas, participar em discussões perante diferentes resoluções, discutir processos e raciocinar.

Com o apoio do feedback do professor, o aluno desenvolve as suas competências de questionamento, colaboração, pensamento crítico e comunicação e estas capacidades são muito valorizadas no mundo profissional (Carvalho & Dourado, 2013).

A resolução de problemas tem um papel importante no ensino da Matemática, uma vez que promove a exploração de diferentes representações, permite que os alunos recorram, com mais frequência, à comunicação (escrita e oral), incita o raciocínio e a justificação, mostra a utilidade que esta disciplina tem no nosso dia a dia e, através da resolução de problemas, os alunos estabelecem conexões entre os vários conteúdos matemáticos e entre a Matemática e as outras disciplinas (Boavida et al., 2008; NCTM, 2017). Assim sendo, segundo Dante (1988, referido em Soares & Pinto, 2012) os problemas propostos em sala de aula devem: "(1) Fazer o aluno pensar produtivamente; (2) Desenvolver o raciocínio do aluno; (3) Preparar o aluno para enfrentar situações novas; (4) Dar oportunidade aos alunos de se envolverem com aplicações de matemática; (5) Tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras; (6) Equipar o aluno com estratégias e procedimentos que auxiliam na análise e na solução de situações onde se procura um ou mais elementos desconhecidos; e (7) Dar uma boa alfabetização matemática ao cidadão comum" (p. 5-6).

Na obra *Princípios para a Ação* (2017) afirmam que, atualmente, existem duas perspetivas diferentes sobre o ensino da matemática, uma que valoriza a memorização de conteúdos, fórmulas e procedimentos, e outra perspetiva onde se valoriza o envolvimento dos alunos na resolução e discussão de tarefas que proporcionem o desenvolvimento do raciocínio e a resolução de problemas. Nesta última perspetiva, é valorizada a partilha de métodos de resolução promovendo assim a comunicação em sala de aula e o conhecimento de novas estratégias. Outra das características, também valorizadas nesta perspetiva é a justificação e explicitação dos raciocínios. Tanto uma perspetiva como a outra podem influenciar na opinião que o aluno tem sobre a matemática e na sua atitude em relação a esta disciplina. Nesta obra, é sugerido oito práticas do ensino da matemática que promovem uma aprendizagem profunda desta disciplina. Entre elas está a proposta de tarefas que promovam o raciocínio e a resolução de problemas.

O contacto regular com tarefas que envolvam o raciocínio e a resolução de problemas proporciona uma aprendizagem com compreensão. É, também, importante que os alunos tenham contacto com tarefas que permitam várias abordagens e diferentes estratégias de resolução (NCTM, 2017). A implementação da resolução de problemas em sala de aula não deve ser aplicada isoladamente, ou seja, numa aula de longe a longe, e não é algo que se implemente da noite para o dia, pois é necessário uma certa ponderação e planificação por parte do professor (Allevato & Vieira, 2016).

2.1.5. Resolução de Problemas nos Programas

Há várias décadas, a resolução de problemas tem estado sempre presente nos Programas de Matemática em Portugal, em alguns de forma explicita e noutros de forma implícita. Tendo em consideração o ano de escolaridade em estudo neste trabalho, 7.º ano, apenas será apresentado uma análise dos Programas na perspetiva do 3.º ciclo do ensino básico.

A resolução de problemas é considerada, no Programa de Matemática de 1990 (DGEBS, 1990), como uma das finalidades da disciplina de Matemática, tal como, memória, rigor, espírito crítico e criatividade, competências associadas à resolução de problemas. Neste programa são identificados os objetivos gerais para o ensino desta disciplina, e esta secção está dividida em três parcelas: valores/atitudes, capacidades/aptidões e conhecimentos. Na parcela *valores/atitudes* é referido que os alunos devem "reconhecer o contributo da matemática para a compreensão e resolução de problemas" (DGEBS, 1990, p. 176) e devem "intervir na dinamização de actividades e na resolução de problemas da comunidade em que se insere" (DGEBS, 1990, p. 177). A resolução de problemas também surge na parcela *capacidades/aptidões* onde é valorizado o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas. No capítulo onde são abordadas as orientações metodológicas, é descrita a importância da resolução de problemas no ensino da matemática. Na perspetiva dos autores, a capacidade de resolver problemas é um recurso que o aluno poderá aplicar, com confiança, na sua vida futura para resolver qualquer situação/obstáculo que lhe surja. No mesmo capítulo é evidenciado, que esta característica só se desenvolve se os alunos tiverem contacto com a resolução de problemas, em sala de aula, de forma continuada e com vários tipos de problemas. Também é mencionado, que a aplicação da resolução de problemas como uma metodologia de ensino "proporciona um contexto no qual se constroem conceitos e se descobrem relações, permitindo ainda ao aluno tomar contacto com o poder e a utilidade da Matemática" (DGEBS, 1990, p. 194).

Os autores que desenvolveram o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, sentiram a necessidade de destacar, para além dos conteúdos programáticos, três capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática – Resolução de Problemas, Raciocínio

Matemático e Comunicação Matemática. A Resolução de Problemas é designada como uma capacidade matemática fundamental, ou seja, os alunos "devem adquirir desembaraço a lidar com problemas matemáticos e também com problemas relativos a contextos do seu dia-a-dia e de outros domínios do saber" (DGE, 2007, p. 8). A resolução e formulação de problemas são consideradas duas das dimensões principais no ensino desta disciplina. Como no programa anterior, a capacidade de resolver problemas é indicada como um dos objetivos gerais do ensino desta disciplina. Os alunos devem ser capazes de:

> - Compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas;
> - Apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam;
> - Monitorizar o seu trabalho e refletir sobre a adequação das suas estratégias, reconhecendo situações em que podem ser utilizadas estratégias diferentes;
> - Formular problemas. (DGE, 2007, p. 5)

Como, no programa em análise (DGE, 2007) a resolução de problemas é considerado um tópico importante para a aprendizagem, os autores optaram por clarificar este tópico como se se tratasse de um conteúdo programático, ou seja, apresentaram numa tabela objetivos e notas para implementar a resolução de problemas em sala de aula. Na tabela seguinte (Tabela 1) apresentou-se esses objetivos e notas relativos ao tópico Resolução de Problemas.

Tabela 1:

Objetivos e notas relativos ao tópico Resolução de problemas

Tópico	Objetivos Específicos	Notas
Resolução de problemas • Compreensão do problema • Conceção, aplicação e justificação de estratégias	• Identificar os dados, as condições e o objectivo do problema. • Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados. • Averiguar da possibilidade de abordagens diversificadas para a resolução de um problema. • Analisar as consequências da alteração nos dados e nas condições de um problema na respectiva solução. • Formular problemas a partir de situações matemáticas e não matemáticas.	• Propor problemas com informação irrelevante ou dados insuficientes, ou sem solução. • Considerar abordagens tais como: - desdobrar um problema complexo em questões mais simples; - explorar conexões matemáticas para obter múltiplas perspectivas de um problema; - resolver um problema análogo mas mais simples; - explorar casos particulares; - resolver o problema admitindo que se conhece uma solução. • Usar as TIC na: - resolução de problemas e em atividades de exploração e investigação; - análise de um problema em diferentes representações (por exemplo, na representação gráfica de um problema algébrico).

Fonte: Adaptado de DGE (2007, p. 63-64)

Relativamente ao atual Programa de Matemática (DGE, 2013), a resolução de problemas deixa de ser um dos focos principais do ensino da Matemática. Neste programa voltou-se a valorizar mais as capacidades básicas e procedimentais (Vale et al., 2015). Mesmo perdendo o protagonismo, a resolução de problemas continua a ser um dos objetivos do ensino e aprendizagem desta disciplina. Os autores apresentam uma breve descrição sobre o que envolve a resolução de problemas e salientam a importância de aplicar esta competência no ensino:

> A resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais. (DGE, 2013, p. 5)

A DGE elaborou um documento, em 2012, denominado por Metas curriculares de Matemática (DGE, 2013) onde são descritos os objetivos que os alunos devem atingir ao longo do ensino básico. Na introdução deste documento é ressaltado que as capacidades transversais apresentadas no Programa de 2007, passam a ser caracterizadas como "capacidades estruturais indispensáveis ao cumprimento dos objetivos elencados, estando contemplados neste documento de forma explícita ou implícita em todos os descritores" (DGE, 2013, p. 2). No programa atual (DGE, 2013) esta capacidade é apenas abordada na secção referente aos objetivos do ensino da matemática. Sendo que no programa de 2007, para além disso, ainda é apresentada uma descrição detalhada sobre a resolução de problemas, a aplicação e a importância no ensino.

Recentemente, as *Aprendizagens essenciais de matemática* sofreram algumas alterações. No novo documento, *Aprendizagens Essenciais de Matemática do 7.º ano de escolaridade* (DGE, 2021), a resolução de problemas é destacada como um dos objetivos que os alunos devem desenvolver. Assim, são apresentadas ações estratégicas de ensino do professor e objetivos de aprendizagem relativamente ao processo de resolução de problemas e às estratégias de resolução de problemas (Tabela 2).

Tabela 2:

Objetivos e ações estratégicas das novas aprendizagens essenciais

Temas, Tópicos e Subtópicos	Objetivos de aprendizagem: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	Ações estratégicas de ensino do professor
Capacidades Matemáticas: Resolução de Problemas Processo	Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas. Formular problemas a partir de uma situação dada, em contextos diversos (matemáticos e não matemáticos).	Solicitar, de forma sistemática, que os alunos percorram e reconheçam as diferentes etapas de resolução de um problema (interpretar o problema, selecionar e executar uma estratégia, e avaliar o resultado no contexto da situação problemática), incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática. Propor problemas com excesso de dados ou com dados insuficientes. Solicitar a formulação de problemas a partir de uma situação dada, incentivando novas ideias individuais ou resultantes da interação com os outros.
Estratégias	Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia. Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.	Acolher resoluções criativas propostas pelos alunos, valorizando o seu espírito de iniciativa e autonomia, e analisar, de forma sistemática, com toda a turma, a diversidade de resoluções relativas aos problemas resolvidos, de modo a proporcionar o conhecimento coletivo de estratégias que podem ser mobilizadas em outras situações: fazer uma simulação, começar do fim para o princípio, por tentativa e erro, começar por um problema mais simples, usar casos particulares, criar um diagrama. Orquestrar discussões com toda a turma que envolvam não só a discussão das diferentes estratégias da resolução de problemas e representações usadas, mas também a comparação entre a sua eficácia, valorizando o espírito crítico dos alunos e promovendo a apresentação de argumentos e a tomada de posições fundamentadas e a capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.

Fonte: Adaptado de DGE (2021, p, 12-13)

Analisando esta tabela (Tabela 2), é possível verificar que é valorizado a partilha das várias estratégias dos alunos, a diversidade de resoluções apresentadas pelos mesmos, proporcionando assim aos alunos o conhecimento de um vasto leque de estratégias. Também é bem visível no documento a importância da explicitação de todas as etapas de resolução de um problema. Esta valorização da partilha de estratégias e a diversidade das mesmas está em sintonia com os *Princípios para a Ação* (NCTM, 2017), bem como com Romannato (2012), Boavida et al. (2008) e Soares e Pinto (2012).

2.1.6. Métodos de resolução de problemas

Quando estamos perante um problema a primeira questão que nos surge é "como irei resolver este problema?". A verdade é que não existe apenas um método para resolver problemas, cada um opta pelo processo que se adequa mais a si. Ao longo dos anos, vários autores debruçaram-se sobre os processos de resolução de problemas, Pólya (1973) foi o primeiro a apresentar um modo de resolver problemas que se divide em quatro etapas: compreender o problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e reflexão. É essencial a *compreensão* do que é relatado no enunciado, visto que para resolver o problema é necessário perceber o que é pedido. Assim, é fundamental identificar a incógnita, os dados e as condições apresentadas; Para *estabelecer um plano* é fundamental identificar um caminho para chegar à resposta do problema, ponderar quais os cálculos ou esquemas/desenhos que necessitamos para descobrirmos a incógnita. O autor refere que os alunos poderão ter algumas dificuldades nesta fase, porque a descoberta do plano certo pode "surgir gradualmente ou, após tentativas falhadas e um período de hesitação, pode aparecer repentinamente, num lampejo, como uma 'ideia brilhante' [Tradução própria]" (Pólya, 1973, p. 8). Na etapa três *executa-se o plano* concebido na fase anterior, com o objetivo de chegar à solução. Caso esse objetivo não seja cumprido, ou seja, se encontrarmos um obstáculo teremos que voltar à etapa anterior para pensar noutra estratégia. Na última etapa, de *reflexão*, após encontrarmos o valor da incógnita, teremos que verificar se a solução está de acordo com os dados e as condições apresentadas no enunciado. Após esta verificação, o aluno irá avaliar se a solução está correta ou não, procedendo assim à validação da solução adquirida. Este método de resolução continua a ser considerado uma referência segundo vários autores, como por exemplo, Ponte (1992), Palhares (2004) e Dias (2019).

Como referido anteriormente, outros autores apresentaram diferentes métodos de resolução de problemas, Brito (2010, referido em Proença, 2021) estipulou um modelo com quatro fases, baseado no modelo de Pólya: *representação*, *planejamento*, *execução* e *monitoramento*. No seu relatório final, Dias (2019) apresenta outros dois métodos de resolução, um elaborado por Depaepa, De Corte e Verschaffel (2010) e o segundo de Schukajlow, Kolter e Blum (2015). Em relação ao primeiro método, os autores dividiram em cinco passos: "(1) criar uma representação mental do problema; (2) decidir como resolver o problema; (3) executar os cálculos necessários; (4) interpretar o resultado e formular a resposta; e (5) avaliar a solução" (p. 10). No segundo modelo os autores apresentam quatro etapas para resolver um problema: "(1) compreender o problema; (2) pesquisar matemática; (3) usar matemática; e (4) explicar os resultados" (p. 10). Ao analisarmos os modelos apresentados, verificamos que existe um paralelismo com o modelo de Pólya (1973), uma vez que este modelo é considerado uma referência fundamental para todos os investigadores na área da resolução de problemas (Palhares, 2004).

A resolução de problemas não deve ser tratada de forma linear, porque se o aluno não compreender corretamente o enunciado do problema, por este apresentar uma "má formação conceitual" (Proença, 2021, p. 6), o método de resolução poderá ser afetado, resultando numa resposta errada.

2.2. Proporcionalidade Direta

Nesta secção será abordado a importância da Proporcionalidade Direta no ensino e ao longo dos programas, raciocínio proporcional, os tipos de problemas que envolvem a proporcionalidade direta e as várias estratégias de resolução, as diferentes definições, apresentadas por vários autores, de Proporcionalidade Direta incluindo a noção de Função de Proporcionalidade Direta, a inclusão da Função de Proporcionalidade Direta nos programas de Matemática e as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas sobre este tópico.

2.2.1. Ensino da Proporcionalidade Direta

A proporcionalidade direta é um conceito, frequentemente, presente em várias situações do nosso dia a dia e também para além da Matemática, como Física, Química, Música, Geografia, Artes, dentre outras (Menduni-Bortoli & Barbosa, 2017). A aprendizagem deste conceito é essencial não apenas no contexto escolar, mas também no quotidiano. No contexto escolar, a proporcionalidade está relacionada a muitos conceitos, tais como, como percentagem, fração, função linear, taxas, inclinação do gráfico de uma função, etc. (Júnior, 2010). Em situações quotidianas, a proporcionalidade pode surgir em circunstâncias profissionais, por exemplo, numa "mistura de tintas para conseguir determinada cor ou na mistura de cores para obter certos tons" (Souza et al., 2016, p. 33). E, também, pode surgir na compra e venda de produtos, nas receitas de cozinha, na construção civil e noutros ramos da ciência e tecnologia (Júnior, 2010).

Uma vez que a proporcionalidade direta está presente em vários acontecimentos da vida pessoal do aluno, então essa experiência pessoal poderia ser um fator facilitador na compreensão deste conceito, mas isso não acontece, segundo Lamon (2007, referido em Silvestre & Ponte, 2009). Silvestre e Ponte (2009) referem que esta compreensão pode não ocorrer devido a certos fatores, tais como: "variedade dos contextos (...), dificuldade em reconhecer que a estrutura matemática se mantém independentemente do contexto e consequente incapacidade de operar sobre esta estrutura" (p. 2).

Na disciplina de Matemática, a proporcionalidade é um tópico muito importante porque une e relaciona vários conteúdos, logo o ensino deste tópico não deve ser focado num ano de escolaridade, 7.º ano. Este conceito deve ser ensinado ao longo de toda a escolaridade e deve-se promover a sua integração nos diversos conteúdos presentes nas várias áreas de estudo (Soares & Nehring, 2013). Os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007) referem que a proporcionalidade direta é um tema integrante do programa para os anos letivos 6.º, 7.º e 8.º anos:

> A convergência e a integração do currículo são ainda evidentes na ênfase que é dada à proporcionalidade, enquanto tema integrante do programa para estes anos de escolaridade. A familiaridade com a proporcionalidade desenvolve-se através do trabalho em diversos temas do currículo, incluindo a razão e a proporção, percentagem, semelhança, escala, equações lineares, declive, histogramas de frequência relativa e probabilidades. A compreensão da proporcionalidade deverá também emergir através da resolução de problemas e do raciocínio, sendo importante na conexão entre diferentes tópicos matemáticos e entre a matemática e outros domínios, como as ciências e as artes. (p. 248)

No âmbito do Programa de Matemática (DGE, 2013) para o 2.º ciclo do Ensino básico, é importante que os alunos demonstrem destreza no uso de números racionais em vários contextos, apresentá-los nas suas diversas representações (frações, dizimas, números mistos, percentagens) e que adquiram as seguintes competências: "noção de grandezas diretamente proporcionais e de constante de proporcionalidade direta; (...) regra de três simples; Propriedade Fundamental das proporções; escalas em mapas; problemas envolvendo a noção de proporcionalidade direta entre grandezas mutuamente dependentes" (DGE, 2013, p. 18).

Este conceito é muito importante para os seguintes anos da Matemática, por isso, Lesh et al. (1988, referido em Silvestre & Ponte, 2008) sugerem que o ensino deste tema seja considerado como um dos principais objetivos na aprendizagem da Matemática.

2.2.2. Proporcionalidade Direta ao longo dos Programas

O ensino deste conceito começa no 6.º ano de escolaridade. No Programa de Matemática de 1991 (DGEBS, 1991), refere que antes do 6.º ano os alunos já recorrem ao raciocínio proporcional de forma intuitiva. Por exemplo, ainda no 1.º ciclo conseguem determinar o valor necessário para comprar três lápis, sabendo o preço de um lápis. É mencionado que neste ano deve-se construir o conceito de proporcionalidade direta em conjunto com os alunos, através da exploração de tarefas que envolvem este conceito. De seguida, será apresentada a evolução da aprendizagem deste conceito (no 6.º ano) numa tabela. Na tabela 3, serão ilustrados os conteúdos e objetivos no ensino de Proporcionalidade direta ao longo dos vários programas até ao atual (DGE, 2013).

Ao longo dos anos, os programas foram mudando a sua estrutura. No Programa de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico de 1991, são apresentados os *conteúdos* e os *objetivos*. No programa de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico de 2007, está organizado por *tópicos*, *objetivos específicos* e *notas*. Na tabela 3, está apresentado os conteúdos que estavam subjacentes nos objetivos e na coluna dos objetivos estão expostos os *objetivos específicos* e as *notas*. Em relação ao Programa atual (DGE, 2013), na coluna identificada por “Conteúdos” está identificado os conteúdos apresentados neste documento relativo ao tópico Proporcionalidade Direta e na coluna dos “objetivos” estão apontadas as metas curriculares estabelecidas no mesmo documento sobre o tópico em análise.

Tabela 3:

Evolução da aprendizagem de Proporcionalidade direta

	Conteúdos	Objetivos
Programa Matemática – Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem, Ensino	- Constante de proporcionalidade directa; - Proporções; - Percentagem; - Escala.	- Reconhecer situações de proporcionalidade directa. - Descobrir experimentalmente a propriedade fundamental das proporções. - Resolver problemas que envolvam o conceito de proporcionalidade directa. - Interpretar uma percentagem num dado contexto. - Interpretar gráficos circulares relativos a percentagens. - Resolver problemas da vida corrente que envolvam a aplicação directa de uma percentagem. - Calcular mentalmente, em casos simples, o resultado da aplicação de uma percentagem. - Determinar e utilizar a escala de um mapa ou de um desenho.
Programa de Matemática do Ensino Básico (2007)	- Razão, proporção; - Constante de proporcionalidade direta. - Percentagem; - Escala; - Tabelas; - Gráficos cartesianos;	- Compreender os conceitos de razão, proporção e constante de proporcionalidade. - Utilizar proporções para modelar situações e fazer previsões. - Resolver e formular problemas envolvendo situações de proporcionalidade directa. - Distinguir situações em que não existe proporcionalidade de situações em que existe, solicitando, neste caso, a constante de proporcionalidade. - Usar situações que envolvam percentagens e escalas, e a análise de tabelas e gráficos. - Propor situações que permitam verificar a propriedade fundamental das proporções.
Programa e Metas Curriculares de Matemática, Ensino Básico (2013)	- Noção de grandezas diretamente proporcionais e de constante de proporcionalidade direta; - Proporções; extremos, meios e termos de uma proporção; propriedades; regra de três simples; - Escalas em mapas; - Problemas envolvendo a noção de proporcionalidade direta entre grandezas mutuamente dependentes.	- Identificar uma grandeza como «diretamente proporcional» a outra quando dela depende de tal forma que, fixadas unidades, ao multiplicar a medida da segunda por um dado número positivo, a medida da primeira fica também multiplicada por esse número. - Reconhecer que uma grandeza é diretamente proporcional a outra da qual depende quando, fixadas unidades, o quociente entre a medida da primeira e a medida da segunda é constante e utilizar corretamente o termo «constante de proporcionalidade». - Reconhecer que se uma grandeza é diretamente proporcional a outra então a segunda é diretamente proporcional à primeira e as constantes de proporcionalidade são inversas uma da outra. - Identificar uma proporção como uma igualdade entre duas razões não nulas e utilizar corretamente os termos «extremos», «meios» e «termos» de uma proporção. - Reconhecer que numa proporção o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. - Determinar o termo em falta numa dada proporção utilizando a regra de três simples ou outro processo de cálculo. - Saber que existe proporcionalidade direta entre distâncias reais e distâncias em mapas e utilizar corretamente o termo «escala». - Identificar pares de grandezas mutuamente dependentes distinguindo aquelas que são diretamente proporcionais. - Identifica pares de grandezas mutuamente dependentes distinguindo aquelas que são diretamente proporcionais. - Resolver problemas envolvendo a noção de proporcionalidade direta.

Fonte: Adaptado de DGE (1991, p. 38; 2007, p. 41; 2013, p. 18 e 45)

Em julho de 2018, foram construídos documentos de orientação curricular base na planificação, realização e avaliação do ensino e da aprendizagem designados por *Aprendizagens* *essenciais*. Estes documentos têm como objetivo promover o "desenvolvimento das áreas de competências inscritas no *Perfil dos Alunos à saída da Escolaridade Obrigatória*" (DGE, s.d).

Nas Aprendizagens essenciais de Matemática do 6.º ano de escolaridade (DGE, 2018) são apresentados os objetivos essenciais de aprendizagem e as práticas de aprendizagem referentes ao conceito de proporcionalidade direta. Na tabela 4, serão apresentadas essas mesmas práticas e objetivos.

Tabela 4:

Apresentação das Aprendizagens essenciais sobre o conceito de Proporcionalidade Direta

Objetivos essenciais de aprendizagem	***Práticas essenciais de aprendizagem***
- Reconhecer os significados de razão e proporção e usá-las para resolver problemas. - Reconhecer situações de proporcionalidade direta num enunciado verbal ou numa tabela e indicar uma das constantes de proporcionalidade, explicando o seu significado dado o contexto. - Conceber e aplicar estratégias de resolução de problemas envolvendo (...) proporcionalidade direta, em contextos matemáticos e não matemáticos.	- Distinguir, em contextos diversos, situações em que existe proporcionalidade direta de situações em que não existe. - Resolver e formular problemas de proporcionalidade direta envolvendo, nomeadamente, escalas e percentagens.

Fonte: Adaptado de DGE (2018, p.11-12)

2.2.3. Raciocínio Proporcional

Segundo vários autores (Miranda, 2016; Behr et al., 1992; Lamon, 2007; Karplus, Steven et al., 1983, citado em Avelar et al., 2019), na aprendizagem da proporcionalidade direta é importante desenvolver-se o raciocínio proporcional dos alunos em vez de se focar na memorização de regras. Os mesmos autores salientam a importância do uso, com o devido conhecimento, de estratégias multiplicativas, em lugar de estratégias aditivas usadas pelos alunos na resolução de tarefas sobre proporcionalidade direta. Salientam, assim, que a compreensão da estrutura multiplicativa referente à relação de proporcionalidade direta é uma referência no desenvolvimento do raciocínio proporcional (Avelar et al., 2019).

Lamon (2020) reforça que é muito importante distinguir o raciocínio proporcional do conceito de proporcionalidade, sendo o raciocínio proporcional um pré-requisito para a compreensão de contextos que envolve proporcionalidade. Para a mesma autora, este raciocínio está associado à compreensão de duas relações entre grandezas: *Invariância* – relação constante entre duas grandezas e a *covariância* – duas grandezas estão relacionadas, de tal forma que se uma se altera a outra altera-se na mesma proporção. Os alunos devem ter "a capacidade de perceber que, na equivalência entre razões, há algo que muda (quantidades absolutas) e que, ao mesmo tempo, há algo que se mantém constante (na mesma proporção)" (Ponte et al., 2010, p. 4). Na perspetiva da mesma autora, a compreensão da natureza multiplicativa presente em situações proporcionais é uma das tarefas mais complexas para os alunos, pois não têm ainda maturidade matemática para compreender a diferença entre adicionar e multiplicar e para eles é mais "natural" aplicar a adição.

O raciocínio proporcional é essencial para o ensino da Matemática, muito útil na interpretação de situações do nosso dia a dia, é muito importante para o progresso cognitivo dos alunos (Cramer & Post, 1993, referido em, Viegas, 2018) e é essencial na aquisição de vários tópicos matemáticos e de outras ciências (Avelar et al., 2019). Sendo assim, é fundamental que este raciocínio seja desenvolvido meticulosamente, embora o seu desenvolvimento exija tempo e esforço (Alves, 2012).

Cramer et al. (1993, referido em Silvestre, 2012) referem que é importante compreender a relação matemática presente em situações que envolvem proporcionalidade direta, para que um individuo revele capacidade de raciocínio proporcional. Esta relação envolve os seguintes quatro tópicos: "(i) a natureza multiplicativa; (ii) a representação gráfica, isto é, a reta que passa na origem; (iii) a equivalência das razões; e (iv) a representação pela equação y=mx, em que m é o declive, a razão unitária e constante de proporcionalidade" (Silvestre, 2012, p. 13). No seu estudo, Silvestre (2012) definiu que o raciocínio proporcional envolve três aspetos:

> (i) capacidade para distinguir situações que têm subjacentes relações de proporcionalidade direta de situações que não o têm; (ii) compreensão da natureza multiplicativa das relações proporcionais; e (iii) capacidade para resolver vários tipos de problemas, revelando a flexibilidade mental para realizar diferentes abordagens sem ser afetado pelo fenómeno descrito no contexto, dados e estrutura numérica, grandezas e as representações (texto, gráficos, tabelas, razões) (p. 281).

Avelar et al. (2019) referem que é importante compreender a relação multiplicativa presente nas relações proporcionais antes de apresentar a "regra de três simples", porque, caso contrário, pode criar a "ilusão de que todos os acontecimentos envolvem uma relação de proporcionalidade direta e a de facilidade e eficácia" (p. 50).

Ponte et al. (2010) refere que os problemas que envolvem relações de proporcionalidade direta podem ser divididos em três categorias:

Tabela 5:

Categorização de problemas de proporcionalidade direta

Tipo de Problema	**Descrição**
Problemas de valor omisso	É fornecido três dos valores que compõem uma proporção e é pedido o quarto.
Problemas de comparação	É apresentado duas razões e pede-se para indicar qual é maior, menor ou se são iguais.
Problemas de conversão entre representações	A partir dos dados representados num determinado sistema, se pede a sua representação noutro sistema mantendo a mesma relação entre si.

Fonte: Ponte et al. (2010, p. 4)

O problema de valor omisso é considerado o problema mais conhecido e estudado, em comparação com os problemas de comparação (Silvestre & Ponte, 2009). Em relação aos problemas de conversão entre representações e análise gráfica, Tobias (2018) refere que neste tipo de problema os alunos devem ser capazes de identificar se o gráfico representa ou não uma situação que envolve proporcionalidade direta ou não, e, caso exista, determinar o valor da constante de proporcionalidade.

Lesh et al. (1988, referido em Costa & Ponte, 2008) referem que a diversificação das tarefas é essencial para que os alunos desenvolvam a flexibilidade do seu raciocínio proporcional, logo é essencial que os alunos tenham contacto com vários tipos de problemas.

O tipo de problema de proporcionalidade é um dos fatores que influenciam diretamente no desempenho dos alunos, mas existe outros elementos que devem ser considerados (Tobias, 2018). Tourniaire e Pulos (1985, referido em Tobias, 2018) afirmam que as relações entre as grandezas, tais como: o contexto das grandezas (ou variáveis); as estruturas dos problemas e os valores numéricos envolvidos no problema são elementos que podem influenciar a complexidade do problema (maior ou menor).

2.2.4. Estratégias de resolução de problemas envolvendo Proporcionalidade Direta

Vários autores analisaram as estratégias que os alunos aplicam na resolução de problemas de proporcionalidade. Alguns destes autores, referem que a capacidade de raciocinar proporcionalmente manifesta-se nos alunos antes da aprendizagem do conceito de proporcionalidade direta (Costa & Ponte, 2008). Segundo Silvestre (2006, referido em Costa & Ponte, 2008), na resolução de um problema, a escolha da estratégia certa, por parte do aluno, pode depender da interpretação que ele faz do enunciado, da sua compreensão sobre os números e "das relações que consegue estabelecer de imediato" (p. 68).

Silvestre e Ponte (2009) referem na sua comunicação as estratégias identificadas por Post et al. (1988) e Crammer et al. (1993):

> (i) *Razão unitária*, também conhecida por "quanto para um", identificada como a estratégia mais intuitiva atendendo ao facto dos alunos a usarem desde os primeiros anos de escolaridade (cálculo de razões unitárias em problemas de divisão e cálculo de múltiplos das razões unitárias em problemas de multiplicação);
> (ii) *Fator de mudança* ou *fator escalar* (Hart, 1983), conhecida por "tantas vezes como", estratégia que está condicionada a aspetos numéricos dos problemas, mas está presente no reportório de estratégias das crianças;
> (iii) *Comparação das razões*, associada a problemas de comparação, que permite comparar as razões unitárias através de duas divisões;
> (iv) *Algoritmo do produto cruzado*, também conhecida como "regra de três simples", que, embora eficiente, é um processo mecânico desprovido de significado no contexto dos problemas. (p. 2-3)

A estratégia *razão unitária* é referida por Cramer et al. (1993, referido por Viegas, 2018) como a estratégia a que os alunos recorrem predominantemente na resolução de problemas de valor omisso e de comparação, caso não tenham conhecimento da estratégia do *algoritmo do produto cruzado*. Estes autores referem, ainda, que na sua vida quotidiana os alunos utilizam, frequentemente, a *razão unitária* quando fazem compras, ou seja, determinam, regularmente, os preços unitários dos produtos, portanto, esta é uma estratégia natural na resolução deste tipo de problemas.

Quando os alunos recorrem à estratégia *fator de mudança ou fator escalar*, tem por base, o pensamento de *"quantas vezes mais"*, isto é, *"se quero o dobro de maças, o preço será o dobro"*, este raciocínio apresenta a descoberta da relação multiplicativa de medidas (Cramer et al., 1993, referido em Viegas, 2018).

Viegas (2018) refere que a estratégia de *comparação de razões* é utilizada na resolução de problemas de comparação, onde os alunos comparam as razões unitárias através de duas divisões.

O *algoritmo do produto cruzado*, também denominado por *regra de três simples* é uma estratégia que, segundo Menduni-Bartoli e Barbosa (2017), é abordada de forma prioritária no ensino do conceito de proporcionalidade direta. Esta estratégia é muito eficaz, mas muitas vezes utilizada como um processo mecânico, sem compreensão do contexto apresentado no problema (Silvestre & Ponte, 2009). Cramer et al. (1993, referido em Viegas, 2018), refere que o uso desta mecanização não significa "que os alunos compreendem as bases subjacentes ao pensamento proporcional, sendo que a capacidade para compreender claramente a proporcionalidade, consiste num marco de grande importância no desenvolvimento mental dos alunos" (p. 15).

Silvestre e Ponte (2009) referem também a *estratégia da interpretação gráfica*, apresentada por Post et al. (1988). Nesta estratégia, os gráficos podem ser utilizados com o objetivo de identificar razões equivalentes ou para encontrar o valor desconhecido em problemas de valor omisso.

Infante e Canavarro (2017) divulgam no seu estudo que as estratégias de resolução podem ser divididas em estratégias de *natureza multiplicativa* e estratégias de *natureza aditiva*. Geralmente, os alunos utilizam as estratégias de *natureza multiplicativa*, quando são apresentados dois valores que estão relacionados multiplicativamente, sendo que essa relação será aplicada a um terceiro valor. Estas estratégias dividem-se em *raciocínios escalares* e *raciocínios funcionais* (Infante & Canavarro, 2017).

- *Raciocínio escalar* – ocorre quando existe uma relação inteira entre os valores da mesma variável, designada por relação interna (*within relation*). (Pittalis et al., 2003, referido em Costa & Ponte, 2008)
- *Raciocínio funcional* – ocorre quando existe uma relação inteira entre valores de variáveis diferentes, designada por relação externa (*between relation*). (Pittalis et al., 2003, referido em Costa & Ponte, 2008)

A correta aplicação de cada estratégia depende de vários fatores, tais como o tipo de problema e as relações aritméticas entre os dados do problema (Kaput & West, 1994; Lamon, 1994, referido em Silvestre & Ponte, 2009).

O raciocínio escalar, é uma das estratégias mais utilizadas porque muitos problemas que envolvem razão e proporção podem ser resolvidos por adições sucessivas (Costa & Ponte, 2008).

As estratégias de *natureza aditiva* englobam o método designado por *building-up* e o método denominado por *diferença constante*. *Building-up* é um procedimento que recorre a adições repetidas e está relacionado com o raciocínio multiplicativo. Em relação ao método de *diferença constante*, é definido uma relação dentro de uma razão que é calculada subtraindo um termo do outro, em seguida, essa diferença é aplicada. Por exemplo, na preparação de um sumo de laranja, 1 dose de concentrado equivale a 3 doses de água. Utilizando o método da *diferença constante*, calcula-se a diferença entre o número de doses de água (3) e de concentrado (2), $3 - 2 = 1$, de seguida, esta diferença é aplicada à outra razão. Como queremos saber quantas doses de água se terá de acrescentar a 6 doses de concentrado, então 6+1=7 doses de água (Infante &

Canavarro, 2017). Este método é utilizado, muitas vezes, por alunos com pouca experiência com a relação multiplicativa em relações proporcionais e, também, por alunos mais velhos, na resolução de problemas mais complexos (Baxter & Junker, 2001; Infante & Canavarro, 2017). As estratégias que serão alvo de estudo nesta investigação são as estratégias apontadas por Silvestre e Ponte (2009) e as estratégias de natureza aditiva apresentadas por Infante e Canavarro (2017).

2.2.5. Conceito de Proporcionalidade Direta

Segundo Menduni-Bartoli e Barbosa (2017), a grandeza X é diretamente proporcional à grandeza Y se ambas variam na mesma razão, ou, se dados a e c elementos de X e b e d elementos de Y, os quatro elementos formarem a proporção $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$. Os autores Imenes e Lellis (2005) vão de encontro à definição anterior, referindo que quando se multiplica os elementos de A por um valor k, então os elementos de B são multiplicados pelo mesmo valor.

Silvestre e Ponte (2009), referem que o conceito de proporcionalidade direta é definido na literatura em duas perspetivas, como conceito matemático ou como conceito psicológico. Em termos matemáticos, a Proporcionalidade Direta é apresentada como uma igualdade entre razões, a/b=c/d, ou como função linear $y = mx, m \neq 0$. Na abordagem psicológica, este conceito é apresentado, tendo por base as características que lhes estão inerentes, tais como, estrutura, invariância e equivalência. Os mesmos autores, referem que os alunos aprendem primeiro a resolver problemas que envolvem a utilização de igualdade entre razões com duas variáveis (regra de três simples) e só depois apresentam o conceito como função linear, "não estabelecendo, no entanto, qualquer relação entre essas duas representações" (Viegas, 2018, p. 16).

Com o objetivo de que os alunos não usem exclusivamente a regra de três simples, Ponte et al. (2010) sugerem que a proporcionalidade direta deva ser desenvolvida através do ensino de regularidades e da função linear. Através da aprendizagem de padrões geométricos, numéricos ou algébricos, os alunos irão mais facilmente estabelecer uma relação entre a lei de formação e a constante de proporcionalidade. Assim, através das regularidades podem ser definidas as leis de formação de funções lineares (Menduni-Bartoli & Barbosa, 2017).

Relativamente ao ensino de proporcionalidade direta através da função linear, Ponte et al. (2010) defende que esta abordagem deva ser realizada desde os primeiros anos de escolaridade e salientam que seja prioritária em relação à noção de igualdade entre razões (proporção).

Através da taxa de variação, do fator-escalar presente na ampliação e redução de figuras e da percentagem é possível modelar uma situação de proporcionalidade direta como uma função linear. Menduni-Bartoli e Barbosa (2017) referem que a proporcionalidade direta pode ser apresentada como uma função linear, do tipo $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ dada por $f(x) = ax$, com $a \in \mathbb{R}^+$. A relação de covariação "ocorre entre os valores de forma conjunta" (p. 961) e a invariância representa o coeficiente angular da função (a). É nesta definição que será baseada a investigação que consta neste trabalho.

A função de duas variáveis que define a proporcionalidade direta entre elas é a função linear (Tobias, 2018). A definição de função de proporcionalidade direta é apresentada por vários autores de forma diferente. Teixeira (2020) refere que duas grandezas são diretamente proporcionais quando as duas condições seguintes são satisfeitas:

i. y (ou f) é uma função crescente de x;
ii. $f(m \times x) = m \times f(x)$, para todo o valor de x e todo o número racional positivo m.

Sendo que estas duas condições são satisfeitas, existe um número k, designado por *constante de proporcionalidade* entre x e y, tal que $f(x) = k \times x$, para todo o valor de x. É de salientar que as duas grandezas são diretamente proporcionais apenas se as duas condições serem satisfeitas (Teixeira, 2020).

Num outro estudo, Lima et al. (2005) referem que a função linear é o modelo matemático que define uma relação de proporcionalidade. O Teorema Fundamental da Proporcionalidade é a chave para determinar se uma dada função é ou não linear:

> **Teorema Fundamental da Proporcionalidade:** Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função crescente. As seguintes afirmações são equivalentes:
> 1. $f(nx) = nf(x)$ para todo $n \in \mathbb{N}$ e todo o $x \in \mathbb{R}$
> 2. Pondo $a = f(1)$, tem-se $f(x) = ax$ para todo o $x \in \mathbb{R}$
> 3. $f(x + y) = f(x) + f(y)$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$ (Lima et al., 2005, p. 95)

Trajano (1883, referido em Lima et al., 2005) menciona que "Duas grandezas são proporcionais quando elas se correspondem de tal modo que, multiplicando-se uma quantidade de uma delas por um número, a quantidade correspondente da outra fica multiplicada (...) pelo mesmo número. (...) as grandezas se dizem diretamente proporcionais..." (p. 93). Substituindo as grandezas apresentadas por Trajano por números reais, os autores declaram que:

> Uma proporcionalidade é uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que, para quaisquer números reais c, x tem-se $f(cx) = c.f(x)$ (proporcionalidade direta) ... (Lima et al., 2005, p. 93)

Trajano exprime, na sua definição, a importância da constante de proporcionalidade e do raciocínio proporcional quando se refere à multiplicação (estruturas multiplicativas).

2.2.6. Conceito de Função Proporcionalidade direta nos Programas de Matemática

No 7.º ano de escolaridade, no Conteúdo de funções é introduzido o conceito de Função de Proporcionalidade Direta. Após a última reforma curricular este conceito surge pela primeira vez, no Programa de Matemática de 1990, no tema *Funções* e surge após o conceito de Função. Este documento (DGEBS, 1990) possui um capítulo em que aborda os objetivos gerais do programa. Num dos objetivos gerais, *Desenvolver o conceito de função*, a Função de Proporcionalidade Direta é mencionada, indiretamente:

> Reconhecer diferentes tipos de funções em situações da vida real (funções de proporcionalidade directa, proporcionalidade inversa, função afim, etc...). (DGEBS, 1990, p. 176)

No Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 o conceito de Função de Proporcionalidade Direta surge, também, nos objetivos gerais de aprendizagem:

> Compreender o conceito de função e ser capazes de o usar em diversas situações, em particular de proporcionalidade directa e inversa. (p. 55)

A tabela 6 foi construída com a finalidade de demonstrar como este conceito é apresentado nos programas, ao longo dos anos. Nesta tabela, será apontado os conteúdos e objetivos no ensino do conceito de Função de Proporcionalidade direta ao longo dos vários programas até ao atual (DGE, 2013).

Tabela 6:

Evolução da aprendizagem sobre Função de Proporcionalidade Direta

	Conteúdos	Objetivos
Organização Curricular e Programas – Ensino Básico, 3.º ciclo (1990)	• **Proporcionalidade Directa:** - Constante de proporcionalidade directa; - Tabelas; - Gráficos cartesianos. • **A proporcionalidade direta como função $x \mapsto kx$:** - Gráfico da função $x \mapsto kx$, - Gráfico da função $x \mapsto kx + b$	- Resolver problemas da vida corrente (percentagens, juros, impostos, câmbios, escalas, ...) que envolvem proporcionalidade directa. - Traduzir dados de um problema de uma linguagem para a outra. - Reconhecer situações de proporcionalidade directa, apresentadas de formas diversas, indicando a constante de proporcionalidade. - Utilizar diferentes processos de cálculo, procurando o mais adequado a cada situação (cálculo mental de percentagens simples, uso do fator constante da calculadora, trabalho com proporções, determinação gráfica, ...) - Ler, interpretar e construir tabelas e gráficos relativos a situações representáveis por funções do tipo $x \mapsto kx$, reconhecendo-as como correspondências de proporcionalidade directa e relacionando, de forma intuitiva, o valor de k com a inclinação da reta e com a constante de proporcionalidade.
Programa de Matemática do Ensino Básico (2007)	- **Proporcionalidade directa (...) como função**	- Analisar situações de proporcionalidade directa como função do tipo $y = kx$ $(k \neq 0)$. - Representar algebricamente situações de proporcionalidade directa. - Relacionar a função linear com a proporcionalidade directa. - Propor a análise de gráficos que traduzam casos de proporcionalidade directa em contextos da vida real.
Programa e Metas Curriculares de Matemática, Ensino Básico (2013)	- Funções de proporcionalidade direta; - Problemas envolvendo funções de proporcionalidade direta.	- Reconhecer, dada uma grandeza diretamente proporcional a outra, que, fixadas unidades, a «função de proporcionalidade direta f» que associa à medida m da segunda a correspondente medida $y = f(m)$ da primeira satisfaz, para todo o número positivo x, $f(xm) = xf(m)$ (ao multiplicar a medida m da segunda por um dado número positivo, a medida $y = f(m)$ da primeira fica também multiplicada por esse número) e, considerando $m = 1$, que f é igual, no seu domínio, a uma função linear de coeficiente $a = f(1)$. - Reconhecer, dada uma grandeza diretamente proporcional a outra, que a constante de proporcionalidade é igual ao coeficiente da respetiva função de proporcionalidade direta. - Reconhecer que uma função numérica positiva f definida por valores positivos é de proporcionalidade direta quando (e apenas quando) é constante o quociente entre $f(x)$ e x, para qualquer x pertencente ao domínio de f. - Resolver problemas envolvendo funções de proporcionalidade direta em diversos contextos.

Fonte: Adaptado de DGE (1990, p. 189-190; 2007, p. 57-58; 2013, p. 21 e 55)

Como referido na tabela 2, a estrutura dos Programas foi alterada. Nesta tabela utilizou-se a mesma adaptação dos conteúdos e objetivos.

Nas Aprendizagens Essenciais de Matemática do 7.° ano de escolaridade (DGE, 2018), a Função de Proporcionalidade direta é apenas mencionada numa das práticas essenciais da aprendizagem:

> Analisar e representar funções e relacionar as suas diversas representações, e usá-las para resolver problemas em situações de contextos variados, em particular a de proporcionalidade direta. (p. 11)

Entretanto, como já foi referido, as Aprendizagens Essenciais foram alteradas, e no documento mais recente (DGE, 2021) é notório o destaque atribuído à Função de Proporcionalidade Direta. Nas Aprendizagens essenciais anteriores (DGE, 2018) este conceito era abordado de forma discreta nos objetivos de aprendizagem e ações estratégicas de ensino, sendo que nas Aprendizagens essenciais atuais (DGE, 2021) este conceito obtém um maior destaque, sendo apresentada uma subsecção dedicada apenas a esta função. Na tabela 7 são apresentadas essas diretrizes.

Tabela 7:

Novas Aprendizagens essenciais sobre o conceito Função de Proporcionalidade Direta

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	***OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes***	***AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR***
Álgebra Função de proporcionalidade direta	Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta. Exprimir relações de proporcionalidade direta como funções. Representar uma função de proporcionalidade direta através de gráfico ou tabela, quando definida através de expressão algébrica e indicação de domínio, e vice-versa, transitando de forma fluente entre diferentes representações. Reconhecer a presença de funções de proporcionalidade direta em situações, estudadas noutras disciplinas, estabelecendo conexões matemáticas entre temas matemáticos e com outras áreas do saber.	Incentivar a exploração e a apresentação individual de situações da vida real que traduzam uma proporcionalidade direta e relacioná-la com o conceito de função. Propor a análise de tabelas e gráficos de funções estudadas noutras disciplinas, sejam de proporcionalidade direta ou não, levando os alunos a identificar os conceitos matemáticos envolvidos, eventualmente em situações de parceria com os professores dessas disciplinas. Conduzir os alunos à identificação de outras situações estudadas como relações de proporcionalidade direta, nomeadamente a relação entre comprimentos em figuras semelhantes. Solicitar a conversão entre diferentes representações de uma função de proporcionalidade direta. Apresentar vários gráficos de funções e solicitar a identificação dos gráficos de funções de proporcionalidade direta.

Fonte: Adaptado de DGE (2021, p. 27-28)

No programa em vigor (DGE, 2013), a função de proporcionalidade direta é apresentada como uma estratégia na resolução de problemas que envolve proporcionalidade direta, posto isto esta estratégia será tida em conta nesta investigação.

2.2.7. Dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo Proporcionalidade direta

Na resolução de problemas sobre proporcionalidade, uma das dificuldades dos alunos é compreender se o problema representa uma situação que envolve ou não uma relação de proporcionalidade direta. Segundo Silvestre e Ponte (2012) a falta de compreensão da estrutura multiplicativa referente à relação de proporcionalidade direta é uma das razões para a dificuldade enumerada acima. Greer (2007) e Nescher (1980) referidos em Silvestre e Ponte (2009) denotam que esta dificuldade ocorre, também, devido à repetição de procedimentos e regras sem que haja uma compreensão por parte dos alunos da estrutura matemática presente nas relações de proporcionalidade. Os alunos aplicam os procedimentos sem perceberem se há ou não uma relação de proporcionalidade (Viegas, 2018). Muitas vezes os alunos aplicam a estratégia quando não devem (não há proporcionalidade direta), ou aplicam-nas incorretamente (Costa & Ponte, 2008).

A interpretação do enunciado dos problemas é uma das dificuldades enumeradas por Costa e Ponte (2008). Esta dificuldade leva a que o aluno não consiga distinguir as situações de proporcionalidade direta das que não o são.

Costa e Ponte (2008) apontam que os alunos têm dificuldade em aplicar o raciocínio proporcional e esta dificuldade ocorre devido a fatores inerentes aos problemas – Contexto e estrutura. No que se refere ao contexto do problema, os fatores que podem influenciar o desempenho dos alunos são: a existência de variáveis discretas ou contínuas, a familiaridade com a situação descrita e a possibilidade de usar materiais manipuláveis. Quanto à estrutura, os fatores são: a presença de razões inteiras, a localização do valor omisso e a complexidade dos dados utilizados (Tourniaire & Pulos, 1985, referido em Costa & Ponte, 2008).

Quando é proposto aos alunos uma tarefa, Hart (1988, referido em Costa & Ponte, 2008) sugere que deve-se ter em consideração os valores apresentados, porque os alunos tendem "a usar o sentido do 'parece certo', resistindo, por vezes, à manipulação de números que lhes são pouco familiares" (p. 68).

Alguns alunos sentem dificuldades na resolução de problemas de proporcionalidade, Spinillo (1993, referido em Viegas, 2018) aponta duas razões possíveis que podem explicar essas dificuldades, que são:

> (...) a incapacidade em estabelecer relações de segunda-ordem e a dificuldade em estabelecer relações iniciais de primeira-ordem. (p. 16)

As relações de primeira ordem são as relações entre valores da mesma variável, por exemplo $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ (a, b pertencem a uma variável e c, d pertencem a outra), ou entre o primeiro valor de cada variável e o segundo valor de cada variável ($\frac{a}{c}$ e $\frac{b}{d}$). As relações de segunda ordem envolvem comparações entre as duas relações de primeira ordem (Spinillo, 1993, referido em Viegas, 2018).

Silvestre (2012) enumera, no seu estudo, as dificuldades que os alunos apresentam na resolução de tarefas matemáticas:

> A primeira dificuldade é transversal e diz à capacidade de resolução de problemas, motivada por: (i) falta de domínio da língua materna; (ii) desconhecimento das situações contextuais dos fenómenos (físicos e outros); e (iii) não estabelecimento de relações com a sua experiência pessoal. A segunda dificuldade está associada a um conhecimento pobre sobre estruturas multiplicativas. A terceira grande dificuldade refere-se à sua tendência para a realização de procedimentos matemáticos sem os compreender, isto é, os alunos estão mais preocupados no produto final do que com o significado desse produto. (p. 5)

Para ultrapassar estas dificuldades, Cramer e Post (1993, referido em Costa & Ponte, 2008) aconselham que durante as aulas, se aplique várias estratégias na resolução de problemas. Nos problemas propostos, os professores devem apresentar problemas com vários contextos e com diferentes tipos de relação numérica.

2.3. Comunicação escrita matemática

Aqui, será abordado a importância da comunicação no ensino da Matemática e ao longo dos programas e por fim será debatido a importância da comunicação escrita na aprendizagem da Matemática.

2.3.1. Comunicação na aula de matemática

A comunicação é uma das capacidades mais importantes tanto a nível escolar como a nível social. Pois é através dela que conseguimos transmitir o que desejamos, o que pensamos, como pensamos, etc.; por outras palavras, comunicação consiste na transmissão ou partilha de uma ideia/pensamento, tornando essa ideia numa informação comum entre quem a transmite e quem a recebe (Castro, 2014).

Na aula de matemática a comunicação é relevante para a compreensão dos conteúdos programáticos, para explicar o nosso raciocínio, para justificar a nossa estratégia e para argumentar, ou seja, é uma das competências essenciais para o ensino desta disciplina. Menezes (2021) considera a comunicação como uma ferramenta e uma capacidade a desenvolver. É uma ferramenta, porque é através dela que os alunos transmitem as suas ideias e recebem as dos colegas; e é "um objetivo curricular, pelo que os alunos devem aprender a comunicar e isso passa por ser capaz de interpretar, de representar, de se expressar e de discutir" (Menezes, 2021, p. 13). Para o *National Council of Teachers of Mathematics* (2007), a comunicação é uma característica essencial para que os alunos consigam explicar, oralmente e por escrito, o seu raciocínio. No entanto, "comunicar uma ideia ou um raciocínio a outro, de forma clara, exige a organização e clarificação do nosso próprio pensamento" (Boavida et al., 2008, p. 62).

Videira (2013) salienta a importância da comunicação no ensino da Matemática, referindo que é fundamental haver comunicação na sala de aula para que haja uma aprendizagem significativa por parte dos alunos. Refere, também, que a comunicação matemática pode ocorrer em vários contextos, tais como: professor-aluno, aluno- professor e aluno-aluno. Assim sendo, a participação ativa de todos os intervenientes, em sala de aula, é muito importante para uma melhor aprendizagem da Matemática. Adu-Gyamfi et al. (2010, referido em Castro, 2014) vão ao encontro das opiniões de Videira (2013), referindo que quando os professores encorajam os alunos a escrever, a falar, ler e ouvir, proporcionam um ambiente onde os alunos aprendem a comunicar matematicamente e comunicam para aprender matemática. A comunicação matemática, também é considerada por Carpenter et al. (2003, referido em NCTM, 2017), uma ferramenta essencial para uma melhor compreensão dos conteúdos lecionados:

> os alunos que aprendem a articular e a justificar as suas próprias ideias matemáticas, que raciocinam através das suas próprias explicações e as de outros, e que justificam as suas respostas, acabam por desenvolver uma compreensão profunda que é fundamental para o seu futuro sucesso na matemática e em áreas relacionadas." (NCTM, 2017, p. 30)

Com o objetivo de desenvolver a comunicação em sala de aula, os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (2007) sugerem que os professores incentivem os alunos a partilhar as suas ideias e a pedir esclarecimento de dúvidas, até que essas dúvidas desapareçam. Para que os alunos se sintam confiantes e confortáveis para essa partilha, os professores devem instituir um ambiente de confiança e respeito mútuo. Assim, os alunos sentem-se confiantes para discutir ideias, não têm receio de errar e de se sentirem inseguros.

Em ambiente de sala de aula, a comunicação pode surgir de forma oral ou escrita, mas segundo Menezes (2021) a comunicação oral é predominante em relação à escrita. As crianças primeiro começam a falar e só depois aprendem a ler e a escrever. Para o mesmo autor a comunicação no ensino da Matemática engloba "o questionamento, a dinamização de discussões, a explicação e sistematização de conhecimentos e avaliação" (Menezes & Nacarato, 2020, p. 2). Tanto a comunicação escrita como a oral são importantes no desenvolvimento e na capacidade de comunicação (Seabra & Martinho, 2013).

Brendefur e Frykholm (2000, referido em Faria & Rodrigues, 2020), apresentam quatro tipos de comunicação que o professor pode adotar em sala de aula, que são: *comunicação unidirecional*, *comunicação contributiva*, *comunicação reflexiva* e *comunicação instrutiva.*

Esquema 2:

Tipos de comunicação

COMUNICAÇÃO

UNIDIRECIONAL

O professor é o elemento principal da aula, pois é ele que transmite os conteúdos descritos no currículo.

Os alunos são considerados "ouvintes passivos" que terão de demonstrar o que aprenderam na resolução das tarefas propostas pelo professor.

Este tipo de comunicação está "associada a um ensino do tipo expositivo". (p. 94)

CONTRIBUTIVA

O professor implementa estratégias de ensino, planeadas por ele, com o objetivo de incentivar os alunos a participar na aula.

Os alunos participam na aula com intervenções curtas, pouco exigentes. Normalmente estas intervenções são respostas curtas a questões de confirmação que o professor coloca ao longo da aula.

Este tipo de comunicação também está associado a um ensino expositivo.

REFLEXIVA

Este tipo de comunicação é caracterizado por "momentos de momentos de partilha multidirecional de ideias, estratégias e resultados matemáticos obtidos através de investigações e explorações" (p. 95).

O objetivo deste tipo de comunicação é aprofundar a compreensão matemática dos alunos através da sua participação.

INSTRUTIVA

É similar à comunicação reflexiva relativamente aos intervenientes, "procura que o percurso do aluno no decorrer da aula seja delineado através dos diálogos estabelecidos" (p. 95).

Fonte: Faria e Rodrigues (2020, p. 94-95)

Uma boa ferramenta para desenvolver a comunicação nos alunos é propor-lhes tarefas matemáticas onde lhes é pedido, direta ou indiretamente, que expliquem o seu raciocínio. O professor deve escolher cuidadosamente essas tarefas, pois tem de ter em conta que elas apresentem oportunidades de comunicação, tanto escrita como oral. Essas tarefas não têm que ser necessariamente abertas (Boavida et al., 2008). Os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (2007) mencionam que no momento de planificação, os professores devem apresentar aos alunos tarefas que:

- Relacionem noções matemáticas importantes;
- Possam ser abordadas por métodos de resolução diversos;
- Permitam representações múltiplas;
- Permitam que os alunos tenham oportunidades de interpretar, justificar e formular conjeturas. (p. 321)

A comunicação é considerada, por vários autores, uma capacidade que deve ser desenvolvida no ensino da Matemática. À vista disso, os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (2007), sugerem que os programas de ensino desde o pré-escolar ao 12.º ano de escolaridade devem capacitar todos os alunos para: "Organizar e consolidar o seu pensamento matemático através da comunicação; Comunicar o seu pensamento matemático de forma coerente e clara aos colegas, professores e outros; Analisar e avaliar as estratégias e o pensamento matemático usados por outros e; Usar a linguagem da matemática para expressar ideias matemáticas com precisão" (p. 66).

2.3.2. Comunicação matemática nos Programas

A importância da comunicação matemática é reconhecida ao longo dos vários programas curriculares do nosso país, tanto no ensino básico como no ensino secundário. Iremos focar na análise dos programas do ensino básico, visto que a turma em análise neste relatório é do 7.º ano de escolaridade.

A comunicação matemática está presente nos vários programas (DGEBS, 1990; DGE, 2007, 2013, 2017, 2018), mas ao longo dos anos a sua abordagem nos programas tem sofrido algumas alterações. No documento *Organização Curricular e Programas, volume I, 3.º ciclo do ensino básico* (DGEBS, 1990) o desenvolvimento da comunicação matemática é tida como uma das finalidades e um dos objetivos gerais do ensino da Matemática. Esta capacidade surge como uma das *capacidades/aptidões* que os alunos devem adquirir neste ciclo, isto é, ao longo do 3.º ciclo os alunos devem: "ler e interpretar textos de Matemática; interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, ...); transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas, ...) e vice versa; exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática" (DGEBS, 1990, p. 176-177). O mesmo programa (DGEBS, 1990) propõe que os professores apliquem, em sala de aula, tarefas que incentivem e impliquem a comunicação oral e escrita, com o objetivo de colocar os alunos a expressar os seus raciocínios, a analisar, a explicar, a discutir e a confrontar as estratégias e resultados dos colegas.

É no *Programa de Matemática do Ensino Básico* de 2007 que a comunicação matemática se torna uma das três capacidades transversais, surgindo assim com um papel importante para a aprendizagem da Matemática. Neste programa, o desenvolvimento da comunicação é considerado, também, uma das finalidades do ensino desta disciplina, reforçando que os alunos, ao longo dos três ciclos do ensino básico, devem desenvolver a "capacidade de comunicar em Matemática, oralmente e por escrito, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões a que chega" (DGES, 2007, p. 3). Mas não é só este ponto que o Programa de 2007 tem em comum com o anterior, pois também neste o desenvolvimento da comunicação é um dos objetivos gerais do ensino da Matemática. Os alunos devem ser hábeis a expressar os seus raciocínios e interpretar os raciocínios dos colegas, logo, devem ser capazes de:

- Interpretar enunciados matemáticos formulados oralmente e por escrito;
- Usar a linguagem matemática para expressar as ideias matemáticas com precisão;
- Descrever e explicar, oralmente e por escrito, as estratégias e procedimentos matemáticos que utilizam e os resultados a que chegam;
- Argumentar e discutir as argumentações de outros. (DGE, 2007, p. 5)

Esta capacidade, também, é considerada um objetivo curricular, sendo assim importante que o professor promova a comunicação, em sala de aula, propondo atividades que propiciem momentos de discussão na turma ou em pequenos grupos (comunicação oral) e sugerindo tarefas em que seja pedido para elaborar relatórios onde os alunos justifiquem o seu raciocínio e, também, pode propor que os alunos realizem pequenos textos onde têm de explicar tópicos matemáticos já lecionados (comunicação escrita) (DGE, 2007). Como verificamos esta capacidade é muito valorizada neste programa (DGE, 2007), por esse motivo a comunicação matemática é realçada como um tópico matemático, como álgebra, geometria, etc. Na tabela seguinte (Tabela 8) surge as orientações metodológicas deste conteúdo.

Tabela 8:

Objetivos e notas relativos ao tópico Comunicação Matemática

Tópico	Objetivos específicos	Notas
Comunicação matemática • Interpretação • Representação • Expressão • Discussão	• Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos. • Representar informação, ideias e conceitos matemáticos de diversas formas. • Traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa. • Exprimir resultados, processos e ideias matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios. • Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.	• Proporcionar a análise e interpretação de textos matemáticos com origens diversas (livros, manuais, jornais, Internet). • Recorrer a vários tipos de representações (gráfica, algébrica e tabular) e estabelecer conexões entre elas para obter múltiplas perspectivas de um problema e das suas soluções. • Solicitar aos alunos a utilização progressiva e consistente de simbologia e vocabulário adequados às situações. • Criar oportunidades para apresentações individuais e em grupo, e para diversos tipos de interação (professor-aluno, aluno-aluno, aluno-turma, professorturma). • Criar situações em que os alunos interpretam e criticam as soluções de um problema (ou a inexistência de soluções) no seu contexto e discutem o processo de resolução usado, apresentando argumentos fundamentados.

Fonte: Adaptado de DGE (2007, p. 64)

No programa atualmente em vigor, *Programa e Metas Curriculares de Matemática do ensino básico* (DGE, 2013), a comunicação matemática perdeu o seu estatuto anterior, isto é, já não é considerada como um objetivo curricular. Neste programa, é proposto aos professores que trabalhem com os alunos a sua "capacidade de compreender os enunciados dos problemas matemáticos, identificando as questões que levantam, explicando-as de modo claro, conciso e coerente, discutindo, do mesmo modo, estratégias que conduzam à sua resolução" (DGE, 2013, p. 5). Além disso, devem incentivar os alunos a expressar o seu raciocínio, a comentar as opiniões dos colegas e do professor e a colocar as suas dúvidas. Em relação à comunicação escrita, os professores devem encorajar os alunos a escrever as suas respostas, explicando o raciocínio utilizado para obter essa solução e apresentar as suas conclusões, escrevendo corretamente em português e utilizando linguagem matemática. Ao longo deste documento, esta capacidade apenas surge uma vez contemplada de forma explícita.

Nas novas Aprendizagens Essenciais de Matemática (DGE, 2021), a comunicação matemática, também, conquistou um lugar de destaque, sendo apresentados objetivos de aprendizagem e ações estratégicas de ensino, relativamente à expressão de ideias e à discussão de ideias. Na tabela 9 são apresentadas essas diretrizes.

Tabela 9:

Novas Aprendizagens essenciais sobre a Comunicação Matemática

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	***OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes***	***AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR***
CAPACIDADES MATEMÁTICAS: Comunicação matemática Expressão de ideias	Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	Reconhecer e valorizar os alunos como agentes da comunicação matemática, usando expressões dos alunos e criando intencionalmente oportunidades para falarem, questionarem, esclarecerem os seus colegas, promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança. Criar oportunidades para aperfeiçoamento da comunicação escrita, propondo a construção, em colaboração, de frases que sistematizem o conhecimento matemático institucionalizado sobre ideias matemáticas relevantes, ou a produção de relatórios sobre investigações matemáticas realizadas. Colocar questões com diferentes propósitos, para incentivar a comunicação matemática pelos alunos: obter informação sobre o que aluno já sabe; apoiar o desenvolvimento do raciocínio do aluno, focando-o no que é relevante; encorajar a explicação e reflexão sobre raciocínios produzidos, favorecendo a autorregulação dos alunos.
Discussão de ideias	Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.	Incentivar a partilha e a discussão de ideias (conceitos e propriedades) e de processos matemáticos (resolver problemas, raciocinar, investigar, ...), oralmente, entre os alunos e entre o aluno e o professor, solicitando que fundamentem o que afirmam, valorizando a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas e capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.

Fonte: Adaptado de DGE (2021, p. 15-16)

Pela Tabela 9, observa-se que neste novo documento (DGE, 2021) é evidenciada a importância de os alunos explicitarem, por escrito, o seu raciocínio e explicarem o seu processo de resolução. É também, incentivada a partilha de ideias e de métodos de resolução, indo assim ao encontro de Castro (2014), Menezes (2021), NCTM (2007; 2017), Boavida et al. (2008).

2.3.3. Comunicação escrita na matemática

A comunicação pode ser caracterizada por comunicação escrita ou por comunicação oral, sendo que a oral a mais favorecida na aula de matemática visto que esta surge mais frequentemente e com maior naturalidade (Barbosa & Vale, 2019). Ambas são importantes no ensino desta disciplina, mas os alunos não se sentem tão à vontade com a escrita porque para eles é mais difícil (em relação à oral) e não compreendem o objetivo desta vertente no ensino (Barbosa & Vale, 2019).

Ponte et al. (2007) salienta que a linguagem escrita é uma ferramenta importante no ensino-aprendizagem da Matemática para que os alunos reflitam sobre a sua compreensão da Matemática, estabeleçam conexões entre diferentes conceitos e clarifiquem os conceitos aprendidos. Com a escrita, os alunos conseguem desenvolver a sua capacidade de raciocínio e desenvolver a sua capacidade de comunicar as suas ideias/raciocínios/estratégias com os seu pares e professor. Freitas (2006, referido em Castro, 2014) declara que a escrita é uma poderosa ferramenta para o aluno construir o seu conhecimento, pois é através dela que o aluno transcreve para o papel os seus pensamentos e ideia, consolidando assim as aprendizagens. Reforça, ainda, que a escrita cria oportunidade ao aluno para refletir sobre a sua própria aprendizagem, "assumindo uma postura ativa no seu processo de aprendizagem, ou seja, fazendo uso de uma pedagogia construtivista" (Castro, 2014, p. 12).

Castro (2014) refere que a transição do pensamento em palavras é uma das maiores dificuldades dos alunos, isto é, "a escolha das palavras, a organização das frases e o encadeamento de ideias" (p. 14) são alguns dos obstáculos que eles têm quando vão passar para o papel o que está no seu pensamento.

A escrita matemática pode aparecer, em sala de aula, em vários contextos, como por exemplo, na resolução de um exercício ou um problema, na realização de uma exploração ou uma investigação e nas sistematizações de aprendizagens (Menezes, 2021). Na resolução de um exercício, há "pouco espaço para a criatividade" (Menezes, 2021, p. 13) porque os registos são muito padronizados, mas nos problemas e explorações os alunos têm mais oportunidade de serem criativos pois "os registos têm uma natureza mais divergente" (Menezes, 2021, p. 13). Em relação à escrita inerente à sistematização de aprendizagens, os registos são "frequentemente construídos pelos alunos com o apoio do professor, são registos organizados de definições, regras e procedimentos" (Menezes, 2021, p. 14).

Através da escrita o professor consegue avaliar se o aluno consolidou as aprendizagens, pois através dos textos construídos pelo aluno, o professor percebe se o aluno compreendeu os conceitos matemáticos lecionados e que significados lhes foram atribuídos (Barbosa et al., 2008, referido em Castro, 2014). A obra *Princípios para a ação* (2017) vai de encontro ao referido anteriormente, salientam que as explicações e justificações dos alunos dão evidências sobre a compreensão dos alunos sobre os conceitos estudados e reforçam que essas evidências "devem ser utilizadas na avaliação contínua e nas decisões de ensino" (NCTM, 2017, p. 54).

Tendo em consideração a importância de escrever em Matemática, deve, então, ser implementada esta prática, em sala de aula, desde muito cedo para que os alunos se habituem a escrever (Boavida et al., 2008). No início os alunos começam por fazer desenhos e esquemas, mas a escrita surgirá progressivamente "à medida que as competências nesse domínio se vão desenvolvendo" (Boavida et al., 2008, p. 68). Ao implementar em sala de aula tarefas que envolvam a escrita está-se a proporcionar o desenvolvimento da comunicação escrita nos alunos. O professor deve incentivar os alunos a explicar como obtiveram a solução, que estratégia utilizaram e explicar o seu raciocínio (Boavida et al., 2008). Na sua explicação, os alunos podem recorrer a várias representações (materiais manipuláveis, tabelas, figuras, desenhos, diagramas, vocabulário, linguagem simbólica, etc.) para expor o seu raciocínio (Pires et al., 2018). É importante que, no momento de avaliação, o professor tenha em conta a coerência, a lógica e a clareza presente na justificação do aluno (Pires et al., 2017).

Menezes (2021) refere que a escrita tem vários benefícios para o ensino da Matemática, sendo eles:

> - Desenvolve a compreensão matemática;
> - Promove a reflexão;
> - Incrementa a autoconfiança ao comunicar oralmente;
> - Produz registros para estudo;
> - Gera atitudes positivas em relação à Matemática;
> - Apoia a avaliação da aprendizagem da Matemática (pelo aluno e pelo professor). (p. 14)

Existem várias formas de implementar a comunicação escrita em sala de aula. Menezes (2021) refere que vários autores (Martin et al., 2017; Morgan, 2002) apresentaram algumas estratégias, que são: "resolver problemas; descrever imagens; explicar por que razão algo funciona; descrever o que alguém fez; produzir reflexões; escrever histórias sobre Matemática; criar um jornal" (Menezes, 2021, p. 14)

2.4. Gallery Walk no ensino da Matemática

A comunicação e a resolução de problemas são duas das capacidades transversais (DGE, 2007) que devem ser desenvolvidas ao longo da escolaridade. Há várias formas de as implementar no ensino da Matemática, e uma delas é a utilização da *Gallery Walk*. Atualmente, deparamo-nos com uma comunidade jovem muito sedentária e na escola os alunos passam a maioria do tempo sentados. A *Gallery Walk* permite que os alunos se movimentem na sala enquanto vão observando os trabalhos dos seus colegas (Vale & Barbosa, 2018).

A Gallery Walk é uma estratégia ativa de aprendizagem "que permite que os alunos, através de trabalho colaborativo, resolvam problemas, apresentem e discutam as suas resoluções em pósteres, localizados à volta da sala de aula" (Vale & Barbosa, 2020, p. 1). Através desta estratégia, os alunos têm oportunidade de receber um *feedback* do seu trabalho, tanto do professor como dos seus colegas, e podem partilhar com os seus colegas as suas estratégias e raciocínios (Vale & Barbosa, 2018). A partilha e discussão de estratégias, a capacidade de argumentar, a valorização dos argumentos dos colegas e a aprendizagem partilhada encontram-se diretamente associadas à *Gallery Walk* e vão ao encontro de algumas ações estratégicas de ensino destacadas pelas novas *Aprendizagens Essenciais* (DGE, 2021), como é possível verificar nas tabelas 2 e 9.

Uma aprendizagem ativa é um método instrucional onde os alunos são envolvidos no processo de aprendizagem, ou seja, nesta abordagem metodológica o foco são os alunos e a atividade que eles desenvolvem (Prince, 2004, referido em Vale & Barbosa, 2018). Através da resolução de problemas pode-se assegurar uma aprendizagem ativa, se os alunos para além da apresentação dos procedimentos explicarem e justificarem o seu raciocínio. Esta explicação/justificação pode ser feita em discussão turma ou por escrito. Como referido nos *Princípios para a ação* (2017), para que ocorra um ensino eficaz da matemática, deve-se promover discussões, em sala de aula, entre os alunos para que haja uma partilha de ideias, argumentos e raciocínios e para elaborarem argumentos convincentes sobre as suas propostas de resolução, desenvolvendo assim a sua comunicação matemática. Com isto, a *Gallery Walk* é uma aprendizagem ativa que envolve a discussão, a comunicação escrita e a resolução de problemas.

A aprendizagem ativa envolve três dimensões: social, intelectual e física (Vale & Barbosa, 2018).

Figura 2:

As três dimensões da Aprendizagem Ativa

Fonte: Vale e Barbosa (2018, p. 3)

Na *Gallery Walk*, é apresentada uma tarefa que os alunos devem resolver, em grupo ou individualmente. Em grupo, os alunos devem pensar e discutir qual a melhor forma de resolver a tarefa e desseguida apresentam a resolução numa cartolina para que seja afixado nas paredes da sala de aula, como se fosse uma Galeria de Arte. Quando os trabalhos de todos os grupos estiverem expostos, os alunos irão analisar os trabalhos dos seus colegas. Enquanto vão vendo os trabalhos dos colegas, cada aluno tem a oportunidade de colocar questões e/ou comentários em post-its e colar na cartolina que estão a analisar. Após esta análise, os alunos irão recolher os seus trabalhos e, em grupo, vão refletir sobre as questões colocadas pelos seus colegas. Na fase final, o professor irá orientar uma discussão coletiva, onde cada grupo irá apresentar o trabalho e responder aos comentários com o objetivo de clarificar dúvidas ou erros apontados pelos colegas (Vale & Barbosa, 2018). Portanto, podemos considerar que a *Gallery Walk* pode ser dividida em seis etapas: *Resolução da tarefa*, *Construção dos posters*, *Apresentação e Observação dos posters*, *Elaboração de comentários*, *Discussão em grupo* e *Discussão coletiva* (Vale & Barbosa, 2018). As mesmas autoras referem que esta metodologia pode ser realizada num curto período de tempo (uma aula) ou pode ser realizada em várias aulas, conforme o objetivo do professor e a natureza da tarefa.

Podemos notar que a *Gallery Walk* tem múltiplos benefícios (Vale & Barbosa, 2018), ou seja, os alunos:

- Envolvem-se ativamente na atividade e circulam pela sala de aula (combatendo o sedentarismo);

- Têm "a oportunidade de contactar com diferentes ideias e/ou resoluções de toda a turma" (Vale & Barbosa, 2018, p. 4), o que permite um aumento do seu reportório de estratégias de resolução;
- Envolvem-se na discussão, desenvolvendo assim a sua capacidade de comunicar matematicamente;
- Têm oportunidade de fornecer e receber *feedback* escrito e oral dos seus colegas e professor, o que promove uma aprendizagem colaborativa.
- Aprendem a trabalhar em grupo, desenvolvendo assim o pensamento crítico, a entreajuda e a comunicação matemática.

Através da *Gallery Walk* os alunos envolvem-se numa dimensão intelectual (resolução da tarefa), numa dimensão social (trabalho colaborativo em pequenos grupos) e numa dimensão física (trabalho manual – construção do cartaz e movimento em sala de aula) (Vale & Barbosa, 2018).

O momento de discussão deve ser bem planeado para que o professor esteja preparado "para saber quando deve intervir, quando deve questionar ou quando deve deixar que o debate flua" (Coelho, 2017, p. 47). Segundo Smith e Stein (2011, referido em NCTM, 2017), no momento da planificação da discussão coletiva, o professor deve:

1. Prever as respostas dos alunos, antes da aula
2. Verificar o trabalho e o comprometimento dos alunos nas tarefas
3. Selecionar determinados alunos para apresentarem o seu trabalho
4. Ordenar as respostas dos alunos para serem discutidas numa sequência específica
5. Relacionar entre si as diferentes respostas dos alunos e relacioná-las com ideias chave da matemática (NCTM, 2017, p. 30)

Ao longo da discussão, é importante que o professor dê oportunidade ao aluno de falar, responder e questionar com a finalidade de promover uma aprendizagem conjunta, isto é, os alunos vão aprendendo uns com os outros (NCTM, 2017). No ponto de vista do aluno, os registos escritos são uma ferramenta muito importante para o momento de discussão, porque é através dela que ele organiza todos os seus argumentos para poder se expressar oralmente. Ao terem esse registo, os alunos sentem-se confiantes para apresentar o seu raciocínio, sendo que "podem desenvolver uma atitude mais positiva face à Matemática" (Menezes, 2021, p. 14).

Para o aluno, a *Gallery Walk* promove uma partilha de ideias e pensamentos num ambiente menos formal e mais reservado e através desta metodologia têm a oportunidade de receber *feedback* do seu trabalho sem medo de represálias. Para o professor, esta metodologia proporciona uma forma de avaliar a aprendizagem do aluno sobre os tópicos estudados e serve, também, para verificar se o aluno consolidou erradamente algum conceito para posteriormente clarificá-lo sobre esse mesmo conceito (Coelho, 2017).

CAPÍTULO III

ENQUADRAMENTO CONTEXTUAL

Neste capítulo será apresentado o enquadramento contextual relativo à Intervenção Pedagógica Supervisionada. Este capítulo engloba três subcapítulos, sendo o primeiro dedicado à caracterização da escola/agrupamento e da turma; no segundo é apresentado o plano geral da intervenção, que inclui as metodologias de ensino e aprendizagem aplicadas ao longo da intervenção e a planificação da Intervenção Pedagógica; e no terceiro e último subcapítulo encontra-se as estratégias de investigação usadas na intervenção e uma breve explicação sobre como será estruturado o capítulo seguinte, referente à análise dos dados.

3.1. Contexto de Intervenção

Como referido acima, neste subcapítulo irá ser feita uma caracterização da escola e da turma onde se desenvolveu a Intervenção Pedagógica.

3.1.1. Caracterização da escola/agrupamento

Este estudo decorreu na escola sede de um Agrupamento de Escolas (AE) situado no distrito de Braga. Este agrupamento está inserido na periferia de uma zona urbana e é constituído por seis escolas, uma com 1.º ciclo do Ensino Básico, quatro escolas do 1.º ciclo do Ensino Básico com Jardim-de-infância e uma escola com 2.º e 3.º ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário (Sede do Agrupamento).

Este agrupamento foi criado há 14 anos e encontra-se envolvido por uma vasta área verde, o que permite a utilização desse espaço para diversas atividades ao ar livre. A maioria das escolas encontram-se perto da escola sede, exceto duas que se encontram a 12 km da sede do agrupamento e todas as escolas apresentam-se em bom estado. A oferta formativa vai da Educação Pré-escolar ao Ensino Secundário, e fornece, também, ensino articulado da música do 5.º ao 12.º ano. Em relação ao Ensino Secundário, existem três vertentes formativas: cursos Cientifico-Humanísticos (Ciências e Tecnologias, Línguas e Humanidades, Artes Visuais e Ciências Socioeconómicas), cursos profissionais com abrangência de vários currículos (curso Profissional de Técnico de Audiovisuais e curso Profissional de Técnico de Desporto) e o curso Artístico da Música.

No Projeto Educativo atual do agrupamento é referido que no último ano letivo (2018/2019) havia 4 turmas de pré-escolar (99 alunos), 21 turmas de 1.º ciclo do ensino básico (466 alunos), 9 turmas de 2º ciclo do ensino básico (209 alunos), 16 turmas do 3.º ciclo do ensino básico (353 alunos) e 20 turmas do ensino básico (365 alunos). A escola onde ocorreu este estudo é uma das três escolas com maior número de turmas. Em relação ao número de docentes, no mesmo ano letivo, este agrupamento contém 93 docentes de quadro, 39 de quadro de zona e 15 docentes contratados.

Na escola sede, onde foi realizado este estudo, as salas estão equipadas com um computador, um projetor e um quadro branco. Além destas salas, a escola contém laboratórios de informática, de biologia e química e de artes. A escola tem apenas um bloco central que está dividido em quatro andares, que contém as salas de aula, laboratórios, uma biblioteca, sala do professor, gabinete da direção, secretaria e gabinetes de apoio aos alunos.

O agrupamento disponibiliza vários recursos organizacionais específicos de apoio à aprendizagem e à inclusão: equipa multidisciplinar de apoio à educação inclusiva, centro de apoio à aprendizagem, gabinete de informação e apoio ao aluno, serviço de psicologia e orientação social, serviço social e equipa de acompanhamento permanente aos alunos.

No Projeto Educativo (PE)[1] é referido que as taxas de sucesso interno dos diferentes níveis de ensino têm evoluído positivamente ao longo dos últimos três anos letivo. Já, os resultados externos, das provas finais do ensino básico e dos exames nacionais do ensino secundário, demonstram que existem "algumas fragilidades na consolidação de uma das metas do agrupamento e do seu projeto educativo – sucesso das avaliações externas do agrupamento" (p. 9). Relativamente ao abandono escolar, o PE refere que o agrupamento conseguiu reduzir a taxa de abandono nos diferentes níveis de ensino. No ensino básico, a percentagem de abandono é residual e esta percentagem diz respeito à emigração de famílias na área geográfica de influência do agrupamento. No ensino secundário, a taxa de abandono é de 1% e corresponde ao abandono escolar precoce. A redução desta taxa é uma das metas do PE.

O agrupamento tem como missão "proporcionar um serviço público de educação de qualidade, objetivando a formação integral do individuo através da formação de cidadãos ativos, participativos e responsáveis com competências e conhecimentos que lhes permitam explorar plenamente as suas capacidades e integrar-se numa sociedade em constante mutação" (AE, 2018, p. 23) e tem como visão "Uma Escola virada para o Futuro". O agrupamento rege-se pelos seguintes princípios e valores: "um perfil de base humanista; educar ensinando para a consecução efetiva das aprendizagens; incluir como requisito de educação; contribuir para o desenvolvimento sustentável; educar ensinando com coerência e flexibilidade; agir com adaptabilidade e ousadia; garantir a estabilidade; valorizar o saber" (AE, 2018, p. 24-25).

---

[1] Com a finalidade de manter o anonimato da escola, optou-se por não colocar o Projeto Educativo nas Referências Bibliográficas.

Ainda no seu PE, o agrupamento propõe-se a concretizar os seguintes objetivos definidos para o triénio 2018-2021, tendo por base os princípios e valores enumerados anteriormente: "reduzir o abandono escolar precoce no ensino secundário; melhorar o comportamento dos alunos no ensino básico; aumentar o sucesso escolar na avaliação externa dos alunos no 3.º ciclo e no ensino secundário; promover uma educação para todos e para cada um dos alunos; melhorar os procedimentos de autoavaliação do agrupamento; valorizar as funções dos docentes e não docentes; reforçar a identidade do agrupamento" (AE, 2018, p. 28-29).

O Plano Atual de Atividades é apresentado como um instrumento para executar os objetivos e metas definidos no Projeto Educativo. Este Plano engloba diversos projetos/atividades tais como: Quadro de Mérito e Dia do Diploma, Escola em Movimento, Atividades de Enriquecimento Curricular e Componente de Apoio à Família, Educação para a Sustentabilidade, Projeto Educação para a Saúde, Clube do Desporto Escolar, Projeto "4.º no 5.º", Escola aberta à Comunidade, Projeto Gatil, Clubes e Concursos Externos, Plano de Desenvolvimento Europeu e Parcerias. Por exemplo, o Quadro de Mérito e Dia do Diploma são atividades que tem como objetivo premiar o trabalho dos alunos, o Dia do Diploma é apenas para os alunos que terminam o 12.º ano, o Quadro de Mérito engloba todos os ciclos de ensino, e tem como finalidade valorizar o esforço, princípio e valores manifestados pelos alunos ao longo do ano letivo e A Escola em Movimento é um projeto que promove atividades no âmbito da escola como, Laboratórios Abertos, Oficinas de Arte e Desportivas, realização de palestras, Exposições e Feiras Temáticas, Sarau, Arraial (festa final do ano letivo).

3.1.2. Caracterização da turma

O desenvolvimento da prática pedagógica foi realizado numa turma de 7.º ano de escolaridade. A turma é composta por 28 alunos, 14 raparigas e 14 rapazes. No início do ano letivo eram apenas 27, mas no segundo período entrou um novo aluno na turma. As idades dos alunos variam entre os 11 e os 12 anos. Através de um inquérito realizado pela diretora de turma no início do ano letivo, foi possível saber que 4 alunos referiram a disciplina de matemática como uma das suas preferidas e 18 alunos indicaram Matemática como sendo a disciplina em que têm mais dificuldades. Esta turma tem um aluno com problemas de saúde e 4 alunos têm dificuldades de visão.

Através da observação de aulas a investigadora apercebeu-se que a turma era calma e os alunos apresentavam ritmos de trabalho diferentes. Genericamente, os alunos não se sentiam intimidados em pedir apoio às professoras, caso tivessem dúvidas. No entanto, cinco desses alunos têm mais dificuldade em solicitar apoio. Com isto, verificou-se que existem alguns alunos que participam bastante e não têm dificuldades em expressar os seus argumentos quando lhes é pedido para explicar o processo utilizado na resolução da tarefa proposta. É uma turma bastante colaborativa no trabalho de grupo, pois verificou-se que quando trabalham em grupo tendem a apoiar-se e a explicar as suas resoluções aos colegas do grupo. Em relação à resolução de problemas observou-se que a maioria dos alunos não estavam habituados a resolver este tipo de tarefas, o que poderá ser benéfico para a avaliação da evolução dos alunos nesta prática.

Ao longo deste relatório, os alunos serão identificados com nomes fictícios para não comprometer a identidade deles. Visto que foi implementado o trabalho de grupo numa parte da Intervenção Pedagógica, em seguida será disposto a organização dos grupos de trabalho (Figura 3).

Figura 3:

Organização dos grupos de trabalho

GRUPO 1	**GRUPO 2**	**GRUPO 3**	**GRUPO 4**	**GRUPO 5**	**GRUPO 6**	**GRUPO 7**
Miguel	Lúcia	Júlia	Rodrigo	Tomé	Filipe	Laura
Luciano	Daniel	Lourenço	Teodoro	Leonardo	Adriana	Luíza
Gabriel	Júnior	Jorge	Luciana	Fabiana	Carlos	Artur
Anabela	Maria	Frederica	Alice	Mariana	Lorena	Vanessa

A organização dos grupos ficou a cargo da investigadora. Houve um pequeno reajustamento após a primeira aula de trabalho de grupo, que ocorreu porque houve um elemento de um grupo que não se sentia bem naquele grupo e foi colocado noutro mais adequado.

Também se observou, ao longo do ano, que uma considerável parte dos alunos demonstravam algumas dificuldades na comunicação matemática, mais especificamente, na escrita quando lhes era pedido para explicar os seus raciocínios e escrevessem a justificação. Como duas das questões remetem para o tópico da comunicação escrita, então será mais fácil averiguar se após a implementação da intervenção pedagógica os alunos apresentam ou não uma evolução na escrita matemática.

3.2. Intervenção

Este subcapítulo está dividido em duas partes, a primeira parte refere-se às metodologias de ensino e aprendizagem definidas para a aplicar na Intervenção pedagógica e uma breve descrição sobre o que foi feito durante a mesma; e na segunda parte é apresentada planificação da Intervenção pedagógica, isto é, será descrito como foram organizadas as aulas relativas à intervenção.

3.2.1. Planificação da intervenção pedagógica

É importante que o professor se prepare para todas as eventualidades que possam surgir em sala de aula. Ponte et al. (2015) referem que uma boa aula depende de vários fatores, tais como: uma boa preparação, uma forte inspiração por parte do professor e o interesse e disponibilidade manifestados pelos alunos. Salientam, assim, que é importante que haja uma preparação adequada da aula e que nessa preparação sejam referenciados os elementos fundamentais para o seu desenvolvimento. Esses elementos podem ser ajustados de acordo com as necessidades ditadas pelo evoluir dos acontecimentos. Segundo, Ponte et al. (2015):

> Num plano de aula podem distinguir-se dois aspetos principais – aquilo que é comum a toda a aula e a sucessão de atividades que se desenvolvem durante a aula. No que respeita a aspetos comuns a toda a aula podem considerar-se questões como: 1. Objetivos(s) de aprendizagem para a aula (...) ; 2. Estratégia geral; 3. Estrutura da aula (...) e 4. Recursos a usar (...) (p. 28)

Estes aspetos referidos acima foram tidos em conta nas planificações das aulas da Intervenção Pedagógica, como vemos nas planificações apresentada nos anexos 8, 9 e 10. Na tabela 10, está representada a organização da Intervenção Pedagógica, com uma breve descrição do trabalho realizado de cada aula e o respetivo tempo de duração.

Tabela 10:

Organização da Intervenção Pedagógica Supervisionada

Data	Duração	Descrição
19/04/2021	50’	Realização da ficha de diagnóstico.
22/04/2021	100’	Introdução ao tópico: *Função de Proporcionalidade Direta*. Resolução de exercícios.
23/04/2021	50’	Divisão da turma em grupos. Resolução da ficha de trabalho 1.
26/04/2021	50’	Apresentação, no quadro, de um método de resolução da ficha de trabalho 1 através da *Função de Proporcionalidade Direta*. Resolução da ficha de trabalho 2, em grupos.
29/04/2021	100’	Resolução de um problema, sobre o tópico em estudo, em grupos, através da realização de uma *Gallery Walk*.
30/04/2021	50’	Discussão, em grupo turma, das várias estratégias utilizadas pelos alunos na resolução do problema definido para a aula anterior, dificuldades na resolução e análise de possíveis erros cometidos.
05/05/2021	100’	Realização da ficha formativa.
04/06/2021	50’	Realização do questionário.

3.2.2. Metodologias de ensino e aprendizagem

O tema deste relatório tem como base o tópico *Proporcionalidade Direta* (PD), um conceito já conhecido dos alunos, sendo que no 7.º ano de escolaridade este conceito é associado à função linear definindo assim a Função de proporcionalidade direta.

A segunda aula da intervenção foi dedicada à introdução do conceito de Função de Proporcionalidade direta (Anexo 8). Esta aula segue uma metodologia de ensino expositivo, também designado por método de ensino tradicional, onde o professor expõe o conteúdo programático oralmente aos alunos. Neste método o professor é considerado o “detetor do verdadeiro conhecimento” (Santos, 2014, p. 11) e os alunos os recetores desse conhecimento.

O trabalho de grupo foi outra das estratégias aplicadas ao longo da intervenção pedagógica. Valente (2012) apresenta no seu trabalho duas metodologias diferentes envolvendo o Trabalho de Grupo, o *Trabalho de Grupo organizado segundo os princípios da aprendizagem cooperativa* e o *Trabalho de Grupo Tradicional.* A metodologia de ensino e aprendizagem implementada nestas aulas foi a primeira. Sobre o *Trabalho de Grupo Tradicional*, Valente (2012) refere que os elementos do grupo não são estimulados a pensar e a resolver as tarefas em conjunto, não existe entreajuda e partilha de ideias, ou seja, não são interdependentes; apenas um elemento do grupo é líder, isto é, é esse elemento que é responsável “pela condução do trabalho e pelos resultados alcançados por todo o grupo" (Valente, 2012, p. 35); e os elementos do grupo têm tendência a trabalhar individualmente e não se importam com o trabalho dos restantes elementos. Nesta perspetiva o professor poucas vezes intervém e "não tem em atenção se o grupo está, ou não, a trabalhar positivamente" (Valente, 2012, p. 35). No Trabalho de Grupo em aprendizagem cooperativa, pretende-se que os elementos do grupo se preocupem com a aprendizagem e o desempenho dos colegas e com o seu próprio desempenho e aprendizagem, gerando assim uma "interdependência positiva" (Valente, 2012, p. 35). O professor fornece um *feedback* individual, a cada aluno, sobre o seu progresso com a finalidade que os restantes elementos do grupo o ajudem e incentivem. Os grupos são heterogéneos, isto é, os elementos de cada grupo apresentam características diferentes com o objetivo de que os alunos se apoiem uns aos outros e colaborem em conjunto na resolução das tarefas. Todos os elementos do grupo são líderes, por isso todos têm a responsabilidade no trabalho realizado e nos resultados obtidos. Nesta metodologia, procura-se que os elementos do grupo estejam unidos na aprendizagem para que exista uma aprendizagem conjunta. O professor tem um papel mais ativo nesta perspetiva, pois ele "observa e analisa os alunos, os problemas que estes manifestam ao trabalhar em conjunto e fornece *feedback* aos grupos quanto ao processo e ao produto que estes estão a conseguir obter de modo a que sejam capazes de ultrapassar os problemas com os quais se vão confrontando para poderem progredir" (Valente, 2012, p. 36).

Após estas aulas práticas, realizou-se uma *Gallery Walk* que envolvia a resolução de um problema sobre a *Função de Proporcionalidade Direta*. Esta atividade foi realizada em duas aulas, numa aula de 100 minutos que está no anexo 9 e numa aula de 50 minutos que está no anexo 10. A turma foi dividida em grupos de 4 alunos. Na primeira aula foi entregue, a cada grupo, o problema (Anexo 4) que teriam que resolver em grupo e um postal (Anexo 5) com as fases da *Gallery Walk*. O postal foi pensado com a finalidade de que os alunos compreendessem todas etapas desta atividade. Quando os grupos terminaram a sua resolução e a colocaram na cartolina, foi indicado que os alunos colocassem a cartolina na parede, no local indicado, como se tratasse de uma Galeria de Arte. De seguida, os grupos foram comentar os trabalhos dos seus colegas. Esta fase, teve como objetivo que os alunos refletissem sobre a resolução dos colegas e comentassem os seus trabalhos. Esses comentários deveriam conter: dúvidas de algum passo realizado na resolução, opiniões, possíveis erros na resolução, conselhos sobre o trabalho, etc. Na segunda aula, foi o momento de discussão. Nesta aula, os alunos apresentaram os seus trabalhos e responderam aos comentários apresentados. No momento de discussão, os grupos apresentaram o seu trabalho e responderam aos comentários e dúvidas dos colegas.

3.3. Estratégias de investigação e avaliação da ação

Esta investigação assemelha-se a um estudo de caso, pois, de acordo com Ponte (1994), esta estratégia de investigação é caracterizada "como um estudo de uma entidade bem definida como um programa, uma instituição, um sistema educativo, uma pessoa, ou uma unidade social" (p. 3). Nesta investigação, a turma onde foi implementada a Intervenção Pedagógica é o caso em estudo.

Nesta secção, serão apresentados os instrumentos de recolha de dados utilizados ao longo deste estudo para responder às questões de investigação propostas. Para além de apresentar os instrumentos, será ainda descrito o modo como foram analisados os dados recolhidos e como foram selecionados para a apresentação dos resultados.

3.3.1. Instrumentos de recolha de dados

Ao longo da Intervenção Pedagógica, foram utilizados alguns instrumentos de recolha de dados que ajudaram a responder às questões de investigação deste estudo: observação e gravação das aulas, produções dos alunos, notas de campo, questionário.

Observação e Gravação das aulas do Projeto

A observação e gravação de aulas foram essenciais para responder às questões de investigação 1 e 2 e, foram também, um grande auxílio na planificação das aulas. Por exemplo, através das observações das aulas verificou-se que os alunos tinham pouco à vontade com a resolução de problemas. Com isto, implementou-se ao longo da intervenção várias fichas de trabalho com problemas com o objetivo de incentivar os alunos a ultrapassar esta barreira. A entreajuda entre colegas foi outro dos aspetos observados ao longo do ano letivo, aspeto que foi tido em conta na planificação das aulas.

Todas as aulas tiveram gravação de áudio e vídeo, com as respetivas autorizações dos Encarregados de Educação (Anexo 11). Estas gravações foram muito importantes para as reflexões das aulas e serviram de auxílio para a planificação das aulas seguintes. Na aula em que se implementou a *Gallery* Walk foi colocado um gravador em cada grupo com a finalidade de analisar as discussões ocorridas em cada grupo sobre a resolução do problema apresentado e verificar se houve cooperação entre todos os elementos do grupo.

Produções dos alunos

Ao longo da intervenção foram aplicadas algumas fichas com a finalidade de recolher as produções dos alunos para responder as questões de investigação 1, 2 e 3. Em seguida serão apresentadas as fichas implementadas e o respetivo objetivo de cada ficha.

Ficha de diagnóstico: Na Intervenção Pedagógica, começou-se por aplicar uma ficha de diagnóstico (Anexo 1), constituída por vários exercícios, para aferir se os alunos tinham adquirido os pré-requisitos necessários para a introdução ao tópico *Função de Proporcionalidade Direta*. Esta ficha contém, também, problemas sobre *Proporcionalidade Direta* com a finalidade de analisar as possíveis dificuldades dos alunos na resolução de problemas e na comunicação escrita.

As primeiras três tarefas envolvem o conceito de proporção e a propriedade fundamental das proporções. A ficha contém, ainda, uma tarefa onde os alunos terão que averiguar se existe proporcionalidade direta nas tabelas apresentadas e uma tarefa em que os alunos terão que completar uma tabela que representa uma situação de proporcionalidade direta. Com esta tarefa, pretendo analisar o modo como, os alunos, justificam que as grandezas são diretamente proporcionais e as dificuldades na comunicação escrita. Por fim, a ficha contém dois problemas que envolvem *proporcionalidade direta*, com o objetivo de averiguar: se os alunos, perante um problema, desistem facilmente de o resolver ou continuam até conseguir; se os alunos explicam os passos da resolução; e analisar a forma como os alunos escrevem as suas justificações e respostas.

Ficha de trabalho 1 – Problemas: Como definido no Projeto de Intervenção Pedagógica, após a introdução do tópico em estudo propôs-se à turma a resolução de uma ficha de trabalho com problemas sobre *Proporcionalidade Direta* (Anexo 2). Esta ficha teve como objetivo incentivar os alunos a resolver problemas e a desenvolver a comunicação escrita. Com esta ficha, espera-se retirar ilações importantes para responder às questões de investigação 1 e 2.

Ficha de trabalho 2 - Esta ficha de trabalho (Anexo 3) é constituída com dois problemas sobre *Proporcionalidade direta* e um exercício sobre o tópico em estudo de aplicação direta. Esta ficha teve como finalidade que os alunos consolidassem as suas aprendizagens e melhorassem a sua comunicação escrita com o apoio dos seus colegas de grupo.

Gallery Walk: A recolha dos trabalhos teve como objetivo responder às questões 1 e 2, averiguar se os alunos apresentam e justificam os passos da resolução, verificar se apresentam uma resposta completa ao problema e analisar as estratégias apresentadas nos diferentes grupos.

Ficha Formativa: Na fase final da minha intervenção, implementou-se duas fichas formativas diferentes, uma mais acessível porque esta turma tem vários alunos com muitas dificuldades de aprendizagem – Versão A – e outra para os alunos com um nível de aprendizagem moderado e elevado – Versão B (Anexo 6). Estas fichas têm a finalidade de averiguar se houve ou não uma evolução na resolução de problemas e na comunicação escrita por parte dos alunos. Ao longo da análise é feita uma comparação entre esta ficha, a ficha diagnóstica e as fichas implementadas ao longo da Intervenção Pedagógica. A versão B é constituída por 7 questões, sendo as duas primeiras sobre *Funções* e as outras cinco sobre *Função de Proporcionalidade Direta*. A versão A é constituída por 6 questões, sendo as duas primeiras sobre *Funções* e as outras quatro sobre *Função de Proporcionalidade Direta*. A elaboração destas fichas, também, teve como objetivo avaliar as aprendizagens dos alunos sobre *Funções* e sobre *Função de Proporcionalidade Direta*. Para a construção deste Relatório Final, apenas se analisam as questões relativas à *Função de Proporcionalidade Direta*. Na Versão B, das questões que envolvem este tópico, três são exercícios de aplicação e dois são problemas. Na versão A, dois são exercícios de aplicação e dois problemas.

Notas de campo

Ao longo da intervenção a investigadora fez algumas anotações sobre algumas dúvidas apresentadas pelos alunos com o objetivo de as clarificar na aula seguinte. Estas anotações foram muito benéficas também para as planificações, pois através das dificuldades observadas adaptava as aulas seguintes para que estas fossem colmatadas. Por exemplo, na primeira aula que os alunos resolveram uma ficha com problemas verificou-se que os alunos tinham dificuldade em aplicar a Função de proporcionalidade direta nos contextos problemáticos. Com isto, na aula seguinte a investigadora começou a aula por resolver, em conjunto com a turma, no quadro os problemas da ficha de trabalho da aula anterior com essa função. As notas de campo, é um dos instrumentos que servirão de apoio para responder às questões 2 e 3.

Questionário

Para responder à terceira questão de investigação foi aplicado um questionário anónimo (Anexo 7) com o objetivo de perceber se os alunos consideram que a *Gallery Walk* os ajudou a desenvolver a capacidade de comunicação escrita e se esta metodologia de trabalho de grupo os ajudou a colmatar as suas dificuldades na resolução de problemas de *Proporcionalidade Direta*, com o apoio dos seus colegas e professora. Este questionário é composto por 10 questões e por 42 afirmações, divididas em três tópicos: apreciação das aulas, resolução de problemas e *Gallery Walk*.

No primeiro tópico, são apresentadas seis questões onde espero obter informações sobre a perspetiva dos alunos quanto às aulas lecionadas pela professora estagiária e sete afirmações sobre o que gostam nas aulas de matemática, no geral. O tópico dois é focado na resolução de problemas, onde se pretende averiguar as dificuldades que os alunos sentem ao resolver problemas, o que sentem quando estão a resolver problemas e quais as estratégias mais usadas pelos alunos na resolução de problemas sobre o tópico em estudo. A questão referente às estratégias de resolução será aproveitada para responder à primeira questão de investigação. No último tópico, apresento quatro questões sobre a *Gallery Walk* para averiguar se os alunos consideram que esta atividade os ajudou a colmatar as suas dificuldades na resolução de problemas e se os ajudou a desenvolver a capacidade de comunicação escrita.

Na tabela 11, estão apresentados os instrumentos de recolha de dados que contribuíram para responder às questões de investigação deste estudo.

Tabela 11:

Instrumentos de recolha de dados para responder às questões de investigação

Instrumentos / Questões	Observação e gravação de aulas	Produções dos alunos	Notas de campo	Questionário
Questão 1	✓	✓		✓
Questão 2	✓	✓	✓	
Questão 3		✓	✓	✓

3.3.2. Análise de dados

O tema e as questões de investigação deste estudo englobam três temáticas: Comunicação Escrita, Resolução de Problemas e o conteúdo programático – Proporcionalidade Direta. Como o Relatório tem uma dimensão limitada, foi realizada uma seleção das tarefas onde estava patente estas três características, com a finalidade de ter uma análise mais diversificada e completa.

Na ficha de diagnóstico foram selecionados os exercícios 1, 3 e 5 e o problema 4. Nas fichas de trabalho 1 analisou-se o problema 2 e 3 e na ficha de trabalho 2 selecionou-se o problema 2 e a alínea d) do exercício 1 para averiguar a evolução dos alunos, em relação à escrita matemática. Na Ficha Formativa – Versão A, analisou-se o exercício 3.2. e o problema 6 e na Ficha Formativa – Versão B, analisou-se o exercício 3.1. e o problema 7. No fim será feito um balanço sobre a evolução dos alunos em relação à comunicação escrita e à resolução de problemas.

Quanto à análise da *Gallery Walk*, serão analisados os sete trabalhos dos alunos, com o objetivo de averiguar as estratégias utilizadas, as dificuldades dos alunos na resolução de problemas e verificar se os alunos descrevem e explicam a sua estratégia. Também, será avaliado o trabalho de grupo, através das gravações para perceber se os alunos cooperaram e entreajudaram ou se foi apenas um aluno a resolver o problema.

O capítulo seguinte, denominado por Apresentação de Resultados será dividido em seis secções. Quatro destas secções são referentes à análise das fichas apresentadas ao longo da intervenção, outra dessas secções diz respeito à análise do questionário e na última será destinada à evolução dos alunos, ao longo da intervenção, na resolução de problemas e na comunicação escrita. Na apresentação dos resultados da análise das fichas será apresentada as estratégias utilizadas pelos alunos nos vários problemas analisados, as dificuldades dos alunos na resolução de problemas e será avaliada, também, a comunicação escrita dos alunos na apresentação da resolução do problema.

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos através da análise dos dados recolhidos ao longo da intervenção pedagógica. Este capítulo será dividido em seis secções.

A intervenção pedagógica começou com a realização de uma ficha de diagnóstico com o objetivo de analisar os pré-requisitos, as dificuldades detetadas na resolução de problemas e na comunicação escrita. Por isso, a primeira secção terá a apresentação dos resultados dessa análise. Na segunda secção, serão apresentados os resultados da resolução de duas fichas de trabalho realizadas após ter sido lecionado o tópico *Função de Proporcionalidade Direta*.

A terceira secção será centrada na atividade *Gallery Walk*, onde será exposto o trabalho dos grupos e a análise da atividade. Nesta análise será explorada a interação dos alunos na resolução do problema proposto e na construção do cartaz, as dificuldades sentidas pelos alunos na sua resolução, as dificuldades na escrita, o tipo de feedback dos alunos aos trabalhos dos colegas e a discussão realizada após a exposição dos trabalhos. Na fase final da intervenção pedagógica foi realizada uma ficha formativa com o intuito de analisar a evolução dos alunos relativamente à consolidação das aprendizagens, à resolução de problemas e comunicação escrita e, ainda, verificar se as dificuldades dos alunos foram colmatadas. Esta análise será apresentada na quarta secção deste capítulo. Na secção cinco, será exposto a perceção dos alunos sobre a atividade *Gallery Walk*, relativamente à sua evolução pessoal na comunicação escrita e na resolução de problemas. E, na secção final, será feito um balanço sobre a evolução dos alunos relativamente às dificuldades na resolução de problemas, estratégias de resolução e comunicação escrita.

4.1. Secção 1: Ficha de diagnóstico

Com a ficha de diagnóstico pretendia-se averiguar as aprendizagens dos alunos sobre a *Proporcionalidade Direta* e sobre uma propriedade importante para a compreensão deste tópico, a Propriedade Fundamental das Proporções (PFP). Com isto, será apresentado os resultados obtidos na análise feita à questão 1 relativamente à comunicação escrita e à apreensão desta propriedade.

Questão 1

Figura 4:

Questão 1 - Ficha de diagnóstico

1. Considera a proporção seguinte.

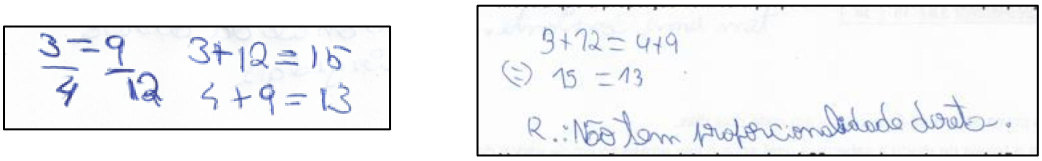
$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$$

Mostra que a proporção verifica a propriedade fundamental das proporções.

Nesta questão a maioria dos alunos resolveram corretamente, cinco não responderam e três resolveram incorretamente. O Leonardo e o Lourenço (Figura 5) utilizaram a soma em vez da multiplicação, o que demonstra que não apreenderam esta propriedade.

Figura 5:

Resolução do Lourenço e resolução do Leonardo à questão 1

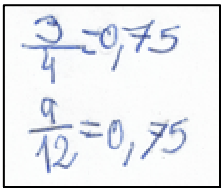


Através da resolução do Leonardo verifica-se que o aluno não leu corretamente o enunciado, porque respondeu que "não tem proporcionalidade direta" e a questão solicitava que se demonstrasse que a proporção verificava a PFP. Isto demonstra que o conceito não foi corretamente apreendido. Este mesmo erro ocorreu com mais quatro alunos.

Já a Lorena (Figura 6) na sua resolução fez a divisão do numerador pelo denominador em vez de utilizar a PFP. Verifica-se que a aluna não identificou que era aplicável, pois não a aplicou nesta tarefa.

Figura 6:

Resolução da Questão 1 da Lorena



Relativamente à resposta, a maioria dos alunos não responderam o que revela que não estão habituados a apresentar respostas às tarefas. Um aluno respondeu que se verificava a propriedade fundamental das proporções, mas não explicou o raciocínio. Três alunos apresentaram uma resposta completa, sendo que explicaram o porquê de a proporção verificar a PFP. Através das figuras 7, 8 e 9 verificamos que esses três alunos compreenderam a PFP e conseguiram explicar o seu raciocínio, exceto o Jorge (figura 9) que não explicou quais são as "multiplicações que dão o mesmo valor".

Figura 7:

Resposta à questão 1 do Miguel

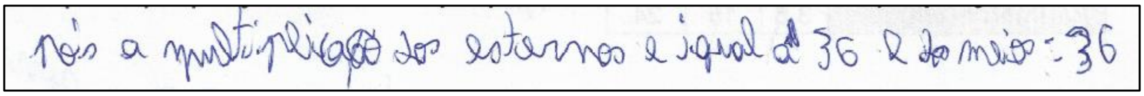


Figura 8:

Resposta à questão 1 da Luíza

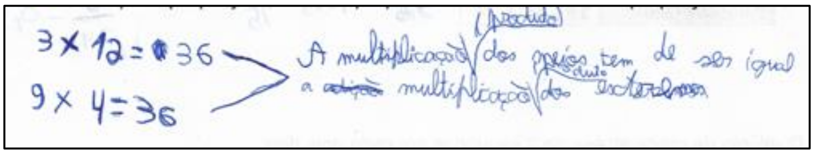
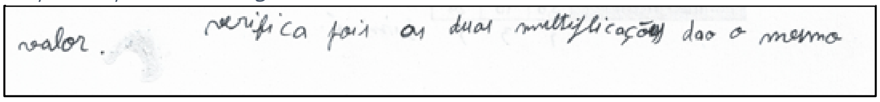


Figura 9:

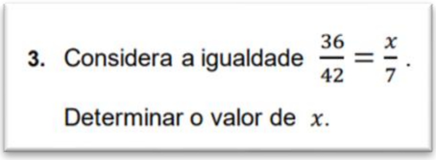
Resposta à questão 1 do Jorge



Questão 3

Figura 10:

Questão 3 - Ficha de diagnóstico



3. Considera a igualdade $\frac{36}{42} = \frac{x}{7}$.

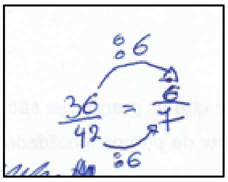
Determinar o valor de x.

Com a questão 3 pretende-se verificar quais as estratégias que os alunos usam para descobrir o valor de x. Nesta questão a maioria dos alunos recorreram à "regra de três simples", no entanto, três alunos resolveram por um método diferente.

Na resolução do Daniel (Figura 11) verifica-se que o aluno considerou o "fator escalar" (Hart, 1983, referido em Silvestre & Ponte, 2009). O aluno percebeu que o denominador se alterou através da divisão por 6 (42:6=7), e aplicou a mesma divisão no numerador, descobrindo assim a incógnita.

Figura 11:

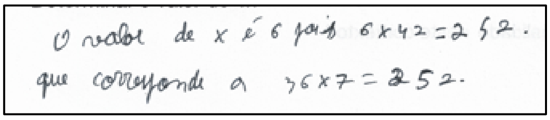
Resolução da Questão 3 do Daniel



O Jorge (Figura 12) utilizou a PFP para descobrir quanto dava o produto dos extremos. Sabendo então, que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, determinou que x teria que ser 6 para o produto dos meios ser 252.

Figura 12:

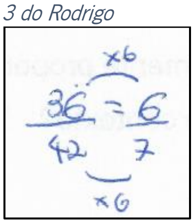
Resolução da Questão 3 do Jorge



Já o Rodrigo (Figura 13) aplicou a mesma estratégia que o Daniel, mas no "sentido contrário", isto é, o aluno percebeu que ao multiplicar o denominador 7 (denominador do segundo membro) por 6 obteria 42 que é o denominador da razão do primeiro membro. Sabendo que o produto entre x e 6 teria que ser 36, o aluno obteve que o valor da incógnita teria que ser 6. Três alunos não resolveram a questão 3 e cinco apresentaram apenas o valor, incorreto, de x, sem apresentar qualquer cálculo.

Figura 13:

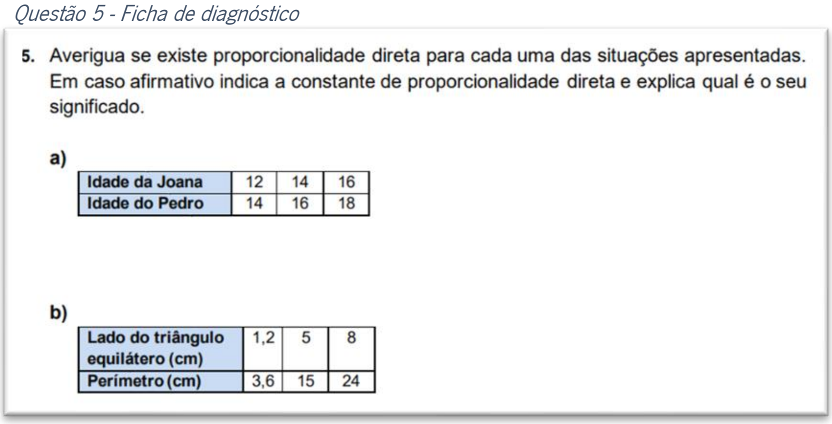
Resolução da Questão 3 do Rodrigo



Questão 5

Figura 14:

Questão 5 - Ficha de diagnóstico



5. Averigua se existe proporcionalidade direta para cada uma das situações apresentadas. Em caso afirmativo indica a constante de proporcionalidade direta e explica qual é o seu significado.

a)

Idade da Joana	12	14	16
Idade do Pedro	14	16	18

b)

Lado do triângulo equilátero (cm)	1,2	5	8
Perímetro (cm)	3,6	15	24

Nesta questão era esperado que os alunos averiguassem se a tabela representava ou não um caso de *Proporcionalidade Direta*, apresentando cálculos e uma resposta, de forma a explicar o seu raciocínio. Quatro alunos responderam corretamente a esta questão como se pode ver, por exemplo, na figura 15, mas apenas um apresentou os cálculos e indicou a constante (Figura 16).

Figura 15:

Resolução da Questão 5 da Mariana

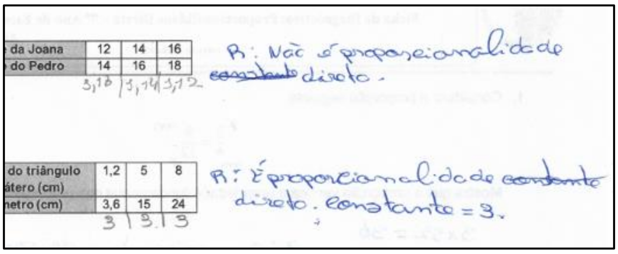
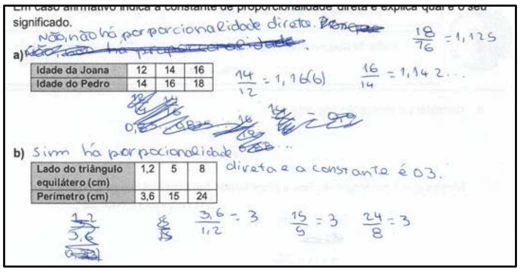


Figura 16:

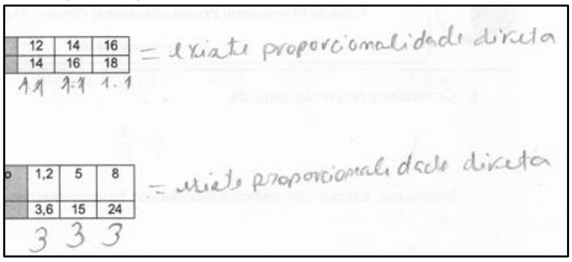
Resolução da Questão 5 da Júlia



Como se pode verificar tanto uma resposta como a outra estão incompletas. Na Resolução da Mariana (Figura 15) está apenas correta a resposta à questão "averigua se existe proporcionalidade direta". A aluna apresentou os resultados dos quocientes entre as duas variáveis, mas não expos o cálculo. Relativamente à resposta, está muito incompleta porque não indicou qual era a constante e não explicou o seu significado, e tanto na alínea a) como na alínea b) não justificou o porquê de ser ou não proporcionalidade direta. A Júlia (Figura 16) foi a única aluna que apresentou os cálculos, respondeu se se tratava ou não de proporcionalidade direta, indicou a constante, embora não tenha explicado o seu significado. Onze alunos não responderam a esta questão e oito fizeram os arredondamentos incorretamente. Como vemos na figura 17, os alunos erraram no arredondamento na divisão da primeira parcela, $\frac{14}{12} = 1{,}166(6) \approx 1{,}2$ (com 1 c.d.).

Figura 17:

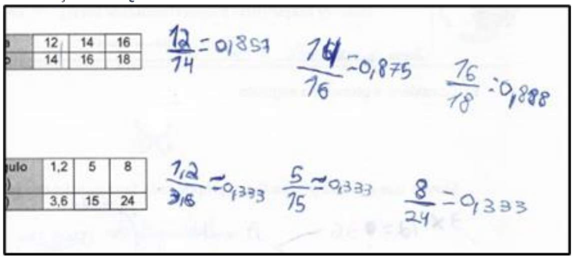
Resolução da Questão 5 da Fabiana



Outra situação que surgiu na resolução de três alunos foi o quociente entre as variáveis, ou seja, os alunos em vez de fazer o quociente entre y e x, $\frac{y}{x}$, fizeram $\frac{x}{y}$, ou seja, apresentaram os cálculos que lhes permitia concluir se existia proporcionalidade ou não, mas não concluíram (Figura 18).

Figura 18:

Resolução da Questão 5 da Luíza

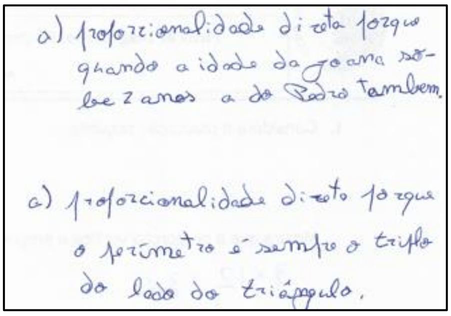


Esta questão foi a única em que a maioria dos alunos falhou, por isso verifica-se que estes alunos não consolidaram corretamente este conceito lecionado no ano letivo anterior (6° ano). Também se verificou que os alunos não estão habituados a apresentar uma resposta às tarefas, pois apenas cinco dos vinte e oito alunos responderam à pergunta apresentada, embora de forma incompleta. Em contrapartida, dois alunos exibiram uma resposta, explicando o seu raciocínio textualmente.

Na figura 19 observa-se que o aluno não compreendeu a natureza multiplicativa das relações proporcionais, ou seja, aplicou a adição em vez da multiplicação. No entanto, na alínea b) o aluno apresenta um raciocínio correto sobre a natureza multiplicativa que envolve as grandezas "perímetro" e "lado do triângulo".

Figura 19:

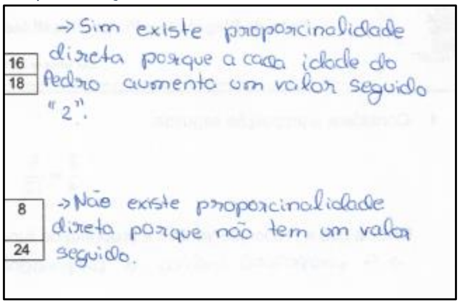
Resposta à Questão 5 do Luciano



A Luciana (figura 20) expos uma justificação idêntica à do Luciano na alínea a), no entanto, na alínea b) a aluna continua a aplicar a adição entre as grandezas em vez de aplicar a multiplicação, relação presente na proporcionalidade direta. Podemos constatar que estes alunos não assimilaram corretamente a noção de proporcionalidade direta. Em relação à comunicação escrita, é possível verificar que estes alunos conseguem exprimir por escrito o seu raciocínio e as suas ideias.

Figura 20:

Resposta à Questão 5 da Luciana



16
18
→ Sim existe proporcinalidade direta porque a cada idade do Pedro aumenta um valor seguido "2".

8
24
→ Não existe proporcinalidade direta porque não tem um valor seguido.

Problema 4

Figura 21:

Questão 4 - Ficha de diagnóstico

4. Um iogurte de determinada marca tem 70 calorias por cada 100 g.

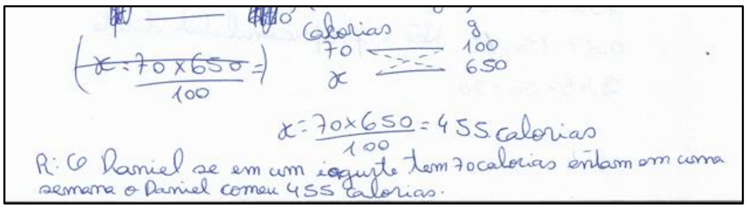
Numa semana o Daniel comeu 650 g de iogurte dessa marca. Quantas calorias ingeriu o Daniel, nessa semana, com os iogurtes que comeu? Justifica a tua resposta.

Com este problema, pretende-se avaliar se os alunos estão acostumados com a resolução de problemas na Matemática e quais as estratégias que os alunos utilizam quando estão perante um problema sobre Proporcionalidade Direta. A maioria dos alunos respondeu corretamente, sete alunos não responderam e dois registaram uma resposta errada. Das resoluções apresentadas surgiram quatro estratégias diferentes, a "Regra de três simples" foi a usada pela maioria, e outras três que serão mostradas de seguida.

A "Regra de três simples" foi aplicada por quinze alunos, como por exemplo a Frederica (Figura 22), sendo que quatro não apresentaram a resposta.

Figura 22:

Resolução da questão 4 da Frederica



calorias — g
70 — 100
x — 650

$x = \frac{70 \times 650}{100} = 455$ calorias

R: O Daniel se em um iogurte tem 70 calorias então em uma semana o Daniel comeu 455 calorias.

O Leonardo (Figura 23) optou pela estratégia designada por "fator escalar". Através da figura 23 verifica-se que o aluno construiu uma tabela com o objetivo de encontrar o número de calorias que corresponde a 650 g. O aluno verificou que se 100 g corresponde a 70 calorias então, 200 g equivale a 140 calorias e por aí adiante até descobrir o valor pedido na questão.

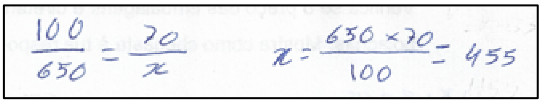
Figura 23:

Resolução da questão 4 do Leonardo

A estratégia ilustrada na Figura 24 é similar à da Frederica, no entanto esta está mais enquadrada na Propriedade Fundamental das Proporções. Ambas são designadas por *Algoritmo do produto cruzado*.

Figura 24:

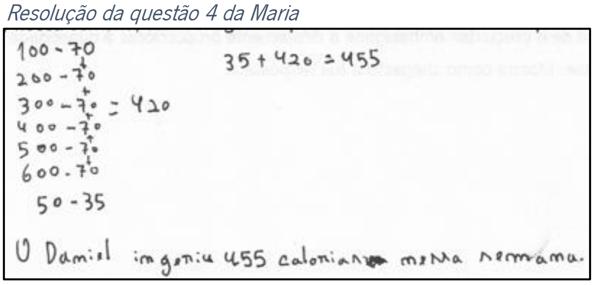
Resolução da questão 4 do Luciano



Já a Maria (Figura 25) apresentou uma estratégia semelhante à do Luís, mas com um raciocínio diferente. Verifica-se que a aluna teve o cuidado de explicar todo o seu raciocínio através de cálculos.

Figura 25:

Resolução da questão 4 da Maria



Através da análise da ficha de diagnóstico verificou-se que a maioria dos alunos possuíam os pré-requisitos necessários para a aprendizagem do conteúdo programático: *Função de Proporcionalidade Direta*. Relativamente à escrita matemática, observou-se que, no geral, os alunos não estão acostumados a escrever o seu raciocínio e a dar uma resposta final às tarefas apresentadas. Ao longo da análise, também se verificou que os alunos estavam à vontade com a resolução de problemas sobre *Proporcionalidade Direta*, sendo que apenas cinco alunos não resolveram os problemas desta ficha.

4.2. Secção 2: Fichas de trabalho

Duas fichas foram apresentadas após a lecionação do tópico *Função de Proporcionalidade Direta* (Anexo 2 e 3). Como já referido anteriormente, as duas fichas foram resolvidas em grupos, por isso os resultados que serão apresentados dizem respeito aos grupos de trabalho, dado que cada grupo apresentou apenas uma resolução da ficha. Na ficha de trabalho 1 foram analisados os problemas 2 e 3. Com esta ficha pretende-se averiguar quais as estratégias utilizadas pelos alunos e verificar se os alunos, após a introdução da *Função de Proporcionalidade Direta*, a utilizam para resolver os problemas propostos.

Problema 2

Figura 26:

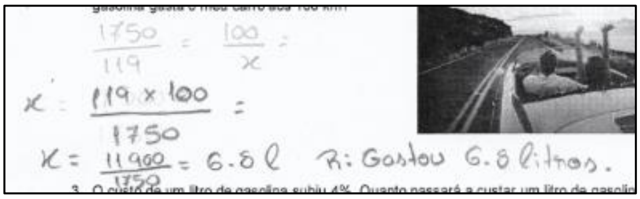
Questão 2 - Ficha de trabalho 1

2. Fui de automóvel do Porto a Paris. Andei 1750 km e gastei 119 litros de gasolina. Que quantidade de gasolina gasta o meu carro aos 100 km?

Este problema foi resolvido por todos os grupos pelo método do *Algoritmo do Produto Cruzado*, no entanto surgiram duas resoluções diferentes. O Grupo 6 (Figura 27) aplicou a PFP, ou seja, colocou os dados na forma de proporção e depois descobriu o valor de litros consumidos pelo carro.

Figura 27:

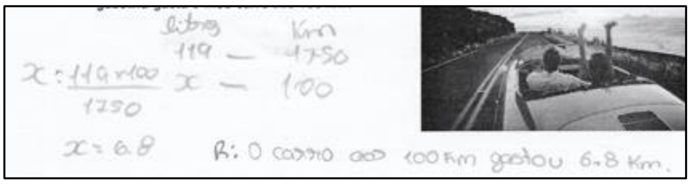
Resolução do problema 2 do grupo 6



Os restantes grupos aplicaram a "Regra de três simples" (Figura 28). No entanto, a estratégia aplicada pelo Grupo 6 é igual à dos restantes grupos, pois, ambas se caracterizam por *Algoritmo do produto cruzado*. Todos os grupos apresentaram a resposta ao problema corretamente.

Figura 28:

Resolução do problema 2 do grupo 4



Problema 3

Figura 29:

Questão 3 - Ficha de trabalho 1

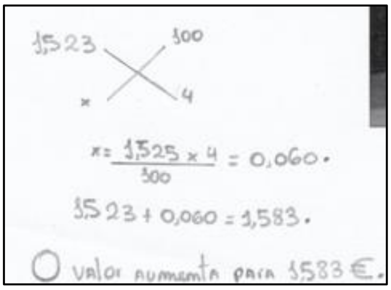
O custo de um litro de gasolina subiu 4%. Quanto passará a custar um litro de gasolina que antes do aumento custava 1,523€?

Neste problema a "Regra de três simples" foi a estratégia mais utilizada pelos grupos, sendo que um grupo optou por uma estratégia diferente. Surgiram duas resoluções diferentes usando a "Regra de três simples". Alguns grupos optaram por aplicar os 4% e outros optaram por colocar na regra de três simples o 104%, porque como a gasolina aumentou 4% então adicionaram essa percentagem aos 100% (percentagem antes do aumento).

Os Grupos 2, 6 e 7 resolveram utilizando o 4% como vemos, por exemplo, na figura 30, isto é, pela regra de três simples perceberam que a gasolina aumentou 0,060€ e depois adicionaram esse valor ao preço inicial e descobriram o preço após a subida de 4%. Constatou-se que o grupo 2 não fez o arredondamento corretamente, pois o valor exato era 1,58392€ e arredondando com três casas decimais ficaria 1,584.

Figura 30:

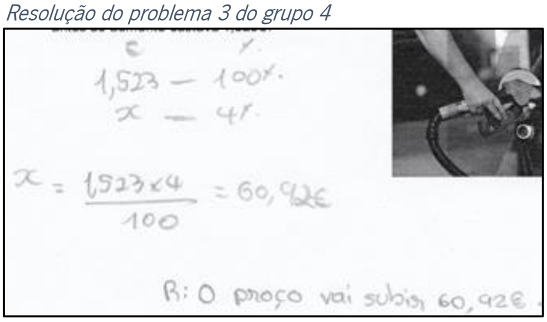
Resolução do problema 3 do grupo 2



No Grupo 4 (Figura 31) enganaram-se nos cálculos, pois o valor do aumento deu 60, 92€. O grupo não percebeu que este aumento não fazia sentido e não adicionaram este valor ao preço anterior. Pode-se concluir que o grupo não compreendeu o que estava a determinar.

Figura 31:

Resolução do problema 3 do grupo 4



Os grupos 1 (figura 32) e 5 (figura 33) optaram por utilizar o 104%, ou seja, adicionaram 4% aos 100% e determinaram o valor da gasolina através da “Regra de três simples”. No entanto, apenas o grupo 5 tem a resolução correta pois o grupo 1 cometeu um erro de arredondamento.

Figura 32:

Resolução do problema 3 do grupo 1

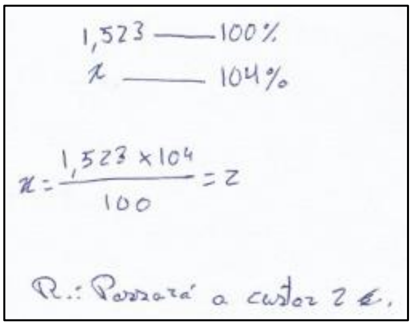
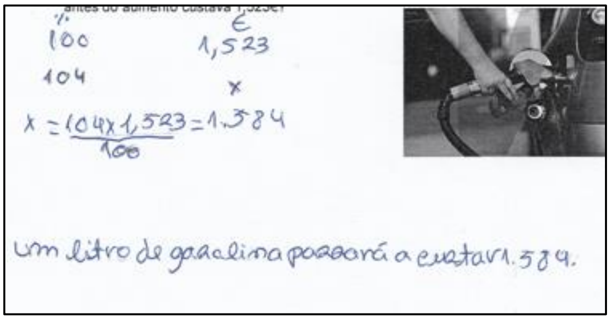


Figura 33:

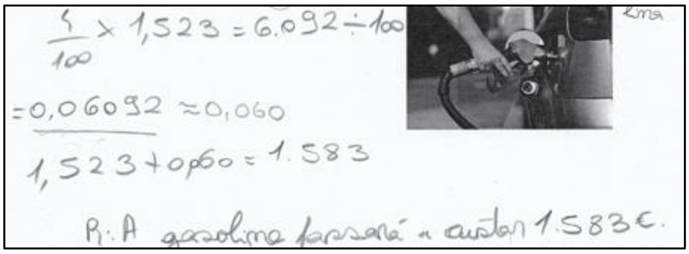
Resolução do problema 3 do grupo 5



O Grupo 3 (figura 34) optou por uma estratégia diferente, determinou quanto seria 4% do preço inicial e, depois adicionou esse valor ao preço inicial e, assim, descobriram o preço da gasolina após o aumento.

Figura 34:

Resolução do problema 3 do grupo 3



Na ficha de trabalho 2 foi analisada a alínea d) da tarefa 1 com o propósito de avaliar a comunicação escrita dos alunos e o problema 2 para averiguar quais as estratégias utilizadas pelos alunos e verificar se os alunos, após a introdução da *Função de Proporcionalidade Direta*, a utilizam para resolver os problemas propostos.

Tarefa 1 – alínea d)

Figura 35:

Questão 1. d) - Ficha de trabalho 2

> O Sebastião viajou de Portugal para a Florida. Antes de viajar foi ao banco trocar euros por dólares americanos.
>
> Sabendo que naquele dia **um dólar** custou-lhe 0,84€, preenche a tabela:
>
> (...)
>
> d) A função é de proporcionalidade direta? Justifica.

Todos revelaram algum conhecimento do conceito na sua justificação. Alguns alunos apresentaram uma resposta pouco clara como a ilustrada na figura 36, em vez de “valores de y”, deviam ter colocado “valores da variável y” (de igual modo para os “valores de x”).

Figura 36:

Resposta à alínea d) do grupo 7

> Sim porque os valores de y o dividin pelos valores dex é sempre o mesmo.

Três grupos (Grupos 1, 2 e 3) destacaram-se com uma resposta completa e correta como a apresentada na figura 37. Com isto, pode-se afirmar que os elementos destes grupos compreenderam o conceito de *Função de Proporcionalidade Direta*.

Figura 37:

Resposta à alínea d) do grupo 3

> proporcionalidade direta? Justifica.
>
> É função de proporcionalidade direta porque é constante o quociente entre y e x

No entanto, dois grupos, o 4 e o 5, não apresentaram uma resposta correta. O Grupo 5 (figura 38) não justifica porque é que a função é de proporcionalidade direta, apenas apresentam a constante e o Grupo 4 (Figura 39) afirma que não é função de proporcionalidade direta, o que demonstra que os elementos destes grupos não assimilaram corretamente o conceito de *Função de Proporcionalidade Direta*.

Figura 38:

Resposta à alínea d) do grupo 5

> É uma função de proporcionalidade direta porque a constante é 0,84.

Figura 39:

Resposta à alínea d) do grupo 4

> Noõ é funsoõ de proporcionalidade direta porque mão é constante a razaõ f(x) = 0,84x.

Problema 2

Figura 40:

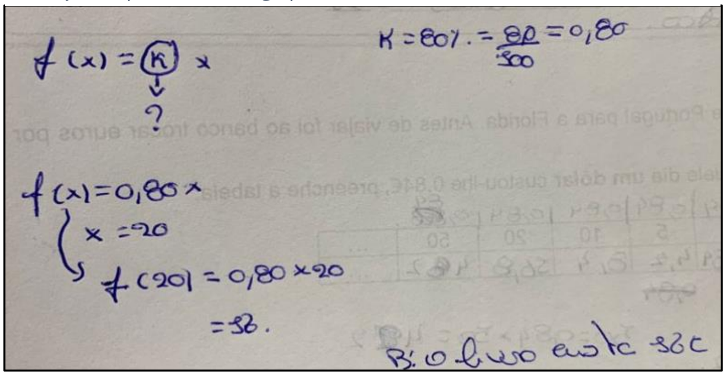
Questão 2 - Ficha de trabalho 2

O Diogo acabou de comprar, na Feira do Livro, o livro do dia com um desconto de 20%.
Quanto custa o livro sabendo que o preço antes do desconto era de 20€?

No início da aula em que esta ficha foi aplicada, a professora estagiária apresentou, no quadro, um método de resolução utilizando a *Função de Proporcionalidade Direta* nos problemas da ficha de trabalho 1. Após a análise do problema 2 da ficha de trabalho 2, verificou-se que o Grupo 5 aplicou esta estratégia na sua resolução (figura 41), o que revela que compreenderam a explicação.

Figura 41:

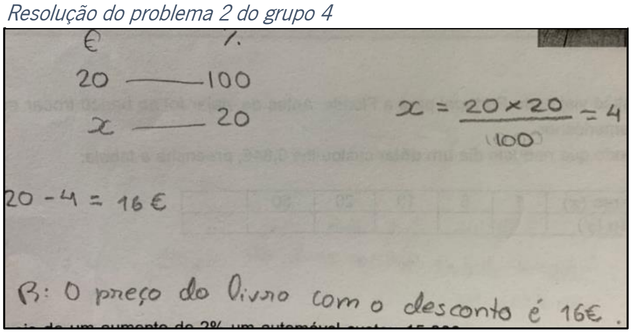
Resolução do problema 2 do grupo 5



Os restantes grupos optaram pela "Regra de três simples" para resolver o problema proposto, sendo que o grupo 1 se destacou por uma resolução diferente, determinando 80% do preço em vez de 20 %. Os Grupos 2, 3, 4, 6 e 7 optaram pelo método exemplificado na figura 42, determinaram quanto é 20% de 20€ e, de seguida subtraíram esse valor ao preço inicial.

Figura 42:

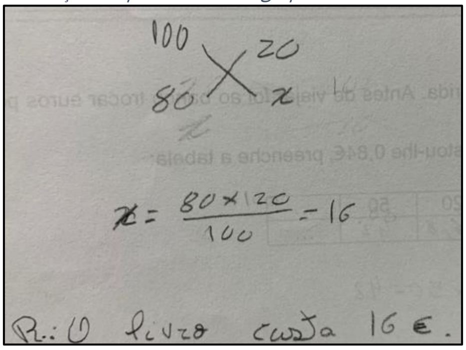
Resolução do problema 2 do grupo 4



O Grupo 1 (Figura 43), como referido acima, subtraiu 20% aos 100%, pois tratava-se de um desconto, e depois utilizaram a "Regra de três simples" para determinar o preço com desconto.

Figura 43:

Resolução do problema 2 do grupo 1



Constata-se, após a análise destas duas fichas, que os alunos escolhem a "Regra de três simples", maioritariamente, para resolverem os problemas que envolvam a *Proporcionalidade Direta*. Também, notou-se que os alunos utilizaram pouco a escrita matemática, isto é, apenas a utilizaram para responder aos problemas. Esperava-se que os alunos explicassem o raciocínio por escrito, mas os alunos apenas apresentaram os cálculos necessários para a solução do problema.

4.3. Secção 3: Gallery Walk

A *Gallery Walk* foi desenvolvida em duas aulas, a primeira foi a resolução do problema, a exposição dos trabalhos de grupo e o *feedback* dos alunos relativamente aos trabalhos dos restantes grupos; a segunda aula foi dedicada à discussão dos Trabalhos. Sendo assim nesta secção serão apresentados os resultados dos diferentes momentos da *Gallery Walk*: trabalhos de grupo (cartazes), gravações e *feedback* dos alunos na discussão coletiva.

Figura 44:

Problema da Gallery Walk

Problema – Descobre o erro

Um comerciante fez o lançamento de um smartphone ao preço unitário de 200 €.
Passado algum tempo, **aumentou** o preço em **10%**. Como as vendas diminuíram muito, pensou em voltar ao preço inicial e colocou um cartaz onde se lia: ***Redução de* 10%**.
Um cliente comprou um smartphone, fez as contas e decidiu pagar **198€**. O comerciante reclamou dizendo que faltava dinheiro, pois o custo do smartphone era **200 €**.

Quem tem razão? Onde está o erro? Explica o teu raciocínio.

Trabalhos de Grupo – Cartazes

Figura 45:

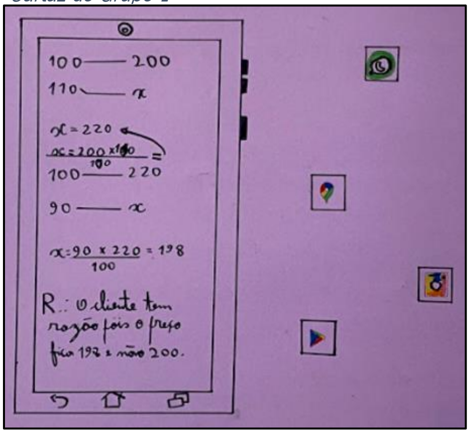
Imagens do trabalho de grupo

Durante a construção dos cartazes, todos os elementos de cada grupo se empenharam, tendo cada um uma tarefa diferente. Através da análise das Gravações áudio e vídeo, verificou-se que cada grupo dividiu tarefas pelos elementos do grupo quanto à elaboração dos cartazes. A estratégia utilizada pela maioria dos grupos foi a "Regra de três simples", no entanto, dois grupos optaram por métodos diferentes, um grupo (Grupo 6) utilizou a *Função de Proporcionalidade Direta* e o outro grupo (Grupo 3) aplicou as percentagens na sua resolução. Nas resoluções dos Grupos que utilizaram a "Regra de três simples" surgiram dois métodos diferentes de resolução do problema.

Como vemos na figura 46, o Grupo 1 utilizou a "Regra de três simples", sendo que encontrou, em primeiro lugar, o preço do Smartphone após o aumento de 10% (110%) e, de seguida, calculou o preço final do Smartphone após o desconto de 10% (90%). Verifica-se que o grupo compreendeu que o valor que iria sofrer o desconto era o preço após o aumento de 10%. O grupo não apresentou uma resposta completa, pois falta justificar o erro cometido e, também, não explicaram o raciocínio por detrás da resolução apresentada.

Figura 46:

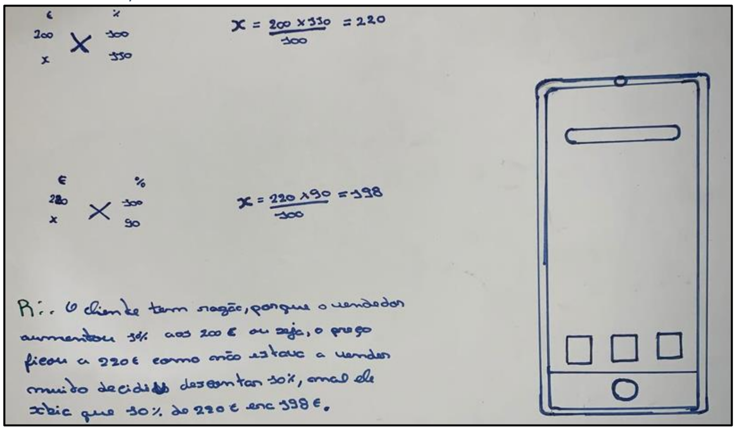
Cartaz do Grupo 1



O Grupo 5 optou pela mesma estratégia do Grupo 1, não explicaram o seu raciocínio e a sua resposta apresenta um erro, "10% de 220€ era 198€" (Figura 47). Verifica-se que os alunos perceberam qual foi o erro do comerciante, mas não conseguiram explicar corretamente o seu raciocínio.

Figura 47:

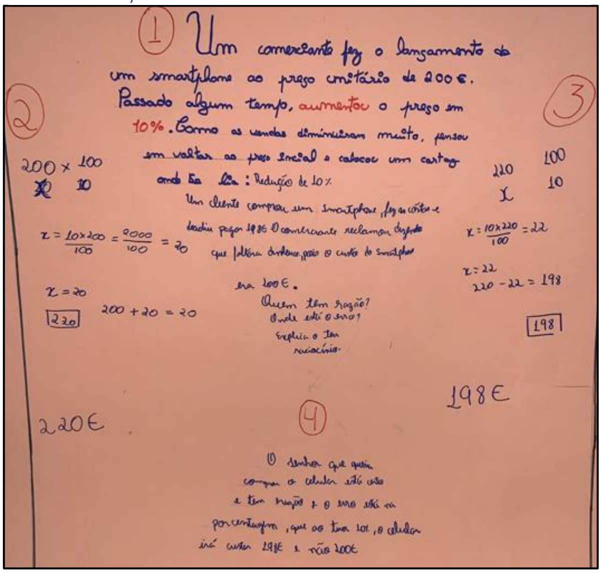
Cartaz do Grupo 5



O Grupo 2 (figura 48), também escolheu a "Regra de três simples" na sua resolução, mas com um raciocínio diferente. Este grupo optou por calcular 10% do preço inicial e adicionar esse valor ao preço do *Smartphone*, e de seguida determinou quanto seria 10% do preço do Smartphone após o aumento e retirou esse valor ao preço após o aumento. O grupo compreendeu qual foi o erro do comerciante, no entanto a explicação apresentada não está correta porque não justificam que os 10% que se retirou do preço do Smartphone seria do preço após o aumento. Neste trabalho, também falta a explicação dos passos da resolução.

Figura 48:

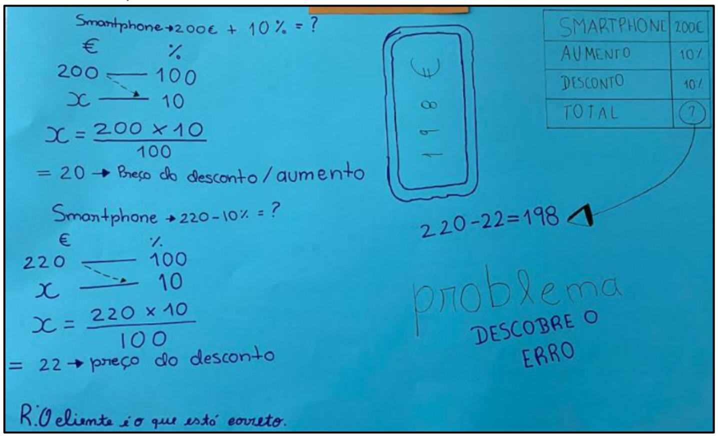
Cartaz do Grupo 2



O Grupo 4 (figura 49) utilizou a mesma estratégia que o Grupo 2, no entanto tiveram o cuidado de apresentar, de forma mais organizada a sua resolução. A resposta está incompleta e os alunos não explicaram o seu raciocínio por escrito, apenas apresentaram os cálculos. Neste trabalho verificamos dois erros que são: "200€+10%=?" e "220%-10%=?". Verifica-se que o grupo compreendeu que é 10% do preço do *Smartphone* mas devia estar referido isso, por exemplo: "10% do preço inicial" e "10% do preço após aumento".

Figura 49:

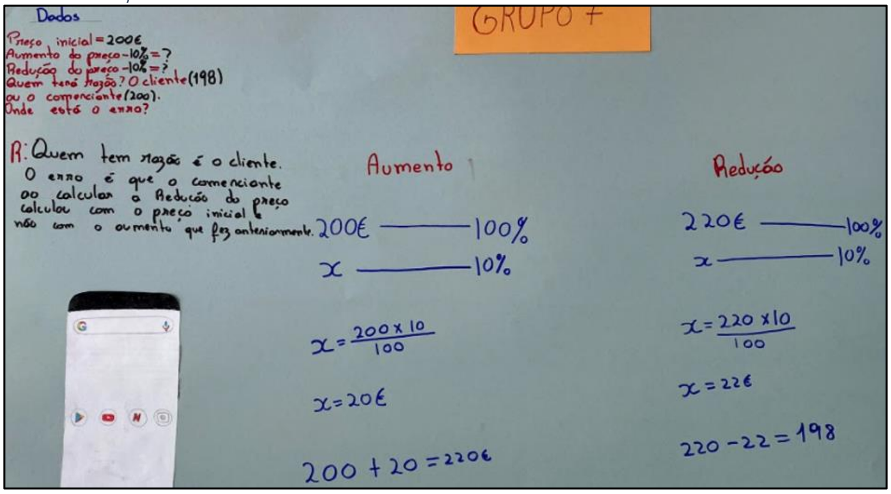
Cartaz do Grupo 4



Continuando na mesma estratégia, temos o Grupo 7 (Figura 50), que apresentou a resolução de forma organizada e a justificação correta e completa, pois responde às questões do problema e explica o raciocínio de forma clara. Este grupo, também, identificou inicialmente os dados do problema, o que demonstra uma boa organização na resolução do problema.

Figura 50:

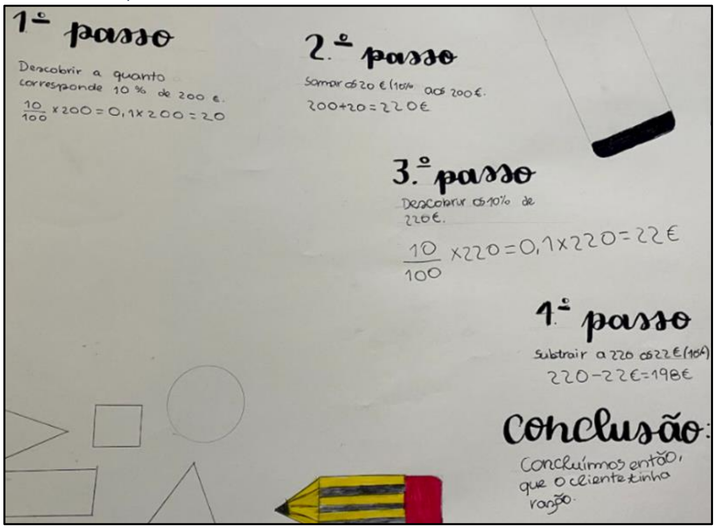
Cartaz do Grupo 7



O Grupo 3 (figura 51) foi o único grupo que explicou todos os passos, mas apresentaram uma resposta incompleta porque apenas referem quem tem razão e não explicam o porquê. Este grupo também se distinguiu por uma resolução diferente, já que optaram por determinar os 10% de 200€ e os 10% de 220€ sem recorrer à "Regra de três simples".

Figura 51:

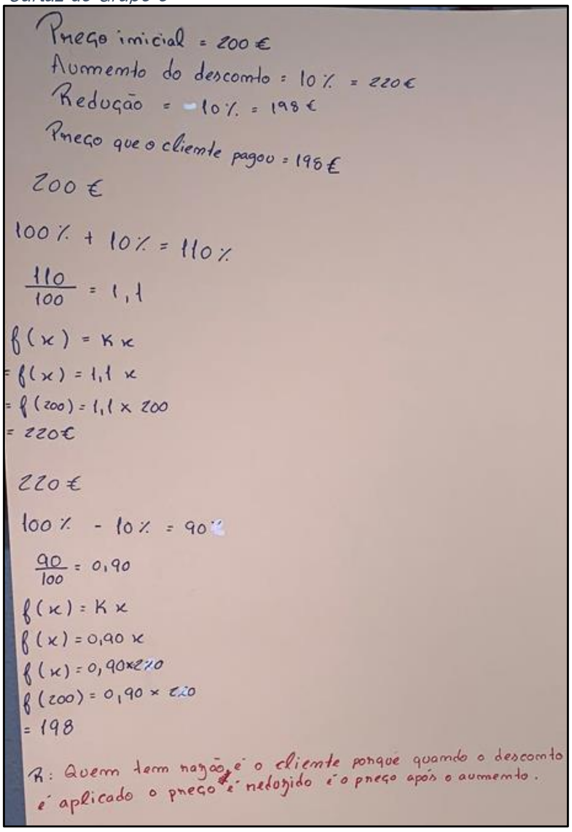
Cartaz do Grupo 3



O Grupo 6 (figura 52) utilizou a *Função de Proporcionalidade Direta*, apresenta os passos corretamente e a resposta está completa e correta. Verifica-se que os alunos compreenderam o tópico lecionado nas aulas anteriores e conseguiram aplicar num problema que envolvia a Proporcionalidade Direta.

Figura 52:

Cartaz do Grupo 6



Após esta análise podemos constatar, que os Grupos 1, 2, 4 e 5 têm pouca habilidade na comunicação escrita e têm algumas dificuldades em explicar o seu raciocínio. Já Grupo 3 não tem dificuldade em explicá-lo, por escrito. Os Grupos 6 e 7 foram os únicos que apresentaram uma resposta correta e conseguiram explicar o erro do comerciante.

Trabalho de Grupo – Gravações

Através das Gravações áudio e vídeo foi possível verificar que em todos os grupos, exceto um, os elementos cooperaram e colaboraram uns com os outros. No geral, todos os grupos trabalharam em equipa e entreajudaram-se e quando alguém tinha dificuldades em compreender, os outros elementos do grupo esforçavam-se para explicar o raciocínio por detrás da resolução do problema. No entanto, no grupo 6 tal não ocorreu, porque apenas um elemento resolveu o problema. Através das Gravações verifica-se que esse elemento se esforçou para explicar o problema e como resolver, mas os restantes elementos não mostraram interesse em ouvir nem em compreender. Apenas no momento de expor o trabalho na cartolina, todos os elementos desse grupo cooperaram e participaram.

Uma das dificuldades antecipadas pela investigadora, era de os alunos não compreenderem que o desconto de 10% incidia sobre o aumento, dificuldade que ocorreu no Grupo 3. Este grupo, no momento em que estavam a resolver o problema, um dos elementos começou por pensar que o preço ficaria igual ao inicial.

> (...)
> Jorge: Então com o aumento o preço fica 220€.
> Lourenço: Sim, mas agora vai haver um desconto de 10%.
> Júlia**:** Oh, então vai ficar outra vez 200€.
> [Passado 2 minutos]
> Frederica: Ahhh não! Não vai ficar 200€ porque o telemóvel agora custa 220€!
> Júlia: Ah pois, então 10% de 220€ não vai dar 20€...
> (...)

Por este diálogo verifica-se que este grupo trabalhou em equipa, pois em conjunto compreenderam o erro e conseguiram explicá-lo. Para estes alunos o trabalho de grupo foi muito positivo.

Feedback

Foi proposto a cada grupo que analisassem os trabalhos dos colegas e comentassem esses mesmos trabalhos, colocando num post-it a sua opinião sobre o trabalho. Foi referido que nesses post-its poderiam colocar dúvidas, erros, elogios, o que achassem que faltava, o que mais gostaram, etc. Os comentários dos post-its eram direcionados para a parte estética e não para o trabalho em si – resolução do problema. Este momento não foi muito produtivo, visto que os alunos apenas comentaram que os trabalhos eram bonitos/feios, que a letra era muito pequena/grande, etc. Provavelmente, se tivesse sido enfatizado que os comentários teriam que estar relacionados com a resolução do problema e não com a estética do cartaz, os comentários seriam mais construtivos.

Discussão coletiva

Nesta aula, cada grupo foi ao quadro apresentar o seu trabalho e a estratégia utilizada para resolver o problema e, de seguida, os alunos que estavam a assistir poderiam fazer comentários ou perguntas sobre o trabalho do grupo que estava a apresentar. Esta interação esperada no fim de cada apresentação não ocorreu, apesar de estarem atentos durante a intervenção dos colegas. Apesar do limite de tempo disponível, os alunos poderiam ter sido estimulados para uma maior participação na discussão coletiva.

Todos os grupos escolheram um orador, para explicar o trabalho e responder às questões, no entanto, num dos grupos outro colega de grupo ajudou o orador. Começando pelo Grupo 1, o aluno que estava a apresentar o trabalho aparentava estar seguro de si e notava-se que conhecia o conteúdo do trabalho, compreendia a resolução e, também se verificava que estava à vontade em explicar oralmente o raciocínio.

(...)

Miguel: O preço do telemóvel é 200€, então 200€ está para 100%. Como houve um aumento de 10%, então x está para 110%.

Professora: Muito bem ...

Miguel: Depois fizemos as contas e deu 220€. Agora 220€ está para 100%. O comerciante quis fazer um desconto de 10%, por isso pusemos x está para 90% e ficou 198€. O cliente tem razão.

Professora: Porque é que o cliente tem razão?

Miguel: O comerciante achava que ao pôr 10% e ao tirar 10% ia ficar igual, mas o telemóvel ficou a valer 220€ depois do aumento. Na regra de três simples o valor que se põe é 220€ está para 100%.

(...)

Este grupo compreendeu qual o erro cometido pelo comerciante e conseguiu transmitir aos restantes colegas o seu raciocínio. No Grupo 2, dois alunos, em conjunto, responderam às questões.

(...)

Lúcia: Então, a gente pensou em fazer a regra de três simples para descobrir quanto valia 10%.

Daniel: 10% do preço do telemóvel.

Lúcia: Isso. E depois somamos esse valor aos 200€, que ficou 220€. A seguir ele (o comerciante) tirou 10%, então fizemos a regra de três simples e descobrimos quanto era 10% do valor do telemóvel. Retiramos esse valor aos 220€, ficando 198€.

Daniel: Por isso o cliente é que tem razão.

Professora: E porque é que o cliente tem razão? Qual foi o erro que o comerciante cometeu?

Lúcia: Porque o senhor que vendeu achava que colocar e tirar iria dar a mesma coisa.

Daniel: E não dá a mesma coisa porque 10% de 200€ é diferente de 10% de 220€.

Lúcia: Ele fez o desconto no primeiro preço, os 200€, e devia ter feito nos 220€.

Professora: Muito bem.

Analisando este diálogo, observamos que a Lúcia complementou a explicação do seu colega o que demonstra que esta aluna consegue facilmente expressar o raciocínio. Também este grupo revelou compreender o erro do comerciante. Os Grupos 4, 5 e 7 tiveram um discurso semelhante ao Grupo 1 e 2 e chegaram à mesma conclusão. O elemento do Grupo 3 que foi apresentar, também, não teve dificuldades em explicar a sua estratégia. De relembrar, que este grupo foi o único que apresentou todos os passos e explicou-os por escrito.

Júlia: Primeiro descobrimos quanto era 10% de 200€ e vimos que era 20€. Somamos 20€ aos 200€ e ficou 220€. Depois o comerciante decidiu fazer um desconto de 10% por isso fizemos 10% de 220€ para saber qual o valor que tínhamos de retirar aos 220€. E ficou 198€. O cliente tem razão, porque quando se fez o desconto o preço era 220€. O comerciante fez 10% de 200€ em vez de 220€.

Após esta apresentação, a investigadora salientou que deveriam ter muita atenção ao enunciado para saberem quais as perguntas que é necessário responder. Considerou importante referir isto, porque houve muitos grupos que não apresentaram uma resposta completa. O orador do Grupo 5, na sua apresentação explicou que tinham cometido um erro na resposta:

Leonardo: A diminuição de 10% ficaria 90%, 100%-10%=90%. O que queríamos dizer na resposta, era que 90% de 220€ ficaria 198€.

A restante apresentação foi semelhante às anteriores. O Grupo 6, usou a *Função de Proporcionalidade* Direta para resolver o problema.

Filipe: Primeiro fizemos os 10%+100% que deu 110%. Depois fizemos 110 a dividir por 100 e deu 1,1. Usamos a função que aprendemos e ficou f(x)=1,1x. Como o preço é 200€, então x=200 e f(200)=1,1×200=220€.

220€ é o preço com o aumento de 10%. O comerciante decidiu fazer um desconto de 10%, então temos que tirar 10% aos 100% que fica 90%. 90 a dividir por 100 é 0,9. Usando, outra vez, a função de proporcionalidade direta, ficou f(x)=0,9x. Como o preço antes do desconto era 220€, então x=220, f(220)=198€.

4.4. Secção 4: Fichas formativas

Foram elaboradas duas versões por causa dos diferentes níveis de aprendizagem, a versão A é a mais acessível. Estas duas fichas foram apresentadas no fim da Intervenção Pedagógica para averiguar se os alunos compreenderam o tópico lecionado nas últimas aulas, verificar se desenvolveram a sua escrita matemática e se colmataram as dificuldades relativamente à resolução de problemas sobre *Proporcionalidade Direta*.

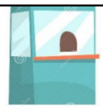
Os primeiros resultados, dizem respeito à análise da questão 3.2 da versão A e 3.1. da versão B. Como são idênticas, apenas os valores diferem, será apresentado, em conjunto, a análise a estas duas questões.

Questão 3.2./3.1.

Figura 53:

Questão 3.1. - Ficha formativa versão B

x: Número de bilhetes	3	4	8	10
$f(x)$: Custo em euros	15	20	40	50



A tabela representa uma função de proporcionalidade direta? Se sim, indica a constante de proporcionalidade. **Justifica as tuas respostas.**

Figura 54:

Questão 3.2. - Ficha formativa versão A

x: número de ovos	2	4	5	6
$f(x)$: quantidade de farinha	160			

A função representada na tabela é uma função de proporcionalidade direta? **Justifica a tua resposta.**

A maioria dos alunos respondeu a esta questão, sendo que dezoito alunos responderam corretamente e três apresentaram uma resposta incorreta. Sete alunos não responderam a esta questão. Os que erraram fizeram o cálculo ao contrário, isto é, em vez de fazer o quociente entre f(x) e x, fizeram o quociente entre x e f(x) (Figura 55). O que se verifica que estes alunos não assimilaram corretamente a noção de *Função de Proporcionalidade Direta*.

Figura 55:

Resposta à questão 3.1. do Daniel

$\frac{3}{15} = 0,2$ $\quad \frac{8}{40} = 0,2$

$\frac{4}{20} = 0,2$ $\quad \frac{10}{50} = 0,2$

R: É uma função de proporcionalidade direta porque a constante é 0,2.

Dez alunos responderam de forma correta e completa e registaram uma resolução idêntica à apresentada pelo Filipe (Figura 56). Estes alunos compreenderam o tópico lecionado e explicaram o seu raciocínio e justificaram a sua resposta.

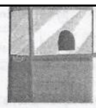
Figura 56:

Resposta à questão 3.1. do Filipe

$\frac{15}{3} = 5$ $\quad \frac{20}{4} = 5$

$\frac{40}{8} = 5$ $\quad \frac{50}{10} = 5$

x: Número de bilhetes	3	4	8	10
$f(x)$: Custo em euros	15	20	40	50



3.1. A tabela representa uma função de proporcionalidade direta? Se sim, indica a constante de proporcionalidade. **Justifica as tuas respostas.**

~~A tabela~~ É função de proporcionalidade direta porque é constante o quociente entre f(x) e x. A constante de proporcionalidade é 5.

No entanto, dos dezoito alunos que redigiram uma resposta correta, oito apresentaram-na de forma incompleta, sendo que expuseram os cálculos, indicaram a constante e afirmaram que a função era de *Proporcionalidade Direta*, mas não justificaram por escrito (Figura 57). Esta falta de justificação pode indicar que os alunos têm dificuldade em comunicar as suas ideias por escrito ou consideram que a apresentação dos cálculos é suficiente.

Figura 57:

Resposta à questão 3.1. da Frederica

15 : 3 = 5 R: Sim, porque a constante de proporcionalidade é 5.
20 : 4 = 5
40 : 8 = 5
50 : 10 = 5

Problema 6 – Versão A

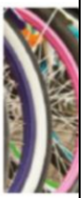
Figura 58:

Questão 6 - ficha formativa versão A

Num parque de uma cidade existe um quiosque que aluga bicicletas e que tem a seguinte informação:

Preço a pagar pelo aluguer:

1,50€ por hora



Quanto terias de pagar se o aluguer durasse 3 horas? E 4 horas? E 6 horas?

Este problema foi elaborado com o objetivo de incentivar os alunos a utilizar a *Função de Proporcionalidade Direta*, no entanto nenhum dos alunos a utilizou. Este problema foi respondido pela maioria dos alunos, sendo que apenas um não respondeu. Todos os alunos que resolveram este problema apresentaram uma resposta correta, no entanto, cinco alunos apesar de terem exposto os cálculos e chegarem à solução, não redigiram a resposta ao problema. Nas resoluções analisadas, surgiram duas estratégias diferentes, uma utilizando as adições sucessivas e a outra pelo fator escalar. Três alunos resolveram o problema pela mesma estratégia que a Alice aplicou (figura 59), recorrendo a adições sucessivas, sendo que apenas um não apresentou a resposta.

Figura 59:

Resolução do problema 6 da Alice

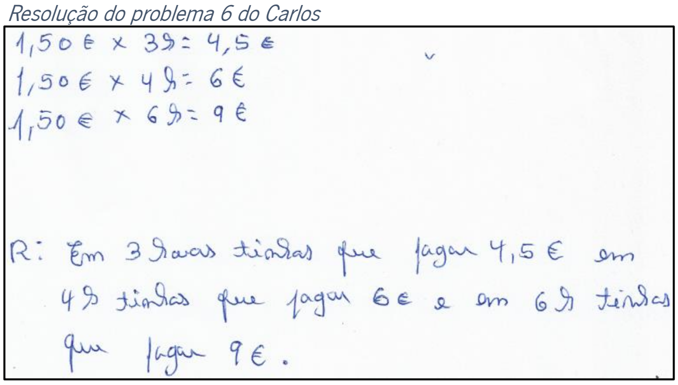
3 h = 1,5 + 1,5 + 1,5 = 4,5 €
4 h = 1,5 + 1,5 + 1,5 + 1,5 = 6 €
6 h = 1,5 + 1,5 + 1,5 + 1,5 + 1,5 + 1,5 = 9 €

R.: Teria que pagar 3h = 4,5 €, 4h = 6 € e 6h = 9 €.

Em relação à estratégia com recurso ao fator escalar, sete alunos utilizaram-na embora apenas três redigiram uma resposta. Por exemplo, o Carlos respondeu de forma completa (figura 60).

Figura 60:

Resolução do problema 6 do Carlos


1,50 € × 3 l = 4,5 €

1,50 € × 4 l = 6 €

1,50 € × 6 l = 9 €

R: Em 3 latas tintas que pagar 4,5 € em 4 l tintas que pagar 6 € e em 6 l tintas que pagar 9 €.

Problema 7 – Versão B

Figura 61:

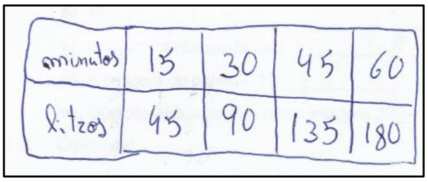
Questão 7 - Ficha formativa versão B

A quantidade de água que sai de uma torneira é **diretamente proporcional** ao tempo em que ela se encontra aberta. O Rui queria encher um tanque de água, durante **15 minutos** encheu **45 litros** de água.
Qual a quantidade de água que sai da torneira em 30 minutos? Em 45 minutos? E em 60 minutos?

A elaboração deste problema teve o mesmo objetivo que o anterior, sendo que nesta versão, também, nenhum aluno optou pelo uso da *Função de Proporcionalidade Direta*. Este problema foi respondido pela maioria dos alunos, sendo que apenas um não respondeu e um aluno exibiu uma resolução errada. Dos alunos que apresentaram uma resolução correta, três expuseram os cálculos e chegaram à solução correta, mas não redigiram a resposta ao problema e apenas dois registaram o resultado final, sem cálculos nem justificações (Figura 62).

Figura 62:

Resposta ao problema 7 do Luciano

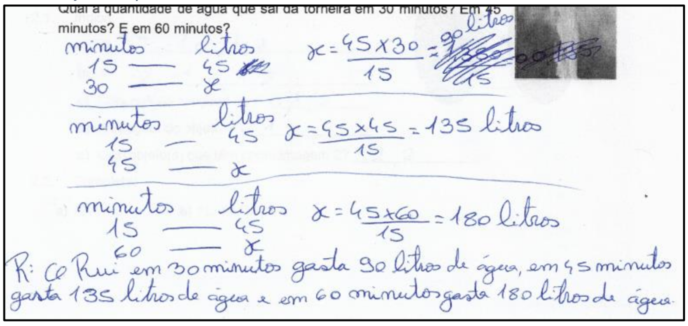


minutos	15	30	45	60
litros	45	90	135	180

Nas resoluções analisadas, apenas surgiram duas estratégias diferentes, uma utilizando a “Regra de três simples” e a outra pelo método das adições sucessivas. Dez alunos aplicaram a “Regra de três simples”, apresentando assim uma resolução idêntica à da Frederica ilustrada na Figura 63. Três dos dez alunos não anotaram a resposta.

Figura 63:

Resolução do problema 7 da Frederica


Qual a quantidade de água que sai da torneira em 30 minutos? Em 45 minutos? E em 60 minutos?

minutos — litros
15 — 45
30 — x
$x = \frac{45 \times 30}{15} = 90$ litros

minutos — litros
15 — 45
45 — x
$x = \frac{45 \times 45}{15} = 135$ litros

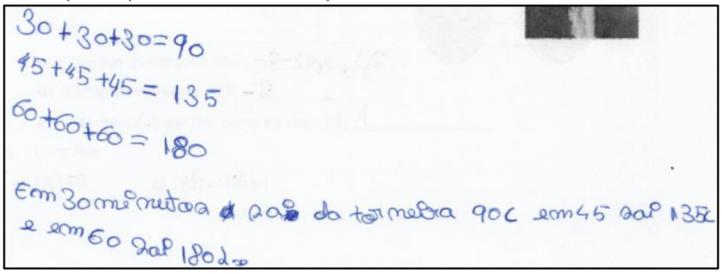
minutos — litros
15 — 45
60 — x
$x = \frac{45 \times 60}{15} = 180$ litros

R: O Rui em 30 minutos gasta 90 litros de água, em 45 minutos gasta 135 litros de água e em 60 minutos gasta 180 litros de água.

Em relação às adições sucessivas, apenas um aluno a aplicou neste problema tal como é ilustrado na figura 64.

Figura 64:

Resolução do problema 7 do Lourenço

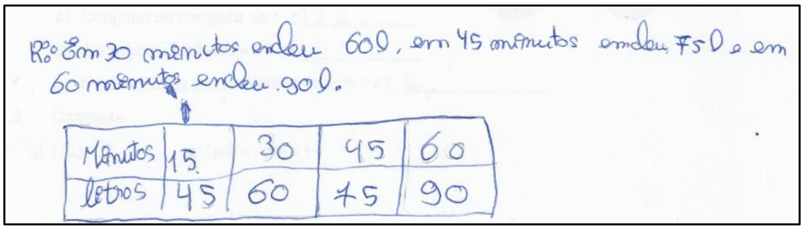

30+30+30=90
45+45+45=135
60+60+60=180

Em 30 minutos sai da torneira 90 l em 45 sai 135 l e em 60 sai 180 l.

Na figura 65, verificamos que há uma falta de compreensão sobre a natureza multiplicativa que envolve a relação de proporcionalidade. Através da figura 65, verifica-se que o aluno adicionou 15 aos 45 litros, 15 aos 60 litros e 15 aos 75 litros, logo não compreendeu que se os minutos duplicam então os litros duplicam também. Com isto, podemos constatar que há uma falta de compreensão relativamente à noção de covariância apresentada por Lamon (2020). Este aluno não apresentou os cálculos que efetuou e não explicou o seu raciocínio.

Figura 65:

Resolução do problema 7 do Daniel


R: Em 30 minutos endeu 60 l, em 45 minutos endeu 75 l e em 60 minutos endeu 90 l.

Minutos	15	30	45	60
litros	45	60	75	90

No geral, conclui-se que a "Regra de três simples" continua a ser a estratégia mais aplicada em detrimento da *Função de Proporcionalidade Direta*. Relativamente à comunicação escrita, os alunos apenas redigiram a resposta aos problemas e na questão onde era solicitado que justificasse se a tabela representava ou não uma *Função de Proporcionalidade Direta*, apenas dez alunos registaram uma resposta correta e completa.

4.5. Secção 5: Questionário

O primeiro tópico deste Questionário diz respeito à opinião dos alunos, relativamente às aulas lecionadas pela professora estagiária. Apenas quatro alunos não responderam na secção destinada a escrever a sua opinião. Sobre a postura da mesma ao longo das aulas, os alunos referiram que "as aulas foram boas e a professora explica bem", "são muito divertidas, são bem explicadas e aprendemos super bem" e "deu para entender a matéria". Acerca do Trabalho de Grupo (TG), catorze alunos referiram que "o trabalho de grupo foi bom" e "foi divertido e interessante"; três alunos afirmaram que esta metodologia os ajudou a aceitar a opinião dos colegas – "ajudou-me a aceitar as respostas dos meus colegas"; e sete revelaram que aprenderam com os colegas e aprenderam a trabalhar em equipa – "Foi muito bom porque a gente trabalhou em conjunto", "deu para apender com os meus colegas" e "aprendemos a resolver muito melhor em conjunto". Todos os alunos afirmaram que gostaram de trabalhar em grupo. Sobre a compreensão do tópico *Função de Proporcionalidade Direta* e o Trabalho de Grupo, quinze alunos mencionaram que o TG os ajudou a compreender melhor este tópico, porque com o apoio dos colegas, a colaboração e com a troca de ideias conseguiram ultrapassar as dificuldades relativamente ao tópico lecionado, por exemplo, "havia coisas que eu não entendi e os meus colegas de grupo me ajudaram", "consegui ver o ponto de vista dos meus colegas em relação à proporcionalidade direta" e "em grupo temos a ajuda dos colegas e também podemos trocar opiniões de como resolver os problemas". E nove alunos apenas responderam "sim" à pergunta "Consideras que o trabalho de grupo te ajudou a compreender a Função de Proporcionalidade Direta?". Todos os alunos afirmaram que este tópico ficou bem compreendido. Sobre a questão "Nas aulas de Matemática gosto quando:" (questão de opção), dezassete alunos indicam que gostam do momento em que o professor expõe a matéria, doze alunos assinalaram a opção "o professor propõe a resolução de exercícios" e vinte e seis alunos referem que gostam do trabalho em grupo.

Ainda nas questões de opção, no tópico referente à Resolução de problemas, vinte e quatro alunos afirmaram que quando estão a resolver problemas gostam da sensação de desafio e cinco alunos referiram que sentem ansiedade. Quando estão a resolver problemas, vinte e cinco alunos afirmaram que, tentam ler o enunciado várias vezes até compreendê-lo, vinte e um referiram que apontam os dados mais importantes, vinte e cinco alunos revelaram que verificam a resposta após a resolução e vinte e dois alunos confirmam que justificam o seu raciocínio. Relativamente às dificuldades "no momento de resolver problemas", doze alunos indicam que têm dificuldades em pensar numa estratégia para resolvê-lo, treze têm dificuldade na execução dessa estratégia, dezassete na explicação dos passos da resolução e doze alunos no modo de iniciar a resolução do problema. Vinte alunos referem que sentem essas dificuldades, porque têm falta de confiança nas suas capacidades e quinze alunos indicam que têm pouca prática na escrita matemática. Visto que o TG esteve muito presente na Intervenção Pedagógica, uma das questões de opção, deste questionário era direcionado para a resolução de problemas em grupo. Vinte e dois alunos consideram que todos os elementos do grupo colaboraram na resolução de problemas, vinte e um afirmam que o TG permitiu que os colegas de trabalho se ajudassem uns aos outros, vinte e cinco consideram que foram encorajados pela professora a resolver problemas e vinte e três referiram que tiveram apoio da professora na reflexão sobre o modo de resolver os problemas.

Sobre as estratégias implementadas na resolução dos problemas, vinte alunos referiram que utilizam a “Regra de três simples” e dez afirmaram que aplicavam a “Construção de tabelas”. Nove alunos indicaram a “Função de Proporcionalidade Direta” como uma das estratégias que mais utilizavam.

Na secção sobre a *Gallery Walk*, a maioria dos alunos referiram que o TG foi muito importante: “ajudamos os colegas com mais dificuldades”, “os membros do meu grupo ajudaram-me quando tive dúvidas”, “partilhamos ideias”, “ajudou-nos a perceber melhor a matéria”, “aprendemos a respeitar os nossos colegas”, “para compreender o ponto de vista dos outros” e “em grupo aprendemos mais e discutimos o problema”. Sobre as vantagens, os alunos apresentam os mesmos argumentos enumerados acima, e sobre as desvantagens, apenas referem que alguns elementos do grupo não cooperaram – “alguns elementos do grupo trabalham e outros não” e “uns trabalharam mais que outros”. Sobre a discussão, dezoito alunos referem que acham este momento benéfico: “aprendi com os meus erros e os dos colegas”, “conhecer novas formas de resolver os problemas”, “os meus erros e dos meus amigos foram esclarecidos pela professora”, “aprendemos mais”, “sabemos a opinião dos outros” e “se não percebermos uma coisa a stora explica”. Seis alunos não responderam a esta questão. Relativamente à comunicação escrita, todos os alunos afirmaram que esta atividade os ajudou a melhorar a sua capacidade de escrever, mas apenas dois alunos referiram o porquê: “aprendi a justificar melhor as minhas respostas” e “aprendi a explicar o que estou a fazer no problema”.

Resumindo, podemos afirmar que, no geral, os alunos gostaram de trabalhar em grupo, consideram que foi benéfico para eles trabalhar com os colegas pois aprenderam uns com os outros e ajudaram quem tinha mais dificuldade. Ao longo deste questionário, também é notório que os alunos consideram que a *Gallery Walk* os ajudou a melhorar a sua escrita matemática e a resolver problemas.

4.6. Secção 6: Evolução

Nesta secção será explicada a evolução dos alunos na resolução dos problemas, as diferentes estratégias que os alunos utilizaram ao longo da Intervenção Pedagógica e a evolução da comunicação escrita dos alunos.

4.6.1. Diferentes estratégias de resolução

Tendo em consideração que as fichas de trabalho 1 e 2 e o trabalho realizado na *Gallery Walk* foram resolvidas em grupos e as restantes fichas foram resolvidas individualmente, será de seguida apresentado, na tabela 12, um balanço das estratégias aplicadas pelos alunos ao longo da intervenção.

Tabela 12:

Balanço das estratégias utilizadas pelos alunos

Produções dos alunos / Estratégias	Ficha de diagnóstico	Ficha de Trabalho 1	Ficha de Trabalho 2	Gallery Walk	Ficha Formativa	Questionário
Razão unitária	-	-	-	-	-	-
Fator escalar	4	-	-	1	10	-
Comparação das razões	-	-	-	-	-	-
Algoritmo do produto cruzado	15	9	7	5	23	15
Estratégia da interpretação gráfica	-	-	-	-	-	-
Building-up	-	-	-	-	4	-
Diferença constante	-	-	-	-	-	-
Função de Proporcionalidade Direta	-	-	1	1	-	5
Construção de tabelas	2	-	-	-	3	8
Total	21	9	8	7	40	28

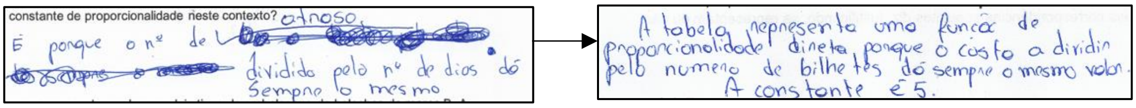
Os números apresentados na tabela representam o número de vezes que essa estratégia foi aplicada na ficha em questão. Os alunos foram utilizando diferentes estratégias de resolução o que demonstra que aprenderam diferentes estratégias com os colegas. É de salientar que apenas dois grupos (Grupo 5 na ficha de trabalho 2 e grupo 6 na *Gallery Walk*) aplicaram a *Função de Proporcionalidade Direta*. Este facto pode significar que esta estratégia pode não ter sido compreendida por todos os alunos.

4.6.2. Comunicação escrita

Ao longo da análise das várias fichas apresentadas aos alunos, observou-se uma pequena evolução da capacidade de comunicação escrita dos alunos. Para evidenciar a evolução dos alunos na comunicação escrita, optou-se por apresentar a resposta à questão 6. b) da ficha de diagnóstico e a resposta à questão 3.1. (versão B) da ficha formativa. Por exemplo, na figura 66 encontra-se as respostas a essas duas questões onde se verifica que a aluna melhorou a escrita, mostrando as suas ideias de forma mais clara e coerente. Através da figura 66, consegue-se verificar que a aluna apurou a sua construção frásica, ou seja, responde de forma correta à questão indicada e explica o seu raciocínio corretamente e apresentou uma resposta completa, identificando a constante (o que não aconteceu na questão 6.b). Esta progressão foi visível em mais seis alunos.

Figura 66:

Resposta à questão 6.b) - Resposta à questão 3.1. [Laura]


constante de proporcionalidade neste contexto? ~~atroso~~

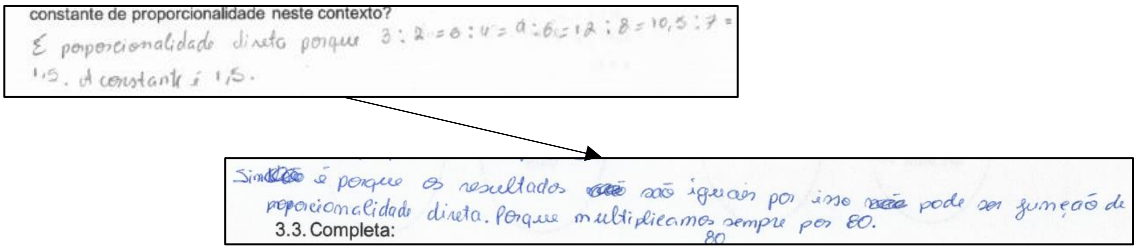
É porque o nº de ... dividido pelo nº de dias dá sempre o mesmo

A tabela representa uma função de proporcionalidade direta, porque o custo a dividir pelo numero de bilhetes dá sempre o mesmo valor. A constante é 5.

Em relação à figura 67, observa-se que a aluna desenvolveu a sua comunicação escrita, pois, na questão 6.b) da ficha diagnóstico (anexo 1) justificou-se apenas com cálculos e na questão 3.2. (versão A) da ficha formativa (anexo 6) explicaram através de texto o seu raciocínio de forma clara. Houve mais cinco alunos onde foi possível notar este progresso (figura 67).

Figura 67:

Resposta à questão 6.b) - Resposta à questão 3.2. [Adriana]


constante de proporcionalidade neste contexto?

É proporcionalidade direta porque 3 : 2 = 6 : 4 = 9 : 6 = 12 : 8 = 10,5 : 7 = 1,5. A constante é 1,5.

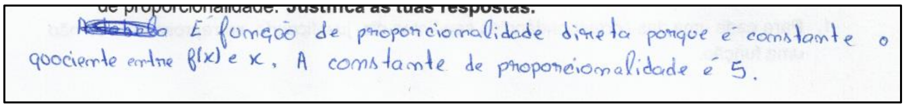
Sim é porque os resultados são iguais por isso pode ser função de proporcionalidade direta. Porque multiplicamos sempre por 80.

3.3. Completa:

No entanto, houve um aluno que se destacou bastante no que toca ao desenvolvimento da escrita matemática, esse aluno foi o Filipe (Figura 68). Este aluno, no início da intervenção tinha dificuldade em explicar o seu raciocínio, esta dificuldade observou-se na ficha de diagnóstico. Ao longo das aulas, o aluno foi solicitando o apoio da investigadora e com esse apoio melhorou bastante, ao ponto de apresentar uma resposta clara e coerente. Com esta evolução, pode-se constatar que o aluno compreendeu o tópico em estudo e desenvolveu a sua escrita matemática.

Figura 68:

Resposta à questão 3.1. do Filipe


de proporcionalidade. Justifica as tuas respostas.

~~A tabela~~ É função de proporcionalidade direta porque é constante o quociente entre f(x) e x. A constante de proporcionalidade é 5.

Em relação aos restantes alunos, a evolução foi mais leve, sendo que dois dos alunos continuam com dificuldades na explicitação escrita do seu raciocínio.

Na tabela 13 será demonstrada a evolução dos alunos na explicitação das resoluções dos problemas. Com isto, é possível observar que houve uma pequena evolução em relação à explicitação do raciocínio.

Tabela 13:

Evolução sobre a explicitação da resolução de problemas

Produções dos alunos / **Resolução de problemas**	Ficha de diagnóstico (individual)	Ficha de Trabalho 1 (Grupos)	Ficha de Trabalho 2 (Grupos)	Gallery Walk (Grupos)	Ficha Formativa (individual)
Identificação dos dados	0/28	0/7	0/7	1/7	10/28
Apresentação das etapas	6/28	5/7	6/7	7/7	16/28
Apresentação dos cálculos	18/28	7/7	7/7	7/7	23/28
Justificação	1/28	1/7	1/7	1/7	5/28
Apresentação da resposta	21/28	7/7	7/7	7/7	17/28

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES, IMPLICAÇÕES, RECOMENDAÇÕES E LIMITAÇÕES

Este capítulo encontra-se dividido em três subcapítulos, sendo a primeira dedicada às conclusões deste estudo e nas duas últimas secções são apresentadas as implicações, recomendações e limitações do estudo.

5.1. Conclusões

Neste subcapítulo serão apresentadas as respostas às questões de investigação em conformidade com os resultados obtidos.

5.1.1. Questão 1: Quais as estratégias utilizadas na resolução de problemas de proporcionalidade direta? Que dificuldades sentem?

No enquadramento teórico foram abordadas as várias estratégias de resolução de problemas sobre Proporcionalidade Direta apresentadas por alguns autores. Através dos dados recolhidos pelas várias fichas e pelo questionário, foi construída a tabela 12 com a finalidade de expor as estratégias que os alunos utilizaram na resolução de problemas sobre o tópico em estudo.

Ao longo da intervenção, verificou-se que vários alunos recorriam a tabelas na resolução de problemas sobre proporcionalidade direta quando aplicavam a estratégia *fator escalar* (Tabela 12). Através da tabela 12 observa-se que o *algoritmo do produto cruzado* foi a única estratégia que esteve presente em todas as fichas aplicadas ao longo da intervenção. Cramer et al. (1993, referido por Viegas, 2018) declararam que a *razão unitária* era uma das estratégias mais utilizadas pelos alunos, o que não se verificou neste estudo, pois nenhum aluno a aplicou em nenhum problema. Mas, os mesmos autores afirmam que isto apenas ocorre quando os alunos não têm conhecimento da estratégia do *algoritmo do produto cruzado*. Como se observa na tabela 12 esta foi a estratégia mais utilizada ao longo da intervenção, o que pode demonstrar que os alunos estão mais à vontade com esta estratégia, indo assim ao encontro do que Menduni-Bartoli e Barbosa (2017) referem: o *algoritmo do produto cruzado* ou *regra de três simples* é apresentada aos alunos de forma prioritária no ensino da proporcionalidade direta. Observa-se, também, que o *fator escalar* foi a estratégia em que se verificou uma maior evolução ao longo da intervenção, pode significar que os alunos compreenderam a relação multiplicativa de medidas inerente à proporcionalidade direta (Cramer et al., 1993, referido em Viegas, 2018). Em relação ao *Building-up* e à *Função de Proporcionalidade Direta* observa-se que foram utilizadas isoladamente, isto é, o *Building-up* foi aplicado apenas na ficha formativa e a *Função de Proporcionalidade Direta* foi aplicado na ficha de trabalho 2 e na *Gallery Walk*. Com isto, podemos concluir que ao longo da intervenção os alunos recorreram a diversas estratégias na resolução de problemas de proporcionalidade direta: *Algoritmo do produto cruzado*, *fator escalar*, *building-up*, *Função de Proporcionalidade Direta* e *construção de tabelas*.

Através das produções dos alunos e das gravações constatou-se que uma das dificuldades mais sentidas pelos alunos no momento de resolver problemas diz respeito à compreensão do enunciado, ou seja, apresentam uma falta de domínio da língua materna e têm dificuldades em compreender o contexto apresentado no problema. Verificou-se, também, que alguns alunos sentem dificuldade em compreender se a situação apresentada no problema envolve ou não proporcionalidade direta. No questionário, a maioria dos alunos referiram que sentem dificuldades em planear uma estratégia e executá-la. Com isto, verifica-se que estas dificuldades vão ao encontro das apresentadas pelo Costa e Ponte (2008) e por Silvestre (2012).

5.1.2. Questão 2: Como explicitam os alunos as resoluções de problemas de proporcionalidade direta? Que dificuldades sentem na escrita?

No início da intervenção poucos eram os alunos que apresentavam uma resposta completa ao problema, apenas um aluno explicou o seu raciocínio. Em relação à "Apresentação da resposta" observa-se um pequeno decréscimo, mas é de salientar que na ficha de diagnóstico a maior parte dos alunos apresentaram apenas a solução do problema, enquanto na ficha formativa houve menos alunos a responder, porém a resposta apresentada era completa e clara.

Pela tabela 13, observa-se que a maior parte dos alunos no início da intervenção, perante um problema, apresentavam apenas os cálculos e a resposta ao enunciado. Já na ficha formativa, constata-se que evoluíram na forma como explicitam a resolução do problema: Identificam os dados, apresentam as etapas de resolução, os cálculos e uma resposta completa. Sobre a "apresentação das etapas" verifica-se que ao longo da intervenção alguns alunos começaram a apresentar as etapas do problema. Quanto à "identificação dos dados", no início da intervenção todos os alunos não identificavam os dados do problema, sendo que na ficha formativa (final da intervenção) 10 alunos identificaram-nos.

Através das produções dos alunos foi possível identificar algumas dificuldades, dos alunos, na escrita. Uma delas diz respeito à construção frásica, por outras palavras, os alunos apresentam justificações pouco coerentes por causa do pouco domínio sobre os conceitos matemáticos. Esta dificuldade, também poderá estar associada à falta de domínio da língua materna, ou seja, os alunos têm pouca aptidão em converter as suas ideias em palavras e apresentam pouca destreza em estabelecer ligações entre o próprio conhecimento e o que se pretende justificar. Ao longo das aulas, foi possível verificar que alguns alunos sentiram muita dificuldade em explicar textualmente a sua estratégia e as etapas de resolução, porque, segundo eles, não conseguiam explicar sem ser através dos cálculos. Alguns alunos responderam incorretamente às tarefas por não terem interpretado corretamente o enunciado. Ao longo do questionário, houve vários alunos que referiram que sentiram dificuldades na escrita matemática, por terem falta de confiança em si e por terem pouca prática na transcrição das suas ideias para texto.

5.1.3. Questão 3: Na perspetiva dos alunos, qual o contributo do trabalho realizado através da GW para a evolução da comunicação escrita? Para a compreensão da Proporcionalidade direta?

Os alunos partilharam a sua perspetiva sobre a *Gallery Walk* no questionário apresentado no final da intervenção. A maioria dos alunos referiram que no TG, os colegas colaboravam uns com os outros e apoiavam-se nos momentos de maiores dificuldades. Muitos deles referiram, ainda, que quando um colega tinha dúvidas, os restantes colegas de grupo uniam-se com o objetivo de lhe explicar a estratégia de resolução e o seu raciocínio. A aprendizagem conjunta foi outro dos aspetos mais mencionados pelos alunos, pois, segundo os mesmos, esta atividade proporcionou um ambiente de entreajuda que lhes ajudou a compreender melhor o tópico em estudo e a colmatar algumas dificuldades.

Em relação ao momento da discussão, muitos alunos referiram que aprenderam bastante com os colegas, porque aprenderam estratégias diferentes de resolução, ficaram a compreender melhor o tópico em estudo, aprenderam a respeitar as ideias e opiniões dos colegas e, mais importante, aprenderam com os erros e dificuldades um dos outros. No momento de apresentar a resposta ao problema e de justificar o raciocínio, verificou-se que os elementos do grupo dialogaram para apresentar uma resposta completa ao problema. No entanto, através dos trabalhos apresentados averiguou-se que a maioria dos grupos não conseguiu transmitir o seu raciocínio por palavras, pois no momento de discussão, oralmente, conseguiram comunicar as suas ideias e justificações, no entanto, nos cartazes não estava transmitida essa mensagem corretamente. Os alunos indicaram que esta atividade os ajudou a melhorar a sua capacidade de escrita, pois através da discussão aprenderam, com os restantes colegas e a investigadora, como devem melhorar as suas justificações/respostas e como devem explicar as etapas de resolução.

Resumindo, pelo ponto de vista dos alunos esta atividade tem vários benefícios, tais como: a entreajuda, a aprendizagem colaborativa, melhoria nas aprendizagens, desenvolvimento da comunicação matemática, aprendizagem de novas ideias e estratégias e aceitação das opiniões dos colegas, aspetos que são referidos por Vale e Barbosa (2018).

5.2. Reflexões, recomendações e limitações

Antes da implementação deste projeto, verificou-se que a turma em estudo não tinha muita prática com problemas, no entanto, existia muita entreajuda entre colegas. Por estas razões optou-se por colocar os alunos em grupo a resolver problemas sobre o tópico em estudo, para que em conjunto desenvolvessem a sua capacidade de resolução de problemas. Devido à situação pandémica que estamos a ultrapassar encontrou-se algumas barreiras, no que se refere ao Trabalho de Grupo. Foi possível organizar os alunos em grupos, mas com o afastamento sugerido pela DGS, os elementos do grupo encontravam-se muito afastados uns dos outros. Esse distanciamento levava a que sentissem necessidade de falar mais alto e levantarem-se para conseguirem explicar o seu raciocínio aos restantes colegas de grupo. Acredito que numa situação "normal" o ruído na sala não seria tão intenso. Outro entrave, também decorrente da pandemia, foi o tempo limitado para a intervenção. Inicialmente estava previsto contar com mais aulas para a resolução de problemas em grupo antes da implementação da atividade *Gallery Walk*. Este entrave ocorreu devido à necessidade de cumprir o programa. Uma recomendação para futuro é tentar alargar o tempo da intervenção para se retirar melhores resultados quanto à postura dos alunos perante a resolução de problemas e no desenvolvimento da comunicação escrita. Com esta expansão do tempo, se se utilizasse mais aulas para o trabalho de grupo acredito que, provavelmente, a evolução dos alunos no que toca à comunicação escrita e resolução de problemas seria mais notória.

Outra das dificuldades encontradas, foi na escolha de problemas. A turma era bastante heterogénea e esse aspeto dificultou a procura de problemas adequados ao perfil da turma e que incentivasse os alunos a usar a Função de Proporcionalidade Direta sem ser pedido explicitamente. Outra recomendação para estudos futuros é incluir a formulação de problemas, uma ação estratégica e um dos objetivos de aprendizagem sugeridos pelas novas *Aprendizagens Essenciais* (DGE, 2021).

Posto isto, conclui-se que, perante um problema de proporcionalidade direta, os alunos, geralmente, apresentam os cálculos necessários para encontrar a solução do problema e apresentam a resposta ao problema, no entanto, poucos alunos explicam o seu raciocínio por palavras e justificam as suas respostas. A *Gallery Walk* é uma metodologia de ensino que envolve ativamente os alunos e que contribui para a evolução da comunicação escrita e para a compreensão da matemática. Ao longo desta atividade observou-se que os alunos com mais dificuldades aprenderam com os seus colegas de grupo a justificar uma resposta ao problema e a explicar as etapas de resolução. O momento da discussão foi produtivo pois, os alunos aprenderam estratégias diferentes de resolução e aprenderam como justificar uma resposta e como explicitar as etapas de resolução.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Allevato, N., & Vieira, G. (2016). Do ensino através da resolução de problemas abertos às investigações matemáticas: possibilidades para a aprendizagem. *Quadrante, 25*(1), 113-131. https://doi.org/10.48489/quadrante.22926

Alves, C. S. (2012). *Comunicação escrita de alunos do 6.º ano de escolaridade quando resolvem tarefas envolvendo proporcionalidade direta* [Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo]. Repositório Científico IPVC. http://hdl.handle.net/20.500.11960/1407

Avelar, P., Faria, D., & Kawasaki, T. (2019). O ensino e a aprendizagem da proporcionalidade direta no 9.º ano: Contributo de uma unidade didática em ambiente de sala de aula invertida. *Revista Educação e Matemática, 153*, 47-50. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2585

Barbosa, A., & Vale, I. (2019, março 15-16). *A troca de correspondência como estratégia para evidenciar a comunicação escrita* [Conferência]. Inovação no Ensino da Matemática e das Ciências 2019, Escola Superior de Educação de Santarém. https://www.researchgate.net/publication/336591924_A_troca_de_correspondencia_como_estrategia_para_evidenciar_a_comunicacao_matematica_escrita

Baxter, G., & Junker, B. (2001, abril 07). *Designing Cognitive-Developmental Assessments: A Case Study in Proportional Reasoning* [Paper presentation]. Anual meeting of the National Council for Measurement in Education, Seattle, Washington. http://www.stat.cmu.edu/~brian/rpm/baxterjunkerncme.pdf

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico* (1.ª edição). Ministério da Educação – Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/2008%202009/experiencia_matematicaEB.pdf

Carvalho, C. J., Dourado, L. (2013). Proposta de uma tipologia de cenários usados na Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas. In CIEd (Ed.), *Atas do XII Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 2746-2763). Universidade do Minho. http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/25190

Castro, N. A. (2014). *A Comunicação escrita no ensino da matemática: experiência realizada com uma turma do 10.º ano de escolaridade durante o estudo das funções*. [Dissertação de mestrado, Universidade do Minho]. RepositóriUM. http://hdl.handle.net/1822/37782

Coelho, A. (2017). *A Gallery Walk no ensino e aprendizagem da Organização e Tratamento de Dados do 5.º ano do EB*. [Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo]. Repositório Científico IPVC. http://hdl.handle.net/20.500.11960/1999

Costa, S., & Ponte, J. P. (2008). O raciocínio proporcional dos alunos do 2.º ciclo do ensino básico. *Revista de Educação, 16*(2), 65-100. http://hdl.handle.net/10451/4074

DGEBS (1990). *Organização curricular e Programas, Ensino Básico, 3.º ciclo, volume I*. Ministério da Educação. http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/EBasico/Matematica/3c_matematica_1990.pdf

DGEBS (1991). *Programa Matemática – Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem, Ensino básico, 2.º ciclo, volume II*. Ministério da Educação. http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/EBasico/Matematica/2c_matematica_1991.pdf

DGE (s.d.). *Aprendizagens essenciais*. Acedido em 12 de dezembro de 2021, em http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais

DGE (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação. http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/EBasico/Matematica/programamatematica_2007.pdf

DGE (2013). *Programas e Metas curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação e Ciência. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf

DGE (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Ministério da Educação e Ciência. https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

DGE (2018). *Aprendizagens essenciais de Matemática, 6.º ano de escolaridade*. Ministério da Educação e Ciência. http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/6_matematica_18julho_rev.pdf

DGE (2018). *Aprendizagens essências de Matemática, 7.º ano de escolaridade*. Ministério da Educação e Ciência. http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/3_ciclo/matematica_3c_7a_ff_18julho_rev.pdf

DGE (2021). *Aprendizagens essências de Matemática, 7.º ano de escolaridade*. Ministério da Educação e Ciência. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/3_ciclo/aemat_7a_2021-08-19.pdf

Dias, E., Viseu, F., Cunha, M., & Martins, P. (2013). A natureza das tarefas e o envolvimento dos alunos nas atividades da aula de matemática. In CIEd (Ed.), *Atas do XII Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 4624-4639). Universidade do Minho. https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/27087/1/A%20natureza%20das%20tarefas%20e%20o%20envolvimento%20dos%20alunos%20nas%20atividades%20da%20aula%20de%20Matem%C3%A1tica.pdf

Dias, J. B. (2019). *A resolução de problemas na aprendizagem da trigonometria no 9.º ano de escolaridade* [Relatório da Prática de Ensino Supervisionada, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/42014

Faria, F., & Rodrigues, M. (2020). A comunicação matemática escrita. *Revista Da investigação às práticas, 10*(2), 90-117. https://doi.org/10.25757/invep.v10i2.220

Fonseca, L. (2014). Resolução de problemas de Matemática: regresso ao passado. *Educação e Matemática, 130,* 17-21. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2237

Imenes, L. M., & Lellis, M. (2005). Livro didático, Porcentagem, Proporcionalidade: uma crítica da crítica. *Revista Bolema, 18*(24), 1-30. https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10510

Infante, M. L., & Canavarro, A. P. (2017). Estratégias usadas pelos alunos para lidar com a generalidade em tarefas de proporcionalidade direta. In C. Pires, D. Lino, I. Madureira, M. Rodrigues, & M. Falcão (Eds.), *Atas do III Encontro de Mestrados em Educação e Ensino da Escola Superior de Educação de Lisboa* (pp. 237-252). CIED. http://hdl.handle.net/10400.21/12017

Junior, J. R. (2010). *Atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade: contribuições da História da matemática* [Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte]. Repositório Institucional UFRN. https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/16063

Lamon, S. (2020). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers* (4.ª edição). Routledge.

Lima, E. L., Carvalho, P. C., Wagner, E., & Morgado, A. C. (2005). Funções afins. In E.L. Lima, P. C. Carvalho, E. Wagner & A. C. Morgado (Eds.), *A Matemática do Ensino Médio, volume I, 8.ª edição* (pp. 78-104). Sociedade Brasileira de Matemática.

Menduni-Bortoloti, R., & Barbosa, J. (2017). A construção de uma Matemática para o Ensino do Conceito de Proporcionalidade Direta a partir de uma Revisão Sistemática de Literatura. *Revista Bolema, 31*(59), 947-967. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a05
Menezes, L., & Nacarato, A. (2020). Comunicação no ensino e na aprendizagem da Matemática. *Revista Quadrante, 29*(2), 1-5. https://doi.org/10.48489/quadrante.22568
Menezes, L. (2021). Oportunidades para a comunicação escrita na aprendizagem da matemática. *Revista Educação e Matemática, 160*, 13-16. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2697
Monteiro, I. (2015). *A resolução de problemas no ensino de matemática* [Trabalho de Graduação, Universidade Estadual Paulista]. Repositório Institucional UNESP. https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/139100/000865120.pdf?sequence=1
NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (2.ª edição). Associação de Professores de Matemática.
NCTM (2017). *Princípios para a ação*. (1.ª edição). Associação de Professores de Matemática.
Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico*. (1.ª edição). Lidel.
Pires, M., Leite, C., & Costa, E. (2017). Comunicação escrita na aula de matemática: práticas de alunos do ensino básico. In Federación Espanola de Sociedades de Professores de Matemáticas (Eds.), *Libro de actas: VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 323-332). Federación Espanola de Sociedades de Professores de Matemáticas. http://hdl.handle.net/10198/16626
Pires, M., Costa, E., & Leite, C. (2018). Contributos para a análise da comunicação (matemática) escrita dos alunos. *Revista Educação e Matemática, 149*, 28-33. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2522
Polya, G. (1973). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. (2.ª edição). Princeton University Press.
Ponte, J. P. (1992). Problemas de Matemática e situações da vida real. *Revista de Educação,2*(2), 95-108. http://hdl.handle.net/10451/4224
Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em Educação matemática. *Revista Quadrante,3*(1), 3-18. https://doi.org/10.48489/quadrante.22652
Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Associação de Professores de Matemática. http://hdl.handle.net/10451/3008
Ponte, J. P., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J. M., Veia, L., & Viseu, F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação, 20*(2), 39-74. http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/26431
Ponte, J. P., Quaresma, M., & Pereira, J. (2015). É mesmo necessário fazer planos de aula? *Revista Educação e Matemática*, *133*, 26-35. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2292
Ponte, J. P., Silvestre, A. I., Garcia, C., & Costa, S. (2010). *O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade direta pela exploração de regularidades – Tarefas para o 1.º e o 2.º ciclo do Ensino Básico, Materiais de Apoio ao Professor*. Instituto de Educação, Universidade de Lisboa e Universidade da beira Interior. https://bit.ly/2Y5WFYq
Proença, M. C. (2021). Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. *Revista de Educação Matemática, 18*, 1-14. 10.37001/remat25269062v17id359
Romanatto, M. C. (2012). Resolução de problemas nas aulas de matemática. *Revista eletrônica de educação*, *6*(1), 299-311. https://doi.org/10.14244/19827199413

Santos, I. J. (2014). *O método expositivo e o método construtivista: concorrentes ou aliados?* [Dissertação de mestrado]. Universidade do Porto. https://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/76175

Seabra, O., & Martinho, M. H. (2013). Comunicação matemática em contexto de sala de aula: O papel da professora de uma turma do 5.º ano de escolaridade. In CIEd (Ed.), *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 399-412). Universidade do Minho e APM. http://hdl.handle.net/1822/29500

Silvestre, A.I., & Ponte, J. P. (2008). Tarefas de investigação e novas tecnologias no ensino da proporcionalidade. *Educação e Cultura Contemporânea, 5*(10), 61-89. http://hdl.handle.net/10451/3969

Silvestre, A. I., & Ponte, J. P. (2009). Resolução de problemas de valor omisso: análise das estratégias dos alunos. In C. Costa, E. Mamede & F. Guimarães (Eds.), *Atas do XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 19-32). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/atas_EIEM_2009.pdf

Silvestre, A. I. (2012). *O desenvolvimento do raciocínio proporcional: percursos de aprendizagem de alunos do 6.º ano de escolaridade* [tese de doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. http://hdl.handle.net/10451/7533

Soares, M. T., & Pinto, N. (2012). *Metodologia da resolução de problemas.* ANPED – GT19. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_soares_pinto.pdf

Soares, M. A., & Nehring, C. M. (2012, Agosto 1-3). *Proporcionalidade e o conceito de função: Uma análise de livros didáticos* [conferência]. Anais do 3º Encontro Nacional de Educação Matemática e 1.º Encontro Nacional PIBID, Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul. https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/534/2020/03/CC_Soares_Maria_Arlita.pdf

Souza, V. H., Galvão, M. E. & Poggio, A. M. (2016). O conceito de Proporcionalidade Direta de Alunos Brasileiros de 14-16 Anos na Perspetiva dos Três Mundos da Matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 9*(1), 30-64. https://doi.org/10.17921/2176-5634.2016v9n1p30-64

Teixeira, P. J. (2020). Análise da produção de alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental, veiculada em cartazes, acerca da presença ou não de proporcionalidade em situações quotidianas de preços de produtos. *Tangram – Revista de Educação Matemática, 3*(2), 110-137. 10.30612/tangram.v3i4.10869

Tobias, P. R. (2018). *Sala de aula invertida na educação matemática: uma experiência com alunos do 9.º Ano no ensino de proporcionalidade* [Dissertação de mestrado, Universidade de Minas Gerais]. Repositório institucional da UFMG. http://hdl.handle.net/1843/BUOS-B2ZNH5

Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A. (2015). Ensinar matemática com resolução de problemas. *Quadrante*, *24*(2), 39-60. https://doi.org/10.48489/quadrante.22923

Vale, I., & Barbosa, A. (2018). O contributo de uma *Gallery Walk* para promover a comunicação matemática. *Revista Educação e Matemática*, *149*, 2-8. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2516

Vale, I., & Barbosa, A. (2020). Gallery Walk: uma estratégia ativa para resolver problemas com múltiplas soluções. *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, *17*, 1-19. 10.37001/remat25269062v17id260

Valente, A. S. (2012). *O Trabalho de grupo e a aprendizagem cooperativa no 1.º CEB* [Relatório Final, Universidade de Aveiro]. Repositório institucional universidade de aveiro. http://hdl.handle.net/10773/10341

Videira, A. (2013). *A Comunicação matemática escrita na resolução de tarefas e o seu efeito na concretização do teste intermédio: um estudo com alunos do 11.º ano de escolaridade do curso de ciências e tecnologias*. [Dissertação de mestrado, Universidade do Minho]. RepositoriUM. http://hdl.handle.net/1822/29026

Viegas, C. (2018). *Resolução de problemas de proporcionalidade direta no 2.º ciclo do ensino básico* [Relatório de estágio, Universidade do Algarve]. Sapientia: Repositório da universidade do Algarve. https://sapientia.ualg.pt/handle/10400.1/12214

Vianna, C. R. (2002). Resolução de Problemas. In Futuro Congressos e Eventos (Org.), *Temas em Educação I - Livro das Jornadas 2002* (pp. 401-410). Futuro Congressos e Eventos. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Carlos8.pdf

ANEXOS

Anexo 1: Ficha de diagnóstico

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Ficha de Diagnóstico: Proporcionalidade Direta – 7º Ano de Escolaridade
Abril 2021

Ano letivo de 2020-2021

1. Considera a proporção seguinte.

$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$$

Mostra que a proporção verifica a propriedade fundamental das proporções.

2. Numa proporção, o produto dos meios é 60 e um dos extremos é 15.
Qual é o valor do outro extremo?

3. Considera a igualdade $\frac{36}{42}=\frac{x}{7}$.

Determinar o valor de x.

4. Um iogurte de determinada marca tem 70 calorias por cada 100 g.

Numa semana o Daniel comeu 650 g de iogurte dessa marca. Quantas calorias ingeriu o Daniel, nessa semana, com os iogurtes que comeu? Justifica a tua resposta.

5. Averigua se existe proporcionalidade direta para cada uma das situações apresentadas. Em caso afirmativo indica a constante de proporcionalidade direta e explica qual é o seu significado.

a)

Idade da Joana	12	14	16
Idade do Pedro	14	16	18

b)

Lado do triângulo equilátero (cm)	1,2	5	8
Perímetro (cm)	3,6	15	24

6. O relógio da praça atrasa-se 3 segundos em cada dois dias.

a) Completa a tabela de modo a sabermos qual seria o seu atraso ao fim de vários dias. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Número de dias	2			8	7
Atraso (em segundos)	3	6	9		

b) Justifica que as grandezas são diretamente proporcionais. Qual é o significado da constante de proporcionalidade neste contexto?

7. Num supermercado vendem-se dois tipos de embalagens de bolachas da marca B. A embalagem de 15 bolachas custa 0,87 euros e a embalagem de 50 bolachas custa 2,49 euros.

Verifica se o preço das embalagens é diretamente proporcional à quantidade de bolachas. Mostra como chegaste à tua resposta.

Anexo 2: Ficha de trabalho 1 - Problemas

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Ficha de trabalho – 7.º Ano de Escolaridade **Abril 2021**

Ano letivo de 2020-2021

1. Numa promoção de Natal, uma loja efetuou descontos de 25 % sobre o preço de venda. Uma árvore de Natal custava 70 euros. Quanto custa com o desconto?

2. Fui de automóvel do Porto a Paris. Andei 1750 km e gastei 119 litros de gasolina. Que quantidade de gasolina gasta o meu carro aos 100 km?

3. O custo de um litro de gasolina subiu 4%. Quanto passará a custar um litro de gasolina que antes do aumento custava 1,523€?

Anexo 3: Ficha de trabalho 2

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Ficha de Trabalho: Aplica os teus conhecimentos – 7º Ano de Escolaridade Abril 2021

Nome: ______________________________ nº ______ Ano letivo de 2020-2021

1. O Sebastião viajou de Portugal para a Florida. Antes de viajar foi ao banco trocar euros por dólares americanos.
   a) Sabendo que naquele dia **um dólar** custou-lhe 0,84€, preenche a tabela:

Dólares (x)	1	5	10	20	50	...
Custo (y)						...

   b) A tabela representa uma função? Justifica.

   c) Escreve a expressão algébrica que relaciona o Custo, em euros (y), com os Dólares (x).

   d) A função é de proporcionalidade direta? Justifica.

2. O Diogo acabou de comprar, na Feira do Livro, o livro do dia com um desconto de 20%.
   Quanto custa o livro sabendo que o preço antes do desconto era de 20€?

3. Depois de um aumento de 2% um automóvel custou 15 300 euros.
   Qual era o preço do automóvel antes do aumento?

Anexo 4: Problema *Gallery Walk*

Gallery Walk: Função de Proporcionalidade Direta – 7º Ano de Escolaridade

Abril 2021

Ano letivo de 2020-2021

Problema – Descobre o erro

Um comerciante fez o lançamento de um smartphone ao preço unitário de 200 €.

Passado algum tempo, **aumentou** o preço em **10%**. Como as vendas diminuíram muito, pensou em voltar ao preço inicial e colocou um cartaz onde se lia: ***Redução de*** **10%.**

Um cliente comprou um smartphone, fez as contas e decidiu pagar **198€**. O comerciante reclamou dizendo que faltava dinheiro, pois o custo do smartphone era **200 €**.

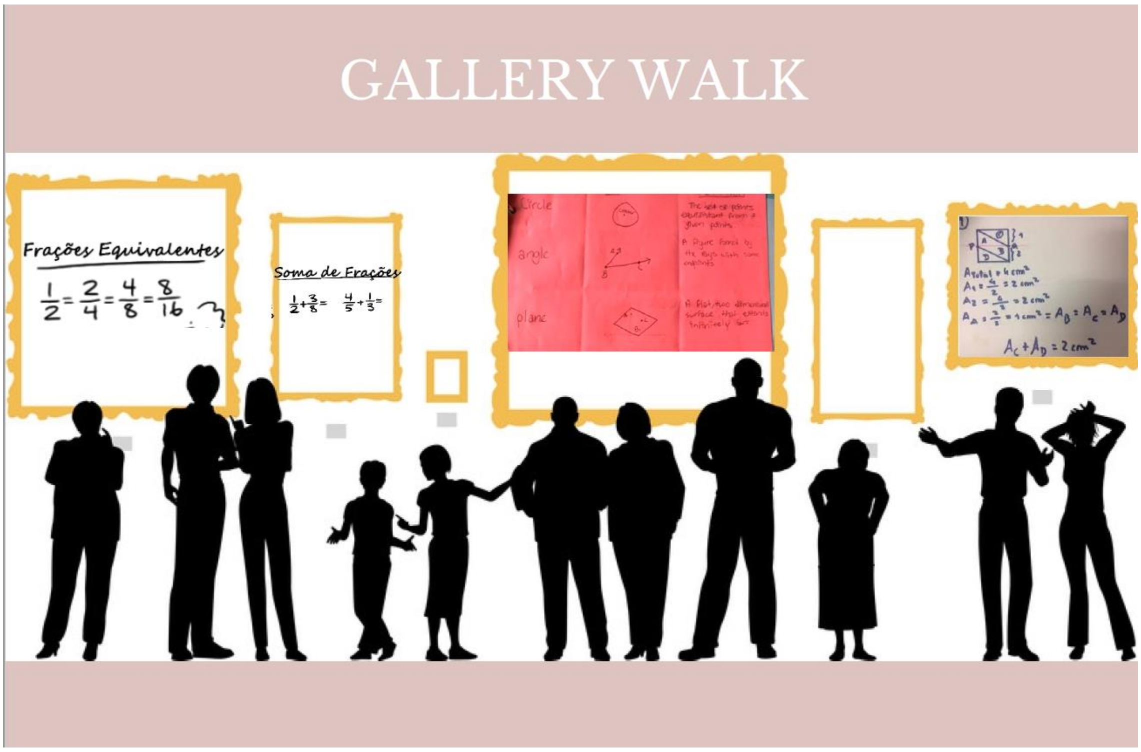
Quem tem razão? Onde está o erro? Explica o teu raciocínio.

Bom trabalho 😊

Professora Pilar

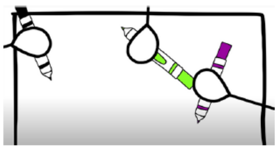
Anexo 5: Postal *Gallery Walk*

FRENTE



VERSUS

Leiam e discutam a tarefa em grupo e resolvam-na.



Exponham a resolução na cartolina. Coloquem todos os **cálculos** e **expliquem o vosso raciocínio**, através de **texto**, **desenhos**, **tabelas**, etc.

Usem a vossa criatividade!

Coloquem a cartolina na parede e comentem os trabalhos dos vossos colegas.

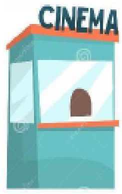
Leiam e respondam, em grupo, aos comentários colocados no vosso trabalho.

Escolham um elemento do grupo para responder aos comentários

Anexo 6: Fichas Formativas

Versão B

3. Observa a tabela seguinte que relaciona o número de bilhetes que se pode comprar numa sala de cinema com o respetivo custo.



x: Número de bilhetes	3	4	8	10
$f(x)$: Custo em euros	15	20	40	50

3.1. A tabela representa uma função de proporcionalidade direta? Se sim, indica a constante de proporcionalidade. **Justifica as tuas respostas.**

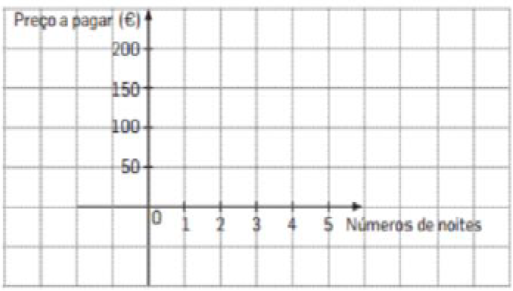
3.2. Escreve a expressão algébrica que permita escrever $f(x)$ em função de x.

4. Os pais do Gonçalo foram passar uns dias a Évora e ficaram instalados num hotel mesmo no centro da cidade. Por cada noite, os pais do Gonçalo, pagaram 50€.

Número de noites (x)	1	2	3	4
Preço a pagar, em euros (y)	50			

4.1. Completa a tabela. **Apresenta todos os cálculos que efetuares.**

4.2. Desenha o gráfico da função representada pela tabela.



4.3. Indica, justificando, qual das seguintes expressões define a expressão algébrica da função representada pela tabela.

(A) $y = 50x$ **(B)** $y = 5x$ **(C)** $y = 100x$ **(D)** $y = 0{,}02x$

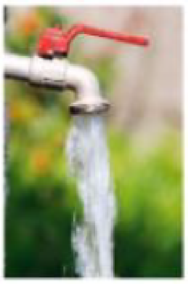
5. A tabela seguinte corresponde a uma função de proporcionalidade direta.

Completa a tabela. **Apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar.**

x	10	12	15
$f(x)$		36	

6. O automóvel da Mónica gasta, em média, 6,3 litros de gasolina por cada 100 km. O preço de um litro de gasolina é 1,498€.
A Mónica percorre 23 km de casa ao local de trabalho. Calcula a quantia que a Mónica gasta em gasolina para ir de casa ao local de trabalho.
Apresenta o resultado, em euros, arredondado às centésimas.
Mostra como chegaste à tua resposta.

7. A quantidade de água que sai de uma torneira é **diretamente proporcional** ao tempo em que ela se encontra aberta. O Rui queria encher um tanque de água, durante **15 minutos** encheu **45 litros** de água.
Qual a quantidade de água que sai da torneira em 30 minutos? Em 45 minutos? E em 60 minutos?



Versão A

3. De acordo com uma receita para fazer um certo bolo, ao adicionarmos 2 ovos devemos acrescentar 160 g de farinha.

3.1. Completa a tabela. **Apresenta todos os cálculos que efetuares.**

x: número de ovos	2	4	5	6
$f(x)$: quantidade de farinha	160			

3.2. A função representada na tabela é uma função de proporcionalidade direta? **Justifica a tua resposta.**

3.3. Completa:

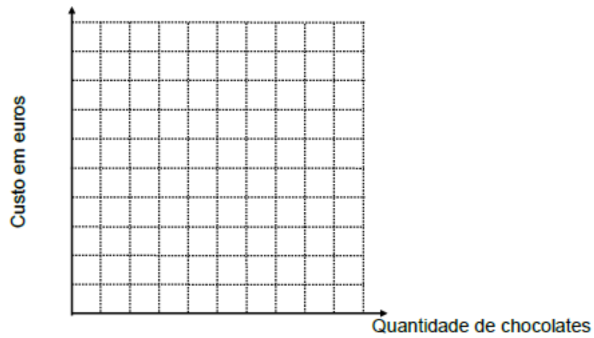
a) A expressão algébrica da função é $f(x) = \_\_\ x$

b) A constante de proporcionalidade é _____.

4. Observa a tabela seguinte que relaciona a quantidade de chocolates, que se pode comprar num supermercado com o respetivo custo.

x: Quantidade de chocolates	2	3	5	7
$f(x)$: Custo em euros	4	6	10	14

4.1. Desenha o gráfico da função representada pela tabela.



5. Nos saldos de verão todos os artigos da loja "Vestebem" tiveram uma promoção de 20%. A Joana aproveitou os saldos e comprou uma *t-shirt* que antes dos saldos, custava 18 euros. Quanto irá a Joana pagar, agora, pela *t-shirt*.

6. Num parque de uma cidade existe um quiosque que aluga bicicletas e que tem a seguinte informação:

Preço a pagar pelo aluguer:

1,50€ por hora

Quanto terias de pagar se o aluguer durasse 3 horas? E 4 horas? E 6 horas?

Anexo 7: Questionário

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Questionário – Função de Proporcionalidade Direta

Ano letivo de 2020-2021

Este questionário tem como objetivo perceber a tua opinião sobre as aulas lecionadas pela professora estagiária Patrícia Pilar. Este questionário é confidencial, tal como todos os dados recolhidos durante as aulas, sendo utilizado apenas para fins de carácter investigativo. Não há respostas erradas.

I – Dados pessoais

Ano: ___ Turma:___

II – Apreciação das aulas

1. Qual a tua opinião sobre as aulas dadas pela professora Pilar?

   ____

   ____

2. Qual a tua opinião sobre o trabalho do teu grupo realizado nas aulas?

   ____

   ____

3. Consideras que o trabalho de grupo te ajudou a compreender a Função de Proporcionalidade Direta?

   ____

   ____

   ____

4. Consideras que ficou compreendido o tópico de Função de Proporcionalidade Direta?

   ____

   ____

5. O que mais gostaste nas aulas?

   ____

   ____

6. O que menos gostaste?

   ____

   ____

Nas afirmações seguintes, assinala com X no quadrado que se adequa à tua opinião, considerando a seguinte escala:

DT – Discordo Totalmente; **D** – Discordo; **I** – Indiferente; **C** – Concordo; **CT** – Concordo Totalmente.

Nas aulas de Matemática gosto quando:	*DT*	*D*	*I*	*C*	*CT*
O professor expõe a matéria					
O professor propõe a resolução de exercícios					
Realizo trabalho individual					
Realizo trabalho em grupo					
Resolvo problemas					
Troco ideias com colegas					
Escuto a explicação dos colegas sobre as diferentes resoluções					

III -Resolução de problemas

Nas afirmações seguintes, assinala com X no quadrado que se adequa à tua opinião, considerando a seguinte escala:

DT – Discordo Totalmente; **D** – Discordo; **I** – Indiferente; **C** – Concordo; **CT** – Concordo Totalmente.

1. Quando estou a resolver problemas sinto:	*DT*	*D*	*I*	*C*	*CT*
Falta de motivação					
Gosto pelo desafio					
Ansiedade					
Necessidade de algum silêncio para pensar no problema					
Vontade de desistir quando não compreendo o caminho que tenho que seguir.					

2. Quando resolvo um problema tento:	*DT*	*D*	*I*	*C*	*CT*
Ler o enunciado várias vezes até compreendê-lo.					
Apontar os dados mais importantes.					
Resolver tudo seguido.					
Verificar a resposta após a resolução.					
Explicar os passos da resolução.					
Responder corretamente.					
Justificar o meu raciocínio.					

3. No momento de resolver um problema, tenho dificuldades:	*DT*	*D*	*I*	*C*	*CT*
Na interpretação do enunciado.					
Na seleção de dados.					
Em pensar numa estratégia para resolvê-lo.					
Na execução dessa estratégia.					
Na explicação dos passos da resolução.					
Na escrita das conclusões.					
No modo de iniciar a resolução do problema.					
Na compreensão do que é pedido.					

4. Por vezes sinto dificuldades na resolução de problemas porque:	*DT*	*D*	*I*	*C*	*CT*
Tenho pouca experiência na resolução de problemas.					
Tenho falta de concentração.					
Acho os enunciados confusos.					
Tenho falta de interesse pela disciplina de matemática.					
Tenho falta de confiança nas minhas capacidades.					
Tenho pouca prática de escrita.					

5. Resolução de problemas em grupo:	*DT*	*D*	*I*	*C*	*CT*
Considero que todos os elementos do meu grupo colaboraram na resolução dos problemas propostos					
O facto de trabalhar em grupo permitiu que os meus colegas me ajudassem na resolução de problemas					
A professora ajudou-me a refletir sobre o modo de resolver os problemas propostos					
Fui encorajado(a) pela professora a resolver problemas					

Nas afirmações seguintes, assinala com X no quadrado que se adequa à tua opinião, considerando a seguinte escala de 1 a 5:

1 – Nunca; **2** – Raramente; **3** – Às vezes; **4** – Frequentemente; **5** – Sempre.

6. Na resolução de problemas de Proporcionalidade Direta uso:	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Razão unitária					
Regra de três simples.					
Função de proporcionalidade direta.					
Construção de tabelas.					
Fator escalar					
Comparação das razões					
Interpretação gráfica					
Building-up					
Diferença constante					

IV – Gallery Walk

1 – Para ti foi importante trabalhar em grupo? Porquê?

____

____

2 – Que vantagens e desvantagens reconheces do trabalho de grupo?

____

____

3 – Depois de terem trabalhado em grupo, seguiu-se o momento de discussão com toda a turma, incluindo a professora. Que vantagens e desvantagens reconheces a este momento de discussão?

____

____

4 – Consideras que esta atividade te ajudou na comunicação escrita?

____

____

Anexo 8: Planificação da primeira aula da Intervenção Pedagógica

Tópico: Função de Proporcionalidade Direta

Objetivo: Definir função de Proporcionalidade Direta

Conhecimentos Prévios:

- Referencial cartesiano.
- Funções.
- Função linear.
- Proporcionalidade Direta.

Exploração:

1. Relembrar situações do dia a dia em que se verifica a existência de proporcionalidade direta.
   - Idade da Joana e a sua altura
   - Distância percorrida por um automóvel, a uma velocidade constante, e o tempo de viagem.
   - O preço a pagar e o correspondente número de quilos de laranjas comprados.
   - A área de um quadrado e o comprimento do respetivo lado.
   - O número de cromos vendidos e o respetivo preço a pagar.
2. Apresentar o exemplo:

Num certo dia, a Eva pensou em comprar um ramo composto por rosas. A Eva foi à florista da sua rua, "Flor & Sol". Na montra encontra-se uma tabela de preços:

Tabela de Preços	
Ramo	Preço
5 rosas	7,50 €

3. Através deste exemplo, irei relembrar a noção de grandezas diretamente proporcionais e a constante de proporcionalidade.
4. Identificar se a tabela representa ou não uma função.

r (números de rosas)	5	10	15	20
p (preço)	7,50	15	22,50	30

5. Representar a tabela num gráfico e verificar que os pontos apresentados no gráfico estão sobre uma reta que passa na origem.
6. Identificar a expressão algébrica da função.
7. Introduzir o conceito de função de proporcionalidade direta.

Comentários:

O conceito de função e função linear foi lecionado nas duas primeiras semanas do mês de abril.

O conceito de proporcionalidade direta foi lecionado no 6.º ano e o referencial cartesiano foi apresentado no 5.º ano.

Tempo: 30 minutos

Perguntas:

1.

- Pedir a um aluno à minha escolha para responder se na primeira situação existe ou não proporcionalidade direta.

-Fazer o mesmo para as restantes situações, com alunos diferentes.

3.

- Perguntar a um aluno, como se verifica se o preço é diretamente proporcional ao número de rosas.

- Perguntar a outro aluno, como se determina a constante de proporcionalidade.

- Após determinar a constante no contexto do exemplo, pedir para explicar o seu significado.

4.

- A tabela representa uma função?

8. Comparar a função linear com a função de proporcionalidade direta e identificar o que têm em comum: *Função de proporcionalidade direta é igual, no seu domínio, a uma função linear de coeficiente* $a = f(1)$.

Atividades Práticas:

Tarefa 1: Verifica se as funções definidas através das seguintes tabelas são funções de proporcionalidade direta e escreve uma expressão analítica que traduza cada uma delas.

a)

x	1	2	4	6
y	3	6	12	18

b)

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$
y	3	1	6	18

Exercício 1, 2 página 80 e exercício 3 página 81 do manual *Matematicamente* falando, Areal Editores:

1. Das seguintes funções definidas por tabelas, indica as que são de proporcionalidade direta e, nesse caso, escreve a sua expressão algébrica.

(A)

x	3	6	9	15	21
y	1	2	3	5	7

(B)

x	-5	-3	2	3	10
y	-3	-2	2	$\frac{3}{2}$	5

(C)

Tempo: 30 minutos

A tarefa 1 será resolvida, em grupo turma, com o objetivo de os alunos compreenderem como aplicar o conceito em estudo.

Tarefa 1 retirada do manual - Novo Espaço, Porto Editora, parte 1, página 95.

As restantes tarefas, são do manual adotado pela escola e serão resolvidas individualmente.

As tarefas serão de aplicação direta, para consolidarem os conhecimentos. Ainda irei focar a minha atenção na escrita matemática, para eles desenvolverem essa característica. Explicando aos alunos como explicar o seu raciocínio através da escrita.

x	1	$\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}$
y	-2	-1	2	3	5

(D)

x	$\frac{1}{3}$	-1	$-\frac{4}{3}$	-2	-3
y	1	3	4	6	7

2. Considera uma torneira cujo caudal é de 20 ℓ de água por minuto.

a) Copia e completa a tabela que traduz esta situação de proporcionalidade direta.

Tempo (min)	1	5	10	20
Quantidade de água (ℓ)	20			

b) Indica a constante de proporcionalidade.

c) Escreve a expressão algébrica da função que traduz esta situação.

d) Representa o gráfico da função.

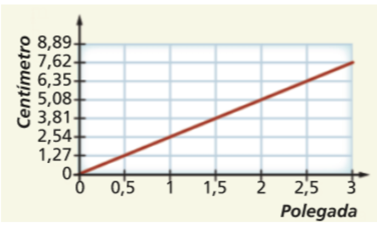
e) Quantos litros de água serão debitados pela torneira numa hora?

f) Pretende-se encher um tanque cuja capacidade é de 5 000 ℓ. Quanto tempo deverá a torneira ficar aberta? Apresenta o resultado em horas e minutos.

3. Considera duas grandezas, X e Y, diretamente proporcionais. Sabe-se que a uma medida de X igual a 1,2 corresponde a medida 6 de Y. Determina uma expressão algébrica para a função de proporcionalidade direta f associada.

Tarefas adicionais: 6 da página 81 e 8 da página 90 do manual *Matematicamente* falando, Areal Editores:

6. Por vezes, o comprimento da diagonal do ecrã de um televisor é indicado em polegadas. No gráfico que se segue, podes ver a relação aproximada existente entre esta unidade de comprimento e o centímetro.



a) A quantos centímetros corresponde uma polegada?

Se os alunos resolveram as atividades práticas, irão realizar as tarefas adicionais propostas nesta planificação.

b) A relação aproximada entre a polegada e o centímetro é de proporcionalidade direta? Justifica a tua resposta e, em caso afirmativo, indica a constante de proporcionalidade e o que representa. c) Qual das quatro igualdades que se seguem permite calcular a diagonal do ecrã de um televisor, em centímetros (c), dado o seu comprimento em polegadas (p)? Explica a tua resposta. **(A)** $c = 1{,}27p$ **(B)** $c = 2{,}54p$ **(C)** $c = \frac{1}{1{,}27}p$ **(D)** $c = \frac{1}{2{,}54}p$ d) Se o comprimento da diagonal do ecrã de um televisor fosse 2,25 polegadas, qual seria o seu comprimento, em centímetros? **8.** Sabe-se que as grandezas x e y são diretamente proporcionais. x: 2, $\frac{1}{2}$, –, 11, – y: 8, –, 12, –, 20 a) Determina a constante de proporcionalidade. b) Copia e completa a tabela. c) Escreve a expressão algébrica desta função de proporcionalidade direta identificando o seu coeficiente. **Materiais:** Computador, projetor, Marcadores, Quadro.	

x	2	$\frac{1}{2}$		11	
y	8		12		20

Resolução da atividade prática feita no quadro em conjunto com os alunos

Tarefa 1: Para verificar se se trata de uma função de proporcionalidade direta, teremos que mostrar que o quociente entre y e x é constante.

a) $\frac{3}{1} = 3$; $\frac{6}{2} = 3$; $\frac{12}{4} = 3$; $\frac{18}{6} = 3$

Como verificamos, é constante o quociente entre y e x, por isso podemos afirmar que se trata de uma função de proporcionalidade direta. A constante de proporcionalidade direta é 3.

Expressão algébrica da função de proporcionalidade direta é: $f(x) = ax$.

$a \rightarrow$ constante de proporcionalidade

$$f(x) = 3x$$

b) $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$; $1 \div \frac{1}{12} = 1 \times \frac{12}{1} = 12$; $6 \div \frac{1}{6} = 6 \times \frac{6}{1} = 36$;

$18 \div \frac{3}{2} = 18 \times \frac{2}{3} = \frac{36}{3} = 12$

Como verificamos, não é constante o quociente entre y e x, por isso podemos afirmar que não se trata de uma função de proporcionalidade direta.

Anexo 9: Planificação da primeira aula da *Gallery Walk*

Tópico: Gallery Walk: Função de Proporcionalidade Direta	*Comentários:*
Objetivo: Resolução de um problema, sobre o tópico em estudo, em grupos, através da realização de uma *Gallery Walk*.	*Nesta aula, irei realizar uma estratégia de ensino designado por Gallery Walk.*
Descrição da aula **1.ª fase:** Dividir a turma em grupos em grupos de 4. <u>Grupo 1:</u> Miguel, Luciano, Gabriel, Anabela. <u>Grupo 2:</u> Lúcia, Daniel, Júnior, Maria. <u>Grupo 3:</u> Júlia, Lourenço, Jorge, Frederica. <u>Grupo 4:</u> Rodrigo, Teodoro, Luciana, Alice. <u>Grupo 5:</u> Tomé, Leonardo, Fabiana, Mariana. <u>Grupo 6:</u> Filipe, Adriana, Carlos, Lorena. <u>Grupo 7:</u> Laura, Luíza, Artur, Vanessa.	*A turma contém 28 alunos, 14 rapazes e 14 raparigas.* *A sala já estará preparada para os trabalhos em grupo. As mesas já estarão organizadas e sinalizadas com o grupo destinado.* *Quando os alunos chegarem à sala, já estará afixado no quadro os grupos e os seus elementos, para que os alunos se dirijam à mesa do seu grupo.*
2.ª fase: Apresentação do problema e entrega de um postal sobre a Gallery Walk. **Problema – Descobre o erro** Um comerciante fez o lançamento de um smartphone ao preço unitário de 200 €. Passado algum tempo, **aumentou** o preço em **10%**. Como as vendas diminuíram muito, pensou em voltar ao preço inicial e colocou um cartaz onde se lia: ***Redução de*** **10%**. Um cliente comprou um smartphone, fez as contas e decidiu pagar **198€**. O comerciante reclamou dizendo que faltava dinheiro, pois o custo do smartphone era **200 €.** Quem tem razão? Onde está o erro? Explica o teu raciocínio.	*No início da aula, será entregue um postal com a explicação da atividade a ser desenvolvida: Gallery Walk.* *Juntamente com o postal irá ser entregue uma folha com o problema.*
3.ª fase: Cada grupo irá ler e discutir o problema entregue. Após a discussão irão resolvê-lo e expor a sua resolução na cartolina.	*Tempo mínimo: 30 minutos* *Enquanto os grupos pensam e discutem sobre o problema, irei entregar o resto do material:* • *uma cartolina;* • *post-it's;* • *alguns marcadores.*
4.ª fase: Os grupos irão colocar a sua cartolina na parede, no local referido.	*Antes da aula começar será colocado na parede o local onde cada grupo irá afixar o seu trabalho.* *Com os post-its entregues no início da aula, os alunos irão comentar os trabalhos dos colegas. Será explicado que*

5.ª fase: Cada grupo irá comentar os restantes trabalhos. Poderão colocar os comentários que acharem pertinentes, em grupo, ou individualmente. De seguida, em grupo, irão responder aos comentários deixados no seu trabalho. **Tarefas adicionais:** Se houver algum grupo que termine mais cedo que os restantes, ser-lhes-á proposta a resolução da ficha entregue na aula anterior. **Materiais:** Marcadores, Quadro, cartolina, post-it´s, fita-cola, ficha com o problema, postal.	*poderão colocar comentários positivos, dúvidas, erros encontrados, etc.* *De seguida os grupos recolhem os comentários para, em grupo, analisarem e responderem.* *Cada grupo deverá escolher um porta-voz, para explicar a resolução e responder aos comentários.* *Informarei que terão 4 minutos para a apresentação.* *A discussão será feita na aula seguinte.* *Os alunos irão realizar a tarefa adicional:* • *Se concluírem a tarefa antes do tempo definido;* • *No momento de observação dos trabalhos, os alunos que estiverem à espera da sua vez para comentarem os trabalhos dos colegas.*

Propostas de resolução do problema:

<u>Proposta 1</u>

O comerciante começa por aumentar 10% à valor do produto inicial, 200€:

$\boxed{100\%+10\%=110\% -}$ percentagem do valor da peça com o aumento.

x – preço do produto com o aumento de 10 %.

Preço do produto	**percentagem**
200€	100%
x	110%

$$x=\frac{200\times 110}{100}=\frac{22000}{100}=220$$

Após o aumento, o valor do produto é 220€. Ou seja, a partir deste momento o preço do produto é 220€.

Passado algum tempo, o comerciante decidiu reduzir 10 %. Como o valor agora é 220€, então, iremos retirar 10% a esse preço e não ao inicialmente definido.

$\boxed{100\%-10\%=90\% -}$ percentagem do valor da peça com a redução.

y – preço do produto com a redução de 10 %.

Preço do produto	**percentagem**
220€	100%
y	90%

$$x=\frac{220\times 90}{100}=\frac{19800}{100}=198$$

Após a redução, o valor do produto é 198€. Ou seja, o valor do produto é 198€.

<u>Proposta 2</u>

O comerciante começa por aumentar 10% à valor do produto inicial, 200€. Então veremos quanto é 10€ de 200€:

$$200\times 10\%=200\times\frac{10}{100}=\frac{2000}{100}=20€.$$

Então o comerciante aumento 20€ ao preço inicial, ficando o produto a valer 200€+20€=220€.

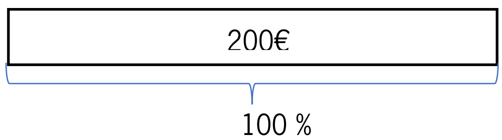
Após este aumento, passado algum tempo o comerciante decidiu reduzir 10%. Como o preço da peça neste momento custa 220€, então a redução de 10% será feita neste valor. Veremos então quanto é 10€ de 220€ para descobrirmos o valor que vamos reduzir aos 220€.

$$220\times 10\%=220\times\frac{10}{100}=\frac{2200}{100}=22€$$

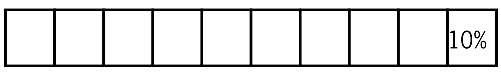
220€-22€=198€ - preço do produto após a redução de 10%.

<u>Proposta 3</u>

Consideremos este retângulo como o valor do produto – 200€.



Vamos dividir o retângulo em partes iguais de forma a que cada parte seja 10% do total: 100% : 10% = 10 partes:



Como o comerciante aumentou 10%, então agora iremos aumentar mais um quadrado ao retângulo:

10%

<u>Proposta 4</u>

O comerciante começa por aumentar 10% à valor do produto inicial, ou seja, 100%+10%=110%.

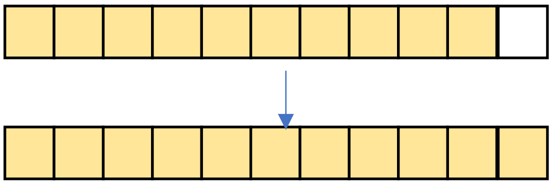
$$110\%=\frac{110}{100}=1{,}1$$

Então, verificamos que ao valor inicial iremos multiplicar por 1,1. Ou seja, o preço do produto com o aumento é diretamente proporcional ao preço sem o aumento.

Então, a expressão algébrica que define esta proporcionalidade, será $f(x)=1{,}1x$, onde $f(x)$ é o preço com o aumento e x o preço inicial.

$f(200)=1{,}1\times 200=220$ – O preço do produto com o aumento de 10% é 220€.

Ou seja, neste momento o produto custa 220€.

 Agora o retângulo está dividido em 11 partes iguais, por isso, cada parte vale: 100%:11=9,09%. Para o retângulo voltar à forma inicial, terá que ser retirado um quadradinho, ou seja, 9,09% e não 10%.	O comerciante decidiu reduzir 10%. Como preço agora é 220€, então a redução será feita a esse valor. 100%-10% = 90% $$90\% = \frac{90}{100} = 0{,}9$$ O produto irá só custar 90% de 220€, então a este preço iremos multiplicar por 0,9. O preço do produto com a redução é diretamente proporcional ao preço sem a redução. Então, a expressão algébrica que define esta proporcionalidade, será $g(x) = 0{,}9x$, onde $g(x)$ é o preço com o aumento e x o preço inicial (após o aumento dos 10%). $g(220) = 0{,}9 \times 220 = 198$ – o preço do produto com a redução de 10% é 198€. Então o cliente terá que pagar 198€.

R: O cliente tem razão, porque após o aumento de 10%, o produto ficou a custar 220€. Quando o comerciante decidiu reduzir, o preço que estava fixado era 220€, logo a redução será feita a esse valor. O erro do comerciante foi aplicar a redução ao preço original, anterior ao aumento de 10%.

Anexo 10: Planificação da segunda aula da *Gallery Walk* – Discussão

Tópico: *Gallery* Walk: Função de Proporcionalidade Direta **Objetivo:** Discussão, em grupo turma, das várias estratégias utilizadas pelos alunos na resolução do problema definido para a aula anterior. Dificuldades na resolução e análise de possíveis erros cometidos. Os alunos foram informados que os grupos seriam chamados aleatoriamente e cada um teria 4 minutos para apresentar a sua resolução e responder aos comentários colocados. **Discussão:** <u>Cenário 1:</u> Cada grupo ter uma resolução diferente da dos outros grupos. Se este cenário ocorrer, irei pedir aos representantes dos grupos que apresentem a sua resolução e respondam aos comentários. A partir da apresentação das resoluções irei moderar a discussão, de forma a que todos os alunos interajam e tirem as suas dúvidas. <u>Cenário 2:</u> Haver algumas resoluções diferentes, mas haver grupos com a mesma resolução. Se houver alunos que tenham pensado na mesma estratégia irei analisar os trabalhos e ponderar qual o grupo que irá apresentar por forma a contribuir para uma maior discussão dos resultados. Dependendo do número de resoluções diferentes que encontre, irei moderar a discussão, de forma a que todas as estratégias sejam debatidas, colocando questões pertinentes para que os alunos reflitam. Como só irá um grupo apresentar a estratégia (repetida), irei envolver os outros grupos que optaram pela mesma estratégia, questionando-os com o objetivo de apresentarem comentários pertinentes para a discussão. <u>Cenário 3</u>: Haver apenas uma estratégia. Neste cenário irei inquirir os alunos com algumas questões, com o objetivo de chegarem a um método diferente de resolução. Se a estratégia usada não usar a função de proporcionalidade direta, questionarei os alunos apresentando a possibilidade de haver outros telemóveis com valores diferentes, com o intuito de se aperceberem da utilidade desta resolução. No caso de utilizarem a função de proporcionalidade direta, questionarei se será a única possibilidade de resolução do problema. <u>Cenário 4:</u> Haver algum grupo que tenha errado, ou seja, darem razão ao comerciante.	*Comentários:* *A discussão será feita em grupo turma. As produções da Gallery Walk foram analisadas assim como os comentários.* *Cada grupo escolherá um ou dois elementos para fazer a apresentação.* ***Questões:*** *- Têm a certeza de que o comerciante tem razão?* *- Será que o cliente tem razão?* *- Qual foi o erro que o comerciante cometeu?* *- O que aconteceu ao preço do smartphone quando o comerciante fez um aumento de 10%?* *- Qual é o valor do smartphone que irá sofrer um desconto de 10%? (quero saber se eles sabem que o preço que vai sofrer um desconto será o preço após o aumento de 10%)* *- O que acontece ao preço do smartphone quando o comerciante faz um desconto de 10 %?* *- Onde tiveram mais dificuldades?* *- Acham que o valor que o cliente tem que pagar é de 200€? Têm a certeza?* *- E se fosse 300€, 500€, ...? (função de proporcionalidade direta.*

Neste cenário, irei questionar os alunos com o objetivo de perceberem que após o aumento, o smartphone fica a custar 220€. Logo, quando o comerciante faz um desconto, este incidirá sobre o preço com o aumento e não sobre o preço inicial. Neste cenário irei começar pelo trabalho do grupo que apresentou a resolução errada, com o intuito de que os alunos ponderem no erro. Espero que com esta resolução, os alunos discutam entre si para verificar se compreendem o erro cometido. **Materiais:** Computador, projetor, Marcadores, Quadro.	

Anexo 11: Declaração de autorização dos Encarregados de Educação

Exmo(a). Sr(a). Encarregado(a) de Educação

No âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, da Universidade de Minho, enquanto professoras estagiárias, pretendemos desenvolver uma experiência de ensino que potencie a aprendizagem dos alunos. O desenvolvimento dessa experiência implica a recolha de dados, que serão obtidos através da resolução de tarefas e da observação de aulas. Para uma melhor compreensão das atividades que se desenvolvem nas aulas de Matemática necessitamos de proceder à recolha de dados através de gravações (áudio e vídeo). Para esse fim, vimos por este meio solicitar a sua autorização para proceder ao registo em suporte áudio e vídeo dos dados necessários à concretização da experiência de ensino e de aprendizagem na sala de aula do seu educando.
Comprometemo-nos a usar os dados apenas para fins académicos e a não divulgar o nome da escola e dos alunos, nem expor qualquer indicador que envolva o seu educando. Só nos interessa a informação que nos ajude a repensar e a melhorar as nossas estratégias de ensino em prol da aprendizagem dos alunos.

Agradecemos desde já a sua colaboração. Para qualquer esclarecimento adicional pode contactar-nos através do correio eletrónico:

Guimarães, 11 de novembro de 2020
As estagiárias de Matemática,

____________ ____________

- -

Autorização

Eu, ______________________________________, Encarregado de Educação do(a) aluno(a) ______________________________Nº ____, da turma C do 7º ano, autorizo que se faça o registo em áudio e vídeo das atividades de ensino e de aprendizagem nas aulas de Matemática que envolvem o meu educando desde que seja salvaguardado o anonimato do seu nome e de qualquer indicador que o indicie.

Encarregado(a) de Educação,

____