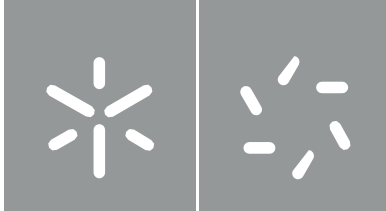


Universidade do Minho
Escola de Ciências

Raquel Sofia Rodrigues Barros

**Inflação – impacto no
desenvolvimento dos sinistros**



Universidade do Minho
Escola de Ciências

Raquel Sofia Rodrigues Barros

**Inflação – impacto no
desenvolvimento dos sinistros**

Dissertação de Mestrado
Mestrado em Estatística para Ciência de Dados

Trabalho efetuado sob a orientação da
**Professora Inês Pereira Silva Cunha de
Sousa** e do **Atuário Filipe Alexandre
Carvalho Teixeira Gonçalves**

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

Licença concedida aos utilizadores deste trabalho



Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual

CC BY-NC-SA

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Agradecimentos

Para os meus orientadores do Grupo AGEAS Portugal, o atuário Filipe Alexandre Carvalho Teixeira Gonçalves e o atuário Luís Manuel Maranhão Ferreira, devo um especial obrigada pela valiosa partilha de conhecimentos e pela disponibilidade e apoio demonstrado ao longo da realização desta dissertação.

Obrigada à Professora Inês Pereira Silva Cunha de Sousa pela imprescindível orientação e pelos conselhos e recomendações prestadas.

Obrigada à minha família por todo o apoio incondicional, pela paciência demonstrada e pelas oportunidades que, generosamente, sempre me foram proporcionadas e me permitiram chegar à pessoa que sou hoje em dia. Obrigada por estarem sempre lá para mim e me incentivarem a tornar-me numa pessoa melhor.

Obrigada aos meus colegas e amigos da Universidade do Minho que me acompanharam em todos os altos e baixos desta jornada. Obrigada por toda a ajuda, convívio e parceria ao longo destes 5 anos, não teria conseguido sem o vosso apoio.

Obrigada aos meus amigos por todo o apoio, motivação, amizade e companheirismo que demonstraram durante esta fase, e por me lembrarem que a vida vai muito além do trabalho, sendo vivida e apreciada ao máximo.

Por último, gostava de agradecer a todos aqueles que não foram mencionados, mas que, de alguma maneira, também contribuíram para uma boa realização desta dissertação.

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Resumo

Uma companhia de seguros tem o objetivo de garantir a sua estabilidade e a capacidade de cumprir com as suas obrigações contratuais. Desta forma, o cálculo da estimativa das provisões para sinistros desempenha um papel de extrema importância nas operações de uma seguradora do ramo ‘Não Vida’. A manutenção adequada das provisões para sinistros ajuda a preservar a solvência da empresa, evitando problemas financeiros ou insolvência.

A presente dissertação, realizada no âmbito do Mestrado em Estatística para Ciência de Dados, é o resultado de um projeto elaborado em contexto empresarial, na empresa AGEAS Portugal, com o principal objetivo de estimar provisões para sinistros do setor de seguros ‘Não Vida’ e analisar de que forma fatores externos, como a inflação, exercem influência sobre esse valor.

Com este propósito, nesta dissertação, irão ser apresentados alguns métodos determinísticos para o cálculo da provisão para sinistros, nomeadamente o método *Chain Ladder*, o método *Grossing Up*, o método *Bornheutter-Ferguson* e o método *Double Chain Ladder*. Adicionalmente, será apresentado um novo método para a estimação da provisão de sinistros que integra a taxa de inflação passada e futura, denominado de método de estimação das provisões de sinistros com atualização da inflação.

Estes métodos irão ser aplicados a dois conjuntos de dados reais referentes a ramos de seguros ‘Não Vida’ da empresa AGEAS Portugal, o ramo Multiriscos Habitação e o ramo Responsabilidade Civil Automóvel. Em seguida, serão realizadas análises detalhadas e comparações dos resultados obtidos para a estimativa das provisões, com o propósito de avaliar e comparar a eficácia e a precisão destas metodologias.

Palavras-chave: Provisão de Sinistros, Seguro ‘Não Vida’, Triângulo de Sinistros, Métodos de Previsão, Métodos Determinísticos, *Chain Ladder*, *Grossing Up*, *Bornheutter-Ferguson*, *Double Chain Ladder*, Modelos Lineares Generalizados, Inflação, Atualização da Inflação, Triângulo Trimestral, Triângulo Mensal

Abstract

The aim of an insurance company is to guarantee its stability and its ability to meet its contractual obligations. Therefore, calculating the estimated provisions for claims plays an extremely important role in the operations of a non-life insurance company. The proper maintenance of claims reserves helps to preserve the company's solvency, avoiding financial problems or insolvency.

This dissertation, carried out as part of the Master's Degree in Statistics for Data Science, is the result of a project carried out in a business context, at the company AGEAS Portugal, with the main objective of estimating provisions for claims in the 'Non-Life' insurance sector and analyzing how external factors, such as inflation, influence this value.

To this end, this dissertation will present some deterministic methods for calculating the provision for claims, namely the Chain Ladder method, the Grossing Up method, the Bornheutter-Ferguson method and the Double Chain Ladder method. In addition, a new method will be presented for estimating the claims provision that integrates the past and future inflation rate, called the method for estimating claims provisions with inflation adjusted.

These methods will be applied to two sets of real data relating to AGEAS Portugal's 'Non-Life' insurance lines, the Home Multi-Risk line and the Motor Third Party Liability line. Detailed analyses and comparisons of the results obtained for estimating provisions will then be carried out in order to assess and compare the effectiveness and accuracy of these methodologies.

Keywords: Claims Provision, 'Non-Life' Insurance, Claims Triangle, Forecasting Methods, Deterministic Methods, Chain Ladder, Grossing Up, Bornheutter-Ferguson, Double Chain Ladder, Generalized Linear Models, Inflation, Inflation Adjusted, Quarterly Triangle, Monthly Triangle

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Grupo AGEAS Portugal	2
1.2	Estrutura da dissertação	2
1.3	Estado da Arte	3
2	Séries temporais	5
2.1	Componentes de uma série temporal	5
2.2	Métodos de previsão	6
2.2.1	Previsão pontual e intervalar	6
2.2.2	Médias móveis	7
3	Conceitos básicos	9
3.1	Contratos de seguro ‘Não Vida’	9
3.2	Sinistro	10
3.3	Triângulos de Sinistros	11
3.4	Previsão em Triângulos de Sinistros	12
4	Modelos Determinísticos	15
4.1	Método <i>Chain Ladder</i>	15
4.1.1	Limitações	16
4.2	Método <i>Grossing Up</i>	17
4.3	Método <i>Bornhuetter-Ferguson</i>	18

5	Método <i>Double Chain ladder</i>	21
5.1	Estimação dos parâmetros	21
5.2	Estimação da provisão para sinistros	23
6	Modelos Lineares Generalizados	25
6.1	Fundamentos essenciais	25
6.1.1	GLM com distribuição de Poisson	27
7	Inflação	29
7.1	Inflação em Portugal	29
7.2	Efeito do ano do calendário	30
7.3	Método de Estimação das Provisões de Sinistros com Atualização da Inflação	31
8	Aplicação prática	33
8.1	Apresentação da base de dados	33
8.2	Análise descritiva	35
8.3	Triângulos de sinistros	36
8.4	Aplicação dos métodos de previsão	39
8.4.1	Método <i>Chain Ladder</i>	39
8.4.2	Método <i>Grossing Up</i>	43
8.4.3	Método <i>Bornhuetter-Ferguson</i>	45
8.4.4	Método <i>Double Chain ladder</i>	46
8.5	Comparar e avaliar o resultado dos métodos	50
8.6	Inflação	51
8.6.1	Custo médio por mês de encerramento aplicando médias móveis	52
8.6.2	Métodos de Estimação das Provisões de Sinistros com Atualização da Inflação	54
8.7	Análise comparativa entre métodos com e sem a atualização da inflação	59

8.8	Triângulo Mensal, Trimestral e Anual	60
9	Conclusão	63
9.1	Trabalho futuro	64
A	Resumo dos valores obtidos nos métodos aplicados	69
A.1	Valor dos coeficientes de desenvolvimento	69
A.2	Valor obtido das provisões dos sinistros	70
B	Triângulo Mensal, Trimestral e Anual	71
B.1	Triângulo de sinistros Trimestral	71
B.2	Triângulo de sinistros Mensal	72
B.3	Triângulo de sinistros Anual	74
B.4	Resultados da aplicação do método <i>Chain Ladder</i> aos triângulos Anual, Trimestral e Mensal	75

Lista de Figuras

3.1	Evolução de um processo de sinistro.	10
5.1	Divisão da matriz de índices, assumindo um atraso máximo de $d = n - 1$	24
8.1	Representação gráfica da série temporal do pagamento de sinistros no ramo Multirriscos Habitação no período observado.	35
8.2	Representação gráfica da série temporal do pagamento de sinistros no ramo Responsabilidade Civil Automóvel no período observado.	36
8.3	Evolução da taxa de inflação em Portugal nos anos 2010 a 2022.	52
8.4	Representação gráfica do custo médio dos sinistros por mês de encerramento e a correspondente média móvel no ramo Multirriscos Habitação.	53
8.5	Representação gráfica do custo médio dos sinistros por mês de encerramento e a correspondente média móvel no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.	54

Lista de Tabelas

3.1	Estruturação de um triângulo de sinistros.	12
5.1	Fórmulas para a estimação dos parâmetros referentes ao triângulo do número de sinistros declarados.	22
5.2	Fórmulas para a estimação dos parâmetros referentes ao triângulo dos montantes pagos.	22
6.1	Funções de ligação.	26
8.1	Medidas descritivas do valor dos pagamentos efetuados nos sinistros para os dois ramos em questão.	36
8.2	Triângulo de sinistros incremental para o ramo Multirriscos Habitação.	37
8.3	Triângulo de sinistros acumulativo para o ramo Multirriscos Habitação.	37
8.4	Triângulo de sinistros incremental para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.	38
8.5	Triângulo de sinistros acumulativo para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.	38
8.6	Triângulo de sinistros incremental para o número de sinistros declarados no ramo Multirriscos Habitação.	38
8.7	Triângulo de sinistros acumulativo para o número de sinistros declarados no ramo Multirriscos Habitação.	38

8.8	Triângulo de sinistros incremental para o número de sinistros declarados no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.	39
8.9	Triângulo de sinistros acumulativo para o número de sinistros declarados no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.	39
8.10	Valor dos coeficientes de desenvolvimento λ_j aplicando o método <i>Chain Ladder</i>	40
8.11	Aplicação do método <i>Chain Ladder</i> no ramo Multirriscos Habitação.	40
8.12	Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método <i>Chain Ladder</i>	40
8.13	Coefficientes de desenvolvimento individuais $\lambda_{i,j}$ para o ramo Multirriscos Habitação.	41
8.14	Coefficientes de desenvolvimento individuais $\lambda_{i,j}$ para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.	42
8.15	Valores previstos dos coeficientes de desenvolvimento anuais λ_j utilizando uma regressão linear sobre os coeficientes individuais.	42
8.16	Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método <i>Chain Ladder</i> com o ajuste dos coeficientes de desenvolvimento individuais.	43
8.17	Valor dos fatores <i>grossing up</i> $\hat{g}_{i,j}$ para o ramo Multirriscos Habitação.	43
8.18	Valor dos fatores <i>grossing up</i> $\hat{g}_{i,j}$ para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.	44
8.19	Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método <i>Grossing Up</i>	44
8.20	Aplicação do método <i>Bornhuetter-Ferguson</i> no ramo Multirriscos Habitação.	45
8.21	Aplicação do método <i>Bornhuetter-Ferguson</i> no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.	46

8.22	Valor dos coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$ aplicando o método <i>Chain Ladder</i> ao triângulo de sinistros do número de sinistros declarados.	46
8.23	Valor dos coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$ aplicando o método <i>Chain Ladder</i> ao triângulo de sinistros dos montantes pagos.	47
8.24	Valores das estimativas dos parâmetros $\hat{\alpha}_i$ e $\hat{\beta}_j$ referentes ao triângulo de sinistros do número de sinistros declarados.	47
8.25	Valores das estimativas dos parâmetros $\hat{\alpha}_i$ e $\hat{\beta}_j$ referentes ao triângulo de sinistros dos montantes pagos.	48
8.26	Valor das estimativas para o parâmetro $\pi_l = (\pi_0, \dots, \pi_{n-1})$ e para o atraso de pagamento $p_l = (p_0, \dots, p_{d-1}, p_d)$ com o período máximo para o atraso de pagamento de d aplicando o método <i>Double Chain Ladder</i>	48
8.27	Valor da estimativa para a média dos pagamentos individuais no ano 2010 $\hat{\mu}$ e para a inflação $\hat{\gamma}_i$ aplicando o método <i>Double Chain Ladder</i>	49
8.28	Valor da provisão do RBNS e IBNR, valores das responsabilidades atuais e da provisão total aplicando o método <i>Double Chain Ladder</i>	49
8.29	Comparação do valor das provisões obtidas a partir dos métodos de provisão.	50
8.30	Valores utilizados para a taxa de inflação em Portugal para os anos 2010 a 2022.	52
8.31	Estimativa dos valores da taxa de inflação futura em Portugal para os anos 2023 a 2034.	52
8.32	Triângulo de sinistros incremental atualizado para a taxa de inflação de 2022 para o ramo Multirrisco Habitação.	55
8.33	Triângulo de sinistros incremental atualizado com as taxas de inflação passadas e futuras para o ramo Multirrisco Habitação.	56

8.34	Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método <i>Chain Ladder</i> com atualização da inflação.	56
8.35	Aplicação do método <i>Bornhuetter-Ferguson</i> ($\theta = 60\%$) com atualização da inflação passada.	57
8.36	Triângulo de sinistros incremental atualizado com as taxas de inflação passadas e futuras com o método <i>Bornhuetter-Ferguson</i> para o ramo Multirriscos Habitação.	58
8.37	Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método <i>Bornhuetter-Ferguson</i> com atualização da inflação.	58
8.38	Comparação do valor das provisões obtidas entre métodos com e sem a atualização da inflação e o seu respetivo impacto inflacionário.	59
8.39	Valor dos coeficientes de desenvolvimento obtidos para cada período de desenvolvimento j aplicando o alisamento dos dados no triângulo Mensal.	61
8.40	Valor dos coeficientes de desenvolvimento obtidos para cada período de desenvolvimento j aplicando o alisamento dos dados no triângulo Trimestral.	61
8.41	Valor dos coeficientes de desenvolvimento obtidos para cada período de desenvolvimento j aplicando o alisamento dos dados no triângulo Anual.	61
8.42	Comparação do valor das provisões obtidas com o método <i>Chain Ladder</i> nos triângulos de sinistros Mensal, Trimestral e Anual.	61
9.1	Resumo de todos os valores obtidos para a provisão dos sinistros com um triângulo de sinistros Anual ao longo da dissertação.	63
A.1	Resumo dos coeficientes de desenvolvimento obtidos para o calculo da provisão dos sinistros, ao longo da dissertação, no ramo Multirriscos Habitação.	69

A.2	Resumo dos coeficientes de desenvolvimento obtidos para o cálculo da provisão dos sinistros, ao longo da dissertação, no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.	69
A.3	Valor dos coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$ aplicando o método <i>Chain Ladder</i> ao triângulo de sinistros do número de sinistros declarados utilizados no método <i>Double Chain Ladder</i>	70
A.4	Valor dos coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$ aplicando o método <i>Chain Ladder</i> ao triângulo de sinistros dos montantes pagos utilizados no método <i>Double Chain Ladder</i>	70
A.5	Resumo de todos os valores obtidos para a provisão dos sinistros ao longo da dissertação.	70
B.1	Triângulo de sinistros Trimestral incremental para o ramo Multirris- cos Habitação.	71
B.2	Triângulo de sinistros Trimestral incremental para o ramo Responsa- bilidade Civil Automóvel.	71
B.3	Triângulo de sinistros Mensal incremental para o ramo Multirris- cos Habitação.	72
B.4	Triângulo de sinistros Mensal incremental para o ramo Responsabili- dade Civil Automóvel.	73
B.5	Triângulo de sinistros Anual acumulativo para o ramo Multirris- cos Habitação.	74
B.6	Triângulo de sinistros Anual acumulativo para o ramo Responsabili- dade Civil Automóvel.	74
B.7	Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método <i>Chain Ladder</i> ao triângulo de sinistros Anual.	75
B.8	Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método <i>Chain Ladder</i> ao triângulo de sinistros Trimestral.	75

B.9	Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método	
	<i>Chain Ladder</i> ao triângulo de sinistros Mensal.	76

Lista de abreviaturas

IBNR - *Incurring But Not Reported* (em português, provisão para sinistros ocorridos mas não declarados)

RBNS - *Reported But Not Settled* (em português, provisão para sinistros declarados mas que ainda não foram encerrados)

CBNI - *Covered But Not Incurred* (em português, provisão para sinistros cobertos mas não incorridos pela seguradora)

UWY - *Underwriting Year* (em português, ano de subscrição)

AY - *Accident Year* (em português, ano do acidente)

RY - *Reporting Year* (em português, ano de reporte)

CL - *Chain Ladder*

BF - *Bornhuetter-Ferguson*

DCL - *Double Chain ladder*

MLG - Modelos Lineares Generalizados

IPC - Índice de Preços ao Consumidor

INE - Instituto Nacional de Estatística

BCE - Banco Central Europeu

MH - Multirriscos Habitação

RCA - Responsabilidade Civil Automóvel.

Capítulo 1

Introdução

Qualquer indivíduo está sujeito a eventos aleatórios que podem afetar tanto a sua vida como a das pessoas ao seu redor. Com vista a amenizar os prejuízos decorrentes desses eventos, vários contratos de seguro são estabelecidos. Um contrato de seguro é um acordo entre a seguradora e o tomador de seguro onde este último tem a responsabilidade de pagar um prêmio para que a seguradora assuma a cobertura de determinados riscos. Caso ocorra uma perda e sejam cumpridas todas as condições contratuais, o tomador de seguro pode prosseguir com uma reclamação para um pedido de indenização.

Assim, cabe à seguradora garantir o pagamento de todas as indenizações. As provisões são criadas com o objetivo de refletir com precisão a situação financeira da empresa e garantir que ela esteja preparada para enfrentar futuras despesas que possam surgir como resultado de eventos passados ou presentes.

Neste contexto, o estado de solvência é de extrema importância para uma seguradora. Em 2016, foi implementada na União Europeia a Solvência II com o principal objetivo de garantir a solvência e a estabilidade financeira das seguradoras.

O principal objetivo desta dissertação foca-se no cálculo da estimativa de provisões para sinistros, analisando também como fatores externos, como a inflação, influenciam esse valor. Existem diversos métodos estatísticos que se baseiam na experiência passada para a previsão das provisões para sinistros, nomeadamente o método *Chain Ladder*, o método *Grossing Up*, o método *Bornheutter-Ferguson* e o método *Double Chain Ladder*. Além disso, será introduzido um método inovador para calcular a provisão de sinistros, conhecido como método de estimação de provisões de sinistros com atualização da inflação, que leva em consideração tanto a taxa de inflação passada quanto a futura.

Os seguros ‘Não Vida’ referem-se a um tipo de seguro que oferece cobertura

para perdas e danos relacionados a bens materiais, propriedades e eventos específicos. Esta dissertação irá dar especial foco na análise detalhada de cada um destes métodos determinísticos, seguida da sua aplicação a dois conjuntos de dados reais referentes a ramos de seguros ‘Não Vida’, o ramo Multiriscos Habitação e o ramo Responsabilidade Civil Automóvel da empresa AGEAS Portugal, visando à análise dos resultados e à comparação das estimativas de provisões entre os métodos.

1.1 Grupo AGEAS Portugal

Esta dissertação apresenta os resultados de um estágio curricular de 8 meses realizado no Grupo AGEAS Portugal, com foco especial na área de seguros do ramo ‘Não Vida’.

O Grupo Ageas Portugal é um dos líderes no *ranking* segurador português. A operar em Portugal desde 2005, esta empresa oferece uma ampla gama de produtos e serviços de seguros tanto para clientes individuais quanto para empresas, incluindo seguros de automóveis, seguros de saúde, seguros de vida, seguros de propriedades, entre outros.

As empresas de seguros têm a responsabilidade de constituir e manter provisões técnicas adequadas. Nesse contexto, o estudo apresentado nesta dissertação aborda uma questão de importância vital para o Grupo Ageas Portugal, pois a empresa tem de garantir recursos necessários para cumprir as suas obrigações contratuais com os segurados de forma a evitar problemas financeiros significativos.

1.2 Estrutura da dissertação

A presente dissertação é constituída por 9 capítulos.

No segundo capítulo é feita uma breve revisão da literatura, relacionada com a definição e composição das séries temporais e com os métodos de previsão, tendo especial foco na previsão pontual e intervalar e médias móveis.

O terceiro capítulo faz referência a conceitos básicos importantes da atividade seguradora tais como, a definição de um contrato de seguro ‘Não Vida’, o conceito de triângulo de sinistros e o de provisão para sinistros. Inclui também o desenvolvimento do processo de um sinistro.

No quarto e quinto capítulo são descritas as metodologias envolvidas para a aplicação de alguns métodos determinísticos, tais como o método *Chain Ladder*, o método *Grossing Up*, o método *Bornheutter-Ferguson* e o método *Double Chain*

Ladder, utilizados para a previsão da provisão para sinistros.

O sexto capítulo contém uma pequena revisão literária sobre modelos lineares generalizados.

No sétimo capítulo é introduzido o tema da inflação. Neste capítulo, será abordada a importância desta taxa no âmbito da indústria de seguros e como esta é estudada em Portugal. Adicionalmente, será apresentado um novo método para a estimação da provisão de sinistros que integra a taxa de inflação passada e futura, denominado de método de estimação das provisões de sinistros com atualização da inflação.

A aplicação das metodologias aos dados é apresentada no oitavo capítulo. Primeiramente, é realizada uma breve análise da base de dados e expostos os triângulos de sinistros que irão ser utilizados no estudo. De seguida, é feita a aplicação prática dos métodos mencionados anteriormente bem como a interpretação, análise e comparação dos resultados obtidos. No decorrer deste capítulo, também é analisado o impacto da inclusão ou não da taxa de inflação nos métodos. Por fim, é elaborada uma comparação da provisão obtida entre triângulos que se diferem apenas no nível de granularidade.

No último capítulo, ou seja, no nono capítulo, são debatidas as principais conclusões desta dissertação e dos seus resultados, além de oferecer algumas sugestões de investigação para trabalho futuro.

Por fim, seguem-se as referências bibliográficas que serviram de apoio à elaboração desta dissertação e, em anexo, algumas informações relacionadas com a aplicação prática.

Os valores das tabelas 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.6, 8.7, 8.8, 8.9, 8.11, 8.32, 8.33, 8.36, B.1, B.2 e B.3 foram omitidos no final da escrita da dissertação para manter em confidencialidade informação sensível da empresa.

1.3 Estado da Arte

Existem vários métodos que podem ser usados para estimar o valor para a provisão dos sinistros.

O método *Chain Ladder* é uma das técnicas atuariais mais antigas e amplamente utilizada no campo atuarial para a estimação da provisão de sinistros em seguros ‘Não Vida’ com base em dados de sinistros passados [Castro, 2018, Conceição, 2014]. Foi criado e desenvolvido por Frederik Harnek em 1966, numa época em que os computadores ainda não eram de fácil acesso, o que tornou este método bastante

popular pela sua simplicidade. Posteriormente, Thomas Mack, em 1993 e 1999, também desempenhou um papel significativo na evolução e popularização deste método.

No entanto, o método *Chain Ladder* demonstrou algumas limitações que levavam à produção de resultados insatisfatórios. Para contornar este problema e melhorar a precisão das estimativas da provisão para sinistros foram desenvolvidas ao longo do tempo novas abordagens e técnicas como, por exemplo, o método *Bornhuetter-Ferguson* [Verrall, 2004].

O método *Bornhuetter-Ferguson*, apresentado por Ronald L. Bornhuetter e Ronald E. Ferguson em 1972, é um desenvolvimento do método *Chain Ladder* que envolve tanto o histórico dos montantes de indemnizações passadas quanto o valor dos prémios emitidos, tornando-o mais robusto em comparação com o método *Chain Ladder*. Esta abordagem lida com uma das limitações mais conhecidas do método *Chain Ladder*, a sua sensibilidade a valores *outliers*, que pode influenciar a estimativa da provisão para sinistros [Martínez-Miranda et al., 2013].

Além disso, é importante notar outra limitação do método *Chain Ladder*. Este método não é capaz de calcular a provisão para os sinistros ocorridos mas não declarados (IBNR) separadamente da provisão para sinistros declarados mas que ainda não foram encerrados (RBNS). Em vez disso, ele estima estas duas provisões de forma combinada [Soleha and Hikmah, 2022].

Assim, em 2012, Miranda et al., desenvolveram um novo método capaz de solucionar este problema, denominado de método *Double Chain Ladder*. Este método utiliza o método *Chain Ladder* duas vezes, combinando o número de sinistros declarados com os montantes pagos para calcular separadamente o IBNR e o RBNS da provisão para sinistros.

Para uma avaliação mais precisa das provisões para sinistros do setor de seguros ‘Não Vida’, deve levar-se em consideração os riscos de volatilidade da inflação [Yan, 2016]. Estes efeitos da inflação atuam no tempo calendário e, desta forma, assume-se que quaisquer efeitos que se manifestem ao longo da diagonal de um triângulo de sinistros estão associados à inflação. Para mais detalhes acerca da taxa de inflação pode, por exemplo, consultar-se Bohnert et al. [2016] e Gigante et al. [2019].

Em várias publicações, como Cristian and Dan [2015], Corneliu [2016] e Costa [2016], é apresentada uma nova vertente do método *Chain Ladder* que leva em consideração a taxa de inflação associada aos sinistros passados, bem como a taxa de inflação prevista para futuros sinistros. Nesta dissertação, esta técnica é denominada de método de estimação de provisões de sinistros com atualização da inflação.

Capítulo 2

Séries temporais

Uma série temporal é um conjunto de observações medidas em momentos sequenciais no tempo. Quando essas medições são feitas em momentos específicos, geralmente igualmente espaçados (por exemplo, dias, meses, trimestres, anos, etc.) a série temporal designa-se por discreta.

A análise de uma série temporal é extremamente útil e assenta sobre objetivos específicos. Em geral, uma série temporal tem como objetivo analisar e compreender a estrutura, a evolução e o comportamento dos dados ao longo do tempo. Desta forma, é capaz de identificar padrões e tendências, sazonalidades, ciclos e mudanças estruturais que ocorrem na série. Por outro lado, uma série temporal também é capaz de prever o comportamento futuro, ou seja, realizar previsões futuras da série com base nas observações históricas e avaliar o impacto de determinados eventos.

Neste capítulo, serão apresentadas algumas noções fundamentais sobre séries temporais necessárias para a compreensão desta dissertação.

2.1 Componentes de uma série temporal

Segundo Persons (1919), uma série temporal geralmente é composta por quatro componentes principais: a tendência, a sazonalidade, a componente cíclica e o ruído aleatório. [Lima, 2018]

1. A tendência representa o comportamento a longo prazo da série temporal, ou seja, refere-se à inclinação que a série apresenta ao longo do tempo podendo ser crescente, decrescente ou manter-se estável;
2. A sazonalidade corresponde a um padrão de aumento e diminuição que ocorre em intervalos fixos de tempo, originando oscilações que se repetem. Identificar

a sazonalidade é importante para compreender flutuações regulares e repetitivas nos dados ao longo do tempo.

3. A componente cíclica é uma componente não-sazonal que apresenta um padrão de flutuação. Como estas flutuações são irregulares e podem prolongar por vários anos, é frequente ignorar esta componente para séries consideradas "curtas".
4. O ruído aleatório representa qualquer variação que não é explicada pelas componentes anteriores, ou seja, representa as flutuações não sistemáticas e imprevisíveis na série temporal. Essas variações, por sua vez, não são explicadas pela tendência nem pela sazonalidade sendo causadas por fatores aleatórios.

2.2 Métodos de previsão

Um método de previsão é um procedimento sistemático para estimar previsões futuras com base nos valores presentes e passados observados. Para escolher o método de previsão é essencial experimentar diversos métodos e escolher-se o método que pareça mais adequado e adaptável aos dados. Desta forma, através da experimentação e análise comparativa dos resultados, é possível identificar qual o método de previsão que melhor se ajusta aos dados e que ofereça as previsões mais confiáveis.

2.2.1 Previsão pontual e intervalar

Como já foi mencionado anteriormente, ao utilizar um método de previsão obtém-se uma estimativa para a previsão futura em um determinado ponto no tempo, ou seja, estima-se um único valor como a melhor aproximação para o futuro. A esta estimativa chama-se de estimativa pontual. No entanto, esta estimativa não fornece informações sobre a incerteza ou possíveis erros associada a ela.

Para poder estudar a incerteza inerente à estimativa da previsão obtida utiliza-se a previsão intervalar. Desta forma, em vez de fornecer apenas um valor pontual, a previsão intervalar fornece um intervalo de valores prováveis para o futuro, considerando assim a incerteza associada à previsão. Os intervalos de previsão usuais são construídos com base em estimativas do desvio padrão das próprias previsões e por um nível de confiança (normalmente de 90%, 95% ou 99%).

Nesta dissertação, para o cálculo de intervalos de confiança (IC) irá ser aplicado o intervalo apresentado em 2.1, considerando a normalidade dos dados.

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \quad (2.1)$$

onde, \bar{x} é o valor esperado da amostra, σ é o valor do desvio padrão da amostra, $1 - \alpha$ o nível de confiança (normalmente de 90%, 95% ou 99%) e n o tamanho da amostra.

2.2.2 Médias móveis

As médias móveis desempenham um papel fundamental na análise de séries temporais. Esta é uma técnica estatística amplamente utilizada devido à sua capacidade de suavizar flutuações de curto prazo, tornando mais fácil identificar padrões e tendências subjacentes. Além disso, esta técnica ainda permite identificar tendências e padrões mais consistentes ao longo do tempo, fornecendo informações sobre o comportamento da série. As médias móveis também desempenham um papel importante para detetar pontos de reversão e padrões sazonais, filtrar ruídos e simplificar previsões.

As médias móveis podem dividir-se, por exemplo, em Média Móvel Simples, Média Móvel Exponencial e Média Móvel Ponderada.

1. A Média Móvel Simples dá a mesma importância a todos os elementos contidos no período considerado, ou seja, todos os valores têm o mesmo peso na média, e não há atribuição de pesos diferenciados.
2. A Média Móvel Exponencial é calculada atribuindo maior peso aos valores mais recentes da série temporal. Para tal, ela incorpora um fator de suavização exponencial na sua aplicação.
3. A Média Móvel Ponderada é uma variação das médias móveis simples em que diferentes pesos são atribuídos a cada valor ao calcular a média. Desta forma, os valores mais recentes da série temporal podem receber pesos maiores refletindo uma maior importância na média. A escolha dos pesos varia de acordo com a abordagem adotada podendo ser lineares, exponenciais ou personalizados.

Capítulo 3

Conceitos básicos

Neste capítulo, serão apresentadas algumas noções fundamentais sobre contratos de seguro ‘Não Vida’, o conceito do triângulos de sinistros bem como o desenvolvimento de um processo de sinistro, que são elementos essenciais para a compreensão desta dissertação.

3.1 Contratos de seguro ‘Não Vida’

O que é um seguro ‘Não Vida’? Os seguros do ramo ‘Não Vida’ têm como objetivo a indenização de uma pessoa ou organização por perdas, danos físicos ou danos materiais sofridos nos seus bens patrimoniais. Este tipo de seguro também tem a responsabilidade de indenizar terceiros por perdas ou danos que advenham de contingências específicas, como por exemplo, incêndio, roubo, lesão, negligência, entre outros.

As circunstâncias que resultam da perda ou dano de um bem patrimonial abrangido por um contrato de seguro e capaz de acionar um pedido de indenização é também designado como sinistro.

Uma seguradora tem que garantir o pagamento das indenizações ou o pagamento do capital seguro em caso de ocorrência de sinistro nos termos do contrato. Desta forma, a seguradora constitui provisões técnicas, da qual a que tem mais peso é a provisão para sinistros. Faz parte das funções de um Atuário estimar estas provisões de forma a evitar alguma consequência financeira adversa para as pessoas ou a empresa.

3.2 Sinistro

Como já foi referido, um sinistro é um evento ou série de eventos resultantes de uma causa, como a perda ou dano de um bem patrimonial, capaz de acionar as garantias de um ou mais contratos de seguro.

O desenvolvimento do processo de um sinistro, aplicado pelas seguradoras para o seu tratamento, é ilustrado através da Figura 3.1.

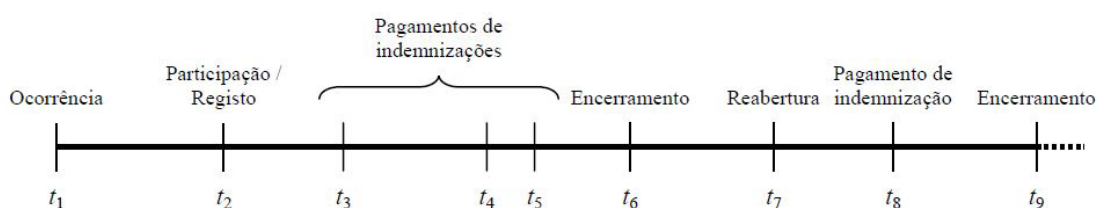


Figura 3.1: Evolução de um processo de sinistro.

onde,

- t_1 : Momento em que ocorre o sinistro;
- t_2 : O tomador de seguro participa o sinistro na seguradora;
- t_3, t_4 e t_5 : Instantes de pagamentos de indemnizações por parte da seguradora;
- t_6 : Conclusão do sinistro;
- t_7 : Reabertura do processo (surge devido a novas informações relevantes relacionadas com o sinistro, por exemplo, devido ao surgimento de informação incompleta e/ou incoerente à data de encerramento) ;
- t_8 : Regularização das indemnizações;
- t_9 : Novo encerramento do sinistro.

Tendo em conta as etapas de um processo de sinistro, uma provisão pode classificar-se como uma provisão para sinistros ocorridos mas não declarados, designados por IBNR (*Incurring But Not Reported*), como uma provisão para sinistros declarados mas que ainda não foram encerrados, designados por RBNS (*Reported But Not Settled*) e, por fim, como uma provisão para sinistros cobertos mas não incorridos pela seguradora, designados por CBNI (*Covered But Not Incurred*). Desta

forma, uma provisão que ainda esteja pendente divide-se em 3 categorias: IBNR, CBNI ou RBNS.

Existem várias formas de distribuir os sinistros em períodos de tempo distintos conforme seja feita a sua reclamação da indemnização. Desta forma, podemos dividir os sinistros por data de subscrição do contrato, isto é, pela data do contrato ao qual o sinistro está vinculado ("UWY - *Underwriting Year*"), pela data em que ocorreu o evento de perda que deu origem ao sinistro ("AY - *Accident Year*") ou pela data de reporte do sinistro, isto é, pela data em que o sinistro é comunicado à seguradora ("RY - *Reporting Year*"). [AGEAS Portugal, 2023]

3.3 Triângulos de Sinistros

Um triângulo de sinistros é uma representação em matriz para a informação relativa aos sinistros onde cada entrada representa essa informação tendo em conta o período de ocorrência e o período de desenvolvimento até ao seu encerramento. Desta forma, um triângulo de sinistros irá ser uma matriz triangular superior em relação à anti-diagonal onde os valores a baixo desta diagonal serão desconhecidos, as linhas representam o período de ocorrência i , isto é, o ano em que ocorreu o sinistro, e as colunas o período de desenvolvimento j que representa o tempo decorrido entre o momento da ocorrência do sinistro e o seu encerramento (normalmente avaliado em anos). Na tabela 3.1 pode-se observar a estruturação de um triângulo de sinistros onde $X_{i,j}$, com $1 \leq i \leq n$ e $0 \leq j \leq n - 1$, representa o histórico fornecido pela seguradora e n o período de ocorrência mais recente. Os valores desconhecidos desta matriz, ou seja, o triângulo inferior direito, são os valores previstos $X_{i,j}$ onde $i+j > n$ que eventualmente irar-se-ão prever à custa dos métodos que irão ser mencionados nesta dissertação.

O número de períodos de desenvolvimento pode nem sempre ser o mesmo que o número de períodos de ocorrência. A estruturação para o triângulo de sinistros pode variar dependendo da informação que estiver disponível sobre os sinistros. Se houver um maior ou menor histórico da informação conhecida, o triângulo de sinistros pode não tomar o formato de um triângulo superior esquerdo. É de notar que a utilização da informação histórica em demasia pode levar à introdução de eventuais tendências passadas nas previsões que não explicariam a realidade atual ou a utilização em baixas quantidades pode comprometer a significância dos métodos utilizados. Desta forma, procura-se obter uma base de dados com características semelhantes e dimensões adequadas permitindo obter estimativas futuras mais consistentes.

Tabela 3.1: Estruturação de um triângulo de sinistros.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento							
	0	1	2	...	j	...	$n-2$	$n-1$
1	$X_{1,0}$	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$...	$X_{1,j}$...	$X_{1,n-2}$	$X_{1,n-1}$
2	$X_{2,0}$	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$...	$X_{2,j}$...	$X_{2,n-2}$	
3	$X_{3,0}$	$X_{3,1}$	$X_{3,2}$...	$X_{3,j}$...		
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	...		
i	$X_{i,0}$	$X_{i,1}$	$X_{i,2}$...	$X_{i,j}$			
⋮	⋮	⋮				
$n-1$	$X_{n-1,0}$	$X_{n-1,1}$						
n	$X_{n,0}$							

O histórico fornecido pela seguradora pode ser referente ao número de sinistros declarados ou ao montante efetuado no sinistro. Posto isto, a variável $X_{i,j}$ pode adotar várias nomenclaturas e esta informação pode ser representada sobre a forma de dados incrementais ou dados acumulativos:

- $N_{i,j}$, quando os dados se referem ao número de sinistros declarados de forma incremental ou $A_{i,j} = \sum_{k=0}^j N_{i,k}$, para a forma acumulativa;
- $C_{i,j}$, quando os dados se referem a montantes efetuados nos sinistros de forma incremental ou $D_{i,j} = \sum_{k=0}^j C_{i,k}$, para a forma acumulativa.

3.4 Previsão em Triângulos de Sinistros

Como já foi mencionado, o objetivo fundamental é prever os valores de $X_{i,j}$, onde $i + j > n$, do triângulo de sinistros, ou seja, prever as estimativas para os valores do triângulo inferior direito. Tendo em mão a matriz completamente preenchida, pode-se estimar o valor para as responsabilidades atuais \hat{R}_i por cada período de ocorrência i , ou seja, realizando a diferença entre a estimativa da quantidade acumulada do último período de desenvolvimento isto é, $\hat{D}_{i,n-1}$, e o último valor observado no mesmo período. A equação 3.1 apresenta o cálculo para os valores das responsabilidades atuais.

$$\hat{R}_i = \hat{D}_{i,n-1} - D_{i,n-i}, \quad 1 \leq i \leq n \quad (3.1)$$

A partir dos valores de \hat{R}_i estimados, pode-se partir para o cálculo do custo

total estimado que a seguradora terá de suportar para regularizar todos os sinistros ocorridos até ao final do exercício. Este custo é denominado por provisão total para sinistros ou montante total da reserva, denotando-se por \hat{R} :

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i, \quad (3.2)$$

Em diversas situações, os sinistros podem não estar completamente declarados e ou encerrados ao fim dos $n - 1$ períodos de desenvolvimento. Daqui surge a necessidade de integrar na estimação um fator cauda. Este fator cauda consiste na representação do montante que se estima efetuar depois do último ano de desenvolvimento em causa, ou seja, as estimativas para os anos de desenvolvimento n , $n + 1$ até $n + k$ onde k representa um instante de tempo qualquer. Desta forma, o valor para as responsabilidades atuais \hat{R}_i por cada período de ocorrência i toma a forma representada em 3.3:

$$\hat{R}_i = \hat{D}_{i,\infty} - D_{i,n-i}, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.3)$$

onde $\hat{D}_{i,\infty}$ representa a estimativa total dos montantes acumulados que vão ser efetuados, incluindo os pagamentos que ocorrerão após o último período de desenvolvimento considerado no triângulo, relativamente ao ano de ocorrência i .

Nesta dissertação, uma vez que se trata de sinistros de cauda curta, irá considerar-se que o triângulo de sinistros é encerrado, isto é, que os sinistros serão todos declarados e encerrados após os $n - 1$ períodos de desenvolvimento, dispensando assim a necessidade de utilizar um fator de cauda.

Capítulo 4

Modelos Determinísticos

Para prever futuros pagamentos de sinistros, os modelos determinísticos são frequentemente aplicados aos triângulos sinistros. Estes modelos assumem que os padrões observados nos dados do passado continuarão a se repetir no futuro, sem levar em conta a aleatoriedade ou incerteza inerentes aos sinistros. Desta forma, obtém-se estimativas pontuais. Essas estimativas fornecem apenas um valor estimado, sem fornecer informações sobre a variabilidade da estimativa ou sobre possíveis erros associados a ela.

Ao longo deste capítulo, serão abordadas algumas metodologias determinísticas amplamente utilizadas na prática atuarial para a estimação da provisão para sinistros, nomeadamente, o método *Chain Ladder*, o método *Bornhuetter-Ferguson* e o método *Grossing Up*. Esses métodos terão como ponto de partida um triângulo de sinistros.

4.1 Método *Chain Ladder*

O método de *Chain Ladder*, criado por Harnek em 1966, é uma das técnicas atuariais mais antigas e populares pelas seguradoras na estimação da provisão para sinistros devido, principalmente, à sua simplicidade. Este método oferece uma abordagem de previsão para completar o triângulo inferior onde utiliza um conjunto de rácios que relacionam os montantes de um determinado ano com os montantes do ano seguinte.

O método *Chain Ladder* parte do pressuposto de que existe proporcionalidade entre os períodos de desenvolvimento. Além disso, considera os diferentes anos de sinistros como independentes e supõe que os estimadores dos coeficientes de desenvolvimento permaneçam constantes ao longo dos anos.

Desta forma, o fator que determina o aumento médio dos montantes pagos entre os anos de desenvolvimento consecutivos é denominado por coeficiente de desenvolvimento ou fator de proporcionalidade, λ_j . Este coeficiente é estimado a partir do quociente entre a soma dos pagamentos conhecidos e realizados no período de desenvolvimento $j + 1$ com a soma dos pagamentos realizados no período de desenvolvimento anterior j para os mesmos anos de ocorrência i .

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} D_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} D_{i,j}} \quad \text{onde } j = 0, \dots, n - 1 \quad (4.1)$$

Para determinar as estimativas dos pagamentos futuros $D_{i,j}$ com $i + j > n$ será necessário as estimativas dos coeficientes de desenvolvimento para cada período de desenvolvimento j e os montantes conhecidos. O seu cálculo é obtido através do produto destes dois valores, representado pela equação 4.2, considerando que, para estimar a primeira diagonal desconhecida do triângulo de sinistros utiliza-se o último valor conhecido do pagamento no período de ocorrência em causa. A partir das estimativas de $D_{i,j}$ completa-se a parte inferior do triângulo de sinistros.

$$\hat{D}_{i,j} = \hat{D}_{i,j-1} \times \hat{\lambda}_{j-1} \quad \text{onde } i + j > n \quad (4.2)$$

Para estimar o valor para as responsabilidades atuais R_i por cada período de ocorrência i , aplica-se a equação 3.1. A partir dos valores obtidos, isto é, dos valores de \hat{R}_i , pode-se partir para o cálculo da provisão total para sinistros, aplicando a equação 3.2.

4.1.1 Limitações

Apesar de ser um método bastante simples, fornecer bons resultados e adaptar-se bem aos dados, o método *Chain Ladder* apresenta algumas limitações importantes. Primeiramente, é sensível a *outliers*, ou seja, sinistros atípicos ou incomuns podem provocar grandes variações nas estimativas. Além disso, o método não considera a incerteza inerente aos sinistros, pois não fornece medidas de variabilidade ou intervalos de confiança. Outro ponto a ser considerado é que, este método depende fortemente dos dados históricos disponíveis, o que pode limitar sua aplicação em triângulos com poucos dados ou com padrões de sinistros não lineares e pode nem sempre ser realista, pois supõe que sejam os mesmos coeficientes de desenvolvimento ao longo dos períodos de ocorrência dos sinistros.

É importante considerar essas limitações ao utilizar o método *Chain Ladder* e complementar a análise com outras técnicas e abordagens de forma a obter resultados mais robustos e confiáveis em relação às estimativas de sinistros.

Cabe aos atuários a responsabilidade do ajuste desta metodologia de acordo com as particularidades do negócio. Nesse sentido, em vez de considerar todo o histórico disponível, eles podem optar por utilizar coeficientes de desenvolvimento referentes a um número reduzido de anos, tendo em conta a relevância e representatividade de cada ano, bem como recorrer à média dos coeficientes de desenvolvimento em vez de utilizar valores individuais para cada ano, conforme adequado, visando obter estimativas mais precisas.

4.2 Método *Grossing Up*

Quando ocorre um sinistro, é comum que nem todos os danos sejam imediatamente visíveis ou avaliados. Em muitos casos, há partes ocultas danificadas que só serão descobertos mais tarde.

O método de *grossing up* é uma abordagem que permite estimar o valor total de um sinistro, levando em consideração tanto os danos conhecidos quanto os danos desconhecidos/ não avaliados.

Esta metodologia baseia-se em percentagens para estimar o montante total pago para cada período de ocorrência através da subtração da proporção da parte visível, ou seja, dos sinistros pagos até ao momento, à proporção da parte invisível, isto é, os montantes que faltam pagar.

Desta forma, é possível estabelecer uma proporção ou fator de *grossing up*, denominado por $\hat{g}_{i,j}$. Considerando o primeiro período de ocorrência $i = 1$ e sabendo o valor total dos montantes acumulados que vão ser pagos nesse período, $D_{1,n-1}$, calcula-se a percentagem de montantes pagos em cada ano de desenvolvimento para o primeiro período de ocorrência a partir da equação 4.3.

$$\hat{g}_{1,j} = \frac{D_{1,j}}{D_{1,n-1}} \quad \text{onde } j = 0, \dots, n-1. \quad (4.3)$$

Para o segundo período de ocorrência, ou seja, $i = 2$, aplica-se respetivamente as equações 4.4, 4.5 e 4.6.

$$\hat{g}_{2,n-2} = \hat{g}_{1,n-2} \quad (4.4)$$

$$\hat{D}_{2,n-1} = \frac{D_{2,n-2}}{\hat{g}_{2,n-2}} \quad (4.5)$$

$$\hat{g}_{2,j} = \frac{D_{2,j}}{\hat{D}_{2,n-1}} \quad \text{onde } j = 0, \dots, n-3. \quad (4.6)$$

Da mesma forma, para o período de ocorrência $i = 3, \dots, n$, aplicam-se respectivamente as equações 4.7, 4.8 e 4.9.

$$\hat{g}_{i,n-i} = \text{média}(\hat{g}_{1,n-i}; \hat{g}_{2,n-i}; \dots; \hat{g}_{i-1,n-i}) \quad (4.7)$$

$$\hat{D}_{i,n-1} = \frac{D_{i,n-i}}{\hat{g}_{i,n-i}} \quad (4.8)$$

$$\hat{g}_{i,j} = \frac{D_{i,j}}{\hat{D}_{i,n-1}} \quad \text{onde } j = 0, \dots, n-i-1. \quad (4.9)$$

Assim, obtém-se as estimativas $\hat{D}_{i,n-1}$ para o valor total dos montantes acumulados que vão ser pagos para cada período de ocorrência i . Através da equação 3.1, é possível obter as estimativas dos valores das responsabilidades atuais \hat{R}_i para cada período de ocorrência i . Posteriormente, aplicando a equação 3.2, é realizado o cálculo da provisão total para sinistros.

4.3 Método *Bornhuetter-Ferguson*

Desenvolvido por Ronald L. Bornhuetter e Ronald E. Ferguson em 1972, o método *Bornhuetter-Ferguson* (BF) é utilizado para a estimação da provisão total para sinistros.

Analisando os montantes de indenizações passadas, este método considera a tendência histórica das perdas, a fim de capturar a evolução dos sinistros ao longo do tempo. Essa informação é combinada com fatores externos, como a taxa de sinistralidade, que representa a proporção das perdas em relação aos prêmios, e o volume de prêmios emitidos, que reflete o tamanho e a atividade da carteira de seguros.

Esta metodologia tem início com o cálculo dos coeficientes de desenvolvimento λ_j , conforme descrito no método *Chain Ladder*, através da utilização da equação 4.1.

Considere-se pe_i como o montante de prêmios emitidos para cada período de

ocorrência i , onde $i = 1, \dots, n$, e θ_j como a taxa de sinistralidade associada ao período de desenvolvimento j , definida como a razão entre os montantes pagos e os prêmios emitidos. Supondo que as taxas de sinistralidade θ_j sejam constantes para todos os períodos de desenvolvimento e idênticas a θ , calcula-se uma estimativa do valor total dos montantes acumulados que vão ser pagos para cada período de ocorrência i , ou seja, os valores $\hat{D}_{i,n-1}$, a partir da equação 4.10. Para representar estas estimativas, utiliza-se a notação \hat{M}_i .

$$\hat{M}_i = \hat{D}_{i,n-1} = pe_i \times \theta, \quad i = 1, \dots, n. \quad (4.10)$$

Assim, para cada período de ocorrência i , é possível obter as estimativas dos valores das responsabilidades atuais \hat{R}_i com base nessas estimativas \hat{M}_i e usando a equação 4.11. Em seguida, a provisão total para sinistros é calculada aplicando a equação 3.2.

$$\hat{R}_i = \hat{M}_i \left(1 - \frac{1}{\lambda_{n-i+2}\lambda_{n-i+3} \cdots \lambda_n} \right) = \hat{M}_i \left(\frac{\lambda_{n-i+2}\lambda_{n-i+3} \cdots \lambda_n - 1}{\lambda_{n-i+2}\lambda_{n-i+3} \cdots \lambda_n} \right), \quad i = 1, \dots, n. \quad (4.11)$$

Capítulo 5

Método *Double Chain ladder*

Como já foi referido, o método mais popular para prever a provisão total para sinistros é o método *Chain Ladder*. No entanto, este método não é capaz de calcular a provisão do IBNR e do RBNS separadamente, apenas em conjunto. Para contornar este problema, em 2012, Martinez-Miranda, Nielsen, e Verrall desenvolveram um novo método capaz de prever a provisão da Reserva dividida separadamente pelos seus constituintes, o IBNR e RBNS, denominado de método *Double Chain Ladder*. Este método utiliza duas vezes o método *Chain Ladder* aplicado a um triângulo com o número de sinistros declarados e outro com os montantes pagos, combinando os dois.

Neste capítulo apresenta-se a metodologia envolvida para a aplicação deste método determinístico na estimação da provisão para sinistros.

5.1 Estimação dos parâmetros

Para iniciar este método irá aplicar-se o método de *Chain Ladder* a dois triângulos acumulados, um com o número de sinistros declarados e o outro com os montantes pagos, de forma a preencher os respetivos triângulos inferiores. Durante esse processo são calculados os coeficientes de desenvolvimento do triângulo para o número de sinistros, denominados por $\hat{\lambda}_j$, e os coeficientes de desenvolvimento do triângulo dos montantes, denominados por $\hat{\tilde{\lambda}}_j$.

De seguida, a partir dos dados ajustados nos dois triângulos cumulativos, transforma-se, respetivamente, em dados incrementais e estimam-se os parâmetros apresentados nas tabelas 5.1 e 5.2:

Para a estimação do valor dos parâmetros para o atraso de pagamento $(\hat{p}_0, \dots, \hat{p}_a)$ [Verrall et al., 2010], considera-se as estimativas dos parâmetros β_j , com

Tabela 5.1: Fórmulas para a estimação dos parâmetros referentes ao triângulo do número de sinistros declarados.

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_0 &= \frac{1}{\prod_{l=1}^{n-1} \hat{\lambda}_l}, \\ \hat{\beta}_j &= \frac{\hat{\lambda}_{j-1}}{\prod_{l=j}^{n-1} \hat{\lambda}_l}, \quad \text{onde } 1 \leq j \leq n-1 \\ \hat{\alpha}_i &= \sum_{j=0}^{n-i} N_{i,j} \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{\lambda}_j, \quad \text{onde } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Tabela 5.2: Fórmulas para a estimação dos parâmetros referentes ao triângulo dos montantes pagos.

$$\begin{aligned} \hat{\hat{\beta}}_0 &= \frac{1}{\prod_{l=1}^{n-1} \hat{\hat{\lambda}}_l}, \\ \hat{\hat{\beta}}_j &= \frac{\hat{\hat{\lambda}}_{j-1}}{\prod_{l=j}^{n-1} \hat{\hat{\lambda}}_l}, \quad \text{onde } 1 \leq j \leq n-1 \\ \hat{\hat{\alpha}}_i &= \sum_{j=0}^{n-i} C_{i,j} \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{\hat{\lambda}}_j, \quad \text{onde } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

$0 \leq j \leq n-1$, obtidos a partir dos dois triângulos. Desta forma, a partir da resolução do sistema de equações representado pela equação linear em 5.1, obtém-se as estimativas para o parâmetro $\pi = (\pi_0, \dots, \pi_{n-1})$. Este parâmetro tem a capacidade de assumir valores negativos e permitir uma soma superior a 1. Assim, estima-se d , ou seja, o período máximo para o atraso de pagamento. Este valor é necessário para realizar determinados ajustes a $\hat{\pi}$ tendo que satisfazer a condição apresentada em 5.2.

$$\begin{pmatrix} \hat{\hat{\beta}}_0 \\ \vdots \\ \hat{\hat{\beta}}_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\beta}_{n-1} & \cdots & \hat{\beta}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_0 \\ \vdots \\ \pi_{n-1} \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

$$\sum_{l=0}^{d-1} \hat{\pi}_l < 1 \leq \sum_{l=0}^d \hat{\pi}_l, \quad \hat{\pi}_l > 0 \quad (5.2)$$

A partir das equações em 5.3 e 5.4, aplica-se esse ajuste a $\hat{\pi}$, obtendo assim as estimativas do valor dos parâmetros para o atraso de pagamento $\hat{p} = (\hat{p}_0, \dots, \hat{p}_{d-1}, \hat{p}_d)$.

$$\hat{p}_l = \hat{\pi}_l, \quad l = 0, \dots, d-1 \quad (5.3)$$

$$\hat{p}_d = 1 - \sum_{l=0}^{d-1} \hat{p}_l \quad (5.4)$$

Por fim, apenas faltam definir dois parâmetros importantes para a estimação das provisões, o parâmetro da média dos pagamentos individuais no primeiro período de ocorrência ($i = 1$), representado por $\hat{\mu}$, e o parâmetro que representa a inflação presente no período de ocorrência i , $\hat{\gamma}_i$. Estes dois parâmetros são calculados a partir das equações 5.5 e 5.6, respetivamente.

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_1} \quad (5.5)$$

$$\hat{\gamma}_i = \frac{\hat{\alpha}_i}{\hat{\alpha}_i \hat{\mu}}, \quad i = 1, \dots, n \quad (5.6)$$

5.2 Estimação da provisão para sinistros

Com recurso a todos os parâmetros mencionados na secção anterior, pode-se obter uma estimativa para a provisão do IBNR e para a provisão do RBNS separadamente.

É importante ter em mãos os dados do número de sinistros na forma incremental (dados observados e estimados com base no método de *Chain Ladder*), pois a provisão do RBNS irá utilizar o número de sinistros que foram declarados e a provisão do IBNR utiliza o número de sinistros que se espera vir a declarar. As equações 5.7 e 5.8 representam, respetivamente, as fórmulas para calcular o RBNS e o IBNR.

Na figura 5.1 é ilustrada a divisão da matriz de índices, assumindo um atraso máximo de $d = n - 1$. O método *Double Chain ladder* produz estimativas dentro do conjunto de índices $J \cup K \cup L$.

$$\hat{C}_{i,j}^{RBNS} = \sum_{l=i-n+j}^j N_{i,j-l} \hat{p}_l \hat{\mu} \hat{\gamma}_i, \quad (i, j) \in J \cup K \quad (5.7)$$

$$\hat{C}_{i,j}^{IBNR} = \sum_{l=0}^{i-n+j-1} \hat{N}_{i,j-l} \hat{p}_l \hat{\mu} \hat{\gamma}_i, \quad (i, j) \in J \cup K \cup L \quad (5.8)$$

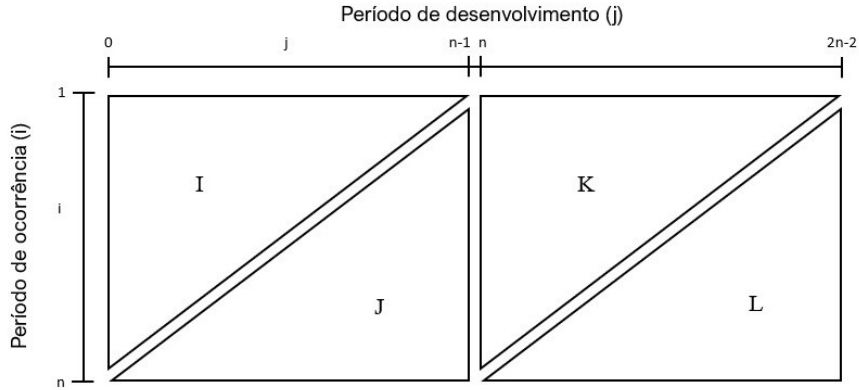


Figura 5.1: Divisão da matriz de índices, assumindo um atraso máximo de $d = n - 1$.

Desta forma, podemos obter o valor estimado da provisão para o RBNS e para IBNR, para cada ano de ocorrência i , a partir, respetivamente, das equações 5.9 e 5.10. As estimativas dos valores das responsabilidades atuais \hat{R}_i para o ano de ocorrência i é dado pela equação 5.11.

$$\hat{R}_i^{RBNS} = \sum_{j=n+1-i}^m \hat{C}_{i,j}^{RBNS} \quad (5.9)$$

$$\hat{R}_i^{IBNR} = \sum_{j=n+1-i}^m \hat{C}_{i,j}^{IBNR} \quad (5.10)$$

$$\hat{R}_i = \hat{R}_i^{RBNS} + \hat{R}_i^{IBNR} \quad (5.11)$$

Capítulo 6

Modelos Lineares Generalizados

Os modelos lineares generalizados, designados por MLG, foram apresentados pela primeira vez em um artigo clássico de Nelder e Wedderburn, intitulado "*Generalized Linear Models*", publicado em 1972. Estes são considerados uma extensão importante dos modelos lineares de regressão múltipla, permitindo a análise de uma ampla variedade de tipos de resposta. A aplicação destes modelos estocásticos na estimação da provisão para sinistros permite obter estimativas semelhantes aos métodos determinísticos *Chain Ladder* e *Bornhuetter-Ferguson* e é capaz de modelar outros efeitos.

Neste capítulo, será realizada uma apresentação dos modelos lineares generalizados, abordando os seus componentes fundamentais e fornecendo uma análise sobre a definição da Família Exponencial.

6.1 Fundamentos essenciais

Um modelo linear generalizado assenta sobre três componentes fundamentais: a componente aleatória, a componente sistemática e a função de ligação.

A componente aleatória é representada pela distribuição de probabilidade da variável resposta Y , que deve pertencer à família exponencial de distribuições. A componente sistemática refere-se à parte determinística do modelo, ou seja, esta componente estabelece uma combinação linear das variáveis explicativas em função da variável resposta.

A ligação entre as componentes aleatório e sistemático é feita através de uma função designada por função de ligação. Essa relação é representada na equação 6.1 por meio do preditor linear, denotado por η .

$$\eta = g(\mu) = g(E[Y]) = X\vec{B} = \sum_{j=1}^p x_j\beta_j \quad (6.1)$$

onde $g(\cdot)$ é a função de ligação, $\mu = E[Y]$ o valor esperado da variável resposta Y , X é uma matriz com p variáveis explicativas e \vec{B} é o vetor de parâmetros a estimar de dimensão p . Com base na equação 6.1, é possível inferir também a relação descrita na equação 6.2.

$$E[Y] = \mu = g^{-1}(X\vec{B}) = g^{-1}\left(\sum_{j=1}^p x_j\beta_j\right) \quad (6.2)$$

A função de ligação tem o objetivo de garantir que a relação entre as variáveis explicativas e a variável resposta seja expressa de forma apropriada, permitindo uma interpretação significativa dos coeficientes estimados. Desta forma, a sua escolha depende do tipo de resposta que se pretende obter, ou seja, depende da natureza dos dados e dos objetivos da análise. Na tabela 6.1 estão representadas as funções de ligação mais utilizadas e as suas respectivas características.

Tabela 6.1: Funções de ligação.

Designação	Distribuição	Função de Ligação
Identidade	Normal/ Gaussiana	μ
Logit	Binomial	$\ln(\mu/(1 - \mu))$
Logarítmica	Poisson	$\ln(\mu)$
Recíproca	Gama	$1/\mu$
Quadrática inversa	Normal inversa	$1/\mu^2$

Conforme mencionado anteriormente, a componente aleatória é representada pela distribuição de probabilidade da variável resposta Y , podendo ser qualquer distribuição numa classe designada família exponencial de distribuições.

Diz-se que uma variável aleatória Y tem distribuição pertencente à família exponencial se a sua função densidade de probabilidade se puder escrever na forma apresentada em 6.3.

$$f(y|\theta, \phi) = \exp\left\{\frac{y \cdot \theta - b(\theta)}{a(\phi)} + c(y, \phi)\right\} \quad (6.3)$$

onde θ é o parâmetro de localização e ϕ é o parâmetro de dispersão ou de escala. As funções $a(\cdot)$, $b(\cdot)$ e $c(\cdot)$ são funções reais conhecidas e específicas para cada distribuição. Em muitas situações de interesse, observa-se que a função $a(\cdot)$ é da forma

$a(\phi) = \frac{\phi}{w}$ onde w é uma constante conhecida (peso da observação).

Daqui resulta que,

$$E[Y] = b'(\theta) \quad (6.4)$$

e que,

$$Var[Y] = a(\phi)b''(\theta) = \frac{\phi}{w}b''(\theta) \quad (6.5)$$

A função de variância, representada por $b''(\theta)$ e denotado por $V(\mu)$, desempenha um papel importante na família exponencial, uma vez que a mesma caracteriza a distribuição. Isto é, cada distribuição pertencente à família exponencial tem a sua particular função de variância e vice-versa.

6.1.1 GLM com distribuição de Poisson

Quando o objetivo é modelar a distribuição de uma variável resposta referente a contagens ou ao número de ocorrências de um evento em uma unidade de tempo ou espaço, os modelos lineares generalizados com distribuição Poisson são a escolha mais apropriada.

A distribuição de Poisson com função de ligação logarítmica é comumente utilizada para modelar variáveis de contagem, fornecendo uma estrutura flexível para relacionar as variáveis explicativas à média das contagens.

Supondo que Y segue uma distribuição de Poisson de valor médio μ , então a sua função de probabilidade pertence à Família Exponencial, dada pela forma 6.3, assumindo que,

- $\theta = \ln(\mu)$;
- $a(\phi) = 1$;
- $b(\theta) = e^\theta = \mu$;
- $c(y, \phi) = -\ln(y!)$;
- $b'(\theta) = e^\theta = \mu = b''(\theta)$.

Desta forma o valor esperado e a variância da variável resposta Y são dados, respetivamente, por 6.6 e 6.7. É de notar que estes dois valores são constantes e iguais a μ , resultado que já seria de esperar visto se estar a trabalhar com a distribuição de Poisson.

$$E[Y] = b'(\theta) = \mu \quad (6.6)$$

$$Var[Y] = a(\phi)b''(\theta) = \mu \quad (6.7)$$

Capítulo 7

Inflação

Tal como referido anteriormente, uma seguradora tem que garantir o pagamento das indemnizações ou o pagamento do capital de seguro em caso de ocorrência de um sinistro nos termos do contrato. Este pagamento vai estar sujeito a fatores externos, tais como, a taxa de inflação em vigor no ano de ocorrência do sinistro.

A inflação ocorre quando se verifica, a nível económico, um aumento geral e contínuo dos preços dos bens e serviços. Desta forma, num processo inflacionário, o valor do custo dos sinistros sofre alguma alteração. Se existir uma subida de preços estamos perante uma inflação, caso contrário trata-se de uma deflação (inflação negativa).

Assim, dada a possibilidade de grandes flutuações deste índice ao longo dos anos, é importante ter em consideração a taxa de inflação do mercado em qualquer um dos métodos de estimação das provisões que se irá tratar nesta dissertação, visto que a sua alteração implica variações no montante a pagar o que pode levar a uma estimação errada da reserva para sinistros caso não seja considerado.

7.1 Inflação em Portugal

Em Portugal, a inflação é monitorizada e medida pelo Índice de Preços ao Consumidor (IPC) que é calculado pelo Instituto Nacional de Estatística, também conhecido como INE. O IPC, considerado a medida oficial da inflação em Portugal, consiste numa medida estatística utilizada para calcular as variações de preços de um conjunto específico de bens e serviços tipicamente habituais em uma população.

Desta forma, o cálculo da inflação baseia-se na comparação percentual do IPC de um período específico com o mesmo período do ano anterior. Assim, é possível determinar se estamos diante de uma situação de inflação ou deflação.

Existem várias entidades que estão envolvidas no cálculo e fornecimento desses dados. Tanto o Banco Central Europeu (BCE) quanto o Banco de Portugal desempenham papéis complementares e cruciais na gestão e controlo da inflação em Portugal. Estas instituições contribuem para a monitorização e análise da inflação no país, fornecendo informações e análises sobre a evolução dos preços e suas implicações económicas. Desta forma, ambas as instituições trabalham para manter a estabilidade de preços e, assim, promover um crescimento económico saudável e sustentável.

Para efeitos práticos, os valores utilizados na parte prática desta dissertação sobre a taxa de inflação são provenientes do Instituto Nacional de Estatística, obtidos a partir da plataforma PORDATA, conhecida por fornecer estatísticas oficiais e indicadores socioeconómicos confiáveis.

7.2 Efeito do ano do calendário

Os valores ao longo das diagonais de um triângulo de sinistros correspondem a valores realizados no mesmo período de ocorrência i , com $i = 1, \dots, n$. Estes valores são dependentes entre si estando sujeitos a influências comuns, denominadas de efeitos do ano do calendário, onde a inflação de sinistros representa uma parte significativa. Para compreender e projetar adequadamente os pagamentos de sinistros ao longo do tempo, é essencial considerar os efeitos do ano do calendário e a influência da inflação de sinistros.

Os efeitos da diagonal referem-se às variações ou padrões que ocorrem ao longo das diagonais de um triângulo de sinistros, podendo revelar informações importantes sobre tendências ou mudanças sistemáticas que se repetem em períodos regulares. Desta forma, o termo "efeitos do ano do calendário" para descrever os efeitos da diagonal é preferível em relação ao termo "inflação de sinistros" devido à compreensão de que nem todos os efeitos observados em um triângulo de sinistros estão relacionados exclusivamente à inflação de sinistros. Estes podem ser influenciados por uma variedade de fatores como, por exemplo, mudanças nas políticas de subscrição, estimativas de reserva, flutuações nas tendências de sinistros e condições económicas.

Nesta dissertação, será abordado o efeito do ano do calendário com foco na taxa de inflação económica. Nesta análise, outros fatores não serão tratados como efeitos da diagonal com o objetivo de se concentrar a análise na quantificação do impacto da inflação na dinâmica ao longo das diagonais do triângulo de sinistros.

7.3 Método de Estimação das Provisões de Sinistros com Atualização da Inflação

De acordo com o mencionado anteriormente, é importante ter em consideração a taxa de inflação do mercado antes de aplicar qualquer um dos métodos de estimação das provisões abordados nesta dissertação pois a inflação tem um impacto significativo nos custos dos sinistros ao longo do tempo, afetando diretamente as provisões necessárias para cobrir esses sinistros.

Daqui surge a necessidade de adotar uma nova técnica, como o método de estimação das provisões de sinistros com atualização da inflação. Este método é uma abordagem comumente utilizada em seguros que leva em consideração o efeito da inflação ao estimar as provisões em um triângulo de sinistros. Para tal, essa abordagem divide-se em três etapas onde considera tanto a inflação passada como também as projeções de inflação futura, obtendo uma estimativa mais precisa e realista dos custos futuros dos sinistros.

1. A primeira etapa deste método consiste na aplicação da taxa de inflação correspondente ao último período de ocorrência a todos os valores do triângulo de sinistros incremental. Para tal, considerando o efeito do ano do calendário de cada período de ocorrência i , com $i = 1, \dots, n$, ou seja, para cada diagonal do triângulo de sinistros, é multiplicada taxa de inflação associada. Este passo é fundamental para atualizar os valores observados do triângulo de sinistros de forma a refletir os custos atuais devido à inflação (triângulo a preços correntes).
2. De seguida, utilizando o triângulo de sinistros obtido a partir da primeira etapa na forma cumulativa, aplica-se um método de estimação para a provisão dos sinistros, como por exemplo, o método *Chain Ladder*. Este método irá fornecer uma estimativa para a provisão e preencher a parte desconhecida do triângulo de sinistros.

É de notar que, como os valores observados do triângulo de sinistros possuem todos a mesma taxa de inflação, ou seja, é constante, o método *Chain Ladder* projeta estimativas também com a mesma taxa de inflação [Brydon and Verrall, 2009]. Neste contexto, uma vez que a taxa é constante, podemos assumir que não há inflação no triângulo.

3. Por fim, coloca-se o triângulo preenchido na forma incremental e ajusta-se os valores estimados com as projeções futuras da taxa de inflação. Isso leva em

consideração as expectativas de inflação futura e, desta forma, ajuda a obter uma estimativa da provisão para sinistros mais precisa e realista onde reflete os custos futuros esperados dos sinistros.

A taxa de inflação futura é determinada por meio de uma estimativa que leva em consideração o histórico e uma análise abrangente da economia.

Capítulo 8

Aplicação prática

Neste capítulo será apresentada a aplicação prática das metodologias abordadas nesta dissertação, utilizando uma base de dados real baseada em sinistros de contratos de seguros ‘Não Vida’, e estudar a influência da inflação neste contexto. Nesse sentido, será também apresentada uma análise descritiva da base de dados e os respetivos triângulos de sinistros associados.

8.1 Apresentação da base de dados

Os dados utilizados neste estudo foram disponibilizados pela AGEAS Seguros, marca do Grupo AGEAS Portugal, durante o estágio, com o objetivo de analisar e avaliar as provisões necessárias para certos setores de seguros da empresa.

A base de dados é composta por 948673 observações, que dizem respeito a montantes pagos em dois ramos distintos de seguros ‘Não Vida’, o ramo Seguro Multirriscos Habitação e o ramo Seguro Responsabilidade Civil Automóvel (danos materiais), desde 2010 a 2022 (13 anos).

O seguro Multirriscos Habitação é um tipo de seguro para habitações projetado para proteger os bens materiais e financeiros dos segurados em caso de eventos inesperados, como por exemplo, danos à propriedade por incêndio, roubo e furto, inundações e acidentes domésticos. Desta forma, abrange a responsabilidade civil familiar, o seguro de conteúdo, o seguro residencial e a assistência domiciliar, protegendo assim a propriedade contra vários riscos em um único contrato. Este seguro é de especial importância para proprietários e inquilinos.

O seguro de Responsabilidade Civil Automóvel é um tipo seguro que diz respeito a acidentes automóveis. Este seguro tem como objetivo proteger o segurado, quando este é considerado culpado em um acidente de trânsito, cobrindo as indemnizações e

despesas legais, como prejuízos materiais e lesões corporais que ele possa ter causado a terceiros com seu veículo automóvel. O seguro de Responsabilidade Civil Automóvel é obrigatório em muitos países como uma medida de proteção para terceiros, garantindo a segurança financeira do segurado e oferecendo tranquilidade às vítimas do acidente automóvel.

A partir das variáveis presentes na base de dados, é possível descrever os pagamentos efetuados em sinistros pela empresa no período de tempo considerado. De seguida é apresentada uma listagem das 9 variáveis envolvidas.

1. Variável *ReservingSegmentation*: Representa o ramo em que ocorreu o sinistro e divide-se em Multirriscos Habitação e Responsabilidade Civil Automóvel;
2. Variável *datapago*: Representa a data de pagamento do sinistro. Esta variável está compreendida entre 15/01/2010 a 30/09/2022;
3. Variável *datasin*: Representa a data de ocorrência do sinistro, compreendida entre 01/01/2010 a 26/09/2022;
4. Variável *anosin*: Representa o ano de ocorrência do sinistro (2010 a 2022);
5. Variável *pagamento*: Representa o valor do pagamento efetuado no sinistro, apresentados em euros.
6. Variável *Dabe*: Representa a data de abertura do sinistro, compreendida entre 04/01/2010 a 30/09/2022;
7. Variável *Dee*: Representa a data de encerramento do sinistro, com o primeiro encerramento registado a 05/01/2010 e sinistros ainda por encerrar;
8. Variável *id_sin*: Representa o ID do sinistro;
9. Variável *dev*: Representa o período de desenvolvimento j no qual esse sinistro se inclui. Como o período de ocorrência dos sinistros está compreendido entre 2010 a 2022, esta variável toma os valores de 0 a 12.

Considerando a divisão da base de dados pelos respetivos ramos, o ramo Multirriscos Habitação é constituído por 345705 observações e o ramo Responsabilidade Civil Automóvel é constituído por 602968 observações.

8.2 Análise descritiva

Nesta secção irá realizar-se uma análise inicial dos dados com o objetivo principal de analisar e avaliar o comportamento dos montantes efetuados nos sinistros nos diferentes ramos, o ramo Multirriscos Habitação e o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

Na figura 8.1 encontra-se apresentada a série temporal relativa aos pagamentos de sinistros do ramo de seguro Multirriscos Habitação no período observado. Analisando esta representação gráfica facilmente se observa que existe uma tendência ligeiramente crescente no início e no fim da série temporal e que esta apresenta uma variabilidade relativamente alta. Além disso, não existe um certo padrão de sazonalidade ao longo do tempo mas é notória uma maior amplitude entre os picos e vales a partir do ano 2018, sendo que, os maiores picos para os pagamentos dos sinistros dão-se nos anos 2018, 2020 e 2022. Este facto pode ser justificado pelos grandes incêndios florestais ocorridos em 2017/2018 que atingiram inúmeras habitações e pela doença COVID-19 que afetou Portugal em 2020 e obrigou a população a isolar-se nas suas casas, causando um aumento inflacionário em 2022.

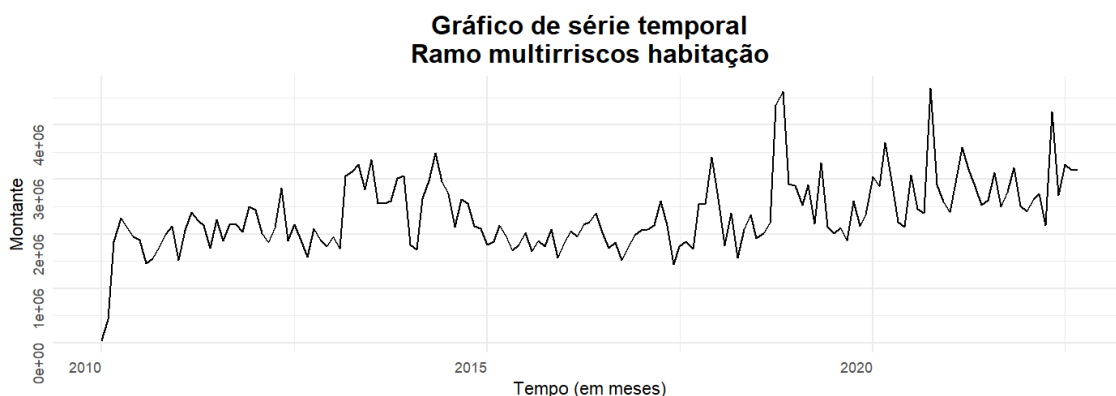


Figura 8.1: Representação gráfica da série temporal do pagamento de sinistros no ramo Multirriscos Habitação no período observado.

A figura 8.2 apresenta a série temporal referente aos pagamentos de sinistros do ramo de seguro de Responsabilidade Civil Automóvel durante o período observado. Relativamente a este ramo, este demonstra uma tendência visivelmente mais estável ao longo do tempo. Também não apresenta um padrão forte de sazonalidade, no entanto, exibe uma variabilidade relativamente alta onde a variância vai sofrendo algumas alterações no decorrer, não dependentes da tendência. Neste caso, os maiores picos para os pagamentos dos sinistros dão-se nos anos 2012, 2014 e 2020 devido, principalmente, às condições climáticas adversas que ocorreram na altura.

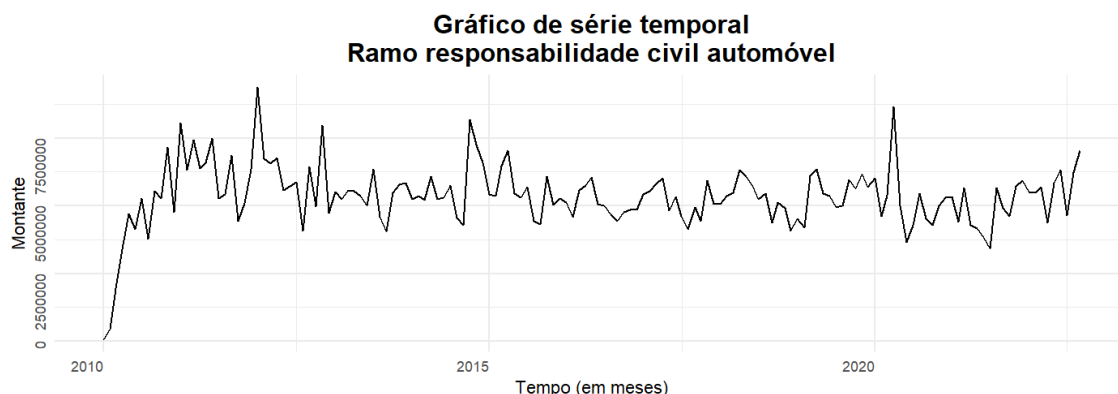


Figura 8.2: Representação gráfica da série temporal do pagamento de sinistros no ramo Responsabilidade Civil Automóvel no período observado.

Para complementar a informação gráfica, na tabela 8.1 estão indicadas as medidas descritivas básicas das duas séries correspondentes sobre o valor dos pagamentos efetuados nos sinistros.

Tabela 8.1: Medidas descritivas do valor dos pagamentos efetuados nos sinistros para os dois ramos em questão.

	Ramo	
	Multirriscos Habitação	Responsabilidade Civil Automóvel
n ^o de obs.	345 705	602 968
mínimo	-3 514,9	-748 622,6
1 ^o quartil	159,9	379,2
média	1 041,1	1 358,2
mediana	386,8	807,9
3 ^o quartil	973,3	1 045,8
máximo	1 360 194,2	894 057,7
variância	17 684 259	14 335 337
desvio padrão	4 205,266	3 786,204

8.3 Triângulos de sinistros

Para se poder aplicar métodos de previsão à base de dados é necessário que os dados estejam sobre a forma de um triângulo de sinistros. Desta forma, organizando os dados e agrupando-os por ano é possível construir um triângulo de sinistros anual onde o período de ocorrência i varia entre os anos 2010 a 2022 e o período de desenvolvimento j varia entre 0 a 12.

Como o período de ocorrência i representa o ano em que ocorreu o sinistro, em certas situações, o período de ocorrência i pode também ser representado por $i = 1, \dots, n$, onde n é o período de ocorrência mais recente, para este caso, $n = 13$.

Na tabela 8.2 e 8.3 os montantes efetuados nos sinistros no ramo Multirriscos Habitação estão apresentados, respetivamente, sobre a forma de triângulo de sinistros incremental e acumulativo. De forma análoga, na tabela 8.4 estão apresentados sobre a forma de triângulo de sinistros incremental os montantes efetuados nos sinistros no ramo de Responsabilidade Civil Automóvel, enquanto que na tabela 8.5 estão apresentados sobre a forma acumulativa.

Nas tabelas 8.6 e 8.7 são apresentados, respetivamente, os triângulos de sinistros incremental e acumulativo relativos ao número de sinistros declarados no ramo Multirriscos Habitação. Da mesma forma, nas tabelas 8.8 e 8.9 são apresentados, respetivamente, os triângulos de sinistros incremental e acumulativo relativos ao número de sinistros declarados no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

É de notar que grande parte dos pagamentos são realizados nos primeiros períodos de desenvolvimento do triângulo de sinistros, vindo a reduzir à medida que j aumenta, verificando-se assim uma tendência decrescente. O mesmo pode-se concluir do número de sinistros declarados.

Tabela 8.2: Triângulo de sinistros incremental para o ramo Multirriscos Habitação.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010													
2011													
2012													
2013													
2014													
2015													
2016													
2017													
2018													
2019													
2020													
2021													
2022													

Tabela 8.3: Triângulo de sinistros acumulativo para o ramo Multirriscos Habitação.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010													
2011													
2012													
2013													
2014													
2015													
2016													
2017													
2018													
2019													
2020													
2021													
2022													

Tabela 8.4: Triângulo de sinistros incremental para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

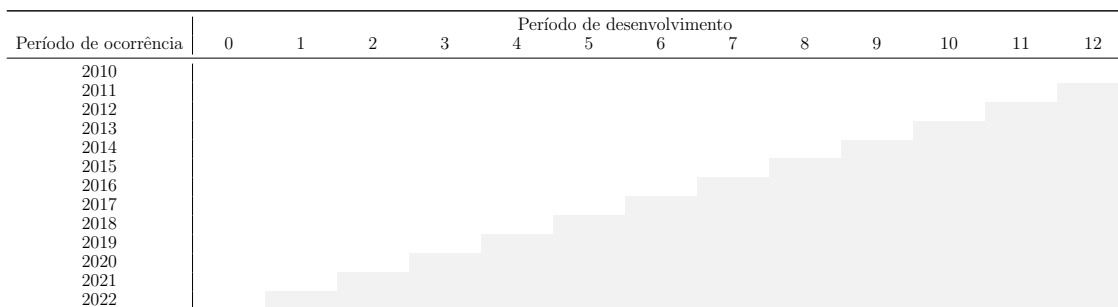


Tabela 8.5: Triângulo de sinistros acumulativo para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

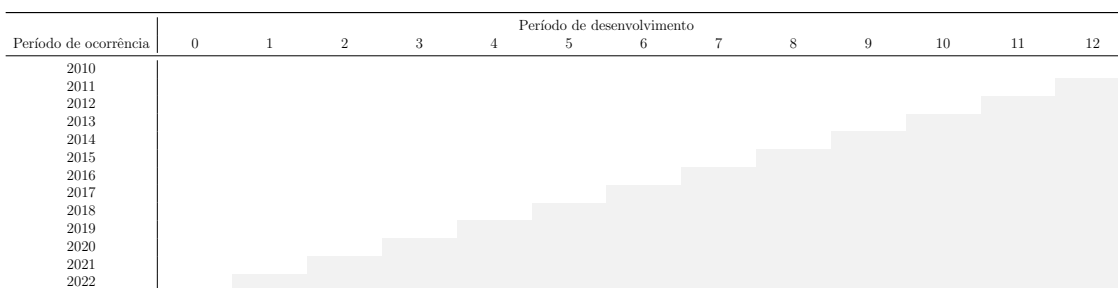


Tabela 8.6: Triângulo de sinistros incremental para o número de sinistros declarados no ramo Multirriscos Habitação.

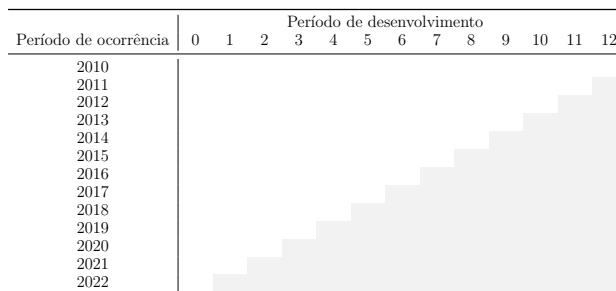


Tabela 8.7: Triângulo de sinistros acumulativo para o número de sinistros declarados no ramo Multirriscos Habitação.

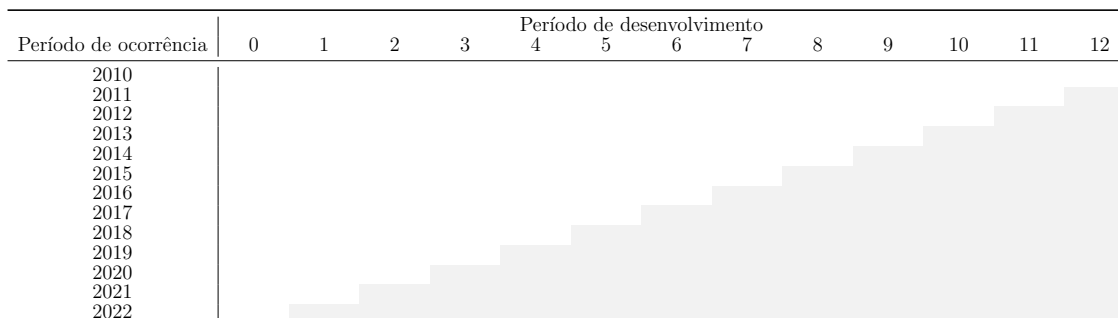


Tabela 8.8: Triângulo de sinistros incremental para o número de sinistros declarados no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010													
2011													
2012													
2013													
2014													
2015													
2016													
2017													
2018													
2019													
2020													
2021													
2022													

Tabela 8.9: Triângulo de sinistros acumulativo para o número de sinistros declarados no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010													
2011													
2012													
2013													
2014													
2015													
2016													
2017													
2018													
2019													
2020													
2021													
2022													

8.4 Aplicação dos métodos de previsão

Nesta secção apresenta-se os resultados da aplicação dos métodos de previsão para as provisões na base de dados.

Com o propósito de simplificar a escrita, irá ser utilizado as siglas MH para referir o ramo Multirriscos Habitação e RCA para referir o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

8.4.1 Método *Chain Ladder*

Utilizando os triângulos de sinistros dos montantes acumulativos, 8.3 e 8.5, e a fórmula apresentada em 4.1, estima-se os coeficientes de desenvolvimento λ_j , com $j = 0, \dots, 11$, para cada ramo. Na tabela 8.10 estão indicados os valores dos coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$ obtidos.

Tabela 8.10: Valor dos coeficientes de desenvolvimento λ_j aplicando o método *Chain Ladder*.

Ramo	Coeficientes de desenvolvimento											
	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$	$\hat{\lambda}_{10}$	$\hat{\lambda}_{11}$
MH	1,437	1,038	1,017	1,013	1,005	1,004	1,002	1,001	1,000	1,001	1,001	1,000
RCA	1,571	1,038	1,020	1,009	1,004	1,003	1,002	1,002	1,001	1,001	1,001	1,000

Tabela 8.11: Aplicação do método *Chain Ladder* no ramo Multirriscos Habitação.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												R_i	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		12
2010														0
2011														14 397
2012														73 125
2013														63 278
2014														71 749
2015														139 148
2016														299 811
2017														515 275
2018														861 986
2019														1 405 210
2020														2 636 775
2021														8 670 694
2022														
													Reserva	14 751 449

De seguida, a partir da equação 4.2 completa-se a parte inferior do triângulo de sinistros. Para estimar o valor das responsabilidades atuais R_i utiliza-se a equação 3.1 e o valor da reserva é obtido a partir de 3.2.

Tabela 8.12: Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método *Chain Ladder*.

Responsabilidades atuais	Ramo	
	MH	RCA
\hat{R}_1	-	-
\hat{R}_2	0	10 509
\hat{R}_3	14 397	54 565
\hat{R}_4	73 125	100 927
\hat{R}_5	63 278	172 539
\hat{R}_6	71 749	270 939
\hat{R}_7	139 148	351 239
\hat{R}_8	299 811	577 759
\hat{R}_9	515 275	901 835
\hat{R}_{10}	861 986	1 426 152
\hat{R}_{11}	1 405 210	2 043 614
\hat{R}_{12}	2 636 775	4 381 490
\hat{R}_{13}	8 670 694	19 048 910
Reserva	14 751 449	29 340 475

Na tabela 8.11 são apresentados todos os valores obtidos nestes passos para o

ramo de Multirriscos Habitação. Seguindo exatamente a mesma metodologia, é possível encontrar os valores associados ao ramo Responsabilidade Civil Automóvel. Na tabela 8.12 são apresentados os valores das estimativas \hat{R}_i , com $i = 1, \dots, 13$, e a estimativa da reserva \hat{R} para o ramo MH e o ramo RCA.

Desta forma, segundo o método *Chain Ladder*, o custo total estimado que a seguradora terá de suportar para regularizar todos os sinistros ocorridos até ao final do exercício, ou seja, o valor estimado da provisão é cerca de 14 751 449€ para o ramo Multirriscos Habitação e de 29 340 475€ para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

Aplicação do método *Chain Ladder* com recurso aos coeficientes de desenvolvimento individuais e ao GLM

A equação 8.1 calcula as estimativas para os coeficientes de desenvolvimento individuais $\hat{\lambda}_{i,j}$, onde $j = 0, \dots, 12$, e $i = 1, \dots, 12$. A tabela 8.13 apresenta os valores dos coeficientes de desenvolvimento individuais relativos ao ramo MH, enquanto a tabela 8.14 apresenta os valores dos coeficientes de desenvolvimento individuais relativos ao ramo RCA.

$$\hat{\lambda}_{i,j} = \frac{D_{i,j+1}}{D_{i,j}} \quad \text{onde } j = 0, \dots, n-1, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (8.1)$$

Tabela 8.13: Coeficientes de desenvolvimento individuais $\lambda_{i,j}$ para o ramo Multirriscos Habitação.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010		1,37	1,04	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2011		1,38	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	
2012		1,49	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
2013		1,37	1,03	1,02	1,02	1,00	1,01	1,00	1,00	1,00			
2014		1,38	1,02	1,01	1,00	1,01	1,00	1,01	1,00				
2015		1,51	1,05	1,01	1,00	1,01	1,00	1,00					
2016		1,44	1,02	1,02	1,05	1,01	1,02						
2017		1,50	1,05	1,05	1,02	1,00							
2018		1,48	1,03	1,01	1,02								
2019		1,71	1,05	1,02									
2020		1,42	1,09										
2021		1,31											
2022													

O objetivo aqui é obter uma estimativa para o valor do coeficiente de desenvolvimento anual λ_j para cada período de desenvolvimento j tendo em conta todos os coeficientes individuais desse mesmo período.

Desta forma, recorrendo ao software estatístico R e aplicando um modelo GLM, é possível estimar o valor futuro dos coeficientes de desenvolvimento anuais $\hat{\lambda}_j$ apli-

Tabela 8.14: Coeficientes de desenvolvimento individuais $\lambda_{i,j}$ para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010		1,66	1,06	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2011		1,63	1,04	1,02	1,00	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2012		1,50	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2013		1,57	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2014		1,51	1,03	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2015		1,47	1,03	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2016		1,54	1,03	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2017		1,57	1,03	1,03	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2018		1,65	1,05	1,03	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2019		1,65	1,04	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2020		1,51	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2021		1,57	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2022		1,57	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

cando uma regressão linear sobre os coeficientes individuais do mesmo período de desenvolvimento. Na tabela 8.15 estão apresentados os valores previstos dos coeficientes de desenvolvimento anuais λ_j obtidos a partir da regressão linear, com exceção do valor λ_{11} que se ajustou para o valor 1,00 (pela regressão linear, o valor λ_{11} era 0 para cada um dos ramos).

Tabela 8.15: Valores previstos dos coeficientes de desenvolvimento anuais λ_j utilizando uma regressão linear sobre os coeficientes individuais.

Ramo	Coeficientes de desenvolvimento											
	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$	$\hat{\lambda}_{10}$	$\hat{\lambda}_{11}$
MH	1,446	1,051	1,018	1,014	1,003	0,994	1,003	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
RCA	1,561	1,032	1,020	1,014	1,005	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Com estes novos valores apresentados na tabela 8.15, aplica-se o método *Chain Ladder* para os dois ramos em questão (análogo à tabela 8.11). Na tabela 8.16 encontram-se os resultados da aplicação do método *Chain Ladder*.

Segundo esta nova metodologia, estima-se um valor para a provisão de 12 515 959€ para o ramo Multirriscos Habitação enquanto que para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel a estimativa da provisão é de 25 791 671€. Note-se que estes valores são bastante próximos das provisões obtidas com o método *Chain Ladder* básico sem nenhum ajuste e inferiores aos mesmos, o que indica que este ajuste melhora o valor da estimativa para a provisão.

Tabela 8.16: Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método *Chain Ladder* com o ajuste dos coeficientes de desenvolvimento individuais.

Responsabilidades atuais	Ramo	
	MH	RCA
\hat{R}_1	-	-
\hat{R}_2	0	0
\hat{R}_3	0	0
\hat{R}_4	0	0
\hat{R}_5	0	0
\hat{R}_6	0	0
\hat{R}_7	62 149	0
\hat{R}_8	-105 145	0
\hat{R}_9	-34 146	346 701
\hat{R}_{10}	395 894	1 245 861
\hat{R}_{11}	934 445	1 914 619
\hat{R}_{12}	2 525 895	3 899 618
\hat{R}_{13}	8 736 866	18 384 873
Reserva	12 515 959	25 791 671

8.4.2 Método *Grossing Up*

Com base nesta técnica, é possível determinar o valor estimado das percentagens relativas ao valor total do montante pago para cada período de ocorrência i . Utilizando os triângulos de sinistros dos montantes acumulativos, na tabela 8.17 e 8.18 estão apresentadas estas percentagens para o ramo Multiriscos Habitação e para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel, respetivamente, obtidas a partir das equações 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9. Na tabela 8.19 estão apresentados os valores obtidos para $\hat{D}_{i,12}$, com $i = 1, \dots, 13$.

Tabela 8.17: Valor dos fatores *grossing up* $\hat{g}_{i,j}$ para o ramo Multiriscos Habitação.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010	0,69	0,94	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00
2011	0,70	0,96	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2012	0,64	0,96	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2013	0,67	0,92	0,95	0,97	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2014	0,68	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2015	0,62	0,93	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2016	0,61	0,88	0,90	0,92	0,96	0,97	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2017	0,58	0,87	0,92	0,97	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2018	0,62	0,92	0,96	0,97	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2019	0,53	0,91	0,96	0,97	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2020	0,62	0,88	0,96	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2021	0,71	0,92	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2022	0,64	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabela 8.18: Valor dos fatores *grossing up* $\hat{g}_{i,j}$ para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010	0,54	0,90	0,96	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2011	0,57	0,93	0,97	0,99	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2012	0,62	0,93	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2013	0,59	0,93	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2014	0,62	0,94	0,97	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2015	0,64	0,94	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2016	0,61	0,94	0,97	0,97	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2017	0,58	0,91	0,93	0,96	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2018	0,54	0,90	0,94	0,97	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2019	0,56	0,92	0,96	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2020	0,63	0,94	0,96	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2021	0,59	0,93	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2022	0,59	0,93	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

A partir da análise da tabela 8.17, observa-se que, no primeiro período de ocorrência, ou seja, para o ano 2010, assume-se que ao fim de 10 anos todos os sinistros estarão pagos ($1,00 = 100\%$), sendo que 69% desses pagamentos serão efetuados no primeiro período de desenvolvimento, isto é, ainda em 2010. A mesma interpretação pode ser aplicada na tabela 8.18 e para qualquer período de ocorrência i .

O valor das responsabilidades atuais R_i é obtido a partir da equação 3.1 e o valor da reserva a partir de 3.2.

Tabela 8.19: Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método *Grossing Up*.

i	Ramo			
	MH		RCA	
	$\hat{D}_{i,12}$	\hat{R}_i	$\hat{D}_{i,12}$	\hat{R}_i
1	28 408 013	-	85 761 561	-
2	25 654 601	0	78 367 212	10 509
3	25 909 317	13 699	68 151 257	54 271
4	36 344 002	68 877	64 967 845	102 932
5	29 122 081	59 329	67 055 237	173 422
6	21 245 828	69 604	64 051 312	276 276
7	24 996 074	136 375	60 992 655	358 358
8	30 210 043	296 836	66 414 186	580 800
9	33 871 217	518 866	70 249 748	909 456
10	30 548 217	855 616	67 067 601	1 435 916
11	31 342 560	1 379 974	50 677 867	2 036 889
12	32 836 192	2 591 375	58 165 507	4 312 048
13	24 103 463	8 680 464	46 115 961	18 845 881
Reserva		14 671 013		29 096 759

Assim, aplicando o método *Grossing Up*, estima-se um valor para a provisão de 14 671 013€ para o ramo Multirrisco Habitação e de 29 096 759€ para o ramo

Responsabilidade Civil Automóvel.

8.4.3 Método *Bornhuetter-Ferguson*

Utilizando os triângulos de sinistros dos montantes acumulativos, 8.3 e 8.5, e a fórmula apresentada em 4.1, estima-se os coeficientes de desenvolvimento λ_j , com $j = 0, \dots, 11$, para cada ramo. Estes coeficientes são exatamente iguais aos coeficientes obtidos pelo método *Chain Ladder*, apresentados na tabela 8.10

Na aplicação deste método, foram considerados os montantes de prémios emitidos pe_i para cada período de ocorrência i apresentados em 8.20 e 8.21 e uma taxa de sinistralidade θ constante de 60%, a fim de obter uma estimativa final da provisão equivalente à obtida pelo método *Chain Ladder*.

A partir das equações 4.10 e 4.11, aplica-se o método *Bornhuetter-Ferguson* e obtêm-se os resultados apresentados na tabela 8.20 e 8.21. Assim, segundo esta metodologia, estima-se um valor para a provisão de 14 751 449€ para o ramo Multiriscos Habitação e de 29 340 475€ para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

Tabela 8.20: Aplicação do método *Bornhuetter-Ferguson* no ramo Multiriscos Habitação.

θ	i	pe_i	$\hat{M}_i = \hat{D}_{i,12}$	\hat{R}_i
60%	1	47 346 688	28 408 013	-
	2	42 757 668	25 654 601	0
	3	43 183 358	25 910 015	14 397
	4	60 580 417	36 348 250	73 125
	5	48 543 385	29 126 031	63 278
	6	35 413 290	21 247 974	71 749
	7	41 664 745	24 998 847	139 148
	8	50 355 029	30 213 018	299 811
	9	56 446 044	33 867 626	515 275
	10	50 924 311	30 554 586	861 986
	11	52 279 660	31 367 796	1 405 210
	12	54 802 654	32 881 592	2 636 775
	13	40 156 154	24 093 693	8 670 694
Reserva				14 751 449

É importante ressaltar que, para qualquer ramo, os valores obtidos para as responsabilidades atuais \hat{R}_i e para a estimativa da provisão são idênticos aos do método *Chain Ladder*, exatamente conforme pretendido. Mas, devido à disponibilidade de informação adicional sobre os prémios emitidos, este método demonstra maior credibilidade em relação aos métodos apresentados anteriormente.

Tabela 8.21: Aplicação do método *Bornhuetter-Ferguson* no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

θ	i	pe_i	$\hat{M}_i = \hat{D}_{i,12}$	\hat{R}_i
60%	1	142 935 934	85 761 561	-
	2	130 612 020	78 367 212	10 509
	3	113 585 918	68 151 551	54 565
	4	108 276 401	64 965 841	100 927
	5	111 757 257	67 054 354	172 539
	6	106 743 290	64 045 974	270 939
	7	101 642 559	60 985 535	351 239
	8	110 685 241	66 411 145	577 759
	9	117 070 210	70 242 126	901 835
	10	111 763 061	67 057 837	1 426 152
	11	84 474 319	50 684 592	2 043 614
	12	97 058 248	58 234 949	4 381 490
	13	77 198 315	46 318 989	19048910
Reserva				29 340 475

8.4.4 Método *Double Chain ladder*

Para iniciar este método irá aplicar-se o método de *Chain Ladder* aos triângulos de sinistros acumulados do número de sinistros declarados (tabela 8.7 e 8.9) e aos triângulos de sinistros acumulados com os montantes pagos (tabela 8.3 e 8.5). Neste processo são determinados, respetivamente, os coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$ e $\hat{\lambda}_j$, apresentados nas tabelas 8.22 e 8.23, e obtém-se o preenchimento da parte desconhecida dos triângulos de sinistros mencionados.

Transformando esses triângulos acumulados na sua forma incremental e utilizando as equações indicadas nas tabelas 5.1 e 5.2, estimam-se os parâmetros $\hat{\alpha}_i$, $\hat{\beta}_i$ e $\hat{\beta}_j$ necessários para a aplicação deste método. Nas tabelas 8.24 e 8.25 são indicados os valores obtidos para cada um desses parâmetros tendo em conta o triângulo e o ramo em questão.

Tabela 8.22: Valor dos coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$ aplicando o método *Chain Ladder* ao triângulo de sinistros do número de sinistros declarados.

Ramo	Coeficientes de desenvolvimento											
	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$	$\hat{\lambda}_{10}$	$\hat{\lambda}_{11}$
MH	1,099	1,003	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
RCA	1,042	1,002	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Tabela 8.23: Valor dos coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$ aplicando o método *Chain Ladder* ao triângulo de sinistros dos montantes pagos.

Ramo	Coeficientes de desenvolvimento											
	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$	$\hat{\lambda}_{10}$	$\hat{\lambda}_{11}$
MH	1,437	1,038	1,017	1,013	1,005	1,004	1,002	1,001	1,000	1,001	1,001	1,000
RCA	1,571	1,038	1,020	1,009	1,004	1,003	1,002	1,002	1,001	1,001	1,001	1,000

Tabela 8.24: Valores das estimativas dos parâmetros $\hat{\alpha}_i$ e $\hat{\beta}_j$ referentes ao triângulo de sinistros do número de sinistros declarados.

Ramo							
MH				RCA			
i	$\hat{\alpha}_i$	j	$\hat{\beta}_j$	i	$\hat{\alpha}_i$	j	$\hat{\beta}_j$
1	10 137	0	0,90553	1	4 563	0	0,95560
2	11 117	1	0,08972	2	4 585	1	0,04057
3	12 085	2	0,00292	3	4 429	2	0,00242
4	19 026	3	0,00084	4	5 714	3	0,00103
5	17 547	4	0,00038	5	6 923	4	0,00008
6	13 734	5	0,00027	6	14 764	5	0,00012
7	16 571	6	0,00015	7	32 064	6	0,00004
8	16 685	7	0,00000	8	33 711	7	0,00002
9	29 212	8	0,00010	9	36 983	8	0,00004
10	29 185	9	0,00004	10	52 269	9	0,00000
11	28 146	10	0,00000	11	40 626	10	0,00007
12	33 921	11	0,00005	12	43 454	11	0,00000
13	20 789	12	0,00000	13	25 870	12	0,00000

De seguida, pretende-se estimar o valor dos parâmetros para o atraso de pagamento $p_l = (p_0, \dots, p_{d-1}, p_d)$ onde $l = 0, \dots, d$, e d é o período máximo para o atraso de pagamento. Para tal, resolvendo a equação 5.1, utilizando os parâmetros $\hat{\beta}_j$ e $\hat{\beta}_j$ indicados nas tabelas 8.24 e 8.25, obtém-se as estimativas para o parâmetro $\pi_l = (\pi_0, \dots, \pi_{n-1})$ em cada ramo. Este parâmetro tem que ser ajustado a partir do valor d que satisfaça a condição 5.2, assim, a partir das equações 5.3, 5.4 e com o conhecimento do valor d para cada ramo, encontram-se as estimativas do valor dos parâmetros para o atraso de pagamento $p_l = (p_0, \dots, p_{d-1}, p_d)$.

Os valores obtidos dos parâmetros $\hat{\pi}_l$ e \hat{p}_l , assim como o valor de d em relação a ambos os ramos considerados, estão apresentados na tabela 8.26.

Tabela 8.25: Valores das estimativas dos parâmetros $\hat{\alpha}_i$ e $\hat{\beta}_j$ referentes ao triângulo de sinistros dos montantes pagos.

Ramo							
MH				RCA			
i	$\hat{\alpha}_i$	j	$\hat{\beta}_j$	i	$\hat{\alpha}_i$	j	$\hat{\beta}_j$
1	28 408 013	0	0,64013	1	85761561	0	0,58875
2	25 654 601	1	0,27968	2	78367212	1	0,33602
3	25 910 015	2	0,03539	3	68151551	2	0,03492
4	36 348 250	3	0,01659	4	64965841	3	0,01905
5	29 126 031	4	0,01300	5	67054354	4	0,00843
6	21 247 974	5	0,00529	6	64045974	5	0,00414
7	24 998 847	6	0,00436	7	60985535	6	0,00294
8	30 213 018	7	0,00219	8	66411145	7	0,00153
9	33 867 626	8	0,00120	9	70242126	8	0,00166
10	30 554 586	9	0,00016	10	67057837	9	0,00102
11	31 367 796	10	0,00146	11	50684592	10	0,00075
12	32 881 592	11	0,00056	12	58234949	11	0,00067
13	24 093 693	12	0,00000	13	46318989	12	0,00013

Tabela 8.26: Valor das estimativas para o parâmetro $\pi_l = (\pi_0, \dots, \pi_{n-1})$ e para o atraso de pagamento $p_l = (p_0, \dots, p_{d-1}, p_d)$ com o período máximo para o atraso de pagamento de d aplicando o método *Double Chain Ladder*.

Ramo					
MH			RCA		
$d = 11$			$d = 12$		
l	$\hat{\pi}_l$	\hat{p}_l	l	$\hat{\pi}_l$	\hat{p}_l
0	0,70691	0,70691	0	0,61610	0,61610
1	0,23882	0,23882	1	0,32547	0,32547
2	0,01314	0,01314	2	0,02116	0,02116
3	0,01559	0,01559	3	0,01755	0,01755
4	0,01225	0,01225	4	0,00762	0,00762
5	0,00425	0,00425	5	0,00384	0,00384
6	0,00414	0,00414	6	0,00281	0,00281
7	0,00193	0,00193	7	0,00143	0,00143
8	0,00103	0,00103	8	0,00163	0,00163
9	0,00000	0,00000	9	0,00098	0,00098
10	0,00159	0,00159	10	0,00069	0,00069
11	0,00041	0,00035	11	0,00064	0,00064
12	-0,00006		12	0,00011	0,00010

Neste ponto apenas falta definir dois parâmetros importantes para a estimação das reservas, o parâmetro da média dos pagamentos individuais no primeiro ano de

ocorrência 2010, $\hat{\mu}$, e o parâmetro que representa a inflação presente no período de ocorrência i , γ_i , com $i = 1, \dots, 13$. Assim, a partir das equações 5.5 e 5.6 obtém-se, respetivamente, as estimativas para esses parâmetros. Os resultados obtidos estão indicados na tabela 8.27.

Tabela 8.27: Valor da estimativa para a média dos pagamentos individuais no ano 2010 $\hat{\mu}$ e para a inflação $\hat{\gamma}_i$ aplicando o método *Double Chain Ladder*.

Ramo	$\hat{\mu}$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$	$\hat{\gamma}_3$	$\hat{\gamma}_4$	$\hat{\gamma}_5$	$\hat{\gamma}_6$	$\hat{\gamma}_7$	$\hat{\gamma}_8$	$\hat{\gamma}_9$	$\hat{\gamma}_{10}$	$\hat{\gamma}_{11}$	$\hat{\gamma}_{12}$	$\hat{\gamma}_{13}$
MH	2802	1,000	0,823	0,765	0,682	0,592	0,552	0,538	0,646	0,414	0,374	0,398	0,346	0,414
RCA	18795	1,000	0,909	0,819	0,605	0,515	0,231	0,101	0,105	0,101	0,068	0,066	0,071	0,095

Depois de obtidos todos os parâmetros necessários para a aplicação deste método, o último passo é calcular o valor da provisão necessária, obtendo uma estimativa para a provisão do RBNS, aplicando as equações 5.7 e 5.9, e uma estimativa para a provisão do IBNR a partir das equações 5.8 e 5.10. Para este passo são utilizados os triângulos de sinistros para o número de sinistros declarados, preenchido pelo método *Chain Ladder*, na forma incremental.

Para estimar o valor total das responsabilidades atuais R_i utiliza-se a equação 5.11 e o valor da reserva é obtido a partir de 3.2.

Tabela 8.28: Valor da provisão do RBNS e IBNR, valores das responsabilidades atuais e da provisão total aplicando o método *Double Chain Ladder*.

Ramo							
MH				RCA			
i	RBNS	IBNR	\hat{R}_i	i	RBNS	IBNR	\hat{R}_i
1	436	-	436	1	1 540	-	1 540
2	1 012	0	1 012	2	10 816	0	10 816
3	13 287	1 219	14 506	3	52 257	0	52 257
4	70 901	1 710	72 611	4	98 616	4 785	103 401
5	60 151	2 483	62 634	5	166 028	4 939	170 967
6	67 488	3 939	71 427	6	263 630	7 160	270 790
7	132 288	4 634	136 922	7	338 841	8 307	347 148
8	288 225	10 123	298 347	8	560 103	11 773	571 877
9	487 070	20 618	507 688	9	889 131	21 006	910 137
10	859 062	30 312	889 374	10	1 402 476	25 186	1 427 662
11	1 348 881	57 422	1 406 304	11	1 965 108	71 271	2 036 379
12	2 230 714	156 199	2 386 913	12	4 093 614	222 904	4 316 518
13	6 394 590	2 276 104	8 670 694	13	16 992 463	2 056 446	19 048 910
Total	11 954 105	2 564 763	14 518 867	Total	26 834 623	2 433 778	29 268 401

Assim, seguindo esta metodologia, para o ramo Multiriscos Habitação estima-se

um valor para a provisão de 14 518 867 € sendo que, deste valor, apenas 11 954 105€ são da provisão do RBNS e 2 564 763€ são da provisão do IBNR. De forma análoga, para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel estima-se um valor para a provisão de 29 268 401€ onde 26 834 623€ são da provisão do RBNS e 2 433 778€ são da provisão do IBNR.

Esses valores são coerentes, dado que a provisão para sinistros ocorridos mas não declarados, corresponde ao IBNR, e a provisão para sinistros declarados mas que ainda não foram encerrados, é representada pelo RBNS. E, evidentemente, a provisão para o RBNS deverá ser superior à destinada ao IBNR.

Note-se também que os valores obtidos para a provisão são bastante próximos dos obtidos com o método *Chain Ladder*, o que indica que este método fornece resultados fiáveis para a estimativa da provisão dos sinistros, no entanto é feita a distinção entre provisão para RBNS e para IBNR.

8.5 Comparar e avaliar o resultado dos métodos

Na secção anterior, demonstrou-se a metodologia da aplicação dos métodos de provisão aos dados, bem como os seus respetivos resultados.

Para realizar uma análise mais aprofundada sobre os valores obtidos para a provisão dos sinistros, na tabela 8.29 apresentam-se os montantes estimados para o ramo Multirriscos Habitação e para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel, considerando que todos os sinistros estão encerrados ao fim de 12 anos de desenvolvimento.

Tabela 8.29: Comparação do valor das provisões obtidas a partir dos métodos de provisão.

Método	Ramo	
	Multirriscos Habitação	Responsabilidade Civil Automóvel
<i>Chain Ladder</i>	14 751 449	29 340 475
<i>Chain Ladder</i> com ajuste	12 515 959	25 791 671
<i>Grossing Up</i>	14 671 013	29 096 759
<i>Bornhuetter-Ferguson</i>	14 751 449	29 340 475
<i>Double Chain ladder</i>	14 518 867	29 268 401

Numa primeira análise, é fácil notar que as estimativas obtidas para a provisão de sinistros são muito semelhantes entre si, não variando muito. Esta consistência nos resultados sugere que os métodos aplicados são adequados para estes dados e estão a captar bem as características dos mesmos.

O facto dos métodos utilizarem o *Chain Ladder* como base e apoio também contribuí para que exista uma semelhança entre as reservas obtidas. No entanto, os métodos que recorrem a informação adicional, como o método de *Bornhuetter-Ferguson* com os prémios emitidos, demonstram maior credibilidade na provisão obtida. Neste exemplo não dá para analisar essa melhoria pois foi realizado de forma a dar os resultados exatamente iguais nestes dois métodos.

Desta forma, verifica-se que, de forma geral, o montante total estimado que a seguradora terá de suportar para regularizar todos os sinistros ocorridos entre 2010 a 2022 estará compreendida entre 12,5 milhões a 14,8 milhões de euros para o ramo Multiriscos Habitação e entre 25,8 milhões a 29,4 milhões de euros para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

O método *Grossing Up* e *Double Chain Ladder* geram provisões ligeiramente inferiores em comparação com o método *Chain Ladder*, enquanto que o método *Chain Ladder* com recurso aos coeficientes de desenvolvimento individuais e ao GLM é a abordagem que obtém as provisões significativamente mais baixas. Este último facto deve-se ao uso do modelo GLM. Comparando as tabelas 8.10 e 8.15, é notório que os coeficientes obtidos pelo modelo GLM são mais baixos, o que leva à obtenção de uma provisão menor.

Na escolha de um método para a previsão é necessário ter em conta diversos fatores tais como a qualidade histórica dos dados, a agilidade da seguradora na regularização dos sinistros, a dimensão do ramo em estudo e a presença de sinistros atípicos.

8.6 Inflação

Dada a possibilidade de grandes flutuações deste índice ao longo dos anos, é importante ter em consideração a taxa de inflação do mercado em qualquer um dos métodos de estimação das provisões que se irá tratar.

Na figura 8.3 está exposta a evolução da taxa de inflação em Portugal para os anos abordados nesta análise prática. Desta forma, é possível ter uma perceção mais clara das variações anuais dessa taxa e compreender as suas flutuações ao longo do tempo.

Ao analisar a trajetória da evolução da taxa de inflação, torna-se evidente que esta sofreu um aumento significativo a partir do ano de 2020. Esta tendência está relacionada ao surgimento da doença COVID-19 em Portugal no ano 2020, bem como ao conflito entre a Ucrânia e a Rússia em 2022, o que originou um impacto

económico e levou ao aumento da taxa de inflação.

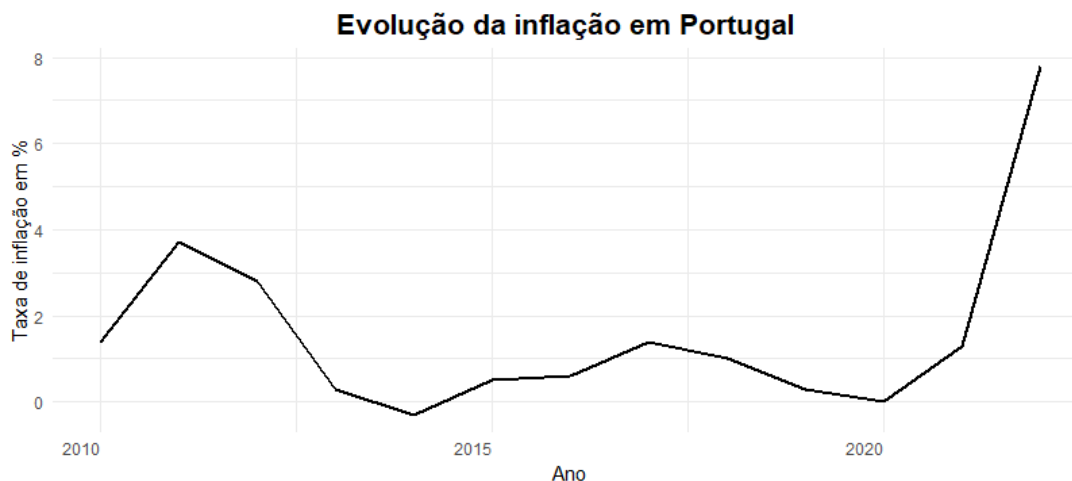


Figura 8.3: Evolução da taxa de inflação em Portugal nos anos 2010 a 2022.

Tabela 8.30: Valores utilizados para a taxa de inflação em Portugal para os anos 2010 a 2022.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Taxa de inflação	1,4	3,7	2,8	0,3	-0,3	0,5	0,6	1,4	1,0	0,3	0,0	1,3	7,8

Tabela 8.31: Estimativa dos valores da taxa de inflação futura em Portugal para os anos 2023 a 2034.

Ano	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034
Taxa de inflação	5,0	4,0	3,0	2,0	2,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

8.6.1 Custo médio por mês de encerramento aplicando médias móveis

Nesta secção irá ser estudada a evolução do custo médio dos sinistros. Para uma melhor compreensão do custo dos sinistros é importante entender como estes se comportam em termos reais, sem a influencia das flutuações de curto prazo. Para tal, irá ter-se em conta o mês de encerramento de cada sinistro, o número de sinistros ocorridos nesse mês e o montante efetuado para pagar a sua indemnização.

Primeiramente, para este estudo, calcula-se o valor real do custo médio dos sinistros por mês de encerramento para todos os períodos de ocorrência considerados, ou seja, para $i = 1, \dots, 13$. Este valor obtém-se somando todos os pagamentos do

mesmo mês e ano e, em seguida, dividindo pelo número de sinistros encerrados nesse mesmo mês.

Em seguida, procede-se à aplicação da técnica de Médias Móveis Ponderadas (subcapítulo 2.2.2). O uso desta técnica ajudar a remover a influência da inflação nas flutuações de curto prazo no custo dos sinistros, expondo as variações reais de longo prazo. Assim, tem a capacidade de suavizar os dados e identificar tendências e padrões ao longo do tempo. Para a aplicação desta técnica são atribuídos diferentes pesos aos valores de pagamento ao calcular a média móvel, criando assim uma nova série de dados.

Desta forma, definiu-se que, para o primeiro e último valor da média móvel, o valor do pagamento mantém-se o mesmo. No entanto, para o segundo e penúltimo valor da média móvel, aplicou-se, para uma janela de 3 valores, os pesos 0,5 e 0,25 de forma a dar mais peso ao pagamento do meio e menos peso aos pagamentos adjacentes. Por último, para os restantes valores da média móvel, aplicou-se, para uma janela de 5 valores, os pesos 0,4, 0,2 e 0,1 de forma a dar mais peso ao pagamento do meio e menos peso aos pagamentos adjacentes. Assim, cria-se uma nova série de dados onde leva em consideração a relevância dos pagamentos mais recentes.

Nas figuras 8.4 e 8.5 são apresentadas as representações gráficas do custo médio dos sinistros por mês de encerramento e a correspondente média móvel, respetivamente, para o ramo Multirriscos Habitação e para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

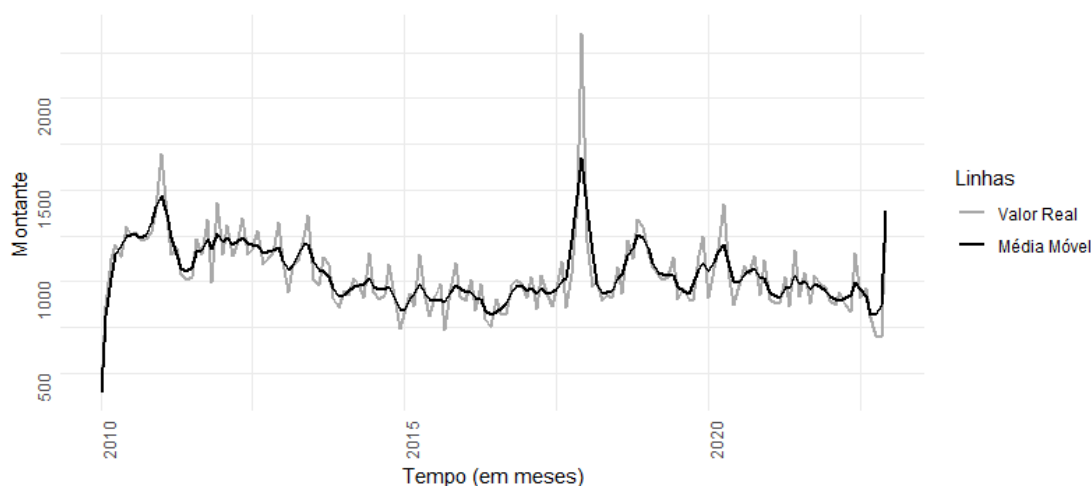


Figura 8.4: Representação gráfica do custo médio dos sinistros por mês de encerramento e a correspondente média móvel no ramo Multirriscos Habitação.

No ramo Multirriscos Habitação observa-se que os maiores picos para os pagamentos dos sinistros dão-se nos anos 2011, 2017 e 2020. Como já foi mencionado,

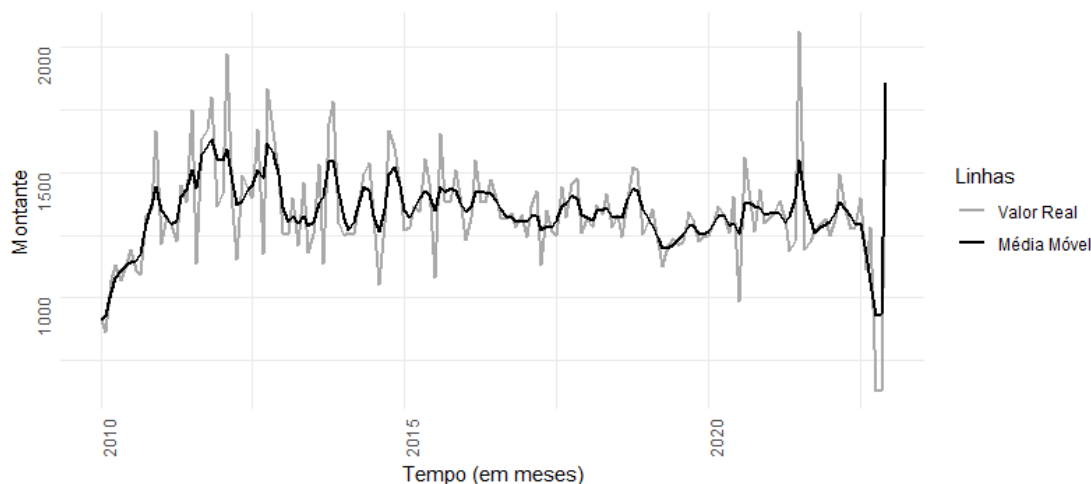


Figura 8.5: Representação gráfica do custo médio dos sinistros por mês de encerramento e a correspondente média móvel no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

este facto pode ser justificado pelas condições climáticas, pelos grandes incêndios florestais ocorridos em 2017/2018 e pela doença COVID-19 que afetou Portugal em 2020.

Por outro lado, no ramo Responsabilidade Civil Automóvel observa-se que os maiores picos para os pagamentos dos sinistros dão-se nos anos 2012 e 2021. Neste caso, os picos dão-se devido às condições climáticas adversas que ocorreram nesses anos.

Os últimos picos, nos dois ramos, representam picos de inflação. Nos gráficos, existe uma inflação implícita que é compensada pelas ações adotadas pela empresa que levam a baixar os custos nos sinistros.

8.6.2 Métodos de Estimação das Provisões de Sinistros com Atualização da Inflação

De forma a ter em consideração e analisar o impacto da taxa de inflação do mercado, irá aplicar-se o método de estimação das provisões de sinistros com atualização da inflação, descrito no subcapítulo 7.3, recorrendo ao método *Chain Ladder* e ao método *Bornhuetter-Ferguson*.

A primeira etapa deste método é a aplicação da inflação passada de forma a atualizar os pagamentos para os custos atuais. Assim, nos triângulos de sinistros dos montantes incrementais 8.2 e 8.4, irá ser aplicada, por diagonal, a taxa de inflação do último período de ocorrência, ou seja, a taxa de inflação do ano 2022, a todos os valores do triângulo de sinistros.

Na tabela 8.32 é apresentado o triângulo de sinistros incremental atualizado para a taxa de inflação de 2022 obtido para o ramo Multirriscos Habitação, utilizando os valores da tabela 8.30 para a atualização da inflação passada. De forma análoga, obtém-se o triângulo de sinistros incremental atualizado para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

Tabela 8.32: Triângulo de sinistros incremental atualizado para a taxa de inflação de 2022 para o ramo Multirriscos Habitação.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2010													
2011													
2012													
2013													
2014													
2015													
2016													
2017													
2018													
2019													
2020													
2021													
2022													

A segunda etapa deste método envolve a aplicação de um método de estimação para a provisão de forma a preencher a parte desconhecida dos triângulos de sinistros atualizados com a inflação passada. Como já foi mencionado, neste estudo irá ser utilizado tanto o método *Chain Ladder* quanto o método *Bornhuetter-Ferguson* para a análise. Portanto, a próxima parte desta secção consiste na descrição do método de estimação das provisões de sinistros com atualização da inflação, abordado de acordo com o método aplicado.

Método *Chain Ladder*

Com a aplicação do método *Chain Ladder* ao triângulo de sinistros 8.32 na sua forma acumulativa, é possível preencher a parte desconhecida do mesmo.

Por fim, a terceira etapa deste método consiste em atualizar as estimativas com as projeções futuras da taxa de inflação. Assim, utilizando as estimativas para a taxa de inflação futura apresentadas em 8.31, aplica-se, por diagonal, as taxas ao triângulo de sinistros preenchido na sua forma incremental e obtém-se o triângulo de sinistros incremental atualizado com as taxas de inflação passadas e futuras para os respectivos ramos. Na tabela 8.33 é apresentado o triângulo de sinistros incremental atualizado com as taxas de inflação passadas e futuras obtido para o ramo Multirriscos Habitação.

Para estimar o valor das responsabilidades atuais R_i , transforma-se o triângulo 8.33 na sua forma acumulativa e utiliza-se a equação 3.1. O valor da reserva é obtido

a partir de 3.2.

Na tabela 8.34 são apresentados os valores das estimativas \hat{R}_i , com $i = 1, \dots, 13$, e a estimativa da reserva \hat{R} relativamente a cada ramo.

Tabela 8.33: Triângulo de sinistros incremental atualizado com as taxas de inflação passadas e futuras para o ramo Multirrisco Habitação.

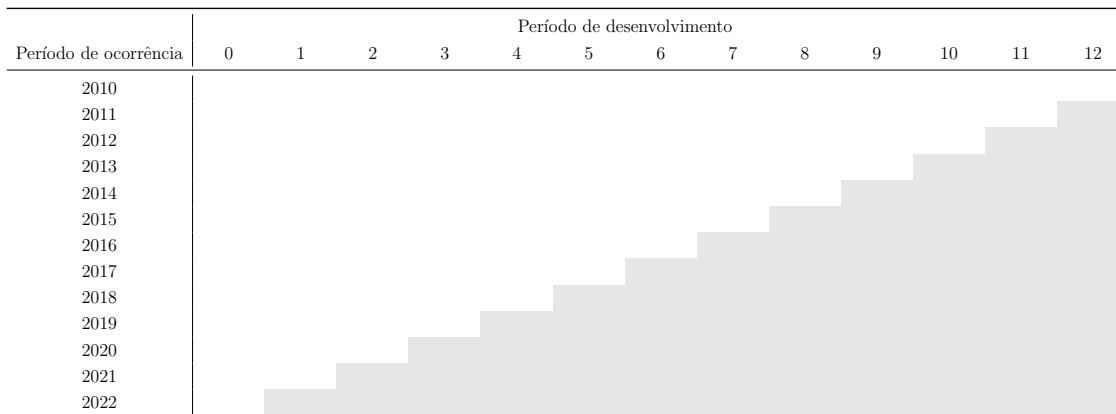


Tabela 8.34: Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método *Chain Ladder* com atualização da inflação.

Responsabilidades atuais	Ramo	
	MH	RCA
\hat{R}_1	-	-
\hat{R}_2	0	10 715
\hat{R}_3	15 701	57 843
\hat{R}_4	81 914	109 593
\hat{R}_5	73 038	193 140
\hat{R}_6	82 753	306 452
\hat{R}_7	159 001	400 907
\hat{R}_8	334 048	657 076
\hat{R}_9	579 272	1 023 546
\hat{R}_{10}	969 327	1 615 229
\hat{R}_{11}	1 589 059	2 321 299
\hat{R}_{12}	2 927 747	4 861 132
\hat{R}_{13}	9 038 880	19 871 038
Reserva	15 850 740	31 427 969

Método *Bornhuetter-Ferguson*

Com a aplicação do método *Bornhuetter-Ferguson* ao triângulo de sinistros 8.32 na sua forma acumulativa e com recurso a uma regra de três simples, é possível preencher a parte desconhecida desse mesmo triângulo. Na tabela 8.35 estão apresentados os valores utilizados para os montantes de prémios emitidos pe_i para cada período de ocorrência i e os resultados obtidos utilizando uma taxa de sinistralidade θ constante de 60%, para cada um dos ramos em questão.

Tabela 8.35: Aplicação do método *Bornhuetter-Ferguson* ($\theta = 60\%$) com atualização da inflação passada.

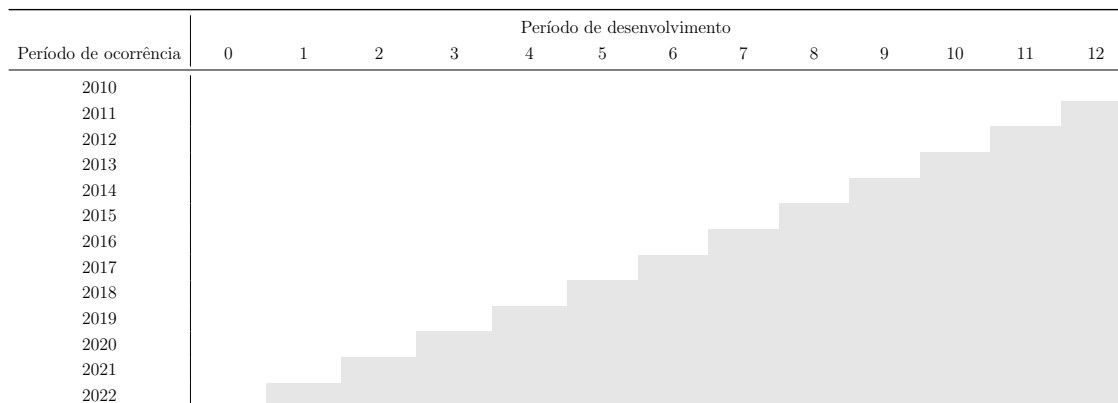
Ramo							
MH				RCA			
i	pe_i	$\hat{M}_i = \hat{D}_{i,12}$	\hat{R}_i	i	pe_i	$\hat{M}_i = \hat{D}_{i,12}$	\hat{R}_i
1	56 489 867	33 893 920	-	1	169 519 277	101 711 566	-
2	49 431 216	29 658 729	0	2	150 415 302	90 249 181	10 204
3	48 911 772	29 347 063	14 954	3	128 608 476	77 165 086	54 739
4	68 476 379	41 085 827	77 176	4	122 450 587	73 470 352	102 030
5	54 885 848	32 931 509	66 562	5	126 370 564	75 822 338	177 869
6	39 814 193	23 888 516	75 220	6	120 008 616	72 005 170	280 710
7	46 321 497	27 792 898	144 748	7	113 249 035	67 949 421	363 087
8	55 395 697	33 237 418	304 959	8	121 717 758	73 030 655	594 738
9	61 599 498	36 959 699	527 006	9	127 712 121	76 627 273	924 846
10	55 418 861	33 251 317	887 041	10	121 647 592	72 988 555	1 466 225
11	56 396 207	33 837 724	1 448 848	11	91 566 271	54 939 763	2 124 701
12	57 880 905	34 728 543	2 677 375	12	101 652 201	60 991 321	4 460 958
13	39 831 344	23 898 806	8 475 808	13	76 602 759	45 961 656	18 691 576
Total			14 699 698	Total			29 251 682

Por último, a terceira etapa deste método consiste em atualizar as estimativas com as projeções futuras da taxa de inflação. Assim, utilizando as estimativas para a taxa de inflação futura apresentadas em 8.31, aplica-se, por diagonal, as taxas ao triângulo de sinistros preenchido na sua forma incremental e obtém-se o triângulo de sinistros incremental atualizado com as taxas de inflação passadas e futuras para os respetivos ramos. Na tabela 8.36 é apresentado o triângulo de sinistros incremental atualizado com as taxas de inflação passadas e futuras obtido para o ramo Multirriscos Habitação.

Transformando este triângulo de sinistros (tabela 8.36) na sua forma acumulativa e utilizando as equações 3.1 e 3.2 obtém-se, respetivamente, o valor das responsabilidades atuais R_i e o valor da provisão.

Na tabela 8.37 são apresentados os valores obtidos das estimativas \hat{R}_i , com $i =$

Tabela 8.36: Triângulo de sinistros incremental atualizado com as taxas de inflação passadas e futuras com o método *Bornhuetter-Ferguson* para o ramo Multirriscos Habitação.



1, ..., 13, e a estimativa da provisão \hat{R} para cada um dos ramos em estudo.

Tabela 8.37: Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método *Bornhuetter-Ferguson* com atualização da inflação.

Responsabilidades atuais	Ramo	
	MH	RCA
\hat{R}_1	-	-
\hat{R}_2	0	10 715
\hat{R}_3	16 329	58 181
\hat{R}_4	86 804	108 251
\hat{R}_5	75 276	197 528
\hat{R}_6	84 194	314 877
\hat{R}_7	161 857	411 234
\hat{R}_8	268 250	662 733
\hat{R}_9	545 412	985 187
\hat{R}_{10}	928 274	1 481 667
\hat{R}_{11}	1 568 436	2 261 112
\hat{R}_{12}	2 648 890	5 039 863
\hat{R}_{13}	9 375 195	20 179 939
Reserva	15 758 918	31 711 285

Assim, segundo esta metodologia de atualização da inflação, estima-se um valor para a provisão de 15 850 740€ para o ramo Multirriscos Habitação e de 31 427 969€ para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel utilizando o método *Chain Ladder* e um valor para a provisão de 15 758 918€ para o ramo Multirriscos Habitação e de 31 711 285€ para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel utilizando o método *Bornhuetter-Ferguson*.

8.7 Análise comparativa entre métodos com e sem a atualização da inflação

Para poder analisar o impacto inflacionário nos custos futuros dos sinistros, é necessário calcular a diferença entre as provisões de sinistros obtidas sem a atualização da inflação e as provisões de sinistros obtidas com a consideração da inflação. Na tabela 8.38 estão apresentados os valores obtidos no capítulo 8.4 para as provisões de sinistros com o método *Chain Ladder* e *Bornhuetter-Ferguson*, também apresenta os valores obtidos para as provisões de sinistros com a atualização da inflação, calculados na secção 8.6.2, e o respetivo impacto inflacionário.

Tabela 8.38: Comparação do valor das provisões obtidas entre métodos com e sem a atualização da inflação e o seu respetivo impacto inflacionário.

Método	Ramo	
	Multirriscos Habitação	Responsabilidade Civil Automóvel
<i>Chain Ladder</i>	14 751 449	29 340 475
<i>Chain Ladder</i> com atualização da inflação	15 850 740	31 427 969
Impacto inflacionário	1 099 291	2 087 494
<i>Bornhuetter-Ferguson</i>	14 751 449	29 340 475
<i>Bornhuetter-Ferguson</i> com atualização da inflação	15 758 918	31 711 285
Impacto inflacionário	1 007 469	2 370 810

Da análise da tabela 8.38, observa-se que, para qualquer um dos métodos, as provisões obtidas a partir da atualização da inflação são superiores às provisões obtidas sem a sua atualização. Isto demonstra que está a ser incorporado o aumento dos custos futuros devido à inflação, reforçando, assim, a importância da inflação como um fator que deve ser levado em consideração.

É importante observar que, em todas as situações, obteve-se um impacto inflacionário significativo. A diferença entre estimar com ou sem inflação é de cerca de 7%, com exceção do ramo Responsabilidade Civil Automóvel com o método de *Bornhuetter-Ferguson* onde é de 8%. Ou seja, ao considerar a atualização da inflação, estima-se que os custos futuros dos sinistros sejam aproximadamente 7% a 8% mais elevados do que se não a considerar. Isso sugere que as estimativas para a provisão, obtidas pelos métodos que não levavam em conta a inflação, não consideram adequadamente essa taxa.

8.8 Triângulo Mensal, Trimestral e Anual

A título de curiosidade, elaborou-se três novos triângulo de sinistros, um mensal, um trimestral e um anual, considerando apenas o período de ocorrência entre 2019 a 2022. O intuito desta análise é comparar os triângulos entre si e o resultado obtido para a provisão tendo em conta as diferenças no nível de granularidade.

Inicialmente, construiu-se o triângulo de sinistro incremental mensal. Mas, conforme mencionado em 8.1, a base de dados apenas contém informações até setembro de 2022, o que resulta numa limitação dos dados disponíveis para os triângulos, abrangendo apenas 45 colunas e 45 linhas no triângulo de sinistro incremental mensal (representando os meses ocorridos de 2019 a 2022) e 15 colunas e 15 linhas no triângulo de sinistro incremental trimestral (representando os trimestres ocorridos de 2019 a 2022). O triângulo de sinistro anual incremental é constituído por 4 colunas e 4 linhas (representando os anos ocorridos de 2019 a 2022).

No Apêndice B são apresentados os três triângulos de sinistros incrementais utilizados, ou seja, o Mensal, o Trimestral e o Anual.

Antes de entrar diretamente para o cálculo da provisão dos sinistros em cada um dos triângulos, efetuou-se primeiramente um alisamento dos dados. Assim, para cada célula no triângulo de sinistros acumulado, calculou-se os coeficientes de desenvolvimento individuais (8.1) e, utilizando a equação 2.1 com um nível de significância de 5%, verificou-se quais coeficientes estão dentro do intervalo de confiança para cada período de desenvolvimento j . De seguida, calculou-se a média entre os coeficientes de desenvolvimento que se encontravam dentro do intervalo de confiança e encontrou-se um novo valor, mais estável, para cada período de desenvolvimento j , o que ajuda a suavizar as flutuações nos dados originais.

Nas tabelas 8.39, 8.40 e 8.41 estão apresentados os valores obtidos para a média dos coeficientes de desenvolvimento em cada período de desenvolvimento j , respetivamente, para cada um dos triângulo de sinistros, para o Mensal, o Trimestral e o Anual.

Após o processo de alisamento dos dados e da obtenção dos novos valores dos coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$, aplicou-se o método *Chain Ladder* para calcular a estimativa da provisão para os sinistros. Na tabela 8.42 estão apresentados os resultados obtidos para a provisão dos sinistros nos triângulos Mensal, Trimestral e Anual acumulados utilizando o método *Chain Ladder*.

O valor obtido para as estimativas das responsabilidades atuais R_i pode ser consultado no Apêndice B.4.

Tabela 8.39: Valor dos coeficientes de desenvolvimento obtidos para cada período de desenvolvimento j aplicando o alisamento dos dados no triângulo Mensal.

Ramo	Coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$											
	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$	$\hat{\lambda}_{10}$	$\hat{\lambda}_{11}$
MH	4,921	1,611	1,249	1,130	1,083	1,064	1,038	1,031	1,024	1,017	1,019	1,014
RCA	33,310	3,668	1,680	1,231	1,104	1,060	1,039	1,029	1,021	1,020	1,016	1,022
Ramo	$\hat{\lambda}_{12}$	$\hat{\lambda}_{13}$	$\hat{\lambda}_{14}$	$\hat{\lambda}_{15}$	$\hat{\lambda}_{16}$	$\hat{\lambda}_{17}$	$\hat{\lambda}_{18}$	$\hat{\lambda}_{19}$	$\hat{\lambda}_{20}$	$\hat{\lambda}_{21}$	$\hat{\lambda}_{22}$	$\hat{\lambda}_{23}$
	MH	1,007	1,007	1,009	1,007	1,005	1,003	1,007	1,003	1,003	1,003	1,002
RCA	1,011	1,010	1,006	1,009	1,004	1,004	1,004	1,005	1,003	1,002	1,002	1,001
Ramo	$\hat{\lambda}_{24}$	$\hat{\lambda}_{25}$	$\hat{\lambda}_{26}$	$\hat{\lambda}_{27}$	$\hat{\lambda}_{28}$	$\hat{\lambda}_{29}$	$\hat{\lambda}_{30}$	$\hat{\lambda}_{31}$	$\hat{\lambda}_{32}$	$\hat{\lambda}_{33}$	$\hat{\lambda}_{34}$	$\hat{\lambda}_{35}$
	MH	1,001	1,002	1,001	1,001	1,001	1,000	1,000	1,000	1,001	1,002	1,001
RCA	1,002	1,001	1,002	1,001	1,002	1,003	1,002	1,002	1,002	1,001	1,001	1,002
Ramo	$\hat{\lambda}_{36}$	$\hat{\lambda}_{37}$	$\hat{\lambda}_{38}$	$\hat{\lambda}_{39}$	$\hat{\lambda}_{40}$	$\hat{\lambda}_{41}$	$\hat{\lambda}_{42}$	$\hat{\lambda}_{43}$				
	MH	1,000	1,000	1,001	1,000	1,001	1,002	1,001	1,000			
RCA	1,003	1,003	1,002	1,001	1,001	1,002	1,002	1,000				

Tabela 8.40: Valor dos coeficientes de desenvolvimento obtidos para cada período de desenvolvimento j aplicando o alisamento dos dados no triângulo Trimestral.

Ramo	Coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$													
	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$	$\hat{\lambda}_{10}$	$\hat{\lambda}_{11}$	$\hat{\lambda}_{12}$	$\hat{\lambda}_{13}$
MH	2,336	1,204	1,072	1,040	1,023	1,015	1,010	1,011	1,008	1,002	1,007	1,003	1,003	1,003
RCA	4,586	1,257	1,071	1,047	1,026	1,016	1,009	1,007	1,009	1,006	1,006	1,007	1,004	1,005

Tabela 8.41: Valor dos coeficientes de desenvolvimento obtidos para cada período de desenvolvimento j aplicando o alisamento dos dados no triângulo Anual.

Ramo	Coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$		
	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$
MH	1,480	1,067	1,015
RCA	1,575	1,044	1,019

Tabela 8.42: Comparação do valor das provisões obtidas com o método *Chain Ladder* nos triângulos de sinistros Mensal, Trimestral e Anual.

Granularidade temporal	Ramo	
	Multirrisco Habitação	Responsabilidade Civil Automóvel
Mensal	15 780 358	46 639 354
Trimestral	14 746 443	34 292 145
Anual	12 284 541	22 752 737

Analisando os valores obtidos para a provisão, apresentados em 8.42, facilmente se observa que utilizando um nível de granularidade mais alto, ou seja, utilizando

o triângulo de sinistros mensal, obtém-se uma estimativa para a provisão mais alta do que se considerar um dos outros níveis de granularidade mais baixos. Isto deve-se ao facto de, com um nível de granularidade mais alto, o triângulo de sinistros é mais detalhado e sensível às variações sazonais enquanto que com um nível de granularidade mais baixo o triângulo não consegue capturar todos os detalhes das flutuações que ocorrem em um nível mensal.

Desta forma, o triângulo de sinistros mensal é o que apresenta maior volatilidade. Este triângulo fornece uma visão mais precisa das oscilações nos sinistros ao longo do tempo, é também mais sensível aos efeitos da inflação e reflete flutuações imprevistas. Já o triângulo de sinistros trimestral, também é sensível à volatilidade mas, como agrupa essas flutuações em períodos mais longos, suaviza as variações, sendo menos volátil que o triângulo mensal. O triângulo de sinistros anual é o menos volátil.

É importante mencionar que, como a base de dados não tem informação para os últimos 3 meses do ano 2022, é necessário a análise do triângulo de sinistros trimestral para poder comparar com o mensal. O triângulo de sinistros anual não é o mais fiável pois existe a questão de faltar os últimos 3 meses, e é neste período que ele fornece mais peso na sua análise, o que influencia de forma negativa.

Assim, ao usar o triângulo de sinistros trimestral em vez do anual obtém-se uma melhoria. A maior diferença entre as estimativas da provisão obtidas pelo triângulo de sinistros trimestral e pelo anual deve-se ao facto da base de dados não possuir informações do último trimestre do ano 2022.

Fazendo agora uma análise mais específica para os ramos em questão, é no ramo Multiriscos Habitação que se analisa melhor a relação entre o nível de granularidade e o valor da provisão obtida. Ou seja, aumentando ao nível de granularidade, isto leva a um aumento da volatilidade que se traduz num aumento do valor obtido para a provisão. No triângulo de sinistros mensal, obteve-se um valor para a provisão de 15 780 358€, enquanto no triângulo trimestral, esse valor foi de 14 746 443€, o que não evidencia que tenha havido discrepâncias substanciais nem desvios significativos dos parâmetros desejados.

Capítulo 9

Conclusão

Como já foi referido na introdução, a principal obrigação de uma seguradora é garantir o pagamento de todas as indemnizações. Desta forma, encontrar uma boa estimativa para a provisão dos sinistros torna-se algo de extrema importância para garantir a solvabilidade da seguradora e o cumprimento de todas as suas obrigações sem colocar em causa a sua rentabilidade.

Assim, um dos principais objetivos desta dissertação centrou-se no cálculo e análise da estimativa das provisões para sinistros de ramos de seguros ‘Não Vida’ através da aplicação de diversos métodos de previsão tais como, o método *Chain Ladder*, o método *Bornhuetter-Ferguson*, o método *Grossing Up* e o método *Double Chain ladder*. Além disso, foi realizada uma análise do impacto que fatores externos, como a inflação, exercem sobre essa estimativa.

Tabela 9.1: Resumo de todos os valores obtidos para a provisão dos sinistros com um triângulo de sinistros Anual ao longo da dissertação.

Método	Ramo	
	Multirriscos Habitação	Responsabilidade Civil Automóvel
<i>Chain Ladder</i>	14 751 449	29 340 475
<i>Chain Ladder</i> com ajuste	12 515 959	25 791 671
<i>Grossing Up</i>	14 671 013	29 096 759
<i>Bornhuetter-Ferguson</i>	14 751 449	29 340 475
<i>Double Chain ladder</i>	14 518 867	29 268 401
<i>Chain Ladder</i> com atualização da inflação	15 850 740	31 427 969
<i>Bornhuetter-Ferguson</i> com atualização da inflação	15 758 918	31 711 285

Na Tabela 9.1, estão apresentados de forma completa todos os valores obtidos para a estimativa das provisões para sinistros ao longo desta dissertação a partir de um triângulo de sinistros anual.

Há muitos fatores que influenciam a escolha do método a utilizar. É necessário

ter em conta diversos fatores tais como a qualidade histórica dos dados, a agilidade da seguradora na regularização dos sinistros, a dimensão do ramo em estudo, a presença de sinistros atípicos, entre outros. Portanto, é a finalidade da análise que determina qual o melhor método a aplicar.

De acordo com a tabela 9.1, para qualquer um dos métodos, as provisões obtidas a partir da atualização da inflação são superiores às provisões obtidas sem a sua atualização. Isto demonstra que, dada a possibilidade de grandes flutuações deste índice ao longo dos anos, é importante ter em consideração a taxa de inflação do mercado em qualquer um dos métodos de estimação das provisões, a fim de incorporar o aumento dos custos futuros e realizar as provisões de forma adequada e precisa. Assim, após uma discussão com a companhia sobre a análise efetuada, concluiu-se que a inflação exerce um impacto significativo na estimativa da provisão, tornando-se um fator fundamental a ser considerado. Portanto, a abordagem mais adequada a aplicar é o método Chain Ladder com atualização da inflação, com uma estimativa da provisão para sinistros de 15 850 740€ para o ramo Multirriscos Habitação e de 31 427 969€ para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel, resultando em um impacto inflacionário de 1 099 291€ e 2 087 494€ , respectivamente.

Salienta-se ainda que, a partir do estudo da provisão para sinistros tendo em conta as diferenças no nível de granularidade do triângulo de sinistros utilizado, concluiu-se que, com um nível de granularidade mais alto, o triângulo de sinistros torna-se mais sensível às variações sazonais e origina uma estimativa para a provisão mais alta do que se considerar um dos outros níveis de granularidade mais baixos, onde o triângulo de sinistros não consegue capturar todos os detalhes das flutuações que ocorrem em um nível mensal.

9.1 Trabalho futuro

Outro facto importante e que deve ser considerado em relação a pesquisas futuras, é que nem sempre se pode considerar que, em um determinado triângulo, todos os sinistros serão encerrados ao fim de n períodos de desenvolvimento. Nestes casos deve-se incluir um fator de cauda que consiste na representação do montante que se estima efetuar depois do último período de desenvolvimento considerado.

Portanto, para aplicar fatores de cauda em estudos futuros, é essencial considerar o contexto específico do negócio, a dimensão dos dados disponíveis (preferencialmente em conjuntos de dados maiores) e a natureza do risco em questão, garantindo assim um cálculo mais preciso da provisão para sinistros.

Para aprimorar ainda mais esta dissertação, pesquisas futuras podem se aprofundar nos métodos utilizados para estimar a provisão para sinistros, optando por técnicas estocásticas que lidam com a variabilidade e a incerteza inerente aos sinistros. Além disso, pesquisas futuras podem utilizar a inflação dos sinistros em vez da inflação económica. Os valores para a taxa de inflação futura poderiam ser estimados e, além disso, poderiam realizar estudos de sensibilidade mudando determinados valores dessa estimativa, a fim de avaliar o impacto dessas variações nos resultados obtidos.

Bibliografia

- Empresa AGEAS Portugal. Curso de reserva, 2023. Documentos fornecidos pela Empresa AGEAS Portugal, abordando o tema da provisão para sinistros.
- Alexander Bohnert, Nadine Gatzert, and Andreas Kolb. Assessing inflation risk in non-life insurance. *Insurance: Mathematics and Economics*, 66:86–96, 2016.
- Ronald L Bornhuetter and Ronald E Ferguson. The actuary and ibnr. In *Proceedings of the casualty actuarial society*, volume 59, pages 181–195, 1972.
- D. Brydon and R. J. Verrall. Calendar year effects, claims inflation and the chain-ladder technique. *Annals of Actuarial Science*, 4(2):287–301, 2009. 10.1017/S1748499500000749.
- Francisca da Câmara Machado Rodrigues de Castro. *Provisão para sinistros: estudo de uma companhia de seguros espanhola*. PhD thesis, 2018.
- Cláudia Sofia Ribeiro da Conceição. *Modelos determinísticos e estocásticos aplicados ao cálculo de provisões para sinistros*. PhD thesis, 2014.
- Bente Corneliu. Basic Chain Ladder Method Versus Inflation Adjusted Chain Ladder Method. *Annals of Faculty of Economics*, 1(2):343–354, December 2016.
- Daniela Sofia Marques da Costa. *Metodologias de estimação de provisões para sinistros do Ramo Não Vida*. PhD thesis, 2016.
- Bente Corneliu Cristian and Gavriletea Marius Dan. Inflation Adjusted Chain Ladder Method. *Annals of Faculty of Economics*, 1(2):370–379, December 2015.
- Patrizia Gigante, Liviana Picech, and Luciano Sigalotti. Calendar year effect modeling for claims reserving in hglm. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 49(3):763–786, 2019. 10.1017/asb.2019.22.
- Susana Machado Rodrigues Lima. *Métodos de previsão de séries temporais: uma aplicação a dados do segmento do retalho*. PhD thesis, 2018.

- Thomas Mack. Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 23(2):213–225, 1993. 10.2143/AST.23.2.2005092.
- Thomas Mack. The standard error of chain ladder reserve estimates: Recursive calculation and inclusion of a tail factor. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 29(2):361–366, 1999. 10.2143/AST.29.2.504622.
- Maria Dolores Martínez-Miranda, Jens Perch Nielsen, and Richard Verrall. Double chain ladder and bornhuetter-ferguson. *North American Actuarial Journal*, 17(2): 101–113, 2013.
- María Dolores Martínez Miranda, Jens Perch Nielsen, and Richard J. Verrall. Double chain ladder. *ASTIN Bulletin*, 42:59 – 76, 2012.
- John Ashworth Nelder and Robert WM Wedderburn. Generalized linear models. *Journal of the Royal Statistical Society Series A: Statistics in Society*, 135(3): 370–384, 1972.
- A Soleha and Yulial Hikmah. Claim reserve estimation using double chain ladder method. *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*, 33(4):1–8, 2022.
- R. J. Verrall. A bayesian generalized linear model for the bornhuetter-ferguson method of claims reserving. *North American Actuarial Journal*, 8(3):67–89, 2004.
- Richard Verrall, Jens Perch Nielsen, and Anders Hedegaard Jessen. Prediction of rbns and ibnr claims using claim amounts and claim counts. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 40(2):871–887, 2010.
- Ting Yan. The prediction of non-life claim reserves under inflation—an analysis including diagonal effects. *Open Journal of Statistics*, 6(2):320–330, 2016.

Apêndice A

Resumo dos valores obtidos nos métodos aplicados

A.1 Valor dos coeficientes de desenvolvimento

Tabela A.1: Resumo dos coeficientes de desenvolvimento obtidos para o cálculo da provisão dos sinistros, ao longo da dissertação, no ramo Multirriscos Habitação.

Método	Coeficientes de desenvolvimento para o ramo MH											
	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$	$\hat{\lambda}_{10}$	$\hat{\lambda}_{11}$
<i>Chain Ladder</i>	1,44	1,04	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<i>Chain Ladder</i> com ajuste	1,45	1,05	1,02	1,01	1,00	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<i>Bornhuetter-Ferguson</i>	1,44	1,04	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<i>Chain Ladder</i> com inflação	1,43	1,04	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<i>Bornhuetter-Ferguson</i> com inflação	1,55	1,08	1,04	1,03	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabela A.2: Resumo dos coeficientes de desenvolvimento obtidos para o cálculo da provisão dos sinistros, ao longo da dissertação, no ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

Método	Coeficientes de desenvolvimento para o ramo RCA											
	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$	$\hat{\lambda}_{10}$	$\hat{\lambda}_{11}$
<i>Chain Ladder</i>	1,57	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<i>Chain Ladder</i> com ajuste	1,56	1,03	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<i>Bornhuetter-Ferguson</i>	1,57	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<i>Chain Ladder</i> com inflação	1,56	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<i>Bornhuetter-Ferguson</i> com inflação	1,69	1,08	1,04	1,02	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabela A.3: Valor dos coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$ aplicando o método *Chain Ladder* ao triângulo de sinistros do número de sinistros declarados utilizados no método *Double Chain Ladder*.

Coeficientes de desenvolvimento												
Ramo	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$	$\hat{\lambda}_{10}$	$\hat{\lambda}_{11}$
MH	1,099	1,003	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
RCA	1,042	1,002	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Tabela A.4: Valor dos coeficientes de desenvolvimento $\hat{\lambda}_j$ aplicando o método *Chain Ladder* ao triângulo de sinistros dos montantes pagos utilizados no método *Double Chain Ladder*.

Coeficientes de desenvolvimento												
Ramo	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$	$\hat{\lambda}_{10}$	$\hat{\lambda}_{11}$
MH	1,437	1,038	1,017	1,013	1,005	1,004	1,002	1,001	1,000	1,001	1,001	1,000
RCA	1,571	1,038	1,020	1,009	1,004	1,003	1,002	1,002	1,001	1,001	1,001	1,000

A.2 Valor obtido das provisões dos sinistros

Tabela A.5: Resumo de todos os valores obtidos para a provisão dos sinistros ao longo da dissertação.

Método	Ramo		
	Multiriscos	Habitação	Responsabilidade Civil Automóvel
<i>Chain Ladder</i>	14 751 449		29 340 475
<i>Chain Ladder</i> com ajuste	12 515 959		25 791 671
<i>Grossing Up</i>	14 671 013		29 096 759
<i>Bornhuetter-Ferguson</i>	14 751 449		29 340 475
<i>Double Chain ladder</i>	14 518 867		29 268 401
<i>Chain Ladder</i> com atualização da inflação	15 850 740		31 427 969
<i>Bornhuetter-Ferguson</i> com atualização da inflação	15 758 918		31 711 285
Triângulo Mensal (2019-2022)	15 780 358		46 639 354
Triângulo Trimestral (2019-2022)	14 746 443		34 292 145
Triângulo Anual (2019-2022)	12 284 541		22 752 737

Apêndice B

Triângulo Mensal, Trimestral e Anual

B.1 Triângulo de sinistros Trimestral

Tabela B.1: Triângulo de sinistros Trimestral incremental para o ramo Multiriscos Habitação.

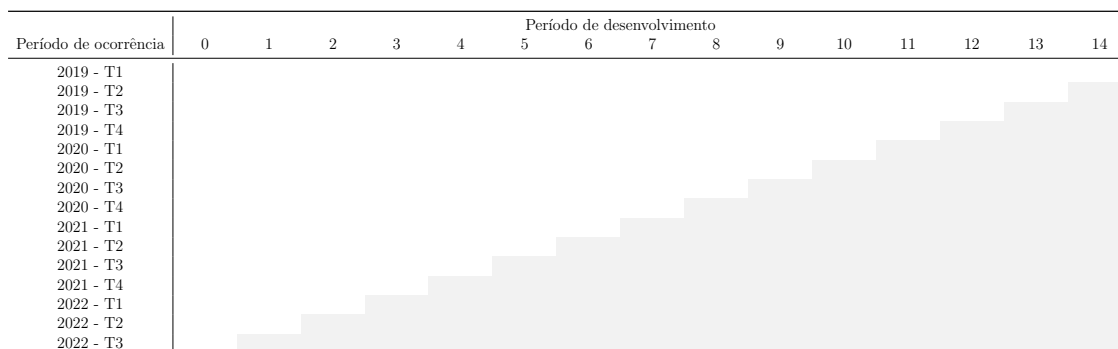
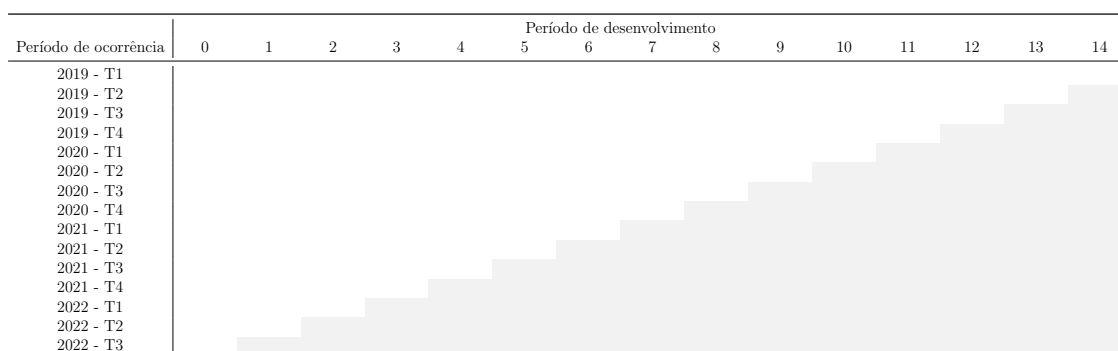


Tabela B.2: Triângulo de sinistros Trimestral incremental para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.



B.2 Triângulo de sinistros Mensal

Tabela B.3: Triângulo de sinistros Mensal incremental para o ramo Multiriscos Habitação.

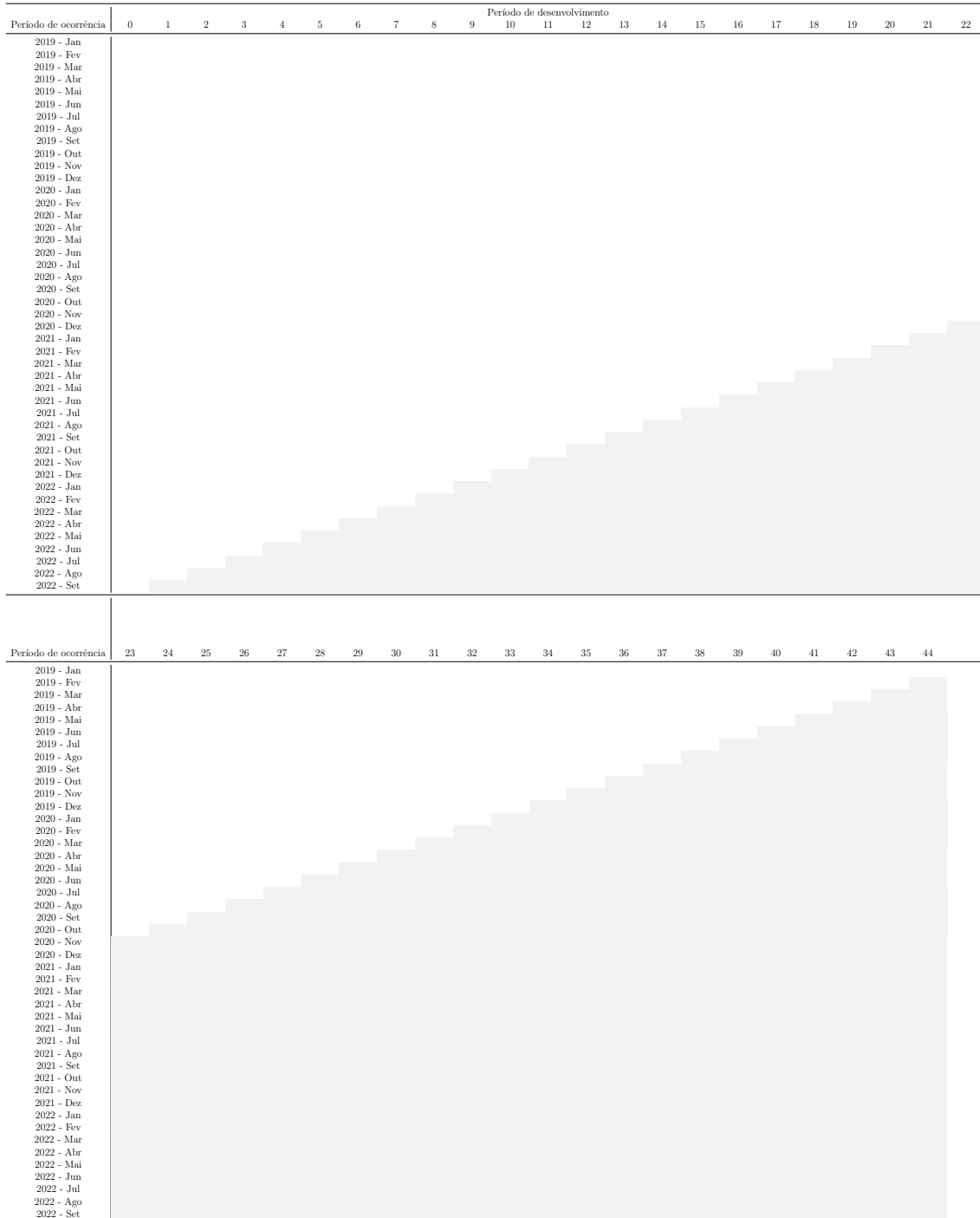
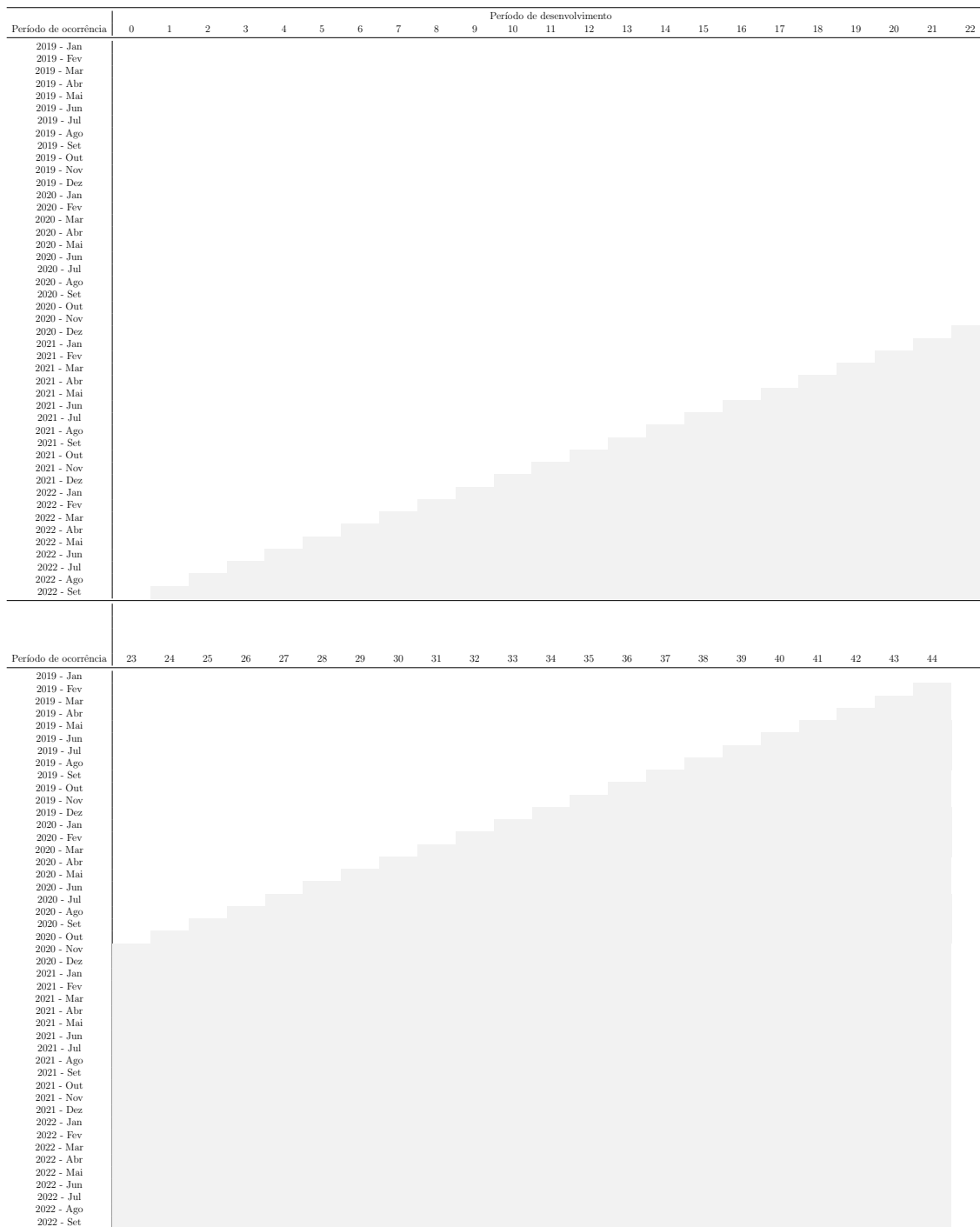


Tabela B.4: Triângulo de sinistros Mensal incremental para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.



B.3 Triângulo de sinistros Anual

Tabela B.5: Triângulo de sinistros Anual acumulativo para o ramo Multirriscos Habitação.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento			
	0	1	2	3
2019				
2020				
2021				
2022				

Tabela B.6: Triângulo de sinistros Anual acumulativo para o ramo Responsabilidade Civil Automóvel.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento			
	0	1	2	3
2019				
2020				
2021				
2022				

B.4 Resultados da aplicação do método *Chain Ladder* aos triângulos Anual, Trimestral e Mensal

Tabela B.7: Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método *Chain Ladder* ao triângulo de sinistros Anual.

Responsabilidades atuais	Ramo	
	MH	RCA
\hat{R}_1	-	-
\hat{R}_2	462 191	903 557
\hat{R}_3	2 518 959	3 426 901
\hat{R}_4	9 303 391	18 422 280
Reserva	12 284 541	22 752 737

Tabela B.8: Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método *Chain Ladder* ao triângulo de sinistros Trimestral.

Responsabilidades atuais	Ramo	
	MH	RCA
\hat{R}_1	-	-
\hat{R}_2	18 826	72 922
\hat{R}_3	36 877	140 669
\hat{R}_4	117 227	300 845
\hat{R}_5	117 833	264 195
\hat{R}_6	121 051	252 079
\hat{R}_7	196 309	506 958
\hat{R}_8	347 989	642 575
\hat{R}_9	458 081	530 006
\hat{R}_{10}	470 380	1 014 384
\hat{R}_{11}	627 329	1 453 750
\hat{R}_{12}	836 063	2 321 143
\hat{R}_{13}	1 480 766	3 024 043
\hat{R}_{14}	2 496 212	6 276 923
\hat{R}_{15}	7 421 501	17 491 654
Reserva	14 746 443	34 292 145

Tabela B.9: Valores das responsabilidades atuais e da reserva aplicando o método *Chain Ladder* ao triângulo de sinistros Mensal.

Responsabilidades atuais	Ramo		Responsabilidades atuais	Ramo	
	MH	RCA		MH	RCA
\hat{R}_1	-	-	\hat{R}_{24}	84 066	207 133
\hat{R}_2	0	1 533	\hat{R}_{25}	112 098	173 635
\hat{R}_3	2 486	13 085	\hat{R}_{26}	105 349	128 098
\hat{R}_4	6 554	25 150	\hat{R}_{27}	105 564	177 650
\hat{R}_5	7 508	33 258	\hat{R}_{28}	102 000	233 569
\hat{R}_6	7 411	36 459	\hat{R}_{29}	100 752	320 200
\hat{R}_7	9 057	48 423	\hat{R}_{30}	162 228	365 848
\hat{R}_8	10 246	56 490	\hat{R}_{31}	134 166	389 022
\hat{R}_9	8 773	72 647	\hat{R}_{32}	165 083	420 010
\hat{R}_{10}	13 122	99 438	\hat{R}_{33}	222 991	509 371
\hat{R}_{11}	15 694	108 696	\hat{R}_{34}	192 326	640 398
\hat{R}_{12}	61 225	122 124	\hat{R}_{35}	235 467	800 766
\hat{R}_{13}	30 000	83 578	\hat{R}_{36}	307 773	781 275
\hat{R}_{14}	21 164	111 217	\hat{R}_{37}	406 933	835 823
\hat{R}_{15}	17 944	79 824	\hat{R}_{38}	357 980	930 448
\hat{R}_{16}	18 375	52 087	\hat{R}_{39}	623 168	1 236 646
\hat{R}_{17}	30 711	96 729	\hat{R}_{40}	640 087	1 529 850
\hat{R}_{18}	24 922	115 429	\hat{R}_{41}	838 455	2 044 767
\hat{R}_{19}	34 544	145 320	\hat{R}_{42}	906 112	2 407 945
\hat{R}_{20}	35 610	148 855	\hat{R}_{43}	1 746 780	4 643 772
\hat{R}_{21}	40 166	163 851	\hat{R}_{44}	2 244 585	5 981 894
\hat{R}_{22}	77 708	192 232	\hat{R}_{45}	5 457 946	19 905 609
\hat{R}_{23}	55 232	169 197			
			Reserva	15 780 358	46 639 354