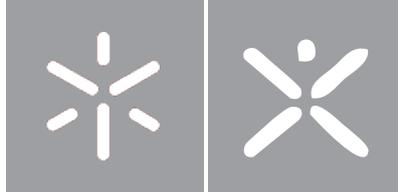




Universidade do Minho
Instituto de Educação

Bruna Micaela Rodrigues Gonçalves

Desenvolver o sentido de número com recurso a material didático – uma experiência nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico



Universidade do Minho

Instituto de Educação

Bruna Micaela Rodrigues Gonçalves

**Desenvolver o sentido de número com
recurso a material didático – uma
experiência nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino
Básico**

Relatório de Estágio

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de
Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho efetuado sob a orientação da

**Professora Doutora Ema Paula Botelho da Costa
Mamede**

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que, respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

Licença concedida aos utilizadores deste trabalho



Atribuição-NãoComercial-SemDerivações
CC BY-NC-ND

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração. Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Resumo

O presente relatório apresenta uma investigação pedagógica realizada no âmbito da Unidade Curricular de Estágio do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências do 2.º Ciclo do Ensino Básico, com a problemática de compreender o sentido de número que os alunos possuem e as possibilidades do material didático para ajudar na construção deste conhecimento. Assim, procura dar resposta às seguintes questões de investigação: 1) Que sentido de número possuem os alunos?; 2) Que dificuldades possuem os alunos no âmbito do sentido de número?; 3) Como pode o material didático promover o conceito de número dos alunos?; 4) Como pode o material didático promover o desenvolvimento do sentido de operação dos alunos? Foram realizados dois estudos, um no 1.º Ciclo do Ensino Básico, numa turma do 1.º ano de escolaridade com 21 alunos e outro, no 2.º Ciclo do Ensino Básico junto de uma turma do 5.º ano de escolaridade com 21 alunos.

Utilizou-se uma metodologia qualitativa numa abordagem semelhante à da Investigação-Ação no que respeita ao seu ciclo, com a presença constante de uma prática reflexiva. Deste modo, a reflexão de uma sessão dava lugar à seguinte com o intuito de melhorar o processo de ensino-aprendizagem e colmatar as dificuldades sentidas pelos alunos, procurando a aquisição de aprendizagens significativas para os mesmos. No Estudo 1, concretizado no 1.º ano de escolaridade, foi realizado um momento de diagnóstico, seguido de quatro sessões de intervenção e o momento de avaliação. Foram tratados assuntos como a ordem crescente e decrescente dos números, a decomposição dos números e a perceção de quantidades. O Estudo 2 teve lugar no 5.º ano de escolaridade e dividiu-se em quatro sessões de intervenção, com o objetivo de desenvolver a noção de fração e de marcar frações na reta numérica, terminando com um momento de avaliação das aprendizagens dos alunos.

Os resultados de ambos os estudos sugerem ser possível reconhecer que os materiais didáticos podem ajudar a favorecer o desenvolvimento do sentido de número e de operação dos alunos, em ambos os níveis de ensino. Nos dois contextos, parece que os alunos ao manipularem os materiais fornecidos na resolução das tarefas, aliados com dinâmicas diferentes de grande grupo e discussão de ideias, conseguiram desenvolver o seu sentido de número e de operação, tornando-se mais confiantes e rápidos no seu raciocínio lógico e matemático.

Palavras-chave: sentido de número, materiais didáticos, ensino da matemática.

Abstract

This report presents a pedagogical investigation carried out within the scope of Internship Curricular Unit of the Master's Degree in Teaching the 1st Cycle of Basic Education and Mathematics and Sciences of the 2nd Cycle of Basic Education, amidst the problematic of comprehending the number sense that the students have as well as the possibilities in didactic material to help in the construction of this knowledge. Thereby, it searches to find the answers to the following research questions: 1) What number sense do students have? 2) What difficulties do students have in the scope of number sense? 3) How can the didactic material promote the student's concept of number? 4) How can the didactic material promote the development within student's operation sense? Two studies have been made, one in the 1st Cycle of Basic Education, in a class of 1st graders with 21 students, and the other, with 2nd Cycle of Basic Education with a class of 5th graders also with 21 students.

An approach similar to Action-Research regarding its cycle was used, through a qualitative methodology, with the presence of a reflexive practice. In this way, the reflection of a session would give place to the following, with purpose of improving the teaching-learning process and overcoming the difficulties felt by the students, seeking to acquire meaningful learning for them. In Study 1, with the 1st graders, a diagnostic moment was carried out, followed by four intervention sessions and the evaluation moment. Matters such as the ascending and descending order of numberers, the decomposition of numbers and the perception of quantities were dealt with. The 2nd Study took place in the 5th grade, it was divided into four intervention sessions, with the goal of developing notion of fractions and the fraction in numerical lines, finishing off with an evaluation of the students learning.

The results of both studies suggest that it is possible to recognize that didactic materials may be more helpful to favoring the development of number sense and operation, in both levels of teaching. In both contexts, it seems that students when manipulating the materials provided in the resolution of tasks, combined with different dynamics of great groups of discussions and ideas, they have managed to develop their number sense and operation, becoming more confident and faster in their logical and mathematical reasoning.

Key Words: number sense, didactical material, mathematical teachings.

Índice

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS	ii
DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE.....	iii
Resumo.....	iv
Abstract.....	v
Índice.....	vi
Índice de Figuras.....	ix
Índice de Transcrições.....	xi
Índice de Tabelas	xi
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Relevância do Tema	1
1.2. Justificação da escolha do tema	2
1.3. Problema e questões em estudo.....	4
1.4. Organização do relatório.....	4
CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO.....	6
2.1. O Sentido de Número.....	6
2.2. O Sentido de Operação.....	9
2.3. Materiais Didáticos.....	11
2.2.1. Os materiais didáticos na aula de Matemática.....	12
2.2.2. Os materiais didáticos e as representações matemáticas	14
2.4. Estudos realizados na área.....	16
CAPÍTULO III – METODOLOGIA.....	19
3.1. Opções Metodológicas.....	19
3.2. Plano da Intervenção.....	21
3.3. Estudo 1	21
3.3.1. Participantes	21

3.3.2.	Desenho da intervenção	22
3.3.3.	Tarefas	23
3.3.4.	Procedimentos	24
3.3.5.	Calendarização	25
3.3.6.	Recolha de dados	27
3.4.	Estudo 2	27
3.4.1.	Participantes	27
3.4.2.	Desenho da Intervenção	28
3.4.3.	Tarefas	29
3.4.4.	Procedimentos	30
3.4.5.	Calendarização	31
3.4.6.	Recolha de dados	32
CAPÍTULO IV – RESULTADOS		34
4.1.	Resultados do Estudo 1	34
4.1.1.	Momento de Diagnóstico	34
4.1.2.	Intervenção	37
4.1.2.1.	Sessão 1	37
4.1.2.2.	Sessão 2	42
4.1.2.3.	Sessão 3	45
4.1.2.4.	Sessão 4	49
4.1.3.	Momento de Avaliação.....	53
4.2.	Estudo 2	54
4.2.1.	Intervenção	54
4.2.1.1.	Sessão 1	54
4.2.1.2.	Sessão 2	59
4.2.1.3.	Sessão 3	63

4.2.1.4. Sessão 4	65
4.2.1.5. Momento de avaliação	68
CAPÍTULO V – CONCLUSÕES	69
5.1. Conclusões do estudo.....	69
5.1.1 Que sentido de número possuem os alunos?.....	69
5.1.2 Que dificuldades possuem os alunos no âmbito do sentido de número?.....	70
5.1.3 Como pode o material didático promover o conceito de número dos alunos?	71
5.1.4 Como pode o material didático promover o desenvolvimento do sentido de operação dos alunos?	72
5.2. Reflexão (pessoal).....	73
5.3 Implicações educacionais	73
5.4. Limitações do estudo.....	74
Referências Bibliográficas	75
Anexos	82

Índice de Figuras

Figura 1 - Exemplo de resposta incorreta do aluno A.	35
Figura 2 - Exemplos de respostas incorreta do aluno B.....	35
Figura 3 - Exemplo de resposta incorreta da decomposição dos números.	36
Figura 4 - Resposta incorreta à tarefa 8.3.....	36
Figura 5 - Resposta correta à tarefa 8.3.	37
Figura 6 - Construções livres com as Barras Cuisenaire.....	38
Figura 7 - Contagem ascendente com recurso às Barras Cuisenaire.	38
Figura 8 - Registos das expressões numéricas no quadro.	39
Figura 9 - Decomposição dos números com Barras Cuisenaire.....	40
Figura 10 - Decomposição do número 4 pela Flor.	40
Figura 11 - Registos dos alunos.	42
Figura 12 - Estratégias utilizadas para decompor os números.....	43
Figura 13 - Construções do Duarte para decompor números.	43
Figura 14 - Exemplo de resposta correta ao exercício padrão de decompor números.	44
Figura 15 - Atividade complementar à sessão.	44
Figura 16 - Peças do jogo.	46
Figura 17 - Dinâmica na sala de aula.	46
Figura 18 - Aluno no quadro a explicar a tarefa.	47
Figura 19 - Construções e registos dos alunos.	48
Figura 20 - Pinturas dos alunos.	48
Figura 21 - Explicação no quadro das sequências numéricas.....	51
Figura 22 - Resposta correta das sequências numéricas.....	52
Figura 23 - Atividade complementar.....	52
Figura 24 - Utilização da reta numérica.....	52
Figura 25 - Exemplo de resposta correta.	52
Figura 26 - Exploração das Barras Cuisenaire em grupo.....	55
Figura 27 - Exploração das Barras Cuisenaire em grupo.....	55
Figura 28 - Exploração livre das Barras Cuisenaire.	56
Figura 29- Dinâmica na sala de aula.	57
Figura 30 - Aluno a dividir o papel em partes iguais.....	57
Figura 31 -Registo no caderno diário.	58

Figura 32 - Organização inicial do material.....	60
Figura 33 - Colagem das barras de papel no caderno.....	60
Figura 34 – Entreajuda entre grupos diferentes.....	61
Figura 35 - Partilha no quadro pelos alunos.	62
Figura 36 - Dinâmica de trabalho.....	63
Figura 37 - Reta numérica preenchida.	64
Figura 38 - Exploração das frações com o grande grupo.....	66
Figura 39 - Representação no modelo geométrico.	67

Índice de Transcrições

Transcrição 1- Ideia do aluno sobre a ordem crescente e decrescente.....	39
Transcrição 2 - Decomposição do número 4 pela Flor.	41
Transcrição 3 - Dinâmica da tarefa.....	47
Transcrição 4 - Troca de ideias sobre a utilidade dos números para localização.....	50
Transcrição 5 - Troca de ideias sobre os números enquanto quantia.	50
Transcrição 6 - Troca de ideias sobre a sequência numérica.	51
Transcrição 7 - Exploração das barras Cuisenaire como frações.	58
Transcrição 8 - Oposição de opiniões dentro de um grupo.....	64
Transcrição 9 - Discussão de ideias entre os alunos.	66

Índice de Tabelas

Tabela 1- Calendarização do Estudo 1.	26
Tabela 2 - Calendarização do Estudo 2.	31
Tabela 3 - Resultados do teste diagnóstico do Estudo 1 (N=19).	34
Tabela 4 - Resultados da avaliação do Estudo 1 (N=19).	53
Tabela 5 - Resultados da avaliação do Estudo 2 (N=18).	68

Índice de Esquemas

Esquema 1 - Processo de Investigação-Ação (adaptado de Latorre, 2005).	20
Esquema 2 - Desenho da intervenção do Estudo 1	22

Índice de Anexos

Anexo 1 - Ficha Diagnóstica do Estudo 1	82
Anexo 2 - Guia de Tarefas Sessão 2 (Estudo 1)	84
Anexo 3 - Tarefa sequências numéricas Sessão 4 (Estudo 1).....	85
Anexo 4 - Tarefa dos números ordinais Sessão 4 (Estudo 1).....	86
Anexo 5 - Ficha de Avaliação Estudo 1	87
Anexo 6 - Power Point Sessão 3 (Estudo 2)	89
Anexo 7 - Power Point Sessão 4 (Estudo 2)	95
Anexo 8 - Tarefa de Avaliação do Estudo	107

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

O presente relatório apresenta uma investigação pedagógica realizada no âmbito da Unidade Curricular de Estágio do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências do 2.º Ciclo do Ensino Básico. O tema deste relatório é o desenvolvimento do sentido de número com recurso a material didático, que foi aqui estudado nos contextos de Estágio.

Este capítulo está organizado em quatro partes, inicialmente aborda-se a relevância do tema, seguindo-se a justificação da escolha do tema, baseando-se em motivações pessoais, na sua inserção no currículo escolar e na sua importância ao nível da literatura. Por fim, identifica-se o problema a investigar e definem-se as questões de investigação em estudo, terminando o capítulo com uma breve descrição da organização do relatório.

1.1. Relevância do Tema

O sentido de número é um tema bastante abrangente na área da Matemática, uma vez que é a base para a aquisição de muitos dos conceitos matemáticos, como no domínio do cálculo na flexibilidade do cálculo e na capacidade de resolução de problemas (Serrazina, 2002). Um aluno com um bom sentido de número compreende muitas das relações entre os números e operações (Bobis, 2008).

Uma pessoa com bom sentido de número tem um pensamento flexível e um rico conhecimento da matemática, em termos de ser capaz de usar o que já aprendeu sobre os números e desenvolver várias formas de olhar para as representações, situações pouco rotineiras e problemas (McIntosh, Reys, Reys, Bana & Farrell, 1997; Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).

As crianças que possuem sentido de número são capazes de compreender como os números se relacionam uns com os outros e de que forma nos dão informações do mundo real. Nos primeiros anos de escolaridade, é importante que surjam experiências diversificadas e atividades específicas para promover a construção de novas relações entre os números, que levem à compreensão da grandeza do número, da estimação e dos efeitos das operações aritméticas (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1998).

Em conformidade com Cebola (2002), o sentido de número é algo impreciso, pessoal e personalizado, que está ligado às ideias que cada um estabelece sobre os números e as operações e que, por isso, nem sempre é fácil de descrever.

Nos nossos dias, as exigências de cálculo são menores, pois as máquinas têm a capacidade de executar, não só as operações, como calcular os trocos e as percentagens. Contudo, ao mesmo tempo, “o mundo em que vivemos está cada vez mais matematizado” (Abrantes, *et al.*, 1999, p. 18). As crianças aprendem desde tenra idade os factos isolados relativos aos números, por meio de ver, ouvir e copiar. No entanto, podem ser encorajados a ver formas diferentes para usar os números e as conexões que estão por detrás do seu uso. A esta compreensão global de número e das operações denomina-se sentido de número, ou seja, a capacidade de utilizar a compreensão de forma flexível com o intuito de fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis para a sua manipulação (Matos & Serrazina, 1996). A forma como os números se relacionam uns com os outros, as possibilidades de diferentes representações e significados que podem ser associados a diferentes operações, serão essenciais para estabelecer conexões cruciais para o desenvolvimento do sentido de número (Anghleri, 2000).

Neste relatório, o sentido de número será abordado com a utilização de materiais didáticos de diversa natureza. Estes devem estar desenhados para uma finalidade e utilidade que, por sua vez, adequam-se ao nível de apreensão dos alunos. É preferível que sejam instrumentos simples, aplicáveis ao assunto e conteúdo que está a ser tratado na sala de aula e, mais importante, tenha a capacidade de despertar o interesse dos alunos. Os materiais didáticos, devem ser pensados não só para estimular os sentidos, mas também, para ativar os processos mentais de observação, análise, síntese, interpretação, utilização, criatividade e, essencialmente, a reflexão. Assim, o seu uso deve ser intuitivo-ativo, intuitivo por estimular os sentidos e ativo para ativar todos os processos mentais de observação (Nérici, 1987, 1988).

Assim, este é um tema com bastante relevância para o conhecimento matemático dos alunos, pois, a partir de um bom conhecimento do número, serão capazes de compreender e interpretar os números nas mais diversas situações. As características das turmas de estágio, como as suas dificuldades ou áreas de interesse, também foram consideradas e justificam a escolha do tema.

1.2. Justificação da escolha do tema

O tema escolhido para o projeto surgiu após duas semanas de observação em cada um dos ciclos do Ensino Básico, para identificar conceitos matemáticos que representassem uma dificuldade para os alunos. O desenvolvimento de sentido de número mostrou ser uma necessidade específica destes alunos, que poderia ser desenvolvido com a utilização de materiais didáticos que auxiliassem o processo de ensino e aprendizagem.

Na turma de 1.º ano, foi verificado que os números eram utilizados e pensados geralmente como quantidades, não sendo exploradas as suas potencialidades a outros níveis como, para comparar, para relacionar e para se localizar. Este grupo de alunos era muito participativo e interessado em novos assuntos e aprendizagens, pelo que esta abordagem mais abrangente dos números trouxe benefícios para a sua formação matemática. Já na turma de 5.º ano, o sentido de número era um conceito pouco desenvolvido nos alunos a todos os níveis, até mesmo para efetuar operações matemáticas. A compreensão das frações e da reta numérica era o objetivo para esta turma naquele momento, conceitos que podem ajudar a compreender o número de forma mais global, por exemplo, a sua posição e quantidade que eram um problema para alguns alunos.

Foram apresentadas as duas propostas às respetivas docentes cooperantes de cada ciclo, que validaram e concordaram com a abordagem que este projeto se predispunha cumprir. Ficou acordado o projeto centrar-se na exploração do sentido do número, com recurso a materiais didáticos que têm como intuito acentuar as aprendizagens.

No que se refere ao 1.º Ciclo do Ensino Básico, este tema encontra-se inserido no *Programas e Metas Curriculares de Matemática*, mais concretamente no Domínio dos Números e Operações (NO1) (Bivar, *et al.*, 2013). Neste sentido, as Aprendizagens Essenciais a desenvolver dizem respeito à leitura dos números até 100 (sendo que neste contexto, é expectável que os alunos aprendam até o número 12, pois o projeto decorre numa parte do ano letivo e, por ter fim em meados de janeiro, a previsão seria os alunos conhecerem os números só até 12), identificar o seu valor posicional, reconhecer e utilizar diferentes representações para o mesmo número e relacioná-las, assim como, comparar e ordenar números, e realizar estimativas plausíveis de quantidades e de somas e diferenças (DGE, 2021a).

A sua presença nos programas de Matemática do 2.º Ciclo do Ensino Básico é bastante ampla no Domínio dos Números e Operações (NO2), sendo o projeto desenhado para capacitar os alunos para ordenar os números naturais representados por frações, perceber o conceito de frações irredutíveis e reduzir duas frações ao mesmo denominador. A Aprendizagem Essencial a desenvolver, passa por comparar e ordenar números racionais não negativos, em contextos diversos, com e sem recurso à reta numérica (DGE, 2021b).

Partindo destes pressupostos, foi determinada a problemática principal deste estudo, por a temática dos números e sentido de número ter uma presença significativa nos documentos legais. Assim, no decorrer do projeto são realizadas atividades e tarefas que permitam responder às questões que este estudo procura responder.

1.3. Problema e questões em estudo

A problemática principal deste projeto centra-se em perceber como o desenvolvimento do sentido de número pode ser promovido com recurso a material didático. Para tal, procura dar resposta às seguintes questões de investigação:

- Que sentido de número possuem os alunos?
- Que dificuldades possuem os alunos no âmbito do sentido de número?
- Como pode o material didático promover a construção do conceito de número dos alunos?
- Como pode o material didático promover o desenvolvimento do sentido de operação dos alunos?

Para responder a estas questões, foram delineados objetivos de investigação, que irão determinar as estratégias de intervenção a tomar:

- Identificar os conceitos das crianças sobre o sentido de número;
- Identificar dificuldades com o número;
- Identificar dificuldades com o sentido de operação;
- Analisar o impacto de material didático na construção do conceito de número dos alunos;
- Analisar o impacto do material didático no desenvolvimento do sentido de operação dos alunos.

Para dar a conhecer o trabalho realizado no decorrer do projeto, que procura responder às questões de investigação e corresponder aos objetivos descritos, o presente relatório foi organizado em vários capítulos.

1.4. Organização do relatório

O relatório encontra-se dividido em cinco capítulos: introdução, enquadramento teórico, metodologia, resultados e conclusões. O primeiro, a Introdução refere a relevância do tema, a justificação do tema e define o problema e questões em estudo.

O segundo capítulo, Enquadramento Teórico, diz respeito ao levantamento dos conceitos à luz da literatura dos temas do sentido de número e dos materiais didáticos, bem como à abordagem didática

destes assuntos. Assim, é possível desenhar o relatório considerando aquilo que já foi estudado e defendido por outros autores, de modo a tirar o melhor partido das sessões.

O capítulo da Metodologia define as opções metodológicas tomadas no decorrer do projeto, bem como, o plano de intervenção que se subdivide em dois estudos, um no 1.º e outro no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Para cada Estudo apresentam-se os participantes, o desenho da intervenção, as tarefas, os procedimentos, a calendarização e os instrumentos de recolha de dados.

No quarto capítulo estão presentes os resultados adquiridos no âmbito do projeto. Em cada um dos Estudos existem várias sessões que são apresentadas através do enquadramento da sessão, a descrição da aula e a reflexão.

Por fim, o capítulo das Conclusões apresenta as conclusões do Projeto, procurando dar resposta às questões da investigação. Apresenta-se ainda uma reflexão pessoal acerca da implementação deste projeto, as suas limitações e as suas implicações educacionais.

CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO

O presente capítulo tem como intuito rever alguma da literatura sobre a temática do sentido de número e a utilização de materiais didáticos na sala de aula. Deste modo, são apresentadas algumas noções sobre o sentido de número e o sentido de operação, o que significam e a sua importância na aprendizagem da matemática. Em seguida, são abordados os materiais didáticos, definindo-os e refletindo sobre a sua implementação na área da matemática, assim como, o seu papel para executar representações matemáticas. Por fim, são também analisadas algumas investigações que foram concretizadas nesta área.

2.1. O Sentido de Número

Os números têm uma origem muito antiga, do período neolítico, onde os primeiros esboços da escrita matemática sob forma de traços surgiram como forma de controlar a quantidade de objetos trocados entre os povos (Nogueira, Nápoles, Monteiro, Rodrigues & Carreira, 2004). Nos nossos dias, o conhecimento dos números e das operações é um saber indispensável no dia a dia, uma vez que os números podem ser encontrados em vários contextos da sociedade atual (Serrazina, 2002).

Cebola (2002) evidencia que a ideia normalmente associada aos números é como aquilo que se pretende contar, ou seja, a quantidade dos elementos de um determinado conjunto. Mas, o número pode ser utilizado num sentido diferente, como numa corrida em que o José chegou em terceiro lugar, o número é utilizado para localizar uma dada sequência. Por outro lado, se fizermos referência ao “(...) número de fila de um supermercado, o número do bilhete de identidade, o número do código de crédito, o número de telefone e muitos outros ligados ao quotidiano actual (...)”, nenhum dos dois conceitos anteriores parece adequado (Cebola, 2002, p. 224). Neste caso, o número é usado como uma identificação ou um nome, sem preocupação de quantidade ou de sequência, Este é o conceito nominal do número, em que este não apresenta qualquer significado matemático.

Matos e Serrazina (1996) reivindicam a ideia de que o número deve ser utilizado não só no cálculo ou na representação de medidas, mas também, na localização, na ordenação e na identificação. Além destas utilizações para o número, Serrazina (2002) destaca a sua utilização nas medidas e na estimação de medidas (de comprimento, de área, de volume, de capacidade, de massa). No entanto, referir o número apenas sob as suas definições elementares, limita a educação matemática que deve

procurar realçar o número como caráter unitário no mundo atual e na vida do cidadão comum, assim como, o seu caráter uniforme e global (Cebola, 2002).

Embora contar seja uma capacidade importante a ser desenvolvida nos alunos, muitas vezes é ignorada a capacidade natural de as crianças identificarem e compararem quantidades através das estratégias de visualização, quando se refere a um pequeno número de objetos. Quantas mais relações a criança “vir”, mais flexibilidade mental irá desenvolver para resolver problemas de cálculo complexos (Bobis, 2008). Por este motivo, o ensino e a forma de encarar os números, deve estar inserido em situações do dia a dia, ao invés de serem tratados de modo isolado. Esta é uma aprendizagem que não será realizada pelos alunos em uma única vez, mas sim alargando-se ao longo de toda a escolaridade e até ao longo da vida (Serrazina, 2002).

O sentido de número envolve um pensamento racional, criativo, eficaz e flexível e aqueles com um suficiente sentido de número são estudantes capazes de resolver problemas de uma forma criativa, analítica e flexível. Por outro lado, a dificuldade em compreender os números com certeza levará a obstáculos que são difíceis de ultrapassar no ensino da matemática (Maghfirah & Mahmudi, 2018).

Um aluno possui uma compreensão global de número, quando consegue estimar o comprimento de determinado objeto ou o número de objetos presentes num determinado contexto. Saber ponderar a razoabilidade de um resultado é também uma competência fundamental, por exemplo, quando um aluno do 2.º ano afirma que $40 - 36 = 16$, está só a tentar aplicar o algoritmo que lhe foi ensinado, sem refletir sobre o sentido de número (Matos & Serrazina, 1996). Dehane (2011) inicia a introdução ao seu livro com um exemplo prático do que para si é ter sentido de número:

“AS I FIRST sat down to write this book, I was faced with a ridiculous problem of arithmetic: If this book is to have 250 pages and nine main chapters, how many pages will each chapter have? After thinking hard, I came to the conclusion that each should have slightly fewer than 30 pages. This took me about five seconds, not bad for a human, yet an eternity compared do the speed of any electronic calculator.” (Dehane, 2011, p.3).

O sentido de número é adquirido por um indivíduo com base na experiência em aprender o número, desde tenra idade. O processo começa com reconhecer os números e representá-los de uma forma estratégica para reconhecer a operação e significado do seu uso no dia-a-dia (Maghfirah & Mahmudi, 2018).

Piaget e Szeminska (1975) defendem que o desenvolvimento das competências numéricas da criança está ligado ao desenvolvimento das suas capacidades lógicas, considerando três provas essenciais para definir esta apropriação: a prova da conservação numérica, onde duas ordens de fichas encontram-se em correspondência termo-a-termo, quando numa das filas as fichas são separadas, as crianças entre os 5-7 anos têm tendência a indicar a fila mais longa como tendo mais unidades, ignorando a separação entre elas; a prova da seriação de comprimentos, onde é proposto que sejam ordenados bastões de forma crescente, representando uma escada; por fim, a prova da inclusão de classes, isto é, pedir à criança para comparar o todo a uma parte, questionando, por exemplo, qual o elemento que está em maior número num buquê de margaridas e de rosas.

Segundo Brissiaud (1994) a compreensão geral número passa pela contagem numérica, pela enumeração e pelos cálculos. Por contar, entende-se colocar em correspondência termo a termo os objetos de uma coleção com a sequência das palavras-número, respeitando a ordem convencional. Contudo, as crianças podem executar este processo através da contagem numérica ou por enumeração. A primeira consiste em quando a palavra-número diz respeito unicamente ao objeto apontado, enquanto na segunda, a última palavra-número dita pelo aluno representa a quantidade de todos os objetos observados. Esta transição é importante para a compreensão do número pelas crianças, mas é uma etapa difícil, pois implica representar a quantidade de todos os objetos.

Esta ideia de construção progressiva dos conceitos contradiz aquela de que os conceitos se ensinam e se aprendem uma vez por todas, que se encontra ainda muito presente no nosso ensino. Esta perspetiva dá lugar a exercícios rotineiros, com a certeza de que a aprendizagem se concretiza através da repetição, sem qualquer significado para os alunos (Serrazina, 2002). Não é possível fazer o aluno perceber as relações entre os números de modo direto e abstrato, mas podemos providenciar atividades designadas à construção destas relações (Bobis, 2008).

Assim, o sentido de número é compreendido neste relatório como a capacidade de os alunos reconhecerem os números nas suas variadas formas – e não só como uma quantidade -, operarem mentalmente com os números, utilizarem os algoritmos percebendo os procedimentos que estes implicam, saberem decompor números e perceberem quantidades.

De acordo com Brocardo e Serrazina (2008), apesar de o Programa em vigor (ver Ponte, et al., 2008) afirmar ter como centro a resolução de problemas, a verdade é que continua centrado no conhecimento de factos e na aquisição de técnicas rotineiras, no que se refere ao tema dos números e operações. O sentido de número não é um tópico explicitamente considerado no currículo escolar, mas

é um conhecimento dos números obtido e desenvolvido continuamente a partir do currículo (Maghfirah & Mahmudi, 2018).

Brissiaud (1994) e Gomide (1971) defendem que a etapa que segue o saber contar é aprender a calcular, visto que este processo implica colocar em relação as quantidades a partir das suas representações numéricas, sem utilizar objetos ou coleções-testemunho. Ponte et al. (2007) referem que, antecedendo a aprendizagem dos algoritmos na sua forma usual, os alunos devem ter a possibilidade de utilizar representações onde seja evidente o sentido dos números envolvidos, valorizando o sentido de número e a capacidade de o aluno escolher o cálculo numérico mais adequado, mental ou escrito.

2.2. O Sentido de Operação

De acordo com Howder e Sowder, referidos por Cadeira e Vieira (2008), o sentido de operação prende-se com a capacidade do aluno: compreender o significado de operação; reconhecer e descrever situações reais para as várias operações, que pode ser desenvolvido a partir da exploração de problemas com diferentes estruturas; dar significado aos símbolos e à linguagem matemática formal, o que implica conexões entre a linguagem informal e formal; mudar facilmente de modo de representação, estabelecendo conexão com entre o mundo real, a linguagem oral, a manipulação de materiais, a representação simbólica e pictórica; compreender as relações entre as operações, como as relações inversas entre a multiplicação e divisão e a adição e subtração; saber decompor números utilizando as propriedades distributiva, associativa e comutativa; conseguir compreender o efeito das operações nos números.

De acordo com o Dropkick Math Academy (2023), uma criança possui sentido de operação quando consegue dar sentido à adição, subtração, multiplicação e divisão, e usar estes processos na resolução de problemas. Quando uma criança é capaz de reconhecer as relações entre as operações, possui uma forte compreensão das mesmas e desenvolve sistemas para trabalhar com os números possui sentido de operação. Outras características que incluem o domínio do sentido de operação são: usar algoritmos e estratégias que façam sentido para os alunos; desenvolver um conjunto de estratégias e algoritmos, incluindo aqueles concretizados por eles mesmos; e determinar um método apropriado para o contexto em que os números estão envolvidos, em determinado problema. A resolução de

problemas e a utilização de modelos, ajudam os alunos a compreender as operações e desenvolver o sentido de operação.

Anghleri (2000) sustenta esta mesma ideia quando afirma que “Utilizing numerical knowledge involves an understanding of which operations to use in problem-solving, knowing when it is appropriate to work with approximations and making sense of calculation procedures and results in terms of the original problem” (pp. 5-6). Assim, a facilidade em trabalhar com as operações envolve as conexões entre elas, como por exemplo o dobro ser o mesmo que multiplicar por dois; ou na adição em que $8+3$ e $3+8$ dão o mesmo resultado, ou na multiplicação, em que 8×3 e 3×8 têm resultados iguais. Por outro lado, na subtração e divisão identificar que ao trocar a posição dos números resulta em cálculos diferentes e, conseqüentemente, resultados diferentes também.

Os alunos devem ter oportunidade de trabalhar com diversas situações que proporcionem a compreensão do sentido de operação (Cadeia & Sousa, 2007). O cálculo mental e o cálculo por estimativa desenvolvem o sentido de número e operação, pois usam as propriedades das operações e as relações entre os números. Estes processos implicam que o utilizador procure um significado para o cálculo em causa, refletindo acerca dos números e dos seus contextos nos diversos problemas (Cebola, 2002; Cadeia & Vieira, 2008). Conseguir raciocinar sobre o efeito das operações nos números, (ex., ser capaz de antever se, adicionando dois números, o resultado é maior ou menor) constitui uma interação entre o sentido de número e de operação.

O ensino do cálculo mental deve dar a possibilidade aos alunos de explorar maneiras diferentes de calcular, dando oportunidade de discutir e justificar as razões que fazem uma determinada forma de pensar mais eficiente que outra. Por sua vez, o cálculo por estimativa, utilizado quando o objetivo não é obter uma resposta necessariamente certa, implica conhecimentos como a capacidade de comparar os números, que está inerente ao desenvolvimento do sentido do número (Cebola, 2002).

A compreensão da adição e subtração pode ser estimulada através de modelação direta de problemas de “acrescentar” e “retirar”. Os alunos deverão ter a oportunidade de verificar a relação inversa entre a adição e a subtração, permitindo-lhes o uso flexível de estratégias na resolução de problemas e compreender o significado das operações. Os alunos deverão passar da representação ativa e de contagem para a resolução de problemas através de cálculo mental ou usando papel e lápis para registar o seu raciocínio (NCTM, 2007).

Os conceitos de multiplicação e divisão devem também ser desenvolvidos nos primeiros anos do 1.º Ciclo do Ensino Básico, a partir de atividades da formação de subconjuntos com o mesmo número de elementos, como também, de associar a multiplicação à adição iterada. A divisão deve ser trabalhada através de problemas que envolvam a partilha equitativa. Os algoritmos destas duas operações devem ser encarados pelos alunos como uma forma eficaz de calcular (NCTM, 2007). Por exemplo, ensinar prontamente o algoritmo da divisão aos alunos, impede a criação de métodos diversificados que devem ser encorajados, mesmo que estes sejam mais longos e cansativos. Assim, os alunos conseguem atribuir significado para o que estão a fazer por meio das várias etapas que os seus métodos exigem (Cebola, 2002).

O sentido de operação está interligado com o cálculo mental e o algoritmo, sendo por isso importante dar oportunidade aos alunos de resolver uma diversidade de problemas associados à mesma operação ou a operações diferentes com diversas estruturas, de modo a implicar sentidos do número diferentes. Para auxiliar no desenvolvimento do sentido de número e de operação, os modelos concretos devem ser considerados, possibilitando os alunos representar números e atribuir um significado aos símbolos por escrito (NCTM, 2007). Estes devem ser considerados na sala de aula, podendo o professor fazer-se valer de materiais que facilitem o processo de ensino e aprendizagem.

2.3. Materiais Didáticos

Torna-se importante para compreender o que são considerados materiais didáticos, elaborar uma reflexão acerca do que significa recurso educativo, material didático e material manipulável. Na literatura, estes três conceitos aparecem muitas vezes sobrepostos, apesar de não serem todos o mesmo.

Segundo Serrazina e Rodrigues (2016) um recurso educativo é algo utilizado para favorecer a aprendizagem dos alunos. Entre os recursos educativos, estão incluídos os materiais didáticos que são utilizados pelos professores na sua atividade letiva. Os materiais didáticos são materiais curriculares que têm como objetivo ilustrar, guiar, orientar ou exemplificar, para apoiar o processo de ensino e aprendizagem, ao nível da planificação e atividade letiva, auxiliando também na avaliação das aprendizagens.

Ribeiro (1996) defende que o material didático é qualquer recurso usado na sala de aula com o objetivo de promover a aprendizagem. O autor evidencia que o material manipulável é qualquer objeto

concreto que integra conceitos matemáticos e apela a diferentes sentidos, podendo ser tocado, movido, rearranjado e manipulado pelas crianças.

A ideia que prevalecerá na elaboração deste relatório é a de que o recurso educativo abrange todos os materiais usados com o intuito de facilitar os processos de ensino e aprendizagem, enquanto os materiais didáticos dizem respeito aos materiais criados especificamente para facilitar a aprendizagem. Acerca dos materiais manipuláveis, serão determinados como materiais didáticos que foram concebidos para os alunos poderem manipular e modelar uma ou mais estruturas matemáticas, tal qual evidenciam Serrazina e Rodrigues (2016).

Segundo Bandeira (2009) o material didático pode ser definido de forma abrangente, como produtos pedagógicos utilizados na educação com uma finalidade didática, sendo um suporte que permite materializar o conteúdo. Assim, pode compreender um conjunto de textos, imagens e de recursos, que tenham sido concebidos com finalidade educativa, num suporte impresso ou audiovisual. Os materiais didáticos podem ser de diversa natureza, desde que respeitem uma finalidade pedagógica, que deve ir ao encontro da situação e contexto em que estes estão a ser utilizados. Desta forma, os conteúdos abstratos da matemática, podem ser abordados de forma mais concreta e inseridos em acontecimentos do dia a dia que sejam reconhecidos pelos alunos (Matos & Serrazina, 1996).

Matos e Serrazina (1996) evidenciam que os materiais didáticos podem ser distinguidos em três tipos: o material exploratório, que desempenha um papel importante por permitir que a criança use vários sentidos para explorar os elementos da situação; o material pictórico, incluindo gravuras, fotografias, diagramas, gráficos, filmes, etc., tem o papel de auxiliar nas ideias aritméticas, possibilitando a visualização de objetos reais, mas que não podem ser transportados para a sala de aula; material simbólico, como o exemplo do material impresso, como livros e jornais.

A utilização de materiais didáticos parece ser uma mais-valia para os alunos, podendo ser utilizados na aula de matemática para facilitar a representação das ideias e raciocínios matemáticos dos alunos. Desta forma, a aquisição de conhecimentos poderá ser mais interessante para os alunos, através de explorações e partilhas conseguidas através do mais variado material didático disponível.

2.2.1. Os materiais didáticos na aula de Matemática

Bandeira (2009) defende que o material didático deverá ser escolhido tendo em conta o contexto, as condições, a sua finalidade, da disciplina a que se destina, da duração, da carga-horária, do público-

alvo, das combinações possíveis, assim como muitos outros aspetos que devem ser pensados antes da sua produção e utilização.

No que se refere à prática pedagógica, alguns aspetos têm de ser priorizados, tal como a seleção de conteúdos a ensinar. A escolha dos conteúdos escolares é pré-definida através de indicações contidas nos Programas Curriculares e, conseqüentemente, nos livros didáticos. No entanto, alguns destes podem ser verdadeiras criações didáticas, que sejam motivadas por supostas necessidades do ensino, como recurso para facilitar o ensino (Gomide, 1971). Uma situação didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo em específico. Mas, estes três elementos não são suficientes para envolver toda a complexidade do fenómeno cognitivo, necessitando da vinculação com outros elementos do sistema didático: objetivos, métodos, posições teóricas, recursos didáticos, entre outros (Pais, 2002).

A possibilidade dada, com a utilização destes materiais, de o aluno tocar, sentir, manipular e movimentar, promove a construção do conhecimento inserido numa situação de aprendizagem, tornando-o mais significativo (Scolaro, 2008). Estas experiências são enriquecedoras, na medida em que procuram despertar o interesse e envolver os alunos em situações de aprendizagem matemática, de forma mais concreta, através da exploração, experimentação, manipulação e observação (Gomide, 1971). A realização de atividades com material conveniente, potencia o desenvolvimento satisfatório da criança, permitindo-lhe formular generalizações e formar conceitos. É importante envolvê-la na situação de aprendizagem, para a colocar em contato com o material exploratório, a fim de que ela experimente e observe (Matos & Serrazina, 1996).

Contudo, a eficácia da utilização dos materiais didáticos na sala de aula depende de muitos fatores, como por exemplo, nada valerá se o aluno não os quiser utilizar e, por outro lado, se o professor não tiver os conhecimentos científicos e didáticos suficientes e não permitir que o aluno possua um papel ativo e reflexivo na construção do seu saber, proporcionando momentos de reflexão sobre as tarefas propostas (Vale, 2000). Isto é, os materiais por si só não têm a possibilidade de ensinar Matemática, pois, por vezes, é necessário que o professor intervenha, o que implica da parte do mesmo uma preparação prévia sobre as potencialidades do material e sobre como o utilizar com determinada finalidade. Também é necessário um levantamento sobre em que condições, conteúdos e motivações pode o material ser utilizado, uma vez que somente a presença destes não é suficiente para transformar positivamente o processo de ensino aprendizagem (Silva & Victor, 2016). O NCTM (2007) corrobora com

a opinião destes autores, afirmando que a utilização dos materiais não deve ser mecanizada, pois desta forma não assegura a compreensão. Os materiais devem estar aliados a um trabalho por parte do professor, que deve elaborar questões às representações dos alunos para perceber o que os mesmos pensam.

Assim, a atividade silenciosa de papel e lápis do modelo tradicional, deve ser substituída por discussões do próprio trabalho do aluno ou utilizada após uma extensa exploração de relações numéricas com materiais manipuláveis. Para compreender os registos dos alunos e a evolução dos mesmos, torna-se importante refletir acerca dos diferentes modos de representação utilizados na Matemática.

2.2.2. Os materiais didáticos e as representações matemáticas

De acordo com o NCTM (2007), as representações das ideias matemáticas são importantes para o modo como as pessoas compreendem e utilizam essas ideias. Na verdade, muitas das representações que hoje são tomadas como garantidas, como os números representados na base de dez, as frações e expressões numéricas, são consequência de longos anos de um processo de aperfeiçoamento cultural. Importa salientar que o termo representação faz referência tanto ao processo como ao resultado, ou seja, à aquisição de um conceito ou às relações matemáticas expressas de uma determinada forma.

Goldin (2003) define uma representação como uma configuração de sinais, ícones ou objetos que podem de alguma forma representar outra coisa. As representações são utilizadas constantemente e nos múltiplos contextos do dia a dia, sendo que a partir delas é possível raciocinar sobre ideias e dar visibilidade ao pensamento (Canavarro & Pinto, 2012).

Na Educação Matemática, é comum interpretar as representações matemáticas como produções visíveis ou tangíveis que codificam, representam ou incorporam ideias ou relações matemáticas. Exemplos disso podem ser diagramas, gráficos, construções de objetos concretos ou manipuláveis, modelos físicos, textos, expressões matemáticas, como também, fórmulas ou equações (Goldin, 2018). Um objetivo importante na educação deve ser os alunos aprenderem a usar múltiplas formas de representação ao comunicar uns com os outros, pois diferentes formas de representar são desenvolvidas através de diferentes experiências (Greeno & Hall, 1997).

Segundo Goldin (2018) existem dois tipos de representações, as externas e internas. As primeiras, diz respeito a representações externas ao indivíduo que as produziu e acessível a outros para observação, discussão, interpretação e/ou manipulação. Linguagem falada, gestos, expressões faciais, movimentos e as posturas, às vezes podem funcionar como representações externas com significado

matemático. Por sua vez, as representações internas referem-se a construções mentais e cognitivas de conceitos ou configurações de uma pessoa. Como por exemplo, as representações cognitivas visuais e/ou espaciais de objetos geométricos ou situações e operações matemáticas a linguagem utilizada internamente para descrever situações matemáticas, as suas estratégias para a resolução de um problema (Goldin, 2003).

Já Bruner (1999) afirma que o domínio do conhecimento pode caracterizar-se de três maneiras:

“por um conjunto de ações apropriadas para alcançar certo resultado (representação activa); por um conjunto de imagens ou gráficos sumários que representam um conceito sem o definirem plenamente (representação icónica); e por um conjunto de proposições simbólicas ou lógicas extraídas de um sistema simbólico que é regido por regras ou leis para a formação e transformação de proposições (representação simbólica)” (p. 66).

Na fase de representação ativa, os alunos recorrem a simulações e/ou materiais manipuláveis, estruturados ou não, como geoplanos, figuras ou sólidos, cubos ou cubos de encaixe, espelhos ou cordas (Bruner, 1999). Materiais concretos estruturados manipuláveis, como Barras *Cuisenaire*, blocos de base dez, assim como, calculadoras e programas de computador, facilitam a construção, discussão, interpretação e partilha de vários tipos de representações externas criadas pelos alunos (Goldin, 2018).

Segundo Canavarro e Pinto (2012) as representações icónicas podem ser traduzidas por exemplo, através de desenhos, de símbolos não convencionais, de diagramas ou de esquemas. Isto é, faz uso a imagens mais ou menos estruturadas através de uma representação visual que apresenta informações num formato espacial (Bruner, 1999).

A representação simbólica recorre aos símbolos que envolvem códigos, como numerais, sinais, fórmulas, expressões ou escrita simbólica matemática (Bruner, 1999). Ponte, Quaresma e Pereira (2012) afirmam que o problema no ensino da Matemática passa pelo uso de representações simbólicas sem que os alunos compreendam o seu significado, levando-os a memorizar procedimentos e definições. Esta abordagem resulta muitas vezes em dificuldades dos alunos em usar este conhecimento em novas situações e na resolução de problemas complexos.

Pode dizer-se também que as representações dos alunos podem ser distinguidas em idiossincráticas e convencionais, dependendo do desenvolvimento da aptidão de representar. Inicialmente, as representações das crianças são geralmente idiossincráticas, onde as crianças iniciam a sua aprendizagem formal, que muito provavelmente não serão as convencionais da matemática. Ainda

assim, os alunos deverão ser encorajados a representar e partilhar as suas ideias, de forma que para si façam sentido (NCTM, 2007; Goldin, 2018; Canavarro & Pinto, 2012). As representações são consideradas convencionais quando assumem suposições da comunidade matemática, a título ilustrativo, números de base dez, gráficos cartesianos e a escrita algébrica (Goldin, 2018).

É crucial que os alunos sejam encorajados a representar as suas ideias sob forma que para eles faça sentido, mesmo que não sejam as convencionais num primeiro momento. Este tipo de representação deverá ser inculcado após a compreensão do processo inerente, como forma de facilitar a comunicação com terceiros das suas ideias matemáticas e a sua aprendizagem da matemática (NCTM, 2007). As representações como diagramas, gráficos e expressões simbólicas têm sido ensinadas e aprendidas como uma finalidade, quando estas são formas de apoio à compreensão por parte dos alunos dos conceitos e das relações matemáticas (NCTM, 2007).

Os alunos quando conseguem aceder às suas representações matemáticas e às ideias que eles expressam, ficam com um conjunto de ferramentas que aumentam significativamente a sua capacidade de pensar matematicamente. Neste sentido, além das representações ajudarem os alunos a organizarem o seu raciocínio, estas poderão ajudar a tornar ideias matemáticas acessivas a reflexão (NCTM, 2007). Além disso, as representações devem ser partilhadas entre todos e discutidas, pois a combinação de representações ajuda a melhor identificar e clarificar os vários aspetos dos conceitos e a transição entre representações diferentes implica o envolvimento dos alunos em atividade matematicamente interessante (Ferreira & Martinho, 2015).

Esta foi uma prática utilizada ao longo dos dois estudos que este relatório apresenta, uma vez que propõe o desenvolvimento do sentido de número a partir da utilização de materiais didáticos que, por sua vez, permitem várias representações, procurando assim fomentar a transição entre formas de representação, a partir de representações idiossincráticas dando sentido a representações mais convencionais.

2.4. Estudos realizados na área

O desenvolvimento do sentido de número é uma área de investigação na matemática que já apresenta alguns estudos realizados a nível nacional. Por exemplo, Mendes (2012) elaborou um estudo acerca da aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número

com alunos do 3ºano de escolaridade (N=23), procurando conhecer os procedimentos utilizados pelos alunos nas tarefas de multiplicação, a sua evolução e dificuldades manifestadas, e o contributo das tarefas e sequências de tarefas na sua aprendizagem. A autora concluiu que os alunos são capazes de utilizar uma grande diversidade de procedimentos, até mesmo para realizar um mesmo cálculo, apesar de haver procedimentos mais frequentes que outros; conclui também que a evolução dos procedimentos aparenta ser influenciada pelas características das tarefas propostas, como os contextos, números e a sua articulação e sequenciação, assim como, pelo ambiente na sala de aula. A evolução não pode ser considerada linear, nem se processa do mesmo modo para todos os alunos, pois alguns persistem em certos procedimentos e outros voltam a utilizar procedimentos menos potentes. Ainda assim, a evolução dos alunos evidencia o desenvolvimento do seu sentido de número.

Santos (2017) procura compreender o conceito de número racional à entrada do 5.º ano de escolaridade (N=24), por esta ser uma dificuldade sentida pelos alunos, respondendo às seguintes questões de investigação: Que estratégias apresentam os alunos na resolução de tarefas exploratórias sobre números racionais? Que dificuldades apresentaram os alunos na resolução de tarefas exploratórias sobre os números racionais? Com este objetivo, foi explorada uma sequência de tarefas selecionadas da brochura “Desenvolvendo o sentido de número racional de Monteiro e Pinto, denominadas “A festa de anos da Maria”; “Partilhando pizzas” e “Partilhando sandes”, que têm como objetivos principais explorar a linguagem das frações e a resolução de problemas de partilha equitativa através de diferentes estratégias. Através de uma abordagem qualitativa, os resultados demonstraram que os alunos chegam ao 5.º ano de escolaridade com pouca familiaridade com os números racionais, especialmente quando representados na forma de fração. A exploração do tipo utilizado no decorrer do projeto, como também, a discussão e confronto de diferentes estratégias e dificuldades com o grande grupo, aparenta ter potenciado uma aprendizagem significativa do conceito de fração.

Tufiño (2017) investigou a potencialidade das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para o desenvolvimento do sentido de número junto de alunos do 1.º ano de escolaridade (N=53), de 5 e 6 anos. Consistiu na implementação, por duas professoras, de um conjunto de cinco tarefas que implicavam a utilização de ferramentas digitais como o “Papelillos” e “Magic Desktop”. Esta foi uma investigação qualitativa de natureza interpretativa, em que o autor conclui que as tecnologias podem ter um papel importante no desenvolvimento do sentido de número, pois despertam o interesse e motivação dos alunos e permitem aos alunos vários processos cognitivos como identificar, analisar, reconhecer,

associar, refletir, deduzir, induzir, decidir e criar. Este estudo faz também referência às limitações deste tipo de atividades na sala de aula, como por exemplo, a disponibilidade de recursos para todos os alunos.

Paiva (2017) analisa as estratégias de *subitizing* como promotoras do desenvolvimento do sentido de número, junto de uma turma do 1º ano de escolaridade (N=18). Procura perceber se a estratégia de *subitizing* tem resultados favoráveis no desenvolvimento do sentido de número, através da implementação de um conjunto de tarefas que contou com a utilização de cartões com representações numéricas, o dominó e dados. A investigadora concluiu que as estratégias de *subitizing* utilizadas melhoraram o desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

Furtado, Duarte, Medeiros, Faria, Silva, Fonseca, Sousa e Teixeira (2018) apresentam resultados de um projeto da Secretaria Regional da Educação e Cultura do Governo dos Açores, que procura estratégias de superação de dificuldades no 1.º Ciclo do Ensino Básico, no âmbito do sentido de número. Os autores apresentam ainda algumas sugestões de recursos didáticos muito úteis para professores, que têm como objetivo promover o sentido de número. Este é um recurso com uma enumeração de tarefas que podem ser utilizadas em contexto de sala de aula e aparentam ter resultados positivos.

Existem ainda estudos que associam os materiais ou recursos ao desenvolvimento do sentido de número, no 1.º Ciclo. Loureiro (2014) analisa as estratégias para abordar o sentido de número e das operações de alunos do 1.º ano de escolaridade (N=28), recorrendo a materiais manipuláveis, por este ser um conteúdo de grande dificuldade para os alunos. A questão principal que se predispõe a responder é: Será que o recurso aos materiais manipuláveis será eficaz no ensino do conceito de número? Através de um conjunto de atividades implementadas no decorrer de uma prática pedagógica supervisionada, foi possível aferir que a manipulação de objetos permitiu a estes alunos adquirir o conceito de número de forma mais eficiente, assim como, a capacidades de os explicar.

O presente estudo propõe o desenvolvimento do sentido de número no 1.º e 2º Ciclo do Ensino Básico, mais concretamente nos 1.º e 5º ano de escolaridade, utilizando recursos e materiais didáticos. O intuito passa por colmatar um assunto relevante, mas aparentemente pouco explorados na literatura, que se prende com a utilização dos recursos didáticos para a aquisição do sentido de número no 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.

CAPÍTULO III – METODOLOGIA

Este capítulo divide-se em quatro partes que caracterizam em cada uma delas: as opções metodológicas, o plano de intervenção, o Estudo 1 e Estudo 2. Na primeira parte, é possível encontrar as justificações para a utilização de uma prática reflexiva no decorrer dos estágios, aliado a um ciclo semelhante ao de investigação-ação. O plano de intervenção refere o objetivo primordial de desenvolver o sentido de número com recurso a materiais didáticos nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico, que representam os Estudos 1 e 2, respetivamente. Por sua vez, a caracterização destes estudos divide-se igualmente em seis partes, sendo elas: a caracterização dos participantes, o desenho da intervenção, as tarefas propostas, os procedimentos, a calendarização das sessões e a justificação dos métodos utilizados para recolha de dados.

3.1. Opções Metodológicas

Segundo Almeida, *et al.* (2008) o professor em formação deve adotar uma prática reflexiva que desenvolva estudos sistemáticos e atitudes como a motivação, entusiasmo, compromisso e responsabilidade com a sala de aula. A estas práticas, deve juntar-se a competência docente para interrogar e refletir acerca e com os sujeitos que estão envolvidos no contexto educativo. Assim, a partir da análise e da investigação da própria sala de aula, será possível concretizar mudanças baseadas nos conhecimentos teóricos e nos conhecimentos produzidos.

Refletir sobre a prática é importante, uma vez que permite uma maior qualidade das atividades desenvolvidas durante a ação pedagógica (Schmitt, 2011). Esta opinião é corroborada pelas autoras Costa e Paixão (2004), acrescentando que para a melhoria de qualquer situação, deve haver uma intervenção ativa e em colaboração com as partes envolvidas, sendo neste caso, o professor e os alunos.

A prática reflexiva garante mais segurança nas escolhas do professor e formas de as justificar diante da comunidade educativa. Ao cumprir este papel, o professor, denominado prático-reflexivo, fortalece os processos de ação-reflexão-ação no espaço educativo, incentivando e possibilitando a transformação das suas práticas. Esta transformação reflete-se em ajustes nas estratégias utilizadas, para que vão ao encontro das necessidades dos alunos e dando significado e sentido à aprendizagem (Schmitt, 2011).

Aliado à prática reflexiva, no decorrer da prática supervisionada, foi utilizado um ciclo próximo ao método de investigação-ação. A metodologia de investigação-ação baseia-se num processo cíclico ou em espiral, alternando entre a ação e reflexão crítica que resulta no aperfeiçoamento dos métodos e técnicas, ajudando os professores a lidar com os desafios e os problemas que a prática lhes coloca, e concretizar inovações de uma forma refletida. Esta interligação permanente entre a teoria e a prática, permite aos professores refletir sobre as suas próprias práticas, sobre os problemas com que se confrontam no seu dia a dia e procurar soluções para a sua melhoria (Coutinho, 2013; Cardoso, 2014; Máximo-Esteves, 2008). Latorre (2005) caracteriza a investigação-ação como um processo de reflexão na ação que se organiza em quatro momentos: a planificação, a ação, a observação e a reflexão (Esquema 1). O momento de observação, assim como, a correção e a análise dos dados de maneira sistemática e rigorosa é o que sustenta a investigação.



Esquema 1 - Processo de Investigação-Ação (adaptado de Latorre, 2005).

As opções metodológicas que sustentaram a prática supervisionada, vão ao encontro da ideia de que o professor “(..) não se pode limitar ao papel passivo de consumidor da investigação realizada por profissionais exteriores ao contexto real das escolas e com objectivos distintos dos que aí desenvolvem a sua ação quotidiana.” (Oliveira, Pereira & Santiago, 2004, p. 15).

Deste modo, a reflexão no decorrer de toda a intervenção deu lugar a um conjunto de sessões que foram desenhadas com base nas dificuldades sentidas pelos alunos, ou até na melhoria ou adaptação de alguma tarefa que não tivesse sido totalmente bem-sucedida.

3.2. Plano da Intervenção

Este projeto de intervenção contempla dois estudos: o Estudo 1, realizado no 1.º Ciclo do Ensino Básico e o Estudo 2 que ocorreu no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Ambos tiveram como objetivo inicial desenvolver o sentido de número nos alunos, através da utilização de materiais didáticos diferenciados.

3.3. Estudo 1

3.3.1. Participantes

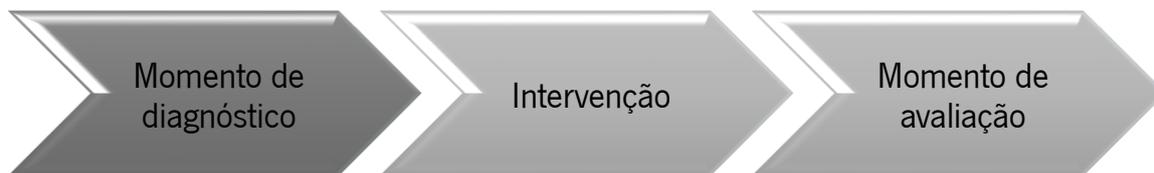
O grupo de participantes neste estudo abrange uma turma de 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, numa escola no Centro de Braga, composta por 21 alunos, dos quais 9 são do género feminino e 12 do género masculino. Este é determinado pela sua heterogeneidade, tanto a nível cultural como a nível de ritmos de ensino-aprendizagem. Existe a particularidade de um aluno que emigrou no ano de 2021 para Portugal vindo do Brasil, não tendo frequentado o pré-escolar no seu país de origem, o que resultou em dificuldades na aprendizagem do desenho das letras por não possuir o desenvolvimento necessário da motricidade fina, ficando muitas vezes atrasado comparativamente aos restantes colegas. Além deste, outras duas alunas têm também nacionalidade brasileira, mas já estão inseridas na escola portuguesa há mais tempo.

No que respeita aos ritmos do processo de ensino-aprendizagem, dois alunos já sabiam ler, logo eram mais rápidos a fazer os exercícios, pois eram capazes de identificar o que era pedido. No decorrer do estágio, esta atitude perspicaz foi sendo mais frequente noutros alunos, conforme iam aprendendo novas letras e novas palavras. Em geral, esta é uma turma com muito interesse em aprender novos conteúdos e o seu nível de aprendizagem é bastante satisfatório, tendo resultados bastante positivos.

Nesta turma, existe ainda um aluno diagnosticado com espectro de autismo, acompanhado todos os dias durante duas horas pela professora de Necessidades Educativas Especiais (NEE), normalmente, dentro da sala de aula junto com os outros colegas. Conseguia concretizar todas as tarefas sozinho, mesmo que por vezes fosse necessário algum incentivo ou diminuir o volume de atividades mais rotineiras.

3.3.2. Desenho da intervenção

A intervenção no 1.º Ciclo do Ensino Básico incluiu três momentos: o diagnóstico; a intervenção; e o avaliativo (Esquema 2).



Esquema 2 - Desenho da intervenção do Estudo 1

O momento de diagnóstico teve como intuito verificar o sentido de número que os alunos possuíam e as suas maiores dificuldades. Os resultados deste momento resultaram no desenho das sessões de intervenção, com o objetivo de ajudar os alunos a combater as dificuldades apresentadas. Assim, as suas 9 tarefas foram organizadas para averiguar se os alunos eram capazes de fazer e identificar várias representações do mesmo número; de organizar por ordem crescente e decrescente os cardinais; de decompor números em vários fatores; de realizar cálculos com facilidade; e, de identificar a ordem dos números (números ordinais). Este último conteúdo não está incluído no currículo do 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, mas, uma vez que os alunos já possuíam algum conhecimento nesta área, este assunto foi abordado de forma muito ligeira.

O momento avaliativo teve o propósito de verificar as aprendizagens dos alunos e conferir se havia melhoria no conhecimento do número. Este momento foi composto por, além do tipo de tarefas realizadas no diagnóstico, tarefas de sequências que foram trabalhadas no decorrer das sessões. No entanto, apesar de o propósito das tarefas ser semelhante, nenhuma tarefa era exatamente igual às que tinham sido realizadas nas sessões. Deste modo, requer do aluno uma reflexão sobre os conteúdos que aprenderam, evitando a simples memorização de determinados processos.

As sessões de intervenção trataram temas como a decomposição de números, operações de adição e subtração, a perceção de quantidades (*subitizing*), a ordem crescente e decrescente e os números ordinais. Foram sempre utilizados materiais didáticos diversificados, como por exemplo as Barras *Cuisenaire* com o intuito de desenvolver conteúdos como a ordem natural dos números, a ordem crescente e decrescente dos algarismos e a decomposição dos números. Foram também utilizadas peças tipo dominó com a representação dos algarismos por pintas, para um jogo que trabalhou a perceção de quantidade dos alunos (*subitizing*). Por sua vez, peças de dominó em cartolina foram utilizadas para os

alunos as utilizarem para serem os braços e as pernas de uma boneca, com o objetivo de a sua soma ser igual a um número dado. Por fim, foram também abordados os números ordinais, a partir de uma atividade prática que compreende uma situação do quotidiano que retratou a distribuição de um grupo de vizinhos pelos andares do seu prédio.

O momento final de avaliação teve como intuito conferir as aprendizagens globais dos alunos ao longo de todo o projeto, pelo que se criou tão próximo quanto possível do instrumento diagnóstico.

3.3.3. Tarefas

Todas as tarefas planeadas para fazerem parte do projeto de intervenção, tiveram como base os pressupostos presentes nos documentos oficiais atuais para o ensino, mais especificamente, o *Programas e Metas Curriculares de Matemática* (Bivar, *et al.*, .2013) e as *Aprendizagens Essenciais – Matemática* (DGE, 2021a), referentes ao 1.º Ciclo do Ensino Básico. Tiveram também como base uma abordagem construtivista, onde o aluno é o centro do processo de ensino e produtor do seu próprio conhecimento. Os momentos foram sempre pensados de forma a promover o desenvolvimento integral dos alunos, ou seja, não apenas o desenvolvimento cognitivo, mas também o desenvolvimento pessoal (Coll, *et al.*, 2001). Deste modo, as tarefas promoveram sempre a autonomia do aluno, contrariamente ao método tradicional onde o aluno “mais do que construir imita” (Coll, *et al.*, 2001, p.184).

Assim, o objetivo primordial passou por potenciar a aprendizagem de sentido de número a partir da utilização de materiais que facilitassem a aquisição de aprendizagens, denominados assim por materiais didáticos. As tarefas foram do tipo realista, pois foram desenvolvidas através de situações que os alunos compreendem e que têm significado para eles (Ponte & Quaresma, 2012). Estas foram variadas, envolvendo material manipulativo, jogos e vídeos interativos. As Barras *Cuisenaire* foram um material muito utilizado devido às suas potencialidades para a compreensão da posição e decomposição dos números; as peças de dominó para ajudar a perceber melhor as quantidades, ou seja, só olhando para as peças compreenderem se elas podem ou não preencher os requisitos pedidos (*subitizing*), assim como, tarefas inseridas num contexto real, tal como, a ordem pela qual os vizinhos se encontram num prédio ou a ordem de chegada dos carros de corrida a uma meta.

Todas estas tarefas têm como principal objetivo desenvolver o sentido de número e a compreensão global de número, fazendo referência à sua utilidade no dia-a-dia dos alunos. Os recursos didáticos foram parte integrante de todas as sessões, pois “são simples canais por intermédio dos quais

se comunica qualquer conteúdo – são instrumentos tanto de recepção de mensagens como de transmissão.” (Wagner & Stunard, 1998, p. 6). Sendo que toda a aprendizagem depende desta troca de mensagens, qualquer método orientado para amplificar os instrumentos de comunicação, terá repercussões favoráveis e positivas nos resultados podendo, por isso, serem implementados em todos os planos de estudos (Wagner & Stunard, 1998). Estes proporcionam a ligação entre a palavra e a realidade, tornando a aprendizagem mais concreta e intuitiva por estar inserida num contexto real e conhecido pelos alunos. Desta forma, a percepção e compreensão dos conceitos em estudo é facilitada, pois a utilização de recursos mais sugestivos e que permitem uma aprendizagem ativa, desperta a atenção dos alunos resultando em aprendizagens mais significativas (Nérici, 1987, 1988). De acordo com Moreira (2012) que evidencia a teoria sustentada pelo psicólogo Ausubel, a aprendizagem significativa considera aquilo que o aprendiz já sabe, ou seja, os conteúdos e a organização das suas ideias numa determinada área de conhecimento, que se denominam estrutura cognitiva. Portanto, este tipo de aprendizagem acontece quando novos conceitos, ideias e proposições integram com outros conhecimentos que estão disponíveis na estrutura cognitiva.

3.3.4. Procedimentos

Os procedimentos tiveram sempre como objetivo tirar o melhor partido de todas as situações de aprendizagem para os alunos. Durante o momento de diagnóstico, o aspeto principal passou por não haver ajudas por parte dos professores presentes na sala de aula, de forma a não comprometer os resultados dos alunos. No entanto, como eram alunos do 1.º ano, foi necessário fazer a leitura das tarefas ao grande grupo, a partir da sua projeção no quadro interativo, para que não houvesse dúvidas sobre qual era a tarefa a ser referida. Esta leitura era feita por duas vezes, para os alunos terem a possibilidade de apanhar todos os detalhes da tarefa. Após os alunos completarem uma tarefa, esta dinâmica avançava para a seguinte tarefa, de modo a todos terem a mesma oportunidade. Os alunos que executavam as tarefas mais rapidamente, concluíam um trabalho de expressão plástica que estava a ser dinamizado pela professora cooperante. Estes resultados tiveram impacto direto no desenho das intervenções seguintes, como meio de colmatar as dificuldades sentidas no conhecimento do número.

Tendo como pano de fundo uma visão construtivista, nas sessões de intervenção procurou-se envolver ativamente todos os alunos, desafiando-os a explorar e representar as suas ideias matemáticas, disponibilizando para isso material diversificado. Neste processo, o professor teve o papel de mediador entre o aluno e a cultura, potencializando situações favoráveis para a aquisição de novos conhecimentos,

de forma que os alunos aprendam conforme a sua própria experiência interna (Carretero, 1997; Coll, *et al.*, 2001). A título ilustrativo, quando os alunos apresentaram questões ou dúvidas, a estratégia utilizada foi sempre fazer novas perguntas ou até demonstrações, que os fizessem chegar às suas próprias conclusões.

No que se refere às situações de aprendizagem, prevaleceu o trabalho individual devido às condições pandêmicas que não aconselhavam a realização de trabalhos em grupos. No entanto, sempre que os alunos sentiam a necessidade de partilhar ideias e se juntar em pares, foi-lhes dada essa possibilidade. Até porque, de acordo com Nérici (1987, 1988), é mais vantajoso para os alunos que os materiais didáticos sejam utilizados de forma coletiva, possibilitando que os mesmos possam se enriquecer reciprocamente com as reflexões, comentários e observações feitas, considerando assim várias perspectivas e ideias. Os momentos de cooperação levam a uma motivação mais forte para completar a tarefa comum a que os alunos se dispõem a responder (Arends, 1997), assim como, à partilha de “sentimentos, de ouvir sem interromper, esperando pela sua vez de intervir, de mostrar simpatia pelas ideias dos outros, ainda que não concordando com elas, de encorajar quem se mostre desanimado” (Freitas & Freitas, 2003, p. 31).

Sendo que, o momento avaliativo tinha como objetivo aferir as aprendizagens dos alunos, foram adotados procedimentos similares aos do momento de diagnóstico para que fosse possível a comparação das resoluções dos alunos, identificando assim mudanças expressivas.

3.3.5. Calendarização

No estudo do 1.º Ciclo do Ensino Básico, foram realizadas 4 sessões, cada uma com a duração de 2 horas. A Tabela 1 mostra a informação referente a cada uma destas, mais concretamente, a data da sua implementação, as tarefas realizadas e os seus objetivos.

Tabela 1- Calendarização do Estudo 1.

Sessão	Data	Tarefas	Objetivos
1. ^a Sessão	14 de dezembro de 2021	- Exploração livre das Barras <i>Cuisenaire</i> . - Exploração orientada do material: para demonstrá-lo no sentido crescente e decrescente e decomposição em somas dos números 3 e 4.	Conhecer as Barras <i>Cuisenaire</i> e as suas potencialidades. Ordem natural dos números. Reconhecer e utilizar diferentes representações para o mesmo número e relacioná-las. Decomposição dos números em somas.
2. ^a Sessão	15 de dezembro de 2021	- Decomposição dos números 5, 6 e 10 com recurso às Barras <i>Cuisenaire</i> .	Decomposição dos números em somas.
3. ^a Sessão	14 de janeiro de 2022	- Jogo para desenvolver a perceção de quantidade (<i>subtizing</i>). - Tarefa da boneca da adição.	Reconhecer e utilizar diferentes representações para o mesmo número e relacioná-las. Calcular somas até 10.
4. ^a Sessão	19 de janeiro de 2022	- Diálogo sobre a utilidade e inserção dos números no quotidiano. - Sequências numéricas com recurso à reta numérica. - Tarefa sobre os números ordinais com situação real.	Refletir sobre a importância dos números. Percecionar a capacidade de os alunos utilizarem o seu sentido de número para organizá-los em sequências e por ordem.

É de notar que os objetivos das sessões são semelhantes, mas a partir de atividades e tarefas diferentes. Para o 1.º ano é aconselhado que o sentido de número esteja bem definido, que consigam adicionar, ordenar e percecionar as quantidades em várias situações.

3.3.6. Recolha de dados

A recolha de informação é importante para a investigação, pois são a forma de avaliar e reajustar os procedimentos conforme as necessidades dos alunos. No decorrer deste estudo, a recolha passou por observação de aulas e o seu registo, as gravações de áudio e registos fotográficos.

A observação é considerada uma técnica de recolha de dados sempre que é registado tudo aquilo que é observado (Graue & Walsh, 2003). A observação permite obter dados descritivos, adequados para caracterizar um processo e para identificar uma sequência de comportamentos. Os registos da observação podem ser efetuados de forma escrita ou através de meios audiovisuais como registo de imagens e de som (Costa, 2012). As imagens têm como objetivo registar momentos importantes no decorrer da observação, para que possam ser analisadas e reanalisadas posteriormente com mais calma (Máximo-Esteves, 2008). De acordo com Graue e Walsh (2003), é importante observar de muitos ângulos e de muitas maneiras diferentes, de forma a obter uma descrição mais completa do que está a ser investigado. Mudar o lugar de observação também é importante, para que seja possível observar todos os contextos e alunos.

A observação é de carácter participante, que se revela vantajosa nos casos em que os objetos de pesquisa privilegiam ou admitem dados recolhidos a partir do ponto de vista do pesquisador e tendo como base a sua experiência pessoal. Os dados recolhidos são qualitativos, pois foi descrito aquilo que foi observado, ou seja, comportamentos, interação entre os alunos e até mesmo a omissão de comportamentos (Costa, 2012).

As gravações de áudio têm a vantagem de demonstrar o raciocínio dos alunos e a possibilidade de os transcrever para sustentar a investigação. Quando são feitas notas, por vezes, é necessário registar tudo na memória até que seja possível fazer o registo com mais segurança (Graue & Walsh, 2003).

3.4. Estudo 2

3.4.1. Participantes

Os participantes neste estudo foram alunos de uma turma de 5.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico numa escola no Centro de Braga, composta por 21 alunos, dos quais 10 são do género feminino e 11 do género masculino. Importa salientar que a meio do período de estágio um aluno mudou de escola, ficando a turma reduzida a 20 alunos. Havia também um aluno com Necessidades Educativas

Especiais, que no momento das aulas da disciplina de Matemática, tinha apoio individualizado e não estava presente na sala de aula.

Esta é uma turma determinada pela sua heterogeneidade a nível cultural, pois só um aluno tem naturalidade portuguesa e frequentou a escola no país desde os primeiros anos. Isto não acontece com os restantes, na sua maioria de naturalidade brasileira, o que se repercutia nos ritmos e processos de ensino e aprendizagem desta turma. Por vezes, a questão da compreensão da língua portuguesa interferia neste processo, tendo de haver sempre o cuidado de explicar os significados de algumas palavras.

No entanto, este grupo apresentava uma forma muito particular de trabalhar, uma vez que todos tinham à sua disposição um computador que poderia ser utilizado como facilitador de aprendizagens. Além disso, a metodologia utilizada na sala de aula era vocacionada para a motivação, pois o ensino era concretizado a partir de desafios e, conseqüentemente, de recompensas. Em geral, esta é uma turma com muito interesse em aprender, mas que necessita de incentivos e atividades diferentes e diversificadas.

3.4.2. Desenho da Intervenção

A intervenção no 2.º Ciclo do Ensino Básico dividiu-se em dois momentos, o de intervenção e de avaliação. Não foi possível fazer um momento de diagnóstico com uma ficha de trabalho, mas através de uma atividade concretizada pela professora cooperante foi possível perceber que os alunos não tinham adquirido os conceitos de fração e sua representação na reta numérica, que haviam sido lecionados na ausência da professora cooperante.

As sessões de intervenção tiveram como objetivo trabalhar temas como o conceito de fração, a ordem crescente e decrescente das frações e a sua representação numa reta numérica. Foram sempre utilizados materiais didáticos diversificados, como por exemplo as Barras *Cuisenaire* e as barras de papel com o intuito de os alunos desenvolverem a noção de dividir um todo em partes iguais, iniciando assim a noção de fração. Além disso, também uma apresentação de desafios em *Power Point* para os alunos completarem uma reta numérica utilizando os conhecimentos sobre frações.

O momento final de avaliação foi desenhado para conferir as aprendizagens globais dos alunos ao longo de todo o projeto, baseando-se no objetivo principal que se depreendia com representar frações

na reta numérica, mais concretamente, uma fração igual à unidade, uma fração própria e uma fração imprópria.

3.4.3. Tarefas

As tarefas foram todas pensadas considerando o *Programas e Metas Curriculares de Matemática* (Bivar, *et al.*, .2013), o *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais* (DGE, 2001) e as *Aprendizagens Essenciais – Matemática* (DGE, 2021b), referentes ao 2.º Ciclo do Ensino Básico. Foram delineadas com o objetivo primordial de desenvolver o sentido de número com a utilização de materiais concretos e manipuláveis que facilitassem o processo de ensino e aprendizagem, como material manipulativo, jogos e vídeos interativos.

As Barras *Cuisenaire* voltaram a ser utilizadas com o propósito de os alunos percecionarem as frações como parte de um todo e dividirem a unidade em partes iguais; as barras de papel que tinham o mesmo objetivo, mas permitiam trabalhar com uma unidade maior que dez; um *Power Point* interativo que deu a possibilidade de cada um trabalhar ao seu ritmo; a reta numérica plastificada para os alunos demonstrarem a sua capacidade de compreender a posição das frações na reta numérica; como também, um *Power Point* explorado com o grande grupo com atividades práticas na utilização das frações, para colmatar algumas dúvidas que persistiam. Assim, era compreendido por quase todos os alunos a noção de parte de um todo da fração, mas tinham dificuldade em interpretar a reta numérica e contar em quantas partes estavam divididas a unidade. Por exemplo, ao invés de contarem os espaços, contavam os traços apresentados.

As potencialidades da utilização das Barras *Cuisenaire* são inegáveis, por ser um objeto lúdico, dinâmico e intuitivo, que permite auxiliar a construção e a classificação de determinados conceitos por meio de um apoio físico que orienta a compreensão, formalização e estruturação de conceitos. Com a sua utilização, existe uma maior partilha e troca de ideias entre os alunos, promovendo o desenvolvimento de outras competências, a nível da criatividade, da experimentação e da comunicação. As atividades desenvolvidas pelos próprios alunos, através da experimentação direta, dão lugar a um maior conhecimento atingido pelos mesmos, pois promovem a procura contínua de novas estratégias para desenvolver as suas próprias capacidades e construir conceitos de acordo com o objeto explorado e observado (Camacho, 2012).

Através deste conjunto de tarefas, os alunos desenvolveram o conceito de fração, mas também, o sentido de número generalizado, pois implicou constantemente que compreendessem o significado dos números, o seu cálculo e a sua perceção com rapidez. De acordo com Wu (2011), a aquisição do conceito de número inteiro passa por adquirir a realização geométrica destes números, para que o processo mental de contagem possa ser transferido para o processo de visualização espacial. A fração foi trabalhada para ser compreendida nos três significados que podem ter, de acordo com Hung-Hsi Wu (2011), como parte-todo, como quociente e como proporção. Ou seja, o todo dividido em partes, o quociente como forma de divisão em partes iguais, e a proporção para representar uma situação como por exemplo, para 1 rapariga existem 2 rapazes.

As tarefas propostas foram sempre pensadas considerando as características dos alunos e a forma como estes estavam habituados a trabalhar em sala de aula. Entende-se assim que, as planificações compreenderam atividades e tarefas simples, com tempo para resolverem por si mesmos e em contexto de trabalho colaborativo. Esta é uma abordagem construtivista da educação, onde os alunos são o centro do ensino, construtores do seu próprio conhecimento, pensadores, críticos e criativos.

3.4.4. Procedimentos

O procedimento deste estudo foi diferente do primeiro, uma vez que a Professora Cooperante esteve fora da escola, o que atrasou o processo e implicou a redução de alguns momentos e horas de lecionação. Não houve a possibilidade de concretizar um momento de diagnóstico, pois uma tarefa concretizada pela professora cooperante já havia demonstrado as dificuldades dos alunos e, pelo curto prazo disponível, optou-se por utilizar o tempo letivo do diagnóstico para as sessões de intervenção.

No decorrer das sessões de intervenção, o professor teve o papel de mediador de aprendizagens, pois organizava as trocas de ideias entre os pares e grupos. Eram colocadas as dúvidas aos outros colegas do grupo de trabalho e, por vezes, ao grande grupo, com o intuito de primeiramente, tentar que fosse um colega a elucidar. De acordo com a NCTM (2007), a compreensão das ideias matemáticas dos alunos vai sendo moldada ao longo dos anos quando existe envolvimento ativo dos alunos. A título ilustrativo, através das interações na turma e sugestões de ideias matemáticas, os alunos aprendem a avaliar o seu próprio conhecimento e o dos colegas, potenciando o desenvolvimento de capacidades de raciocínio matemático.

Assim, quando o professor necessitava de fazer alguma explicação, fazia-o sempre por meio de perguntas que orientassem o pensamento dos alunos e relembressem alguns conteúdos que pudessem estar mais esquecidos. A última sessão teve uma dinâmica diferente para o tipo de trabalho que estes alunos estão habituados, pois passou por uma exploração de atividades em grande grupo, tendo sido pensada e organizada de forma dinâmica para os alunos não dispersarem a sua atenção.

O momento de avaliação teve de ser concretizado no final da última sessão, num curto período antes de dar o toque. Assim, passou por desafiar os alunos a muito rapidamente colocar três frações na reta numérica que foi distribuída, sendo que quem terminasse podia sair para o recreio. O objetivo era que as respostas fossem espontâneas, pois era uma tarefa que já tinham realizado no decorrer das sessões. Os alunos tiveram o cuidado de dar as suas respostas corretamente e sem pressas, uma vez que quem terminasse podia ir para intervalo.

3.4.5. Calendarização

No estudo do 2.º Ciclo do Ensino Básico, foram realizadas 4 sessões, cada uma com a duração de 2 horas. A Tabela 2 mostra a informação referente a cada uma destas, mais concretamente, a data da sua implementação, as tarefas realizadas e os seus objetivos.

Tabela 2 - Calendarização do Estudo 2.

Sessão	Data	Tarefas	Objetivos
1.ª Sessão	17 de maio de 2022	<ul style="list-style-type: none"> - Exploração livre das Barras <i>Cuisenaire</i>. - Dividir uma folha, previamente cortada, em partes iguais para o registo da tarefa seguinte. - Exploração orientada do material: Dividir em partes iguais as peças rosa, verde-escura e castanha. - Registo das construções em fração no caderno diário. 	<p>Introdução ao conceito de fração como parte-todo.</p> <p>Compreensão da fração como quociente.</p>

2. ^a Sessão	18 de maio de 2022	- Colar no caderno barras de papel com a unidade maior que 10, e as suas correspondentes divisões em partes iguais. - Fazer o registo em frações das construções feitas.	Tratar frações com denominadores diferentes da sessão anterior.
3. ^a Sessão	23 de maio de 2022	- Introdução à reta numérica, através de um conjunto de atividades que os alunos podiam seguir no <i>Power Point</i> que tinham à sua disposição no computador. - Marcação de frações com vários denominadores nas duas retas numéricas dadas aos alunos.	Compreender a reta numérica e como pode ser utilizada na representação de frações.
4. ^a Sessão	2 de junho de 2022	- Exploração e troca de ideias em grande grupo sobre uma compilação de atividades apresentadas em formato <i>Power Point</i> .	Consolidar o conceito de fração e colmatar algumas dúvidas que persistiam, através da discussão entre todos.

3.4.6. Recolha de dados

No decorrer deste estudo, tal como no anterior, os métodos de recolha de dados passaram pela observação de aulas e o seu registo, gravações de áudio e registos fotográficos. Estas técnicas refletem uma abordagem mais qualitativa da recolha de dados, permite adquirir a perceção mais completa de uma realidade mais restrita, como uma turma (Rodrigues, 2011).

Assim, a observação foi a técnica mais utilizada no decorrer deste estudo, sempre aliada à fotografia, por esta ser "(...) uma extensão da nossa capacidade de olhar, e se constitui em uma técnica de representação da realidade que, pelo seu rigor e particularismo, se expressa através de uma linguagem próprio e inconfundível." (Guran, 1991, p.11). Isto é, a partir deste instrumento é possível visualizar o ambiente na sala de aula, a reação dos alunos e a sua participação, comprovando aquilo que foi observado e descrito nas notas de campo. As gravações de áudio, tal como referido anteriormente,

vêm na sequência de demonstrar as ideias dos alunos e retratar os seus pensamentos e conceitos matemáticos.

CAPÍTULO IV – RESULTADOS

Este capítulo tem como intuito apresentar os resultados das sessões de intervenção realizadas no âmbito do projeto implementado nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. No primeiro estudo, será analisado o momento de diagnóstico, as quatro sessões de intervenção e o momento de avaliação; no segundo estudo, será alvo de análise as quatro sessões de intervenção e o momento de avaliação. Em cada estudo, a análise das sessões será concretizada em três momentos: o enquadramento da sessão; a descrição da aula; e a reflexão que determina o desenho da aula seguinte. Os nomes dos alunos referenciados nesta análise são fictícios para garantir o seu anonimato.

4.1. Resultados do Estudo 1

4.1.1. Momento de Diagnóstico

Este momento consistiu na resolução de um conjunto de tarefas variadas (Anexo 1, pp. 93-94), que aferissem os conceitos que os alunos detinham no conteúdo do número. É importante mencionar que foram contabilizados neste momento 19 alunos, uma vez que um aluno estava a faltar e o Joel só a conseguiu fazer com muita ajuda. A Tabela 3 demonstra os resultados obtidos no teste diagnóstico, sendo estes fidedignos pois não houve qualquer ajuda por parte do professor, tendo sido unicamente realizada uma leitura em voz alta, uma vez que os alunos ainda não sabiam ler.

Tabela 3 - Resultados do teste diagnóstico do Estudo 1 (N=19).

Tarefa	Respostas Certas	Respostas Erradas	Respostas Incompletas
1	19	—	—
2	11	8	—
3	19	—	—
4	10	6	3
5	18	—	1
6	9	1	9
7	11	2	6
8.1	16	3	—
8.2	12	7	—
8.3	7	8	—
9	19	—	—

Estes resultados ditaram o desenho das sessões de intervenção, pois mostraram que os alunos tinham bastante dificuldade em: ordenar os números por ordem crescente e decrescente; efetuar adições; decompor os números; compreender os números ordinais numa situação real.

Não era esperado que os alunos tivessem tanta dificuldade em determinar a ordem dos números de 1 a 5. Apesar de reconhecerem que o 4 é maior que o 2 na ordenação dos números, não consideram o 4 depois do 2 na sequência numérica, porque depois do 2 deve vir o 3. Os alunos têm dificuldade na ordem crescente e decrescente de números não consecutivos. A Figura 1, apresenta um caso de um aluno que não consegue colocar os números por ordem crescente, apenas por ordem decrescente, onde o sinal de menor parece indiferente. Além disso, apresenta também algumas dificuldades no grafismo dos números, como é possível constatar com o número 5 desenhado ao contrário. Por sua vez, o aluno que deu a resposta apresentada na Figura 2, não consegue distinguir os sinais de maior e menor e parece limitar-se a repetir a ordem natural dos números.

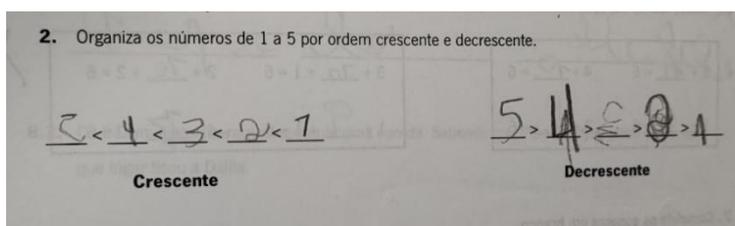


Figura 1 - Exemplo de resposta incorreta do aluno A.

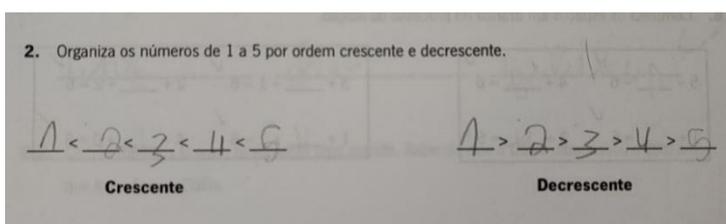


Figura 2 - Exemplos de respostas incorreta do aluno B.

Por outro lado, as tarefas 6 e 7, em que o aluno tinha de decompor os números em somas, já era esperado este resultado, por ser uma dificuldade observada antes de iniciar o projeto (Figura 3).

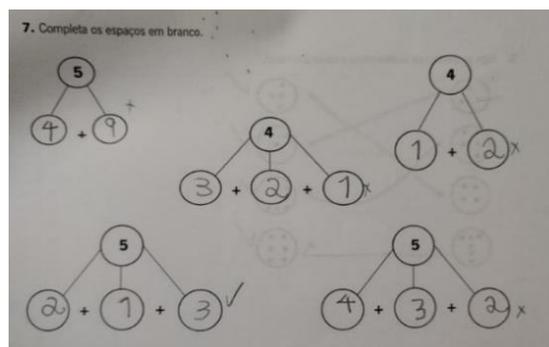


Figura 3 - Exemplo de resposta incorreta da decomposição dos números.

Nos números ordinais, o conjunto das tarefas 8 e 9, as maiores dificuldades surgiram na tarefa 8.3., que implicavam um maior raciocínio, pois retratava uma situação real em que a posição dos concorrentes numa corrida muda. A Figura 4, retrata uma resposta incorreta à tarefa, que é interessante partilhar por retratar o tipo de exercícios rotineiros que os alunos faziam com bastante frequência, por estarem a aprender a escrever. Na verdade, o aluno nem ouviu a leitura da tarefa e já estava a completar as linhas. Foi lido exclusivamente para o aluno o que era pretendido na tarefa, mas continuou a repetir as atividades rotineiras que haviam concretizado na área de Português.

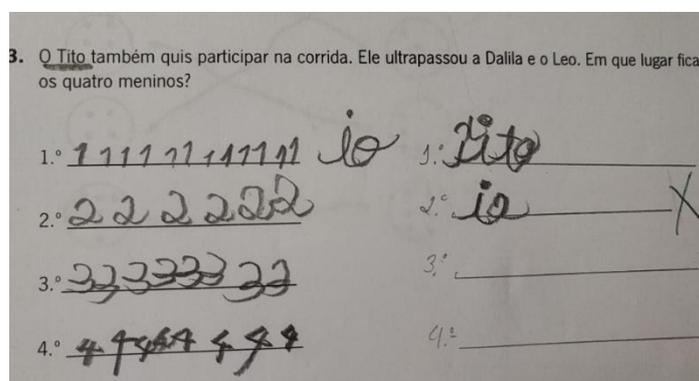


Figura 4 - Resposta incorreta à tarefa 8.3.

No entanto, um conjunto de alunos que se destacava na área da matemática foi capaz de perceber a tarefa e lógica envolvida e respondeu corretamente (Figura 5).

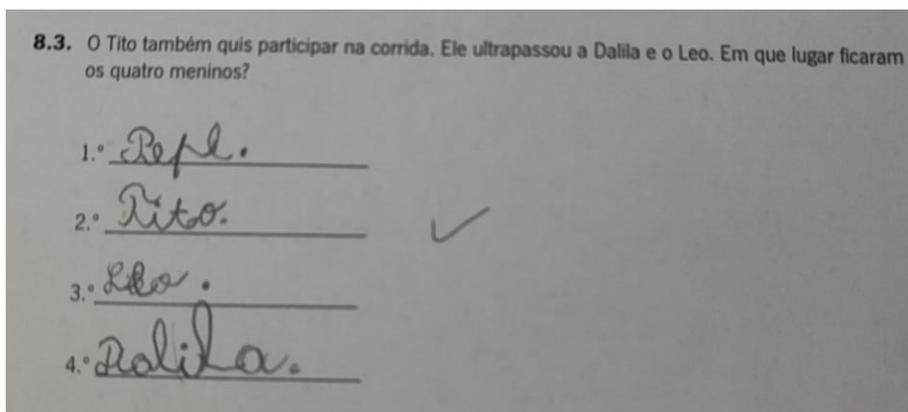


Figura 5 - Resposta correta à tarefa 8.3.

Foi com base nestes resultados que a intervenção do projeto foi desenhada em quatro sessões que comportam um conjunto de atividades e exercícios que procuram colmatar as dificuldades demonstradas pelos alunos. Assim, têm como objetivos: fazê-los compreender os números e as posições que podem tomar de crescente e decrescente; decompor os números e utilizar o cálculo mental, a trabalhar os números ordinais em contexto; diferenciar o tipo de atividades a que estão habituados, para procurar desenvolver o seu raciocínio matemático.

4.1.2. Intervenção

4.1.2.1. Sessão 1

Enquadramento da sessão

Esta sessão teve como objetivo primordial iniciar a aquisição de alguns conteúdos relativamente ao sentido de número, mais concretamente, a noção de crescente e decrescente, sinal de maior e menor, como também a decomposição dos números, até cinco. Com este intuito, foram utilizadas as Barras *Cuisenaire*, de forma a dar a possibilidade aos alunos de partirem da exploração com o material concreto para as expressões numéricas.

Descrição da aula

A aula teve início com a demonstração das Barras *Cuisenaire*, pois os alunos conheciam-nas por serem utilizadas sempre que iniciavam a aprendizagem de um novo número, mas nunca as tinham manipulado. Foi-lhes dado algum tempo para explorarem o material livremente, tendo sido estimado que

este momento demoraria cerca de 20 minutos. No entanto, quando foram dadas as tarefas iniciais, existiu alguma dificuldade em iniciá-las, pois alguns alunos queriam manter-se a fazer as suas construções livres (Figura 6).

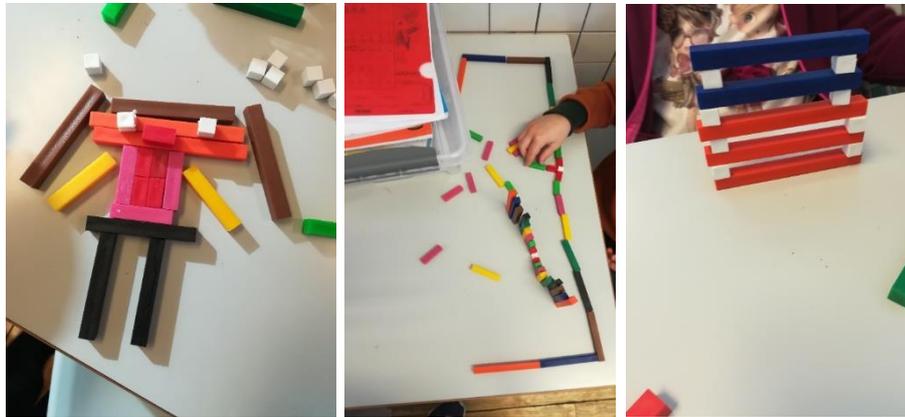


Figura 6 - Construções livres com as Barras *Cuisenaire*.

Inicialmente, foi pedido aos alunos que organizassem o material de forma crescente e decrescente, uma vez que alguns deles tiveram dificuldades em fazê-lo no diagnóstico. Verificou-se que tiveram mais facilidade em concretizar esta atividade com a utilização das barras, pois permite uma melhor visualização da sequência numérica.

A Figura 7 regista o momento em que o professor se certifica de que o aluno consegue verbalizar a forma que utilizou para organizar as barras por ordem crescente e decrescente (Transcrição 1).

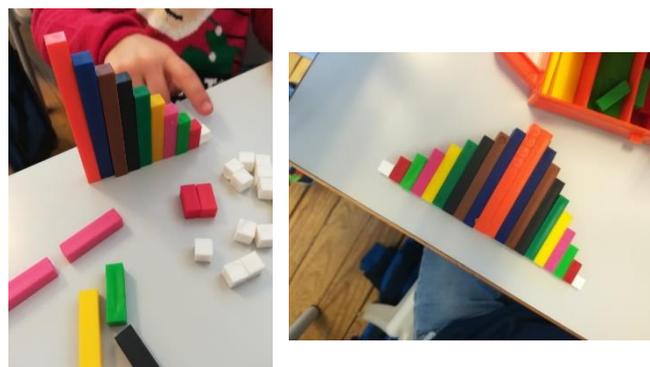


Figura 7 - Contagem ascendente com recurso às Barras *Cuisenaire*.

- Eu** – Então Gabriel, mostra à Professora onde está aí a ordem crescente.
- Gabriel** - Assim [segue o dedo indicador da barra branca à cor de laranja].
- Eu** – Diz lá então os números até 10 por ordem crescente.
- Gabriel** – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 [seguindo o mesmo gesto que anteriormente].
- Eu** – E por ordem decrescente?
- Gabriel** – É ao contrário. 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 [seguindo o indicador da barra cor de laranja para a branca].

Transcrição 1- Ideia do aluno sobre a ordem crescente e decrescente.

Note-se que todos os alunos foram capazes de realizar esta tarefa e explicar da mesma forma que o Gabriel, isto é, sem hesitações, de que forma poderia ser visualizada a ordem crescente e decrescente nas suas construções. Posteriormente, os alunos deveriam decompor os números 3 e 4 com o material didático e fazer os registos das suas expressões numéricas no quadro (Figura 8). Este momento criou um pouco de dispersão, pois nem todos os alunos ouviram qual a tarefa seguinte, começando então a brincar com o material e/ou ainda outros alegaram não ter percebido o que era para fazer. Além disso, os diversos ritmos de trabalho dos alunos dificultaram a delineação das tarefas ao grande grupo, pois nem todos estavam ao mesmo nível. Assim, a circulação constante pela sala de aula foi preponderante para orientar os alunos mais individualmente e conforme o seu ritmo.

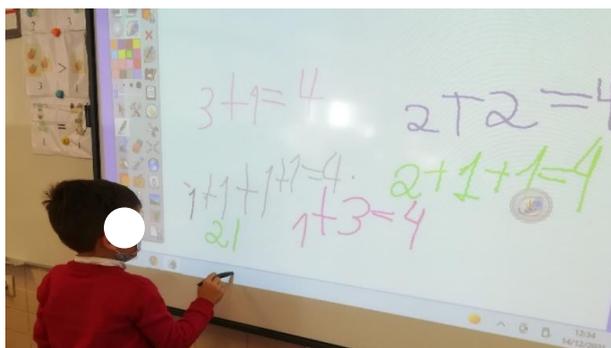


Figura 8 - Registos das expressões numéricas no quadro.

Foi dada a liberdade aos alunos de demonstrarem da forma que quisessem a decomposição dos números, tendo surgido algumas construções interessantes (Figura 9).

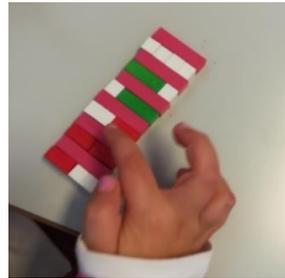
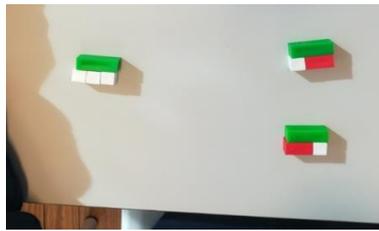


Figura 9 - Decomposição dos números com Barras *Cuisenaire*.

A aluna Flor foi a que apresentou a decomposição do número 4 de forma mais diferente dos restantes, organizando-as como se representassem uma expressão algébrica (Figura 10). Para a compreender, foi necessário questionar e pedir que explicasse o que tinha em cima da mesa (Transcrição 2)).



Figura 10 - Decomposição do número 4 pela Flor.

- Eu** – Ora explica lá o que tens em cima da tua mesa.
- Flor** – Aqui tem $1 + 1 + 2$, quatro [apontando para a primeira fila de barras].
- Eu** – Então estás a dizer-me que $1 + 1 + 2$ é igual a...?
- Flor** – Quatro.
- Eu** – Boa! E na segunda fila o que tens?
- Flor** – $1 + 1 + 1 + 1$, quatro.
- Eu** – Porque colocaste a barra do quatro à frente?
- Flor** – Porque $1 + 1 + 1 + 1$ é igual a quatro.
- Eu** – Ah, já entendi. Muito bem! Então vamos lá, na terceira linha, diz lá o que fizeste.
- Flor** – $2 + 1 + 1$ é igual a quatro.
- Eu** – Boa! Muito bem. E agora aqui ao lado, explica lá à professora.
- Flor** – $2 + 1 + 1$ é igual a... [fica a pensar e tira a peça branca]. Quatro.

- Eu** – Ah, mas tinhas aí uma peça a mais. E será que já não tens aí essa decomposição do número 4?
- Flor** – Ah está aqui! [Fica a olhar para as suas construções e aponta]
- Eu** – Pronto, então temos de reformular essa. E a última, o que tens?
- Flor** – $2 + 1 + 1 + 1$ é igual a quatro.
- Eu** – E está certo?
- Flor** – [Pensa um pouco em silêncio]. Não.

Transcrição 2 - Decomposição do número 4 pela Flor.

Em alguns momentos, houve hesitação na resposta, mas com esta conversa é possível perceber que a Flor estava com o pensamento bem organizado de início, mas nas últimas duas tentativas já estava a colocar as peças sem pensar. Esta prática foi muito recorrente, pois os alunos por vezes perdiam o foco do que estavam a fazer. Por outro lado, alguns dos alunos começaram a criar estratégias de decomposição dos números quando perceberam que poderiam inverter a posição das barras e a expressão algébrica que a representava já era diferente. Este raciocínio pode ser considerado uma exploração informal da propriedade comutativa da adição, onde os alunos percebem que independentemente da ordem dos algarismos na operação, o resultado é sempre o mesmo. Este tipo de conceções é importante porque, apesar de ser por experimentação, já está implícito um conceito matemático que será explorado em anos posteriores e talvez mais fáceis de adquirir, porque já o compreenderam de forma mais informal em outros contextos.

Reflexão

Apesar de os objetivos terem sido cumpridos, é de notar que ficou a sensação de que alguns alunos brincaram mais com o material do que explorar as suas potencialidades para o conhecimento do número, devido a exploração deste material ser uma novidade. Além disso, o facto de não ter existido um registo escrito para sistematização das suas resoluções, dificultou o seu raciocínio e resultou em alguma falta de atenção nas tarefas que estavam a ser propostas. Os alunos em que esta situação se verificou com mais frequentemente, serão alvo de mais atenção na aula seguinte, sendo também a realização de sob a forma de um guia de tarefas uma estratégia a ser implementada. Assim, os alunos possuem uma folha com as atividades que devem ser realizadas com o material, que é apresentada ao grande grupo no início da aula. Desta forma, é possível os alunos executarem as tarefas de acordo com

o seu ritmo de trabalho, implicando também que o professor tenha atividades extra para aqueles que terminam mais depressa.

4.1.2.2. Sessão 2

Enquadramento da sessão

Esta sessão vem em seguimento da primeira exploração das Barras *Cuisenaire*, tendo como objetivo trabalhar a ordem crescente e decrescente começando num número que não seja o 1 e o 10, assim como, a decomposição dos números 5, 6 e 10.

Descrição da aula

Inicialmente, foi dado o guia de tarefas (

Anexo 2, p. 95) para a exploração das Barras Cuisenaire e explicado o que era proposto em cada uma delas, sendo estas uma extensão às realizadas na aula anterior. Este instrumento, serviu também para os alunos fazerem o registo das suas construções, pois para cada número tinham a possibilidade de registar com cores quatro das suas representações e a respetiva expressão algébrica, e

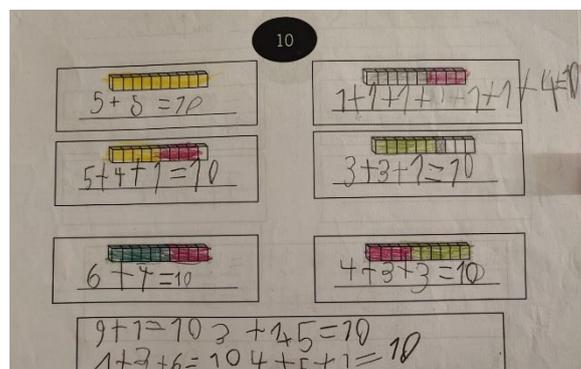
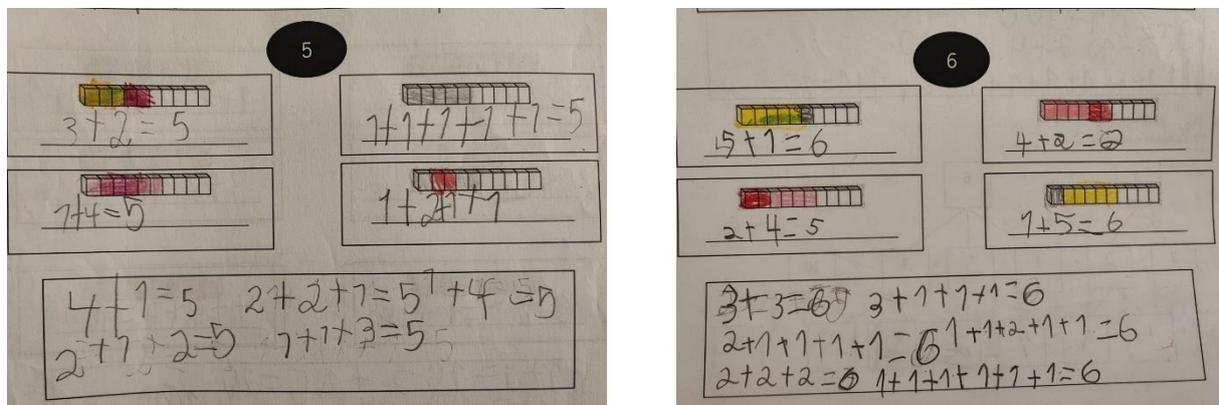


Figura 11 - Registos dos alunos.

posteriormente registrar as expressões numéricas de outras decomposições do mesmo número (Figura 11).

Com a utilização deste recurso, a aula fluiu melhor e alguns alunos começaram a criar estratégias para decompor os números (Figura 12), a partir da inversão de posição das barras ou dos números nas expressões numéricas. Outros que não conseguiam ter este pensamento, achavam as tarefas difíceis e precisavam de estar sempre a ser incentivados a continuá-las.

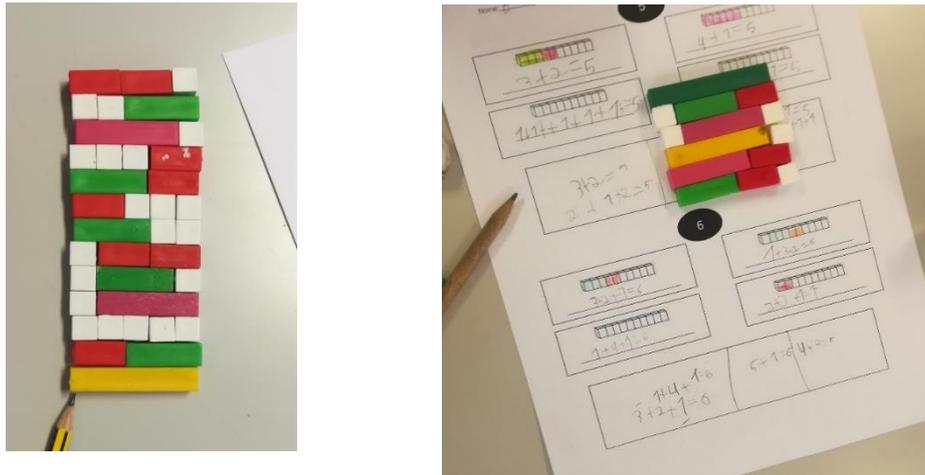


Figura 12 - Estratégias utilizadas para decompor os números.

O Duarte, em pouco tempo, conseguiu realizar as tarefas pedidas com distinção dos restantes, fazendo a decomposição dos números de forma organizada e estratégica. Conseguia perfeitamente fazê-lo sem a utilização das *Barras Cuisenaire*, mas achou interessante o material e empenhou-se nas suas representações (Figura 13).

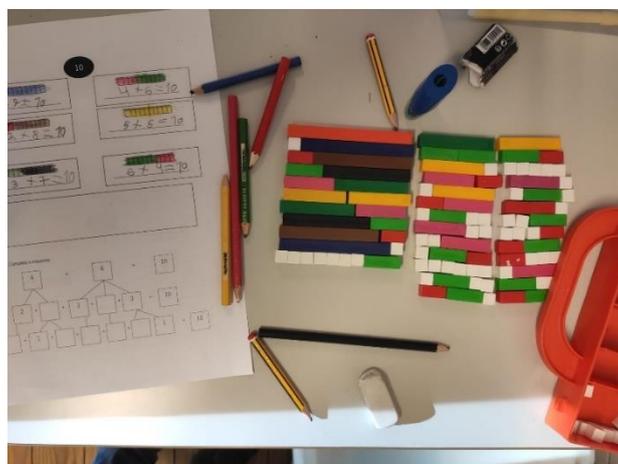


Figura 13 - Construções do Duarte para decompor números.

Após este momento de decomposição dos números 5, 6 e 10, os alunos tinham uma tarefa que era muito comum aparecer no manual e tinham alguma dificuldade em compreendê-la. Foi notório que após duas sessões a decompor os números, já tinham um pensamento mais estruturado, isto é, mais instintivo e rápido. Excetuando cinco alunos, todos os outros conseguiram fazê-la sem a ajuda do material calculando mentalmente ou utilizando os dedos para fazer contagens (Figura 14).

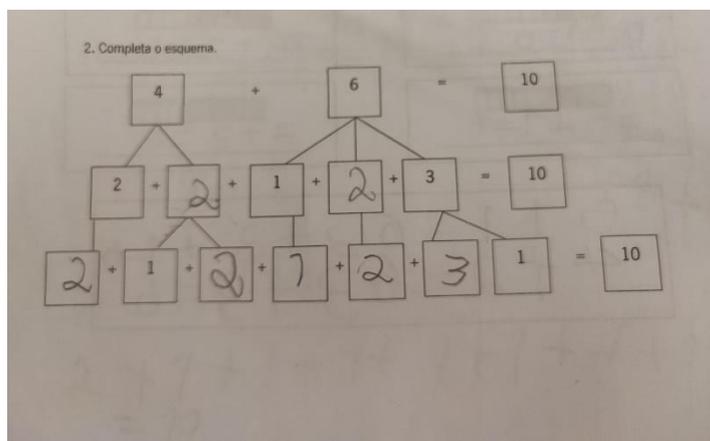


Figura 14 - Exemplo de resposta correta ao exercício padrão de decompor números.

Conforme os alunos iam terminando as tarefas, tinham à sua disposição uma última atividade que não fazia parte do desenho principal da sessão. A cada número obtido através de uma adição, era atribuída uma cor que deviam pintar para no fim obterem a imagem de um trenó com prendas (Figura 15).

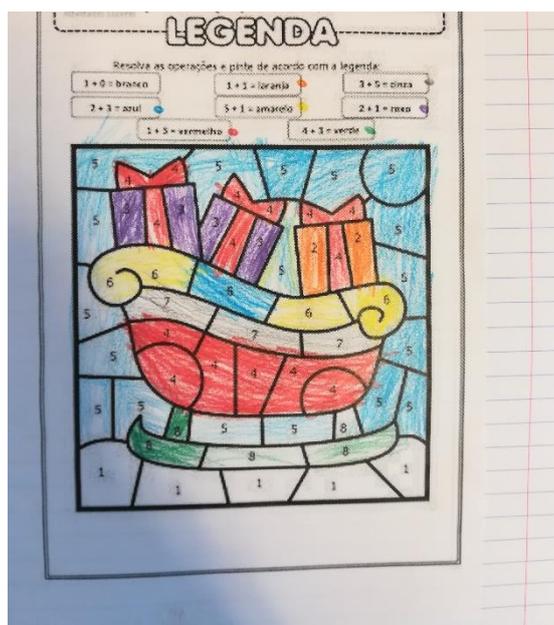


Figura 15 - Atividade complementar à sessão.

A legenda não era totalmente legível na impressão, estando por isso projetada no quadro a imagem da tarefa para uma leitura mais fácil. Este registo foi colado no caderno diário e, os alunos que não chegaram a concretizar esta atividade, puderam fazê-lo em outro momento. A dinâmica desta atividade foi difícil de compreender por parte dos alunos, não propriamente o cálculo das somas, mas perceber que a soma dá um número, e esse número tem de ser pintado de uma cor. Uma atividade tão simples que desenvolve o raciocínio lógico dos alunos.

Reflexão

Os alunos tornaram-se mais capazes de decompor os números, criando estratégias e até a desenvolver o cálculo mental. Assim, torna-se importante continuar a construir esta potencialidade do número, através de outro contexto e material didático. O objetivo passa por começarem a ter a noção do número enquanto parte de um todo e conseguirem fazê-lo mais instintivamente e sem necessitarem de fazer contagens (*subtizing*).

4.1.2.3. Sessão 3

Enquadramento da sessão

O objetivo primordial desta sessão foi desenvolver o sentido de número no que respeita à sua perceção e visualização em contextos diferentes, isto é, promover o *subtizing*. Assim, os alunos conseguem utilizar os números com mais assertividade e á vontade, sem estarem a fazer contagens.

Descrição da aula

Para esta sessão, foram planificadas duas dinâmicas diferentes. Primeiramente, um jogo com o intuito de promover o *subtizing*, isto é, a perceção de quantidade sem a necessidade de contagem. Foram entregues aos alunos representações diferentes dos números até 7 através de pontos (Figura 15). Numa dinâmica de brincadeira, deveriam mostrar com a maior celeridade possível ao professor, os esquemas que representavam um certo número (Figura 16).

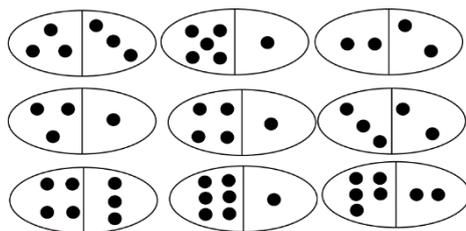


Figura 16 - Peças do jogo.



Figura 17 - Dinâmica na sala de aula.

Esta atividade foi muito interessante porque os alunos ficaram muito entusiasmados e queriam efetivamente ser os mais rápidos, estando por isso sempre muito atentos às respostas uns dos outros (Transcrição 3)), confirmando se estavam corretas. Primeiramente as peças foram exploradas para perceberem de que forma poderiam representar um número através de uma expressão algébrica. De início, os alunos procediam à contagem dos pontos, mas, com o decorrer da tarefa, começaram a não precisar de o fazer, e a serem mais assertivos e rápidos nas suas respostas.

Eu – Eu quero o número 4.

(Agitação na sala para procurar a peça)

Eu – Isso é o número quatro? Essa peça tem quatro pintas Maria?

Miguel– Quatro pintas...

(Os alunos começam a olhar para as suas peças e refletem na sua resposta)

Pedro– Ohhhhhh! (Surpresa), Já achei!!!

Maria– É esta.

Eu – E agora, será que temos outra peça com o número quatro? Vamos ver.

Maria– Eu tenho duas.

- Mateus** – Eu tenho.
(...)
- Eu** – Vamos olhar para a Ana. Está bem assim?
- Bia** – Não.
- Eu** – E porquê Bia?
- Bia** – Porque ela tem quatro num lado, quatro no outro e o total de pintas é que tem de ser quatro.

Transcrição 3 - Dinâmica da tarefa.

Foi sempre dada a possibilidade de os alunos refletirem nas suas respostas, por meio de perguntas por parte do professor e ajuda dos colegas para compreender as situações. Era muito frequente haver trocas de ideias entre os colegas, havendo até entreajuda fazendo questões entre si próprios tal como viam o docente a fazer. Era sempre pedido aos alunos que pousassem todas as peças na mesa viradas para cima antes de voltar a pedir a representação de um número. Por tudo isto, a atividade demorou mais tempo que o expectável, no entanto, no final foi possível ver melhorias e aprendizagens que tiveram continuidade na tarefa seguinte.

O jogo dos cálculos consistiu em entregar a cada aluno uma boneca e peças com pintas, que serão os seus braços e as suas pernas. A menina tinha na sua camisola um número que deve ser a soma das pintas que estão nas peças que fazem os seus membros, e as operações que derivaram destas construções foram registadas numa folha branca. Inicialmente, os alunos não estavam a perceber a tarefa, pelo que houve o cuidado de explicar o que era proposto no quadro dando alguns exemplos ao grande grupo (Figura 18).



Figura 18 - Aluno no quadro a explicar a tarefa.

Os alunos acharam esta atividade muito interessante e tinham sempre o cuidado de fazer o registo das suas construções (Figura 19). Surgiram algumas estratégias interessantes que evidenciaram a aquisição de sentido de número. Uma delas, passou por um aluno que representou o número 7 e, quando lhe pedi que representasse o número 8, respondeu-me: “Isso é só mais um” trocando uma peça da sua construção do número 7 por uma com mais uma unidade. A percepção de que uma peça

representa um número maior que outra, só olhando para ela, ou que determinada peça não pode representar um número porque só olhando tem mais pintas do que devia, foram as situações que foram acontecendo no decorrer da atividade. Conforme iam avançando nos números, a facilidade nestes processos era maior e podia verificar-se uma maior confiança a tratar os números, facto que parece ter facilitado a aprendizagem da matemática, por os números serem a sua base.

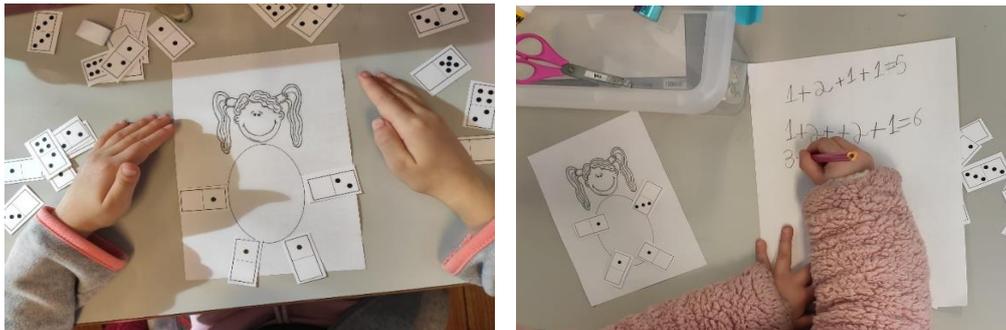


Figura 19 - Construções e registos dos alunos.

Conforme os alunos iam terminando, pediam para pintar a sua boneca, que lhes foi permitido após a autorização da professora cooperante para utilizar um pouco mais de tempo da manhã. Esta atividade não estava pensada, mas visto que eles próprios tiveram a iniciativa de o fazer, demonstra o grupo que é, muito trabalhador e com vontade de fazer coisas diferentes para aprender (Figura 20).



Figura 20 - Pinturas dos alunos.

Reflexão

Ao fim das três primeiras sessões, os alunos já tinham uma noção de número bem mais estruturada, com a capacidade de os perceberem, muito mais assertivos nos seus cálculos, muitos deles já a criar as suas próprias estratégias e até a decorar algumas operações mais simples na decomposição dos números. Assim, a última sessão centrou-se na abordagem dos números ordinais de forma muito leve e utilizando uma situação do dia-a-dia para facilitar a sua compreensão.

4.1.2.4. Sessão 4

Enquadramento da sessão

Os alunos já tinham mais facilidade e à vontade em trabalhar e operar com os números, a última sessão serviu para os desafiar um pouco mais e ver se eram capazes de fazer sequências numéricas e identificar os números ordinais.

Descrição da aula

A aula teve início com uma conversa com o grande grupo acerca dos números, da sua utilidade e função quando inseridos no nosso quotidiano. Quando questionados, os alunos fizeram referência aos números das salas, das casas, dos armários, da data, do supermercado – isto é, o preço dos produtos –, das camisolas e das calças dos jogadores, dos brinquedos, dos números de telemóvel e dos seus próprios números de aluno (Transcrição 4; Transcrição 5)

Eu – O João vê nas portas, vamos ouvir o João. Como assim nas portas?

João – Por cima das portas tem lá um número.

Eu – E porque será que tem esse número?

(...)

Francisca – Por causa que... Porque senão ninguém sabia onde é eram as casas.

Eu – Alguém sabe o número das suas casas?

Bia – O número da minha casa é o 1.

Eu – É o 1, o número 1.

Flor – O meu é o 20.

Rui – O meu é o primeiro esquerdo.

Eu – Primeiro esquerdo. Tu vives num apartamento é isso?

Rui – Sim.

(...)

Eu – Olhem, quando o carteiro vai à vossa casa será que ele precisa desse número?

Bia – Ah sim!! Se ele não tiver ele não sabe o número e não consegue chegar lá.

Transcrição 4 - Troca de ideias sobre a utilidade dos números para localização.

Eu – E mais... Onde será que vemos os números?

Francisca – No supermercado.

Eu – Inês, tu vais ao supermercado com os teus pais? (Abana que sim a cabeça). E será que vês números lá?

Inês – Sim, nas coisas.

Eu – Nas coisas... E o que será esses números?

Francisca – O preço.

Eu – O que quer dizer o preço?

Ana – Quer dizer a coisa que nós vamos levar, nós vamos pagar.

Bia – O dinheiro.

Transcrição 5 - Troca de ideias sobre os números enquanto quantia.

No decorrer destes diálogos com os alunos, era esperado espontaneidade nas respostas e só foi pedido o dedo no ar nos momentos em que se estavam a sobrepor uns aos outros. Havia sempre conversas entre eles sobre o assunto, além da interação com o professor que é retratada nas transcrições. O objetivo passava por pensarem, refletirem e identificarem livremente as utilidades do número. Os alunos menos participativos foram sendo chamados à atividade através de questões mais relacionadas com o quotidiano, como por exemplo, se vão ao supermercado, qual o número das suas casas, ou seja, assuntos sobre eles próprios que os incentivasse a participar.

A tarefa seguinte teve como intuito compreender se os alunos estavam efetivamente a desenvolver o sentido de número, dando introdução ao tema das sequências numéricas. A sequência de dois foi escrita no quadro para que fosse questionado ao grande grupo o que estava a acontecer de um número para outro e assim dada uma pequena introdução a este conteúdo (Figura 21) (Transcrição 6).

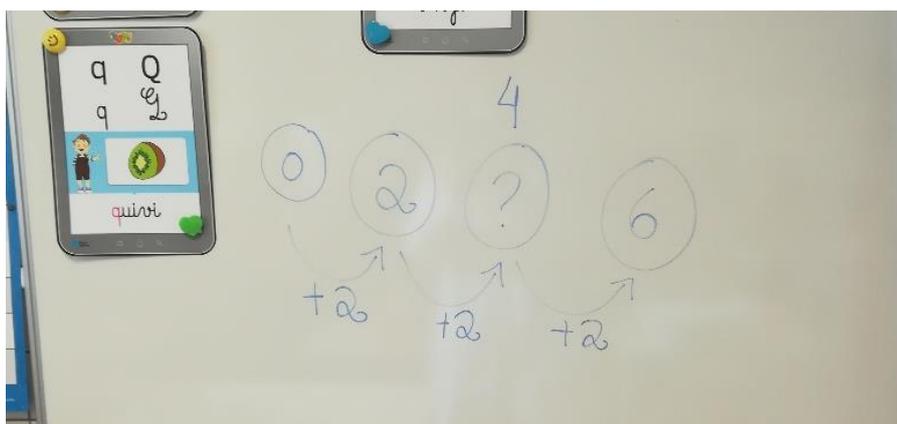


Figura 21 - Explicação no quadro das sequências numéricas.

- Eu** – Primeiro temos aqui o número...?
- Alunos** – Zero.
- Eu** – E depois temos o número...?
- Alunos** – Dois.
- Eu** – O que aconteceu daqui para aqui? (apontando para os números no quadro)
- Luís** – Aumentou três.
- Francisca**– Aumentou um.
- Tiago** – Aumentou um.
- Eu** – Então do zero para o um aumentou um. (fazendo no quadro uma seta de um número para o outro). Está certo?
- João** – Aumentou dois.
- Eu** – O João diz que aumentou dois. Duarte concorda?
- João** – Sim.
- Eu** – Então do zero para o dois aumentou dois. O que a professora põe aqui então? Qual é o sinal? Adição ou subtração?
- Francisca**– Adição.

Transcrição 6 - Troca de ideias sobre a sequência numérica.

Após esta introdução ao grande grupo, foi dada uma folha aos alunos (Anexo 3, p. 96) com outras sequências numéricas. Na sua maioria os alunos foram capazes de realizar a tarefa proposta sem muitas dificuldades (Figura 22). Aos alunos que terminaram primeiro, foi dada a tarefa de desenharem acerca do que havíamos falado anteriormente sobre os números no quotidiano (Figura 23).

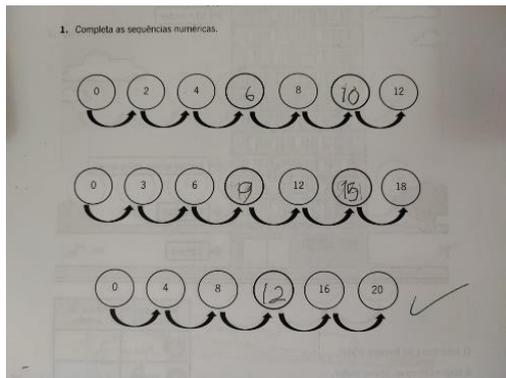


Figura 22 - Resposta correta das sequências numéricas.

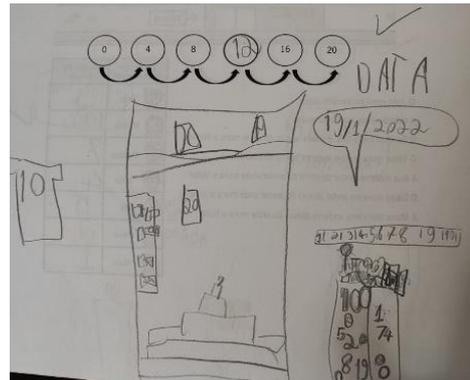


Figura 23 - Atividade complementar.

Para os que estavam com mais dificuldade, foi dada a possibilidade de utilizarem a reta numérica – material incluído nos recursos do manual – para que pudessem visualizar os “saltinhos” que estavam a acontecer com os números (Figura 24).

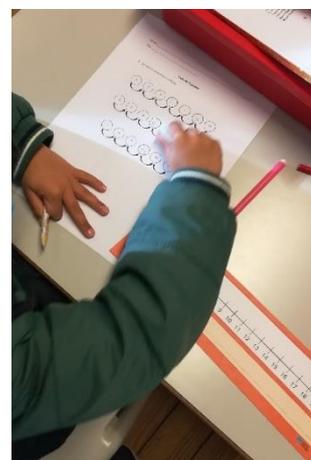


Figura 24 - Utilização da reta numérica.

A última tarefa tinha como intuito compreender se os alunos eram capazes de perceber a ordem dos números e, por consequência, os números ordinais. Foi lhes dada uma folha (Anexo 4, p. 97) com uma tarefa que implicava perceberem o lugar dos números a partir de uma situação-problema sobre a distribuição dos vizinhos numa propriedade horizontal. Só um aluno não acertou na totalidade desta tarefa. Importa salientar que um aluno foi capaz de escrever os números ordinais corretamente, o que implica um conhecimento dos números ordinais mais desenvolvido que os outros colegas, tal qual é possível verificar na Figura 25.

Nome dos moradores	Andar do prédio
João	3 ^o
Matilde	10 ^o
Timóteo	7 ^o
Válter	4 ^o
Ana	5 ^o
David	2 ^o
Maria	7 ^o

Figura 25 - Exemplo de resposta correta.

A leitura foi feita pelo professor, sempre com o cuidado de não mudar o discurso ou dar dicas, fazendo a leitura apenas duas vezes. As conversas entre os alunos foram também desaconselhadas, de forma que pudessem pensar na sua resposta e não repetir o que o colega estava a fazer.

Reflexão

Esta sessão cumpriu com os objetivos para que foi delineada, pois foi possível compreender que os alunos estavam efetivamente a perceber os números, as suas utilidades e funcionalidades. Conteúdos que foram facilmente percebidos pelos alunos, o que só é possível se estes tiverem sentido de número.

4.1.3. Momento de Avaliação

A avaliação das aprendizagens foi realizada a partir de um conjunto de tarefas (Anexo 5, pp. 98-99) que se assemelham às utilizadas no diagnóstico e ainda outras, mais elaboradas para verificar se os alunos adquiriram algum sentido de número. Foram contabilizados os mesmos 19 alunos do teste de diagnóstico, de forma aos resultados serem os mais acertados e fidedignos (Tabela 4). O procedimento passou pela leitura em voz alta das tarefas e os alunos respondiam na folha à sua disposição. Um conjunto de oito alunos, não precisava de esperar pela leitura, pois eram capazes de ler e perceber o que era proposto em cada tarefa; enquanto outros quatro precisavam de mais algum tempo para refletir e dar as suas respostas, mesmo que maioritariamente corretas. Importa referir que a última tarefa resultou em algumas dificuldades na compreensão da narrativa, o que implicou a leitura mais do que uma vez e por partes.

Tabela 4 - Resultados da avaliação do Estudo 1 (N=19).

Tarefa	Respostas Certas	Respostas Erradas	Respostas Incompletas
1	19	—	—
2	13	3	3
3	19	—	—
4	16	2	1
5	19	—	—
6	15	3	1
7	14	4	1

8	14	1	4
9	19	—	—

Por estes resultados, compreende-se que as dificuldades dos alunos foram colmatadas e tornaram-se mais capazes de perceber os números nas mais diversas situações. A tarefa 2, que corresponde à organização dos números por ordem crescente e decrescente, teve muito mais respostas acertadas que no diagnóstico, sendo as erradas e incompletas muito por falta de atenção ao responder.

Por sua vez, a tarefa 6 teve o mesmo sucesso, uma vez que as adições foram muito trabalhadas ao longo do projeto e de variadas formas. Notou-se também mais rapidez e assertividade nas respostas, com alguns alunos a não precisar de utilizar os dedos para fazer contagens, substituindo-o pelo cálculo mental.

A decomposição dos números, presente na tarefa 7, constituía uma dificuldade para os alunos – tendo quase 50% falhado no diagnóstico. Depois da intervenção, os alunos tornaram-se muito mais capazes na decomposição de números, alguns até o fazem de forma bastante intuitiva. Por fim, os números ordinais em situações reais que compreendem as tarefas 8 e 9, têm uma taxa de sucesso bastante favorável, pois a abordagem durante o projeto de intervenção passou, maioritariamente, por aplicar os números ordinais em contexto real.

Em geral, os resultados são bastante positivos e refletem o trabalho que foi sendo concretizado ao longo do projeto, pois todos os alunos mostraram melhorias e demonstraram desenvolver o sentido de número. Por isto, estavam muito mais confiantes a trabalhar a matemática e divertidos, pois foram sempre potenciadas atividades que os fizessem gostar de aprender mais sobre os números.

4.2. Estudo 2

4.2.1. Intervenção

4.2.1.1. Sessão 1

Enquadramento da sessão

Devido à dificuldade sentida pelos alunos em perceber as frações como parte da unidade, as Barras *Cuisenaire* foram utilizadas nesta primeira sessão com o intuito de demonstrar como é possível dividir a unidade – previamente estabelecida – em partes iguais utilizando peças mais pequenas.

Descrição da aula

Nenhum dos alunos tinha tido alguma vez contacto com este material didático, logo foi dado a oportunidade de o explorarem livremente, de perceberem o valor das peças e de compreenderem de que forma podiam trabalhar as frações com o mesmo. O material já estava distribuído por sacos individuais, de forma a rentabilizar o tempo. Cada aluno tinha direito a um destes, mas foi-lhes dada a possibilidade de se juntarem para esta exploração (Figura 26; Figura 27).



Figura 26 - Exploração das Barras *Cuisenaire* em grupo.



Figura 27 - Exploração das Barras *Cuisenaire* em grupo.

Como esta é uma turma que estava muito acostumada ao trabalho colaborativo, juntaram-se a pares ou em trios escolhidos por eles próprios. Apenas um grupo não correu tão bem, pois já são alunos que normalmente têm dificuldade em se juntar com outros. Dispersaram um pouco no objetivo da atividade e brincavam com as peças, o que implicou da parte do professor um incentivo e apoio mais individualizado, com questões constantes que orientassem a exploração do material. Como por exemplo, colocar a peça que representa a unidade à sua frente e pedir então que procurassem formas de dividir aquela em partes mais pequenas iguais, fazendo comentários que ajudassem no raciocínio e pedindo entrelajada entres os dois. Tal como é possível verificar na compilação de imagens (Figura 28) foram várias as explorações feitas pelos alunos com as Barras *Cuisenaire*, desde a sua organização por cores e tamanhos, à sua organização por ordem crescente e decrescente de variadas formas e as suas

explorações mais livres para efetuar desenhos, mesmo que nunca desprovidas do sentido que cada peça pode ter.



Figura 28 - Exploração livre das Barras *Cuisenaire*.

Quando os alunos foram questionados sobre de que forma poderíamos trabalhar frações utilizando este material (Figura 29), começaram a demonstrar decomposições de números não utilizando peças iguais. Muito rapidamente, um aluno mencionou que dessa forma não era possível trabalhar frações, pois as partes não eram iguais. A investigadora demonstrou para o grande grupo com as peças aquilo que estava a ser explicado pelos alunos, precisando estes de ter um discurso claro e conciso para que o outro pudesse perceber o que estavam a querer dizer. Esta prática foi sempre muito constante com esta turma, pois a professora cooperante promove estes momentos para ajudar no raciocínio matemático. Um outro aluno sentiu necessidade de ir ao quadro rever os conteúdos das frações, mais concretamente, o que é o numerador e o denominador, conteúdo ainda não assimilado pelos alunos.



Figura 29- Dinâmica na sala de aula.

Depois de entenderem a dinâmica da utilização das barras para desenvolver o conceito de fração, foi-lhes pedido para verem de que forma poderiam dividir em partes iguais a barra rosa, a barra verde-escuro e a barra castanha. O registo deveria ser feito numa folha que lhes foi distribuída que, antes de iniciarem os seus registos, deveria ser dividida em três partes iguais (Figura 30). Esta atividade já tinha sido concretizada pela professora cooperante, quando decidiu fazer uma revisão deste conteúdo com os alunos, pelo que não estava planeado que os alunos precisassem de tanto tempo como o que utilizaram. Os alunos não foram apressados e tiveram o tempo necessário para pensarem e aos três alunos que não conseguiram sozinhos, foi pedido a colegas que, sem fazer por eles, lhes dessem algumas dicas de como conseguirem dobrar o papel.



Figura 30 - Aluno a dividir o papel em partes iguais.

Na atividade da divisão da unidade em partes iguais utilizando as Barras *Cuisenaire*, o professor foi circulando pela sala para auxiliar nalguma construção ou cálculo menos correto, pois os alunos confundiram o valor unitário das barras com o número de partes a que correspondiam da unidade (Transcrição 7).

- Eu** – Então mostra-me lá o que tens aqui escrito na tua folha de registos com as barras.
- Íris** – Então a barra rosa corresponde a quatro, que consigo dividir em duas barras vermelhas (colocando as barras na mesa). Então, a barra rosa é igual a $2 + 2$, porque cada peça vermelha são 2.
- Eu** – E como se representa isso em fração?
- Gaby** – Dois quartos mais dois quartos representa a barra rosa.

- Eu** – E agora se pensarmos na barra rosa como uma unidade, esquecendo que ela representa quatro unidades. Como podemos representar as barras vermelhas em fração?
(ficam a olhar para as barras)
- Eu** – Então vamos pensar, em quantas partes vocês dividem a unidade?
- Inês** – Duas.
- Íris** – Isso é o número em baixo, não é?
- Eu** – Sim, o denominador. E agora, esta primeira barra vermelha representa quantas partes da unidade?
(pensam uns segundos)
- Gaby** – Uma. Uma parte da unidade, é a fração um meio.
- Íris** – Sim, porque é a metade.

Transcrição 7 - Exploração das barras *Cuisenaire* como frações.

Esta não deixa de ser também uma exploração correta das barras e foi discutida desta forma com vários grupos de trabalho. Desde que soubessem explicar o seu raciocínio e demonstrar os seus cálculos (Figura 31), todas as construções foram valorizadas e consideradas. Foi dito no início da atividade que era para explorar as Barras *Cuisenaire* que foram sugeridas sempre como uma unidade, mas esta pequena confusão com os seus valores unitários, ajudou a conseguirem explicar melhor aquilo que estavam a pensar e a perceber efetivamente o que são as frações. Só quando pensamos nos problemas e nos assuntos é que conseguimos compreendê-los, por isso a importância destas situações em sala de aula.

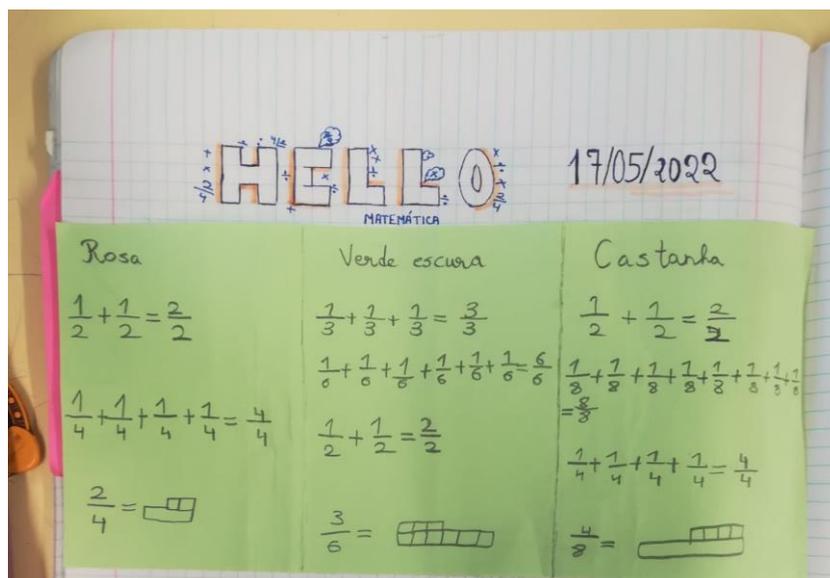


Figura 31 -Registo no caderno diário.

Conforme todos os grupos iam acabando, íamos completando também no quadro o que os alunos estavam a fazer na sua folha, fazendo um levantamento das estratégias utilizadas para a concretização desta dinâmica.

Reflexão

Esta exploração ajudou imenso aos alunos começarem a entender as frações, pois as utilizações de materiais trazem esta vantagem para o ensino, por dar a possibilidade de experimentarem e verificarem os seus raciocínios. A limitação das Barras *Cuisenaire* é que os alunos não conseguiam trabalhar com todas as frações que estão previstas no programa. Além disso, devido aos conteúdos muito básicos que os alunos tinham sobre esta temática tornou-se importante voltar a trabalhar estes mesmos conteúdos de outra forma, para garantir que tinham adquirido a noção de fração.

4.2.1.2. Sessão 2

Enquadramento da sessão

Esta sessão teve como objetivo compreender as frações, quando a unidade tem de ser dividida em mais de dez partes iguais, com recurso a barras de papel. Desta forma, poderiam ser consideradas frações diferentes da aula anterior ($\frac{1}{5}$) e consolidar outras ($\frac{1}{6}$; $\frac{1}{8}$).

Descrição da aula

As barras de papel foram preparadas anteriormente para cada aluno, de forma que todos pudessem ficar com o registo no caderno diário. Assim, cada saco que lhes foi entregue tinha duas unidades diferentes e peças mais pequenas que poderiam dividi-las, sendo que sobrariam sempre algumas para fazê-los pensar de que forma é que estava realmente certo. As estratégias para organizar o material no momento inicial foram diversificadas, tanto por cores, como por tamanhos, ou simplesmente espalhadas pela mesa (Figura 32).

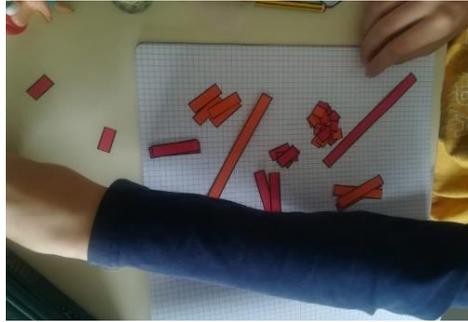


Figura 32 - Organização inicial do material.

Foi dito aos alunos que as duas barras maiores representavam cada uma a unidade, e as barras mais pequenas deveriam ser utilizadas para dividir em partes iguais as mesmas. Após colocarem todas direitinhas em cima do caderno diário, deveriam colá-las para ficarem com o registo. Esta atividade, além da área da matemática, trabalhou também a destreza manual destes alunos que não tiveram um ensino primário nas condições mais favoráveis devido à pandemia. É de notar que cada cor representava a separação em partes de uma unidade, mas cada um organizou à sua maneira, muitos com a preocupação a nível de estética do caderno diário (Figura 33).

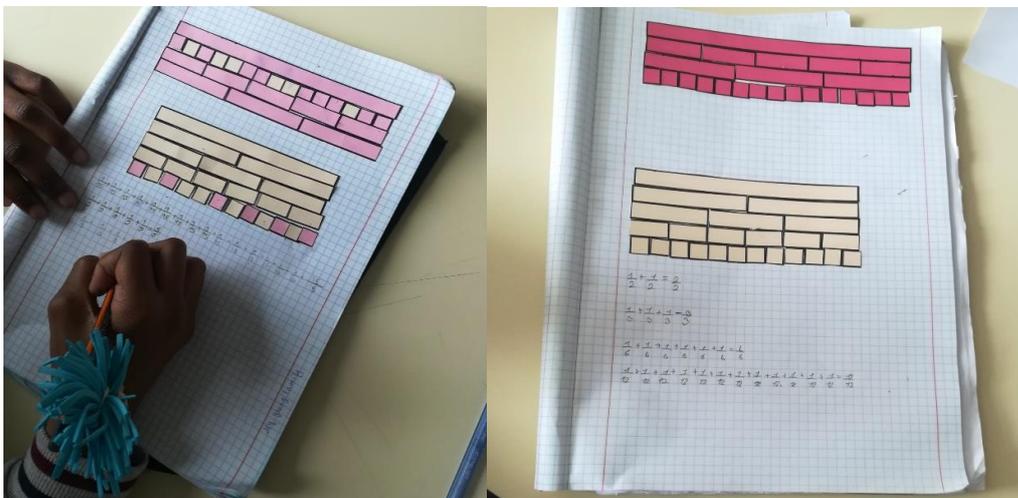


Figura 33 - Colagem das barras de papel no caderno.

Esta atividade demorou um pouco mais que o normal, mas foi dado aos alunos espaço para isso, pois era notório na sala de aula o empenho e agrado pela atividade. A concentração foi sentida na sala de aula através da existência de poucos momentos de grande barulho e distração. Em particular, um aluno que não costuma interessar-se com este tipo de tarefas – que fez parte do grupo mais problemático da aula anterior –, decidiu fazê-lo sozinho, com um interesse que não demonstra pela maioria das atividades.

Após a colagem, os alunos deveriam reverter as suas construções em somas de frações. Neste momento, alguns alunos apresentaram mais dificuldades, mas entre os elementos dos grupos houve sempre muita entreaajuda e sempre que o professor sabia que um dos elementos estava a ter um raciocínio correto, pedia para explicá-lo ao colega que não estivesse a compreender tão bem. Em alguns casos, alunos de grupos diferentes entreaajudaram-se para compreender o que era proposto (Figura 34).

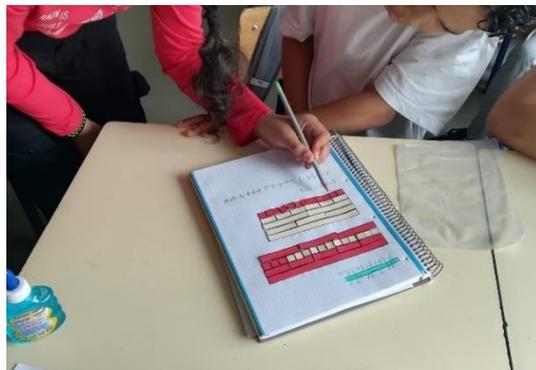


Figura 34 – Entreaajuda entre grupos diferentes.

O papel do professor no decorrer destas duas tarefas passou por circular na sala de aula, identificar algumas construções menos corretas e chamar a atenção para repensar. Ambas foram realizadas em trabalho colaborativo – mantendo-se na maioria os grupos da aula anterior – e, por isso, houve sempre muita troca de ideias e entreaajuda entre os mesmos. É interessante mencionar que os momentos em que é pedido para um aluno ajudar outro, eles estavam tão habituados a este tipo de dinâmica, que não davam a resposta ao colega, mas sim faziam o trabalho do professor, de ajudar o raciocínio através de perguntas. Esta capacidade dos alunos, facilita a gestão da sala de aula, pois não tem de ser o professor a chegar a todos, mas os alunos podem também ser chamados para ajudar, promovendo atitudes e valores de respeito para com os outros.

No final da aula foi feito um levantamento das ideias transmitidas, tendo sido sugerido aos alunos que quisessem partilhar o que aprenderam que fossem ao quadro (Figura 35).

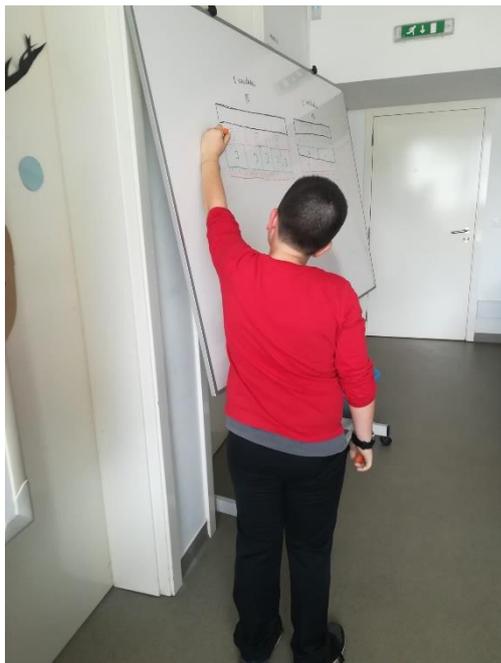


Figura 35 - Partilha no quadro pelos alunos.

Os alunos optaram por desenhar as barras que tinham colado no caderno, enquanto explicavam em quantas partes dividiram a unidade e qual as frações que representavam cada parte. Em geral, os alunos prestam bastante atenção às explicações dos colegas estando até atentos a possíveis falhas para corrigirem. A investigadora teve sempre o cuidado de pedir a diferentes alunos para explicar o seu pensamento, devido à importância que esta dinâmica tem para a aquisição de conteúdos matemáticos.

Reflexão

Após duas aulas para compreender o conceito de fração e serem capazes de dividir uma unidade, utilizando dois materiais diferentes, os alunos pareciam estar preparados para colocar os seus conhecimentos na reta numérica.

4.2.1.3. Sessão 3

Enquadramento da sessão

Com o conceito de fração já adquirido, o objetivo desta sessão passou por colocar frações com denominadores diferentes numa mesma reta numérica. Estava previsto a realização de outras atividades, mas a planificação teve de ser encurtada devido a atrasos no plano da professora cooperante.

Descrição da aula

Foi entregue aos alunos uma reta numérica plastificada, para que pudessem apagar e refazer sempre que necessário. As frações a marcar faziam parte de um *Power Point* (Anexo 6, pp. 100-105) que foi preparado com várias atividades, ao qual os alunos tinham acesso através dos seus portáteis. Os alunos só conseguiram terminar na totalidade a primeira tarefa, que foi concretizada a pares (Figura 36), de forma a haver uma troca de ideias e opiniões sobre a temática, chegando mesmo a acontecer todos os elementos terem uma perspetiva diferente e, através do confronto e justificação das suas ideias, chegarem a um consenso.



Figura 36 - Dinâmica de trabalho.

A título ilustrativo, num grupo de trabalho estavam a surgir dúvidas sobre a marcação da fração $\frac{4}{5}$, surgindo um momento de inquietação neste grupo, ao qual pedi aos três elementos do grupo para marcarem com cores diferentes a sua opinião e onde achavam que estava corretamente colocada, explicando a sua decisão (Transcrição 8).

Eu – Agora que está tudo marcado na reta numérica, o que têm a dizer?

Dino – Eu acho que a minha está errada e o Abel tem razão.

Eu – Porquê que o Rafa tem razão?

- Dino** – Porque se os $\frac{2}{5}$ está certo, então temos de contar cinco riscas.
- Eu** – É isto Abel?
- Abel** – Sim.
- Eu** – E tu Rafa, o que achas?
- Rafa** – Eu acho que a minha está certa (marcou em baixo do número 1).
- Dino** – Mas quatro a dividir por cinco não dá um.
- Eu** – E porquê que onde está, a fração tem de dar um?
- Abel** – Porque ele marcou uma unidade, e no um os dois números da fração têm de ser iguais.
- Rafa** – Ah, pois. Tens razão.

Transcrição 8 - Oposição de opiniões dentro de um grupo.

É com esta troca de ideias que os alunos foram completando as suas retas numéricas (Figura 37) explicando uns aos outros as suas opiniões, demonstrando e utilizando como exemplos as tarefas que tinham concretizadas nas últimas duas aulas. Muitas das vezes o professor não tinha necessidade de intervir, pois os alunos eram capazes de se regularem e gerirem esta dinâmica sozinhos.

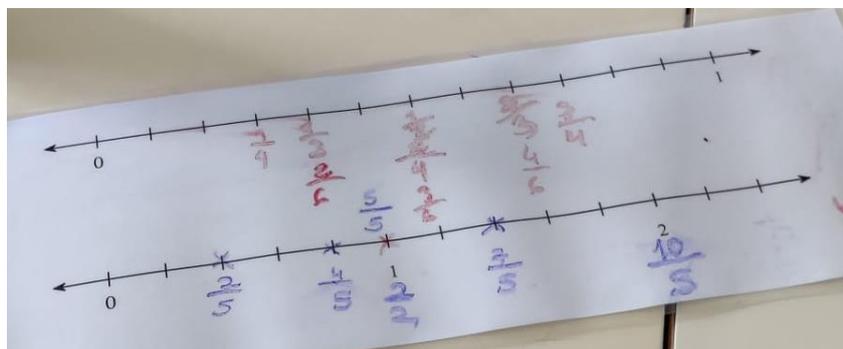


Figura 37 - Reta numérica preenchida.

Muitos alunos tiveram dificuldade em entender como conseguiriam colocar frações com denominadores diferentes numa reta, outros em perceber qual era a unidade a considerar e ainda outros que não conseguiam reparti-la em partes iguais. Assim, esta foi uma tarefa com algum grau de complexidade para os alunos, apesar de terem parecido estar a entender o conceito de fração. Quando o tiveram de usar noutra contexto, sentiram dificuldade. Os alunos estavam interessados e empenhados na atividade, preocupados em fazer tudo certo e motivados para terminá-la. No entanto, estavam pouco certos daquilo que estavam a fazer, com muita insegurança, pelo que a atividade foi bem-sucedida porque muitos deles foram capazes e aprenderam, mas a exploração das frações na reta numérica poderia ter iniciado com outro tipo de atividade que não implicasse uma autonomia tão grande. Os alunos

chegaram a duvidar das suas respostas, mesmo estando certas, ao que o percebiam em conversa com os colegas ou com o professor. O incentivo e o reforço positivo foi muito utilizado para que esta situação fosse minimizada e passassem à marcação da fração seguinte.

Reflexão

Este tipo de aulas ia ao encontro do que os alunos estavam habituados, com a concretização de tarefas sozinhos ou em grupo, que os levassem a construir o seu próprio conhecimento. Para a aquisição deste conteúdo, fez-se uma exploração da reta numérica em trabalho colaborativo, atendendo à troca de ideias entre os alunos do grupo, sendo o professor mediador deste processo.

4.2.1.4. Sessão 4

Enquadramento da sessão

Esta última sessão foi desenhada considerando as dúvidas que persistiam nos alunos após a exploração de diversas tarefas e materiais. A dinâmica pensada tinha como intuito direcionar a atenção de todos os alunos para a mesma explicação, dando lugar a todos de ouvir e falar pertinentemente. Assim, os alunos que pudessem ainda não entender com toda a clareza, podiam ouvir as diversas explicações dos colegas, como também, tirar e esclarecer as suas dúvidas.

Descrição da aula

A última sessão veio no seguimento das dificuldades sentidas na anterior, pois, mesmo com todas as dinâmicas concretizadas, os alunos ainda tinham incertezas ao marcar as frações na reta numérica. Assim, a quarta sessão foi preparada para uma exposição ao grande grupo (Figura 38) de um *Power Point* (Anexo 7, p. 106-117) que os ajudasse a entender como utilizar a reta numérica no âmbito das frações, com animações que ajudassem este processo. O objetivo foi dar a oportunidade de todos os alunos explicarem e sustentarem as suas afirmações, dando a oportunidade de os restantes alunos darem a sua opinião e concordarem ou não com o que tenha sido dito. Esta dinâmica não é muitas vezes utilizada nesta turma, pois muito facilmente perdem o interesse e atenção. No entanto, correu melhor

do que o esperado, todos os alunos participaram e muitos dos que pareciam não entender, começaram a justificar e explicitar o seu raciocínio.



Figura 38 - Exploração das frações com o grande grupo.

Para manter o ambiente na sala de aula controlado, houve a necessidade de estabelecer a regra de colocar o dedo no ar para falar, apesar de que às vezes ter sido esquecida, o que não tem problema desde que seja perceptível para os outros colegas o que está a ser dito. Este tipo de atividades desenvolve outras competências nos alunos que também são importantes, como o saber explicar o seu raciocínio, pois nem sempre é fácil para os alunos expressarem aquilo que estão a pensar (Transcrição 9).

Eu – Então três sextos podemos dizer que é..? Mafalda.

Mafalda – Metade.

Rafael – Metade?

Eu – Não concordas Rafael?

Rafael – Eu acho que não é metade, porque três a dividir por seis é três,

Mafalda – E três não é metade de seis?

Eu – Alguém quer vir ao quadro explicar?

Mafalda – Professora no quadro está o círculo metade pintado.

Eu – O que achas Rafael?

Rafael – Pois, sim. É verdade. Então três sexto é igual a um meio.

Alice – Sim é.

Transcrição 9 - Discussão de ideias entre os alunos.

Foi este tipo de interações que foram acontecendo no decorrer da exploração das atividades, sendo que era preponderante que soubessem identificar claramente as frações e lendo-as corretamente como parte de um todo. Todos os alunos tiveram a possibilidade de participar, sendo que o papel do professor passou por chamar os menos participativos para a conversa e incentivá-los a interagir. No final, foram discutidos os desafios que são foram trabalhados na sessão anterior, tendo sempre os alunos chegado aos resultados de forma quase intuitiva, o que significa que já estavam a conseguir perceber os números fracionários.

As atividades passaram por inicialmente identificar quais as frações presentes nas retas numéricas e, por fim, perceber se os alunos eram capazes de, olhando para uma fração marcada na reta numérica, o representarem no modelo geométrico (Figura 39).

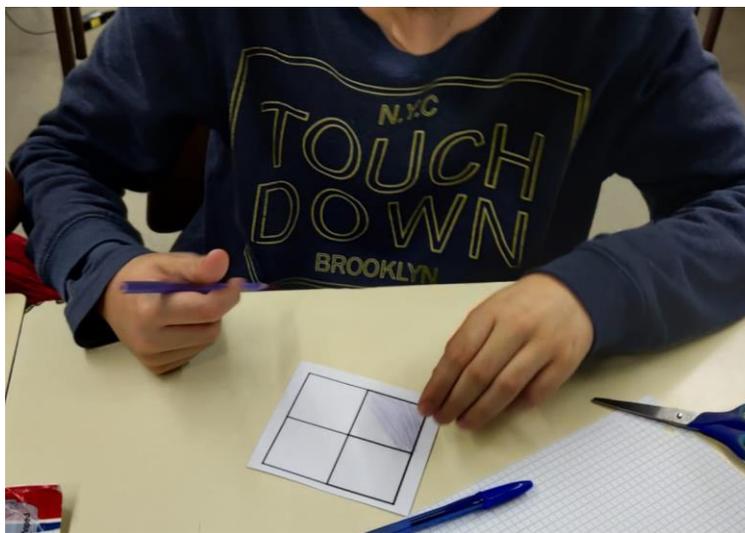


Figura 39 - Representação no modelo geométrico.

Esta fase final foi bastante simples para os alunos, pois a exploração das representações de frações na reta já tinha sido bastante focalizada. Qualquer um deles foi capaz de fazer com rapidez e certeza na sua resposta, o que resultou na demonstração de entusiasmo por parte de alguns alunos, pois sentiam que estavam a compreender os conceitos.

Reflexão

A concretização de uma dinâmica de sala de aula diferente foi enriquecedora para os alunos e serviu para esclarecer algumas dúvidas que se mantinham. Às vezes os alunos precisam só de ganhar confiança no seu raciocínio e pensamento, e ganham-na ao explicarem o seu ponto de vista e, outros, ao ouvir a opinião dos colegas.

4.2.1.5. Momento de avaliação

A avaliação das aprendizagens dos alunos (Tabela 5) teve como base uma atividade de cerca de dez minutos, onde lhes foi entregue uma reta numérica igual à que já tinham trabalhado na segunda sessão (Anexo 8, p. 118) e lhes foi proposto para marcarem uma fração própria, uma imprópria e uma igual à unidade. O facto de o tempo ser bastante reduzido fez com que não tivessem muito tempo para pensar e só se os conhecimentos estavam bem assimilados é que seriam capazes de o fazer.

Tabela 5 - Resultados da avaliação do Estudo 2 (N=18).

Tarefa	Respostas Certas	Respostas Erradas	Respostas Incompletas
1	10	2	6

Considerando que durante a intervenção nenhum aluno foi capaz de representar frações na reta numérica, os resultados registados no momento da avaliação foram até bastante favoráveis. Apesar de ainda existir uma porção considerável de alunos que não acertou totalmente, existem dez que souberam responder e muitos deles até em poucos minutos.

Este estágio, foi também marcado por algumas adversidades que encurtaram o tempo disponível para execução do projeto, onde poderiam fazer parte outras atividades que ajudassem ainda mais estes alunos.

CAPÍTULO V – CONCLUSÕES

O presente capítulo tem como objetivo apresentar as conclusões deste estudo tendo em conta os resultados anteriormente expostos e procurando responder às questões da investigação. É elaborada também uma reflexão pessoal acerca do período de Estágio, onde são referidas as dificuldades e vantagens de todo este processo académico. Importa também refletir acerca das implicações educacionais que este estudo pode ter na escolha de estratégias de ensino a serem utilizadas na sala de aula, sem esquecer de, por fim, referir algumas limitações sentidas na concretização deste estudo.

5.1. Conclusões do estudo

5.1.1. Que sentido de número possuem os alunos?

Um aluno possui uma compreensão global de número quando sabe ponderar a razoabilidade de um resultado (Matos & Serrazina, 1996), resolver problemas de forma criativa, analítica e flexível (Maghfirah & Mahmudi, 2018), identificar e comparar quantidades através de estratégias de visualização (Bobis, 2008), é capaz de contar por enumeração Brissiaud (1994). Tanto no Estudo 1 como no Estudo 2, os alunos tinham dificuldades em compreender e trabalhar os números em todas as formas descritas pelos autores, ainda que sejam diferentes os assuntos envolvidos.

No Estudo 1, realizado no 1.º Ciclo do Ensino Básico, os números estavam a ser introduzidos e, até ao final do projeto, só foram trabalhados até ao número 6. O conhecimento do número passava muito por saber contar por ordem crescente e fazer adições simples com o auxílio dos dedos para contar, o que constitui uma abordagem manifestamente insuficiente do número. A literatura evidencia o facto de os números serem utilizados maioritariamente para contar, referindo que deve ser utilizado não só no cálculo ou na representação de medidas, mas também, na localização, na ordenação e na identificação (Matos & Serrazina, 1996; Cebola, 2002). O cálculo mental precisava de ser trabalhado e o à-vontade com os números também. Progressivamente, foi-se observando que os alunos iam abandonando a contagem pelos dedos, mecanismo regular que usavam, começando a tornar-se mais confiantes no seu cálculo mental.

No 2.º Ciclo do Ensino Básico, os alunos já possuíam um conhecimento mais aprofundado do número, contudo encontraram-se ainda casos de alunos pouco confortáveis com a contagem. Para este ano de escolaridade, é exetável que os alunos já saibam contar e comparar números, sem utilizar objetos, passando à apropriação do cálculo (Brissiaud, 1994; Gomide, 1971). Os números fracionários,

sobre o qual recaiu o tema do projeto neste ciclo, não eram compreendidos pelos alunos. Segundo Piaget e Szeminska (1975), a prova de inclusão de partes é um requisito para o desenvolvimento de competências numéricas e difícil de adquirir, onde os alunos devem ser capazes de comparar o todo a uma parte. Os alunos deste estudo, apresentaram dificuldades em reconhecer a parte do todo e em reconstituir a unidade a partir da parte.

5.1.2. Que dificuldades possuem os alunos no âmbito do sentido de número?

Era expectável que no 1.º Ciclo do Ensino Básico as dificuldades com os números fossem maiores, pois ainda estavam a conhecê-los. Os alunos eram capazes de contar e fazer operações de adição e subtração simples, muitas vezes com recursos visuais – como os dedos ou lápis e canetas – que ajudavam no processo. As explorações até então, tinham sido com esse propósito, o que implica os alunos terem dificuldade em pensar nos números de outra forma. A ordem crescente e decrescente dos números e a utilização dos sinais de maior e menor parecer indiferente aos alunos, eram uma problemática. A decomposição de números em somas era uma dificuldade ainda mais acrescida, pois implica um outro tipo de pensamento. Um grande número de alunos não era capaz de decompor os números até 5, apesar de muitos deles perceberem que não poderiam colocar um número maior do que o que estavam a decompor. Usavam a estratégia de colocar um número “à sorte” e depois tentavam adicionar o que faltava. Além disto, não apresentavam muito à vontade a tratar os números e perceberem quantidades, fazer estimativas e ser confiantes nas suas respostas, tendo sempre de contar, pois era o que faziam mais frequentemente. Como afirma Bobis (2008), embora contar seja uma capacidade importante a ser desenvolvida nos alunos, muitas vezes é ignorada a capacidade natural de as crianças identificarem e compararem quantidades através das estratégias de visualização de um pequeno número de objetos.

Por sua vez, no 2.º Ciclo do Ensino Básico, as dificuldades eram ainda mais acrescidas. Foram alunos na época do Covid-19, com aulas online e muitos deles sem rede de apoio, o que teve resultados menos positivos no desenvolvimento matemático destes alunos. Assim, acerca do conteúdo das frações que o projeto se dispunha a trabalhar com os alunos, estes possuíam poucos conhecimentos, pois, por exemplo: a maioria não conseguia distinguir o numerador do denominador e não tinham noção do que significavam na fração; dificuldade na compreensão da fração como a divisão de uma unidade em partes iguais; tinham poucas certezas na leitura das frações. No que se refere ao outro conteúdo abordado da reta numérica, a dificuldade maior passou por conseguir interpretá-la, ou seja, quantas

unidades podiam ser consideradas e em quantas partes estas estavam divididas, confundindo muitas vezes os traços com o espaço que estes dividiam. Outros estudos realizados neste âmbito, por exemplo o realizado por Santos (2017), concluem que os números fracionários e a reta numérica são efetivamente uma dificuldade dos alunos à entrada do 5.º ano de escolaridade. Parece que o ensino muito vocacionado para as representações convencionais impossibilita os alunos de pensarem os números de forma global (Anghleri, 2000). Brocardo e Serrazina (2008), evidenciam esta problemática, afirmando que o Programa em vigor em 2008 (ver Ponte et al., 2008) remete para a resolução de problemas como essencial no ensino básico. Contudo, segundo as autoras, parece ser frequente o ensino centrado no conhecimento de factos e na aquisição de técnicas rotineiras, no que se refere ao tema dos números e operações. Os resultados do Estudo 2 aqui apresentado evidenciam que os alunos parecem ter dificuldade com o conceito de fração, vendo limitado o seu trabalho com frações à ordenação de frações na reta e comparação de frações, não tendo sido possível a resolução de problemas.

5.1.3. Como pode o material didático promover o conceito de número dos alunos?

Primeiramente, o material didático parece dar a sensação de que não estão a aprender, isto é, não estão naquele processo mecanizado de fazer contas com papel e caneta, permite que explorem individualmente ou coletivamente à sua maneira, que experimentem e reconstruam as suas representações. Foi considerado material didático todo o material utilizado no processo ensino/aprendizagem com o objetivo de o tornar mais rápido e eficaz (Correia, 1995). Este ambiente mais dinâmico e aparentemente “livre” para os alunos, apesar de os propósitos e objetivos estarem bem delineados pelo professor, aparenta propiciar o processo de ensino aprendizagem, porque estão a aprender “a brincar”. O material didático possui inúmeras aplicações e tem vantagens quando utilizado da forma correta, tal como foi mencionado no enquadramento teórico deste documento (ver Bandeira, 2009; Scolaro, 2008). Quando aplicado nos dois contextos, dá a sensação de que os alunos ao manipularem os materiais fornecidos, aliados a dinâmicas diferentes de grande grupo e discussão de ideias, conseguiram desenvolver o seu sentido de número. Tornaram-se mais confiantes e rápidos no seu raciocínio lógico e matemático, talvez porque já tinham percebido os processos matemáticos implícitos com a utilização de materiais que o permitiram. A literatura corrobora a ideia de que os modelos concretos podem auxiliar os alunos a representar números e a desenvolver o sentido de número, como também, ajudar a atribuir um significado aos símbolos por escrito (Anghileri, 2000; NCTM, 2007). Contudo, um mesmo material didático pode não ter a mesma eficácia em todos os alunos, ou ter eficácia

diferente em assuntos distintos, precisando de haver adaptações constantes (ver Bandeira, 2009; Vale, 2000; Silva e Victor, 2016; NCTM, 2007) na forma como são pensados didaticamente.

5.1.4. Como pode o material didático promover o desenvolvimento do sentido de operação dos alunos?

Aliado ao sentido de número está, com toda a certeza, o sentido de operação dos alunos. O facto de o material lhes permitir juntar, separar, experimentar, contar e voltar ao mesmo processo, parece ajudar no sentido de operação dos alunos, tal como defendem alguns autores sobre a eficácia dos materiais na aquisição de conhecimentos dos alunos (ver Scolaro, 2008; Gomide, 1971; Matos & Serrazina, 1996).

No 1.º Ciclo do Ensino Básico, parece ter sido acentuado o desenvolvimento do sentido de operação dos alunos quando exploravam o material. O recurso às Barras *Cuisenaire* permitiu que os alunos começassem a perceber propriedades da adição de forma informal, muito à base da utilização do material para experimentar, até reconhecerem a propriedade, dispensando o material a partir daí. Exemplo disto, é a utilização da propriedade comutativa da adição informalmente, pois os alunos perceberam que se mudassem a ordem das parcelas tinham o mesmo resultado, mas uma expressão numérica diferente. Foi após a exploração do material que chegaram à conclusão que era só fazer este processo em todas as suas possibilidades, com duas ou três parcelas, e tinham todas as decomposições possíveis de somas de um mesmo número. Materiais concretos estruturados manipuláveis, como Barras *Cuisenaire*, facilitam a construção, discussão, interpretação e partilha de vários tipos de representações externas criadas pelos alunos que ajudam na aquisição de aprendizagens (Goldin, 2018). A partir da decomposição dos números com o jogo da boneca, alguns alunos perceberam que ao mudar uma peça para um número acima, já estavam a decompor o número seguinte sem ter de refazer todo o processo.

Também no 2º Ciclo, o material didático como as Barras *Cuisenaire* e as barras de papel revelaram-se importantes no desenvolvimento do sentido de número dos alunos, nomeadamente na construção do conceito de fração dos alunos, na medida em que possibilitaram a representação e comparação de frações, contribuindo assim para uma maior compreensão dos conceitos, o que parece ter ajudado na compreensão da representação de frações na reta numérica.

O material didático ajudou a desenvolver o cálculo mental e o cálculo por estimação dos alunos, pois possibilitou a invenção de processos de resolução de novos problemas e os seus contextos nos

diversos problemas (Cebola, 2002). O estudo apresentado parece facultar evidências de que o material pode ser relevante no processo de descoberta de relações entre números, tornando-se assim vantajoso no desenvolvimento do sentido de operação dos alunos.

5.2. Reflexão (pessoal)

Os estágios nas escolas são sempre muito enriquecedores a nível pessoal e profissional, este em específico trouxe-me alguns desafios a todos os níveis. A nível pessoal por ter sido um grande esforço estar fora de casa, com os recursos limitados e manter o ânimo para todos os dias fazer o melhor para os alunos. A nível profissional, pois os contextos e rotinas nas escolas foram diferentes do que eu já tinha presenciado e vivido, como por exemplo, o horário da professora titular de turma do 1.º Ciclo se repartir em parte da manhã e tarde. No 2.º Ciclo as adversidades que levaram ao tempo para a implementação do projeto ser limitado, mas o suficiente para dar resultados.

No entanto, a adaptação foi facilitada pelas pessoas que foram passando no meu caminho, que me foram ajudando e motivando para fazer mais e melhor. Os alunos são sempre o centro de tudo, as planificações e atividades foram sempre pensadas para tirarem o melhor proveito e adquirirem o máximo de conhecimento possível, utilizando estratégias que tornassem o processo de ensino e aprendizagem o mais dinâmico e leve possível.

Como futura professora de matemática, o meu papel vai passar sempre por tornar esta disciplina mais apelativa para os alunos, ajudá-los a perceber a sua utilidade e demonstrar a importância de perceber determinados conceitos. Com este objetivo, acredito que os materiais didáticos serão sempre uma mais-valia, sempre que utilizados com um propósito, por serem capazes de dar um contexto às aprendizagens.

5.3 Implicações educacionais

O presente relatório vem evidenciar que a utilização de materiais e recursos didáticos no desenvolvimento do sentido de número pode ser realmente eficaz, no trabalho deste conceito matemático com alunos, tanto no 1.º como no 2.º Ciclos do Ensino Básico. É expectável que este seja um tema bastante trabalhado no 1.º Ciclo do Ensino Básico, ainda com mais atenção no 1.º ano, pois é o primeiro contacto que os alunos têm com os números e é imprescindível que sejam capazes de os perceber nas mais diversas situações. Já no 2.º Ciclo do Ensino Básico, os alunos já possuem alguns conceitos de

número definidos que foram sendo desenvolvidos nos anos anteriores, mas, muitas vezes, acabam por simplesmente seguir os processos que lhes foram sugeridos, de forma mecanizada, sem pensar muito do que está por detrás. Este estudo assume-se aqui como um contributo para o conhecimento sobre a importância dos materiais didáticos na compreensão dos alunos de conceitos e relações matemáticas.

A importância de serem planificadas atividades em que os alunos possam perceber efetivamente o número, como medida, como parte-todo, como quantidade e as operações que estão inerentes a estes conceitos, é de carácter primordial. Aliado à aquisição destes conceitos, a planificação de atividades e tarefas que tenham como auxiliares materiais didáticos que facilitem o processo de ensino aprendizagem parecem ser essenciais. Os estudos aqui apresentados apresentam algumas tarefas que podem ser entendidas como promotoras da construção de conceitos matemáticos, além de motivadoras para os alunos. Assim, integrar materiais didáticos na aula de matemática parece ser uma forma de incentivar os alunos para os assuntos matemáticos, de fazê-los ver concretamente o que está a acontecer, de lhes dar um contexto para concretizarem aprendizagens significativas.

5.4. Limitações do estudo

Em geral, o estudo foi capaz de refletir as dificuldades dos alunos no que respeita ao sentido de número, além de verificar a eficácia das estratégias utilizadas ao longo do projeto para colmatar essas mesmas dificuldades. No entanto, a verdade é que nem tudo correu da forma que foi pensado. Por vezes, havia a vontade de executar mais tarefas, mas a disponibilidade horária não permitia que assim fosse, por variados motivos. A título ilustrativo, o facto de a turma de estágio ser para duas estagiárias, e o tempo disponível ter de ser dividido entre as duas, assim como, a disponibilidade das professoras cooperantes para nos cederem tempo de lecionação, pois também tinham programas para cumprir, parece ter constituído uma limitação à implementação de mais sessões de intervenção. No caso específico do Estudo 2, a professora cooperante esteve ausente da escola por motivos de força maior, o que encurtou o tempo disponível para implementação do projeto, dado que só foi possível concretizar as duas semanas de observação na turma quando a mesma regressou.

No âmbito da intervenção, houve ainda dificuldades na implementação de algumas tarefas, por estas exigirem recursos que nem sempre estavam disponíveis, comprometendo assim algumas ideias iniciais a implementar com os alunos. Exemplo disto no Estudo 1 foi a impossibilidade de se explorar o *Hypatiamat* e alguns jogos que auxiliam no desenvolvimento do sentido de número, pelo facto de os alunos apenas terem acesso aos computadores à quarta-feira, o que foi difícil de gerir para todas as

intervenções. Também no Estudo 2, a impossibilidade de efetuar um teste de diagnóstico pensado totalmente para este projeto e não ter havido a possibilidade de fazer mais uma sessão onde os alunos pudessem explorar a reta numérica em trabalho colaborativo como estavam habituados constituíram uma limitação deste projeto.

Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Almeida, M. I., Ghanem, E., Biccás, M. S. (2008). Formação de Professores (as) na perspetiva de uma aprendizagem participativa. *Pesquisa em Educação: Possibilidades investigativas/formativas da pesquisa-ação*, 2, 71-94.
- Anghleri, J. (2000). *Teaching Number Sense*. Londres: Continuum.
- Arends, R. I. (1997). *Aprender a Ensinar*. Alfragide: Editora McGraw-Hill de Portugal.
- Associação Nacional de Professores de Matemática (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática
- Bandeira, D. (2009). *Materiais Didáticos*. Brasil: IESDE – Inteligência Educacional e Sistemas de Ensino.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M. C. (2013). *Programas e Metas Curriculares do Ensino Básico*. Portugal: Ministério da Educação e Ciência.
- Bobis, J. (2008). Early Spacial Thinking And The Development Of Number Sense. *Australian Primary Mathematics Teachers*, 13 (1), 5-9.
- Botas, D. & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1.º ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, 26 (1), 253-286.
- Brissiaud, R. (1994). *Como as Crianças Aprendem a Calcular*, 13. Lisboa: Instituto Piaget.
- Bruner, J. S. (1999). *Para uma Teoria da Educação*. Lisboa: Relógio de Água.
- Brocardo J. & Serrazina L. (2008). O sentido de número no currículo de matemática. In Brocardo, J., Serrazina, L., Rocha, I. (Org.), *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática*. (97 – 115). Forte da Casa: Escolar Editora. Consultado em 22 de julho de 2022. Disponível em: [desenvolvimento_sentido_numero.pdf \(aveordemsantiago.pt\)](#)

- Cadeia, C. & Sousa, F. (2007). O Sentido das Operações: o cálculo mental, os algoritmos. In Gomes, A. (Coord.), *Mat1C – Desafio à Matemática: ano lectivo 2006/2007* (pp. 101-113). Braga: Instituto de Estudos da Criança da Universidade do Minho.
- Cadeia, C. & Vieira, L. (2008). Sentido de Operação. In Mamede, E. (Coord.), *Matemática: ao encontro das práticas; 1.º ciclo* (pp. 41-62).
- Camacho, M. S. F. P. (2012). *Materiais Manipuláveis no Processo Ensino/Aprendizagem da Matemática: Aprender explorando e construindo*. (Relatório de Estágio de Mestrado). Universidade da Madeira, Faculdade de Ciências Sociais, Funchal. Disponível em: [MestradoMarianaCamacho.pdf \(uma.pt\)](#)
- Canavaro, A. P. & Pinto, M. E. (2012). O raciocínio matemático aos seis anos: Características e funções das representações dos alunos. *Revista Quadrante*, 11 (2), 51-79. Consultado em 5 de abril de 2023. Disponível em: [Repositório Digital de Publicações Científicas: O raciocínio matemático aos seis anos: Características e funções das representações dos alunos \(uevora.pt\)](#)
- Cardoso, A. P. P. O. (2014). *Inovar com a Investigação-Ação – Desafios para a Formação de Professores*. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Cardoso, A. P. & Rego, B. (2017). Metodologias de Investigação Na Formação de Professores: A Investigação-Ação e o Estudo de Caso. *Olhares sobre a Educação: em torno da formação de professores*. Viseu: Escola Superior de Educação de Viseu.
- Carretero, M. (1997). *Construtivismo y educación*. Zaragoza: Edelvives.
- Cebola, G. (2002). *Do número ao sentido do número*. Consultado em 29 de março de 2023. Disponível em: [\(PDF\) Do número ao sentido do número \(researchgate.net\)](#)
- Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Miras, M. Onrubia, J., Solé, I., Zabala, A. (2001). *O Construtivismo na Sala de Aula – Novas perspectivas para a acção pedagógica*. Porto: Edições ASA.
- Costa, D. (2012). A Recolha de Dados: Técnicas Utilizadas. In H. C. Silvestre & J. F. Araújo (Coord.), *Metodologia para a Investigação Social*. Lisboa: Escolar Editora.
- Costa, M. H. B. & Paixão, M. F. (2004). Investigar na e sobre a acção através de diários de formação. Procura de compreensão de processos de mudança na prática pedagógica. In Oliveira, L, Pereira,

- A. & Santiago, R. (Orgs.), *Investigação em Educação. Abordagens Conceptuais e Práticas* (pp. 77-120). Porto Editora.
- Correia, V. (1995). *Recursos Didáticos*. Porto: CNC – Norte – Companhia Nacional de Serviços, S.A.
- Dehane, S. (2011). *The Number Sense: how the mind creates mathematics*. Nova Iorque: Oxford University Press.
- Dropkick Math Academy (2023). Operational Sense. Consultado em 17 de abril de 2023. Disponível em: [Operational Sense | DropKick Math Academy](#)
- Ferreira, R. T. & Martinho, M. H. (2015). *As representações e a aprendizagem matemática*. Apresentada em Encontro de Investigação em Educação Matemática, Bragança. Consultado em 6 de abril de 2023. Disponível em: [atas EIEM 2015.pdf \(up.pt\)](#)
- Freitas, L. V. & Freitas, C. V. (2003) *Aprendizagem Cooperativa*. Porto: ASA Editores, S.A.
- Furtado, A., R., Duarte, J., Medeiros, M., P., Faria, Z., Silva, L., Fonseca, M., H., Sousa, P., Teixeira, R., C. (2018). Recursos didáticos promotores do sentido de número no 1.º Ciclo do Ensino Básico. *Jornal das Primeiras Matemáticas*, 11, 33-63. Consultado em 30 de setembro de 2022. Disponível em: [Repositório da Universidade dos Açores: Recursos didáticos promotores do sentido de número no 1.º Ciclo do Ensino Básico \(uac.pt\)](#)
- Goldin, G. (2003). Representation in school mathematics: A unifying research perspective. In Kilpatrick, J., Martin, W. G. & Schifter D. (Ed.). *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 275-285). Estados Unidos: National Council of Teachers of Mathematics. Consultado em 3 de abril de 2023. Disponível em: [\(PDF\) Representation in school mathematics: A unifying research perspective \(researchgate.net\)](#)
- Goldin, G. (2014). Mathematical Representations. In Lerman, S. (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 409-413). Springer Reference. Acedido a 5 de abril de 2023. Disponível em: [10.1007/978-94-007-4978-8_103](#)
- Gomide, M. V. (1971). *Explorando a Matemática na Escola Primária*. Rio de Janeiro: José Olympio.
- Greeno, J. G. & Hall, R. (1997). Practicing Representation: Learning with and about Representational Forms *The Phi Delta Kappan*, 78 (5), 361-367. Consultado em 5 de abril de 2023. Disponível em: [\(PDF\) Practicing Representation: Learning with and about Representational Forms \(researchgate.net\)](#)

- Guran, M. (1991). *Linguagem Fotográfica e Informação*. Brasília: UNB. Consultado em 23 de dezembro de 2022. Disponível em: [Milton Guran - Linguagem Fotográfica e Informação | PDF \(scribd.com\)](#)
- Graue, M. E., Walsh, D. J. (2003). *Investigação Etnográfica com crianças: Teorias, Métodos e Ética*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian
- Latorre, A. (2005). *La investigación-acción: conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona: Editorial Graó. Consultado em 19 outubro de 2022. Disponível em <https://www.uv.mx/rmipe/files/2019/07/La-investigacion-accion-conocer-y-cambiar-la-practica-educativa.pdf>
- Loureiro, J. (2014). *Estratégias para abordar o sentido de número e das operações recorrendo a materiais manipuláveis no contexto do 1º ano do Ensino Básico*. (Dissertação de Mestrado). Instituto Superior Politécnico Gaya, Vila Nova de Gaia. Consultado em 30 de setembro de 2022. Disponível em: [Repositório Comum: Estratégias para abordar o sentido de número e das operações recorrendo a materiais manipuláveis no contexto do 1º ano do Ensino Básico \(rcaap.pt\)](#)
- Maghfirah, M., Mahmudi, A. (2018, setembro). Number Sense: the result of mathematical experience. *Journal of Physics Conference Series*, 1 – 9. Consultado em 18 de julho de 2022. Disponível em: [\(PDF\) Number sense: the result of mathematical experience \(researchgate.net\)](#)
- Matos, J. M. & Serrazina, M. L. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Ação*. Porto: Porto Editora.
- McIntosh, A., Reys, B., Reys, R., Bana, J. & Farrell, B. (1997). *Number sense in school mathematics: student performance in four countries*. Australia: Mathematics, Science & Technology Education Centre, Edith Cowan University. Consultado em: 31 de março de 2023. Disponível em: ["Number sense in school mathematics: student performance in four countr" by Alistair McIntosh, Barbara Reys et al. \(ecu.edu.au\)](#)
- Mendes, F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1.º Ciclo* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa. Consultado em 30 de setembro de 2022. Disponível em: [Repositório da Universidade de](#)

[Lisboa: A aprendizagem da multiplicação numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número : um estudo com alunos do 1.º ciclo](#)

DGE (2021a). *Aprendizagens essenciais de Matemática do 1.º Ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação. Consultado em 18 de maio de 2022. Disponível em: [ae_mat_1.o_ano.pdf \(mec.pt\)](#)

DGE (2021b). *Aprendizagens essenciais de Matemática do 5.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação. Consultado em 18 de maio de 2022. Disponível em: [ae_mat_5.o_ano.pdf \(mec.pt\)](#)

Moreira, M. (2012). Organizadores Prévios e Aprendizagem Significativa. *Revista Chilena de Educación Científica*, 7 (2), 23-30. Consultado em 15 de abril de 2023. Disponível em: [Organizadores Prévios e Aprendizagem Significativa.doc \(ufrgs.br\)](#)

National Council of Teachers of Mathematics (1998). *First Grade Book: Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, Addenda Series, Grades K-6*. Virginia: National Council for Teachers of Mathematics.

Nérici, I. G. (1987). *Didática Geral Dinâmica* (10ª ed.). São Paulo: Editora Atlas.

Nérici, I. G. (1988). *Didática: Uma Introdução* (2ª ed.) São Paulo: Editora Atlas.

Nogueira, J., Nápodes, S., Monteiro, A., Rodrigues, J., Carreira, M. (2004). *Contar e Fazer Contas: Uma Introdução à Teoria dos Números*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática/Gradiva.

Oliveira, L., Pereira, A. M. S. & Santiago, R. A. (2004). A Formação em Metodologias de Investigação em Educação. In Oliveira, L, Pereira, A. & Santiago, R. (Orgs.), *Investigação em Educação. Abordagens Conceptuais e Práticas* (pp. 13-38). Porto Editora.

Pais, L. C. (2002). *Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa* (2.ª ed.). São Paulo: Belo Horizonte: Autêntica.

Paiva, D. C. P. (2017). *Refletindo sobre as estratégias de subitizing no desenvolvimento do sentido de número com alunos do 1.º ano do 1.º CEB* (Relatório de Prática de Estágio Supervisionada). Instituto Politécnico de Leiria, Leiria. Consultado em 26 de março de 2023. Disponível em: [IC-Online: Refletindo sobre as estratégias de subitizing no desenvolvimento do sentido de número com alunos do 1.º ano do 1.º CEB \(ipleiria.pt\)](#)

- Piaget, J. & Szeminska, A. (1975). *A Génese do Número na Criança* (2ª ed.). Rio de Janeiro: Zahar
- Ponte, J. P. & Quaresma M. (2012). O papel do contexto nas tarefas matemáticas. *Interações*, 22, 196-216.
- Ponte, J. P., Quaresma, M., & Pereira, J. M. (2015). *Representações matemáticas e ações do professor no decorrer de uma discussão matemática*. Apresentada em Encontro de Investigação em Educação Matemática, Bragança. Consultado em 6 de abril de 2023. Disponível em: [atas EIEM 2015.pdf \(up.pt\)](#)
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G. & Oliveira, P. A. (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação. Consultado em 24 de abril de 2023. Disponível em: [Repositório Científico do Instituto Politécnico de Viseu: Programa de Matemática do Ensino Básico \(ipv.pt\)](#)
- Ribeiro, A. (1996). Concepções de professores do 1.º Ciclo: a matemática, o seu ensino e os materiais didáticos. *Revista de Educação*, 5 (2), 138-139.
- Rodrigues, M. A. V. (2011). O Tratamento e Análise de Dados. In Silvestre, H. & Araújo, J. (Coord.), *Metodologia para a Investigação Social* (pp. 171 – 210). Lisboa: Escolar Editora.
- Santos, C. M. T. (2017). Refletindo sobre a Prática Pedagógica em 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico: O conceito de número racional à entrada do 5.º ano de escolaridade (Relatório da Prática de Ensino Supervisionada). Instituto Politécnico de Leiria, Leiria. Consultado em 26 de março de 2023. Disponível em: [IC-Online: Refletindo sobre a Prática Pedagógica em 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico: O conceito de número racional à entrada do 5.º ano de escolaridade \(ipleiria.pt\)](#)
- Schmitt, M. A. (2011). Ação-Reflexão—Ação: A Prática Reflexiva como elemento transformador do cotidiano educativo. *Protestantismo em Revista*, 25, 59-65. Consultado em 25 de março de 2023. Disponível em: [Ação-Reflexão-Ação: A Prática Reflexiva como elemento transformador do cotidiano educativo | Schmitt | Protestantismo em Revista](#)
- Scolaro, M. A. (2008). O Uso dos Materiais Didáticos Manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de Matemática.
- Silva, K., Victor, E. (2016, julho). O uso de materiais didáticos no processo de ensino-aprendizagem. In *Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo, 13-16 julho 2016* (1 – 8). São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

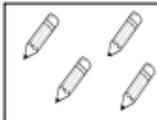
Anexos

Anexo 1 - Ficha Diagnóstica do Estudo 1

Nome: _____
 Data: ____/____/____

Ficha de Diagnóstico

1. Completa os esquemas.

		
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text" value="3"/>

2. Organiza os números de 1 a 5 por ordem crescente e decrescente.

< _ < _ < _ < _

Crescente

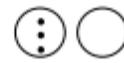
_ > _ > _ > _

Decrescente

3. Liga as pintas que representam o mesmo cardinal.

4. Faz representações diferentes do cardinal utilizando pintas, tal como o exemplo.

5. Completa a reta numérica.

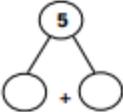
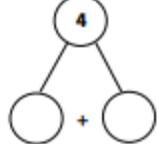
| | | | | | | |

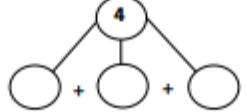
□ 1 □ □ 4 □ □ □ 7

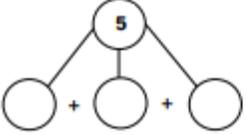
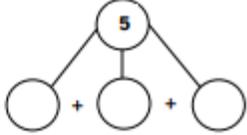
6. Completa os espaços em branco no processo de adição.

$5 + __ = 6$	$4 + __ = 6$	$3 + __ + 1 = 6$	$2 + __ + 2 = 6$
$1 + __ = 6$	$3 + __ = 6$	$1 + __ + 1 = 6$	$4 + __ + 0 = 6$

7. Completa os espaços em branco.



8. Observa a imagem do pódio de uma corrida de atletismo.



8.1. Copia o nome dos meninos por ordem de chegada à meta.

8.2. Os três meninos fizeram novamente uma corrida. Sabendo que a Dalila ultrapassou o Leo, em que lugar ficou a Dalila.

R.: A Dalila ficou em _____ lugar.

8.3. O Tito também quis participar na corrida. Ele ultrapassou a Dalila e o Leo. Em que lugar ficaram os quatro meninos?

1.º _____

2.º _____

3.º _____

4.º _____

9. Observa o que cada animal tem para dizer. Liga cada animal à sua posição.



1.º

2.º

3.º

4.º

Anexo 2 - Guia de Tarefas Sessão 2 (Estudo 1)

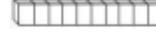
Nome: _____ Data: ____/____/____

5



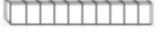






6







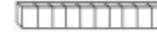


10













2. Completa o esquema.

4	+	6	-	10								
2	+		+	1	+		+	3	-	10		
	+	1	+		+		+		+		-	10

Anexo 3 - Tarefa sequências numéricas Sessão 4 (Estudo 1)

Nome: _____
Data: ____/____/____

Ficha de Trabalho

1. Completa as sequências numéricas.

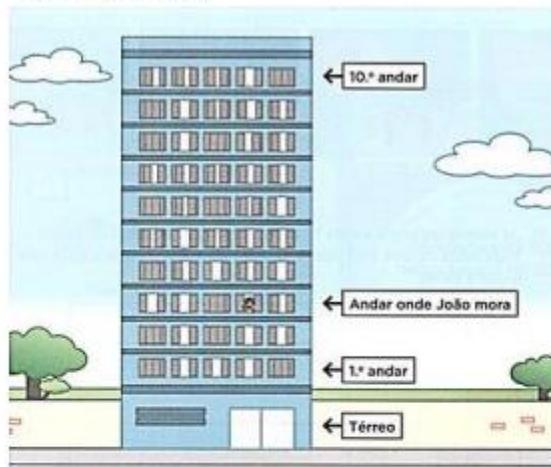
The first sequence consists of seven circles containing the numbers 0, 2, 4, an empty circle, 8, an empty circle, and 12. Below the circles are curved arrows pointing from left to right between each adjacent circle.

The second sequence consists of seven circles containing the numbers 0, 3, 6, an empty circle, 12, an empty circle, and 18. Below the circles are curved arrows pointing from left to right between each adjacent circle.

The third sequence consists of six circles containing the numbers 0, 4, 8, an empty circle, 16, and 20. Below the circles are curved arrows pointing from left to right between each adjacent circle.

Anexo 4 - Tarefa dos números ordinais Sessão 4 (Estudo 1)

2. De acordo com as informações, completa o quadro com o número que representa o andar de todos os moradores do prédio.



O João mora no terceiro andar.

A Matilde mora no último andar.

O Timóteo mora três andares abaixo de onde mora a Matilde.

O Válder mora quatro andares acima do piso térreo.

A Ana mora no andar de cima do andar onde mora o Válder.

O David mora no andar abaixo do andar onde mora o João.

A Maria mora três andares abaixo de onde mora o Válder.

Nome dos moradores	Andar do prédio
 João	
 Matilde	
 Timóteo	
 Válder	
 Ana	
 David	
 Maria	

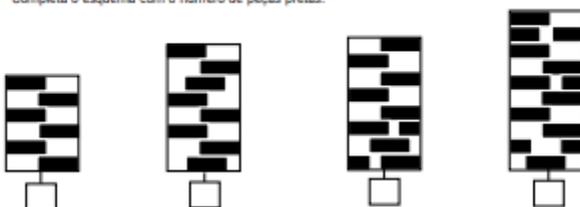
Anexo 5 - Ficha de Avaliação Estudo 1

Nome: _____

Data: ____/____/____

Ficha de Avaliação

1. Completa o esquema com o número de peças pretas.



2. Organiza os números por ordem:

Crescente

2, 4, 5, 3

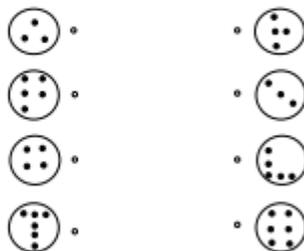
___ < ___ < ___ < ___

Decrescente

10, 8, 6, 7

___ > ___ > ___ > ___

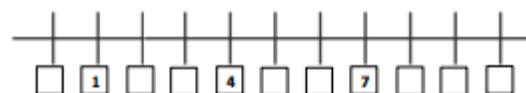
3. Liga as pintas que representam o mesmo cardinal.



4. Completa as sequências.



5. Completa a reta numérica.

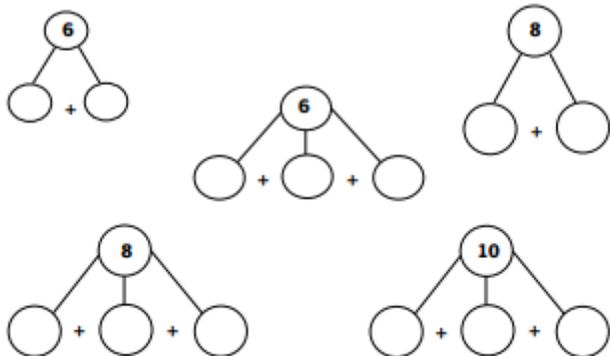


6. Completa os espaços em branco no processo de adição.

$5 + \underline{\quad} = 7$	$4 + \underline{\quad} = 8$
$1 + \underline{\quad} = 7$	$3 + \underline{\quad} = 8$

$3 + \underline{\quad} = 9$	$8 + \underline{\quad} = 10$
$7 + \underline{\quad} = 9$	$4 + \underline{\quad} = 10$

7. Completa os espaços em branco.



8. Segue os passos e completa o esquema.



A primeira bola é preta e branca.

Pinta a segunda bola de laranja.

Pinta a quarta bola de verde e amarelo.

Pinta a última bola de vermelho.

Pinta a terceira bola de castanho.

Pinta a bola que sobra de azul e preto.

9. O João foi assistir a uma corrida. Depois da imagem abaixo, o carro azul ultrapassou o carro à sua frente. No final, quase na meta, o carro vermelho teve um problema e foi ultrapassado por todos os outros. Qual a ordem de chegada dos carros à meta? Pinta o círculo com a cor correspondente.



1.º	<input type="radio"/>
2.º	<input type="radio"/>
3.º	<input type="radio"/>
4.º	<input type="radio"/>



Desafios de Matemática

Conteúdo: Frações na reta numérica



Desafio 1

- Marca na reta numérica:

$$\frac{2}{2}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{5}$$

$$\frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{7}{5}$$

$$\frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{4}$$

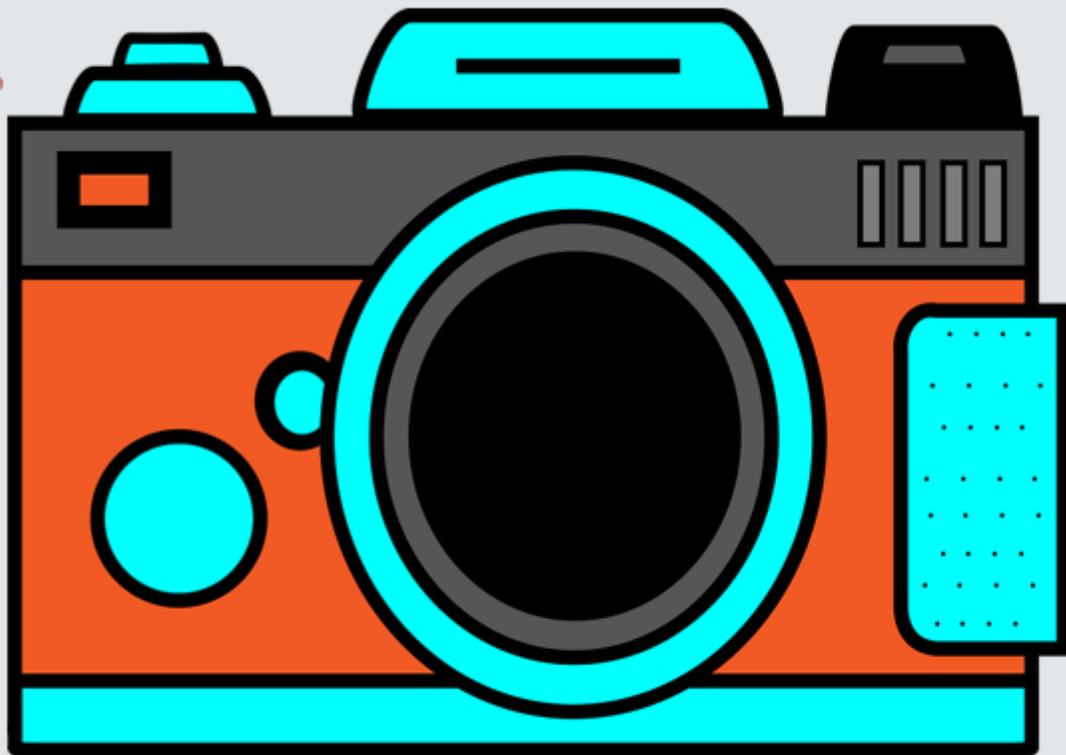
$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{10}{5}$$

$$\frac{4}{6}$$

Tem em atenção:

Tens à tua disponibilidade 2 retas numéricas e, por isso, deves ver qual a mais indicada para representar cada fração.



Tira fotografia às vossas retas
numéricas e coloquem no padlet.

Desafio 2

- Escreve no teu caderno:

Quais as frações equivalentes que marcaste na reta numérica?

Quais as frações que representam uma unidade que marcaste na reta numérica?

Quais as frações maiores do que a unidade que marcaste na reta numérica?



Desafio 3

- Resolve:

Três amigos foram comer uma pizza.
Cada um comeu duas fatias.

Quantas fatias tinha a pizza?

Qual é a fração que representa a parte que cada um comeu?
Apresenta o resultado em fração irredutível.



Mostra o teu raciocínio utilizando a reta numérica.

Desafio 4

- Resolve:

Três irmãos foram até ao supermercado comprar um bolo de brigadeiro.

Sabendo que este estava dividido em 5 partes iguais e $\frac{2}{5}$ foram entregues aos seus pais, quanto bolo sobrou para os irmãos?

Que parte do bolo comeram?

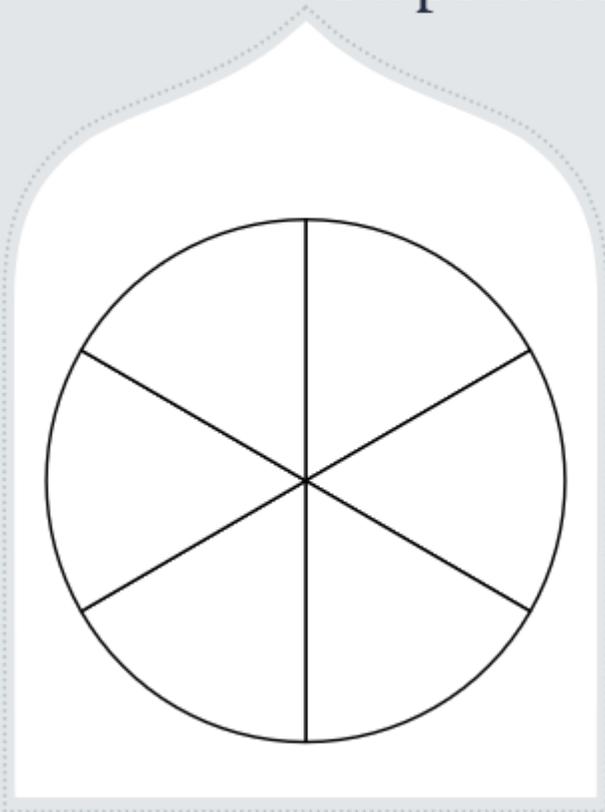


Mostra o teu raciocínio utilizando a reta numérica.

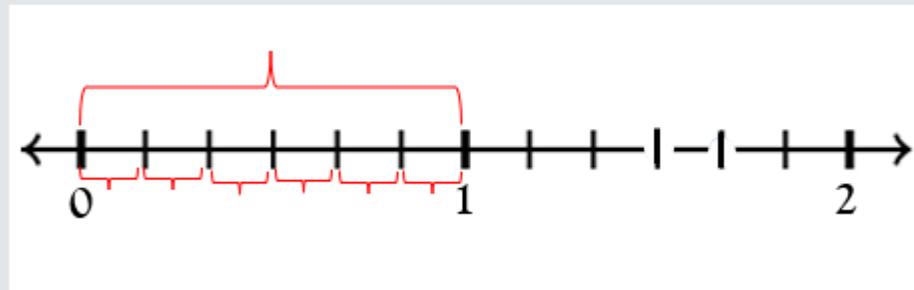


Frações na
reta numérica

Representa na reta numérica

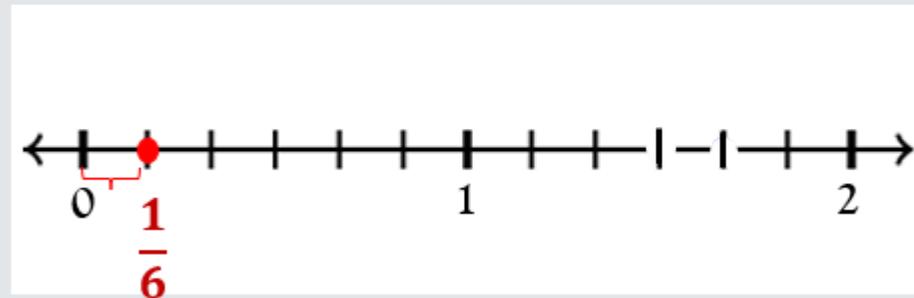
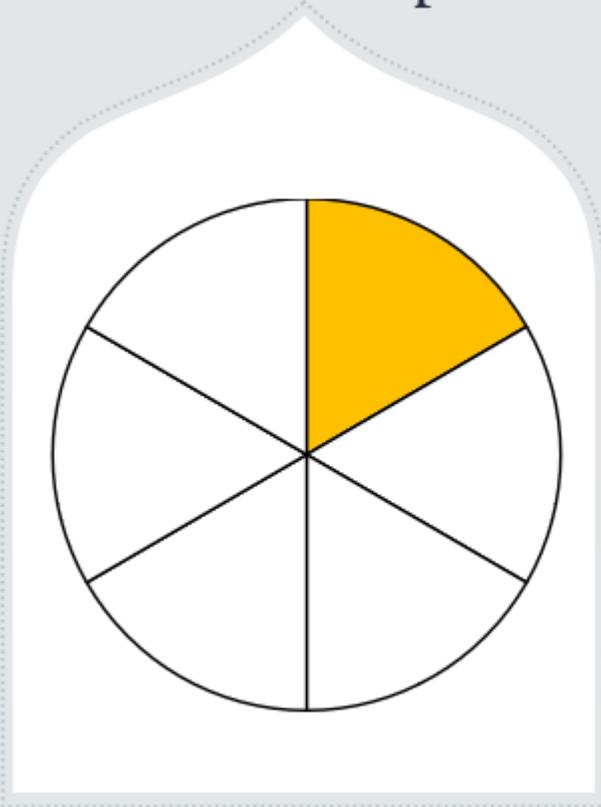


Exemplo



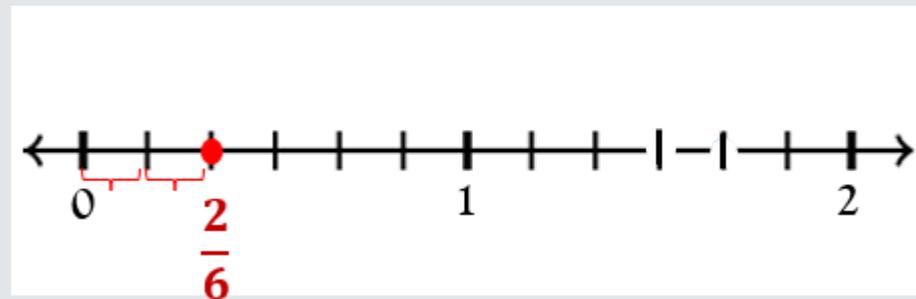
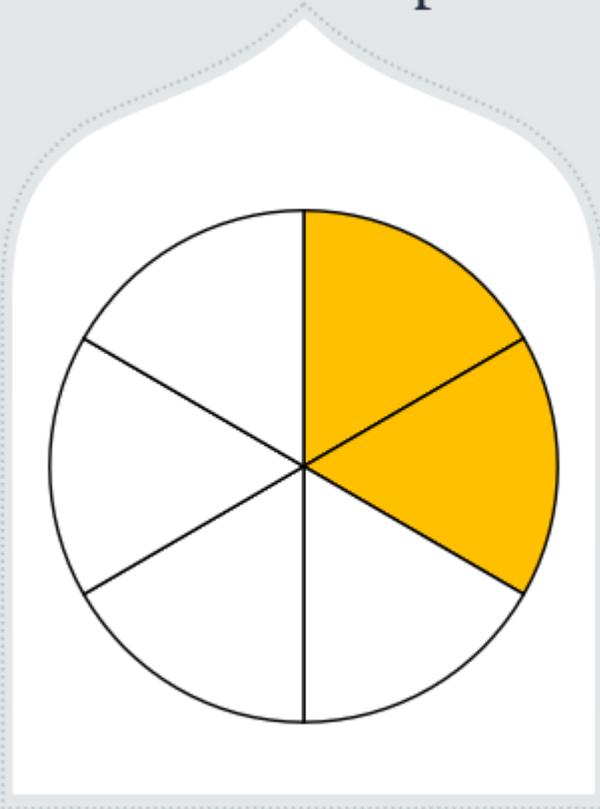
Representa na reta numérica

Exemplo



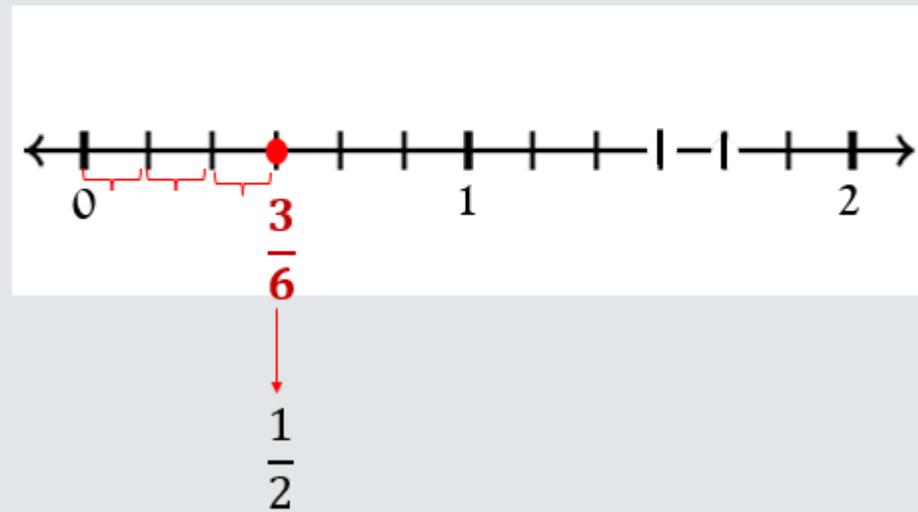
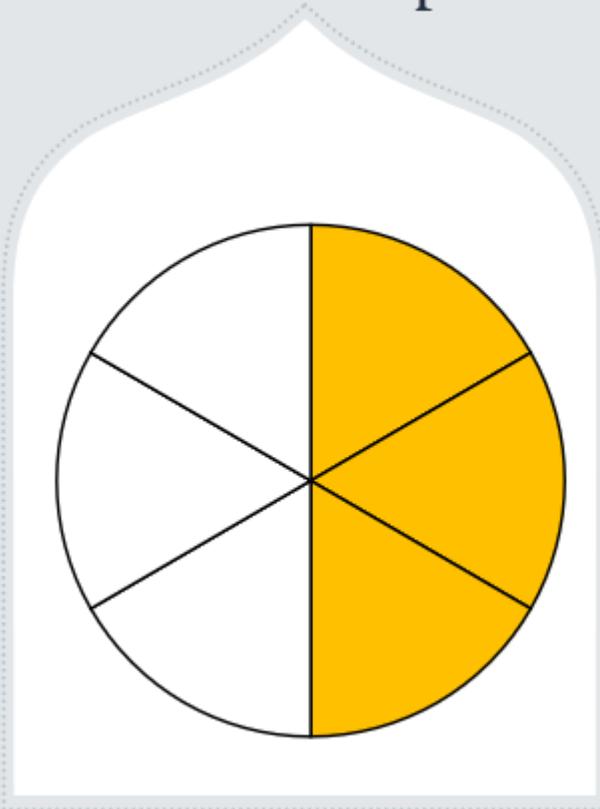
Representa na reta numérica

Exemplo



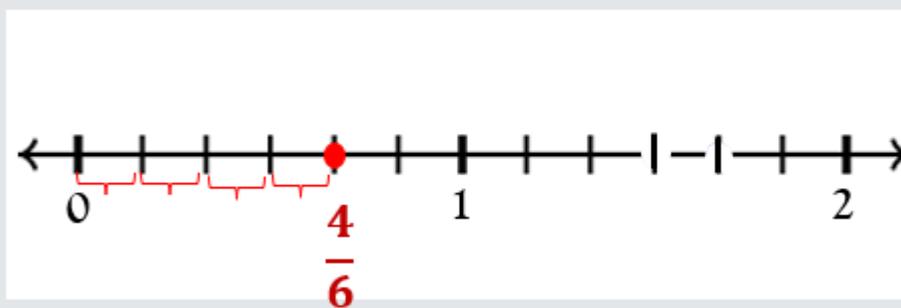
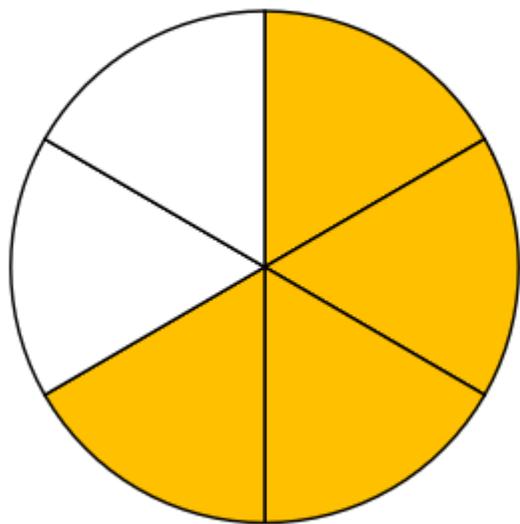
Representa na reta numérica

Exemplo



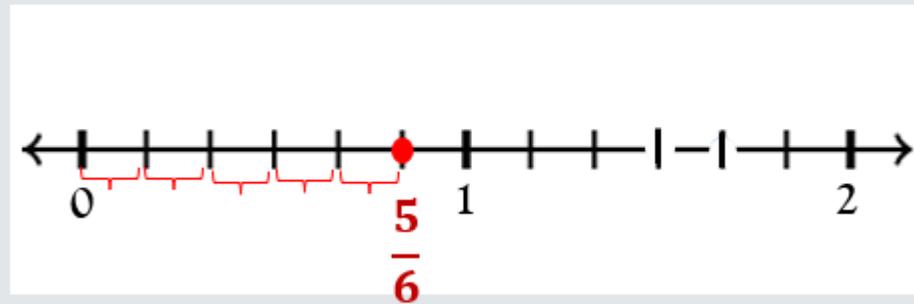
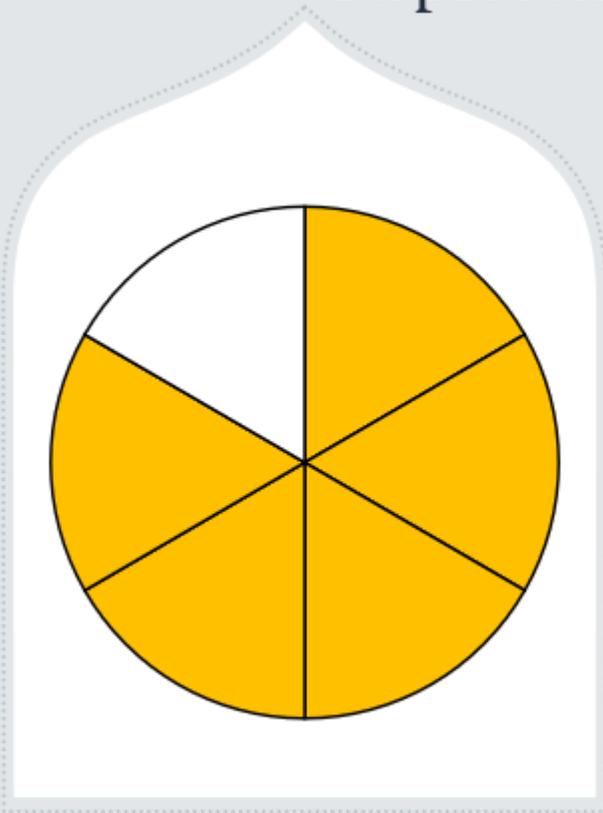
Representa na reta numérica

Exemplo



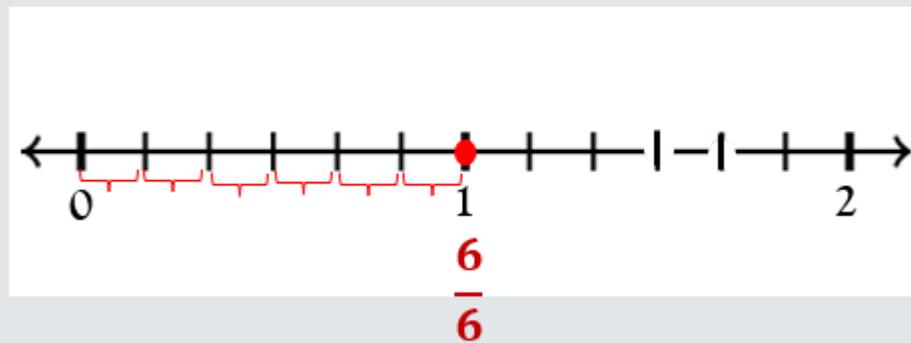
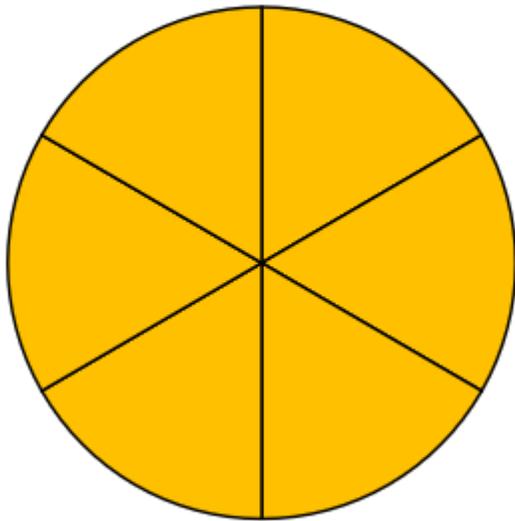
Representa na reta numérica

Exemplo

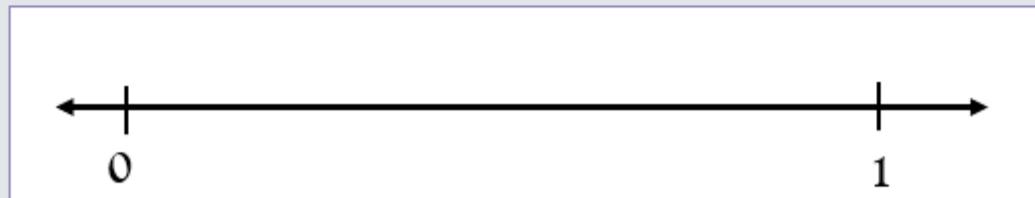
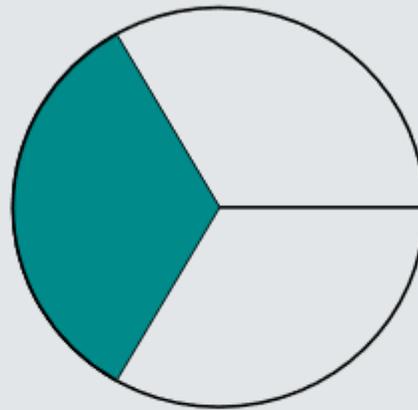


Representa na reta numérica

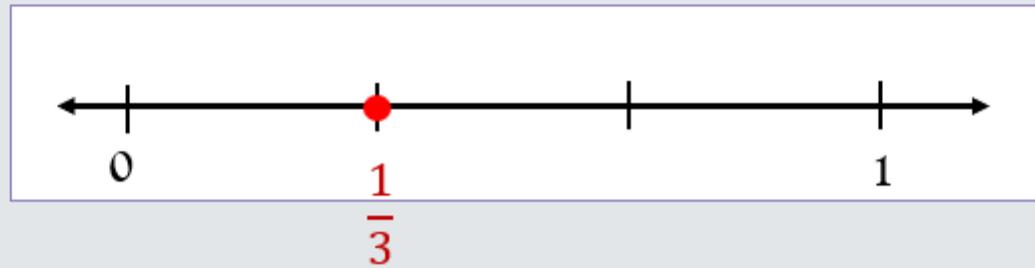
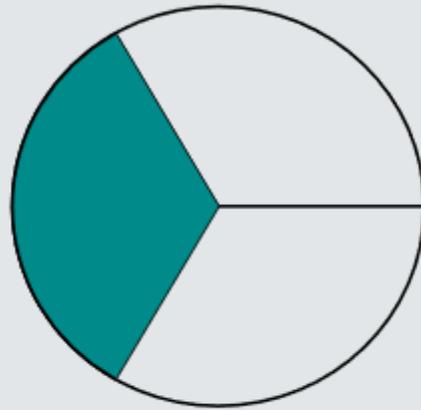
Exemplo



Representa na reta numérica



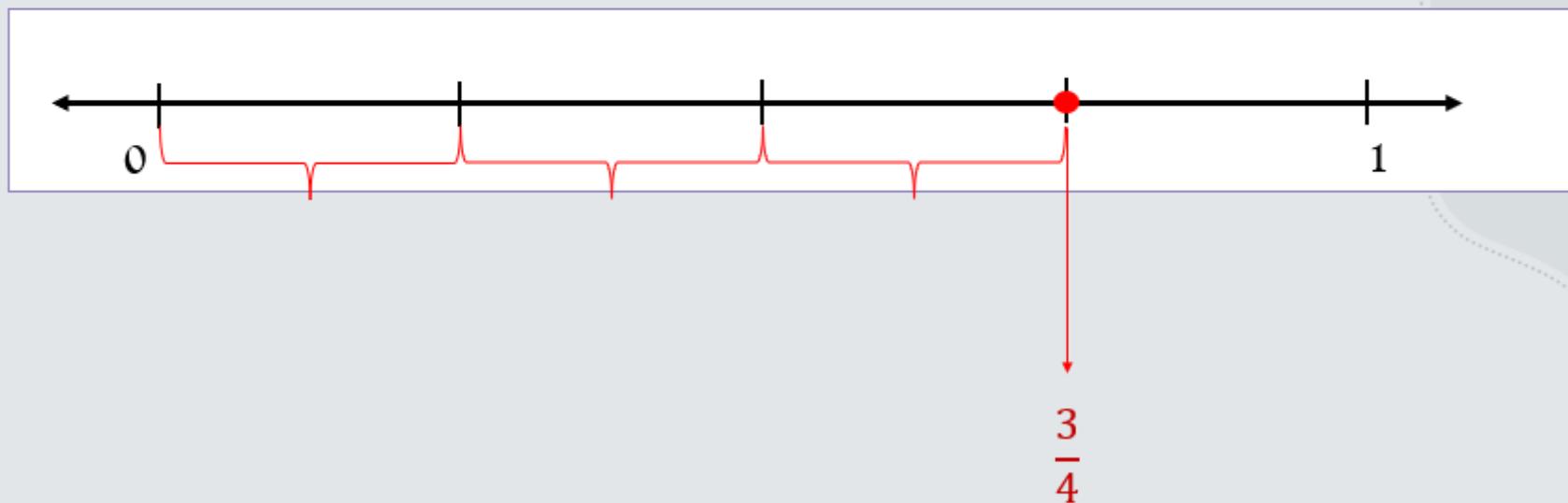
Representa na reta numérica



Representa no modelo geométrico



Representa no modelo geométrico



Anexo 8 - Tarefa de Avaliação do Estudo

