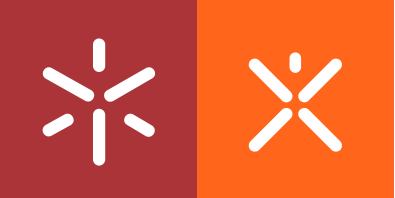


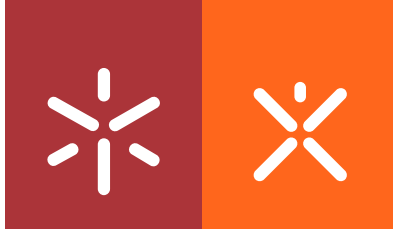


Andreia Filipa Carvalho Rodrigues

A *Gallery Walk* e a comunicação matemática: Uma experiência com uma turma de 10.º ano

Universidade do Minho
Instituto de Educação





Universidade do Minho
Instituto de Educação

Andreia Filipa Carvalho Rodrigues

***A Gallery Walk e a comunicação
matemática: Uma experiência
com uma turma de 10.º ano***

Relatório de Estágio
Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino
Básico e no Ensino Secundário

Trabalho efetuado sob a orientação da
Professora Doutora Maria Helena Martinho

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

Licença concedida aos utilizadores deste trabalho



Atribuição
CC BY

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

AGRADECIMENTOS

À minha supervisora, Doutora Maria Helena Martinho, por toda a disponibilidade ao longo de todo o mestrado e pelo acompanhamento ao longo deste ano de estágio. Obrigada por me incentivar a arriscar e dar-me oportunidades que me fizessem evoluir pessoal e profissionalmente.

À minha orientadora, Professora Cláudia Diegues, que fez com que este ano de estágio fosse ainda mais especial e incrível. Obrigada pelas oportunidades dadas, por tudo o que me ensinou e por tudo o que fez por mim ao longo deste ano. É sem dúvida uma inspiração que levo para o resto da minha vida.

A todos os alunos com quem tive o gosto de trabalhar, por me deixarem fazer parte do caminho escolar deles e por me terem proporcionado bons momentos e boas memórias. Em especial, à turma deste projeto, que fez-me sentir muito feliz e colaborou em tudo permitindo, assim, realizar esta Investigação.

Às minhas colegas de estágio e amigas de vida, Jéssica e Sofia, por terem partilhado comigo este ano. Sem vocês não teria sido igual. Obrigada pelos desabafos, pelas partilhas e por toda a ajuda e compreensão envolvida ao longo deste ano.

Aos meus amigos, que sempre me apoiaram e sempre me disseram para nunca desistir e lutar por este objetivo.

Ao Rui que teve muita paciência, deu-me apoio e ajudou-me em tudo o quanto lhe era possível. Obrigada por teres feito com que nunca desistisse deste sonho!

Por fim, à minha família, a quem devo muito. Aos meus pais que sempre me ajudaram a lutar por este sonho e fizeram com que nunca desistisse dele. Ao meu irmão e à minha cunhada por todo o apoio dado e por me terem dado o melhor presente este ano. Ao meu afilhado, Duarte, que me deu motivação para acabar, mesmo sem perceber o que estava a acontecer à sua volta. Obrigada por me ajudarem a tornar isto possível e a ser quem sou.

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração. Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

A GALLERY WALK E A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM UMA TURMA DE 10.º ANO

RESUMO

O presente estudo pretende analisar a comunicação matemática no decorrer de duas *Gallery Walks* realizadas com alunos de uma turma de 10.º ano de Ciências Socioeconómicas, na disciplina de Matemática A, durante a leção de conteúdos do tópico Geometria Analítica no Espaço. De forma a concretizar este objetivo foram adotadas as seguintes questões de investigação: 1. Quais as dificuldades sentidas pelos alunos no decorrer da *Gallery Walk* com foco em Geometria no Espaço?; 2. Como se caracteriza a comunicação escrita dos alunos no decorrer da *Gallery Walk* com foco em Geometria no Espaço?; 3. Como se caracteriza a comunicação oral dos alunos no decorrer da *Gallery Walk* com foco na Geometria no Espaço?; 4. Durante a Intervenção denotou-se alguma melhoria na comunicação matemática dos alunos?.

Para responder a estas questões foram recolhidas gravações de áudio e vídeo assim como as produções escritas dos alunos. Além disso, foram efetuados três questionários, um antes de intervenção e os outros dois no final de cada *Gallery Walk*.

A análise dos dados permitiu concluir que a turma apresentou dificuldades nas diferentes etapas da *Gallery Walk*, nomeadamente no que diz respeito à interpretação da tarefa e no desenvolvimento da mesma, bem como em encontrar uma estratégia de resolução ou de justificação das respostas dadas. Além disso, os alunos também revelaram dificuldades na compreensão do raciocínio de colegas e, durante a discussão final, sentiram dificuldades em explicar o seu raciocínio perante a turma. No que diz respeito à comunicação escrita, de uma forma geral, os alunos muitas vezes não conseguem justificar as suas ideias por escrito e, quando o fazem, demonstram falta de precisão. No que diz respeito à comunicação oral, os alunos necessitaram de fazer algumas pausas ao longo do seu discurso para reformular o seu raciocínio, e utilizavam, apenas em alguns momentos, os termos específicos sobre o conteúdo abordado. Ao longo da Intervenção foi possível denotar uma melhoria na comunicação oral uma vez que os alunos começaram a reduzir as pausas e começaram a utilizar termos matemáticos mais adequados ao longo do discurso, mas o mesmo não aconteceu na comunicação escrita.

Palavras-chave: Comunicação matemática escrita; Comunicação matemática oral; Ensino Secundário; *Gallery Walk*; Geometria.

A GALLERY WALK AND MATHEMATICAL COMMUNICATION: AN EXPERIENCE WITH A 10TH GRADE CLASS

ABSTRACT

This study aims to analyse mathematical communication during two Gallery Walks conducted with 10th-grade students in Socioeconomic Sciences, in the Mathematics A course, covering the topic of Analytical Geometry in Space. To achieve this objective, the following research questions were posed: 1. What challenges do students face during the Gallery Walk focused on Spatial Geometry? 2. How can the written communication of students be characterized during the Gallery Walk focused on Spatial Geometry? 3. How can the oral communication of students be characterized during the Gallery Walk focused on Spatial Geometry? 4. Did any improvement in students' mathematical communication become evident during the intervention?

To answer these questions, audio and video recordings were collected, as well as students' written work. Additionally, three questionnaires were administered: one prior to the intervention and the other two at the end of each Gallery Walk.

Data analysis revealed that the class encountered difficulties at various stages of the Gallery Walk, particularly in interpreting and developing the tasks, as well as in finding a solution strategy or justifying their responses. Students also showed difficulties in understanding their peers' reasoning and, during the final discussion, struggled to explain their thought processes to the class. In terms of written communication, students often struggled to justify their ideas in writing and, when they did, lacked precision. For oral communication, students frequently paused during their speech to reformulate their reasoning, using subject-specific terms only occasionally. Throughout the intervention, improvements in oral communication were noted, as students began reducing pauses and using more appropriate mathematical terminology in their speech, although no similar improvement was observed in their written communication.

Key words: Gallery Walk; Geometry; Oral mathematical communication; Secondary Education; Written mathematical communication.

ÍNDICE

CAPÍTULO I	1
INTRODUÇÃO	1
1.1. Tema, objetivos e questões de Investigação	1
1.2. Pertinência do estudo	2
1.3. Estrutura do Relatório	3
CAPÍTULO II	4
ENQUADRAMENTO TEÓRICO	4
2.1. Comunicação matemática	4
2.1.1. A comunicação na aula de Matemática	4
2.1.2. Caracterização da comunicação	6
Comunicação escrita	6
Comunicação oral	8
2.1.3. Dificuldades sentidas pelos alunos na comunicação matemática	10
2.2. <i>Gallery Walk</i>	11
2.2.1. Estratégias de aprendizagem ativa	11
2.2.2. A <i>Gallery Walk</i> como estratégia promotora de comunicação	13
2.3. A aprendizagem de Geometria	15
2.3.1. A Geometria no currículo	15
2.3.2. Dificuldades sentidas pelos alunos em Geometria	16
CAPÍTULO III	18
ENQUADRAMENTO CONTEXTUAL	18
3.1 Contexto de intervenção	18
3.1.1 Caracterização da escola	18
3.1.2. Caracterização da turma	19
3.2. Plano geral de intervenção	22

3.2.1. Estratégias de ensino-aprendizagem	22
3.2.2. Planificação da intervenção pedagógica	23
3.3. Estratégias de investigação e avaliação da ação	24
3.3.1. Opções metodológicas.....	24
3.3.2. Instrumentos de recolha de dados	25
3.3.2. Análise dos dados	27
CAPÍTULO IV	29
APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS	29
4.1. <i>Gallery Walk</i> 1	29
4.1.1. Resolução da tarefa e construção do <i>poster</i>	30
4.1.2. Comentários elaborados nos <i>post-its</i>	38
4.1.3. Discussão final	42
4.2. <i>Gallery Walk</i> 2	48
4.2.1. Resolução da tarefa e construção do <i>poster</i>	49
4.2.2. Comentários elaborados nos <i>post-its</i>	58
4.2.3. Discussão final	61
CAPÍTULO V	67
DISCUSSÕES E CONCLUSÕES	67
5.1. Conclusões	67
5.1.1. Quais as dificuldades sentidas pelos alunos no decorrer da <i>Gallery Walk</i> com foco em Geometria no Espaço?	67
5.1.2. Como se caracteriza a comunicação escrita dos alunos no decorrer da <i>Gallery Walk</i> com foco em Geometria no Espaço?	69
5.1.3. Como se caracteriza a comunicação oral dos alunos no decorrer da <i>Gallery Walk</i> com foco em Geometria no Espaço?	70
5.1.4. Durante a Intervenção denotou-se alguma melhoria na comunicação matemática dos alunos?	71
5.2. Reflexões sobre o projeto.....	73

5.2. Limitações e Recomendações.....	74
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	76
ANEXOS.....	82
Anexo 1- Questionário inicial	83
Anexo 2- Pedido de autorização aos Encarregados de Educação	84
Anexo 3- Questionário realizado no final de cada <i>Gallery Walk</i>	85
Anexo 4- Plano de aula dia 09 de janeiro.....	86
Anexo 5- Plano de aula dia 12 de janeiro.....	88
Anexo 6- Plano de aula dia 15 de janeiro.....	89
Anexo 7- Poster do grupo 3 na primeira <i>Gallery Walk</i>	92
Anexo 8- Poster do grupo 2 na primeira <i>Gallery Walk</i>	93
Anexo 9- Poster do grupo 6 na primeira <i>Gallery Walk</i>	94
Anexo 10- Poster do grupo 4 na primeira <i>Gallery Walk</i>	95
Anexo 11- Poster do grupo 7 na primeira <i>Gallery Walk</i>	96
Anexo 12- Plano de aula dia 09 de abril	97
Anexo 13- Plano de aula dia 12 de abril	99
Anexo 14- Poster do grupo 4 na segunda <i>Gallery Walk</i>	101
Anexo 15- Poster do grupo 7 na segunda <i>Gallery Walk</i>	102
Anexo 16- Poster do grupo 2 na segunda <i>Gallery Walk</i>	103
Anexo 17- Poster do grupo 5 na segunda <i>Gallery Walk</i>	104
Anexo 18- Poster do grupo 3 na segunda <i>Gallery Walk</i>	105

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1- Categorias e níveis de desempenho utilizados na análise da comunicação escrita (Pires et al., 2018).....	7
Quadro 2 - Distribuição dos alunos durante a <i>Gallery Walk</i>	22
Quadro 3- Calendarização das aulas lecionadas	24
Quadro 4- Instrumentos de recolha de dados para avaliação da Intervenção	26
Quadro 5- Categorias e níveis de desempenho utilizados na análise da comunicação oral (Silva, 2021)	28
Quadro 6- Avaliação da comunicação escrita na resolução da tarefa no <i>poster</i> da primeira <i>Gallery Walk</i>	33
Quadro 7- Avaliação da comunicação oral na discussão final da primeira <i>Gallery Walk</i>	45
Quadro 8- Avaliação da comunicação escrita na resolução da tarefa no <i>poster</i> da segunda <i>Gallery Walk</i>	53
Quadro 9- Avaliação da comunicação oral na discussão final da segunda GW	62
Quadro 10- Dificuldades sentidas pelos alunos no decorrer das <i>Gallery Walks</i>	69
Quadro 11- Distribuição dos grupos pelas diferentes categorias da comunicação escrita	72
Quadro 12. Distribuição dos grupos pelas diferentes categorias da comunicação oral	73

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1- Frequência dos diferentes tipos de resposta às questões da primeira GW	30
Tabela 2- Frequência dos diferentes tipos de resposta às questões da segunda GW.....	49

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1- Classificação das representações matemáticas (NCTM, 2014, p.25).....	6
Figura 2- Dimensões da aprendizagem ativa (Vale & Barbosa, 2018a).....	12
Figura 3- Esquema síntese das fases da <i>Gallery Walk</i>	14
Figura 4- Classificações a Matemática A no final de cada período escolar.	21
Figura 5- Tarefa da primeira GW	29
Figura 6- <i>Poster</i> do grupo 3 na primeira GW.....	34
Figura 7- <i>Poster</i> do grupo 2 na primeira GW.....	35
Figura 8- <i>Poster</i> do grupo 6 na primeira GW.....	35
Figura 9- <i>Poster</i> do grupo 4 na primeira GW.....	37
Figura 10- <i>Poster</i> do grupo 7 na primeira GW.....	37
Figura 11- Comentário efetuado pelo grupo 3 ao grupo 2 na primeira GW	41
Figura 12- Comentário efetuado pelo grupo 7 ao grupo 6 na primeira GW	41
Figura 13- Comentário efetuado pelo grupo 5 ao grupo 1 na primeira GW	42
Figura 14- Comentário efetuado pelo grupo 5 ao grupo 1 na primeira GW.	42
Figura 15- Tarefa da segunda GW	48
Figura 16- <i>Poster</i> do grupo 4 na segunda GW	54
Figura 17- <i>Poster</i> do grupo 7 na segunda GW	54
Figura 18- <i>Poster</i> do grupo 2 na segunda GW	55
Figura 19- <i>Poster</i> do grupo 5 na segunda GW	56
Figura 20- <i>Poster</i> do grupo 3 na segunda GW	57
Figura 21- Comentário efetuado pelo grupo 2 ao grupo 1 na segunda GW	59
Figura 22- Comentário efetuado pelo grupo 1 ao grupo 6 na segunda GW.	60
Figura 23- Comentário efetuado pelo grupo 2 ao grupo 7 na segunda GW.	60
Figura 24- Comentário efetuado pelo grupo 5 ao grupo 1 na segunda GW	61

ÍNDICE DE EPISÓDIOS

Episódio 1- Discussão no grupo 7 sobre a primeira parte da tarefa	30
Episódio 2- Discussão no grupo 2 sobre a primeira parte da tarefa.....	31
Episódio 3- Discussão no grupo 3 sobre a segunda parte da tarefa.....	32
Episódio 4- Discussão no grupo 5 sobre a segunda parte da tarefa.....	32
Episódio 5- Discussão no grupo 6 sobre a resolução do grupo 1 na primeira parte da tarefa da primeira GW.....	39
Episódio 6- Discussão no grupo 5 sobre a resolução do grupo 2 na segunda parte da tarefa da primeira GW.....	40
Episódio 7- Apresentação do grupo 1 na primeira GW	43
Episódio 8- Discussão entre a turma sobre o <i>poster</i> do grupo 6 na primeira GW	43
Episódio 9- Apresentação do grupo 5 na primeira GW	45
Episódio 10- Apresentação do grupo 4 na primeira GW	46
Episódio 11- Apresentação do grupo 2 na primeira GW	46
Episódio 12- Apresentação do grupo 3 na primeira GW	47
Episódio 13- Discussão no grupo 1 sobre a alínea a).....	50
Episódio 14- Discussão no grupo 2 sobre a alínea b).....	50
Episódio 15- Discussão no grupo 3 sobre a alínea b).....	51
Episódio 16- Discussão no grupo 5 sobre a alínea c)	52
Episódio 17- Discussão no grupo 3 sobre a alínea c)	52
Episódio 18- Discussão no grupo 2 sobre a resolução do grupo 5 na alínea b) da segunda GW	58
Episódio 19- Discussão entre a turma sobre o <i>poster</i> do grupo 2 na segunda GW.....	61
Episódio 20- Apresentação e discussão do <i>poster</i> do grupo 5 na segunda GW.....	63
Episódio 21- Apresentação e discussão do <i>poster</i> do grupo 7 na segunda GW	64
Episódio 22- Discussão entre a turma sobre o <i>poster</i> do grupo 3 na segunda GW.....	65
Episódio 23- Apresentação do <i>poster</i> do grupo 1	65

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Este capítulo encontra-se dividido em três secções. Na primeira é apresentado o tema em estudo, as finalidades e as questões de Investigação. Na segunda secção é apresentada a pertinência deste estudo. Por fim, é descrita estrutura deste relatório.

1.1. Tema, objetivos e questões de Investigação

O estudo foi realizado numa turma de 10.º ano de Ciências Socioeconómicas, tendo como objetivo analisar a comunicação matemática dos alunos no decorrer da *Gallery Walk*. A escolha deste tema deve-se ao facto do reconhecimento da importância da comunicação matemática e de como ela pode ser desenvolvida no decorrer da aula. A *Gallery Walk* surge como uma estratégia de aprendizagem ativa que envolve diversos momentos de comunicação matemática, escrita e oral. Ao analisarmos as Aprendizagens Essenciais desde o Ensino Primário ao Ensino Secundário, é possível observar que os alunos devem ser capazes de “comunicar, utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar procedimentos, raciocínios e conclusões” (Carvalho e Silva, 2022, pp. 6-7).

Assim, nesta Intervenção, pretendo estudar a comunicação escrita e oral dos alunos no decorrer da *Gallery Walk*, com foco na área de Geometria no Espaço. A Geometria proporciona um ensino baseado na exploração e na investigação de situações práticas, bem como atividades que envolvem a construção, a manipulação e a resolução de problemas (Abrantes, 1999). Como tal, oferece um ambiente propício para que os alunos expressem o seu raciocínio junto do professor e dos colegas.

Tendo tudo isto em consideração, com este estudo pretendo dar resposta às seguintes questões:

1. Quais as dificuldades sentidas pelos alunos no decorrer da *Gallery Walk* com foco em Geometria no Espaço?
2. Como se caracteriza a comunicação escrita dos alunos no decorrer da *Gallery Walk* com foco em Geometria no Espaço?
3. Como se caracteriza a comunicação oral dos alunos no decorrer da *Gallery Walk* com foco em Geometria no Espaço?
4. Durante a Intervenção denotou-se alguma melhoria na comunicação matemática dos alunos?

1.2. Pertinência do estudo

Segundo o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), os alunos devem ser capazes de organizar e de comunicar o seu pensamento de forma coerente aos colegas e ao professor, utilizando uma linguagem matemática precisa. Além disso, devem também ser capazes de “analisar e avaliar as estratégias e o pensamento matemático usados por outros” (NCTM, 2000, p. 410).

A comunicação é um dos cinco processos enfatizados pelo National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], sendo considerada uma parte essencial da educação matemática (NCTM, 2000). Um ensino que valoriza a comunicação matemática na sala de aula para a aprendizagem possibilita aprendizagens significativas, contruídas por meio da interação entre conhecimentos prévios e novos conteúdos (Gamboa, 2019). Quando incentivados a comunicar matematicamente na sala de aula, os alunos têm a oportunidade de organizar os seus pensamentos articulando com os novos conhecimentos e diferentes pontos de vista (Cândido, 2001).

Assim, a sala de aula deve envolver os alunos na resolução e discussão de tarefas, onde as interações entre eles devem ser privilegiadas (NCTM, 2014). Ao valorizar as estratégias de aprendizagem ativa, os alunos desenvolvem as suas capacidades intelectuais, físicas e sociais (Vale & Barbosa, 2018a). Além disso, o ambiente criado em sala de aula permitirá discussões produtivas e promoverá a construção de conhecimentos matemáticos (NCTM, 2014).

Surge assim a *Gallery Walk* como estratégia de aprendizagem ativa. Na *Gallery Walk*, os alunos não se limitam a absorver informações transmitidas pelo professor, mas também exploram, discutem, explicam e justificam resoluções matemáticas, tornando-se participantes ativos da construção do seu próprio conhecimento (Hakim et al., 2019; Vale & Barbosa, 2018a). Esta estratégia promove a comunicação matemática, uma vez que permite que os alunos partilhem as suas ideias, e obtenham *feedback* sobre as suas resoluções e, ao mesmo tempo, promove a mobilidade pela sala de aula, tornando-a num espaço mais dinâmico e participativo (Vale & Barbosa, 2018a).

Quanto ao tema matemático escolhido, a Geometria desempenha um papel significativo no desenvolvimento das capacidades de comunicação matemática dos alunos. Ao explorar conceitos geométricos, os alunos são incentivados a visualizar, raciocinar, formular conjecturas, resolver problemas e argumentar as suas conclusões (Vale & Pimentel, 2017). A capacidade de expressar ideias geométricas de forma clara e fundamentada requer uma comunicação matemática eficaz, pois envolve a articulação de pensamentos e a justificação de raciocínios.

1.3. Estrutura do Relatório

Este relatório encontra-se organizado em cinco capítulos: Introdução, Enquadramento Teórico, Enquadramento Contextual, Apresentação de Resultados e Discussões e Conclusões.

No Capítulo I, *Introdução*, além da apresentação da estrutura do relatório, encontra-se a apresentação do tema, os objetivos e as questões de investigação e a pertinência do estudo.

No Capítulo II, *Enquadramento Teórico*, é efetuada uma revisão da literatura que sustenta esta Investigação. Neste capítulo, realiza-se uma revisão sobre a comunicação matemática na aula de Matemática, uma caracterização da mesma, bem como as dificuldades sentidas pelos alunos em estudos anteriores. Além disso, é abordada a *Gallery Walk*, uma estratégia de aprendizagem ativa, e a sua promoção da comunicação matemática. Por fim, é feito um enquadramento sobre o tópico lecionado durante a Intervenção.

No Capítulo III, *Enquadramento Contextual*, é apresentado o contexto da intervenção, o plano geral da intervenção, bem como as estratégias de investigação e avaliação da ação.

No Capítulo IV, *Apresentação de Resultados*, são apresentados resultados da análise dos dados recolhidos durante a intervenção. Assim, as produções escritas e os diálogos ocorridos nas aulas são expostos no sentido de evidenciar as dificuldades dos alunos identificadas no decorrer das *Gallery Walks* e caracterizar a comunicação matemática, oral e escrita.

Por último, no Capítulo V, *Discussões e Conclusões*, apresentam-se e discutem-se as conclusões relativas a cada questão de investigação do estudo. Além disso, é feita uma reflexão final onde se apresentam algumas limitações encontradas e recomendações para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Este capítulo está dividido em três secções e tem como objetivo definir os pressupostos que serviram de base no decorrer deste projeto. A primeira secção é dedicada à comunicação matemática, escrita e oral. A segunda secção aborda as estratégias de aprendizagem ativa, nomeadamente a *Gallery Walk*. Por fim, a última é dedicada ao conteúdo sobre o qual o estudo se debruçou: a Geometria no Espaço.

2.1. Comunicação matemática

A comunicação matemática assume uma importância crescente no desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico dos alunos. Por meio da comunicação, os alunos têm a oportunidade de expressar as suas ideias, justificar os seus raciocínios e argumentar as suas respostas de maneira clara e coerente.

Esta secção encontra-se dividida em três subsecções. A primeira aborda a comunicação na aula de Matemática, apresentando o significado de comunicação, a sua importância nas aulas de Matemática, o papel do professor no desenvolvimento da comunicação matemática e o contributo das representações. Na segunda subsecção, caracteriza-se a comunicação escrita e oral, sendo também apresentados critérios para a sua análise. A última subsecção apresenta as dificuldades sentidas pelos alunos na comunicação oral e escrita.

2.1.1. A comunicação na aula de Matemática

No *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (Martins et al., 2017), a comunicação aparece como uma das dez áreas de competências a desenvolver, uma vez que “os alunos usam linguagens verbais e não-verbais para significar e comunicar, recorrendo a gestos, sons, palavras, números e imagens. Usam-nas para construir conhecimento, partilhar sentidos nas diferentes áreas do saber e exprimir mundividências” (p. 21).

Torna-se, então, necessário compreender o significado de comunicação. Segundo Menezes (2000) a “(...) comunicação humana é uma forma de interação social entre indivíduos” (p. 2). Menezes (1996) acrescenta que, na aula de Matemática, a comunicação é o conjunto das interações verbais, orais e escritas, que recorrem à língua materna e à linguagem matemática, estabelecidas entre alunos e professor.

A comunicação na sala de aula não deve ser entendida como uma simples transmissão de conhecimento (Espinosa & Bohórquez, 2015). Em vez disso, deve ser vista como um processo interativo,

em que o professor e os alunos desempenham papéis ativos (Espinosa & Bohórquez, 2015). Este processo envolve a troca de ideias, a construção coletiva do conhecimento e o desenvolvimento de capacidades de comunicação e pensamento crítico (Menezes, 1996; Martinho & Ponte, 2005).

É através da comunicação que os alunos concretizam aprendizagens significativas, construídas através de interações entre os conhecimentos prévios e a aprendizagem de novos conteúdos (NCTM, 2000; Martinho & Ponte, 2005; Tong et al., 2021). A comunicação, através de interações sociais, conduz à construção do conhecimento matemático (NCTM, 2000; Martinho & Ponte, 2005). Essa construção deve ocorrer através da negociação de significados entre os vários intervenientes no processo de aprendizagem. Quando incentivados a comunicar matematicamente com os colegas, os alunos têm a oportunidade de “explorar, organizar e conectar” os seus pensamentos e diferentes perspectivas sobre um mesmo assunto (Cândido, 2001, p.1). Além disso, os alunos adquirem uma compreensão mais aprofundada das suas próprias ideias quando tentam partilhá-las, uma vez que precisam de as organizar, clarificar e consolidar (NCTM 2000; Martinho, 2017).

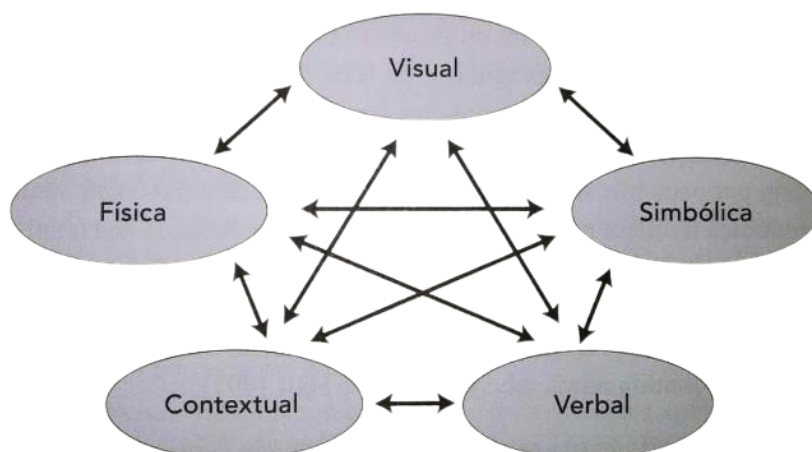
Contudo, a qualidade da comunicação na sala de aula depende da forma como o professor a desenvolve. O professor deve criar um ambiente em que todos os alunos se sintam confortáveis para expressarem as suas ideias, fazerem perguntas e discutirem conceitos matemáticos (NCTM, 2000); deve utilizar termos matemáticos ao longo do seu discurso e relacionar com o quotidiano de forma que os alunos consigam tirar significados (Ponte & Canavarro, 1997). Além disso, a planificação, as metodologias adotadas e a forma como a turma está organizada influencia a comunicação matemática dos alunos (Martinho, 2007). As tarefas propostas também assumem uma grande importância na comunicação matemática dos alunos. O professor deve propor tarefas desafiantes, mas equilibradas, isto é, não deve propor uma tarefa cuja resolução implique usar apenas um processo mecânico já aprendido ou tarefas demasiado difíceis, inibidoras da comunicação (Menezes, 2000).

As representações matemáticas apresentam também uma grande importância no desenvolvimento da comunicação matemática dos alunos (Boavida et al., 2008). Segundo o NCTM (2000, p. 136) “representar ideias e ligar as representações à matemática está no cerne da compreensão matemática”. O termo representações pode ter vários significados (Boavida et al., 2008). Pode corresponder ao ato de capturar um conceito ou relação ou então à forma de representar as suas ideias (Boavida et al., 2008). A capacidade de pensar matematicamente depende da compreensão das representações e da capacidade de representar ideias (Boavida et al., 2008).

As representações podem materializar-se de várias formas (Figura 1): *representações visuais*, que correspondem ao uso de diagramas, desenhos, esquemas, figuras e imagens; *representações*

simbólicas, que dizem respeito ao uso de linguagem simbólica, como numerais, tabelas, variáveis; *representações verbais*, que dizem respeito ao uso de palavras e frases; *representações contextuais*, isto é, o estabelecimento de relações entre contextos do mundo real e ideias matemáticas; *representações físicas* que correspondem à manipulação de objetos e à simulação de situações (Boavida et al., 2008; NCTM, 2014).

Figura 1- Classificação das representações matemáticas (NCTM, 2014, p. 25)



Todas as representações matemáticas podem ser usadas quando expomos um novo conceito aos alunos ou estes resolvem uma tarefa (Chapin et al., 2009). A capacidade de intercalar as diferentes representações permite que os alunos construam uma compreensão mais profunda, pois conseguem perceber como a resolução de uma determinada tarefa ou a representação de um determinado conceito podem ser abordados de várias formas (Chapin et al., 2009).

2.1.2. Caracterização da comunicação

Esta subsecção pretende caracterizar as duas grandes componentes da comunicação: a escrita e a oral. Embora a comunicação oral e escrita sejam diferentes, complementam-se na construção do conhecimento (Martinho & Ponte, 2005). Espera-se que os alunos sejam capazes de se expressar tanto por escrito como oralmente, sendo, por isso, essencial que sejam expostos a ambas as vertentes e que trabalhem com elas (Vale & Barbosa, 2018a).

Comunicação escrita

Segundo o NCTM (2000), os alunos, no final do Ensino Secundário, devem ser capazes de explicitar o seu raciocínio através de produções escritas. A escrita, na comunicação matemática, releva-se muito importante uma vez que transmite detalhadamente o raciocínio dos alunos (Menezes, 1996).

Além disso, a maioria dos elementos de avaliação requer que os alunos sejam capazes de explicitar o seu raciocínio por escrito e, por isso, é essencial que esta seja trabalhada na sala de aula (Martinho, 2017). Para Cândido (2001), a escrita, apesar de não ser um processo tão rápido quanto a oralidade, exige maior coerência e lógica. A escrita implica que os alunos planeiem, reflitam e organizem as suas ideias (Freeman et al., 2016).

Por outro lado, a comunicação escrita proporciona um registo permanente do raciocínio dos alunos, que pode ser analisado posteriormente. Este registo é valioso tanto para os próprios alunos, que podem identificar e corrigir erros e aprimorarem as suas justificações, como para os professores, que podem utilizar essas produções escritas para avaliar a compreensão e a evolução dos alunos, principalmente dos alunos mais tímidos e receosos de participar (Martinho, 2017).

Para analisar o registo escrito, como se pode observar no Quadro 1, Pires et al. (2018) estabelecem quatro categorias de análise: clareza, fundamentação, lógica e profundidade. Cada uma das categorias apresenta três níveis de desempenho: nível baixo (NB), nível médio (NM) e nível elevado (NE).

Quadro 1- Categorias e níveis de desempenho utilizados na análise da comunicação escrita (Pires et al., 2018)

Clareza		
O aluno expressa, por escrito, as suas ideias, recorrendo a vocabulário correto e a representações adequadas.		
NB: o aluno apresenta ideias imprecisas, utiliza vocabulário incorreto ou incompreensível e recorre a representações inadequadas.	NM: o aluno apresenta ideias precisas, mas utiliza vocabulário pouco preciso ou compreensível e recorre a representações pouco adequadas.	NE: o aluno apresenta ideias precisas, utiliza vocabulário preciso e correto e recorre a representações adequadas.
Fundamentação		
O aluno justifica, de forma escrita, os seus processos ou ideias, apresentando argumentos plausíveis.		
NB: o aluno justifica os seus processos ou ideias de forma imprecisa	NM: o aluno justifica razoavelmente os seus processos ou ideias.	NE: o aluno justifica adequadamente os seus processos ou ideias.
Lógica		
O aluno manifesta raciocínio e coerência nos registos escritos, apresentando conexões entre as ideias registadas.		
NB: o aluno revela pouco raciocínio e coerência nos registos escritos, não mostrando conexão entre as ideias.	NM: o aluno revela algum raciocínio e coerência nos registos escritos, a par de alguma conexão entre as ideias.	NE: o aluno revela raciocínio e coerência nos registos escritos, manifestando conexão entre as ideias.
Profundidade		
O aluno revela, de forma escrita, o domínio de aspetos importantes e complexos sobre o assunto a trabalhar.		
NB: o aluno revela, frequentemente, não dominar aspetos importantes sobre o assunto.	NM: o aluno revela, algumas vezes, o domínio de aspetos importantes e complexos sobre o assunto.	NE: o aluno revela, frequentemente, dominar os aspetos mais complexos sobre o assunto.

Na *clareza* o autor analisa se o aluno expressa corretamente as duas ideias, recorrendo a vocabulário correto e representações adequadas. Na *fundamentação* é analisada a justificação dada pelo aluno, os processos e ideias e os argumentos que este apresenta. No que diz respeito à *lógica*, o autor

analisa se o raciocínio e a coerência entre os registros escritos do aluno apresentam conexões entre as ideias apresentadas. No último aspeto, a *profundidade* analisa se o aluno domina os aspetos importantes que estão a ser trabalhados na tarefa.

Numa outra perspetiva, Santos e Semana (2014) afirmam que se deve ter em consideração três aspetos: a interpretação da tarefa, as justificações apresentadas e as representações usadas. No que diz respeito à *interpretação da tarefa*, as autoras dividem em duas partes: a declaração do objetivo, isto é, se os alunos conseguiram identificar qual o objetivo da tarefa e se usam todas as informações fornecidas na resolução; o uso da linguagem, ou seja, se os alunos transcrevem o objetivo da tarefa como é dito no enunciado ou se reescrevem com as suas próprias palavras. No segundo aspeto, as *justificações apresentadas*, as autoras analisam o tipo, a correção e a completude das justificações apresentadas. O tipo da justificação pode ser: vaga (explicação pouco clara); regra (usa exclusivamente um algoritmo ou uma definição); procedimental (explica o que é feito em cada etapa, mas não indica o porquê da etapa ser válida); relacional (justifica a validade de cada etapa, explicando ou não o que é feito em cada etapa, dando espaço para uma compreensão relacional). Em relação às *representações usadas*, as autoras analisam o tipo, a precisão e a completude da representação. O tipo da representação pode ser: linguagem verbal (usa uma linguagem natural e termos matemáticos); representação icónica (usa um esquema ou um desenho); representação simbólica (usa símbolos numéricos e/ou algébricos).

Comunicação oral

Os alunos, na aula de matemática comunicam oralmente uns com os outros e com o professor quando partilham as suas ideias e conhecimentos (NCTM, 2014). A comunicação oral além de facilitar a troca imediata de informações, também promove uma dinâmica de aprendizagem mais interativa. Ao discutir conceitos matemáticos, os alunos aprendem a expressar os seus pensamentos de forma clara e articulada, a ouvir e considerar as perspetivas dos outros, e a negociar significados em grupo (Chapin et al., 2009; Tong et al., 2021).

A oralidade é o recurso de comunicação mais acessível uma vez que é “simples, ágil e direto” (Cândido, 2001). Os alunos podem expressar as suas ideias sem a necessidade dos formalismos estruturais que a escrita impõe (Cândido, 2001). Além disso, as respostas são instantâneas o que permite um fluxo contínuo de diálogo. Esta agilidade é importante na resolução de tarefas, onde o feedback imediato pode ajudar a corrigir erros e mal-entendidos dos alunos (Santos & Barbosa, 2023). Também facilita a transmissão clara e direta de ideias uma vez que os alunos podem enfatizar as suas ideias e usar gestos que as complementam de forma a conseguirem transmiti-las de forma mais precisa (Cândido, 2001).

O diálogo na sala de aula influencia a aprendizagem dos alunos direta e indiretamente (Chapin et al., 2009). Diretamente, o diálogo promove a compreensão e a construção do conhecimento, permitindo que os alunos articulem as suas ideias e questionem conceitos, facilitando a clarificação de dúvidas e a consolidação das aprendizagens. Indiretamente, o diálogo na sala de aula contribui para a criação de um clima de respeito e colaboração (Cândido, 2001; Chapin, et al., 2009). Ao participar em discussões em grupo, os alunos aprendem a ouvir diferentes pontos de vista, a desenvolver capacidades de argumentação e a trabalhar coletivamente para resolver problemas (Chapin et al., 2009).

Uma outra razão para o qual é necessário que a comunicação oral seja trabalhada na sala de aula deve-se ao facto de alguns alunos terem receio em participar nas discussões em grupo e, quando interpelados pelo professor a participar na aula, fazerem-no de modo breve e um pouco reticentes do que afirmam (NCTM, 2000).

Assim, é necessário que exista um grande estímulo à participação oral por parte dos alunos. A participação oral requer que os alunos articulem os seus pensamentos de maneira clara e coerente, processem a informação recebida e formulem respostas adequadas em pouco tempo (Not, 1991). Este processo envolve várias etapas cognitivas, desde a escuta ativa e a interpretação da mensagem até à organização das ideias e à expressão verbal (Not, 1991).

A promoção da comunicação oral na sala de aula assume um papel importante e exige um ambiente que estimule a expressão livre e confiante dos alunos (Guerreiro et al., 2015). Quando os alunos se sentem seguros para partilhar as suas ideias, eles envolvem-se mais ativamente no processo de aprendizagem (Ponte, 2005). Para isso, é essencial que os professores adotem práticas pedagógicas que incentivem o diálogo, tais como discussões em grupo, debates e perguntas abertas que desafiem os alunos a refletir e a argumentar sobre os tópicos matemáticos (Guerreiro et al., 2015).

Para analisar a comunicação oral dos alunos é necessário estabelecer critérios. Neste sentido, Paiva (2020) define três categorias para analisar as interações nas discussões em grupo: avaliação, questionamento e informação. A primeira categoria, *avaliação*, analisa como um aluno avalia a sua própria ação ou a do colega, confirmando ou corrigindo as estratégias, resultados ou conclusões ou se dialoga sobre a validade de determinada estratégia. No *questionamento*, o autor analisa se o aluno faz perguntas a outro, explorando as ideias e aprofundando o seu conhecimento. Na *informação* é analisado se o aluno dá informação através de conexões entre conceitos, referindo as estratégias a serem implementadas.

2.1.3. Dificuldades sentidas pelos alunos na comunicação matemática

Reconhecer as dificuldades que os alunos enfrentam na comunicação escrita e oral é fundamental para que essas possam ser superadas. Apesar de cada aluno ter as suas próprias dificuldades, algumas são mais frequentes, como por exemplo, a dificuldade que os alunos têm em expressar as suas ideias de forma clara e coerente, tanto por escrito como oralmente (Martinho, 2017).

Os alunos têm dificuldades na interpretação de uma tarefa. Muitas vezes, a linguagem é pouco clara o que pode resultar em mal-entendidos sobre o que é exatamente solicitado, levando a respostas incorretas ou incompletas (Meaney et al., 2012). A linguagem matemática possui termos e expressões específicas que, se não forem bem compreendidas, podem confundir os alunos. Os alunos também revelam dificuldades na interpretação de uma tarefa uma vez que não estão habituados a uma leitura reflexiva e crítica (Possamai & Silva, 2020). Sem essas capacidades, os alunos podem ter dificuldade em identificar os principais argumentos, fazer deduções e relacionar as novas informações com o conhecimento prévio. Além disso, a incapacidade de interpretar corretamente uma tarefa pode levar a uma execução inadequada ou incompleta da mesma (Possamai & Silva, 2020).

Outra dificuldade relacionada com a comunicação escrita, principalmente na resolução de tarefas, passa pela complexidade que os alunos sentem ao justificar ou explicitar o seu raciocínio, limitando-se a indicar o processo que levou à solução (NCTM, 2000; Martinho, 2017; Martins & Martinho, 2018). Os alunos sentem dificuldades em articular de forma clara e lógica os motivos que os levaram a seguir determinados passos na resolução das tarefas. Muitas vezes, descrevem superficialmente as etapas seguidas, sem fornecer uma explicação detalhada sobre o porquê dessas escolhas serem apropriadas, o que pode resultar em respostas incompletas ou superficiais (Martinho, 2017). No estudo de Martinho e Rocha (2018) é notório que os alunos tendem a cometer mais erros quando não justificam o seu raciocínio.

No que diz respeito às dificuldades sentidas na comunicação oral, muitos alunos enfrentam desafios significativos. Uma das principais dificuldades é a falta de confiança em expressar as suas ideias verbalmente. Por vezes, os alunos têm medo de cometer erros ou de serem julgados, o que os leva a hesitarem participar nas discussões.

Além disso, a articulação e a sequenciação do discurso são desafios comuns. Muitos alunos têm dificuldade em organizar os seus pensamentos de maneira coerente e em apresentá-los de forma lógica e estruturada (Martinho, 2017). Isto pode resultar em explicações confusas, onde o raciocínio não é claro. O uso da linguagem matemática na comunicação oral também apresenta desafios. Muitos alunos

têm dificuldade em utilizar termos matemáticos precisos e adequados ao comunicar as suas ideias o que pode levar a mal-entendidos e dificultar a clareza da comunicação (NCTM, 2000).

Por outro lado, quando os alunos trabalham em grupo, alguns podem dominar a conversa, enquanto outros podem-se sentir intimidados e participar menos ativamente (NCTM, 2000). Isto pode impedir que todos os alunos tenham a oportunidade de expressar as suas ideias e contribuir para a discussão e, nesse contexto, algumas ideias podem não ser ouvidas e alguns raciocínios serem ignorados.

Quando confrontados com a escrita e a oralidade, os alunos muitas vezes podem sentir mais dificuldades na escrita uma vez que o “ato de escrever não possui a mesma rapidez e maleabilidade da oralidade” (Cândido, 2001, p. 23).

2.2. *Gallery Walk*

A *Gallery Walk* caracteriza-se como uma estratégia de aprendizagem ativa que incentiva a participação ativa dos alunos no processo de ensino. A sua implementação na aula de Matemática promove um ambiente dinâmico onde os alunos podem explorar diferentes abordagens para uma determinada tarefa matemática.

Esta secção encontra-se dividida em duas subsecções. A primeira subsecção começa por caracterizar o que são estratégias de aprendizagem ativa, afirmando qual a sua importância e dando alguns exemplos. Na segunda subsecção é apresentada a *Gallery Walk* como estratégia de aprendizagem ativa, promotora de comunicação. Nesta subsecção são apresentadas as etapas que envolvem a *Gallery Walk* e como esta contribui para o desenvolvimento da comunicação dos alunos.

2.2.1. Estratégias de aprendizagem ativa

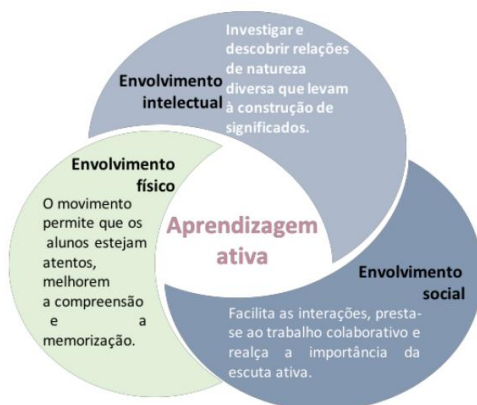
Nos últimos anos, vários estudos têm sido realizados quanto ao papel dos alunos na sala de aula. As abordagens tradicionais, em que os alunos acedem passivamente às informações dadas pelo professor, têm sido cada vez mais questionadas devido à ineficácia no processo de aprendizagem dos alunos (Vale & Barbosa, 2018a). As metodologias de aprendizagem ativa contrapõem as abordagens tradicionais, uma vez que os alunos são envolvidos no processo de aprendizagem (Prince, 2004).

A aprendizagem ativa é um método que envolve os alunos em atividades que os fazem refletir sobre as ideias e a maneira como as estão a aplicar (Edwards, 2015). É caracterizada pela aquisição de conhecimento por meio da participação e contribuição dos alunos, mantendo-os mentalmente e, muitas

vezes, fisicamente envolvidos no seu processo de aprendizagem (Prince, 2004). Para que seja eficaz, é essencial que os alunos sejam envolvidos e incentivados a pensar criticamente, a resolver problemas complexos e a tomar decisões informadas (Vale & Barbosa, 2020). Além disso, deve ser-lhes dada a oportunidade de comunicar as suas ideias, discutir e refletir, em pequenos grupos, sobre os conteúdos e as situações do mundo real (Edwards, 2015).

Vários autores defendem que é importante que as dimensões intelectual, social e física estejam interligadas (Edwards, 2015; Vale & Barbosa, 2018a) uma vez que a aprendizagem dos alunos não é muito eficaz quando estes estão sentados a ouvir o professor e a memorizar procedimentos e conceitos (Vale & Barbosa, 2018b). Os alunos devem ser desafiados a refletir criticamente, analisar informações e aplicar conhecimentos teóricos na resolução das tarefas propostas (NCTM, 2000). Este processo vai além da simples memorização de factos, envolve a capacidade de sintetizar, avaliar e resolver problemas que levam à construção de significados (Vale & Barbosa, 2018a). Nesta vertente, a comunicação matemática desempenha um papel fundamental. É importante que o professor crie um ambiente onde os alunos se sintam seguros para partilharem as suas ideias e desenvolverem significados matemáticos (Barbosa & Vale, 2018; NCTM, 2014). O movimento também assume um papel importante uma vez que os alunos têm dificuldade em permanecer sentados e concentrados por longos períodos (Edwards, 2015). Na Figura 2 pode-se observar as dimensões da aprendizagem ativa.

Figura 2- Dimensões da aprendizagem ativa (Vale & Barbosa, 2018a)



São várias as estratégias de aprendizagem ativa que têm merecido destaque. Entre elas destacam-se o Ensino Exploratório e a *Gallery Walk*. O *Ensino Exploratório* proporciona aos alunos a oportunidade de investigar, experimentar e descobrir conceitos matemáticos (Canavarro et al., 2012). Os alunos são incentivados a formular hipóteses, testar ideias e a fazer descobertas. Esta metodologia promove o desenvolvimento do pensamento crítico, o trabalho colaborativo e a capacidade de comunicação uma vez que os alunos devem usar o raciocínio para chegar a conclusões, e explicitam-no nas discussões do

pequeno e grande grupo (Canavarro et al., 2012). Na *Gallery Walk*, os alunos são incentivados a movimentar-se pela sala de aula, observando diferentes resoluções de uma tarefa. (Edwards, 2015; Vale & Barbosa, 2018a). Os alunos têm a oportunidade de apresentar os seus próprios trabalhos e analisar e comentar os trabalhos dos colegas, promovendo uma troca de ideias e uma reflexão conjunta sobre os conceitos estudados (Vale & Barbosa, 2018a). A *Gallery Walk* permite uma aprendizagem ativa e facilita a comunicação entre os alunos, ajudando-os a desenvolver capacidades de argumentação e a capacidade de dar e receber *feedback* (Edwards, 2015; Vale & Barbosa, 2018b; Vale & Barbosa, 2020).

2.2.2. A *Gallery Walk* como estratégia promotora de comunicação

A *Gallery Walk*, como já se referiu, caracteriza-se como uma estratégia de aprendizagem ativa. Esta metodologia envolve os alunos num processo dinâmico de movimento e interação, onde os alunos caminham pela sala de aula para observar e discutir diferentes trabalhos expostos. Durante a *Gallery Walk*, os alunos são encorajados a refletir sobre as ideias apresentadas, fazer perguntas, fornecer *feedback* e compartilhar as suas próprias perceções (Vale & Barbosa, 2018a). Isto promove um ambiente de aprendizagem envolvente, onde a comunicação e a troca de ideias assume um papel importante (Santos & Barbosa, 2023). A *Gallery Walk* permite que os alunos sejam participantes ativos no seu processo de aprendizagem, em vez de meros recetores passivos de informações.

Segundo Vale e Barbosa (2018a), a *Gallery Walk* desenvolve-se através de seis passos: resolução de uma tarefa em pequenos grupos; construção de um póster com a resolução da tarefa; apresentação e observação dos *posters* dos colegas; elaboração de comentários em *post-its*; discussão dos comentários efetuados em grupo; discussão coletiva entre os alunos.

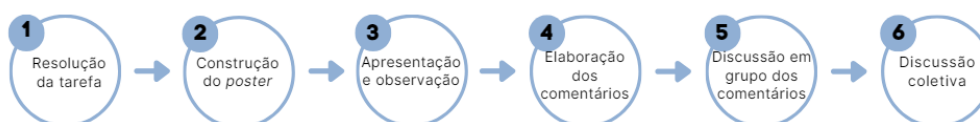
No primeiro passo, os alunos são divididos em pequenos grupos e recebem uma tarefa específica para resolver. A *Gallery Walk*, para além de uma tarefa matemática, pode ter como ponto de partida “um problema, uma fotografia, um texto, uma definição, um projeto” (Vale & Barbosa, 2018a, p. 4). Este momento inicial é crucial, pois proporciona aos alunos a oportunidade de trocar ideias e aplicar os seus conhecimentos. Quando os alunos trabalham em pequenos grupos, eles têm a oportunidade de discutir e explorar diferentes abordagens acerca de uma determinada tarefa (Chapin et al., 2009). A comunicação dentro de pequenos grupos permite que os alunos clarifiquem os seus pensamentos, confrontem as suas ideias com as dos seus colegas e construam coletivamente uma compreensão mais sólida dos conceitos matemáticos (Chapin et al., 2009). Neste formato, o professor circula pela sala e não controla as discussões, mas observa e intervém.

Após resolverem a tarefa, cada grupo é encarregue de criar um *poster* que apresente as suas resoluções e os seus raciocínios. Este passo envolve a transição do trabalho verbal e mental para um formato visual e escrito, o que ajuda os alunos a organizar e a estruturar as suas ideias.

Com os *posters* prontos, estes são dispostos pela sala e os grupos circulam, observando as produções dos colegas. Enquanto observam os *posters*, os alunos são incentivados a elaborar comentários e perguntas, que são escritos em post-its e fixados nos *posters* correspondentes. Após a elaboração dos comentários, cada grupo retorna ao seu *poster* para ver e discutir os comentários recebidos. Esta discussão permite que os alunos identifiquem pontos fortes e áreas de melhoria, além de refletirem sobre as suas resoluções (Vale & Barbosa, 2018a).

A *Gallery Walk* culmina numa discussão coletiva com toda a turma. Nesta etapa, os principais pontos levantados durante as observações e os comentários são discutidos amplamente (Vale & Barbosa, 2018a). No formato de discussão coletiva os alunos têm a oportunidade de explicar os seus raciocínios, defender as suas soluções e ouvir diferentes perspetivas. O professor desempenha um papel crucial ao moderar a discussão, garantindo que todos têm a oportunidade de participar e guiando a conversa para que se mantenha produtiva e centrada nos objetivos de aprendizagem (Chapin et al., 2009). Na Figura 3 podemos observar um esquema síntese das diferentes fases da *Gallery Walk*.

Figura 3- Esquema síntese das fases da *Gallery Walk*



Como se pode constatar, a implementação da *Gallery Walk* também atende às necessidades físicas e sociais dos alunos. A *Gallery Walk* leva os alunos a caminhar pela sala, combatendo a monotonia de permanecer sentado durante longos períodos (Edwards, 2015; Vale & Barbosa, 2018a). Além disso, incentiva a interação entre os alunos uma vez que estes têm a oportunidade de ver e valorizar diferentes perspetivas, melhorando a compreensão dos conceitos e desenvolvendo a capacidade de comunicação matemática, a capacidade de trabalho em grupo e o pensamento crítico (Edwards, 2015; Vale & Barbosa, 2018b; Vale & Barbosa, 2020).

Pode-se concluir que a *Gallery Walk* é uma estratégia de aprendizagem ativa promotora de comunicação uma vez que os alunos “representam, pensam, falam, questionam, concordam/discordam” (Vale & Barbosa, 2018a, p. 4) das diferentes resoluções acerca da tarefa proposta.

2.3. A aprendizagem de Geometria

A Geometria tem gerado alguma controvérsia ao longo dos anos, sendo que ultimamente tem sido revalorizada como uma componente essencial no ensino da Matemática. A Geometria ajuda a descrever, analisar e compreender o mundo à nossa volta e desenvolve competências matemáticas fundamentais como a visualização espacial e o raciocínio lógico.

Esta secção encontra-se dividida em duas partes. A primeira aborda a Geometria no currículo fazendo referência ao período compreendido entre o movimento Matemática Moderna e a atualidade em Portugal. Na segunda, serão identificadas algumas das dificuldades que os alunos sentem em Geometria.

2.3.1. A Geometria no currículo

A evolução da Geometria no currículo no ensino português reflete mudanças significativas nas abordagens pedagógicas e nas prioridades educativas ao longo de décadas. Durante muitos anos o ensino e a aprendizagem da Geometria mantiveram-se estagnados (Abrantes, 1999). Antes do movimento da Matemática Moderna, considerava-se que a Geometria era um campo ideal para demonstrar (Veloso, 1998). As Geometrias não-euclidianas eram ignoradas no ensino secundário e só era abordada a Geometria Analítica.

Com a chegada da Matemática Moderna, em Portugal, na década de 70, a Geometria passou para um lugar muito secundário (Abrantes, 1999). Nesta década, a Geometria era abordada nas transformações geométricas e como pretexto para estudar, essencialmente, conceitos algébricos (Matos & Silva, 2011). No que diz respeito à parte prática da Geometria esta dedicava-se apenas ao “Teorema de Pitágoras e a umas quantas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes” (Abrantes, 1999, p. 3). A visualização e a intuição geométrica desempenhavam um papel menor no ensino da Geometria.

A revalorização da Geometria no ensino deve-se em grande parte a Freudenthal (Veloso, 1998). Freudenthal (1973) afirma que a Geometria não é apenas dedução, a Geometria serve para os alunos compreenderem o espaço onde vivem e que estes devem “aprender a conhecer, explorar, conquistar” (p. 403). Segundo o autor, a Geometria deve ir além da simples memorização de teoremas e fórmulas. Os alunos devem ser encorajados a investigar, experimentar e descobrir as propriedades geométricas por si mesmos, desenvolvendo um sentido mais profundo e intuitivo do espaço e das formas.

A publicação do documento *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* pelo NCTM em 1989 também desempenhou um papel importante para a recuperação da Geometria no ensino da Matemática. Este documento vem propor mudanças nos programas tradicionais de Geometria afirmando que a Geometria deve ser integrada em todos os anos de escolaridade; os alunos devem

explorar no computador as figuras bi e tridimensionais; aplicarem a Geometria ao mundo real; estudarem Geometria no Espaço; estudarem a Geometria através de abordagens por coordenadas e transformações geométricas (NCTM, 1989).

Nos últimos anos, os conteúdos abordados no Ensino Secundário, acerca de Geometria, restringem-se à Geometria Euclidiana. No 10.º e 11.º anos é estudada a Geometria analítica no plano e no espaço. Embora as Aprendizagens Essenciais (Carvalho e Silva et al., 2022) não apelem ao estudo de outras Geometrias estas reforçam a ideia de que os alunos devem ver a aplicabilidade da Geometria em contextos do mundo real e devem ser propostas atividades de modelação e investigação (Guimarães & Perovano, 2020). Surge então a Geometria Esférica como uma proposta a ser abordada na aula, uma vez que alguns conceitos podem ser interligados com o quotidiano. Além disso, ao propor atividades relacionadas com a Geometria Esférica, os alunos podem fazer comparações com a Geometria Euclidiana, desenvolvendo a construção de conceitos matemáticos (Guimarães & Perovano, 2020).

2.3.2. Dificuldades sentidas pelos alunos em Geometria

A Geometria, como uma das áreas fundamentais da Matemática, desempenha um papel crucial no desenvolvimento do pensamento espacial e lógico dos alunos. Os alunos, por vezes, apresentam dificuldades na aprendizagem de conceitos geométricos. Grande parte das dificuldades decorrem da capacidade de abstração que é necessária em Geometria, principalmente na visualização espacial e na sua representação (Abrantes, 1999).

Os alunos tendem a revelar dificuldades na visualização de objetos tridimensionais e no estabelecimento de conexões entre a representação gráfica desses objetos e a sua representação simbólica (Costa, 2000; Duval, 2017; Vale & Barbosa, 2017). Estas dificuldades podem estar relacionadas com a falta de experiências que desenvolvam imagens mentais (Jones & Tzekaki, 2016). A Geometria no Espaço assume assim um papel importante uma vez que os objetos reais são maioritariamente tridimensionais. Surge então uma necessidade de articular a tridimensionalidade com a bidimensionalidade (Loureiro, 2017)

No entanto, a Geometria, principalmente a que se refere ao estudo tridimensional, exige que os alunos desenvolvam uma capacidade de abstração (Vale & Barbosa, 2017). Este processo exige que os alunos visualizem figuras geométricas mentalmente e analisem as suas propriedades e relações (Jones e Tzekaki, 2016). No entanto, esta capacidade de abstração causa dificuldades uma vez que os alunos muitas vezes têm conceções vagas de dimensões ou do espaço o que limita a capacidade de visualizar e manipular objetos (Jones & Tzekaki, 2016).

Para Abrantes (1999), a Geometria é importante para desenvolver a comunicação matemática uma vez que os alunos podem expressar as suas ideias seja verbalmente ou através de representações e esquemas. Aqui os alunos apresentam também dificuldades em compreender ou utilizar os termos geométricos corretos o que contribui para erros na interpretação da tarefa e na sua resolução (Juman et al., 2022).

Surge assim a necessidade de realizar tarefas que envolvam objetos geométricos que ajudem a estabelecer conexões entre o conhecimento prévio e outro conhecimento ainda não conhecido, mas acessível (Sarama & Clements, 2019). A construção dos significados pode ser feita a partir de tarefas que envolvam objetos geométricos e posteriores reflexões sobre os resultados obtidos (Abrantes, 1999).

CAPÍTULO III

ENQUADRAMENTO CONTEXTUAL

Neste capítulo é feita a análise do contexto de intervenção pedagógica e está dividido em três subcapítulos. No primeiro subcapítulo é descrito o contexto de intervenção, nomeadamente a caracterização da escola e da turma. No segundo subcapítulo será apresentado o plano geral de intervenção, nomeadamente as metodologias de ensino e aprendizagem e a planificação da intervenção pedagógica. Por fim, no terceiro subcapítulo, serão apresentadas as estratégias de investigação e avaliação da ação, isto é, os instrumentos de recolha de dados e a análise dos dados.

3.1 Contexto de intervenção

As particularidades de cada contexto tornam-se importantes uma vez que o plano de ação é ajustado de acordo com as especificidades do ambiente em que será aplicado (Coutinho et al., 2009). Como tal, neste subcapítulo explora-se as principais características da escola e da turma onde foi realizado o projeto de intervenção.

3.1.1 Caracterização da escola

O Projeto de Intervenção Pedagógica Supervisionada decorreu numa Escola Secundária do distrito e concelho de Braga. Esta escola é sede do Agrupamento de Escolas, que conta com um total de catorze escolas, onde existem seis Jardins de Infância, seis Escolas Básicas do 1.º ciclo, seis do 2.º e 3.º ciclos do Ensino Básico e uma Escola do Ensino Secundário. O agrupamento tem no total cerca de 3314 estudantes, 351 profissionais docentes e 104 profissionais não-docentes. Disponibiliza todos os níveis de ensino desde o ensino pré-escolar ao ensino secundário (regular e profissional) e modalidades de educação de adultos.

O agrupamento tem como missão proporcionar uma educação de qualidade de base humanista e, para cumprir esta missão, assume-se como um espaço de inclusão e de equidade. O projeto educativo visa promover valores como igualdade, inclusão, equidade e participação, bem como desenvolver o profissionalismo e a autonomia responsável e criativa dos seus alunos. O agrupamento compromete-se a ser uma instituição pública de referência pela qualidade do ensino/aprendizagem, pela formação ministrada e pelas experiências de educação não formal que oferece e, como tal define três eixos de atuação: escola como espaço de conhecimento e arte, escola como espaço de cidadania e escola como espaço da comunidade educativa

No seu Plano Anual de Atividades é possível observar que o agrupamento tem como objetivo conciliar as aprendizagens promovidas pela escola com atividades realizadas no exterior da mesma, uma vez que tem um vasto leque de visitas de estudos para todos os níveis de ensino. Além disso, de forma a educar os alunos para a cidadania conta com o Parlamento de Jovens, estimulando o gosto pela participação cívica e política bem como promovendo um respeito pela diversidade de opiniões e pelas regras de formação das decisões. Conta também com o projeto “Tutorias” que consiste no estudo em pares permitindo aos alunos a troca de conhecimentos. Este projeto assume grande importância em todas as disciplinas uma vez que promove um ambiente de apoio e crescimento mútuo. Neste Plano, a Matemática também destacada através da participação dos alunos no Desporto Escolar, com o Xadrez, nas Olimpíadas de Matemática, no Canguru Matemático e no Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos.

A escola onde foi realizado o Projeto situa-se numa zona urbana e trata-se de uma escola heterogénea a nível social, económico e cultural dos alunos. Apesar de ser caracterizada como uma escola secundária, tem aberto as suas portas a turmas do 3.º ciclo há mais de quatro anos. A escola foi certificada com o Selo de Conformidade EQAVET (European Quality Assurance Reference Framework for Vocational Education and Training). Esta certificação concedida pela ANQEP (Agência Nacional para a Qualificação e Ensino Profissional), constitui-se como um selo de qualidade na formação e ensino profissional. A oferta formativa a nível do Ensino Secundário varia entre cinco cursos profissionais e quatro cursos Científico-Humanísticos.

Ao longo do tempo de estágio foi possível observar que a escola oferece diversos apoios a alunos, docentes e não docentes. A escola inclui áreas de trabalho individualizadas, acesso a *WiFi* em todos os espaços, salas de artes, de informática, laboratórios e oficinas, bem como disponibiliza serviços como papelaria, refeitório, bar e biblioteca. Na biblioteca é possível encontrar uma grande variedade de livros, bem como computadores de acesso aos alunos. As salas de aula também oferecem boas condições uma vez que cada sala tem um computador para o uso docente, um projetor, quadros brancos de marcadores e algumas com quadros interativos.

3.1.2. Caracterização da turma

O desenvolvimento da minha prática pedagógica ocorreu numa turma do 10º ano de Ciências Socioeconómicas, cujas disciplinas de opção são Economia A e História B. No início do ano letivo a turma era composta por 28 alunos, mas uma aluna acabou por sair, pelo que a minha intervenção passou a decorrer com 27 alunos, dos quais 22 são rapazes e 5 são raparigas. Todos os alunos têm nacionalidade

portuguesa. As idades dos alunos variavam, no final do 1.º período, entre os 15 e os 16, sendo que a média era, aproximadamente, 15 anos.

Num questionário que realizei através da plataforma *Google Forms* (Anexo 1), foi possível recolher mais informações sobre os alunos. No que diz respeito à disciplina de Matemática, 17 alunos indicaram-na como sendo a sua disciplina favorita. Quanto à disciplina de que menos gostam, nenhum aluno referiu Matemática, mas 16 alunos indicaram a disciplina de Português como a menos preferida. Este dado é significativo, pois a aversão à disciplina de Português pode refletir-se na dificuldade de os alunos expressarem-se de forma clara e coerente, uma vez que a linguagem é uma componente fundamental na formulação de raciocínios matemáticos. Relativamente ao desempenho dos alunos no ano anterior, três alunos terminaram o 3º ciclo com negativa na disciplina de Matemática.

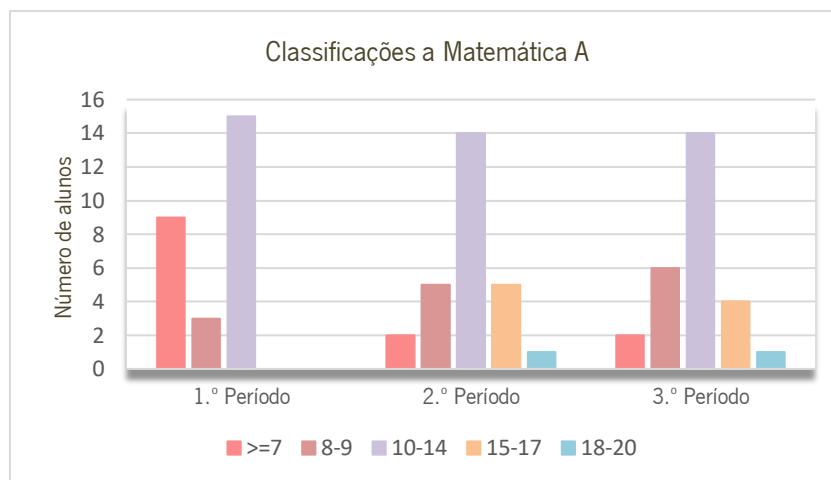
Quando questionadas acerca das suas ambições académicas futuras 20 alunos revelaram que têm como objetivo ingressar na universidade e os restantes não pretendem. EM relação aos que pretendem, as suas escolhas passam, principalmente, por Economia e Gestão. O principal motivo apontado por aqueles que não desejam continuar os estudos universitários é o cansaço em relação à escola. Este dado destaca a importância de abordagens pedagógicas que tornem o ambiente escolar mais motivador e menos desgastante para os alunos.

Quanto às horas dedicadas ao estudo de Matemática, 4 alunos afirmam dedicar entre 1 a 2 horas por semana, 7 alunos entre 2 a 3 horas, 9 alunos entre 3 a 4 horas e 6 alunos mais de 4 horas. Quando questionados acerca dos temas matemáticos que gostam mais, cerca de 33% dos alunos assumem que gostam mais de “Números e Operações”, 37% afirmam que gostam mais de “Geometria” e os restantes de “Funções”. Quanto aos temas que gostam menos os alunos mostram que “Geometria” e “Funções” e a justificação baseia-se no facto de sentirem mais dificuldades nestes temas. Relativamente aos métodos de trabalho preferidos nas aulas de Matemática, a maioria dos alunos assumem que gostam de resolver tarefas propostas pelo professor e trabalhar em grupo; no entanto, 4 alunos assumem que preferem trabalhar individualmente.

Através da observação das aulas, foi possível notar que, de uma forma geral, a turma é um pouco ruidosa e apresenta um ritmo de trabalho relativamente lento. Alguns alunos têm por hábito comparar as resoluções, mas por vezes têm dificuldades em expressar o seu pensamento. Este fator tornou-se importante para a minha investigação uma vez que, na *Gallery Walk*, os alunos têm de apresentar e discutir o seu pensamento. O ambiente entre a docente de Matemática e os alunos demonstrava-se saudável e colaborativo. A docente mantinha uma relação de respeito e confiança com os estudantes, o que facilitava a comunicação e a aprendizagem.

No que diz respeito ao ano letivo da minha Intervenção Pedagógica, as classificações na disciplina de Matemática A sofreram algumas alterações, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4- Classificações a Matemática A no final de cada período escolar



Como podemos observar as notas evoluíram positivamente no 2.º Período, embora no 3º Período tenham piorado ligeiramente. No final do 1.º Período, a maioria dos alunos apresentou notas na faixa de 10 a 14, com um número significativo de alunos com negativa e nenhum aluno tinha acima de 15 valores. No 2.º Período, observa-se uma ligeira melhoria geral nas classificações. O número de alunos na faixa entre os 10 e os 14 valores manteve-se estável, mas houve um aumento no número de alunos com notas acima de 15 valores. Além disso, a quantidade de alunos com notas muito baixas, menores ou iguais a 7 valores, diminuiu, indicando uma melhoria na compreensão dos conceitos básicos. No 3.º Período, as notas diminuíram ligeiramente. A variação nas notas ao longo dos períodos pode indicar que o desempenho dos alunos está fortemente ligado à familiaridade e ao nível de conforto que têm com os conteúdos abordados em cada período.

Devido às características da turma relativamente ao trabalho em grupo, a docente e eu considerámos que seria preferível sermos nós a selecionar os grupos. Os grupos foram constituídos por 4 elementos, com a exceção de um que teve apenas três elementos. A fim de não comprometer a identidade dos alunos, foi atribuído a cada um uma numeração na forma Ax , sendo x um número natural entre 1 e 27 e a numeração de cada grupo será da forma Gx , sendo x um número natural entre 1 e 7. Esta distribuição pode ser observada no Quadro 2.

Quadro 2 - Distribuição dos alunos durante a *Gallery Walk*

Grupos	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
Elementos	A1	A5	A9	A13	A17	A21	A25
	A2	A6	A10	A14	A18	A22	A26
	A3	A7	A11	A15	A19	A23	A27
	A4	A8	A12	A16	A20	A24	

3.2. Plano geral de intervenção

Este subcapítulo está dividido em duas secções. Na primeira secção serão apresentadas as estratégias de ensino-aprendizagem que moldaram a minha intervenção, bem como a respetiva justificação para a sua escolha. Na segunda secção será apresentada a planificação da intervenção pedagógica.

3.2.1. Estratégias de ensino-aprendizagem

Antes de iniciar a minha prática pedagógica, procurei investigar e compreender as diferentes metodologias de ensino e aprendizagem que poderiam ser mais eficazes para a minha intervenção. Com base nestas investigações, selecionei metodologias que promovessem o envolvimento ativo dos alunos, incentivassem a exploração e facilitassem uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos. A seguir, apresento detalhadamente as metodologias escolhidas e a respetiva justificação no contexto da minha intervenção pedagógica.

Durante a intervenção pedagógica procurei que os alunos fossem participantes ativos no seu processo de aprendizagem e como tal a metodologia adotada foi a *Gallery Walk*, como referido anteriormente. O trabalho de grupo permitiu que os alunos colaborassem entre si, partilhando ideias e estratégias para resolver as tarefas apresentadas. Esta interação fortaleceu as capacidades de comunicação uma vez que os alunos, quando estão em grupo, devem organizar os seus pensamentos a fim de clarificarem o que estão a dizer (Ferreira & Mendes, 2021). Como tal, a turma foi dividida nos mesmos grupos durante todas as aulas que lecionei. Esses grupos foram formados considerando o contexto da turma, com o objetivo de garantir que nenhum aluno fosse ignorado ou deixado para trás (Ferreira & Mendes, 2021).

A *Gallery Walk* seguiu os passos propostos por Vale e Barbosa (2018a). Numa primeira fase, durante as *Gallery Walks*, apresentei a tarefa à turma e esclareci eventuais dúvidas sobre o enunciado de forma que estes conseguissem iniciar o seu trabalho. De seguida, os alunos puderam partilhar ideias com o seu grupo e procederam à resolução da tarefa. Nesta fase, segundo Canavarro et al. (2012), é

necessário não validar nem refutar as respostas dos alunos de modo a não os encaminhar para uma resolução. Como tal, assumi o papel de mediadora sendo que, sempre que os alunos me interpelavam, só os questionava de forma que estes refletissem sobre as suas resoluções. A fase final de discussão serviu para os alunos comunicarem entre si as suas resoluções bem como para eu formular questões de forma a promover a discussão entre os alunos e a desenvolver o pensamento (Vale & Barbosa, 2018).

Na minha Intervenção, propus tarefas antes mesmo de os alunos terem sido formalmente apresentados aos conceitos teóricos. Esta abordagem teve como objetivo estimular a curiosidade e o pensamento crítico dos alunos, incentivando-os a explorar e descobrir os conceitos matemáticos entre si, permitindo que estes contruissem conhecimento de forma autónoma. (Ponte, 2005).

Segundo Bispo et al. (2008) o professor deve privilegiar tarefas relacionadas com o mundo real que permitam o uso de diferentes processos matemáticos. Essas tarefas ajudam os alunos a fazer conexões significativas entre a matemática e as suas aplicações práticas, promovendo uma compreensão mais profunda e contextualizada dos conceitos matemáticos. Como tal, na minha Intervenção, as tarefas apresentadas foram cuidadosamente selecionadas para refletir situações do quotidiano que fossem relevantes e desafiadoras para os alunos.

Ainda no que diz respeito às tarefas, houve uma grande preocupação com a utilização de materiais didáticos. Segundo Vale e Barbosa (2023), os alunos devem ser incentivados a explorarem diferentes materiais uma vez que permite que os alunos visualizem e construam significados, levando-os ao raciocínio. Mais ainda, Santos e Belmino (2013) salientam que os materiais devem ser utilizados de forma adequada uma vez que podem auxiliar nas simulações de situações, experimentações e demonstrações. Assim, durante a minha Intervenção utilizei materiais didáticos que foram selecionados de forma consciente, tendo em consideração as necessidades e os níveis de conhecimento dos alunos com o objetivo de promover a autonomia e o pensamento crítico dos estudantes.

3.2.2. Planificação da intervenção pedagógica

A planificação das aulas corresponde a um plano detalhado que envolve não apenas a descrição das atividades a serem realizadas, mas também uma previsão dos possíveis acontecimentos e das respostas que o professor pode dar a esses eventos (Ponte et al., 2015). Esta abordagem detalhada é essencial por vários motivos. Ao prever possíveis acontecimentos e preparar possíveis dificuldades e respostas, estou mais preparada para lidar com imprevistos durante a aula e adaptar a aula conforme necessário, o que é particularmente importante quando surgem dúvidas inesperadas ou quando os alunos apresentam dificuldades que não estavam previstas inicialmente.

No Quadro 3 é apresentado uma breve descrição das aulas lecionadas durante o estágio e quais foram no âmbito do projeto. Na primeira coluna aparece a data em que a aula foi lecionada, a segunda o ano escolar, a terceira o sumário da aula e por fim quais foram usadas no âmbito do projeto.

Quadro 3- Calendarização das aulas lecionadas

Aula	Data	Sumário
1 90 minutos	09/01/2024	<i>Gallery Walk.</i>
2 90 minutos	12/01/2024	Continuação da <i>Gallery Walk.</i>
3 90 minutos	15/01/2024	Apresentação dos <i>posters</i> da <i>Gallery Walk.</i> Introdução ao estudo de Geometria analítica no Espaço: referencial ortonormado do espaço e coordenadas de um ponto no espaço.
4 90 minutos	16/01/2024	Equações de planos paralelos aos planos coordenados e equações cartesianas de retas paralelas aos eixos coordenados.
5 90 minutos	19/01/2024	Distância entre dois pontos do espaço e plano mediador de um segmento de reta.
6 90 minutos	23/01/2024	Inequação da esfera e equação da superfície esférica. Resolução de problemas
7 90 minutos	26/01/2024	Resolução de problemas.
8 90 minutos	29/01/2024	Miniteste. Introdução ao cálculo vetorial no espaço.
9 90 minutos	30/01/2024	Vetores no espaço. Resolução de problemas.
10 90 minutos	02/02/2024	Equação vetorial da reta no espaço. Sistema de equações paramétricas no espaço. Resolução de problemas.
11 90 minutos	05/02/2024	Resolução de problemas.
12 90 minutos	09/04/2024	<i>Gallery Walk.</i>
13 90 minutos	12/04/2024	Continuação da <i>Gallery Walk.</i> Breve introdução à Geometria Esférica.

As tarefas das duas *Gallery Walks* foram adaptadas de outras, com o objetivo de introduzir os conceitos pretendidos. De salientar que houve sempre um cuidado em procurar diferentes resoluções a fim de a discussão final ser rica e diversificada.

3.3. Estratégias de investigação e avaliação da ação

Neste subcapítulo serão apresentadas as estratégias de investigação e avaliação da ação que moldaram a minha intervenção pedagógica. Numa primeira parte serão apresentadas as opções

metodológicas, de seguida os instrumentos de recolha de dados e, por fim, a forma como os dados foram analisados e como serão apresentados no próximo capítulo.

3.3.1. Opções metodológicas

Esta investigação teve contornos de uma investigação de carater qualitativo e interpretativo uma vez que os dados recolhidos foram interpretados e analisados com o objetivo de procurar significados, valores ou explicações (Resende, 2016).

A investigação qualitativa preocupa-se com a forma como o mundo social é interpretado, percebido, experienciado ou construído (Mason, 2002) e possui características essenciais. O investigador assume um papel importante e ativo no processo de recolha de dados (Neuman, 2014). Normalmente, é centrada em poucos casos permitindo uma exploração detalhada das experiências e perspetivas dos participantes (Resende, 2016). O resultado de uma investigação qualitativa contém as vozes dos participantes, sejam elas através de diálogos ou produções escritas, uma descrição e respetiva interpretação do caso de estudo, uma reflexão do investigador e recomendações para investigações futuras (Resende, 2016). No entanto, na investigação qualitativa, os investigadores interessam-se mais pelo processo do que pelos resultados ou produtos, privilegiando a compreensão de como os fenómenos ocorrem e se desenvolvem ao longo do tempo (Bogdan & Biklen, 1999).

Um estudo de carater qualitativo e interpretativo tem por objetivo compreender o comportamento e a experiência humana (Bogdan & Biklen, 1999). Não procura a produção de resultados objetivos e generalizáveis, mas sim uma compreensão mais profunda sobre a realidade dos participantes em estudo, através da descoberta e da interpretação dos seus significados sem a intenção de ao relatar, sugerir que todas as turmas se assemelham (Stake, 2005).

Esta investigação também teve contornos de uma investigação-ação. A investigação ação, enquanto metodologia qualitativa no contexto educativo, contribui para a reflexão com vista a uma melhoria da prática educativa (Caetano, 2004). Trata-se de um processo de investigação onde os próprios autores da ação participam ativamente na pesquisa cujo objetivo é “interrogar, analisar refletir e reconstruir saberes e conhecimentos” (Rodrigues, 2021). Como tal, é necessário avaliar a prática a fim de identificar áreas de melhoria e ajustar as metodologias de ensino às necessidades específicas do contexto.

É importante considerar que a investigação qualitativa tem contornos que se podem considerar subjetivos uma vez que investigadores podem ter interpretações distintas acerca dos mesmos dados (Resende, 2016).

3.3.2. Instrumentos de recolha de dados

Segundo Sparkes e Smith (2013), a forma como os dados são recolhidos tem influência na forma como são interpretados. Assim, para responder às questões iniciais e analisar a comunicação matemática dos alunos no decorrer da *Gallery Walk*, os instrumentos usados foram selecionados de forma ponderada. Apliquei, então, alguns instrumentos (Quadro 4) que me permitiram recolher material para avaliar todo o processo de Intervenção.

Quadro 4- Instrumentos de recolha de dados para avaliação da Intervenção

Instrumento	Finalidade
Observação e gravação de aulas	Recolher informação no exato momento da ação; Avaliar a comunicação oral dos alunos.
Produções dos alunos	Avaliar a comunicação escrita dos alunos.
Questionário	Conhecer a perceção dos alunos face à disciplina; Conhecer a perceção dos alunos relativamente à <i>Gallery Walk</i> .

A *observação* permitiu compreender a posição dos alunos face às tarefas propostas bem como o funcionamento da turma no decorrer da *Gallery Walk* (Gamboa, 2019). Para suportar este método recorri a gravações de áudio e vídeo. As *gravações* são um registo naturalista dos acontecimentos e, por isso, torna a recolha de dados independente das perspetivas (Bogdan & Biklen, 1994). Assim, para analisar e avaliar melhor a minha prática pedagógica optei por recorrer a gravações de áudio e vídeo, com as respetivas autorizações dos encarregados de educação (Anexo 2). Uma vez que todas as aulas foram realizadas em grupo, foi atribuído a cada grupo um telemóvel, ligado no início da aula e desligado só no final, a fim de perceber quais as dificuldades sentidas no decorrer da *Gallery Walk*, bem como analisar a comunicação oral dos alunos. Além disso, a discussão final da segunda *Gallery Walk* foi gravada também em vídeo permitindo uma compreensão mais aprofundada do comportamento dos alunos e dos temas abordados durante a discussão. Este instrumento foi acrescentado uma vez que, ao analisar a discussão da primeira *Gallery Walk*, percebi que esta gravação teria sido útil.

Ao longo da intervenção, foram recolhidas as *produções dos alunos* com o objetivo de realizar uma análise detalhada do seu progresso e compreensão dos conceitos trabalhados. Isto permitiu avaliar a compreensão dos conceitos, identificar dificuldades específicas e detetar as áreas em que os alunos sentiram mais dificuldades. Através dos posters e *post-its* utilizados na *Gallery Walk* também foi possível analisar a comunicação escrita dos alunos, observando o seu progresso ao longo do período de intervenção. Esta recolha de dados também foi importante para fornecer *feedback* aos alunos, ajudando-os a desenvolver as suas capacidades. Adicionalmente, a análise das produções foi essencial para refletir sobre a minha Intervenção e avaliar a eficácia das atividades propostas.

O *questionário* serviu para perceber as percepções dos alunos face à disciplina e à *Gallery Walk*. Optou-se pelo questionário uma vez que é possível recolher e analisar informação de forma mais simples (Oliveira et al., 2021). Inicialmente, foi aplicado um *questionário* anónimo (Anexo 1) através da plataforma *Google Forms* para recolher algumas características pessoais dos alunos, bem como as suas percepções sobre as aulas de matemática. Foram incluídas questões sobre idade, percepções de futuro, as disciplinas preferidas e aquelas em que sentem mais dificuldades, o gosto pela Matemática e as suas dificuldades, bem como os métodos de trabalho preferidos nas aulas de Matemática.

No final de cada *Gallery Walk* também foi aplicado um *questionário* (Anexo 3) através da plataforma *Google Forms* para perceber as percepções e dificuldades dos alunos ao longo da *Gallery Walk*. De uma *Gallery Walk* para a outra, apenas foi alterada a data e, no último questionário, acrescentada uma pergunta para saber qual das *Gallery Walks* os alunos preferiram e a respetiva justificação.

3.3.2. Análise dos dados

Durante a intervenção pedagógica houve sempre uma grande preocupação com a comunicação matemática. No entanto, neste trabalho, será apenas analisada a comunicação matemática dos alunos durante as *Gallery Walks* realizadas.

A primeira *Gallery Walk* teve como objetivo introduzir as coordenadas de um ponto no espaço. Para isso, dividi a tarefa em duas partes. Na primeira parte, os alunos usaram os conceitos previamente aprendidos sobre Geometria no Plano. Na segunda parte, a tarefa foi feita com o intuito de introduzir as coordenadas de um ponto no Espaço.

A segunda e última *Gallery Walk* teve como objetivo introduzir aos alunos o conhecimento de uma nova geometria, a Geometria Esférica, um tópico que não faz parte das Aprendizagens Essenciais (Carvalho e Silva et al., 2022), mas que enriquece a visualização espacial dos alunos. Esta atividade permitiu promover curiosidade nos alunos e motivá-los a aprender além do que é proposto nas Aprendizagens Essenciais. Durante esta atividade, propus um problema que incentivava os alunos a pensar de forma crítica e a aplicar os conceitos de Geometria Esférica (até antes desconhecidos por eles) em situações práticas. A introdução da Geometria Esférica mostrou aos alunos a aplicação prática da matemática em contextos do mundo real e ajudou a despertar o interesse e a curiosidade, motivando-os a explorar mais profundamente os conceitos matemáticos.

A apresentação de resultados, no próximo capítulo, será feita em duas secções, uma para a primeira *Gallery Walk* e outra para a segunda. Cada secção começa com a apresentação das tarefas escolhidas. De seguida, é dividida em três partes: resolução da tarefa e construção do *poster*,

comentários elaborados nos *post-its* e discussão final. Na *resolução da tarefa e construção do poster* serão analisadas as dificuldades dos alunos, a comunicação escrita e comunicação oral. Nos *comentários elaborados nos post-its* será analisada a comunicação escrita dos alunos no *feedback* e as dificuldades sentidas. Na *discussão final*, será analisada a comunicação oral dos alunos e quais as dificuldades sentidas por estes ao longo da discussão. Os outros momentos da *Gallery Walk* não serão analisados no contexto do projeto, uma vez que, devido à falta de tempo, essas etapas foram realizadas fora do contexto de sala de aula, não havendo, por isso, registo.

Para analisar a comunicação escrita dos alunos na resolução da tarefa serão seguidos os parâmetros descritos por Pires et al. (2018), transcritos no Quadro 1. Para analisar a comunicação oral dos alunos será usada uma adaptação do modelo de Silva (2021). Neste modelo (Quadro 5) são apresentadas três categorias: fluidez, profundidade e recurso. A categoria da fluidez e da profundidade seguirá os mesmos parâmetros propostos, exceto o recurso pois será tido em conta o recurso ao registo escrito e não à comunicação escrita, como sugere a autora. Na *fluidez* é analisado como o aluno expressa a sua ideia; na *profundidade* é analisado se o aluno expressa as duas ideias oralmente, utilizando termos matemáticos corretos; no *recurso* é analisado se o aluno é capaz de expressar as suas ideias sem recorrer a nenhum tipo de representação escrita, isto é, se o aluno consegue transmitir o seu pensamento de forma independente, sem repetir ou ler o que já foi previamente registado, apresentando de forma espontânea.

Quadro 5- Categorias e níveis de desempenho utilizados na análise da comunicação oral (Silva, 2021)

Fluidez		
O aluno expressa, oralmente, as suas ideias com um fluxo ideal entre emissor e recetor.		
NB: o aluno não forma frases completas e sem interrupções na comunicação, parando, constantemente, para reformular o pensamento.	NM: o aluno apresenta pequenas frases sem interrupções, parando, algumas vezes, para reformular o pensamento.	NE: o aluno apresenta o seu pensamento sem interrupções para reformular o seu pensamento.
Profundidade		
O aluno revela, oralmente, as suas ideias com recurso aos termos matematicamente corretos sobre o assunto a trabalhar.		
NB: o aluno revela, frequentemente, não dominar conceitos concretos, importantes e complexos sobre o assunto.	NM: o aluno revela, apenas algumas vezes, o domínio de conceitos concretos, importantes e complexos sobre o assunto.	NE: o aluno revela, frequentemente, dominar os conceitos concretos, importantes e complexos sobre o assunto.
Recurso		
O aluno consegue transmitir o seu pensamento de forma independente, sem repetir ou ler o que já foi previamente registado.		
NB: o aluno não revela capacidade de autonomia oral, sem recorrer, constantemente, aos registos escritos para auxiliar a transmissão das suas ideias.	NM: o aluno não revela capacidade de autonomia oral, sem recorrer, várias vezes, aos registos escritos para auxiliar a transmissão das suas ideias.	NE: o aluno revela capacidade de transmissão das suas ideias sem o recurso aos registos escritos

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados alguns resultados decorrentes da análise dos dados recolhidos durante a Intervenção Pedagógica com o objetivo de responder às questões formuladas no primeiro capítulo. Como tal, serão apresentados aspetos relacionados com os temas em estudo. Este capítulo encontra-se dividido em duas secções: uma dedicada à primeira *Gallery Walk* e a outra à segunda *Gallery Walk*. Cada uma das secções, após a apresentação da tarefa, encontra-se dividida em três partes: resolução da tarefa e construção do *poster*, comentários elaborados nos *post-its* e discussão final. As dificuldades dos alunos serão analisadas em todos os momentos anteriormente referidos. A comunicação escrita será abordada na secção da *resolução da tarefa e construção do poster*. Na secção dos *comentários elaborados nos post-its* serão exploradas as observações dos alunos face à comunicação escrita do *poster* dos outros grupos. A comunicação oral será analisada na *discussão final*.

4.1. *Gallery Walk* 1

A primeira *Gallery Walk* deu início à minha Intervenção Pedagógica. Esta *Gallery Walk* (GW) durou três aulas: duas de 90 minutos e uma de 45 minutos (Anexo 4, Anexo 5, Anexo 6). Na primeira aula um aluno A1 por motivo de doença. Nas restantes aulas dedicadas à primeira *Gallery Walk*, todos os alunos estiveram presentes. Esta *Gallery Walk* teve como objetivo introduzir a Geometria no Espaço e estava dividida em duas partes (Figura 5).

Figura 5- Tarefa da primeira GW

Tarefa 1- Duas torres, duas aves e uma fonte

Primeira parte

Duas aves estão no cimo de duas torres de apartamentos. A primeira torre tem 30 metros de altura e a segunda tem 40 metros de altura e distam entre si apenas 50 metros. Entre as torres está uma fonte. A um determinado instante, as duas aves descem a voar em linha reta, à mesma velocidade e chegam ao mesmo tempo ao centro da fonte. A que distância se encontra a fonte das duas torres?

Nota: Adaptada de Gil (2012)

Segunda parte

Supõe agora que as frentes Este e Oeste das torres têm 10 metros de comprimento, cada apartamento tem 2,5 metros de altura e o pináculo da fonte, que está alinhado com a frente norte das torres, tem um metro de altura. A Joana mora na primeira torre no 5.º andar e o Duarte mora na segunda torre no 6.º andar. As varandas dos seus quartos estão viradas para Sul, mas ambos conseguem ver a fonte da varanda.

No dia de São João vão escolher uma varanda para esticar uma fita até ao pináculo da fonte, mas, como não querem gastar muito dinheiro, vão escolher a varanda que está mais perto do pináculo da fonte. No mínimo, quantos metros de fita serão necessários?

Na primeira parte da tarefa, os alunos podiam utilizar os conceitos aprendidos em Geometria no Plano. Na segunda parte, os alunos receberam duas torres construídas em cartolinas, uma de 30 cm e outra de 40 cm e um dado de 1 cm, simbolizando o pináculo da fonte. A segunda parte serviu para, na discussão final, introduzir o referencial ortonormado do espaço e as coordenadas de um ponto no espaço.

Todos os grupos responderam às questões. As respostas à tarefa são consideradas: (i) corretas (C) se os alunos obtiveram a resposta correta, não cometendo erros em processos intermédios; (ii) parcialmente corretas (PC) se os alunos obtiveram a resposta correta, mas cometeram algum erro em processos intermédios; (iii) incompletas (I) se os alunos não conseguiram obter a resposta mas demonstraram compreensão parcial do problema; (iv) incorretas (IC) se os alunos não conseguiram obter a resposta e cometeram erros significativos nos processos intermédios ou não compreenderam o problema. Na Tabela 1 é apresentada a frequência dos diferentes tipos de resposta, dos 7 grupos, às questões.

Tabela 1- Frequência dos diferentes tipos de resposta às questões da primeira GW

	C	PC	I	IC
Primeira parte	6	0	0	1
Segunda parte	1	2	3	1

4.1.1. Resolução da tarefa e construção do *poster*

Nesta subsecção serão analisadas as dificuldades dos alunos na resolução da tarefa e a comunicação escrita na construção do *poster*. As dificuldades serão analisadas através do diálogo entre os alunos e os questionários realizados e a comunicação escrita será analisada através dos *posters* dos alunos.

Dificuldades dos alunos

Durante esta fase da *Gallery Walk*, foram detetadas dificuldades na interpretação da tarefa e no desenvolvimento da mesma. Segue-se diálogos que exemplifiquem estas dificuldades.

Na primeira parte da tarefa, três grupos demonstraram *dificuldades na interpretação da tarefa*. Estes grupos tiveram dificuldades em perceber o significado, no contexto do problema, das duas aves voarem à mesma velocidade e chegarem ao mesmo tempo. Esta dificuldade pode ser exemplificada com o diálogo presente no Episódio 1.

Episódio 1- Discussão no grupo 7 sobre a primeira parte da tarefa

A26: Se eles chegam à mesma hora quer dizer o quê?

- A27: E à mesma velocidade.
- A25: Se eles chegam à mesma velocidade e chegam ao mesmo tempo quer dizer a fonte vai estar aqui (apontando para o rascunho) e a distância entre a torre a primeira torre e a fonte é igual à distância da segunda torre à fonte.
- A27: Não, isso não faz muito sentido porque uma torre é mais baixa que a outra. Vamos pensar...
- A26: Mas porquê que a distância tem de ser igual se aqui nem fala de distância?
- A25: Porque se chegam ao mesmo tempo e andam à mesma velocidade...
- A27: Ah! Já percebi (seguindo o raciocínio do aluno A25). Não é essa distância que tem de ser igual. É a distância que as aves percorrem.

No *desenvolvimento* da primeira parte da tarefa os alunos também sentiram dificuldades. Após concluírem que a distância percorrida pelas aves era a mesma, vários grupos tiveram dificuldades sobre como iriam resolver de forma a descobrirem a distância entre a fonte e as duas torres. Estas dificuldades podem ser exemplificadas pelo Episódio 2.

Episódio 2- Discussão no grupo 2 sobre a primeira parte da tarefa.

- A6: Para elas chegarem ao mesmo tempo e se uma torre é mais alta do que a outra, então a torre mais alta tem de estar perto da fonte.
- A5: Estás a pensar bem.
- A8: Eu pensei no teorema de Pitágoras.
- A6: Mas nós só temos uma medida.
- A8: E sabes que a distância é a mesma e que em baixo (referindo-se à distância entre as duas torres) é 50 metros.
- A6: Mesmo assim... Não sei como chegamos lá.
- A8: Podemos fazer tentativa erro. Sabemos que uma torre mede 30 metros a outra 40. Imagina que daqui aqui mede 10 (apontando para o esquema desenhado referindo-se à distância do cimo torre à fonte) e vemos quanto mede no chão.
- A6: E o que tiras disso?
- A8: Quando a soma dos dois der 50 é essa a distância já que queremos saber a hipotenusa.
- A6: Mas nós não queremos saber a hipotenusa. Queremos saber a distância da torre à fonte. É este cateto (apontando para o esquema dizendo que é a distância entre a torre e a fonte no chão).

Este grupo, embora tivesse percebido que poderia usar o teorema de Pitágoras, não conseguia resolver a tarefa uma vez que não lhe eram fornecidas duas medidas.

Já na segunda parte da tarefa, os alunos também demonstraram *dificuldades na interpretação da tarefa*. Inicialmente, os alunos sentiram dificuldades em usar os sentidos de orientação no contexto da tarefa, como é exemplificado no Episódio 3:

Episódio 3- Discussão no grupo 3 sobre a segunda parte da tarefa

- A12: O que é para fazer?
- A9: Imagina, eu entendi o que é pedido. Não percebi aquela parte do este, oeste e sul.
- A10: Mas sabes onde é que é Oeste, Este e assim.
- A9: Sim, mas como é que sabemos que aqui é Este? (apontando para as torres).
- A11: E onde é que é Oeste aí?
- A10: Oeste acho que é no lado esquerdo.
- A9: Não sei qual é o lado esquerdo do mundo. Pode ser para ali ou para ali (fazendo gestos com as mãos).
- A12: Não tens aí uma bússola?
- A10: Eu acho que isso não é importante. Não é preciso saber onde é.
- A9: Professora, onde é que o Este e Oeste?
- Prof.: Façam uma rosa dos ventos e pensem no contexto do enunciado. A frente das torres está onde?
- A9: No Norte.
- Prof.: Então peguem nas torres e fixem o Norte aí. Onde é Este e Oeste?
- A9: Aqui (apontando para as torres).
- A10: Ah já percebi. E o Sul vai ser aqui (apontando para as torres).

Neste diálogo consegue-se perceber que os alunos estavam confusos com as direções, o que os impedia de avançar na resolução da tarefa. Nesse momento, decidi explicar a toda a turma que as orientações do enunciado serviam para indicar a localização das varandas e da fonte. Esclareci que, ao situar as torres e fixar o Norte, poderiam facilmente deduzir onde estavam o Este e o Oeste. Dessa forma, os alunos puderam avançar na sua resolução.

No *desenvolvimento da tarefa*, os alunos também demonstraram dificuldades. Todos os grupos sentiram dificuldades nas estratégias a adotar para a sua resolução. Segue-se, como exemplo dessa dificuldade, o Episódio 4.

Episódio 4- Discussão no grupo 5 sobre a segunda parte da tarefa

- A19: Não estou a perceber a lógica deste exercício.
- A18: Nem eu.
- A17: O objetivo é ver qual é a varanda que está mais perto.
- A19: Cada apartamento tem 2,5 metros de altura.

- A20: Então se ela mora no 5.º andar temos de fazer $2,5 \times 5$.
- A18: Mas mesmo assim como descobrimos qual está mais perto?
- A17: Ah... Já sabemos a altura da varanda da Joana e do Duarte.
- A17: A altura da fonte é 1 metro e o comprimento das torres é 10 metros.
- A18: Mas isso não nos vai adiantar de nada.
- A19: Se diz isso é porque é necessário para alguma coisa.
- A17: Então sabemos a altura da varanda e o comprimento. Devemos poder usar o teorema de Pitágoras porque temos duas medidas. A distância da torre à fonte é 32 e aqui é 12,5.
- A20: Temos de tirar 1 metro da fonte.
- A17: Pronto. Agora fazemos um teorema de Pitágoras e já está.

No diálogo acima, podemos observar que, inicialmente, neste grupo estavam com dificuldades em extrair os dados importantes do enunciado para a resolução. Quando conseguiram, utilizaram o teorema de Pitágoras para calcular a distância. No entanto, aplicaram o Teorema de Pitágoras apenas porque tinham duas medidas que formavam um triângulo, sem perceberem claramente qual era a medida que realmente estavam a calcular. Como consequência, mesmo ao aplicar o teorema de Pitágoras, a resposta estava incompleta uma vez que não perceberam qual a medida que obteriam.

Quando questionados sobre as dificuldades sentidas nesta etapa, apenas quatro alunos (15%) afirmaram que sentiram dificuldades. Um aluno afirmou que “o problema era muito difícil”, outdisse que sentiu “dificuldade em pôr o raciocínio em palavras” e os restantes afirmaram que foi difícil trabalhar em grupo e chegar a um consenso nas respostas.

Comunicação escrita

A comunicação escrita dos alunos foi analisada através dos parâmetros descritos por Pires et al. (2018). No Quadro 6, seguem-se os níveis atribuídos a cada grupo na resolução da tarefa da primeira *Gallery Walk*. O nível atribuído é relativo às duas partes da tarefa da *Gallery Walk*.

Quadro 6- Avaliação da comunicação escrita na resolução da tarefa no *poster* da primeira *Gallery Walk*

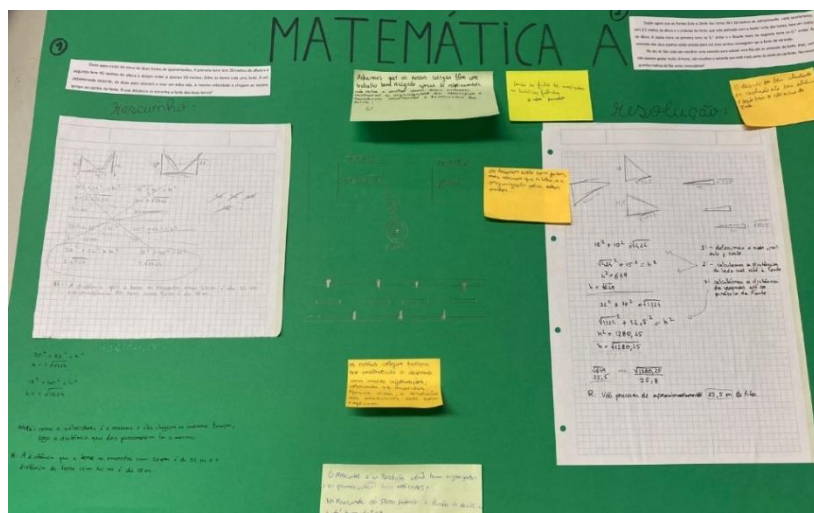
Dimensão Grupo	Clareza			Fundamentação			Lógica			Profundidade		
	NB	NM	NE	NB	NM	NE	NB	NM	NE	NB	NM	NE
G1												
G2												
G3												
G4												
G5												
G6												
G7												

Através do Quadro 6, podemos observar que apenas a categoria lógica tem todos os níveis representados. De salientar que, tal como afirma Pires et al. (2018), o NB nas categorias não significa que as respostas estão incorretas, mas que naquele parâmetro a apresentação da resposta é inadequada.

No que diz respeito à *clareza*, podemos observar que o nível médio (NM) predomina e dois *posters* apresentam um nível baixo (NB). É possível notar que alguns grupos justificam as suas ideias utilizando um vocabulário incorreto (NB). Além disso, quando utilizam vocabulário este revela-se um pouco confuso e a notação utilizada, por vezes, não é correta (NM).

O *poster* do grupo 3 (Figura 6, Anexo 7) é exemplo de um NB de clareza. O grupo apresenta ideias imprecisas e, embora use representações visuais para expressar o seu raciocínio, estas não são as mais adequadas.

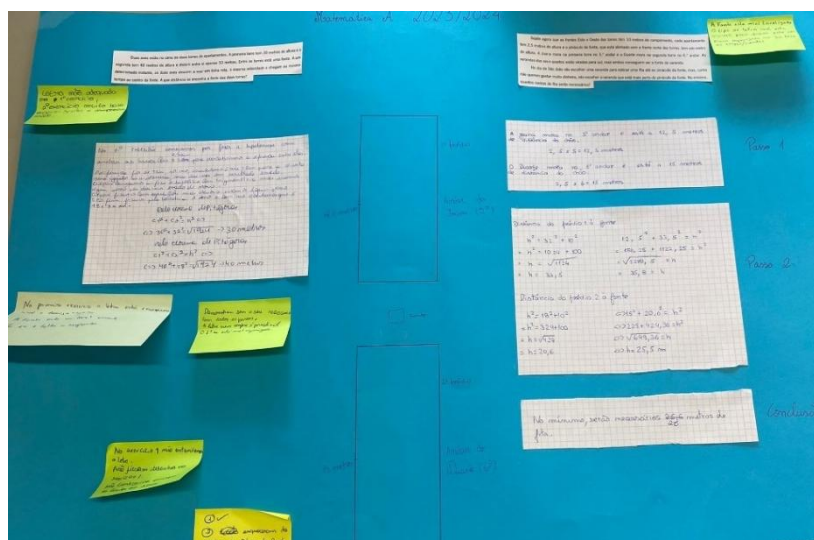
Figura 6- *Poster* do grupo 3 na primeira GW



Na primeira parte da tarefa, o grupo admitiu que utilizou tentativa e erro para chegar à resposta final, colando a folha de rascunho para que os colegas pudessem compreender o raciocínio. No entanto, além de terem riscado a folha, o raciocínio deste grupo não é claro e as representações visuais também não ajudam a compreendê-lo. Na segunda parte da tarefa, embora os alunos justifiquem os passos do seu raciocínio, os cálculos são apresentados de forma confusa e com erros na aplicação do teorema de Pitágoras. Mais uma vez, os alunos utilizam representações visuais para ajudar a acompanhar o seu raciocínio, mas estas não ajudam a percebê-lo.

Como exemplo de NM em clareza temos o *poster* do grupo 2 (Figura 7, Anexo 8). Embora o grupo apresente ideias precisas, o vocabulário utilizado é pouco claro e as representações utilizadas são pouco adequadas.

Figura 7- *Poster* do grupo 2 na primeira GW.

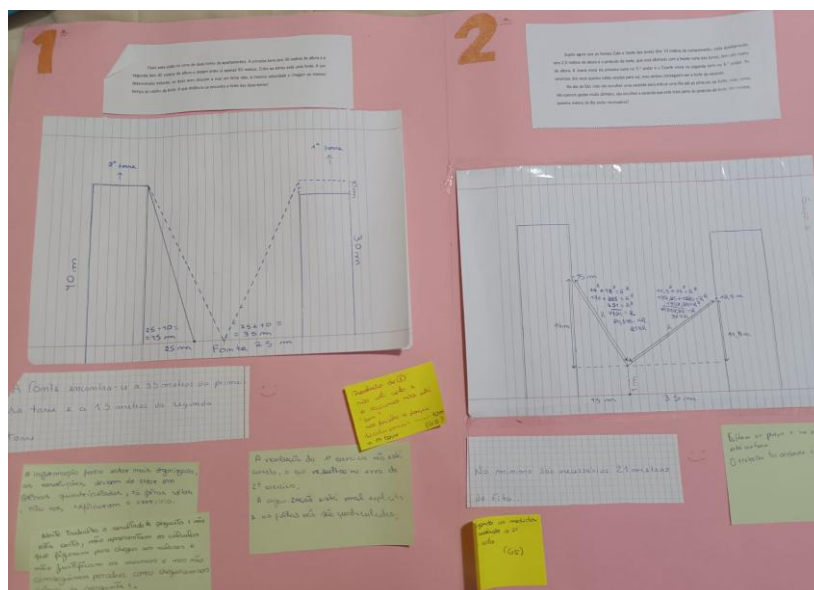


Este grupo, na primeira parte da tarefa, embora justifique o seu raciocínio e expresse as suas ideias, revela dificuldade em usar o vocabulário correto. Além disso, usa uma representação inadequada ao apresentar um valor aproximado, apresentando-o com uma seta ($\rightarrow$). Na resolução da segunda parte, os alunos utilizam o sinal de igual ($=$) em vez do sinal de equivalente ($\Leftrightarrow$) para resolverem a equação.

Em relação à *fundamentação*, as resoluções apresentam um NB ou NM. Alguns grupos raramente justificaram as suas escolhas (NB) e os que justificaram, muitas vezes, eram um pouco confusas ou incompletas (NM).

O *poster* do grupo 6 (Figura 8, Anexo 9) apresenta um NB de fundamentação. Na primeira parte da tarefa, este grupo não justifica os processos ou as suas ideias no desenvolvimento da resolução, embora na segunda parte já justifique razoavelmente.

Figura 8- *Poster* do grupo 6 na primeira GW



Este grupo, ao longo da resolução das duas partes da tarefa, apresenta respostas incorretas. Na pergunta 1, é possível notar que os alunos começaram por pensar que, se as duas torres tivessem 30 metros, a distância da fonte às torres seria de 25 metros. Uma vez que a segunda torre mede 40 metros, este grupo pensou que bastava a esses 25 metros tirar os 10 metros de diferença, o que não é verdade. Além de seguirem um raciocínio incorreto, não explicam o raciocínio. Já na pergunta 2, os alunos recorrem a um esquema para justificar o seu raciocínio

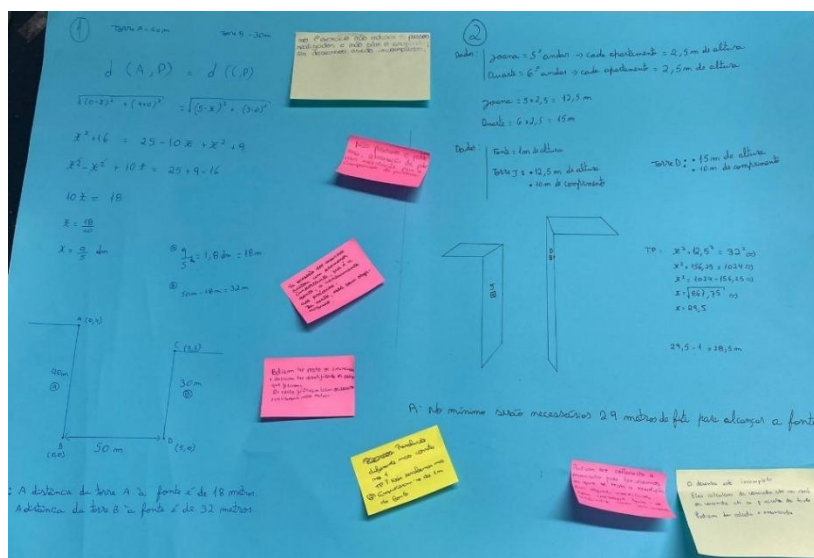
O *poster* do grupo 2 (Figura 7, Anexo 8) apresenta um NM de fundamentação uma vez que o grupo justifica razoavelmente o seu raciocínio. Na primeira parte da tarefa, o grupo admite que recorreu à estratégia de resolução de tentativa-erro, mencionando o uso do teorema de Pitágoras. Ao explicar o seu raciocínio, o grupo afirma que tentou usar “trigonometria” e “equações”, mas não justificam o porquê de lhes ter dado errado. Além disso, embora apresentem os cálculos, não justificam que a distância das torres à fonte é aquela uma vez que são os únicos valores para o qual a distância percorrida pelas aves, ou seja a hipotenusa, é a mesma. Na segunda parte, o grupo utiliza o teorema de Pitágoras para chegar à distância final, mas não justifica o motivo da sua utilização nem o que está a ser calculado em cada um.

Na vertente da *lógica*, é analisado o raciocínio e a coerência dos registos escritos, verificando-se se existe uma conexão entre as ideias registadas. Aqui, verifica-se uma maior ocorrência do NM, embora dois grupos apresentem NB e um outro NE.

Como exemplo no NB em lógica temos o *poster* do grupo 3 (Figura 6, Anexo 7). Na primeira parte da tarefa, embora o grupo apresente o rascunho para demonstrar o seu raciocínio, não apresenta uma explicação que sustente as várias etapas da resolução. Na segunda parte, embora o grupo descreva o que está a descobrir com os cálculos, não explica as várias etapas da resolução.

O grupo 4 (Figura 9, Anexo 10) apresenta um NM em lógica, uma vez que apresentam algumas conexões entre as ideias registadas e o raciocínio utilizado.

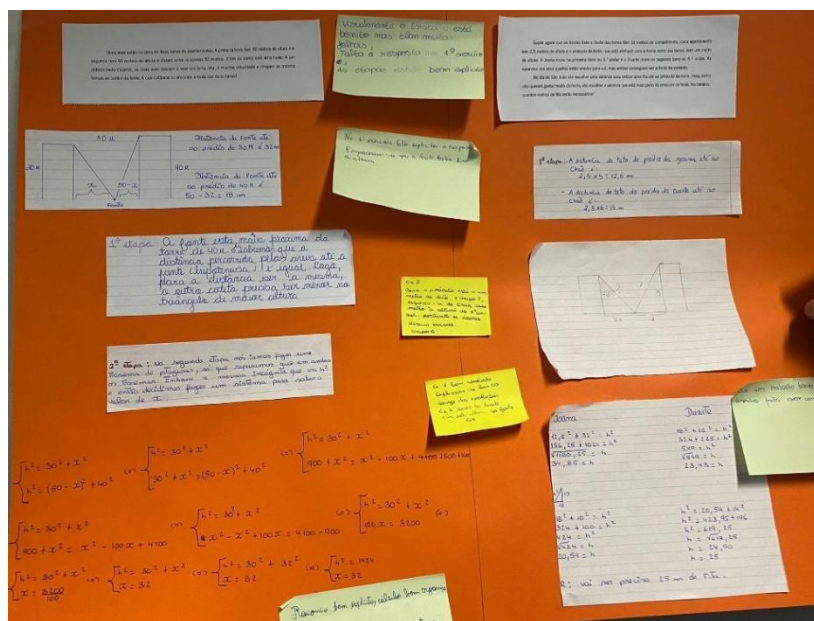
Figura 9- Poster do grupo 4 na primeira GW



Na primeira parte da tarefa, é clara a relação entre os vários elementos. O uso de representações visuais ao longo da resolução ajudam a compreender o raciocínio utilizado pelos alunos. No entanto, na resolução da segunda parte da tarefa, embora o grupo recorra novamente a um esquema para expressar o raciocínio, a relação entre o esquema e a aplicação do Teorema de Pitágoras não é explícita.

O grupo 7 (Figura 10, Anexo 11) apresenta um NE em lógica pois os registos escritos apresentam conexões claras com as ideias registadas.

Figura 10- Poster do grupo 7 na primeira GW.



Na primeira parte da tarefa, podemos observar a relação entre as incógnitas utilizadas (x e h) sendo que o grupo a explicita por escrito. Na segunda parte é notória a relação entre os teoremas de

Pitágoras e, embora esta parte não esteja tão perceptível como a primeira, é notório que o grupo tentou explicitar a relação recorrendo a representações visuais.

No que diz respeito à *profundidade*, o NB predomina por dois motivos. Por um lado, alguns grupos demonstraram imprecisões quanto a noções transversais, nomeadamente, incapacidade de distinguir entre equivalência e igualdade. Por outro lado, alguns grupos mostraram imprecisões relativamente a tópicos de Geometria.

Para ilustrar as diferentes imprecisões temos o *poster* do grupo 3 (Figura 6, Anexo 7) e o *poster* do grupo 4 (Figura 9, Anexo 10) como exemplos de NB em profundidade. O grupo 3, na segunda parte da tarefa, embora compreenda aspetos importantes relativos à Geometria, comete erros nas igualdades estabelecidas. Por outro lado, o grupo 4 demonstra não compreender noções fundamentais de Geometria na segunda parte da tarefa. Neste grupo têm dificuldade em perceber onde está localizada a varanda do Duarte (como é perceptível no esquema realizado), retiram 1 metro no final e, assim, revelam que não perceberam que 1 metro corresponde à altura da fonte e não conseguem perceber o que realmente estão a calcular ao utilizar o teorema de Pitágoras.

Como exemplo do NM de profundidade temos o *poster* do grupo 7 (Figura 10, Anexo 11). Os alunos compreendem noções importantes de Geometria e, embora se tenham esquecido de retirar o 1 metro da fonte, perceberam onde estavam localizadas as varandas em relação à fonte. No entanto, procederam a arredondamentos nos cálculos intermédios sem ser pedido, não percebendo que isso poderia influenciar a resposta final.

4.1.2. Comentários elaborados nos *post-its*

Esta fase da *Gallery Walk* tornou-se muito importante para os alunos perceberem o raciocínio dos colegas na resolução da tarefa. A maioria dos grupos que responderam mal ou incompleto a alguma parte da tarefa aperceberam-se dos seus erros ao analisarem o raciocínio dos outros. Nesta subsecção serão analisadas as dificuldades dos alunos e as preocupações dos alunos face à comunicação escrita do *poster* dos outros grupos.

Dificuldades dos alunos

Nesta fase da *Gallery Walk*, os alunos sentiram dificuldades em expressar a sua opinião acerca dos *posters* dos colegas. Estas dificuldades podem ser observadas através de expressões dos alunos como “O que é que é para escrever?”, “o que diz nesse *post-it*?” (referindo-se ao outro comentário já feito no *poster*). Essas perguntas revelam a insegurança e a incerteza dos alunos em relação ao que

deveriam observar e comentar. Alguns alunos pareciam estar mais preocupados em repetir ou validar o que outros colegas já tinham comentado, em vez de formular as suas próprias opiniões ou críticas.

Nesse momento, resolvi voltar a lembrar os alunos que era importante tentarem perceber o raciocínio dos colegas nos cartazes e serem específicos nos comentários, apontando exemplos concretos do que estava bem feito ou do que poderia ser aprimorado, para que os colegas pudessem compreender claramente as sugestões dadas.

A partir daqui os alunos também começaram a sentir dificuldades em compreender o raciocínio dos colegas quando estes tinham um diferente dos deles. Essas dificuldades podem ser observadas, por exemplo, no Episódio 5.

Episódio 5- Discussão no grupo 6 sobre a resolução do grupo 1 na primeira parte da tarefa da 1.ª GW

A21: Eles no exercício 1 usaram o teorema de Pitágoras.

A23: Deu diferente da nossa resposta.

A24: Eu já sabia que a nossa estava mal...

A22: A deles também pode estar não sabes.

A24: Não estou a perceber nada do que fizeram.

A23: Calma! Deixa ler.

A22: Mas como é que eles usaram o teorema de Pitágoras e tem duas letras diferentes? (referindo-se às incógnitas x e h)

A23: Estou a tentar perceber.

A21: Imagina. Eles supuseram que a distância no chão é x . Se no total é 50 então a outra é $50-x$.

A22: Sim, mas mesmo assim... e o h ?

A21: Suponho que seja a hipotenusa.

A22: E ela é igual?

A23: Pelos vistos...

A21: Nós fizemos mal. Claro que é igual porque a distância é a mesma.

A23: Não acredito que erramos...

O grupo 6 teve a resposta incorreta (IC) na primeira parte da *Gallery Walk* e, ao analisar o cartaz do outro grupo, inicialmente ficou confuso por encontrar um raciocínio diferente do seu, o que dificultou a compreensão do método utilizado. Eles observaram que o outro grupo usou o teorema de Pitágoras, mas ficaram confusos ao ver que o grupo 1 tinha duas incógnitas diferentes numa aplicação do teorema de Pitágoras. Quando conseguiram compreender o raciocínio dos colegas, este grupo percebeu que a resolução deles estava errada e que a dos colegas estava certa uma vez que a distância era igual.

A dificuldade de perceber o raciocínio usado pelos colegas também pode ser vista no Episódio 6.

Episódio 6- Discussão no grupo 5 sobre a resolução do grupo 2 na segunda parte da tarefa da 1.^a GW.

A18: Para quê que eles usaram o 10?

A19: Eles fizeram dois teoremas em cada torre. Porquê?

A18: E usaram o 12,5 e o 15. Não tiraram o 1 metro.

A17: Vou pegar numa torre para ver o que fizeram.

A17: 32 é a distância à fonte e 10 é o comprimento. Ao fazer o teorema de Pitágoras dá...

A20: Dá este lado.

A19: Mas aqui não é reto (referindo-se ao ângulo do triângulo).

A20: Pois não. Não podem usar.

A18: É sim. Olha (aponta para as torres). É aqui.

A17: E depois usam esse lado e a altura e descobrem... Isto (apontando para a torre).

O grupo 5 foi um dos grupos que teve a resposta à segunda parte da tarefa incompleta (II). Este grupo apenas aplicou uma vez o Teorema de Pitágoras na sua resolução, não percebendo que não estavam a calcular a distância das varandas ao pináculo da fonte. Quando viram a resolução do grupo 2, ao início tiveram dúvidas do porquê deste grupo ter recorrido duas vezes ao teorema de Pitágoras. Contudo, com a ajuda das torres, conseguiram perceber que o grupo tinha tido o raciocínio correto e que o deles estava incompleto.

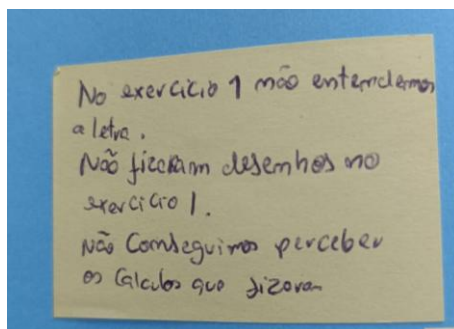
Quando questionados sobre as dificuldades sentidas nesta etapa, 7 alunos (26%) admitiram que sentiram dificuldades. Estes alunos justificam que sentiram dificuldades porque os colegas tinham tido um raciocínio diferente do deles e o *poster*, por vezes, não estava bem organizado, como podemos observar na seguinte resposta “Senti dificuldade em analisar alguns [posters] por causa da sua organização e por usarem outras formas de analisar”. Os alunos que indicaram não ter sentido dificuldades afirmaram que não tiveram dificuldade em criticar os trabalhos dos colegas, como podemos observar nas seguintes respostas “Havia sempre algo que podíamos criticar bem ou mal quer seja na estética ou no processo matemático utilizado” e “Depois de ver todos conseguia entender o que eles pensaram de bem e de mal”.

Preocupações dos alunos face à comunicação escrita

Ao longo desta fase os alunos foram revelando preocupações com a comunicação escrita ao analisarem e comentarem o *poster* dos colegas, identificando por vezes que também tinham falhas nos seus trabalhos. Para demonstrar as preocupações em cada categoria serão analisados alguns dos comentários efetuados nos *post-its*.

Relativamente à clareza, quase todos os grupos foram mostrando essa preocupação nos comentários efetuados nos *post-its*. Alguns dos grupos focaram-se no vocabulário e nas representações utilizadas. Um exemplo desta preocupação pode ser o comentário do grupo 3 ao *poster* do grupo 2 (Figura 11).

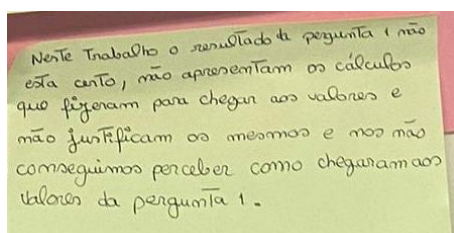
Figura 11- Comentário efetuado pelo grupo 3 ao grupo 2 na primeira GW



Como podemos observar na Figura 11, este grupo demonstra preocupação quanto à clareza do *poster*, nomeadamente à letra e às representações utilizadas. O grupo afirma que o grupo não “utilizaram desenhos”, isto é, não recorreu a representações visuais para explicar o seu raciocínio, o que dificultou a sua compreensão.

Além disso, os alunos também demonstraram preocupação em relação à fundamentação dos *posters*, ou seja, se os grupos justificaram os processos e apresentaram argumentos plausíveis para as suas ideias. Como exemplo, temos o comentário do grupo 7 efetuado no *poster* do grupo 6 (Figura 12).

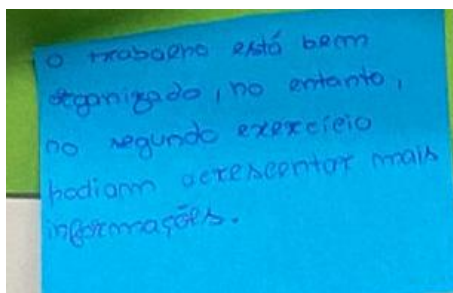
Figura 12- Comentário efetuado pelo grupo 7 ao grupo 6 na primeira GW



Como podemos observar na Figura 12, o grupo 7 afirma que o grupo 6 não justificou os cálculos que os levaram a chegar àquela conclusão, o que dificultou a compreensão da resposta e fez com que estes não a entendessem. Este comentário demonstrou a preocupação do grupo 5 face à importância da fundamentação das respostas.

Ao nível da lógica também é possível notar alguma preocupação por parte dos alunos na análise de alguns *posters*. Exemplo desta preocupação pode ser observada no comentário efetuado pelo grupo 5 ao *poster* do grupo 1.

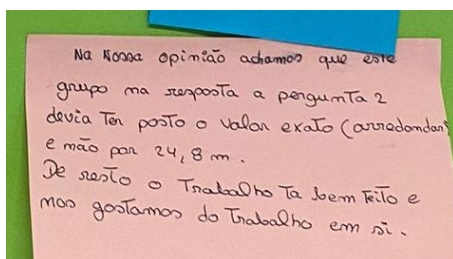
Figura 13- Comentário efetuado pelo grupo 5 ao grupo 1 na primeira GW



Como podemos observar na Figura 13, o grupo 5 afirma que o grupo 1 poderia acrescentar mais informações na segunda parte da tarefa. Este comentário realça a importância de apresentar conexão entre as ideias registadas onde cada passo deve ser devidamente explicitado.

Ao nível da profundidade, apenas um comentário realizado pelo grupo 7 ao *poster* do grupo 1 é que apresenta alguma preocupação (Figura 14).

Figura 14- Comentário efetuado pelo grupo 5 ao grupo 1 na primeira GW.



No comentário é possível notar uma preocupação com noções transversais. O grupo 7, apesar de também ter feito arredondamentos nos seus próprios cálculos, afirma que o grupo 1 não deveria tê-los realizado nos cálculos intermédios. Este comentário evidencia uma compreensão sobre o impacto potencial dos arredondamentos na resposta final, além de destacar a importância do rigor matemático nas várias etapas de resolução.

4.1.3. Discussão final

Na discussão final da *Gallery Walk* os alunos apresentaram os trabalhos à turma com base nos comentários efetuados nos *post-its*. Nesta subsecção serão analisadas as dificuldades dos alunos e a comunicação oral.

Dificuldades dos alunos

Durante esta fase, surgiram algumas dificuldades que merecem destaque. Primeiramente, muitos alunos demonstraram insegurança ao explicar as suas ideias, refletindo uma dificuldade em verbalizar o

raciocínio matemático de forma clara e coesa. No início das apresentações alguns grupos, que receberam comentários nos *post-its* a criticar a letra, justificaram que isso se deveu à percepção de que tiveram pouco tempo na resolução da tarefa. Este aspeto é relevante pois indica que os alunos sentiram dificuldades em gerir o tempo.

Durante a apresentação dos *posters*, quatro grupos revelaram dificuldades em expressar o seu raciocínio. Um exemplo disso é a apresentação do grupo 1 (Episódio 7).

Episódio 7- Apresentação do grupo 1 na primeira GW

- A3: Nós calculamos primeiro a altura da Joana fazendo $2,5 \times 5$. Depois aplicamos o teorema de Pitágoras para descobrir... Ah (faz uma pausa) a hipotenusa. Depois... (faz uma pausa, mostrando-se um pouco confuso).
- Prof.: O que é a hipotenusa?
- A2: Era isto (apontando para a torre, indicando que seria a distância entre a fonte e zona Sul da torre no chão).
- A3: Fizemos o mesmo para o Duarte e depois fizemos um 2.º teorema de Pitágoras e vimos que a da Duarte era mais perto e eram necessários 24,8 metros.
- Prof.: Porquê que não fizeram o 2.º teorema de Pitágoras para a Joana?
- A3: Porque... (faz uma pausa)
- A2: Porque não era preciso. (Faz uma pausa, olhando para o cartaz) O primeiro deu aproximadamente 34,5 e no Duarte deu $2\sqrt{106}$.

No diálogo acima podemos observar que o aluno A2 estava com dificuldades a expressar o seu raciocínio na resolução da segunda parte da tarefa. O aluno utilizava o termo hipotenusa sem especificar o que representava no contexto da sua resolução, ela indicava. Ao perceber essa dificuldade, o aluno A3 tentou ajudar, completando o raciocínio do colega.

Quando a turma foi convidada a comentar os cartazes dos grupos que estavam a apresentar, alguns alunos mostraram dificuldades em explicar por que consideravam o raciocínio dos colegas incorreto ou incompleto, no ser correto ou incompleto como podemos observar no diálogo seguinte, presente na apresentação grupo 6 (Episódio 8).

Episódio 8- Discussão entre a turma sobre o *poster* do grupo 6 na primeira GW

- Prof.: O que têm a dizer sobre este cartaz? Ou sobre a resolução dos vossos colegas?
- A17: Na resolução do primeiro considero que o teorema de Pitágoras não está bem. Nunca poderiam ser os valores que comentaram.
- Prof.: Eles estão a usar o teorema de Pitágoras?

- A2: Não. Eles adicionaram 10 metros à segunda torre.
- A25: Eu acho que está errado porque eles consideraram que a fonte estava no meio.
- Prof.: Sim, mas se as duas torres tivessem efetivamente 40 metros a fonte estava a meio, certo? Porquê que não podemos apenas tirar 10 metros?
- A8: Porque não funciona assim.
- Prof.: Hmm... E não funciona assim porquê?
- A8: Porque nós também tentamos essas coisas.... Deu esses resultados e quando fizemos o teorema de Pitágoras não dava para igualar, por isso...
- Prof.: Podes tentar explicar de outra forma?
- A8: Nós tentamos isso. Só que depois fizemos o teorema de Pitágoras e vimos que não dava isso.

Neste diálogo, percebe-se que os alunos tiveram dificuldades em compreender a abordagem do grupo 6 e, quando questionados sobre a razão do erro, não conseguiram identificar especificamente onde ele estava. Essa dificuldade em identificar e comunicar falhas no raciocínio de terceiros sugere limitações na análise crítica e no domínio de vocabulário matemático, o que pode impedir a clareza das explicações. perceber o que o grupo 6 tentou fazer. Quando questionados do porquê da resposta do grupo 6 estar errada, os alunos não conseguem explicar onde está exatamente o erro.

Quando os alunos foram questionados sobre como se sentiram ao apresentar os *posters* aos colegas, seis alunos (22%) afirmam que estavam um pouco nervosos e ansiosos por apresentar perante a turma o seu *poster*, como visível nas respostas: “Estava um pouco nervoso” e “Pressão”. No entanto, os restantes colegas afirmam que se sentiram confortáveis em apresentar o seu raciocínio perante a turma.

Comunicação oral

Para analisar a comunicação oral dos alunos na discussão final da primeira *Gallery Walk*, recorreu-se aos parâmetros adaptados de Silva (2021), que permitem avaliar a fluidez, profundidade e uso de recursos na comunicação oral de cada grupo. No Quadro 7 são atribuídos níveis de desempenho a cada grupo, considerando ambas as partes da tarefa discutida.

Quadro 7- Avaliação da comunicação oral na discussão final da primeira *Gallery Walk*

Dimensão Grupo	Fluidez			Profundidade			Recurso		
	NB	NM	NE	NB	NM	NE	NB	NM	NE
G1									
G2									
G3									
G4									
G5									
G6									
G7									

O Quadro 7 revela uma tendência dos alunos para o nível médio (NM) nas categorias da comunicação oral. Na *fluidez* podemos observar que o NM predomina, enquanto dois grupos apresentam um nível baixo (NB). A maioria dos alunos conseguiu apresentar o *poster* sem interrupções, parando, algumas vezes, para reformular o seu pensamento (NM). No entanto, dois grupos sentiram constantemente a necessidade de parar para reformular o pensamento (NB).

Como exemplo de NB de fluidez temos o Episódio 7. Como é possível observar, o aluno A3 do grupo 1 faz diversas pausas quando questionado acerca do raciocínio que teve. O aluno A2 participa também na discussão a fim de completar o raciocínio do colega, mas este também faz pausas para reformular o pensamento e conseguir responder.

Como exemplo de NM de fluidez temos o seguinte diálogo presente na apresentação do grupo 5 (Episódio 9).

Episódio 9- Apresentação do grupo 5 na primeira GW

- A19: Na segunda parte cada apartamento tem 2,5, ou seja, como ele estava no 5.º andar deu-nos 15. Depois tiramos 1. Ah... a ponte media 1 e deu-nos 14.
- A18: Depois o Duarte estava aqui (apontando para a torre) e a fonte estava aqui (apontando na direção oposta) por isso fizemos um teorema de Pitágoras e calculamos a hipotenusa. Ao vermos os cartazes dos outros grupos já nos apercebemos que a nossa resposta não está correta.
- Prof.: E não esta correta porquê?
- A18: Porque nós usamos o 14 da altura do apartamento e o 18 que é a distância da torre à fonte.
- Prof.: E com isso descobriram o quê?
- A18: Descobrimos... (faz uma pausa) a distância da varanda do Duarte até aqui (apontando para a esquina da torre alinhada com a fonte).

Como podemos observar neste diálogo, o grupo sentiu a necessidade de fazer algumas pausas para conseguir explicar o seu raciocínio. Estas pausas revelam a necessidade que os alunos, por vezes, sentem em parar para organizar e articular as suas ideias, tentando-se lembrar dos passos seguidos na sua resolução.

No que diz respeito à *profundidade*, um grupo apresentou um NB, enquanto os restantes apresentaram um NM. A grande parte dos alunos, ao longo da apresentação, revelou domínio de alguns conceitos importantes e utilizou alguns dos termos matemáticos corretos sobre o assunto (NM). No entanto, um grupo revelou, frequentemente, não dominar conceitos importantes sobre o assunto, não utilizando os termos matemáticos corretos (NB).

O grupo 4 foi o único que apresentou um NB de profundidade. Na apresentação do seu *poster*, o grupo não conseguiu expor as suas ideias usando os termos matemáticos corretos, como podemos observar na apresentação do grupo 4 (Episódio 10).

Episódio 10- Apresentação do grupo 4 na primeira GW

- A14: No exercício 1, já nos apercebemos que trocamos a ordem das torres. Nós começamos por calcular a distância da torre A, que tinha 40 metros, à fonte. Primeiro descobrimos as coordenadas de cada vértice, porque nós conseguimos fazer mais ao menos um quadrado com a distância da fonte às duas torres e a altura da distância da fonte às duas torres.
- A15: Depois começamos por introduzir a matéria nova que é uma equação vetorial e calculamos a distância, fizemos um teorema de Pitágoras. Ah não... (faz uma pausa) Calculamos a distância e o resultado estava em decímetros para ser mais fácil para nós e depois passamos para metros

Através do Episódio 10, podemos observar que o grupo 4 afirma ter utilizado os conhecimentos adquiridos, no primeiro período, de Geometria no plano, mas não conseguiu expressar o que usou em concreto. O grupo refere-se à equação da mediatriz como sendo uma “equação vetorial”.

O grupo 2 é um dos grupos que apresenta um NM de profundidade. Na apresentação do seu *poster*, o grupo expõe as suas ideias recorrendo a alguns termos matemáticos corretos, embora não consiga justificar exatamente o seu raciocínio, como podemos observar no Episódio 11.

Episódio 11- Apresentação do grupo 2 na primeira GW

- A8: Nós começamos por fazer a diferença das hipotenusas para tentar acrescentar à base e deu-nos mal. Depois usamos a trigonometria e também nos deu mal. Depois fizemos um sistema e também nos deu mal, provavelmente erramos nalgum cálculo e, no fim, fizemos por tentativa erro e chegamos à resposta final.

- A5: No 2.º exercício, também utilizamos o teorema de Pitágoras e chegamos à resposta final só que nos esquecemos de tirar o 1 metro da fonte.

No episódio acima, podemos observar que o grupo, ao justificar como chegou à tentativa erro, afirma que recorreu a outras estratégias anteriormente. Utiliza termos matemáticos para o explicar, mas não consegue indicar exatamente o que fez. Embora não indique que usou o teorema de Pitágoras na primeira parte, ao apresentar o raciocínio utilizado na segunda parte, indica que também usaram o teorema de Pitágoras, remetendo para o facto de o terem usado na primeira parte.

No que diz respeito ao *recurso*, a maioria dos grupos, em alguns momentos, não conseguiu transmitir o seu pensamento de forma independente, tendo lido o que estava escrito no *poster* (NM). Apenas o grupo 3 conseguiu apresentar o seu poster sem recorrer ao que estava previamente registado, apresentando de forma espontânea (NE).

Como exemplo de NM de recurso temos a apresentação do grupo 5 (Episódio 9). Como podemos observar o grupo 5, ao longo da sua apresentação precisa de recorrer ao *poster* para lembrar o que foi escrito, acabando por ler o que está lá escrito. Além disso, também necessita de recorrer às torres para explicar o que estava a ser calculado e não indica oralmente as orientações de cada local.

O grupo 3, como dito anteriormente, foi o único que apresentou um NE de recurso como podemos observar no Episódio 12.

Episódio 12- Apresentação do grupo 3 na primeira GW

- A9: No 1.º exercício nós usamos tentativa erro para descobrir a distância das torres. Tentamos com algumas medidas e chegamos à conclusão de que a distância era 32 e 18.
- A11: No 2.º exercício para descobrir qual a varanda que estava mais perto começamos por definir as orientações. Depois ah... (faz uma pausa) calculamos a distância da fonte até ao lado sul no chão e depois calculamos a distância da varanda até à fonte.

Os alunos deste grupo conseguem explicar o seu raciocínio sem recorrer ao que estava escrito no *poster*. Quando o aluno A11 faz uma pausa este não olha para o cartaz para procurar suporte visual ou escrito. O aluno acaba por organizar mentalmente o seu raciocínio para conseguir explicar o processo utilizado.

4.2. Gallery Walk 2

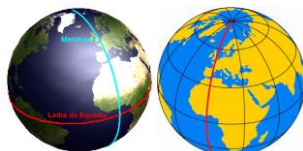
A segunda *Gallery Walk* culminou a minha Intervenção Pedagógica. Esta *Gallery Walk* durou duas aulas de 90 minutos (Anexo 12, Anexo 13). Nesta *Gallery Walk* todos os alunos estiveram presentes. O objetivo desta *Gallery Walk* foi introduzir aos alunos o conhecimento de uma nova geometria: a Geometria Esférica. Esta atividade (Figura 15) permitiu promover curiosidade nos alunos e motivá-los a aprender além do que é proposto nas Aprendizagens Essenciais.

Figura 15- Tarefa da segunda GW

Tarefa 2- Problema do Urso

Um urso, saiu da sua toca, andou uma determinada distância para Sul. Depois, mudou de direção e caminhou a mesma distância sempre em direção a Este. Em seguida, voltou a mudar de direção e andou a mesma distância para Norte.

- a) Desenha na cartolina o percurso efetuado pelo urso.
- b) Sabe-se que o urso, nunca passou pela mesma zona e, no final do percurso descrito, chegou à sua toca, ou seja, exatamente ao ponto de partida. Consideras válido o esquema que elaboraste na alínea anterior? Se não for válido, consegues reformulá-lo de modo a verificar esta última informação? Justifica a tua resposta.
- c) A esfera que te foi fornecida pretende ser um modelo simplificado do planeta Terra. Com a esfera, os pioneses e o fio, representa um possível percurso efetuado pelo urso, tendo em conta todas a informações que tens. Consideras válido o esquema que elaboraste? Como o justificas?



Este enunciado foi adaptado de uma tarefa muito conhecida, denominada por problema do urso. O objetivo desta tarefa era introduzir conceitos de uma Geometria até antes desconhecida. Através dela, pretendia que os alunos explorassem a relação entre o plano e a esfera, compreendendo como a Geometria Esférica pode levar a conclusões diferentes das obtidas na Geometria Euclidiana.

Todos os grupos responderam às questões. As respostas à tarefa são consideradas: (i) corretas (C) se os alunos obtiveram a resposta corretamente, não cometendo erros em processos intermédios; (ii) parcialmente corretas (PC) se os alunos obtiveram a resposta corretamente, mas cometeram algum erro em processos intermédios; (iii) incompletas (I) se os alunos não conseguiram obter a resposta mas demonstraram compreensão parcial do problema ou se apenas responderam a uma parte da questão; (iv) incorretas (IC) se os alunos não conseguiram obter a resposta e cometeram erros significativos nos processos intermédios ou não compreenderam o problema. Na Tabela 2 é apresentada a frequência dos diferentes tipos de resposta, dos 7 grupos, às questões.

Tabela 2- Frequência dos diferentes tipos de resposta às questões da segunda GW

	C	PC	I	IC
Alínea a)	7	0	0	0
Alínea b)	0	0	3	4
Alínea c)	0	2	4	1

Todos os grupos conseguiram resolver corretamente a alínea a). Na alínea b), apenas o grupo 6 não conseguiu concluir que o percurso não era válido. No entanto, nenhum grupo conseguiu justificar, por escrito, o porquê dessa invalidade. Através das gravações de áudio, foi possível perceber dois grupos perceberam a razão pela qual o percurso não era válido, embora não tenham escrito isso no *poster*. Além disso, apesar de eu ter repetido várias vezes que era necessário manter as orientações Sul, Este e Norte, notei que muitos grupos interpretaram a pergunta de maneira que implicava uma obrigatoriedade de reformular o percurso, mesmo após eu ter esclarecido que não era necessário reformular se não fosse possível, apenas justificar o porquê. A maioria dos grupos desenhou um triângulo equilátero ou então um quadrado como tentativa de reformulação.

No que diz respeito à alínea c), os grupos 5 e 7 mencionam, nas suas respostas, alguma diferença entre a esfera e o plano, embora não consigam justificar matematicamente. Os restantes grupos, exceto o grupo 1, fazem corretamente o percurso na esfera, mas não conseguem justificar o porquê de ser válido na esfera. O grupo 1 teve a resposta incorreta uma vez que desenhou mal o percurso na esfera.

4.2.1. Resolução da tarefa e construção do *poster*

Nesta subsecção serão analisadas as dificuldades dos alunos na resolução da tarefa e a comunicação escrita na construção do *poster*. As dificuldades serão analisadas através do diálogo entre os alunos e a comunicação escrita será analisada através dos *posters* dos alunos.

Dificuldades dos alunos

Tal como na primeira *Gallery Walk*, durante esta fase, foram identificadas dificuldades na interpretação da tarefa e no desenvolvimento da mesma. Seguem-se diálogos que exemplificam estas dificuldades.

Na alínea a), os alunos não demonstraram *dificuldades na interpretação da tarefa*.

No entanto, no *desenvolvimento da tarefa*, dois grupos revelaram dificuldades em desenhar o percurso pois não sabiam qual a distância que o urso tinha percorrido como podemos observar no seguinte diálogo presente no grupo 1 (Episódio 13).

Episódio 13- Discussão no grupo 1 sobre a alínea a).

- A3: Ora bem, isto é fazer quase um quadrado.
A4: Mas sem um lado.
A3: Sem o Oeste basicamente.
A1: Mas vamos fazer um quadro como? Com que medidas?
A3: Pois, não sei. Não diz nada no enunciado.
A2: Eu acho que é as que nos quisermos.
A3: Mas então pode ser tipo... 10 centímetros, 12 e 14?
A4: Acho que sim.
A2: Não, porque senão não era a mesma distância. Fazemos uma medida qualquer, mas os lados têm de ser todos do mesmo tamanho.

Através deste episódio podemos observar que este grupo estava com dificuldades em saber a medida que iria adotar uma vez que nada era dito no enunciado. O aluno A3 acreditava que as medidas podiam ser aleatórias, mesmo tendo dito anteriormente que era para desenhar “quase um quadrado”, remetendo para o facto de os lados serem todos iguais.

Na alínea b), alguns grupos demonstraram *dificuldades na interpretação da tarefa*. Os alunos pensavam que podiam reformular o enunciado de forma a tornar o percurso válido. Um exemplo desta dificuldade pode ser observado no Episódio 14.

Episódio 14- Discussão no grupo 2 sobre a alínea b)

- A8: Como assim reformular? Então podemos mudar de direção?
A7: Acho que sim, pomos ele a andar para Oeste.
A5: Eu acho que não...
A8: Professora, no exercício b) podemos mudar de direção? Basta pormos ele a andar para Oeste.
Prof.: Voltem a ler o enunciado. O que devem reformular?
A5: O esquema.
Prof.: Então podem acrescentar alguma direção?
A8: Pois, não sei.
A5: Não podemos porque senão estamos a mudar o enunciado.

Neste episódio podemos observar que o grupo 2 pensava que podia reformular o enunciado para conseguir tornar válido o percurso e para isso bastava acrescentar uma direção. Muitos grupos revelaram dificuldades nesta parte uma vez que interpretaram a pergunta como uma obrigatoriedade de reformular o percurso.

No *desenvolvimento da tarefa* da alínea b), todos os grupos demonstraram dificuldades. Quase todos concluíram inicialmente que o esquema não era válido. No entanto, na segunda parte da pergunta, os alunos demonstraram dificuldades em encontrar uma estratégia de resolução como podemos observar no Episódio 15.

Episódio 15- Discussão no grupo 3 sobre a alínea b)

- A9: O nosso esquema não é válido. Agora para reformular...
- A12: É só fazer um triângulo.
- A11: Não dá porque assim já não seria Norte por exemplo.
- A9: Visto que pergunta se conseguimos reformular, a resposta pode ser não. Vamos ler com calma outra vez
- A10: Ele pode voltar para oeste.
- A11: Mas quem te disse que ele voltou para oeste? No enunciado só diz Sul, Este e Norte.
- A12: Então se não é válido podemos mudar as direções.
- A10: Exato, é só dizer que foi para Sudoeste e assim. Só dá para reformular mudando alguma direção.
- A9: Professora, precisamos mesmo de reformular?
- Prof.: Aí pergunta se tu consegues reformular. Se conseguires, reformula, senão tenta pensar numa justificação para o facto de não ser possível. E não se esqueçam que não podem alterar o que está escrito no enunciado.
- A9: Mas a distância tem de ser sempre igual? (neste momento o grupo tinha um triângulo retângulo desenhado).
- Prof.: Sim, a distância tem de ser sempre a mesma.
- A9: Oh então isto já não dá (referindo-se ao triângulo retângulo desenhado).
- Prof.: E porquê que não dá? Olha para o triângulo e pensa no porquê de não dar (saio da beira deste grupo).
- A9: Podemos justificar que com dois catetos iguais, a distância da hipotenusa é maior que os catetos por isso ele teria de percorrer uma maior distância. Agora, para responder à segunda parte, à parte de reformular...
- A11: Eu acho impossível
- A10: Eu acho que é só acrescentar Oeste e explicar o porquê de só dar assim.

No Episódio 15 podemos observar que alguns elementos do grupo 3 também pensavam que era necessário reformular o esquema, embora o aluno A9 alerte que não era obrigatório reformular. Esse grupo, no desenvolvimento da resolução desenha um triângulo retângulo e percebe que não dá para

voltar ao ponto de partida, uma vez que a hipotenusa é maior que os catetos. No entanto, os alunos continuaram a tentar reformular o problema e não justificaram o que tinham constatado no seu *poster*.

Na alínea c), nenhum grupo demonstrou *dificuldades na interpretação da tarefa*.

No entanto, no *desenvolvimento da tarefa* da alínea c) alguns grupos sentiram dificuldades em desenhar o percurso na esfera como podemos observar no diálogo seguinte presente no grupo 5 (Episódio 16).

Episódio 16- Discussão no grupo 5 sobre a alínea c)

- A17: Imagina se daqui aqui é 10, daqui aqui é 10 e daqui aqui é 10 ele chega ao ponto de partida e não é suposto chegar ao ponto de partida.
- A20: Mas então isso não é o objetivo? Chegar ao ponto de partida?
- A17: Não. O objetivo é ele não tocar.
- A18: Exato!
- A20: Mas ele chega ao ponto de partida e não diz que não é suposto ele não chegar.
- A17: Espera vou voltar a ler (volta a ler o enunciado). Ah! Então é só dizer que nesta alínea é válido.
- A20: Sim, exato.

Como podemos observar no diálogo anterior dois alunos deste grupo (A17 e A18) ficaram confusos quando se aperceberam que, na esfera, o urso voltava ao ponto de partida e pensavam que não era suposto chegar. Isso gerou algumas dúvidas quando desenharam o percurso da esfera.

Além disso, ainda no desenvolvimento da alínea c), todos os grupos sentiram dificuldades em perceber e justificar o porquê de o seu percurso ser válido, como podemos observar no Episódio 17.

Episódio 17- Discussão no grupo 3 sobre a alínea c)

- A9: Nós na alínea anterior também fizemos um triângulo e vimos que não era possível porque a distancia de pelo menos um lado seria maior. Para a distância ser igual, tens de mudar as direções. Aquilo já é sudoeste.
- A10: Pois, temos de dizer que na esfera também não é valido por causa das direções
- A11: Mas estamos na esfera. Na esfera pode ser diferente.
- A9: Oh, yah, pois é. As direções continuam a ser as mesmas.
- A12: Pronto, então é só fazer um triangulo equilátero.
- A9: Na alínea anterior fazemos também um triangulo equilátero para reformular e explicar porquê que não é válido o percurso feito em a).

Nesta só temos de dizer que apesar de não parecer, ao fazermos na esfera já fica sul e não sudoeste.

Através desta discussão no grupo 5, podemos observar que, inicialmente, o grupo estava confuso pois na alínea anterior também tinham obtido um triângulo equilátero e as direções tinham mudado. Posteriormente, os alunos percebem que, na esfera, as direções diferem das do plano, mas não conseguem arranjar uma justificação para tal.

Quando questionados sobre as dificuldades encontradas nesta etapa, 3 alunos (11%) admitiram que sentiram dificuldades em organizar o seu *poster*. Os demais afirmaram não ter sentido dificuldades, uma vez que consideraram que o grupo colaborou ativamente, como pode ser observado nas seguintes respostas: “Porque éramos vários a pensar para o mesmo” e “O poster foi de realização fácil porque todos ajudamos na construção dele”.

Comunicação escrita

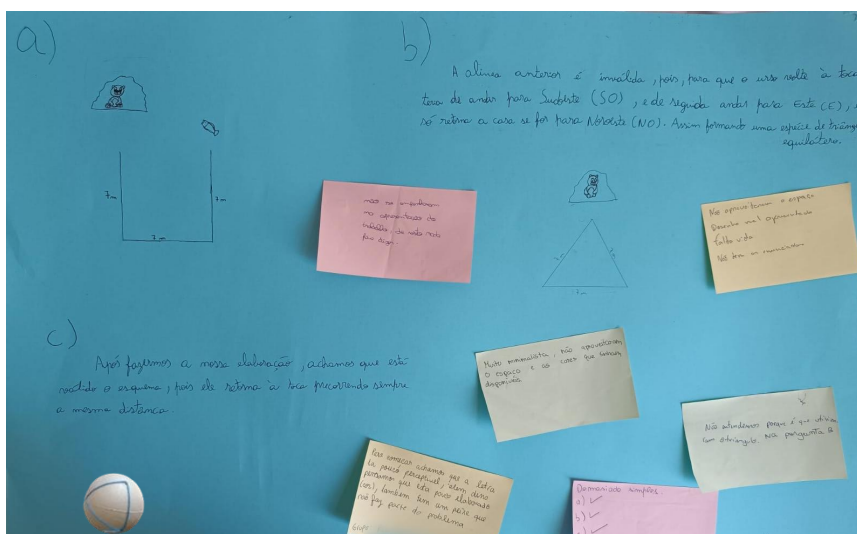
A comunicação escrita dos alunos será analisada através dos parâmetros descritos por Pires et al. (2018). No Quadro 8 segue-se os níveis atribuídos a cada grupo na resolução da tarefa da segunda *Gallery Walk*, sendo que cada nível atribuído é relativo às três alíneas da tarefa da *Gallery Walk*.

Quadro 8- Avaliação da comunicação escrita na resolução da tarefa no *poster* da segunda *Gallery Walk*

Dimensão Grupo	Clareza			Fundamentação			Lógica			Profundidade		
	NB	NM	NE	NB	NM	NE	NB	NM	NE	NB	NM	NE
G1												
G2												
G3												
G4												
G5												
G6												
G7												

Em relação à *clareza* podemos observar que o nível médio (NM) predomina, enquanto dois grupos apresentam um nível baixo (NB). Como exemplo de NB de clareza temos o *poster* do grupo 4. Este grupo apresenta ideias precisas, embora na alínea b) utilize um vocabulário pouco preciso.

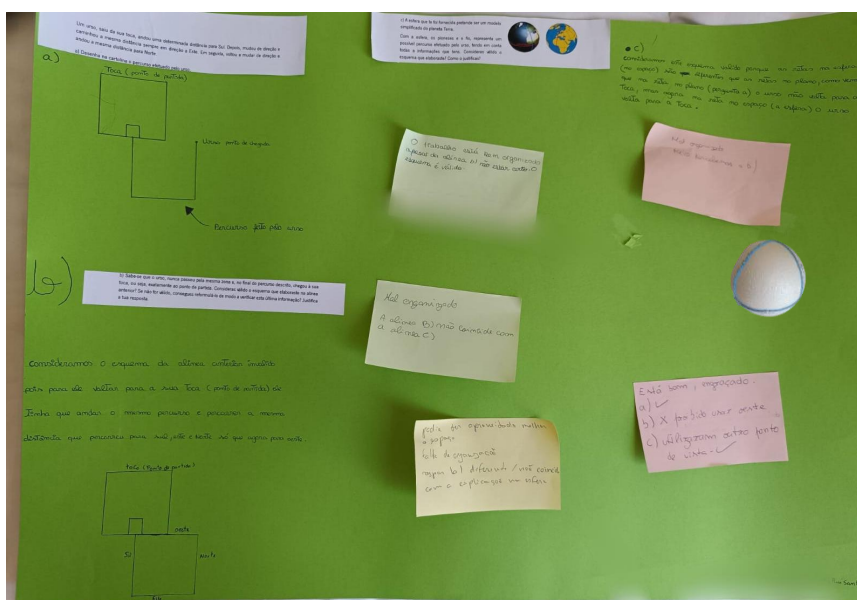
Figura 16- *Poster* do grupo 4 na segunda GW



Através do *poster* do grupo 4 (Figura 16, Anexo 14) é possível observar que os alunos afirmam que se o urso andar para Sudoeste, Este e Noroeste forma uma “espécie de triângulo equilátero”. No entanto, o termo “espécie” não deveria ser utilizado uma vez que, se o urso percorre a mesma distância, forma mesmo um triângulo equilátero. Esta expressão utilizada revela alguma imprecisão no vocabulário utilizado.

Como exemplo de NM de clareza temos o *poster* do grupo 7 (Figura 17, Anexo 15). Este grupo apresenta ideias precisas e o vocabulário utilizado é relativamente adequado.

Figura 17- *Poster* do grupo 7 na segunda GW

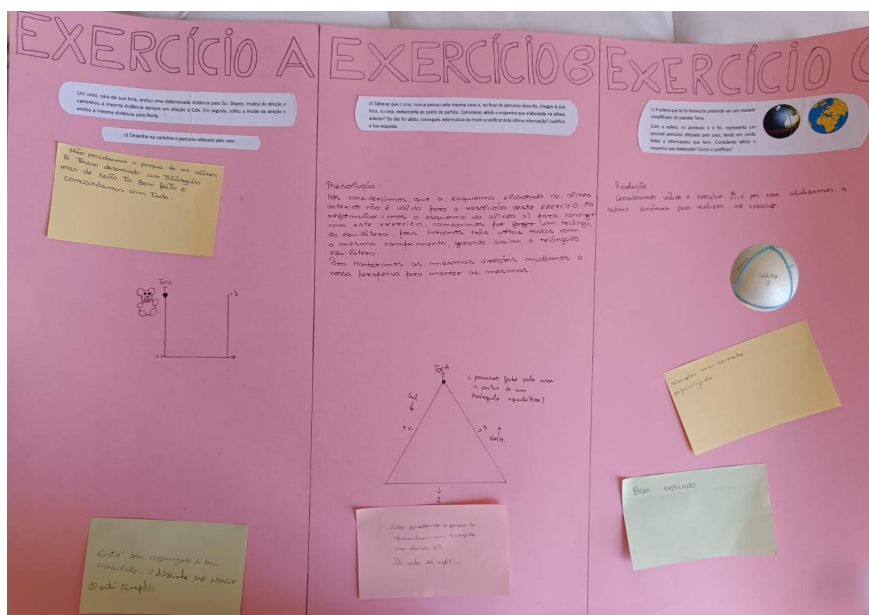


No *poster* do grupo percebe-se que, de uma forma geral, o grupo apresenta ideias precisas; no entanto, ao justificar as respostas, utilizam vocabulário impreciso, o que compromete a clareza da

fundamentação. Na alínea c), por exemplo, o grupo faz referência ao espaço e à esfera como se as retas no espaço fossem diferentes, conduzindo a uma ideia um pouco imprecisa.

Em relação à *fundamentação*, dois grupos apresentam um NB e os restantes apresentam um NM. Como exemplo de NB de fundamentação temos o *poster* do grupo 2 (Figura 18, Anexo 16). Esse grupo justifica o seu raciocínio, mas os argumentos não são plausíveis.

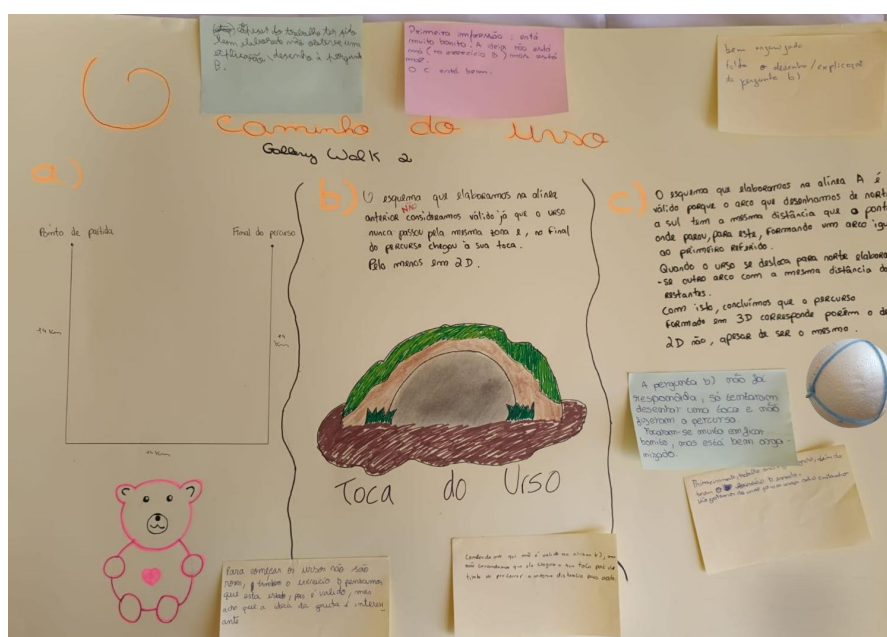
Figura 18- *Poster* do grupo 2 na segunda GW



Através do *poster* do grupo 2 é possível observar que na alínea b) o grupo afirma que ao construir um triângulo equilátero, no plano, as direções não mudam se mudarem a perspetiva deles. Esta falta de perceção das direções no plano revela um nível baixo de fundamentação uma vez que esse argumento, no plano, não é verdadeiro.

O *poster* do grupo 5 (Figura 19, Anexo 17) é exemplo de um NM de fundamentação. Este grupo justifica razoavelmente as suas ideias e apresenta argumentos razoavelmente plausíveis.

Figura 19- *Poster* do grupo 5 na segunda GW

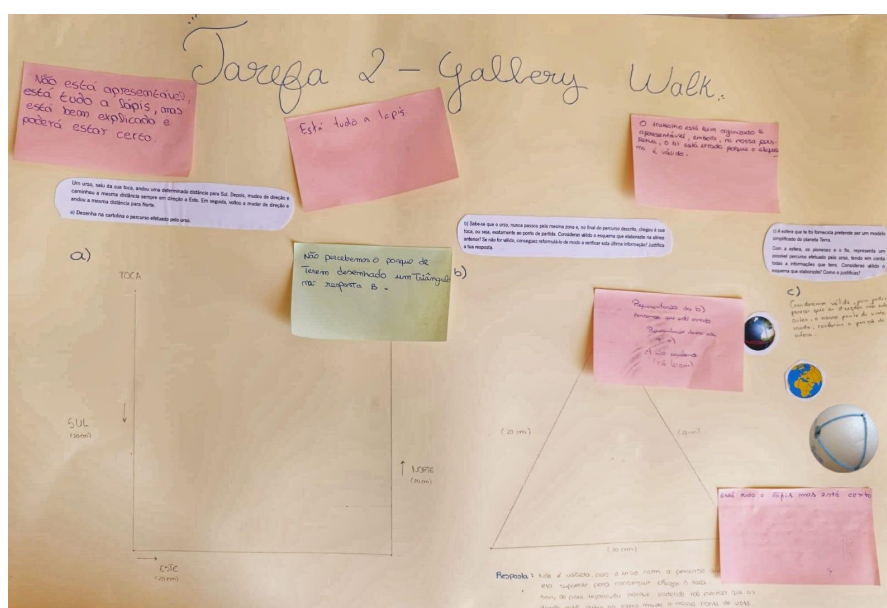


No poster do grupo 5, podemos observar que, na alínea b) o grupo afirma corretamente que o percurso não é válido e procura justificar isso. Embora o grupo não diga e não justifique que não é possível reformular o percurso, este faz uma referência ao “2D”, indicando que no plano não é possível. Além disso, na alínea c) o grupo remete para alguma diferença entre o “2D” (referindo-se ao plano) e o “3D” (referindo-se à esfera) como tentativa de justificação do percurso ser válido na esfera. Apesar dessa não ser a justificação, nota-se a preocupação do grupo em justificar e o argumento é razoavelmente plausível.

Em relação à *lógica* dois grupos revelam pouco raciocínio e coerência nos registos escritos (NB) e os restantes revelam algum raciocínio e coerência a par de alguma conexão entre as ideias (NM).

Como exemplo de NB de lógica temos o *poster* do grupo 3 (Figura 20, Anexo 18). Este grupo apresenta pouco raciocínio nos registos escritos, não mostrando conexão entre as ideias.

Figura 20- *Poster* do grupo 3 na segunda GW



No *poster* do grupo 3, é evidente que, na alínea b), o grupo dá como sugestão reformular o percurso através de um triângulo equilátero e afirma que as direções estão certas, mesmo que não possa parecer, uma vez que na esfera elas estão. No entanto, esse raciocínio e a conexão entre as alíneas estão errados uma vez que o problema deveria ter sido resolvido e justificado no plano, onde as direções Norte, Sul e Este não dariam um triângulo equilátero.

O *poster* do grupo 4 (

Em relação à *clareza* podemos observar que o nível médio (NM) predomina, enquanto dois grupos apresentam um nível baixo (NB). Como exemplo de NB de *clareza* temos o *poster* do grupo 4. Este grupo apresenta ideias precisas, embora na alínea b) utilize um vocabulário pouco preciso.

Figura 16, Anexo 14) apresenta um NM de lógica, uma vez que o grupo apresenta algum raciocínio e coerência nos registos escritos, interligando algumas ideias.

Este grupo, apesar de, na alínea b), reformular as direções do percurso do urso, reconhece que elas mudam. Além disso, na alínea c), o grupo afirma que o percurso elaborado na esfera está correto porque o urso percorreu sempre a mesma distância, esquecendo-se de afirmar que as direções eram as mesmas.

Na categoria da *profundidade* cinco grupos apresentam um NB e os restantes um NM. Estes dois níveis predominam uma vez que foram cometidas algumas imprecisões relativas ao tópico de Geometria.

Como exemplo de NB de *profundidade* temos o *poster* do grupo 2 (Figura 18, Anexo 16). Este grupo ao longo da sua resolução revela não dominar aspetos importantes sobre o assunto. Como já foi dito, na alínea b) o grupo revela não dominar os sentidos de orientação e conceitos fundamentais ligados

à Geometria, isto é, o grupo não se apercebe que para andar de Sul para Este o urso tem de formar um ângulo de 90° e não é possível construir, no plano, um triângulo com todos os ângulos medindo 90° . Além disso, o grupo na alínea c) não conseguiu perceber que realmente a esfera apresenta diferenças comparativamente ao plano uma vez que afirma que seguir apenas o mesmo raciocínio da alínea b).

Como exemplo de NM de profundidade temos o *poster* do grupo 7 (Figura 17, Anexo 15). Este grupo revela dominar alguns aspetos importantes sobre o assunto. O grupo apercebe-se que na alínea b) não é possível reformular o percurso com as orientações dadas no enunciado. No entanto, não consegue justificar o porquê, dizendo que para isso o urso tem de andar para Oeste. Além disso, na alínea c) o grupo admite que na esfera é possível uma vez que as retas na esfera são diferentes que as retas no plano. No entanto, também não consegue justificar quais as diferenças concretas que justifiquem o facto de ser possível na esfera.

4.2.2. Comentários elaborados nos *post-its*

Antes de iniciar esta fase, lembrei aos alunos a importância de compreenderem o raciocínio dos colegas e de fazerem comentários específicos, explicando e justificando suas opiniões dizendo e justificando a opinião deles acerca do *poster* e da resolução da tarefa.

Tal como na primeira *Gallery Walk*, esta fase tornou-se muito importante para os alunos analisarem e interpretarem a resolução dos outros grupos. Quase todos os grupos que responderam mal ou incompleto a alguma parte da tarefa aperceberam-se dos seus erros ao analisarem o raciocínio dos outros. Nesta subsecção serão analisadas as dificuldades dos alunos e as preocupações dos alunos face à comunicação escrita nos *posters* dos restantes grupos.

Dificuldades dos alunos

Nesta fase, três grupos sentiram dificuldades em compreender o raciocínio dos colegas quando estes tinham um diferente dos deles. Estas dificuldades só foram sentidas na alínea b), sendo que nas restantes os alunos não sentiram. No Episódio 18 podemos observar as dificuldades presentes no grupo 2 quando observaram a resolução da alínea b) do grupo 5:

Episódio 18- Discussão no grupo 2 sobre a resolução do grupo 5 na alínea b) da segunda GW

- A6: Ok, não é válido o da alínea a), mas falta aqui a reformulação da b).
- A7: Eles não fizeram um triângulo porquê?
- A6: Não sei.
- A8: Não percebo porquê que dizem que não é possível em 2D mas é se fizeram o triângulo.

- A7: Pois, não faz sentido.
- A6: Eu acho que está mal. Não faz sentido não terem desenhado um novo esquema só por causa de ser no plano.
- A7: Lá está e é possível no plano!

O grupo 2, na alínea b), teve a resposta incorreta (IC) e, ao analisar o *poster* do grupo 5 que teve a resposta parcialmente correta (PC), ficou confuso por o grupo 5 não ter elaborado nenhum esquema de reformulação, não percebendo que o grupo não o fez uma vez que não era possível reformular.

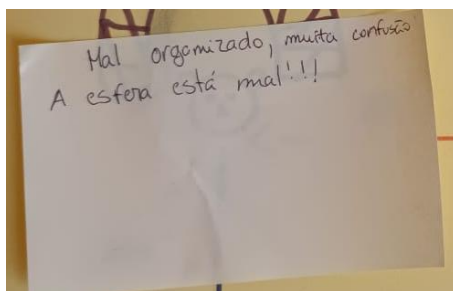
Ao serem questionados sobre as dificuldades encontradas nesta etapa, 3 alunos (11%) admitiram que sentiram dificuldades em compreender o que estava escrito no *poster*. Os restantes admitiram que não sentiram uma vez que consideram que conseguiram criticar os *posters* dos colegas e todos os elementos do grupo esforçaram-se para perceber o raciocínio, como podemos observar nas seguintes respostas: “Porque todos os elementos do grupo deram a sua opinião sobre o trabalho dos outros, fomos juntando as opiniões e dissemos o que achamos dos trabalhos na opinião geral do grupo” e “ Pois era só analisar o que eles tinham feito e escrever o que eles fizeram de bem ou o que fizeram de mal”.

Preocupações dos alunos face à comunicação escrita

Ao longo desta fase os alunos foram revelando preocupações com a comunicação escrita ao analisarem e comentarem o *poster* dos colegas- Para demonstrar as preocupações em cada categoria da comunicação escrita serão analisados alguns dos comentários efetuados nos *post-its*.

No que diz respeito à *clareza*, nesta *Gallery Walk*, os comentários baseiam-se muito na organização do trabalho como podemos observar no comentário efetuado pelo grupo 2 ao grupo 1 (Figura 21).

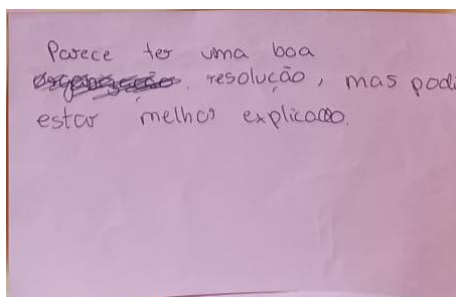
Figura 21- Comentário efetuado pelo grupo 2 ao grupo 1 na segunda GW



O grupo 2 afirma que o grupo 1 tem o trabalho mal organizado, demonstrando alguma preocupação para com a clareza do trabalho. Este comentário realça a importância da disposição espacial das ideias de forma a simplificar a interpretação do raciocínio dos outros grupos.

No que diz respeito à *fundamentação* também é possível denotar em alguns comentários uma preocupação perante esta categoria. Um exemplo dessa preocupação pode ser observado no comentário realizado pelo grupo 1 ao grupo 6 (Figura 22).

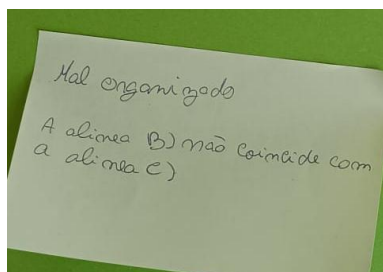
Figura 22- Comentário efetuado pelo grupo 1 ao grupo 6 na segunda GW



Através da Figura 22 é possível notar que o grupo 1 considera que o grupo 6 devia explicar melhor o seu raciocínio. Este comentário realça a preocupação que o grupo sentiu em ver a justificação das ideias do grupo 6 ao longo da sua resolução.

Apenas um comentário apresenta alguma preocupação quanto à lógica como se pode observar na Figura 23.

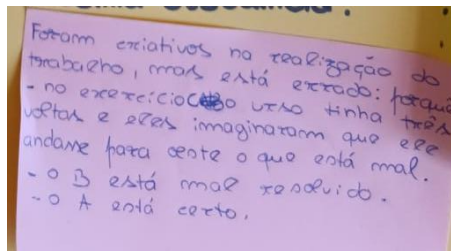
Figura 23- Comentário efetuado pelo grupo 2 ao grupo 7 na segunda GW.



Neste comentário, o grupo 2 afirma que a resposta da alínea b) não coincide com a da alínea c). Embora o pensamento deste grupo não estivesse correto uma vez que a resposta da alínea c) não depende da alínea c), o grupo demonstra uma preocupação coma lógica uma vez que, no pensamento deles, as duas alíneas estariam interligadas.

Ao nível da profundidade apenas um comentário remete para esta categoria. Esse comentário é o do grupo 5 ao cartaz do grupo 1 (Figura 24).

Figura 24- Comentário efetuado pelo grupo 5 ao grupo 1 na segunda GW



Este comentário demonstra alguma preocupação com a profundidade uma vez que o grupo remete para o erro do grupo 1 no sentido de orientação, uma vez que eles reformularam o percurso a andar para oeste e tal não era possível. Este comentário indica, muito superficialmente, que o grupo 5 denotou uma falta de profundidade do grupo 1 visto que estes aparentam não dominar alguns aspetos importantes.

4.2.3. Discussão final

Na discussão final da segunda *Gallery Walk* os alunos apresentaram os trabalhos à turma com base nos comentários efetuados nos *post-its*. Nesta subsecção serão analisadas as dificuldades dos alunos e a comunicação oral dos alunos no decorrer da apresentação.

Dificuldades dos alunos

Nesta fase da *Gallery Walk* foram sentidas menos dificuldades comparativamente à primeira *Gallery Walk*. Além disso, de uma forma geral, os alunos mostraram-se mais à vontade e confiantes durante a sua apresentação e também participaram mais na discussão após a apresentação de cada grupo.

Durante a apresentação dos cartazes, dois grupos revelaram dificuldades em expressar o seu raciocínio, como podemos observar, por exemplo, na apresentação do grupo 2:

Episódio 19- Discussão entre a turma sobre o *poster* do grupo 2 na segunda GW

- A4: Porque é que vocês dizem que, quando desenharam o triângulo, mudaram a vossa perspetiva? Porque no triângulo a direção sul não é assim em nenhuma perspetiva.
- A8: Ah... O que nos pensamos foi vamos andar para sul, depois viramos e vamos para este e assim.
- A4: Mas isso são outras direções. Só o Este é que está certo.
- A7: Mas imagina... Se eu andar para aqui continua a ser sul.
- A17: Não, é sudoeste.

- A8: Não, porque depende da perspectiva.
 A4: Como assim da perspectiva?
 A8: Do sítio onde nós estamos.
 A4: Não, porque depois a andares para este tens de fazer 90°.
 A8: Pois. Talvez tenhamos mal

No Episódio 19, podemos observar que o aluno A8, quando foi questionado pelo seu raciocínio na alínea b) revelou alguma confusão em relação às direções cordeias mostrando que tem dificuldades em visualizar e interpretar as direções no plano. Além disso, quando tenta justificar o raciocínio, especialmente quando menciona a palavra “perspetiva” para justificar a mudança de direção, não consegue explicar de forma clara o que isso significa.

Quando questionados sobre o que sentiram ao apresentar os *posters* aos colegas, três alunos (11%) afirmam que estavam um pouco nervosos e ansiosos por apresentar o *poster* perante a turma, como é possível observar nas seguintes respostas: “Um pouco de nervosismo” e “Pressão”. No entanto, os restantes colegas afirmaram que se sentiram confortáveis em apresentar o seu raciocínio perante a turma.

Comunicação oral

A comunicação oral dos alunos será analisada através dos parâmetros adaptados de Silva (2021). No Quadro 9 seguem-se os níveis atribuídos a cada grupo na discussão final da segunda *Gallery Walk*. No quadro o nível atribuído é relativo às duas partes da tarefa da *Gallery Walk*.

Quadro 9- Avaliação da comunicação oral na discussão final da segunda GW

Grupo \ Dimensão	Fluidez			Profundidade			Recurso		
	NB	NM	NE	NB	NM	NE	NB	NM	NE
G1									
G2									
G3									
G4									
G5									
G6									
G7									

Através do Quadro 9, podemos observar que, nas categorias da comunicação oral o nível médio (NM) predomina nas categorias de fluidez e profundidade, sendo que na do recurso predomina o nível elevado (NE). Além disso, não existe nenhuma com nível baixo (NB).

No que diz respeito à *fluidez* a maioria dos grupos apresenta o seu pensamento sem interrupções para reformular o seu pensamento (NE) e dois grupos param algumas vezes para reformular o seu pensamento (NM).

Como exemplo de NM de fluidez temos o Episódio 19. Neste diálogo é possível observar que o grupo acaba por fazer algumas pausas para organizar e conseguir explicar as suas ideias.

Como exemplo do NE de fluidez temos a apresentação do grupo 5 quanto ao seu *poster* (Episódio 20).

Episódio 20- Apresentação e discussão do *poster* do grupo 5 na segunda GW

A19: No a) a distância que escolhemos foi 14 km. O urso andou para sul, depois para este e depois para norte

A18: No b) não consideramos válido o percurso porque o urso não chegou ao ponto de partida, pelo menos no plano. Não consideramos uma opção desenhar um novo esquema pois respeitando as direções nunca conseguiríamos chegar a um esquema válido em que o urso chegasse ao ponto de partida.

A20: No c), na esfera, nós achamos válido o percurso feito no a). Nós pegamos nos pioneses e começamos aqui a norte depois deslocamos para este com a mesma distância e depois voltou para norte tendo voltado ao ponto de partida. Isto é assim porque nós termos uma esfera é diferente de termos um plano porque na esfera isto (apontando para o contorno da linha) são arcos. Se nós tivéssemos posto os pioneseses mais acima com menor distância iríamos ver que ele voltaria ao ponto de partida.

A17: Em relação aos comentários houve muita gente a falar sobre a estética. Também falaram do b) não ter um esquema, mas nós não fizemos de propósito e continuamos a achar que está certo. Também disseram que o urso não era rosa, mas não faz muito sentido esse comentário.

Prof.: Alguém tem uma pergunta alguma pergunta a fazer?

A4: Eu. Não acham que deviam ter feito o percurso no b)?

A17: Não porque não era possível. Se o urso só se pode deslocar 3 vezes como é que conseguimos? Não é possível porque para isso temos de mudar as direções. Ainda por cima, a hipotenusa vai ser sempre maior que os catetos.

A4: Deviam ter explicado então em vez de fazerem a toca.

A17: A toca era só para ficar bonito.

Prof.: Mas então porquê que não escreveram isso na cartolina se tiveram esse pensamento?

A17: Mas esta escrito que não é possível.

Prof.: E justificado onde está?

A17: Ah... tivemos o pensamento, mas não escrevemos.

Através do Episódio 20 podemos observar que este grupo acaba por afirmar coisas no raciocínio deles que não estão escritas no *poster*. Mesmo assim, o grupo não precisa de recorrer a pausas no seu discurso para expressar o seu raciocínio refletindo um fluxo ideal entre o emissor e o recetor. Este episódio também se torna importante para perceber que, muitas vezes, os alunos não escrevem no *poster* as suas ideias e o seu raciocínio.

No que diz respeito à *profundidade* a maioria dos grupos revela dominar apenas alguns conceitos importantes sobre a Geometria Esférica (NM) e dois grupos revelam, frequentemente, dominar os conceitos.

Como exemplo do NM de profundidade temos o grupo 7 (Episódio 21). Na discussão o grupo expõe as suas ideias recorrendo a alguns termos matemáticos corretos, embora não consiga justificar exatamente o seu raciocínio.

Episódio 21- Apresentação e discussão do *poster* do grupo 7 na segunda GW

A25: Nós percebemos que no exercício b) fizemos uma coisa mal, nos usamos a direção para Oeste quando não podíamos usar. Nós percebemos agora que devíamos ter feito um triângulo com os lados iguais, um triângulo equilátero, para fazer o percurso do urso e assim já dava para reformular a nossa resposta com o desenho.
(continua a apresentação e discussão)

Prof.: Ninguém reparou que o A25 disse que na alínea b) podia fazer um triângulo equilátero e disse que as direções se mantinham iguais, isso é verdade?

A25: No plano para termos os lados todos iguais temos de fazer um triângulo equilátero.

Prof.: Sim, mas as direções são iguais?

A26: Não, elas mudam.

Prof.: Então conseguem encontrar alguma explicação matemática para o facto de não dar?

A25: É porque passa a ser Sudoeste e Noroeste.

Prof.: Então porquê que não podes reformular com um triângulo equilátero?

A26: Por causa disso.

No episódio acima podemos observar que o grupo durante a apresentação do seu *poster* admite que errou na alínea b) e afirma que, se fosse naquela altura, teria feito um triângulo equilátero. Mais à frente questionei-lhes se as direções se mantinham iguais num triângulo equilátero. O grupo acabou por

admitir que elas mudariam, mas não conseguem justificar, matematicamente, o porquê de não ser possível construir um triângulo equilátero mantendo as direções no plano.

Como exemplo de NE de profundidade temos a discussão presente no grupo 3. O grupo revela dominar conceitos importantes sobre a justificação da sua resposta.

Episódio 22- Discussão entre a turma sobre o *poster* do grupo 3 na segunda GW

A25: Mudarias alguma coisa se o trabalho fosse agora?

A9: Eu marcaria mais as linhas para vocês conseguirem ver daí.

A25: Não a maneira como fizeram na cartolina, mas a resolução.

A9: Sim, não teríamos feito um triângulo equilátero.

Prof.: Quando estavam a resolver eu passei pelo vosso grupo e vocês desenharam um percurso de Norte até Sul e depois para Este e disseram-me que para o urso voltar ao ponto de partida, tinham de unir esse lado ao ponto inicial, formando um triângulo retângulo. Porque é que não podia acontecer isto?

A11: Ah... porque a hipotenusa era maior.

Prof.: Então porque será que não é possível no plano?

A9: Porque para voltar ao início teria de formar um ângulo de 90° .

Prof.: E porquê que no plano isso não acontece? (Ficam a pensar).

A9: Ah.... Porque não é possível fazer um triângulo com dois ângulos de 90° .

Prof.: E porque que não é possível no plano?

A9: Porque a soma de todos os ângulos é 180° .

Como podemos observar no Episódio 22, este grupo durante a discussão acaba por revelar que não seguiria o raciocínio tomado. Quando questionados sobre um pensamento que tinham tido durante a fase de resolução da tarefa e construção do *poster*, o grupo revela dominar conceitos importantes, conseguindo desenvolver a ideia que eles tinham formulado. Esta discussão também se tornou importante para discutir algumas diferenças entre a Geometria Esférica e a Geometria Euclidiana no final da apresentação dos *posters*.

Em relação ao *recurso* quatro grupos acabam por recorrer algumas vezes ao *poster* para explicarem o raciocínio (NM) e três conseguem transmitir as suas ideias sem recorrer ao *poster* (NE).

O grupo 1 é um dos grupos que apresenta um NM de recurso como pode ser observado no Episódio 23.

Episódio 23- Apresentação do *poster* do grupo 1

A3: No b) perguntava se o percurso que o urso fez na alínea a) era válido. Nós consideramos que... (olha para o *poster*) não era válido

porque, na nossa opinião, o urso não voltou ao ponto de partida que era a toca. Depois dizia para fazermos um novo percurso até chegar à toca, nós fizemos... (olha para o *poster*) o mesmo percurso da alínea a), com as mesmas distâncias, e no fim para Oeste. Deu-nos um pequeno erro, não lemos bem e não ouvimos a dizer que só podíamos utilizar as três direções.

- A1: No c) perguntava se considerávamos válido o esquema elaborado e nós consideramos válido porque... (começa a olhar para a esfera e para o *poster*) depois de andar para Sul, o urso andou para Este, depois para Norte e Oeste e voltou ao ponto de partida percorrendo a mesma distância. Nós aqui também erramos porque interpretamos mal a pergunta. Pensávamos que era para usar o esquema da alínea anterior e não era.
- A4: Relativamente aos comentários, eu acho que os comentários estão bem feitos, mas acho que em cada um deles falta falar sobre a esfera, que também não está bem concluída.

No Episódio 23 é possível observar que o grupo 1 acaba por recorrer algumas vezes ao *poster* para apresentar o seu raciocínio perante a turma. Além disso, neste episódio é possível observar que o grupo 1 admite que errou na resolução da alínea b) e c) uma vez que interpretou mal a pergunta.

O Episódio 20 é exemplo de um NE de recurso. Como é possível observar o grupo 5 transmite as suas ideias sem ter de recorrer ao *poster* para lembrar ou reformular os seus pensamentos.

CAPÍTULO V

DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

Este capítulo encontra-se dividido em dois subcapítulos. Na primeira secção são apresentadas as respostas a cada uma das questões de investigação propostas para a realização deste estudo. Na segunda secção constam as limitações sentidas durante este trabalho, bem como algumas sugestões para investigações futuras.

5.1. Conclusões

Este subcapítulo encontra-se dividido em quatro secções em que cada uma se dedica à resposta de cada questão de investigação deste estudo.

5.1.1. Quais as dificuldades sentidas pelos alunos no decorrer da *Gallery Walk* com foco em Geometria no Espaço?

Ao longo das duas *Gallery Walk* foi possível observar dificuldades dos alunos na resolução da tarefa e construção do *poster*, nos comentários elaborados nos *post-its* e na discussão final.

Na *resolução da tarefa e construção do poster*, tal como no estudo de Juman et al. (2022), foi possível observar que a falta de familiaridade com os termos geométricos corretos contribuiu para dificuldades na interpretação e na resolução da tarefa. Na primeira *Gallery Walk* vários grupos demonstraram *dificuldades na interpretação da tarefa* e isso estava a impedi-los de resolver a tarefa. Os alunos tiveram dificuldade em extrair os dados relevantes e em compreender a relação entre eles. Um grupo teve a resolução errada em toda a tarefa porque de facto não conseguiu extrair os dados e interpretá-los de forma correta. Além disso, no *desenvolvimento da resolução da tarefa*, cinco grupos tiveram dificuldades sobre como resolver a tarefa e qual a estratégia a usar. Nesta fase os alunos acabaram por admitir, durante a discussão final, que tiveram dificuldades na gestão de tempo. Já na segunda *Gallery Walk*, apenas numa alínea, seis grupos demonstraram *dificuldades na interpretação da tarefa* e, mais uma vez, isso estava a impedi-los de resolver a tarefa. Os alunos não perceberam bem o enunciado e isso fez com que a resolução destes fosse incompleta ou errada. Também foram observadas *dificuldades no desenvolvimento da resolução da tarefa* em todas as alíneas. Mais uma vez, os alunos sentiram dificuldades em encontrar uma estratégia de resolução ou de justificação das respostas dadas.

Tal como no estudo de Jones e Tzekaki (2019), foi possível observar, nas duas *Gallery Walks*, que estas dificuldades também se devem à falta de capacidade de visualização espacial dos alunos. Esta

limitação impediu-os de visualizar diferentes perspectivas e de compreender as relações espaciais entre os dados da tarefa.

Ao longo dos *comentários elaborados nos post-its* também foram encontradas dificuldades. Na primeira *Gallery Walk*, inicialmente, os alunos sentiram dificuldades em perceber o que realmente era suposto comentar. Além de falarem da estética do trabalho, os alunos deveriam perceber o raciocínio dos colegas e comentar a sua resolução. Quando alertados disto, os alunos começaram a demonstrar *dificuldades em compreender o raciocínio* dos colegas, principalmente quando estes tinham um raciocínio diferente do que estes tinham tido. Já na segunda *Gallery Walk*, os alunos não sentiram dificuldades em perceber o que deveriam comentar uma vez que já estavam habituados. Nesta *Gallery Walk*, três grupos sentiram *dificuldades em compreender o raciocínio* dos colegas apenas numa alínea da tarefa.

Na *discussão final*, na primeira *Gallery Walk*, quatro grupos sentiram dificuldades em *expressar o seu raciocínio* e alguma insegurança no decorrer da apresentação. Além disso, alguns alunos também demonstraram dificuldades em justificar o porquê do raciocínio dos alunos não ser correto. Tal como no estudo de Gamboa (2019), esta *Gallery Walk* teve uma discussão pouco rica e dinâmica uma vez que os alunos questionavam pouco e limitavam-se a apresentar as suas resoluções. Já na segunda *Gallery Walk*, os alunos demonstraram-se mais confiantes durante a apresentação e com menos receio de participarem na discussão dos *posters* o que acabou por tornar a discussão final mais rica. Além disso, apenas dois grupos revelaram *dificuldades em expressar o seu raciocínio*.

Quando questionados sobre as dificuldades sentidas ao longo de cada etapa, poucos foram os alunos que admitiram ter dificuldades. Isto demonstra que os alunos também têm dificuldades em reconhecer as suas próprias limitações, uma vez que, através das gravações áudio, foi possível observar que muitos mais alunos enfrentam dificuldades. No entanto, entre os que admitiram sentir dificuldades, estas concentraram-se, essencialmente, na dificuldade em expressar o seu raciocínio por escrito e em analisar os *posters* dos colegas devido à falta de organização dos mesmos.

No Quadro 10 é possível observar uma síntese das dificuldades sentidas no decorrer das duas *Gallery Walks*.

Quadro 10- Dificuldades sentidas pelos alunos no decorrer das *Gallery Walks*

Dificuldades \ <i>Gallery Walk</i>	Primeira <i>Gallery Walk</i>		Segunda <i>Gallery Walk</i>		
	Primeira parte	Segunda parte	Alínea a)	Alínea b)	Alínea c)
Interpretação da tarefa.	43% 3 grupos	57% 4 grupos	-	43% 3 grupos	-
Desenvolvimento da resolução da tarefa	29% 2 grupos	71% 5 grupos	29% 2 grupos	100% 7 grupos	43% 3 grupos
Compreender o raciocínio dos colegas quando efetuavam os comentários nos <i>post-its</i> .	57% 4 grupos		43% 3 grupos		
Expressar o raciocínio durante a discussão final.	57% 4 grupos		29% 2 grupos		
Justificar o porquê do raciocínio dos colegas não ser correto.	100% 7 alunos		-		

5.1.2. Como se caracteriza a comunicação escrita dos alunos no decorrer da *Gallery Walk* com foco em Geometria no Espaço?

Ao longo da Intervenção foi notório que, para os alunos, a comunicação escrita constituiu uma dificuldade. Os alunos, muitas vezes, não conseguem transmitir as suas ideias e os seus pensamentos por processos escritos. Tal como no estudo de Gamboa (2019) a dificuldade que os alunos sentem em explicitar o seu raciocínio na resolução da tarefa impediu que estes aproveitassem o potencial da explicação e justificação, o que comprometeu a clareza no processo de argumentação.

No que diz respeito à clareza da resposta dada, muitos alunos acabam por não justificar as suas ideias sendo difícil a avaliação do uso do vocabulário nas duas *Gallery Walks*. Alguns grupos, ao utilizarem vocabulário ou representações para explicar as suas ideias, acabam por demonstrar falta de precisão. Estas imprecisões refletem-se na forma como as conexões são feitas, resultando em explicações incompletas.

Quanto ao nível de fundamentação das respostas, durante as duas *Gallery Walks*, foi possível observar que nem sempre as respostas estão corretas e, quando os alunos justificam os processos e as suas ideias, os argumentos apresentados nem sempre são plausíveis. É possível observar, por vezes, que os alunos acabam por não sentir a necessidade de justificar o seu raciocínio uma vez que consideravam que as explicações eram desnecessárias. Tal como no estudo de Martinho e Rocha (2018), observa-se que, a maioria das vezes, os alunos tendem a cometer mais erros quando não justificam o seu raciocínio.

Na vertente da lógica das respostas dadas, a maioria dos grupos manifestou alguma conexão entre as ideias registadas, embora nem sempre de forma coerente. Nalgumas respostas os alunos conseguiram estabelecer ligações entre conceitos. No entanto, alguns alunos apresentam justificações que não sustentam adequadamente as conclusões, traduzindo uma lógica incompleta.

No que diz respeito à profundidade, esta categoria revela que a maioria dos alunos apresenta um conhecimento frágil sobre os conceitos envolvidos. Esta fragilidade pode revelar-se pelo facto de os conteúdos abordados nunca terem sido trabalhados e estes não estarem habituados a aplicar conhecimentos prévios a novos contextos. Através das atividades propostas nas *Gallery Walks* é perceptível que, nas atividades que relacionam conteúdos já previamente trabalhados em sala de aula, as fragilidades no que diz respeito à profundidade tendem a ser menos frequentes.

Ao longo dos comentários efetuados nos *post-its*, os alunos revelaram algumas preocupações quanto à comunicação escrita, algumas que eles próprios não tiveram ao longo da sua resolução. Isto revela que ao analisar os trabalhos dos colegas, os alunos tornaram-se mais conscientes sobre a importância de justificar os processos e o raciocínio de forma compreensível.

5.1.3. Como se caracteriza a comunicação oral dos alunos no decorrer da *Gallery Walk* com foco em Geometria no Espaço?

A comunicação oral também desempenha um papel muito importante na partilha de dúvidas, ideias e raciocínios. Tal como refere Guerreiro et al. (2015), também permite a negociação de significados uma vez que cada participante partilha a sua ideia a fim de todos chegarem a um consenso. A *Gallery Walk* contribui para tal, uma vez que nas diversas etapas, os alunos trabalham em grupo e são incentivados a verbalizar e a expor os seus pensamentos. Além disso, a discussão final permite a aprendizagem de um novo tema com todos os intervenientes.

A comunicação matemática dos alunos foi avaliada durante a discussão final. Na primeira *Gallery Walk*, tal como no estudo de Gamboa (2019), teve uma discussão pouco rica e dinâmica uma vez que os alunos questionavam pouco e limitavam-se a apresentar as suas resoluções. O mesmo não aconteceu na segunda *Gallery Walk*. Na última, os alunos mostraram-se mais confiantes durante a sua apresentação e mais participativos na discussão dos outros *posters*, tornando a discussão final mais rica.

Em relação à fluidez, na primeira *Gallery Walk*, os alunos tiveram de fazer algumas pausas durante a sua apresentação, essencialmente para reformular o seu pensamento. Estas pausas refletiram a dificuldade que os alunos sentem em manter uma linha de raciocínio clara e continua. Já na segunda

Gallery Walk, os alunos não necessitaram de fazer tantas pausas para explicarem o seu raciocínio, revelando um melhor fluxo entre emissor e recetor.

Na primeira *Gallery Walk* os alunos demonstraram algumas dificuldades em expressar as suas ideias usando termos matemáticos corretos. Tal, como no estudo de Martinho (2017), observou-se que os alunos em vez de usarem conceitos específicos, utilizavam vocabulário mais informal o que acabava por comprometer o poder de argumentação. O *feedback* dado e o reforço durante as aulas de Intervenção permitiram que, na segunda *Gallery Walk*, os alunos já usassem termos matemáticos mais corretos ao longo da apresentação, revelando, assim, um melhor nível de profundidade.

No que diz respeito ao recurso, inicialmente os alunos sentiam necessidade de consultar o *poster* durante a sua apresentação, muitas vezes motivado pelas falhas no raciocínio. No entanto, na segunda *Gallery Walk*, sentiu-se que os alunos estavam melhor preparados e mais confiantes acerca do assunto a abordar, refletindo uma menor consulta do seu *poster* durante a apresentação.

5.1.4. Durante a Intervenção denotou-se alguma melhoria na comunicação matemática dos alunos?

Para responder a esta questão foram reunidos os dados recolhidos relativos à comunicação escrita e comunicação oral.

Em relação à comunicação escrita, a turma, durante a Intervenção, não demonstrou melhorias, sendo que nalgumas categorias até se denotaram algumas decadências, como se pode observar no Quadro 11.

No que diz respeito à *clareza*, durante a Intervenção não se denotou melhorias. Os alunos continuaram a não justificar as suas ideias e quando as justificavam continuaram a não utilizar um vocabulário correto e representações adequadas.

Em relação à *fundamentação* e à *lógica* denotou-se uma ligeira decadência. Comparativamente à primeira *Gallery Walk*, os alunos, na segunda *Gallery Walk*, continuaram a não justificar os seus processos e quando os justificavam alguns argumentos não eram plausíveis. Esta decadência pode ser justificada pelo facto de os alunos nunca terem tido nenhum conhecimento sobre a Geometria Esférica. Embora as duas *Gallery Walks* envolvessem alguns temas desconhecidos pelos alunos, no 9.º ano já tinham sido abordadas algumas noções de Geometria no Espaço, enquanto a Geometria Esférica nunca foi abordada.

No que diz respeito à *profundidade*, esta também se mantém igual. Uma das possíveis justificações é o que foi dito anteriormente. Além de não terem nenhum conhecimento adquirido sobre Geometria esférica, o facto de não ter havido evolução na categoria da clareza pode também justificar o

facto de nesta também não, uma vez que, tal como observado no estudo de Martinho e Rocha (2018), os alunos tendem a demonstrar mais erros quando não justificam adequadamente os seus raciocínios.

Quadro 11- Distribuição dos grupos pelas diferentes categorias da comunicação escrita

<i>Gallery Walk</i>		Primeira <i>Gallery Walk</i>	Segunda <i>Gallery Walk</i>
Dimensão			
Clareza	NB	2 grupos 29%	2 grupos 29%
	NM	5 grupos 71%	5 grupos 71%
	NE	-	-
Fundamentação	NB	3 grupos 43%	2 grupos 29%
	NM	4 grupos 57%	5 grupos 71%
	NE	-	-
Lógica	NB	2 grupos 29%	2 grupos 29%
	NM	4 grupos 57%	5 grupos 71%
	NE	1 grupo 14%	-
Profundidade	NB	5 grupos 71%	5 grupos 71%
	NM	2 grupos 29%	2 grupos 29%
	NE	-	-

Em relação à comunicação oral, a turma, durante a Intervenção, demonstrou melhorias significativas, sendo notória a sua evolução como pode ser observada no Quadro 12.

No que diz respeito à fluidez é notória a evolução dos alunos. Os alunos foram demonstrando uma menor necessidade em fazer pausas para expressarem as suas ideias, demonstrando uma maior confiança durante a discussão final.

No que diz respeito à profundidade também foi notória a evolução. Os alunos na segunda *Gallery Walk* demonstraram uma evolução quanto ao vocabulário utilizado, apresentando termos matemáticos corretos sobre o assunto abordado.

Em relação ao *recurso*, também foi notória a sua evolução, uma vez que os alunos sentiram menos necessidade de consultar o *poster* durante a apresentação, demonstrando uma maior segurança no seu raciocínio.

Quadro 12. Distribuição dos grupos pelas diferentes categorias da comunicação oral

<i>Gallery Walk</i>			
Dimensão		Primeira <i>Gallery Walk</i>	Segunda <i>Gallery Walk</i>
Fluidez	NB	2 grupos	-
	NM	5 grupos	3 grupos
	NE	-	4 grupos
Profundidade	NB	1 grupo	-
	NM	6 grupos	5 grupos
	NE	-	2 grupos
Recurso	NB	-	-
	NM	6 grupos	3 grupos
	NE	1 grupo	4 grupos

Tal como no estudo de Tong et al. (2021), notou-se uma melhoria na participação dos alunos na discussão final. Isto deve-se ao facto de, durante a Intervenção, os alunos terem sido incentivados a expressar as suas ideias e o seu raciocínio, sentindo-se mais confortáveis para comentar, discutir e explicá-los.

Durante o estudo, foi possível observar que os alunos demonstraram uma maior evolução na comunicação oral. O facto de não se ter notado a mesma evolução na comunicação escrita justifica-se, pelo facto de, como referem Cândido (2001) e Guerreiro (2011), pelo facto de o ato de escrever não possuir a mesma rapidez que a oralidade. Enquanto a escrita exige uma maior organização e clareza das ideias, a oralidade permite uma expressão mais espontânea e fluida das mesmas.

5.2. Reflexões sobre o projeto

A realização deste projeto permitiu perceber de forma mais clara toda a preparação que uma aula envolve, assim como a importância da comunicação matemática durante as aulas. A preparação de aulas exige uma dedicação intensa. Ao longo deste ano, ganhei mais aptidão para planear uma aula e, ainda, compreendi a importância de garantir que cada aula seja adaptada às diferentes capacidades e estilos de aprendizagem dos alunos. Além disso, apercebi-me do quão difícil e importante é escolher boas tarefas matemáticas para propor aos alunos de acordo com os nossos objetivos.

É importante escolhermos tarefas que impliquem diferentes resoluções a fim de a discussão sobre a ela ser mais rica. No entanto, temos de estar cientes que os alunos podem seguir os mesmos métodos de resolução e tornar a discussão final menos rica por isso. Contudo, aqui é notório o papel do professor durante esta discussão. O papel do professor torna-se fundamental pois cabe a ele orientar e estimular a diversidade de abordagens durante a discussão. O professor atua como mediador e deve incentivar os alunos a explorarem diferentes estratégias, questionar e promover uma reflexão mais aprofundada do raciocínio dos alunos.

Também foi notório do quão importante é conhecermos os nossos alunos e as suas dificuldades. Além disso, é importante que o professor ajude o aluno a superá-las, sem lhe retirar a independência. O professor deve fazer questões que levem o aluno a explorar as suas próprias ideias, a corrigir os seus erros e a desenvolver capacidades de forma autónoma (Pólya, 1995)

5.2. Limitações e Recomendações

No desenvolvimento deste projeto surgiram algumas limitações. Entre elas, destaca-se o tempo de implementação do projeto uma vez que este revelou-se curto para permitir uma exploração mais aprofundada dos conteúdos. Seria mais benéfico que a Intervenção tivesse uma maior duração a fim de desenvolver atividades que promovessem a comunicação matemática e deste modo perceber se haveria uma melhoria significativa na comunicação.

Outra limitação sentida foi o ritmo de trabalho da turma no decorrer da Intervenção. Em conversas com a professora titular, ficou evidente que os alunos apresentavam um ritmo de trabalho mais lento que o esperado e não estavam habituados a trabalhar em grupo o que fez com que tivessem de ser realizados ajustes na planificação das aulas e um adiamento da segunda *Gallery Walk*.

Além disso, o facto de a Intervenção ter ocorrido no início do segundo período tornou mais desafiadora a pesquisa realizada, uma vez que esta exige tempo e dedicação. Inicialmente, durante a Intervenção, ainda estava em aulas do primeiro semestre e foi um pouco difícil e desafiante conciliar tudo.

Estas limitações devem ser vistas como aprendizagens para o futuro. Num trabalho futuro poderá ser útil abordar a comunicação matemática menos concentrada num único tema a fim de saber se era possível retirar melhores resultados, quer na postura dos alunos quer em relação à sua evolução na comunicação.

Por fim, também se recomenda a utilização de estratégias de aprendizagem ativa como a *Gallery Walk* pois promove um ambiente de aprendizagem em que os alunos são intervenientes ativos no

processo de construção de conhecimento, além de promover que estes desenvolvam a sua capacidade de comunicação, argumentação e de trabalhar e grupo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P. (1999). Investigações em geometria na sala de aula. *Investigações matemáticas na aula e no currículo*, 153-167.
- Barbosa, A. & Vale, I. (2018). As dobragens como uma estratégia de aprendizagem ativa. In D. Alves, H. Pinto, I. Dias, M. Abreu & R. Muñoz (Orgs.) *Atas da VII Conferência Internacional Investigação Práticas e Contextos em Educação* (pp. 83-91). Escola Superior de Educação e Ciências Sociais Instituto Politécnico de Leiria.
- Bispo, R., Ramalho, G., & Henriques, N. (2008). Tarefas matemáticas e desenvolvimento do conhecimento matemático no 5.º ano de escolaridade. *Análise Psicológica*, 3-14.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). A Experiência Matemática no Ensino Básico – *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores os 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bodgan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto Editora.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1999). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Caetano, A. P. (2004). A mudança dos professores pela investigação-acção. *Revista Portuguesa de Educação*, 17(1), 97-118.
- Canavarro, A., Oliveira, H. & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. In L. Santos, A. Canavarro, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Atas do EIE2012: Práticas de ensino da Matemática* (pp.255-266). SPIEM.
- Carvalho e Silva, J. (Coord.), Albuquerque, C., Almiro, J., Cruchinho, C., Carreira, S., Correia, P., Domingos, A., Espadeiro, G. E., Filipe, N., Gabriel, L., Martins, H., Martins, M.E.G., Rodrigues, A., & Santos, M. T. (2022) *Aprendizagens essenciais - articulação com o perfil dos alunos. 10.º ano - Ensino Secundário. República Portuguesa: Educação.*
http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/mat_a_10_vf.pdf
- Cândido, P. T. (2001). Comunicação em matemática. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Artmed*, 15-28.

- Chapin, S. H., O'Connor, M. C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, Grades K-6*. Math Solutions.
- Costa, C. (2000). Visualização, veículo para a educação em geometria. In M. J. Saraiva, M. I. Coelho, & J. M. Matos (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da geometria* (pp. 157-184). Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Secção de Educação Matemática.
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J. R. C., & Vieira, S. R. (2009). Investigação-ação: metodologia preferencial nas práticas educativas. *Psicologia, Educação e Cultura*, 13, 455-479.
- Duval, R. (2017). Registers of semiotic representations and analysis of the cognitive functioning of mathematical thinking. *Understanding the mathematical way of thinking–The registers of semiotic representations*, 45-71.
- Edwards, S. (2015). Active learning in the middle grades. *Middle Grades Research Journal*, 10 (1), 65.
- Espinosa, A. J., & Bohórquez, L. M. P. (2015). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *Educación y ciencia*, 16.
- Ferreira, R. T., & Mendes, A. R. (2021). Mathematical learning in a virtual environment: the role of group work in solving problems. In *ICERI2021 Proceedings* (pp. 6172-6182). IATED Academy
- Freeman, B., Higgins, K. N., & Horney, M. (2016). How students communicate mathematical ideas: An examination of multimodal writing using digital technologies. *Contemporary Educational Technology*, 7(4), 281–313. <https://doi.org/10.30935/cedtech/6178>
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Gamboa, J. I. C. (2019). Os contributos de uma Gallery Walk para promover a comunicação matemática, *Educação e Matemática*, 153, 11-16.
- Gil, P. (2012). *A história da Matemática no fomento de uma cultura de argumentação em sala de aula*. Tese de doutoramento, Universidade do Minho.
- Guerreiro, A. M. (2011). *Comunicação No Ensino-Aprendizagem Da matemática: Práticas No 1º Ciclo Do Ensino básico*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Guerreiro, A., Ferreira, R. A. T., Menezes, L., & Martinho, M. H. (2015). Comunicação na sala de aula: a perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, 23(2), 279-295. <https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646539>

- Guimarães, D. R., & Perovano, A. P. (2020). Atividades investigativas para exploração de conteúdos da Geometria Esférica com o GeoGebra Investigative activities for exploring spherical geometry content with GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 9(2), 20-34.
- Jones, K., & Tzekaki, M. (2016). Research on the teaching and learning of geometry. In A. Gutiérrez, G. Leder & P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues* (pp. 109-149). Rotterdam. http://dx.doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6_4
- Juman, Z. A. M. S., Mathavan, M., Ambegedara, A. S., & Udagedara, I. G. K. (2022). Difficulties in Learning Geometry Component in Mathematics and Active-Based Learning Methods to Overcome the Difficulties. *Shanlax International Journal of Education* 10(2),41-58. <https://doi.org/10.34293/education.v10i2.4299>
- Loureiro, C. (2017), Representações dinâmicas e interativas com o GeoGebra — construir, ver, transformar, pensar e discutir. In Loureiro, C., Morais, D., Figueiredo, P. Caderno de apontamentos de Geometria, 44-46. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2449>
- Matos, J. M., & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Universidade Aberta
- Mason, J. (2002). *Qualitative researching*. London.
- Martinho, M. H. (2007). A comunicação na sala de aula de matemática: um projecto colaborativo com três professoras do ensino básico. Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Martinho, M. H. (2017). Dificuldades na escrita matemática: Estudo realizado com alunos de Licenciatura em Educação Básica. *Atas do VIII CIBEM - Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 299-307). FESPM. <http://hdl.handle.net/1822/55421>
- Martinho, M. H., & Ponte, J. P. D. (2005). Comunicação na sala de aula de Matemática: Práticas e reflexão de uma professora de Matemática.
- Martinho, M. H., & Rocha, H. (2018). A escrita matemática e a intuição em Geometria. *Educação e Matemática*, 149, 34-38.
- Martins, G. D. O., Gomes, C. A. S., Brocardo, J., Pedroso, J. V., Camilo, J. L. A., Silva, L. M. U., ... & Rodrigues, S. M. C. V. (2017). Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória. Lisboa: Ministério da Educação. Homologado pelo Despacho n.º 6478/2017, de 26 de julho. Disponível em https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

- Martins, L. G., & Martinho, M. H. (2018). Estratégias, dificuldades e comunicação escrita de uma turma de 11º ano na resolução de um problema matemático. In A. Rodrigues, A. Barbosa, A. Santiago, A. Domingos, Ca. Carvalho, C. Ventura, C. Costa, H. Rocha, J. M. Matos, L. Serrazina, M. Almeida, P. Teixeira, R. Carvalho, R. Machado, & S. Carreira (Eds.), *Livro de atas do EIEM 2018, Encontro de Investigação em Educação Matemática: A aula de Matemática* (pp. 305–320).
- Matos, J. M., & da Silva, M. C. L. (2011). O Movimento da Matemática Moderna e diferentes propostas curriculares para o ensino de geometria no Brasil e em Portugal. *Boletim de Educação Matemática*, 24(38), 171-196.
- Meaney, T., Trinick, T., & Fairhall, U. (2012). *Collaborating to meet language challenges in indigenous mathematics classrooms* (Vol. 52). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-1994-1>
- Menezes, L. (1996). *A importância da pergunta do professor na aula de Matemática*. Escola Superior de Educação de Viseu.
- Menezes, L. (2000). Matemática, Linguagem e Comunicação. *Millenium*.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. NCTM
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2014). *Principles to actions: ensuring mathematical success for all*. NCTM.
- Neuman, W. L. (2014). *Social research methods: Qualitative and quantitative approaches* (7th ed.). Pearson Education Limited.
- Not, L. (1991). *Ensinar e Fazer Aprender*. Edições ASA
- Oliveira, A. L. D., Vieira, C. C., & Amaral, M. A. (2021). O questionário online na investigação em educação: reflexões epistemológicas, metodológicas e éticas. *Portas que o Digital abriu na Investigação em Educação*, 30-50.
- Pires, M. V., Costa, E. A. D., & Leite, C. P. (2018). Contributos para a análise da comunicação (matemática) escrita dos alunos. *Educação & Matemática*, 149-150, 28-32.
- Pólya, G. (1995). *A Arte de Resolver Problemas: Um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência.

- Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. *O professor e o desenvolvimento curricular*, 11-34.
- Ponte, J. & Canavarro, A. (1997). *Matemática e Novas Tecnologias*. Universidade Aberta.
- Ponte, J., Quaresma, M., & Pereira, J. M. (2015). É mesmo necessário fazer planos de aula? *Educação e Matemática*, 133, 26-35.
- Possamai, J. P., & da Silva, V. C. (2020). Comunicação Matemática na Resolução de Problemas. *Revista de Educação Matemática*, 17, e020026. <https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id277>
- Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. *Journal of Engineering Education*, 93, 223-231.
- Resende, R. (2016). Técnica de Investigação Qualitativa: ETCI. *Journal of Sport Pedagogy & Research*, 2 (1), 50-57
- Rodrigues, A. L. (2021). Investigação-ação e análise de conteúdo: caso na formação de professores. *Práxis Educacional*, 17(48), 17-39. <https://doi.org/10.22481/praxisedu.v17i48.8796>
- Santos, C. & Barbosa, A. (2023). The impact of written feedback in geometry problem solving through a Gallery Walk. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 11(5), 1131-1153. <https://doi.org/10.46328/ijemst.2891>
- Santos, L., & Semana, S. (2014). Developing mathematics written communication through expository writing supported by assessment strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 8(1), 65-87.
- Santos, O. K. C., & Belmino, J. F. B. (2013). Recursos didáticos: uma melhoria na qualidade da aprendizagem. *Fórum internacional de pedagogia*, 5, 1-12.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2019). Learning trajectories in early mathematics education. In *Researching and using progressions (trajectories) in mathematics education* (pp. 32-55). Brill Sense.
- Silva, D. (2021). *A Utilização da Gallery Walk Para a Promoção da Comunicação Matemática*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho.
- Sparkes, A. C. & Smith, B. (2013). Qualitative research methods in sport, exercise and health: From process to product. London: Routledge.
- Tong, D. H., Uyen, B. P., & Quoc, N. V. A. (2021). The improvement of 10th students' mathematical communication skills through learning ellipse topics. *Heliyon*, 7(11).

- Vale, I., & Barbosa, A. (2017). A resolução de problemas geométricos numa atividade de gallery walk. In H. Oliveira, L. Santos, A. Henriques, A. Canavarro, & J. P. Ponte (Eds.), *Investigação em Educação Matemática - geometria* (pp. 131–132). IE - UL.
- Vale, I., & Barbosa, A. (2018a). O contributo da uma Gallery Walk para promover a comunicação matemática. *Educação & Matemática*, 149-150, 2-8.
- Vale, I., & Barbosa, A. (2018b). Gallery Walk uma estratégia para resolver problemas e promover discussões matemáticas produtivas. In Lopes, R., Pires, M., Castanheira, L., & Silva, E. (Orgs.) /// *Encontro internacional de Formação na Docência (INCTE): livro de atas*. Bragança. ISBN 978-972-745-241-5.
- Vale, I., & Barbosa, A. (2020). Gallery Walk: uma estratégia ativa para resolver problemas com múltiplas soluções. *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, 17, 1-19
- Vale, I., & Barbosa, A. (2023). Active learning strategies for an effective mathematics teaching and learning. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 11(3), 573-588. <https://doi.org/10.30935/scimath/13135>
- Vale, I., & Pimentel, T. (2017). O ensino e a aprendizagem da Geometria. In H. Oliveira, L. Santos, A. Henriques, A. P. Canavarro, J. P. da Ponte, I. Vale, M. Rodrigues, N. Branco & T. Pimentel (Eds.), *Livro de Atas do EIEM 2017, Investigação em Educação Matemática, Aprendizagem da Geometria*. SPIEM.
- Veloso, E. (1998). *Geometria. Temas actuais*. Instituto de Inovação Educacional.

ANEXOS

Anexo 1- Questionário inicial

No âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, pretendo conhecer o interesse dos alunos em relação à disciplina de Matemática.

Os dados recolhidos através deste questionário serão utilizados apenas para fins académicos.

1. Idade: ____
2. Tens como objetivo ingressar na universidade? _____
Se sim, em qual área? _____
Se não, porquê? _____
3. Qual/quais a(s) disciplinas que gostas mais?

4. Qual/quais a(s) disciplinas que sentes mais dificuldades?

5. Quantas horas estudas, em média, semanalmente, para a disciplina de Matemática A?
☐ Não estudo
☐ Menos de 1 hora
☐ 1 a 2 horas
☐ 2 a 3 horas
☐ 3 a 4 horas
☐ Mais de 4 horas
6. Que temas de Matemática (funções, estatística, geometria, números e operações, ...) gostas mais? Porquê?

7. Que temas de Matemática (funções, estatística, geometria, números e operações, ...) gostas menos? Porquê?

8. Dos seguintes métodos de trabalho na aula de matemática, seleciona três que gostas mais:
☐ Resolver tarefas propostas pelo professor
☐ Registar no caderno o que é realizado pelo professor
☐ Discutir as resoluções das tarefas
☐ Trabalhar em grupo
☐ Receber a matéria pelo professor
☐ Participar na elaboração de definições/propriedades matemáticas
☐ Trabalhar individualmente

Anexo 2- Pedido de autorização aos Encarregados de Educação

Exmo(a). Sr(a). Encarregado(a) de Educação,

Eu, Andreia Rodrigues, Professora Estagiária de Matemática, no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, da Universidade do Minho, pretendo desenvolver uma investigação em Educação Matemática.

Com esta investigação pretendo analisar a comunicação matemática dos alunos no decorrer de duas *Gallery Walks* e como tal há a necessidade de efetuar uma recolha de dados que, no meu estudo, pretendo que seja feita com recurso a gravações de áudio e vídeo. Para esse fim, venho por este meio solicitar a sua autorização para proceder ao registo em suporte áudio e vídeo dos dados necessários para a concretização da investigação.

Salvaguardo, desde já, que esses dados serão usados apenas para fins académicos e a identidade do seu educando será sempre preservada, uma vez que o nome da escola e dos alunos nunca serão divulgados.

Agradeço desde já a sua colaboração.

Com os melhores cumprimentos,

Braga, 11 de dezembro de 2023

A Professora Estagiária,

(Andreia Filipa Carvalho Rodrigues)

----- ✂ -----

Eu, _____, Encarregado(a) de educação do(a) aluno(a) _____, da turma _____, autorizo/não autorizo a gravação de áudio e autorizo/não autorizo a gravação de vídeo no decorrer das aulas de Matemática A inseridas na intervenção pedagógica, desde que a identidade do meu educando seja salvaguardada.

(Encarregado(a) de Educação)

Anexo 3- Questionário realizado no final de cada *Gallery Walk*

No âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, foi desenvolvida uma *Gallery Walk* com o objetivo de desenvolver a tua comunicação matemática. O questionário apresentado serve para recolha de dados relativamente a esta experiência efetuada nos dias ____ e pretende-se compreender qual a tua perceção sobre a *Gallery Walk*. É importante que as respostas sejam dadas de forma consciente e clara. Não existem respostas certas ou erradas.

Os dados recolhidos através deste questionário serão utilizados apenas para fins académicos.

Alguma vez tinhas participado numa *Gallery Walk*?

Sim ☐ Não ☐

Gostaste de realizar a atividade em grupo? Ou preferias realizá-la sozinho? Porquê?

Sentiste dificuldades na construção do *poster*? Porquê?

Sentiste dificuldades em analisar os *posters* elaborados pelos teus colegas e em escrever comentários?

Sentiste que os comentários efetuados pelos teus colegas nos *post-its* foram importantes para melhorares o teu trabalho? Porquê?

O que sentiste quando apresentaste o teu poster aos colegas?

Qual foi o momento que consideraste mais difícil no decorrer da *Gallery Walk*? Justifica.

Qual foi o momento que mais gostaste no decorrer da *Gallery Walk*? Justifica.

Anexo 4- Plano de aula dia 09 de janeiro

Unidade: Geometria analítica no Espaço Plano de aula

Aula dia: 09 de janeiro de 2024

Sumário:

Gallery Walk

Metodologia de Ensino: *Gallery Walk*

Objetivos:

- Desenvolver o pensamento crítico
- Fomentar a discussão e o trabalho em grupo
- Desenvolver a comunicação matemática
- Introduzir as coordenadas de um ponto no espaço

Desenvolvimento da aula:

1. Dividir a turma em grupos de 4 elementos
2. Apresentar a primeira parte da tarefa aos alunos. Ler com a turma e tirar dúvidas que surjam acerca do enunciado.

Duas aves estão no topo de duas torres de apartamentos. A primeira torre tem 30 metros de altura e a segunda tem 40 metros de altura e distam entre si apenas 50 metros. Entre as torres está uma fonte. A um determinado instante, as duas aves descem a voar em linha reta, à mesma velocidade e chegam ao mesmo tempo ao centro da fonte. A que distância se encontra a fonte das duas torres?

3. Resolução da primeira parte da tarefa em grupo (duração: 15 min)

4. Apresentar a segunda parte da tarefa

Supõe agora que as frentes Este e Oeste das torres têm 10 metros de comprimento, cada apartamento tem 2,5 metros de altura e o pináculo da fonte, que está alinhado com a frente norte das torres, tem um metro de altura. A Joana mora na primeira torre no 5.º andar e o Duarte mora na segunda torre no 6.º andar. As varandas dos seus quartos estão viradas para sul, mas ambos conseguem ver a fonte da varanda.

No dia de São João vão escolher uma varanda para esticar uma fita até ao pináculo da fonte, mas, como não querem gastar muito dinheiro, vão escolher a varanda que está mais perto do pináculo da fonte. No mínimo, quantos metros de fita serão necessários?

Comentários:

Turma de 10º ano de Ciências Socioeconómicas

Os grupos de 4 elementos serão previamente definidos.
Irei fornecer as cartolinas, *post-its*.

Na primeira parte da tarefa os alunos podem ter dificuldades em chegar à conclusão que se as aves voam à mesma velocidade e chegam ao mesmo tempo então a distância é igual.

Na segunda parte da tarefa será distribuído, a cada grupo, torres feitas em cartolina, cujas medidas são as do enunciado, em centímetros e dados com 1cm de altura a fim de representar as torres.

Os alunos podem sentir dificuldades na interpretação da tarefa; em visualizar a disposição espacial das torres e da fonte, e que a fonte está alinhada com a frente norte das torres; entender que as

5. Resolução da segunda parte da tarefa em grupo (duração: 20 min)

6. Construção do poster (duração: 20 min)

varandas estão viradas para sul e que ambos conseguem ver a fonte da varanda; calcular a distância da varanda até o pináculo da fonte.

Anexo 5- Plano de aula dia 12 de janeiro

Unidade: Geometria analítica no Espaço Plano de aula

Aula dia: 12 de janeiro de 2024 Sumário: Continuação da <i>Gallery Walk</i>. Objetivos: • Desenvolver o pensamento crítico • Fomentar a discussão e o trabalho em grupo • Desenvolver a comunicação matemática • Introduzir as coordenadas de um ponto no espaço Desenvolvimento da aula: 1. Continuação da resolução da segunda parte da tarefa (duração: 15 min) 2. Construção do <i>poster</i> (duração: 15 min) 3. Observação dos <i>posters</i> e elaboração dos comentários nos <i>post-its</i> (duração: 40 min) 4. Entrega dos <i>posters</i> a cada grupo para que estes analisem o conteúdo dos <i>post-its</i> e preparem a apresentação. (duração: 10 min)	Comentários: Turma de 10º ano de Ciências Socioeconómicas Os alunos podem sentir dificuldades a dar <i>feedback</i> aos <i>posters</i> dos colegas e a perceber o raciocínio utilizado ao longo da resolução. Os alunos podem sentir dificuldades a analisar os comentários dos colegas
---	---

Anexo 6- Plano de aula dia 15 de janeiro

Unidade: Geometria analítica no Espaço Plano de aula

Aula dia: 15 de janeiro de 2024

Sumário:

Continuação da *Gallery Walk*.

Introdução ao estudo de Geometria analítica no espaço: referencial ortonormado do espaço e coordenadas de um ponto no espaço.

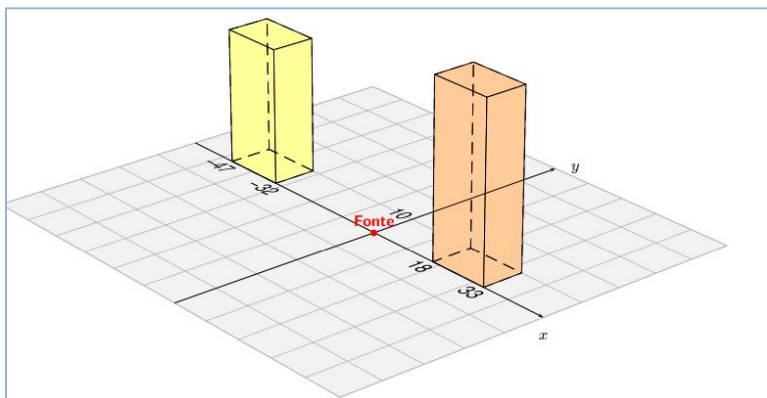
Objetivos:

- Fomentar a discussão e o trabalho em grupo
- Desenvolver a comunicação matemática
- Introduzir as coordenadas de um ponto no espaço

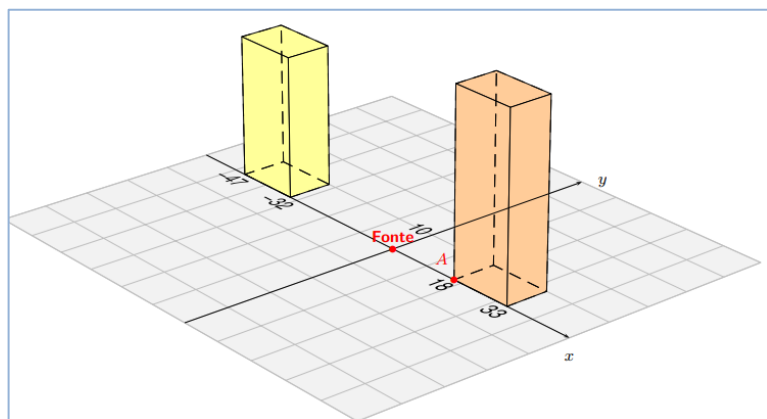
Desenvolvimento da aula:

1. Apresentação do *poster* de cada grupo à turma, tendo em consideração as questões e os comentários efetuados nos *post-its*.

2. Introdução dos conceitos fazendo a ligação com a *Gallery Walk*



2.1. Como vimos na resolução do grupo 4, na primeira parte podíamos resolver usando um referencial Oxy. Consideremos como centro a origem da fonte. Qual é a distância da primeira torre e da segunda torre à fonte?



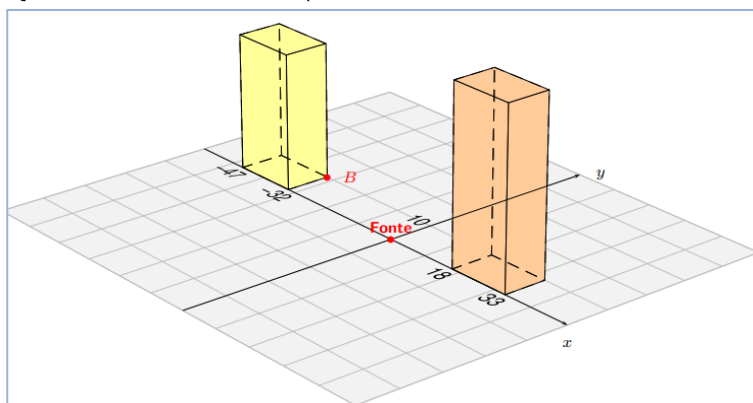
Comentários:

Turma de 10º ano de Ciências Socioeconômicas

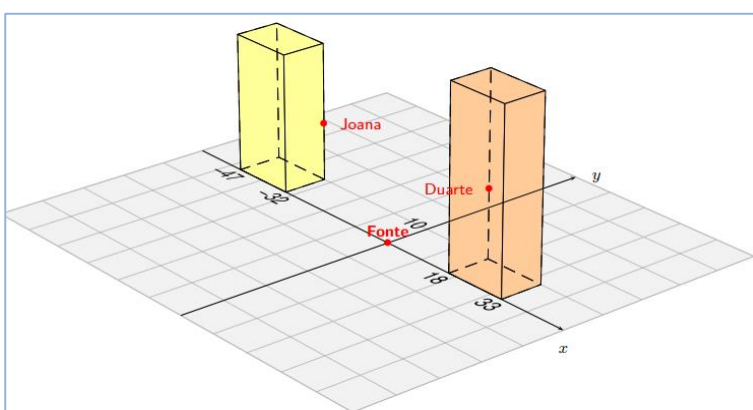
A ordem de apresentação de cada grupo será escolhida estrategicamente de forma a fomentar a discussão entre a turma, enriquecendo assim a compreensão coletiva e estimulando a troca de ideias entre os alunos. Fica ao critério de cada grupo quem irá apresentar a resolução, no entanto, todos os elementos do grupo entram em discussão com a turma.

Durante a introdução dos conceitos, deverá ser feito um cruzamento com a *Gallery Walk* que realizaram.

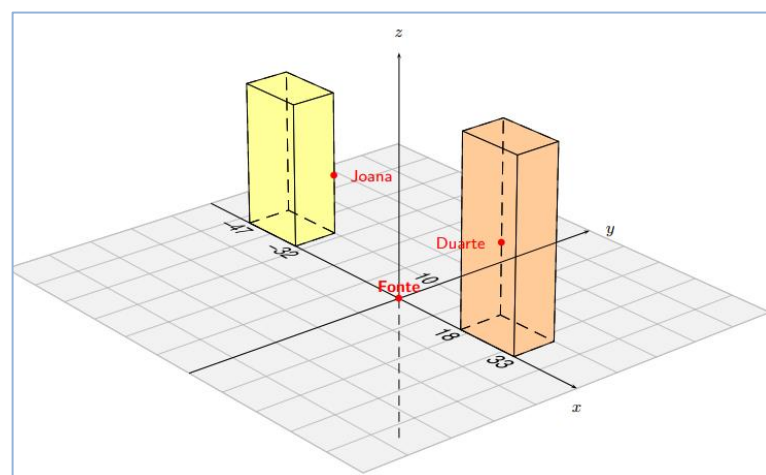
2.2. Quais são as coordenadas do ponto A?



2.3. E as do ponto B?



2.4. Se eu agora vos pedisse para localizar a Joana e o Duarte o que me diriam?



2.5. Precisamos de um terceiro eixo para localizar a Joana e o Duarte. Esse eixo chama-se eixo das cotas. Obtemos assim um referencial ortonormado no espaço.

Os alunos podem sentir dificuldades em reconhecer que para localizar a Joana e o Duarte precisamos da distância à fonte, da largura das torres e da altura.

Referencial ortonormado do Espaço

Terno ordenado de retas numéricas que se intersectam nas respectivas origens e são perpendiculares duas a duas.



A cada ponto do espaço corresponde um e um só terno ordenado (x, y, z) de números reais

- 2.6. Voltar ao slide anterior e pedir para localizarem a Joana e o Duarte como sendo dois pontos do espaço.
3. Pedir aos alunos para se juntarem em grupos de 4 elementos e, usando os pauzinhos de jardinagem fornecidos e a torre, indicarem as coordenadas dos vértices da torre.
4. Pedir a alguns grupos para indicarem as coordenadas obtidas.

Os alunos podem sentir dificuldades em determinar as coordenadas da Joana e do Duarte.

Os pauzinhos de jardinagem fornecidos servirão para os alunos construírem o referencial ortonormado $Oxyz$.

Os alunos podem sentir dificuldades em determinar as coordenadas.

Anexo 7- Poster do grupo 3 na primeira Gallery Walk

MATEMÁTICA A

1

Duas aves estão no topo de duas torres de apartamentos. A primeira torre tem 30 metros de altura e a segunda tem 40 metros de altura e distam entre si apenas 50 metros. Entre as torres está uma fonte. A um determinado instante, as duas aves descem a voar em linha reta, à mesma velocidade e chegam ao mesmo tempo ao centro da fonte. A que distância se encontra a fonte das duas torres?

Resumo:

$$30^2 + x^2 = h^2$$

$$40^2 + (50-x)^2 = h^2$$

$$30^2 + x^2 = 40^2 + (50-x)^2$$

$$900 + x^2 = 1600 + 2500 - 100x + x^2$$

$$900 = 4100 - 100x$$

$$100x = 3200$$

$$x = 32$$

R: A distância que a torre se encontra com 30m é de 32m e a distância da torre com 40m é de 18m.

2

Supõe agora que as frentes Este e Oeste das torres têm 10 metros de comprimento, cada apartamento tem 2,5 metros de altura e o pátio da fonte, que está alinhado com a frente norte das torres, tem um metro de altura. A Joana mora na primeira torre no 5.º andar e o Duarte mora na segunda torre no 6.º andar. As varandas dos dois quartos estão viradas para sul, mas ambos conseguem ver a fonte da varanda.

No dia de São João vão escolher uma varanda para esticar uma fita até ao pátio da fonte, mas, como não querem gastar muito dinheiro, vão escolher a varanda que está mais perto do pátio da fonte. No máximo, quantos metros de fita serão necessários?

Resolução:

$$12.5^2 + 32^2 = h^2$$

$$156.25 + 1024 = h^2$$

$$1180.25 = h^2$$

$$h = \sqrt{1180.25}$$

$$h = 34.35$$

R: Vão precisar de aproximadamente 34,35 m de fita.

3

Achamos que os nossos colegas têm um trabalho bem engraçado apesar de relativamente simples. Mas achamos que a ideia de aplicar a matemática a situações reais é muito interessante e também nos ajuda a entender o mundo ao nosso redor.

Resumo:

$$10^2 + x^2 = h^2$$

$$10^2 + 32^2 = h^2$$

$$100 + 1024 = h^2$$

$$1124 = h^2$$

$$h = \sqrt{1124}$$

$$h = 33.5$$

R: A distância que a torre se encontra com 30m é de 32m e a distância da torre com 40m é de 18m.

Anexo 8- Poster do grupo 2 na primeira *Gallery Walk*

Matemática A 2023/2024

Dois aves estão no cimo de duas torres de apartamentos. A primeira torre tem 30 metros de altura e a segunda tem 40 metros de altura e distam entre si apenas 50 metros. Entre as torres está uma fonte. A um determinado instante, as duas aves descem a voar em linha reta, à mesma velocidade e chegam ao mesmo tempo ao centro da fonte. A que distância se encontra a fonte das duas torres?

1ª torre

40,5 metros

2ª torre

15 metros

Passo 1

1ª torre

Andar do Joo (3º)

Distância do prédio 1 à fonte

$$h^2 = 32^2 + 10^2$$

$$= h^2 = 1024 + 100$$

$$= h = \sqrt{1124}$$

$$= h = 33,5$$

Passo 2

Distância do prédio 2 à fonte

$$h^2 = 18^2 + 10^2$$

$$= h^2 = 324 + 100$$

$$= h = \sqrt{424}$$

$$= h = 20,6$$

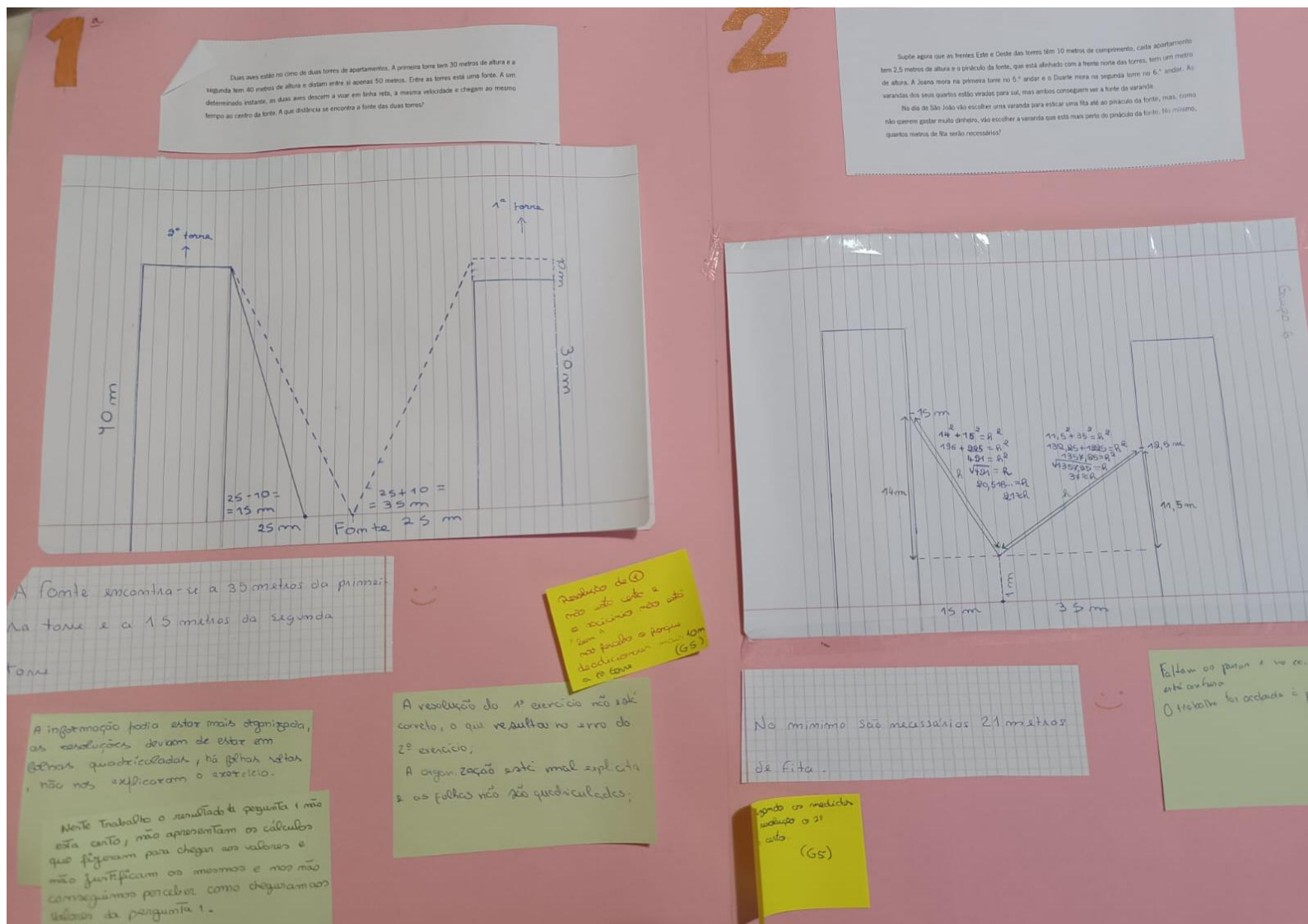
No primeiro exercício a letra está encostada no lado da torre e não no centro da fonte. A resposta é diferente.

No exercício 1 não entendem a letra. Não ficaram desenhos no quadro.

Conclusão

No mínimo, serão necessários 25,6 metros de fita.

Anexo 9- Poster do grupo 6 na primeira Gallery Walk



Anexo 10- Poster do grupo 4 na primeira *Gallery Walk*

1

Torre A - 40m Torre B - 30m

$d(A, P) = d(C, P)$

$$\sqrt{(0-x)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(5-x)^2 + (3-0)^2}$$

$$x^2 + 16 = 25 - 10x + x^2 + 9$$

$$x^2 - x^2 + 10x = 25 + 9 - 16$$

$$10x = 18$$

$$x = \frac{18}{10}$$

$$x = \frac{9}{5} \text{ dm}$$

① $\frac{9}{5} = 1,8 \text{ dm} = 18 \text{ m}$

② $50 \text{ m} - 18 \text{ m} = 32 \text{ m}$

A: A distância da torre A à fonte é de 18 metros.
 A distância da torre B à fonte é de 32 metros.

2

Dados: Joana = 5º andar → cada apartamento = 2,5 m de altura
 Duarte = 6º andar → cada apartamento = 2,5 m de altura

Joana = $5 \times 2,5 = 12,5 \text{ m}$
 Duarte = $6 \times 2,5 = 15 \text{ m}$

Dados: Fonte = 1m de altura
 Torre J = 12,5 m de altura
 10 m de comprimento

Torre D: 15 m de altura
 10 m de comprimento

TP: $x^2 + 12,5^2 = 32^2$ (1)
 $x^2 + 156,25 = 1024$ (2)
 $x^2 = 1024 - 156,25$ (3)
 $x = \sqrt{867,75}$ (4)
 $x = 29,5$

$29,5 - 1 = 28,5 \text{ m}$

A: No mínimo serão necessários 29 metros de fita para alcançar a fonte.

no Exercício não indicam os passos realizados e não têm o enunciado; os desenhos estão incompletos;

Não resolveu o problema, abreviou de palavras importantes para a compreensão do problema.

Se tivesse desenhado melhor um plano com as dimensões, teria sido mais fácil resolver o problema.

Estavam ter posto os enunciados e desenhos ter utilizado os dados que ficaram. De resto já estava sem ideias.

Resposta finalizada diferente mas com o TP 7 não funciona mais.

Podiam ter colocado o enunciado para formarmos as que se trata de matemática.

O desenho está incompleto. Eles calculou de quando até ao nível da fonte até ao ponto da fonte. Podiam ter colocado o enunciado.

Anexo 11- Poster do grupo 7 na primeira *Gallery Walk*

Dois aves estão no cimo de duas torres de apartamentos. A primeira torre tem 30 metros de altura e a segunda tem 40 metros de altura e distam entre si apenas 50 metros. Entre as torres está uma fonte. A um determinado instante, as duas aves descem a voar em linha reta, à mesma velocidade e chegam ao mesmo tempo ao centro da fonte. A que distância se encontra a fonte das duas torres?

Diagrama das torres e da fonte. Duas torres de 30m e 40m de altura estão separadas por 50m. Uma fonte está no chão entre elas. A distância da fonte à torre de 30m é x , e à torre de 40m é $50 - x$.

1ª etapa: A fonte está mais próxima da torre de 40m. Sabemos que a distância percorrida pelas aves até a fonte (hipotenusa) é igual. Logo, para a distância ser a mesma, o outro cateto precisa ser menor na triângulo de maior altura.

2ª Etapa: Na segunda etapa nós vamos fazer um sistema de equações, as que resolvemos que era h^2 os triângulos tinham a mesma incógnita que era h^2 e então decidimos fazer um sistema para resolver o valor de x .

$$\begin{cases} h^2 = 30^2 + x^2 \\ h^2 = (50 - x)^2 + 40^2 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} h^2 = 30^2 + x^2 \\ 30^2 + x^2 = (50 - x)^2 + 40^2 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} h^2 = 30^2 + x^2 \\ 900 + x^2 = x^2 - 100x + 4100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h^2 = 30^2 + x^2 \\ 900 + x^2 = x^2 - 100x + 4100 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} h^2 = 30^2 + x^2 \\ x^2 - x^2 + 100x = 4100 - 900 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} h^2 = 30^2 + x^2 \\ 100x = 3200 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} h^2 = 30^2 + x^2 \\ x = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h^2 = 30^2 + x^2 \\ x = 32 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} h^2 = 30^2 + 32^2 \\ x = 32 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} h^2 = 1924 \\ x = 32 \end{cases}$$

Problema bem explicado, cálculos bem organizados

Visualmente o triângulo está bem feito mas tem muitas falhas; Falta a resposta no 1º exercício e as etapas estão bem explicadas

No 4º exercício falta explicar a resposta. Enunciaram-se que a fonte tinha 1m de altura.

Supõe-se que as frentes Este e Oeste das torres têm 10 metros de comprimento, cada apartamento tem 2,5 metros de altura e o pináculo da fonte, que está alinhado com a frente norte das torres, tem um metro de altura. A Joana mora na primeira torre no 5.º andar e o Duarte mora na segunda torre no 6.º andar. As varandas dos seus quartos estão viradas para sul, mas ambos conseguem ver a fonte da varanda.

No dia de São João vão escolher uma varanda para enfiar uma fita até ao pináculo da fonte, mas, como não querem gastar muito dinheiro, vão escolher a varanda que está mais perto do pináculo da fonte. No mesmo, quantos metros de fita serão necessários?

1ª etapa: A distância do teto do prédio da Joana até ao chão é: $2,5 \times 5 = 12,5$ m.
- A distância do teto do prédio do Duarte até ao chão é: $2,5 \times 6 = 15$ m.

Diagrama das torres e da fonte. Duas torres de 2,5m de altura estão separadas por 50m. Uma fonte está no chão entre elas. A distância da fonte à torre de 2,5m é x , e à torre de 40m é $50 - x$.

Ex 2
Como a pirâmide está a um metro do chão, o triângulo que se formou está muito mais próximo do 5º andar, portanto os valores devem ser mais

Ex 1 bem resolvido. Explicaram no 2º item o tempo das varandas. Ex 2 resolveu-se bem. Um valor diferente do 32.

Joana	Duarte
$12,5^2 + 32^2 = h^2$	$18^2 + 15^2 = h^2$
$156,25 + 1024 = h^2$	$324 + 225 = h^2$
$\sqrt{1180,25} = h$	$549 = h^2$
$34,35 = h$	$\sqrt{549} = h$
	$23,43 = h$

Este trabalho bonito, organizado, com muitos detalhes e com muitos cálculos.

R: vai ser preciso 25 m de fita.

Anexo 12- Plano de aula dia 09 de abril

Unidade: Geometria analítica no Espaço Plano de aula

Aulas dia: 09 de abril de 2024

Sumário:

Gallery Walk

Metodologia de Ensino: *Gallery Walk*

Objetivos:

- Desenvolver o pensamento crítico
- Fomentar a discussão e o trabalho em grupo
- Desenvolver a comunicação matemática
- Introduzir as coordenadas de um ponto no espaço

Desenvolvimento da aula:

1. Dividir a turma em grupos de 4 elementos
2. Apresentar a tarefa aos alunos. Ler com a turma e tirar dúvidas que surjam acerca do enunciado. (duração: 5 min.)

Um urso, saiu da sua toca, andou uma determinada distância para Sul. Depois, mudou de direção e caminhou a mesma distância sempre em direção a Este. Em seguida, voltou a mudar de direção e andou a mesma distância para Norte.

a) Desenha na cartolina o percurso efetuado pelo urso.

b) Sabe-se que o urso, nunca passou pela mesma zona e, no final do percurso descrito, chegou à sua toca, ou seja, exatamente ao ponto de partida. Consideras válido o esquema que elaboraste na alínea anterior? Se não for válido, consegues reformulá-lo de modo a verificar esta última informação? Justifica a tua resposta.

c) A esfera que te foi fornecida pretende ser um modelo simplificado do planeta Terra.

Com a esfera, os pioneses e o fio, representa um possível percurso efetuado pelo urso, tendo em conta todas as informações que tens. Consideras válido o esquema que elaboraste? Como o justificas?



Comentários:

Turma de 10º ano de Ciências Socioeconómicas

Os grupos de 4 elementos serão previamente definidos. Irei fornecer as cartolinas, *post-its*.

Na alínea a) os alunos podem sentir dificuldades em identificar os sentidos de orientação.

Na alínea b) os alunos podem sentir dificuldades a interpretar o enunciado e a encontrar uma justificação para o facto de o percurso não ser válido no plano.

Na alínea c), os alunos podem sentir dificuldades em construir o modelo na esfera e em encontrar uma justificação para o facto de

3. Resolução da tarefa em grupo e construção do *poster* (duração: 45 min.)

4. Elaboração dos comentários nos *post-its* (duração: 35 min)

o percurso ser válido na esfera.

Os alunos podem sentir dificuldades a dar *feedback* aos *posters* dos colegas e a perceber o raciocínio utilizado ao longo da resolução.

Anexo 13- Plano de aula dia 12 de abril

Unidade: Geometria analítica no Espaço Plano de aula

Aula dia: 12 de abril de 2024

Sumário:

Continuação da *Gallery Walk*.

Breves noções sobre Geometria Esférica.

Objetivos:

- Fomentar a discussão e o trabalho em grupo
- Desenvolver a comunicação matemática
- Dar a conhecer uma nova Geometria
- Introduzir breves noções sobre a Geometria Esférica

Desenvolvimento da aula:

1. Apresentação do *poster* de cada grupo à turma, tendo em consideração as questões e os comentários efetuados nos *post-its* (45 min.)

2. Introdução das curiosidades acerca da Geometria Esférica

Como pudeste constatar, o percurso do urso não é possível no plano, ou seja, o urso não pode estar a caminhar numa superfície plana.

Contudo, se pensarmos que o urso está a caminhar na superfície terrestre, que é aproximadamente esférica, ele conseguirá fazer tal percurso.

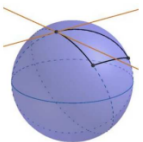
De que cor é o urso?



2.1. Perguntar porquê que não é possível o urso voltar à toca no plano e qual a cor do urso, a fim de justificarem a sua localização.

Ao desenhares o percurso do urso na esfera pudeste observar que construiste um triângulo. Na tua opinião, quanto medirá a soma das amplitudes dos ângulos internos desse triângulo?

Com a ajuda de dois palitos e um transferidor, mede as amplitudes dos ângulos internos do triângulo construído sobre a esfera e determina a sua soma.



2.2. De seguida será explicado no que consiste um triângulo esférico, será pedido para construírem outro na esfera e para compararem a soma das amplitudes dos triângulos construídos.

Comentários:

Turma de 10º ano de Ciências Socioeconómicas

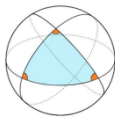
A ordem de apresentação de cada grupo será escolhida estrategicamente de forma a fomentar a discussão entre a turma, enriquecendo assim a compreensão coletiva e estimulando a troca de ideias entre os alunos. Fica ao critério de cada grupo quem irá apresentar a resolução, no entanto, todos os elementos do grupo entram em discussão com a turma

Os alunos poderão ter dificuldades em perceber o porquê de o urso ficar situado no Polo Norte.

Os alunos poderão ter dificuldades na medição dos ângulos

- A linha do equador é um círculo máximo. Os meridianos são semicírculos máximos de uma esfera (um círculo máximo e a esfera têm o mesmo centro e o mesmo raio).
- Um triângulo esférico consiste numa figura, na superfície esférica, formada pela interseção de três círculos máximos.
- Cada um dos ângulos internos é um ângulo esférico. A sua medida pode ser calculada pela medida do ângulo formado pelas tangentes aos círculos no ponto de interseção.

Com a ajuda de dois palitos e um transferidor, mede as amplitudes dos ângulos internos de um triângulo construído sobre a esfera e determina a sua soma.



2.3. Questionar os alunos sobre quanto acham que vai variar a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo esférico e usar o GeoGebra para mostrar.

Geometria Euclidiana	Geometria Esférica
A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° .	A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é maior que 180° .
Não é possível construir um triângulo com dois ângulos retos.	É possível construir um triângulo com dois ângulos retos.
Dada uma reta r e um ponto P não pertencente a r , existe uma e uma só reta paralela a r que passa em P .	Dada uma reta r e um ponto P não pertencente a r , não existe nenhuma reta paralela a r que passa em P .

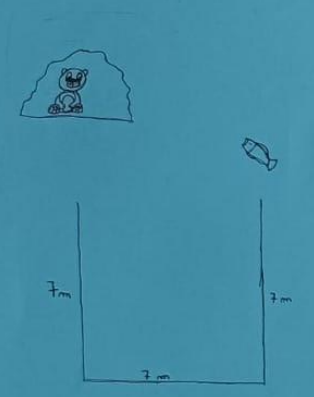
2.4. Comparar a Geometria Esférica e a Geometria Euclidiana também com algumas curiosidades não abordadas na tarefa, deixando os alunos completarem os espaços

Os alunos podem construir um triângulo em que, comparando com o triângulo construído na GW, não consigam perceber que a amplitude pode variar.

O GeoGebra servirá para que os alunos percebam que a amplitude dos ângulos internos de um triângulo varia.

Anexo 14- Poster do grupo 4 na segunda *Gallery Walk*

a)



b)

A alinea anterior é invalida, pois, para que o urso volte à toca temo de andar para Sudeste (SO), e de seguida andar para Este (E), e só retorna a casa se for para Noroeste (NO). Assim formando uma espécie de triângulo equilátero.



c)

Após fazermos a nossa elaboração, achamos que está resolvido o esquema, pois ele retorna à toca percorrendo sempre a mesma distância.



Grupo

Não se preocupem no aproveitamento do trabalho, de resto nada faz digno.

Nos opneve temos o espaço. Desenhe na l apresentada talto vida. Nos tem on enunciador.

Muito minimalista, não aproveitaram o espaço e as cores que tinham disponíveis.

Não autindemos porque é que utilizam tam estríngulo. Na parquanta B.

Domaniado simples.

a) ✓
b) ✓
c) ✓

Anexo 15- Poster do grupo 7 na segunda Gallery Walk

Um urso, saiu da sua toca, andou uma determinada distância para Sul. Depois, mudou de direção e caminhou a mesma distância sempre em direção a Este. Em seguida, voltou a mudar de direção e andou a mesma distância para Norte.

a) Desenhe na cartolina o percurso efetuado pelo urso.

Toca (ponto de partida)

Urso: ponto de chegada

Percurso feito pelo urso

b) Saiba-se que o urso, nunca passou pela mesma zona e, no final do percurso descrito, chegou à sua toca, ou seja, exatamente ao ponto de partida. Considere: válido o esquema que elaboraste na alínea a) não for válido, consegues reformulá-lo de modo a verificar esta última informação? Justifica a tua resposta.

c) A esfera que te foi fornecida pretende ser um modelo simplificado do planeta Terra.

Com a esfera, os pinos e o fio, representa um possível percurso efetuado pelo urso, tendo em conta todas as informações que tens. Consideres válido o esquema que elaboraste? Como o justificas?

• c)

Consideramos este esquema válido porque as setas na esfera (no espaço) não são diferentes que as setas no plano, como vemos que na seta no plano (pergunta a) o urso não volta para a Toca, mas agora na seta no espaço (a esfera) o urso volta para a Toca.

Não organizo pois consideramos a b)

Não organizado

A alínea B) não coincide com a alínea C)

Está bom, engraçado.

a) ✓

b) X proibido usar o este

c) utilizaram outro ponto de vista - ✓

podia ter organizado melhor o espaço

folha de organização

respondo b) diferente / não coincide com a explicação no espaço

Consideramos o esquema da alínea anterior inválido pois para ele voltar para a sua Toca (ponto de partida) ele temia que andara o mesmo percurso e percorresse a mesma distância que percorreu para Sul, este e Norte só que agora para oeste.

Toca (ponto de partida)

oeste

Sul

Norte

Este

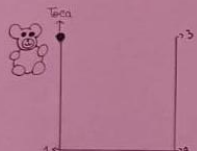
Anexo 16- Poster do grupo 2 na segunda Gallery Walk

EXERCÍCIO A EXERCÍCIO B EXERCÍCIO C

Um urso, saiu da sua toca, andou uma determinada distância para Sul. Depois, mudou de direção e caminhou a mesma distância sempre em direção a Este. Em seguida, voltou a mudar de direção e andou a mesma distância para Norte.

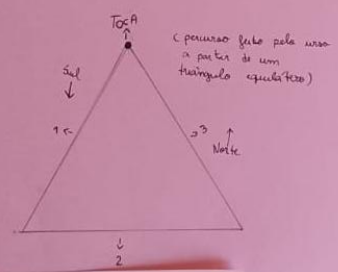
a) Desenha na cartolina o percurso efetuado pelo urso.

Não percebemos o porque de não termos
B. Temos desenhado um triângulo
mas de resto tá bem feito e
concordamos com tudo.



b) Sabe-se que o urso, nunca passou pela mesma zona e, no final do percurso descrito, chegou à sua toca, ou seja, exatamente ao ponto de partida. Consideras válido o esquema que elaboraste na aula anterior? Se não for válido, consegues reformulá-lo de modo a verificar esta última informação? Justifica a tua resposta.

Resolução:
Nós consideramos que o esquema elaborado na aula anterior não é válido para a resolução deste exercício. Ao reformularmos o esquema da aula anterior para corrigir com este exercício, começamos por fazer um triângulo equilátero, pois tínhamos três lados todos com o mesmo comprimento, gerando assim o triângulo equilátero.
Para mantermos as mesmas direções mudamos a nossa orientação para montar as mesmas.



(pensou-se pelo urso a partir de um triângulo equilátero)

Não percebemos o porque de não termos
desenhado um triângulo
mas de resto tá bem feito e
concordamos com tudo.

c) A esfera que te foi fornecida pretende ser um modelo simplificado do planeta Terra.
Com a esfera, os pinos e o fio, representa um possível percurso efetuado pelo urso, tendo em conta todas as informações que tens. Consideras válido o esquema que elaboraste? Como o justificas?

Resolução:
Consideramos válido o exercício B, e por isso utilizamos a mesma dinâmica para realizar os exercícios.



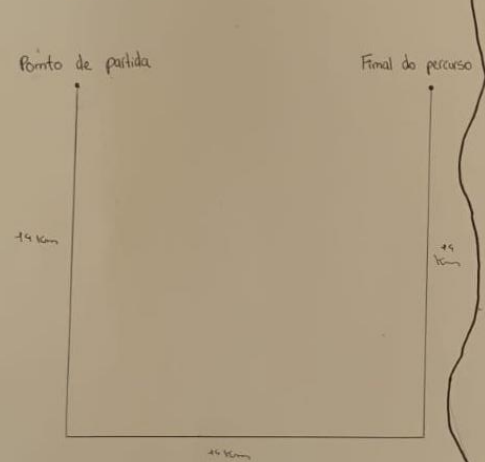
Atenção: não cometa
organização

Bem explicado

Anexo 17- Poster do grupo 5 na segunda Gallery Walk

Caminho do Urso
Gallery Walk 2

a)



Ponto de partida

Final do percurso

14 km

14 km

14 km

b)

O esquema que elaboramos na alínea anterior consideramos válido já que o urso nunca passou pela mesma zona e, no final do percurso chegou à sua toca. Pelo menos em 2D.



Toca do Urso

c)

O esquema que elaboramos na alínea A é válido porque o arco que desenhamos de norte a sul tem a mesma distância que o ponto onde parou, para este, formando um arco igual ao primeiro referido.

Quando o urso se desloca para norte elabora-se outro arco com a mesma distância dos restantes.

Com isto, concluímos que o percurso formado em 3D corresponde porém o de 2D não, apesar de ser o mesmo.

A pergunta b) não foi respondida, só tentaram desenhar uma toca e não fizeram o percurso. Taram-se muito a jogar bonito, mas está bem organizado.

Primeiramente, talvez não se tenha dado conta de que a pergunta b) não foi respondida, mas a pergunta c) foi respondida.

Para começar os urso não são nem, e também o exercício b) pensamos que está errado, mas o válido, mas acho que a ideia da pergunta é interessante.

Condição que não é válida na alínea b), mas não consideramos que ele chegou à sua toca pois ele tinha de percorrer a mesma distância para o lado.

Primeira impressão: está muito bonito. A ideia não está má (no exercício b) mas está má. O c está bom.

bem organizado
falta o desenho / explicações da pergunta b)

Anexo 18- Poster do grupo 3 na segunda Gallery Walk

Tarefa 2 - Gallery Walk.

Não está apresentável?, está tudo a lápis, mas está bem explicado e poderá estar certo.

Está tudo a lápis.

O trabalho está bem organizado e apresentável, embora, na nossa opinião, o b) está errado porque o esquema não é válido.

Um urso, saiu da sua toca, andou uma determinada distância para Sul. Depois, mudou de direção e caminhou a mesma distância sempre em direção a Este. Em seguida, voltou a mudar de direção e andou a mesma distância para Norte.

a) Desenha na cartolina o percurso efetuado pelo urso.

b) Sabes se o urso, nunca passou pela mesma zona e, no final do percurso descrito, chegou à sua toca, ou seja, exatamente ao ponto de partida. Consideras válido o esquema que elaboraste na alínea anterior? Se não for válido, consegues reformulá-lo de modo a verificar esta última informação? Justifica a tua resposta.

c) A esfera que te foi fornecida pretende ser um modelo simplificado do planeta Terra. Com a esfera, os pontos a e b, representa um possível percurso efetuado pelo urso, tendo em conta todas as informações que tens. Consideras válido o esquema que elaboraste? Como o justificas?

a)

b)

Representação do b)
Percurso que está errado
Representação do urso não
é válido
c) não mudou
(20 cm)

c)

Está tudo a lápis mas está certo

Resposta: Não é válido, pois o urso não o percurso que está suposto para conseguir chegar à toca. Além do mais, representamos o urso, portanto, não podemos ter as direções entre pontos na esfera, porque a esfera muda o nosso ponto de vista.