Fernandes, J. A., Martinho, M. H., Tinoco, J., & Viseu, F. (Orgs.) (2013). *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

Conflitos semióticos na resolução de um problema de testes de hipóteses para a proporção por estudantes do ensino superior

Gabriela Gonçalves[1], *José António Fernandes*[2], *Maria Manuel Nascimento*[3]
[1] Instituto Superior de Engenharia do Porto, gmc@isep.ipp.pt
[2] Universidade do Minho, jfernandes@ie.uminho.pt
[3] Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, mmsn@utad.pt

Resumo. *Neste trabalho analisamos as resoluções de 223 alunos da Licenciatura de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto, no letivo 2012-2013, quando confrontados com um problema de testes de hipóteses para a proporção. Tendo por referência teórica o Enfoque Ontosemiótico do conhecimento e do ensino da matemática, estudaram-se os conhecimentos matemáticos implícitos nas respostas a partir dos objetos e processos matemáticos utilizados, enfatizando-se a relação expressão – conteúdo das funções semióticas como meio de caracterizar possíveis conflitos semióticos. Em termos de resultados, para além da elevada percentagem de alunos que não responderam ou que apresentaram respostas sem sentido, salienta-se a existência de vários conflitos semióticos associados à formulação das hipóteses, ao cálculo da estatística do teste e à tomada de decisão*.

Palavras-chave: aprendizagem da Estatística; inferência; testes de hipóteses para a proporção; Enfoque Ontosemiótico; ensino superior.

1. Introdução

Nas últimas décadas, o ensino da estatística tem sido integrado, cada vez mais, nas escolas e nas universidades, não só pelo seu caráter instrumental, mas também pela importância que o desenvolvimento do raciocínio estatístico tem numa sociedade caracterizada pela proliferação de informação e a necessidade de tomar decisões em ambientes de incerteza. Em Portugal a Estatística tem vindo a impor-se de forma consistente nos programas escolares, sendo atualmente estudada em todos os níveis de ensino básico e secundário (Fernandes, Carvalho & Correia, 2011; Ministério da Educação, 2007).

Os conteúdos estatísticos relativos à inferência têm uma ampla aplicação. Em Portugal, a inferência estatística, embora seja abordada no programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (DES, 2001), com base em intervalos de confiança, é um tema tratado quase exclusivamente nas unidades curriculares de Estatística das licenciaturas do ensino superior.

Por outro lado, é um tema em que os alunos apresentam muitas dificuldades na sua compreensão porque estão em jogo muitos conceitos abstratos e relações, tais como

distribuição amostral, nível de significância, valor de prova, etc. (Vallecillos, 1996; Vallecillos, Batanero & Godino, 1992; Vera, Díaz & Batanero, 2011).

No nosso país, na literatura educacional aparecem poucos estudos sobre a aprendizagem da inferência estatística, apesar de constituir um tópico relevante para a compreensão de boa parte da literatura científica e técnica em várias áreas do conhecimento, como a engenharia, as ciências, a matemática e as ciências sociais. Assim, o estudo dos conflitos semióticos surgidos na resolução de um problema de testes de hipóteses para a proporção, por estudantes do ensino superior, é visto como um contributo para colmatar esse vazio.

2. Referencial teórico

2.1. Investigações prévias sobre testes de hipóteses

Uma forma de inferência estatística são os testes de hipóteses, cujo objetivo é o de verificar se dados amostrais (ou estimativas obtidas a partir deles) são ou não compatíveis com determinadas populações (ou com valores previamente fixados dos parâmetros populacionais correspondentes). O resultado do teste corresponde a uma das duas respostas possíveis: rejeitar ou não rejeitar uma hipótese estatística. Em ambos os casos corre-se o risco de errar, sendo uma das características dos testes de hipóteses precisamente a de permitir controlar ou minimizar esse risco (Guimarães & Cabral, 2007).

O teste de hipóteses envolve um procedimento que requer um raciocínio indutivo (Link, 2002; Lopes, 2007) pois a decisão a tomar baseia-se no facto de uma dada hipótese ser ou não suportada pela informação fornecida pelos dados de uma amostra.

De acordo com Batanero (2001), os testes de hipóteses, apesar de possuírem um campo específico de aplicação, são a área da inferência estatística provavelmente menos compreendida e a mais confundida, tanto por estudantes como por investigadores. As dificuldades que os alunos demonstram na compreensão dos testes de hipóteses têm sido objeto de diversos trabalhos de investigação, das quais destacamos seguintemente alguns.

Vallecillos e Batanero (1997) realizaram um estudo sobre as dificuldades de compreensão de estudantes universitários em alguns conceitos-chave dos testes de hipóteses, tais como: nível de significância; hipótese nula e alternativa; parâmetro estatístico e a interpretação (lógica) de um teste de hipóteses. Para tal, entrevistaram 7

estudantes universitários do 2º ano do curso de Medicina, tendo-lhes sido pedida também a resolução de dois problemas de teste de hipóteses. O estudo evidenciou que os alunos, embora tenham conhecimento de que a hipótese nula deve ser formulada com o objetivo de ser rejeitada, dificilmente conseguem enunciá-la de modo correto e todos eles cometeram erros que evidenciam a não compreensão no que se refere à relação entre distribuição de probabilidade, as regiões de aceitação e o nível de significância.

Link (2002) analisou os testes realizados por 295 estudantes de duas disciplinas do curso de Ciências Biológicas com o objetivo de identificar os erros cometidos pelos alunos em diferentes etapas da aplicação dos testes de hipóteses: na formulação das hipóteses; na determinação da estatística do teste e do valor crítico; no cálculo da estatística do teste; na comparação da estatística do teste com o valor crítico; na determinação do valor de prova e na decisão tomada. As maiores dificuldades encontradas neste estudo residiram na determinação da estatística do teste e do valor crítico, com 47% de respostas incorretas, seguindo-se 39,8% de alunos que erraram na determinação do valor crítico, 31,6% na formulação das hipóteses (não identificação do parâmetro correto, valor incorreto do parâmetro e erro de sinal), 26,8% na determinação do valor de prova, 25,8% no cálculo da estatística do teste, 16,3% na decisão, 4,1% na escolha da estatística do teste e 3,1% apresentou uma resposta sem sentido.

Vera, Díaz e Batanero (2011) realizaram um estudo consistindo na análise das respostas de 224 alunos da Licenciatura de Psicologia da Universidade de Huelva a uma pergunta aberta, na qual os alunos teriam que formular as hipóteses para um problema de teste de hipóteses. Usando como marco teórico o "Enfoque Ontosemiótico" do conhecimento matemático (Godino, Batanero & Font, 2008), analisaram-se os conhecimentos matemáticos implícitos nas respostas através dos objetos e processos matemáticos utilizados, e tendo em vista caracterizar quer as respostas adequadas quer conflitos semióticos.

Através da análise semiótica efetuada, em termos de conflitos semióticos, verificou-se confundir entre teste bilateral e unilateral (10,3% dos alunos), reconhecer incorretamente um teste de comparação de médias para modelar o problema (12,9% dos alunos), enunciar a hipótese alternativa pontual (7,7% dos alunos), definir hipóteses não complementares (8,7% dos alunos), enunciar as hipóteses em função da estatística amostral (28,6% dos alunos) e confundir entre a estatística amostral e o parâmetro correspondente à média da população (25% dos alunos). Assim, do estudo realizado destaca-se que o conflito mais frequente consistiu na confusão entre estatística e

parâmetro, seguindo-se o não reconhecimento de que a estatística é uma variável aleatória, tendo os alunos também evidenciado dificuldades em formular as hipóteses e identificar a população a que tinham de aplicar a inferência, bem como em diferenciar entre testes unilaterais e bilaterais.

2.2. Marco teórico

No estudo recorreremos ao Enfoque Ontosemiótico (EOS) do conhecimento e do ensino da matemática, que Godino e colaboradores têm vindo a desenvolver (e.g., Godino & Batanero, 1994; Godino, Batanero & Font, 2008), para analisar as resoluções dos alunos.

No EOS assume-se a complexidade dos entes matemáticos, sendo estabelecida uma ontologia de objetos matemáticos primários, a qual permite uma análise detalhada e abrangente das práticas mobilizadas nos processos de resolução de problemas: *situações-problema* – são aplicações extramatemáticas, exercícios, problemas, ações que induzem uma atividade matemática (problemas de comparação de duas ou mais populações, de estimação de parâmetros ou da tomada de decisões); *linguagens* – são termos, expressões, notações, gráficos que se utilizam para representar os dados de um problema (os símbolos usados para denotar os parâmetros μ e σ ou as hipóteses nula H_0 e alternativa H_1); *conceitos* – são formulações introduzidas mediante definições e descrições (população e amostra, estatística e parâmetro, região crítica e região de aceitação); *propriedades* (proposições) – são enunciados sobre relações ou propriedades dos conceitos que se utilizam para resolver problemas matemáticos (as hipóteses nula e alternativa são complementares); *procedimentos* – são algoritmos, operações, técnicas de cálculo que os alunos aplicam para a resolução do problema (os cálculos que os alunos têm de efetuar para definir a região crítica e a região de aceitação); *argumentos* – são enunciados usados para justificar ou explicar a outra pessoa as proposições e procedimentos ou a solução dos problemas, que podem ser dedutivos, formais ou informais.

Na atividade matemática intervêm combinações destes objetos primários, formando configurações de objetos, e diferentes processos matemáticos envolvendo esses objetos, descritos nas seguintes facetas duais: *pessoal – institucional*, consoante emerge das práticas de uma pessoa ou de um grupo de pessoas que partilham o mesmo tipo de situações-problema; *ostensivo – não ostensivo*, na medida em que podem ser usados nas práticas públicas a partir das suas representações ou imaginados ou pensados

independentemente das suas representações; *extensivo – intensivo*, ao poderem referir-se a um caso específico ou a uma classe mais geral; *unitário – sistémico*, ao serem usados como entidades unitárias ou como sistemas; *expressão – conteúdo*, que constituem o antecedente e consequente de funções semióticas.

As funções semióticas, entendidas com relações entre conjuntos, envolvem três componentes: *expressão*, que constitui o objeto inicial ou significante; *conteúdo*, que é o objeto final ou significado; e *regra de correspondência*, que é o código interpretativo que regula a relação entre expressão e conteúdo. Ora esta dualidade *expressão – conteúdo* permite realizar análises semióticas das produções escritas dos alunos, destacando-se a identificação de conflitos semióticos entre os significados institucional e pessoal, tal como se efetuou no presente estudo.

3. Metodologia

Neste texto estudam-se as dificuldades de alunos do ensino superior na formulação, cálculo e interpretação de um problema de teste de hipóteses para a proporção (ver Figura 1). Para tal, efetuaram-se análises semióticas das resoluções escritas dos alunos recorrendo ao Enfoque Ontosemiótico de Godino e colaboradores (e.g., Godino & Batanero, 1994; Godino, Batanero & Font, 2008).

Com o intuito de decidir sobre a aquisição de tempo de antena num programa de TV de grande audiência, a empresa MOUSE decidiu recolher uma amostra de 100 pessoas. No inquérito efetuado, 75 pessoas declararam ver o programa assiduamente, 10 de vez em quando e os restantes declararam nunca ver.
Suponha que a empresa MOUSE só adquirirá o referido tempo de antena se for credível a hipótese de que a percentagem de pessoas que vê assiduamente o programa é de, pelo menos, 80%.
Considerando o nível de significância $\alpha = 0{,}05$, a empresa deve adquirir ou não o referido tempo de antena?

Figura 1. Problema proposto aos alunos no questionário.

O problema aqui analisado é uma pergunta de um questionário, formado por um total de 12 perguntas sobre testes de hipóteses, aplicado aos alunos do 1º ano que frequentavam a disciplina de Matemática Computacional (MATCP), no ano letivo 2012-2013, do curso de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto. Dos 263 alunos que frequentavam a disciplina, responderam ao questionário 223 nas suas aulas teórico-práticas da disciplina de MATCP, na presença dos docentes respetivos, e os alunos dispuseram de 1 hora e 30 minutos para lhe responder, o que se revelou um

tempo suficiente. Destes alunos, 22 eram do sexo feminino e 201 do sexo masculino. Além disso, dos alunos que responderam apenas 45 estavam a repetir a disciplina.

A resolução deste problema foi realizada na última aula do semestre (junho de 2013), por escrito e sem consulta, imediatamente depois de os alunos terem estudado os testes de hipóteses. A abordagem do tema realizou-se ao longo de 1 aula teórica e 2 aulas teórico-práticas, cada uma com a duração de 2 horas, onde os alunos acompanharam o professor e tiveram a oportunidade de resolver exercícios e problemas para consolidação dos conceitos usando papel e lápis e, esporadicamente, o software R.

Depois de recolhidos os dados, foi feita uma análise qualitativa mediante um processo de comparação de respostas semelhantes entre si e recorrendo ao Enfoque Ontosemiótico do conhecimento e do ensino da matemática (Godino, Batanero & Font, 2008) de forma a podermos chegar a uma categorização, cujas categorias são apresentadas na próxima secção de apresentação dos conflitos semióticos.

4. Conflitos semióticos nas resoluções dos alunos

Seguidamente descrevem-se os conflitos semióticos exibidos pelos alunos nas respostas incorretas.

4.1. Formular as hipóteses corretas, errar o cálculo da estatística do teste e decidir corretamente

Estes alunos utilizam a simbologia adequada mas trocam na fórmula da estatística de teste o parâmetro amostral com o populacional e não tiram conclusões mediante os dados que têm. Na Tabela 1 mostra-se um exemplo desta situação.

Tabela 1. Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Determinação da estatística do teste e da região crítica: $\alpha = 0{,}05 \Rightarrow z_c = -1{,}645$ $RC_z =]-\infty, -1{,}645]$ $z_0 = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} = \dfrac{0{,}75 - 0{,}80}{\sqrt{\dfrac{0{,}75(1-0{,}75)}{100}}} = -1{,}15$	- Identifica o valor crítico através do nível de significância e do teste a usar (particularização de conceito). - Identifica a região crítica (particularização de conceito). - Utiliza a notação correta para representar a estatística de teste (linguagem e conceito). - Aparece um conflito quando troca o parâmetro populacional pelo amostral (conflito num processo de interpretação).
Tomada de decisão: A empresa deve adquirir o tempo de antena. Não se rejeita H_0.	- Decide corretamente verificando se a estatística de teste está ou não dentro da região crítica RC_z (propriedade).

4.2. Formular as hipóteses corretas, calcular corretamente a estatística do teste e decidir erradamente

Estes alunos realizam todos os passos corretos da aplicação do teste de hipóteses mas não interpretam os dados obtidos para tomarem a decisão correta. Na Tabela 2 mostramos um exemplo para ilustrar esta situação.

Tabela 2. Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Determinação da estatística do teste e da região crítica: $\alpha = 0{,}05 \Rightarrow z_c = -1{,}645$ $RC_z =]-\infty, -1{,}645]$ $z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0{,}75 - 0{,}80}{\sqrt{\frac{0{,}80(1-0{,}80)}{100}}} = -1{,}25$	- Identifica o valor crítico através do nível de significância e do teste a usar (particularização de conceito). - Identifica a região crítica (particularização de conceito). - Utiliza a notação correta para representar a estatística de teste (linguagem e conceito). - Calcula a estatística de teste (conceito e procedimento).
Tomada de decisão: Como $z_0 \in RC_z$ não se deve rejeitar a hipótese nula. A empresa deve adquirir o tempo de antena.	- Aparece um conflito ao não saber interpretar os dados obtidos para a tomada de decisão. O aluno diz que pertence à região crítica e depois conclui que não se deve rejeitar (particularização incorreta de uma propriedade).

Nas categorias que se seguem apresentamos a análise semiótica apenas para a formulação das hipóteses, não fazendo a restante análise para os outros passos da resolução da alínea uma vez que estão resolvidos em função do teste que escolheram (teste errado).

4.3. Formular as hipóteses sobre a proporção populacional num teste unilateral à direita

Nesta categoria classificaram-se todos os alunos que definem as hipóteses sobre a proporção populacional, mas definem um teste unilateral à direita. Estes alunos utilizam a simbologia adequada tanto para a hipótese nula como para a alternativa, o parâmetro escolhido é o correto e o valor sobre o qual se baseia a conjetura também é correto. Na Tabela 3 ilustra-se um exemplo deste tipo de resposta.

Tabela 3. Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0 : p = 0{,}80$ $H_1 : p > 0{,}80$	- O aluno lê o enunciado e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a proporção populacional; também identifica corretamente o valor hipotético do parâmetro e o problema como sendo um teste para a proporção. - Discrimina entre hipótese nula e alternativa e

	reconhece que a hipótese nula é pontual, expressando-a mediante a igualdade. - Expressa as hipóteses em notação adequada (linguagem e particularização de um conceito). - Reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade). - Aparece um conflito de interpretação de enunciado ao traduzir a expressão matemática na notação $H_1 : p > 0{,}80$, o que conduz a um teste unilateral à direita (o aluno reconhece um campo de problemas). - Reconhece que a hipótese alternativa é a que interessa provar, porque estabelece o sinal $>$ em função dos dados (particularização de uma propriedade). - Expressa as duas hipóteses em notação adequada (conceito e linguagem).

4.4. Formular a hipótese nula a partir da proporção amostral num teste unilateral à direita

Nesta categoria agrupamos os alunos que formulam a hipótese nula a partir de dados amostrais em vez de populacionais e não cobrindo o espaço paramétrico. Na Tabela 4 apresenta-se a análise semiótica da resolução de um aluno.

Tabela 4. Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0 : p = 0{,}75$ $H_1 : p > 0{,}80$	- O aluno realiza uma interpretação incorreta do enunciado, assumindo que a proporção de pessoas que vê assiduamente o programa é o valor populacional em vez do amostral (processo incorreto de interpretação). - Um primeiro conflito é a confusão entre população e amostra (confusão de conceitos). - O segundo conflito está relacionado com o anterior e consiste em confundir a proporção amostral com a populacional (descriminação inadequada de conceitos). - Tudo isto causa um novo conflito ao confundir o teste adequado (teste sobre uma proporção) com outro inadequado (teste para a proporção unilateral à direita) (confusão de campo de problemas).

O aluno não interpreta corretamente o enunciado em relação às duas hipóteses nula e alternativa, aparecendo o primeiro conflito ao tomar como valor para a hipótese nula o valor da proporção amostral e o segundo ao utilizar para hipótese alternativa o teste unilateral à direita em vez de à esquerda. Esta confusão entre proporção amostral e populacional é descrita, de uma forma mais geral entre estatística e parâmetro, por Schuyten (1991).

4.5. Formular as hipóteses nula e alternativa a partir da proporção amostral num teste unilateral à direita

Nesta categoria colocamos todos os alunos que estabelecem ambas as hipóteses usando o valor da proporção amostral. No exemplo da Tabela 5, o aluno interpreta o enunciado identificando que se trata de um teste para a proporção, escolhendo o teste unilateral à direita em vez de à esquerda. Formula as hipóteses nula e alternativa de forma complementar, cobrindo o espaço paramétrico, não é capaz de identificar o valor do parâmetro populacional a partir do enunciado e usa uma notação adequada.

Tabela 5. Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0 : p = 0{,}75$ $H_1 : p > 0{,}75$	- O aluno lê o enunciado (processo de interpretação) e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a proporção (particulariza ao problema os conceitos de parâmetro, amostra e proporção amostral). - Identifica o problema como um teste de hipóteses para a proporção (reconhece um campo de problemas). - Conflito ao confundir o teste adequado (teste sobre uma proporção) com outro inadequado (teste para a proporção unilateral à direita) (confusão de campo de problemas). - Conflito ao não identificar o valor hipotético do parâmetro (particularização de um conceito). - Conflito ao formular as hipóteses usando o parâmetro amostral em vez do populacional. - Discrimina entre hipótese nula e alternativa (reconhece as propriedades matemáticas associadas). - Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade); expressa-a mediante uma igualdade (processo de representação); reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade) e que as hipóteses devem ser complementares.

4.6. Outra

Nesta categoria incluem-se as respostas sem sentido, designadamente, em que não são enunciadas as hipóteses, o parâmetro a estudar não é a proporção, é utilizado o teste para a diferença de proporções e é estabelecido um teste bilateral.

Em síntese, os erros observados neste grupo de alunos consistem no cálculo errado da estatística do teste, na tomada da decisão errada, na confusão entre o teste unilateral à direita e o teste unilateral à esquerda e hipóteses que não cobrem o espaço paramétrico.

Uma vez exemplificados os tipos de conflitos semióticos decorrentes das resoluções dos alunos, na Tabela 6 apresentam-se as frequências e percentagens de respostas para cada uma das categorias.

Pela Tabela 6 observamos que a resposta mais frequente é a da categoria *outra*, em que os alunos não foram capazes de interpretar corretamente o enunciado do problema e a partir dele estabelecer e aplicar o teste de hipóteses adequado à sua resolução. Portanto, estes alunos não identificaram o campo de problemas, não souberam reconhecer o valor hipotético do parâmetro, não formularam as hipóteses ou não usaram uma notação adequada na resolução do problema.

Tabela 6. Frequência (percentagem) de respostas de cada categoria

Categoria	Frequência (%)
Respostas corretas	23 (10,3)
Formular as hipóteses corretas, errar o cálculo da estatística do teste e decidir corretamente	13 (5,8)
Formular as hipóteses corretas, calcular corretamente a estatística do teste e decidir erradamente	9 (4,0)
Formular as hipóteses sobre a proporção populacional num teste unilateral à direita	43 (19,3)
Formular a hipótese nula a partir da proporção amostral num teste unilateral à direita	5 (2,2)
Formular as hipóteses nula e alternativa a partir da proporção amostral num teste unilateral à direita	30 (13,5)
Outra	52 (23,3)
Não respostas	48 (21,5)
Total	223 (100)

A percentagem destas respostas, 23,3%, é preocupante uma vez que estes alunos parecem não ter ideia do que é um teste de hipóteses ou ter uma compreensão muito limitada. Esta percentagem é menor do que a obtida por Vallecillos (1995) numa pergunta sobre a formulação de hipóteses, em que obteve 41,9%, e por Vera, Díaz e Batanero (2011), também no mesmo tipo de problema, em que obtiveram 50,5%.

Seguidamente, salienta-se a pequena percentagem de alunos que resolve corretamente o problema (10,3%) e aqueles que, apesar de terem formulado corretamente as hipóteses, erraram no cálculo da estatística ou na decisão a tomar (9,8%). Estes alunos compreendem que as hipóteses se formulam em função de parâmetros, discriminando adequadamente os conceitos de estatística e parâmetro.

Um outro grupo de alunos (19,3%), tal como os anteriores, formula as hipóteses em função dos parâmetros, reconhece que a hipótese nula é contrária à que se quer provar, usa notação adequada mas define um teste unilateral à direita em vez de à esquerda.

Um outro grupo de alunos faz esta descriminação, mas usa o valor amostral para formular as hipóteses (13,5%), erro que foi assinalado por Schuyten (1991). Em menor percentagem (2,2%), os alunos usaram o valor amostral apenas na hipótese nula.

Finalmente, uma considerável percentagem de alunos (21,5%) não apresentou qualquer resposta, o que pode dever-se, para além da dificuldade inerente do tema, ao facto ter sido o último a ser lecionado, repercutindo-se no pouco tempo de exploração nas aulas e de estudo dos alunos.

5. Conclusões

Da análise realizada, conclui-se que um dos conflitos semióticos que aparece num maior número de respostas é a confusão entre teste unilateral à esquerda e teste unilateral à direita (19,3%). No estudo de Vera, Díaz e Batanero (2011) verificou-se também que 10,3% das respostas dos alunos exibiam a confusão entre teste unilateral e bilateral. Embora este conflito não coincida com o identificado no presente estudo, ambos envolvem o conceito de ordem e revelam a dificuldade de tradução de enunciados verbais em linguagem simbólica.

Um outro conflito semiótico, também com um número de respostas elevado, refere-se à confusão entre estatística e parâmetro, assim como ao não reconhecimento de que a estatística é uma variável aleatória. Esta dificuldade repercutiu-se na formulação da hipótese nula ou de ambas as hipóteses. Ainda no caso da formulação das hipóteses, não foi detetada a confusão entre hipótese nula e alternativa que Vallecillos (1995, 1999) encontrou no seu estudo (em 13% dos alunos).

O uso de notação inadequada para representar parâmetros e estatísticas foi um erro recorrente na formulação das hipóteses (não identificação do parâmetro correto, valor incorreto do parâmetro e erro de sinal), evidenciando que, em geral, os alunos não reconhecem a necessidade de fazer a distinção entre valores provenientes da população e da amostra. Nos estudos de Albert (1995) e Link (2002) também foi encontrado este erro, tendo os alunos demonstrado dificuldade em reconhecer o parâmetro a ser testado na inferência estatística.

Comparativamente com os estudos aqui revistos, no presente estudo destaca-se a identificação de conflitos semióticos decorrentes das produções dos alunos nas várias etapas de resolução de um problema sobre testes de hipóteses para a proporção. Especificamente, no caso da estatística do teste e da tomada de decisão, verificou-se a determinação errada do valor da estatística do teste e a tomada de decisão correta, bem como o cálculo correto da estatística do teste e a tomada de decisão errada.

Em resumo, este trabalho aponta no sentido da necessidade de rever a forma de ensino da inferência estatística, e mais concretamente na interpretação do problema, na formulação das hipóteses estatísticas e do nível de significância. Alguns destes erros podem provocar dificuldades na resolução dos problemas de testes de hipóteses. Por exemplo, o facto de se formularem as hipóteses para um teste unilateral à direita em vez de à esquerda fará com que as regiões de aceitação e rejeição sejam mal construídas e, portanto, pode levar o aluno a tomar a decisão de aceitar ou rejeitar a hipótese de forma incorreta.

É imprescindível ajudar os alunos na construção do seu raciocínio inferencial, começando como propõem Ben-Zvi e Garfield (2005) com uma nova abordagem para o ensino da estatística, que deve dar mais destaque ao raciocínio, pensamento e literacia estatística. Segundo eles, isso significa uma transformação do ensino da estatística com base na probabilidade para um ensino centrado em dados, encorajando o uso de dados reais e de tarefas de grupo como forma de melhorar as habilidades colaborativas e comunicativas por meio de discussões estatísticas. Por outro lado, Rossman (2008) propõe que se explorem atividades informais de inferência antes de se iniciar a aprendizagem formal dos testes de hipóteses.

Para além das sugestões referidas, as dificuldades reveladas pelos alunos no presente estudo podem ser exploradas para que possa ser delineado um melhor ensino dos testes de hipóteses, para além de motivar a realização de outros estudos.

Referências bibliográficas

Albert, J. (1995). Teaching inference about proportions using Bayes and discrete models. *Journal of Statistics Education, 3*(3), n.p.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2005). Research on Statistical Literacy, Reasoning, Thinking: Issues, Challenges and Implications. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), The Challenge *of*

Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking (pp. 397-409). Netherlands: Springer.

DES (2001). *Programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais*. ME, Departamento do Ensino Secundário.

Fernandes, J. A., Carvalho, C., & Correia, P. F. (2011). Contributos para a caracterização do ensino da Estatística nas escolas. *Bolema*, *24*(39), 585-606.

Godino, D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *14*(3), 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática, 10*(2), 1-32.

Guimarães, R., & Cabral, J. (2007). *Estatística* (2ª ed.). Lisboa: McGraw-Hill.

Link, W. (2002). An examination of student mistakes in setting up hypothesis testing problems. *Proceedings of the Louisiana-Mississipi Section of the Mathematical Association of America*. Louisiana: Spring.

Lopes, M. (2007). Conceitos básicos de testes de hipóteses através de aulas investigativas. *Encontro Nacional de Educação Matemática, IX*. Belo Horizonte, Brasil.

Ministério da Educação (2007). Programa de matemática do ensino básico. Lisboa, Portugal: DGIDC.

Rossman, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research Journal, 7*(2), 5-19.

Schuyten, G. (1991).Statistical thinking in psychology and education. In D. Vere-Jones (Eds.), *Proceeding of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 486-490). Voorburg, Netherlands: International Statistical Institute.

Vallecillos, A. (1995). Comprensión de la lógica del contraste de hipótesis en estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *15*(3), 53-81.

Vallecillos, A. (1996). Inferencia estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas. Recife. Comares.

Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidences on learning difficulties about testing hypotheses. *International Statistical Institute, 52nd Session*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. Granada, Spain.

Vallecillos, A., Batanero, C., & Godino, J. D. (1992). Student`s understanding of the significance level on statistical tests. In W. Geesling & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the XVII Conference on the Psychology of Mathematics Education*, *4*(pp.271-378). Universidad de Valencia. Spain.

Vallecilos, A., & Batanero, C. (1997). Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 17*(1), 29-48.

Vera, O., Díaz, C., & Batanero C. (2011). Dificultades en la formulación de hipótesis estadísticas por estudiantes de Psicología. *Unión, 27,* 41-61.