



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

José Pedro Couto Ferreira da Costa

**Simulação Numérica do Comportamento
Mecânico de Materiais Celulares**



Universidade do Minho

Escola de Engenharia

José Pedro Couto Ferreira da Costa

Simulação Numérica do Comportamento Mecânico de Materiais Celulares

Dissertação de Mestrado

Ciclo de Estudos Integrados Conducentes ao

Grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Trabalho efetuado sob a orientação do

Professor Doutor Nuno Ricardo Maia Peixinho

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

Licença concedida aos utilizadores deste trabalho



**Atribuição-Não Comercial-Sem Derivações
CC BY-NC-ND**

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, professor doutor Nuno Peixinho, pelo apoio incansável prestado ao longo deste trabalho. Desde a ajuda na escolha do tema, à compreensão e ajuda dada nas múltiplas dúvidas que me fui deparando, pela forma como me foi guiando nesta jornada, foi um pilar que me permitiu terminar esta obra.

À minha mulher, Ana Gonçalves, por todo o apoio, ânimo e força que me permitiram seguir sempre em frente. És um exemplo de vida, um modelo a seguir.

Aos meus amigos Miguel Vila Ferreira e José Pedro Oliveira, também colegas de curso, pela ajuda e paciência quer durante a dissertação quer durante toda a duração do curso. Acolheram-me, apoiaram-me e acima de tudo nunca me deixaram ficar para trás. Sem vocês nunca teria conseguido.

E por fim aos meus pais. Por tudo o que fizeram por mim nesta longa jornada. Nunca deixaram que desistisse, mesmo face a tudo o que aconteceu. São um exemplo de superação, de força de vontade, e foi sempre por vocês que eu continuei. E finalmente vou poder dizer:

“Pai, Mãe, terminei o curso”.

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração. Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Simulação Numérica do Comportamento Mecânico de Materiais Celulares

RESUMO

No decurso da corrente dissertação procedeu-se ao estudo de estruturas celulares através de simulações numéricas do tipo linear elástico. Como objetivo primário apresentava-se a comparação de rigidez entre estruturas celulares regulares e estruturas do tipo TPMS.

A fim de contextualizar o problema, o estudo teórico debruçou-se sobre as estruturas celulares em geral e particularmente sobre as estruturas *Triply Periodic Minimal Surface*, de forma a elucidar o que representam estas geometrias e a enumerar possíveis vantagens que justifiquem um estudo comparativo com outro tipo de estruturas celulares.

Ambas as estruturas foram modeladas em softwares CAD, sendo que a estrutura TPMS em estudo foi gerada desde a sua forma matemática, onde se converteu a equação numa superfície de malha, passando pela correção de erros e geração de espessura de casca, podendo assim criar uma estrutura sob a forma matricial para proceder com o estudo numérico.

Relativamente às simulações numéricas, estas foram do tipo linear elástico, apenas de compressão, de forma a obter-se a deformação da estrutura e ser possível calcular a rigidez de ambas as estruturas. Foram também comparadas as tensões de Von Mises em ambas.

Analisando por fim o comportamento e os valores de rigidez de ambas as estruturas em estudo, foi concluído que a geometria do tipo TPMS apresenta uma rigidez ligeiramente inferior face à estrutura de controlo, motivo que pode ser explicado pela espessura demasiado reduzida, sendo ainda assim uma opção muito viável em situações em que a resistência a cargas à compressão seja solicitada, mas mantendo um peso muito reduzido da estrutura pretendida.

PALAVRAS-CHAVE

Estruturas Celulares, Simulação Numérica, TPMS, rigidez.

Numerical Simulation of the Mechanical Behavior of Cellular Materials

ABSTRACT

During the current dissertation, the study of cellular structures was carried out through numerical simulations of the linear elastic type. The primary objective was to compare the stiffness between regular cell structures and TPMS-like structures.

In order to contextualize the problem, the theoretical study focused on cellular structures in general and particularly on the *Triply Periodic Minimal Surface* structures, in order to elucidate what these geometries represent and to list possible advantages that justify a comparative study with another type of cell structures.

Both structures were modelled in CAD software, and the TPMS structure under study was generated from its mathematical form, where the equation was converted into a mesh surface, through error correction and generation of shell thickness, thus being able to create a structure in matrix form to proceed with the numerical study.

Regarding the numerical simulations, these were of the linear elastic type, only of compression, to obtain the deformation of the structure and to be able to calculate the stiffness of both structures. Von Mises voltages in both were also compared.

Finally, analyzing the behavior and the stiffness values of both structures under study, it was concluded that the TPMS type geometry has a slightly lower stiffness compared to the control structure, which can be explained by the too small thickness, still being a very viable option in situations where resistance to compressive loads is required, while maintaining a very low weight of the intended structure.

KEYWORDS

Cellular Structures, Numerical Simulation, TPMS, rigidity.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
ÍNDICE DE FIGURAS	viii
ÍNDICE DE TABELAS	x
LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÓNIMOS	xi
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Objetivos	1
1.3 Estrutura da Dissertação	2
2. ESTUDO TEÓRICO	3
2.1 Estruturas Celulares em Geral	3
2.2 Geometrias TPMS	5
2.3 Artigos e aplicações de estruturas celulares e TPMS	8
3. GEOMETRIA EM ANÁLISE	16
3.1 Definição de Geometria	16
3.2 Ferramentas de Modelação	17
3.3 Algoritmo de Modelação	19
4. SIMULAÇÃO NUMÉRICA	27
4.1 Definição do Caso de Estudo	27
4.2 Apresentação e Discussão de Resultados	35
5. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	40
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42
ANEXOS	44
Anexo A – Guia Completo de Modelação	44

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo de estrutura celular bidimensional [2]	4
Figura 2 - Estrutura celular tridimensional aberta (em cima) e fechada (em baixo) [3].	4
Figura 3 - Pannel sandwich, neste caso uma telha sandwich usada na indústria da construção civil	5
Figura 4 - Diferentes geometrias TPMS com variação da sua porosidade [5]	6
Figura 5 – Representação das células unitárias <i>Primitive</i> , <i>Gyroid</i> e <i>Diamond</i>	7
Figura 6 – Instalação de isolamento térmico com espumas poliméricas [7]	8
Figura 7 – Placas de cortiça usadas para isolamento acústico	9
Figura 8 – Resultados obtidos experimentalmente do estudo de compressão	10
Figura 9 – Resultados finais obtidos para os quatros tipos de estruturas em estudo	11
Figura 10 – Resultados finais dos quatro tipos de estruturas TPMS para o comportamento quase-estático e dinâmico [6]	12
Figura 11 – Resultados finais para os dois tipos de materiais e frações de volume, onde se vai variando o tamanho de célula unitária	13
Figura 12 – Resultados finais das tensões em cada uma das estruturas em estudo, comparando também com uma matriz do tipo BCC.	14
Figura 13 – Energia absorvida por unidade de volume de cada uma das estruturas em estudo	15
Figura 14 – Representação geométrica da equação 2.1, que reproduz a geometria TPMS em estudo	16
Figura 15 – Visualização do efeito da variação do valor de C. Da esquerda para a direita, temos os valores de C=0,7, C=0,3, C=0,3 e por fim C=0,7	17
Figura 16 – Ambiente de trabalho <i>default</i> do software matemático <i>MathMod</i>	18
Figura 17 – Geração da superfície de malha ao inserir a equação 2.1. De salientar também na parte inferior do programa a área de inserção do domínio	19
Figura 18 – Comando <i>Thicken</i> , onde se podem visualizar uma serie de aberturas entre elementos de malha	20
Figura 19 – Comando <i>Surface Mesh</i> , limitado a superfícies geométricas simples	20
Figura 20 – Ambiente de trabalho do software de engenharia inversa <i>Geomagic Design X</i> , após importação da geometria a modelar	21
Figura 21 – Introdução dos comandos <i>Auto Surface</i> e <i>Healing Wizard</i> de forma a corrigir os erros de superfície.	22
Figura 22 - Geração da espessura de casca, de forma a gerar uma geometria passível de ser simulada	23

Figura 23 – Sólido obtido no final da modelação e correção de erros.....	23
Figura 24 – Ambiente de trabalho do <i>SolidWorks 2020</i> após ser importado diretamente do programa anterior através do comando <i>Live Transfer</i>	24
Figura 25 – Matriz obtida após a finalização de todos os passos da modelação	25
Figura 26 – Fluxograma criado de forma a sumarizar todo o processo de modelação	26
Figura 27 – Estrutura paralelepipedal com elementos esféricos de tamanho uniforme e cubo que formam a base da estrutura clássica.....	28
Figura 28 - Estrutura final de comparação.....	28
Figura 29 - Simulação numérica da estrutura de controlo concluída com sucesso no <i>SolidWorks</i>	30
Figura 30 – <i>Workbench</i> do programa <i>Ansys</i> , onde serão inseridos todos os inputs.	31
Figura 31 - Aplicação da carga de 1000 N na superfície superior	32
Figura 32 - Seleção da superfície inferior como <i>Fixed Support</i>	32
Figura 33 - Geração da malha na estrutura de controlo	33
Figura 34 - Resultado final de uma simulação numérica na estrutura de controlo, com o deslocamento máximo representado	34
Figura 35 - Resultado final de uma simulação numérica na estrutura TPMS, com o deslocamento máximo representado	34
Figura 36 - Visualização da distribuição das tensões de Von Mises na estrutura de comparação	38
Figura 37 - Visualização da distribuição das tensões de Von Mises na estrutura TPMS (com zoom à direita)	38
Figura 38 - Rigidez por unidade de peso das estruturas em estudo.....	39
Figura 39 - Rigidez absoluta das estruturas em estudo	39

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades mecânicas do material das estruturas em estudo	29
Tabela 2 – Características físicas das duas estruturas em estudo.....	29
Tabela 3 – Resultados obtidos de deslocamentos e tensões máximas da estrutura de comparação ...	35
Tabela 4 - Resultados obtidos de deslocamentos e tensões máximas da estrutura TPMS	35
Tabela 5 – Resultados calculados da rigidez na estrutura clássica	36
Tabela 6 - Resultados calculados da rigidez na estrutura TPMS	37

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS

TPMS - *Triply Periodic Minimal Surface*

3D – Três dimensões

CAD - Computer-aided design (Desenho auxiliado por computador)

1. INTRODUÇÃO

O trabalho desenvolvido nesta dissertação tem como principal tema a simulação numérica de uma estrutura celular do tipo TPMS (*Triply Periodic Minimal Surface*). Neste capítulo são apresentados a contextualização e os objetivos expectáveis da realização deste trabalho, para além da estruturação do mesmo.

1.1 Enquadramento

Quando a sociedade atual pretende construir grandes estruturas de suporte de carga, a escolha recai sempre em materiais densos: aço, vidro ou betão. Quando a natureza faz o mesmo, na maioria das vezes esta usa materiais celulares: madeira, ossos, corais. Alguns exemplos de materiais naturais com células prismáticas semelhantes ao favo de mel incluem a cortiça e a madeira, enquanto aqueles com células poliédricas incluem o núcleo interno em caules de plantas ou ossos trabeculares.

A natureza opta por este tipo de materiais por uma razão simples: os materiais celulares permitem a otimização simultânea de rigidez, resistência e massa geral numa determinada aplicação. Como tal, rigidez, isolamento ou amortecimento são funções executadas exemplarmente por sólidos celulares.

Face às crescentes existências do mundo atual, a humanidade tem uma necessidade cada mais urgente de otimizar a utilização das suas matérias-primas, quer do ponto de vista de eficiência energética ou estrutural, quer de contenção de custos e escassez das próprias matérias-primas. Apesar de o homem utilizar há milénios materiais celulares inconscientemente, estes desafios atuais trouxeram uma busca pró ativa de materiais mais eficientes, e é nesta busca que os estudos em materiais celulares se intensificaram, aliados à evolução dos métodos de fabrico e uma noção cada vez mais vincada de sustentabilidade do planeta.

1.2 Objetivos

Após salientado o potencial que este tipo de estruturas apresenta, esta dissertação visa continuar o caminho de pesquisa e estudo de estruturas celulares, neste caso de estruturas do tipo TPMS, através de simulações numéricas, para estudar o comportamento mecânico à compressão deste tipo de materiais.

O objetivo primário contempla o estudo do comportamento linear elástico de uma estrutura TPMS e uma estrutura celular convencional, analisando e comparando os valores de deformação, rigidez e tensões, de forma a estabelecer conclusões quanto à utilidade das estruturas TPMS.

Os objetivos secundários, mas cruciais no desenvolvimento desta dissertação, prendem-se com a conversão da geometria TPMS de uma equação para um modelo CAD 3D, com todos os passos intermédios que isso acarreta, e o desenvolvimento de um estudo teórico sobre as estruturas celulares em geral e as TPMS em particular, de forma a contextualizar os objetivos anteriores e criar um fio condutor ao longo de todo o trabalho.

1.3 Estrutura da Dissertação

Para além do corrente capítulo da Introdução, esta dissertação está dividida em quatro partes que seguem uma sequência lógica de ideias e execução.

No Capítulo 2 identificam-se os fundamentos teóricos do trabalho desenvolvido, através de um estudo teórico de referências no tema e aplicações do mesmo.

No Capítulo 3 procede-se à análise da estrutura em estudo, definindo a sua geometria e os processos de modelação que levam à sua obtenção.

O Capítulo 4 é dedicado às simulações numéricas da estrutura obtida e da estrutura de controlo, com a definição do caso de estudo e apresentação e discussão de resultados.

O Capítulo 5 reserva-se à apresentação das conclusões finais do trabalho e desenvolvimentos futuros.

2. ESTUDO TEÓRICO

Neste capítulo é apresentado um estudo teórico sobre as estruturas celulares, apresentando informações e conceitos considerados cruciais para a contextualização e melhor percepção do trabalho desenvolvido. Primeiro apresenta-se uma introdução global ao tema das estruturas celulares, seguido de uma apresentação do tipo de estruturas TPMS assim como as suas aplicações e artigos sobre outros estudos no mesmo tema.

2.1 Estruturas Celulares em Geral

Cada vez mais se olha para as estruturas celulares como uma solução otimizada no mundo atual por oferecerem soluções nas mais diversas áreas. A sua grande vantagem é a capacidade de combinar diferentes propriedades (baixo peso, rigidez, isolamento) numa só estrutura. Face aos materiais convencionais, a sua aplicação tende a ser muito mais vantajosa, pois permite por vezes substituir múltiplos materiais por uma só estrutura.

Os pioneiros no estudo deste tipo de materiais foram os engenheiros Lorna J. Gibson e Michael F. Ashby, cujo estudo dos materiais celulares iniciou-se em 1981 [1] e se prolongou durante décadas, com inúmeros artigos que contribuíram indubitavelmente para o avanço das investigações neste tipo de materiais.

Seguindo estes autores, uma estrutura ou sólido celular consiste numa rede de suportes sólidos ou placas que constituem as faces e arestas das células, sendo que este tipo arranjo geométrico pode ser considerado periódico ou estocástico. Como tal, pode-se classificar em função da geometria este tipo de estruturas em três grupos:

- bidimensionais;
- tridimensionais com células fechadas;
- tridimensionais com células abertas;

No caso das estruturas bidimensionais, considera-se quando uma determinada forma geométrica ocorre repetidamente num plano. O exemplo mais conhecido é a estrutura *honeycomb* (favo de mel), uma geometria hexagonal repetida periodicamente.

As estruturas tridimensionais são constituídas por poliedros, sendo que estas podem ser periódicas ou estocásticas. Um exemplo das estocásticas são as espumas metálicas, onde cada

elemento pode apresentar um tamanho e forma diferente. No grupo das periódicas podemos apresentar as próprias estruturas TPMS em estudo.

O que difere a estrutura fechada da aberta é que na estrutura fechada as faces são sólidas e fazem com que cada célula seja independente da célula vizinha, ao passo que na célula aberta apenas os seus limites do poliedro são sólidos. As várias células encontram-se ligadas pelas faces abertas dos poliedros, daí a designação de células abertas. Exemplos deste tipo de células podem ser visualizados nas figuras 1 e 2 [2][3].

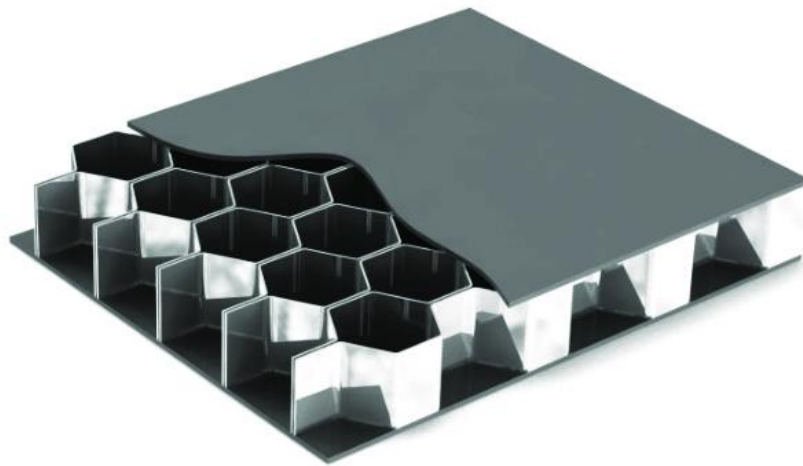


Figura 1 - Exemplo de estrutura celular bidimensional [2]

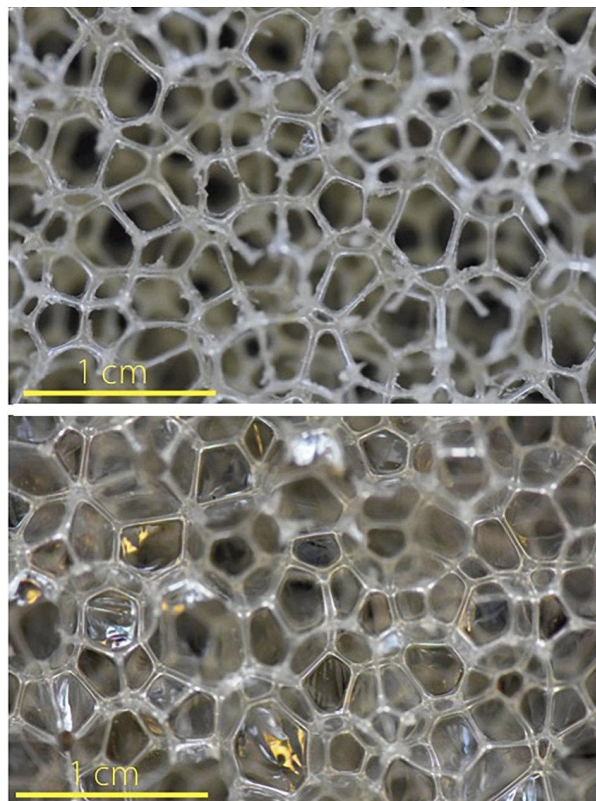


Figura 2 - Estrutura celular tridimensional aberta (em cima) e fechada (em baixo) [3].

Um dos exemplos mais comuns de estruturas celulares são os painéis sandwich com núcleo celular. Basicamente estas estruturas são compostas por duas partes, sendo que a sua disposição se assemelha a uma sandwich. As camadas exteriores são normalmente constituídas por um material mais rígido, como chapas metálicas ou compósitos, enquanto o núcleo é ocupado por outro mais leve e de massa reduzida, como as espumas de poliestireno ou cortiça.

As estruturas sanduíche têm despertado grande interesse e já estão bastante difundidas em diversos segmentos industriais, sendo suas principais utilizações nas indústrias aeroespacial, militar e civil. Isto deve-se ao facto de combinar alta rigidez à flexão e baixo peso, resultando em uma estrutura muito eficiente. Este tipo de geometria pode ser observado na figura 3.

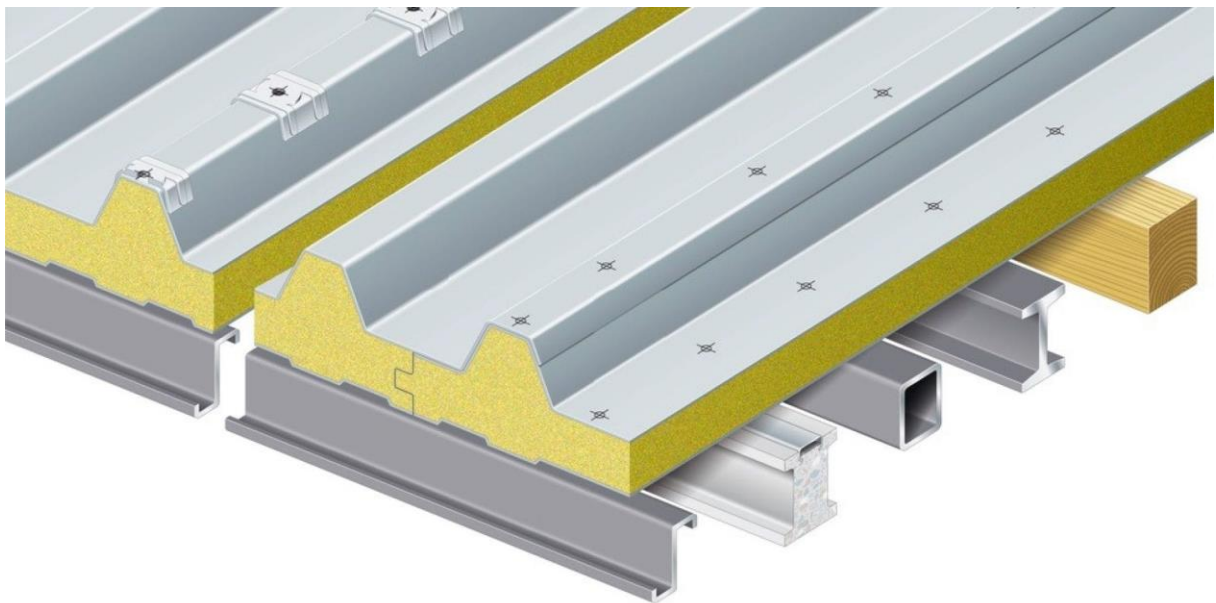


Figura 3 - Painel sandwich, neste caso uma telha sandwich usada na indústria da construção civil

2.2 Geometrias TPMS

As estruturas celulares periódicas 3D baseadas em folha atraem grandes atenções devido à sua leveza e às suas propriedades mecânicas excelentes. Ao contrário de outras estruturas tipo favo de mel e estruturas reticuladas tradicionais, as estruturas celulares baseadas em folha consistem em núcleos de superfície mínima triplamente periódica (TPMS), que são contínuos através do espaço com uma cavidade porosa cercada por superfícies contínuas [4].

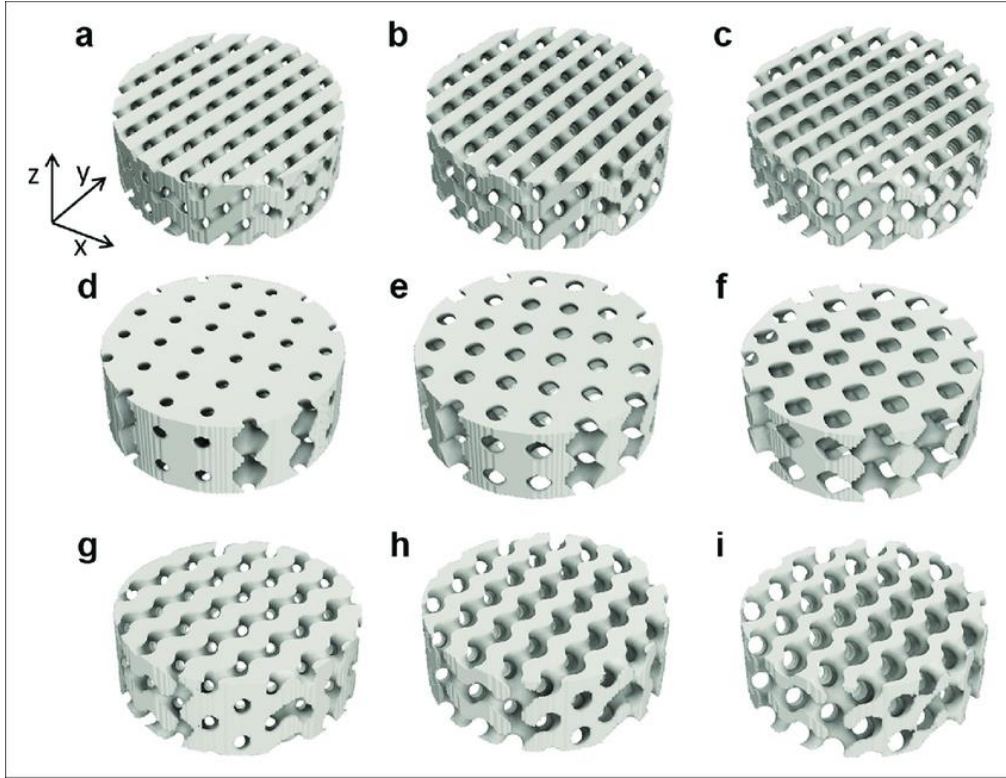


Figura 4 - Diferentes geometrias TPMS com variação da sua porosidade [5]

Um estudo recente dos autores Al-Ketan, Abu Al-Rub e entre outros [6], detalhou os esforços realizados no estudo de tais geometrias. Foi comprovado que estruturas baseadas em geometrias TPMS oferecem maior rigidez, resistência e tenacidade combinadas quando comparadas a outros tipos de estruturas baseadas em escoras. No entanto, o comportamento dinâmico de tais estruturas não foi investigado completamente ainda para ser possível expor outras conclusões.

Uma geometria do tipo *Triply Periodic Minimal Surface* (TPMS) é uma superfície cuja curvatura média desaparece em todos os pontos da superfície e é periódica em três direções independentes. A sua configuração geométrica pode ser descrita como uma superfície contínua e sem interseção com dois lados que dividem o espaço em região porosa e região não porosa. Matematicamente, as geometrias TPMS podem ser visualizadas aproximadamente, com base na sua forma implícita fornecida [4]:

$$\varphi(r) = \sum_{k=1}^k A_k \cos \left[\frac{2\pi(h_k \cdot r)}{\lambda_k} + p_k \right] = C \quad (1)$$

Nesta equação r é o vetor de localização no espaço euclidiano, A_k é o fator de magnitude, h_k é o vetor de rede no espaço recíproco, λ_k é o comprimento de onda periódico, p_k é o deslocamento de fase e C representa uma constante conhecida como conjunto de nível.

Ainda de acordo com a forma implícita, podemos ter quatro aproximações das superfícies, sendo elas a *Primitive* (*P*), *FRD*, *IWP* e *Gyroid* (*G*), sendo que as *FRD* e *IWP* podem ser consideradas variantes da aproximação do tipo *Diamond* (*D*). Estas são representadas pelas seguintes equações [4] :

$$\varphi_P(r) = - \left[\cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot x \right) + \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot y \right) + \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot z \right) \right] = C \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{FRD}(r) &= 4 \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot x \right) \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot y \right) \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot z \right) - \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot 2x \right) \\ \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot 2y \right) - \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot 2x \right) \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot 2z \right) - \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot 2y \right) \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot 2z \right) &= C \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{IWP}(r) &= -2 \left[\cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot x \right) \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot y \right) + \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot x \right) \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot z \right) + \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot y \right) \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot \right. \right. \\ &\left. \left. z \right) \right] + \left[\cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot 2x \right) + \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot 2y \right) + \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot 2z \right) \right] = C \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \varphi_G(r) &= 2 \left[\sin \left(\frac{2\pi}{l} \cdot x \right) \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot y \right) + \sin \left(\frac{2\pi}{l} \cdot y \right) \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot z \right) + \sin \left(\frac{2\pi}{l} \cdot z \right) \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot x \right) \right] - \\ 0.8 &= C \end{aligned} \quad (2.4)$$

De forma a facilitar a visualização dessas mesmas superfícies, apresenta-se na figura 5 a representação da célula unitária das três principais geometrias (*Primitive*, *Gyroid* e *Diamond*).



Figura 5 – Representação das células unitárias *Primitive*, *Gyroid* e *Diamond*

2.3 Artigos e aplicações de estruturas celulares e TPMS

Devido à polivalência e excelentes características mecânicas das estruturas celulares, estas são aplicadas em diversas áreas, consoante a característica que mais se adequa à situação.

A leveza característica das estruturas celulares, aliada à estanquicidade das células fechadas, permite a utilização destas estruturas para efeitos de flutuabilidade, ou seja, são um tipo de estruturas celulares amplamente usadas pela indústria naval.

Sendo a rigidez outra das principais características, são amplamente usadas como material estrutural em diversas indústrias, quer seja através de materiais celulares naturais como a madeira, ou de materiais celulares fabricados, como os painéis *sandwich*.

A condutividade térmica reduzida destes materiais torna-os ótimos para isolamento térmico. Cortiça, espumas poliméricas ou espumas de vidro são alguns dos materiais usados, adotados pela indústria de transportes, construção civil ou aeroespacial.

Como as estruturas celulares têm a capacidade de absorver a energia de impactos e acelerações bruscas, são cada vez mais usadas como forma de acolchoamento de produtos frágeis, formando um pacote ou invólucro à volta do mesmo.

Por fim, devido à sua estrutura interior, as estruturas celulares naturais, principalmente a cortiça, são bastante usadas como isolamento acústico pela indústria da construção civil.

Alguns exemplos das aplicações referidas anteriormente são apresentados nas figuras 5 e 6 [7].



Figura 6 – Instalação de isolamento térmico com espumas poliméricas [7]



Figura 7 – Placas de cortiça usadas para isolamento acústico

Apesar de todas as aplicações das estruturas celulares anteriormente apresentadas, as estruturas TPMS ainda são materiais muito hipotéticos, e como tal, maioritariamente abordados em estudos e não tanto em aplicações industriais de engenharia. Tal se deve ao facto de serem materiais muito recentes, e à dificuldade de produção deste tipo de geometrias complexas. No entanto, o potencial deste tipo de estruturas é inegável, sendo que diversos estudos se debruçam sobre características e áreas de aplicação das estruturas TPMS, como a redução de peso estrutural, absorção de impacto e biomedicina.

Foram e são desenvolvidos estudos que enunciam diferentes métodos de fabrico destes materiais, para além de avaliarem o seu comportamento elástico e plástico, condutividade térmica ou outras áreas de aplicação.

Citando alguns exemplos, um estudo dos autores I. Maskery, L. Sturm, entre outros [8], estruturas matriciais baseadas em estruturas TPMS foram produzidas por manufatura aditiva de polímeros e examinadas com uma combinação de métodos experimentais e computacionais. Este estudo elucida os mecanismos de deformação e fornece parâmetros numéricos cruciais para estabelecer relações entre as geometrias escolhidas e desempenho mecânico. Foram examinados três tipos de estruturas, sendo elas a *Primitive*, *Gyroid* e *Diamond*, onde foram realizados testes de compressão em provetes, sendo estes validados com posteriores estudos computacionais com métodos de elementos finitos. No final, apresentaram-se os resultados, sendo que a estrutura *Primitive* apresentou melhores resultados, com um modulo de elasticidade bastante superior às outras duas estruturas, como verificado na figura 7.

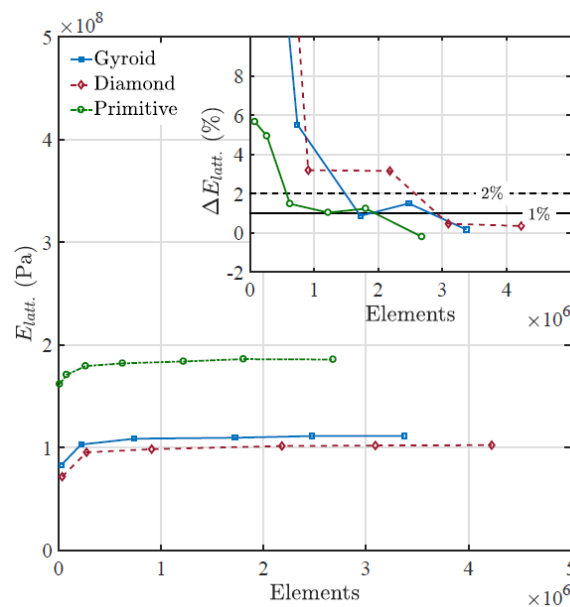


Figura 8 – Resultados obtidos experimentalmente do estudo de compressão

Num outro estudo similar, onde se avalia o comportamento mecânico deste tipo de estruturas, dos autores Shixiang Yu, Jinxing Sun e Jiaming Bai, entre outros [4], anteriormente abordado nesta dissertação, são abordados apenas dois tipos de estruturas TPMS, a *Primitive* (P) e *Gyroid*. Estes tipos de estruturas foram projetados com densidade uniforme e graduada e produzidas através do processo de manufatura aditiva, onde foram estudadas as propriedades mecânicas e a capacidade de absorção de energia das amostras impressas de TPMS. Neste estudo apenas foram usados testes experimentais de compressões em quatro tipo de provetes (dois uniformes e dois graduados). Os resultados mostraram que a estrutura *Primitive* graduada absorveu mais energia durante os testes de compressão, enquanto a energia absorvida na estrutura *Gyroid* graduada foi próxima da estrutura *Gyroid* uniforme. Estes resultados podem ser observados na figura 8.

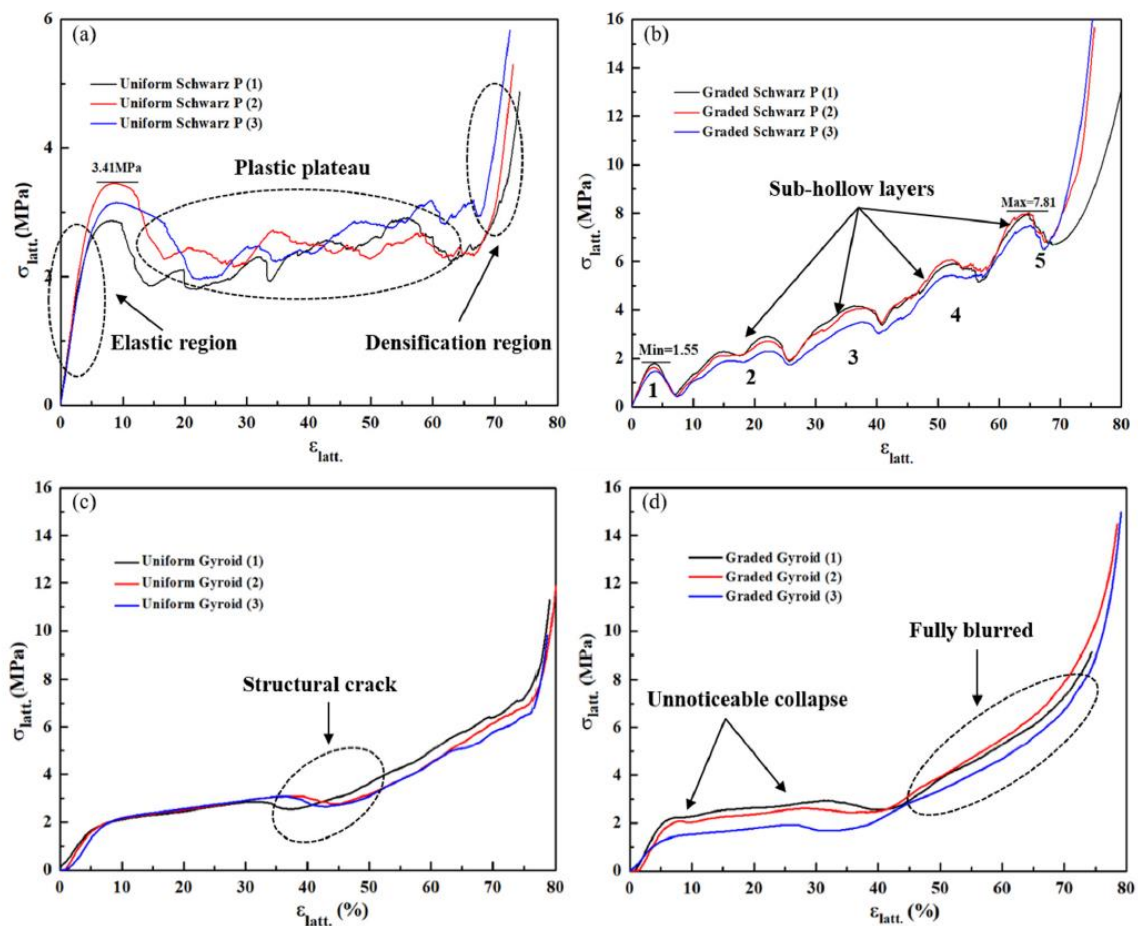


Figura 9 – Resultados finais obtidos para os quatro tipos de estruturas em estudo

Citando novamente um estudo dos autores Nejc Novak, Oraib Al-Ketan, entre outros [6], foi avaliado neste estudo o comportamento compressivo quase-estático e dinâmico de estruturas celulares baseadas em estruturas TPMS. Foram analisados provetes de quatro tipos diferentes de

estruturas TPMS (*Diamond*, *Gyroid*, *IWP* e *Primitive*) com quatro densidades relativas diferentes, que foram fabricadas aditivamente pela técnica de fusão em leito de pó usando pó de aço inoxidável 316L. Foram realizados testes experimentais, onde se usaram duas velocidades de carregamento diferentes em testes de compressão, sendo que o comportamento de deformação do teste dinâmico foi capturado usando termografia infravermelha. As matrizes TPMS projetadas matematicamente e propostas neste estudo mostram um bom potencial para uso em aplicações de resistência a colisões (*crashworthiness*) e a capacidade de controlar matematicamente a topologia da matriz, que pode ser aproveitada no projeto de estruturas funcionalmente graduadas para absorção eficiente de energia, e também em estruturas modernas compostas.

A comparação entre as diferentes estruturas com quatro densidades relativas diferentes é baseada na avaliação da tensão de *plateau* e absorção de energia específica. Os resultados mostraram que a matriz *Diamond* apresenta a maior tensão de *plateau*, seguida pela matriz *Gyroid*, depois pela matriz *IWP*, e finalmente, pela *Primitive*. Os resultados de absorção de energia específica são da mesma ordem que no caso da tensão de *plateau*, e a mesma tendência é observada nos resultados quase-estáticos e dinâmicos. Estes resultados podem ser observados na figura 9.

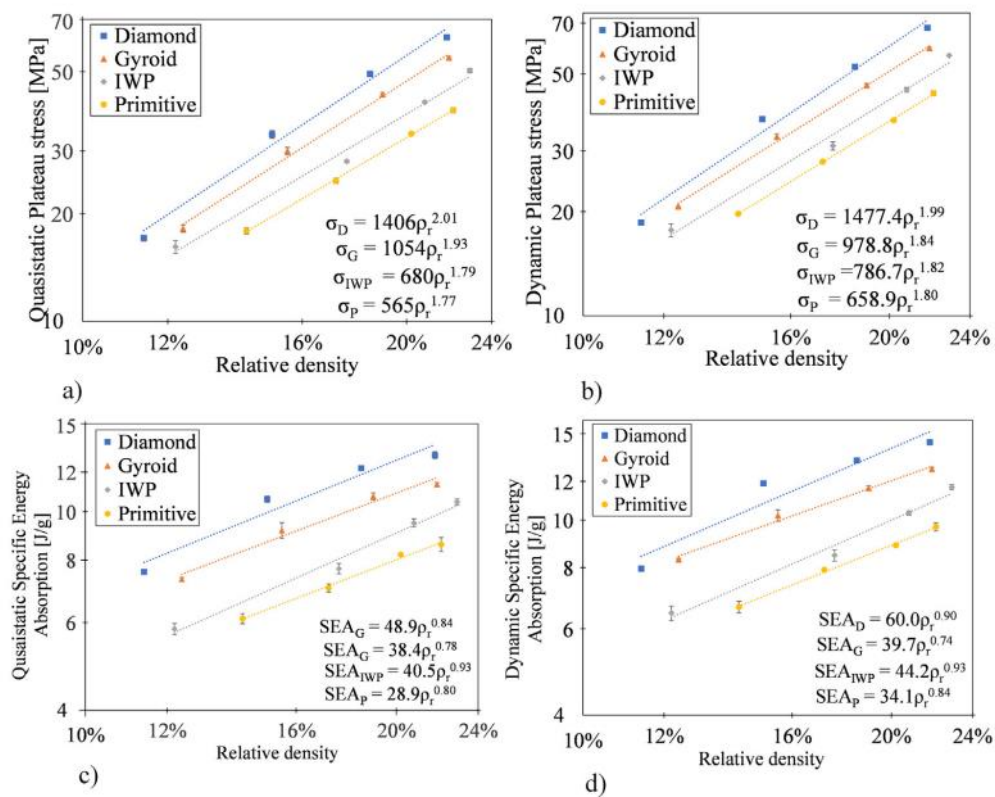


Figura 10 – Resultados finais dos quatro tipos de estruturas TPMS para o comportamento quase-estático e dinâmico [6]

Mudando um pouco a área de aplicação na engenharia, um estudo dos autores S. Catchpole-Smith, R.R.J. Sélo, entre outros [9], debruça-se sobre a condutividade térmica de estruturas matriciais do tipo TPMS. As estruturas matriciais produzidas por fusão em leito de pó a laser podem adicionar valor a componentes de alto desempenho devido à sua alta resistência e rigidez específicas. Outra área adicional onde estas estruturas podem ser aplicadas é em aplicações termomecânicas, onde a alta área de superfície da matriz pode ajudar na transferência de calor.

Neste estudo, foram realizados testes experimentais, onde foi usado um equipamento de teste customizado para caracterizar a condução térmica para três tipos de matrizes TPMS (*primitive*, *gyroid* e *diamond*) onde se foi variando o tamanho da célula unitária, a fração de volume e o tipo de material. Os resultados mostram que a condutividade térmica é principalmente uma função das propriedades do material e da fração volumétrica da amostra. No entanto, alguns efeitos da geometria, como a razão entre a área da superfície e o volume, podem ser usados para explicar pequenas diferenças na condutividade medida. A célula unitária *primitive* deu consistentemente a maior condutividade térmica, com células unitárias *diamond* e *gyroid* sendo marginalmente mais baixas. Tamanhos de células maiores normalmente deram maior condutividade do que células menores, o que pode ser atribuído à maior transferência de calor por convecção intracélula e melhor acoplamento de interface com o aparelho de teste. Os resultados experimentais podem ser visualizados na figura 10.

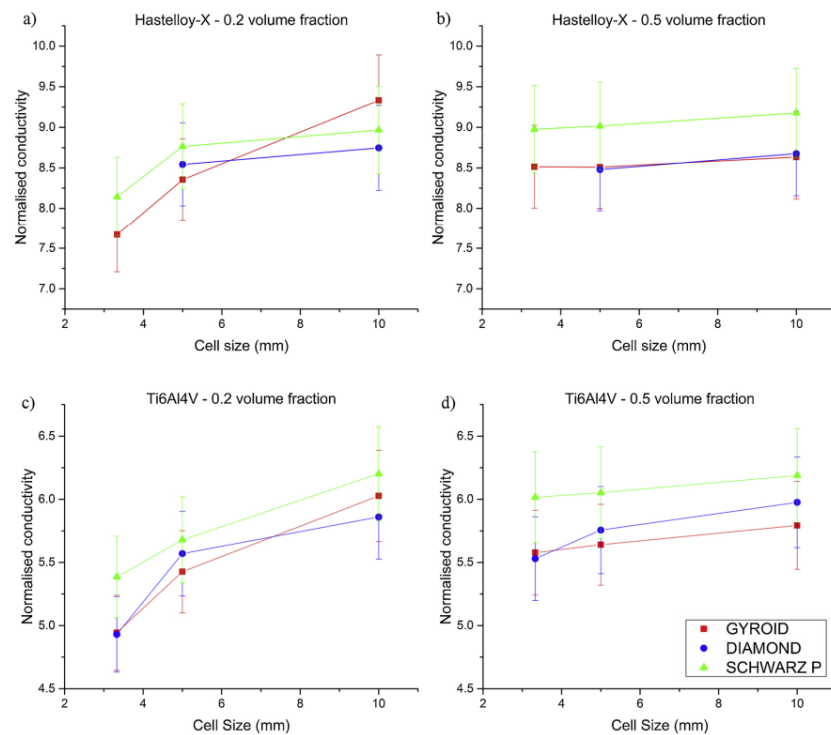


Figura 11 – Resultados finais para os dois tipos de materiais e frações de volume, onde se vai variando o tamanho de célula unitária

Por fim, num estudo dos autores Lei Zhang, Stefanie Feih, entre outros [10], foram investigadas as propriedades mecânicas e a capacidade de absorção de energia de três tipos de estruturas de chapas TPMS (*primitive*, *diamond* e *gyroid*), fabricadas por fusão seletiva a laser (SLM) com aço inoxidável 316L e classificados os seus mecanismos de falha e precisão de impressão com a ajuda de métodos de análise numérica.

Os resultados revelaram que as propriedades e os mecanismos de deformação dependem fortemente da geometria da célula unitária. As estruturas de chapas TPMS exibem rigidez superior, tensão de *plateau* e capacidade de absorção de energia em comparação com matrizes cúbicas de corpo centrado, com as estruturas de chapas do tipo *diamond* apresentando o melhor desempenho. O comportamento mecânico linear apresentado, tal como previsto por modelos de elementos finitos explícitos, está de acordo com os resultados experimentais. Os resultados da simulação também mostram que as estruturas das folhas *diamond* e *gyroid* exibem distribuições de tensão relativamente uniformes em todas as células da chapa sob compressão, levando a mecanismos de colapso estáveis e desempenho de absorção de energia desejado.

Os resultados das tensões e absorção de energia podem ser visualizados nas figuras 11 e 12 respetivamente.

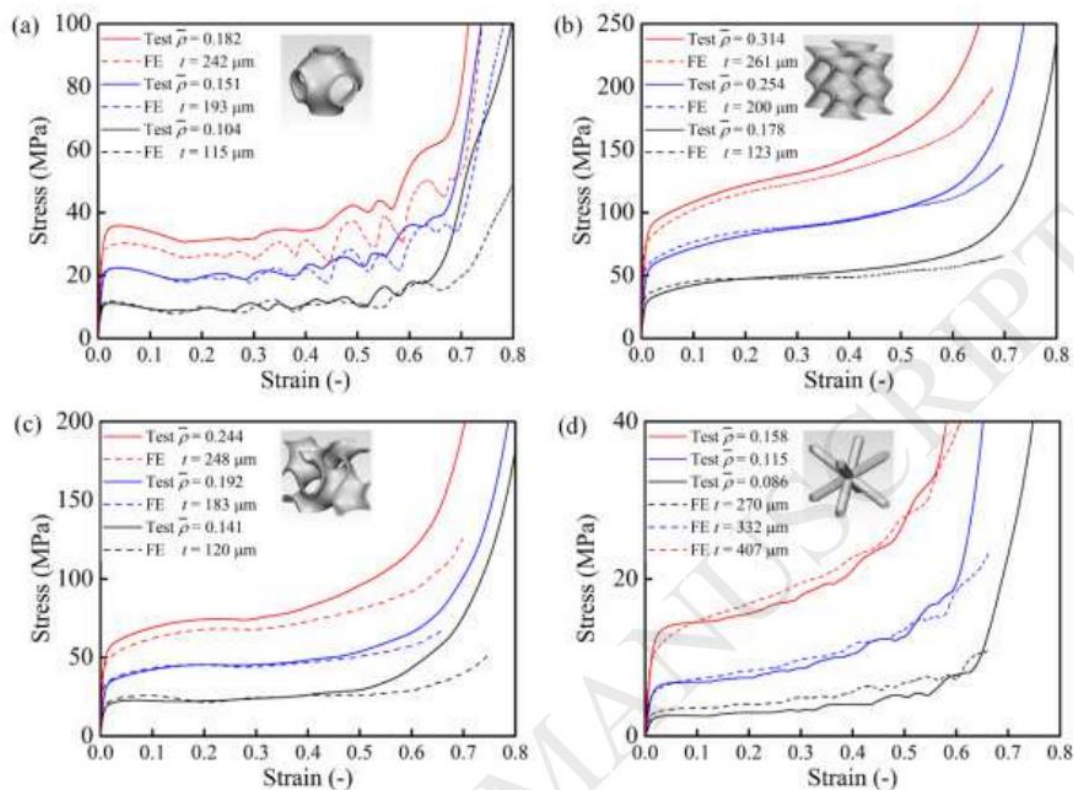


Figura 12 – Resultados finais das tensões em cada uma das estruturas em estudo, comparando também com uma matriz do tipo BCC.

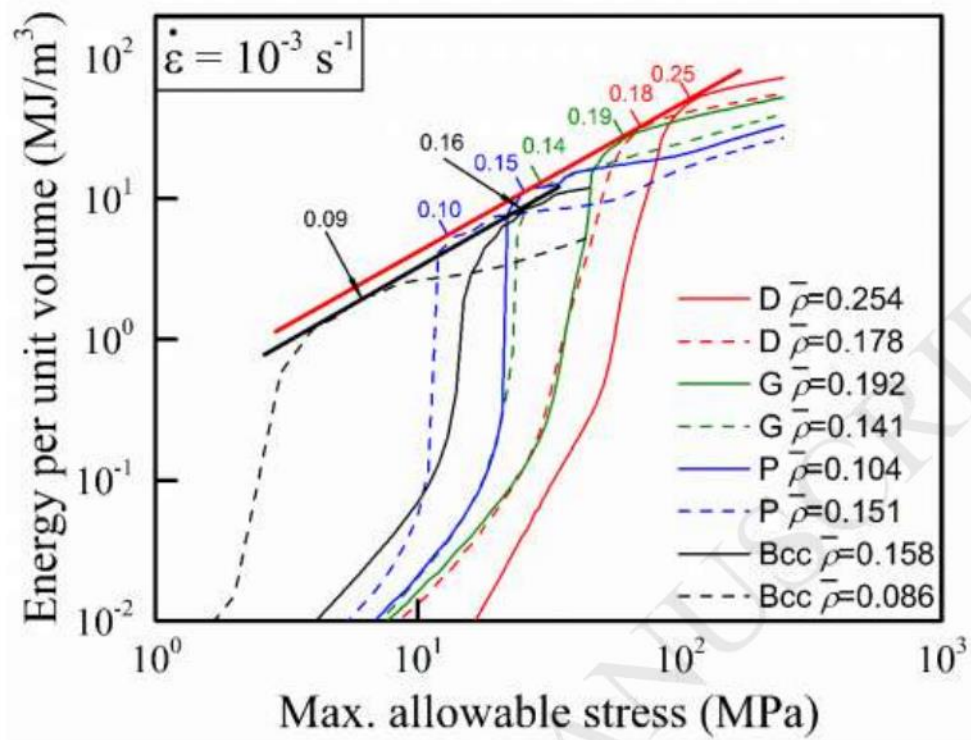


Figura 13 – Energia absorvida por unidade de volume de cada uma das estruturas em estudo.

3. GEOMETRIA EM ANÁLISE

Este capítulo é destinado à definição da geometria em estudo e todos os processos de modelação desde a sua forma equacional até a obtenção de uma estrutura em 3D.

3.1 Definição de Geometria

Tal como referido anteriormente, uma geometria do tipo TPMS é uma superfície cuja curvatura média desaparece em todos os pontos da superfície e é periódica em três direções independentes.

Para o desenvolvimento deste trabalho, foi escolhida a aproximação Primitiva, que pode ser representada pela equação 2.1.

$$\varphi_P(r) = - \left[\cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot x \right) + \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot y \right) + \cos \left(\frac{2\pi}{l} \cdot z \right) \right] = C \quad (2.1)$$

onde x , y e z são as três coordenadas cartesianas e l é o comprimento da célula unitária cúbica.

Constata-se que a constante C na equação 2 afeta diretamente o tamanho e a fração de volume dos poros de estruturas TPMS. Na figura 13 é mostrado o modelo de célula unitária no tipo de TPMS escolhida com constante de nível C igual a zero, e na figura 14 mostra-se a variação de volume dos poros para diferentes valores de C . De salientar que foram adicionados sinais negativos à equação 2.1 a fim de manter a mesma tendência de variação do efeito do valor C no tamanho dos poros da estrutura TPMS.

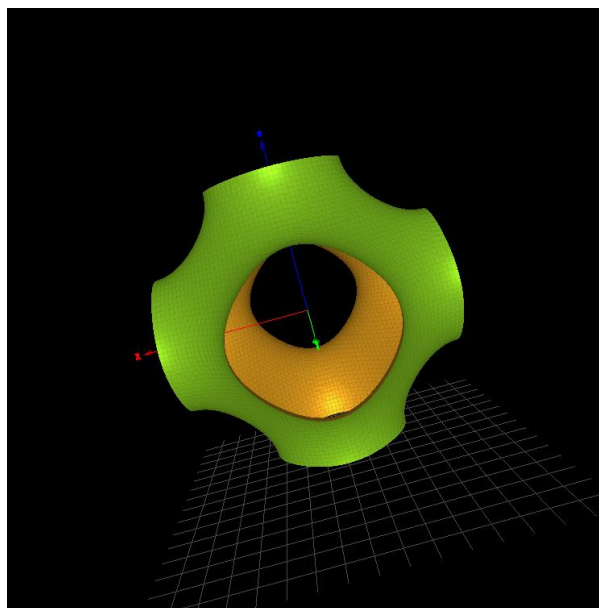


Figura 14 – Representação geométrica da equação 2.1, que reproduz a geometria TPMS em estudo

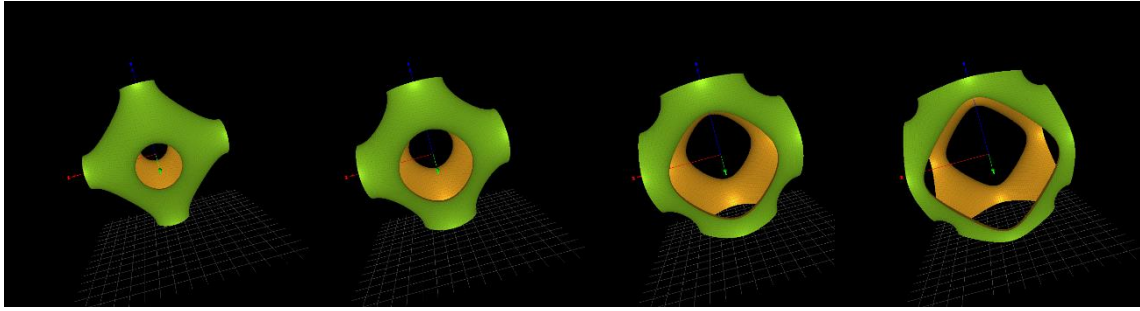


Figura 15 – Visualização do efeito da variação do valor de C . Da esquerda para a direita, temos os valores de $C=-0,7$, $C=-0,3$, $C=0,3$ e por fim $C=0,7$

Neste estudo, a célula unitária da estrutura TPMS em estudo tem formato cúbico, cujo valor de l é de 4 (comprimento de 4 milímetros). Foi também atribuída uma espessura de casca de 0,15 mm, e o valor de constante de nível foi fixada no zero. Para reduzir o custo computacional, uma organização de células na forma $4 \times 4 \times 4$ é considerado suficiente para investigar as propriedades mecânicas, ou seja, temos um comprimento total da estrutura de 16mm.

3.2 Ferramentas de Modelação

Dada a configuração complexa da estrutura TPMS escolhida, seria muito difícil estabelecer seu modelo de geometria pelos softwares CAD normalmente utilizados. O grande desafio que esta geometria nos traz é na conversão da equação para uma superfície na qual possamos manipular. Por norma, o software CAD geral permite-nos gerar algumas superfícies de equação, desde que estas sejam inseridas na sua forma paramétrica. Equações mais complexas necessitam de software matemático que nos permitam ultrapassar esse obstáculo. O escolhido neste caso foi o software *MathMod*, que permite gerar a geometria de forma bastante fidedigna em forma de malha e exportá-la num formato que permite modelar a mesma, como é possível observar na figura 15.

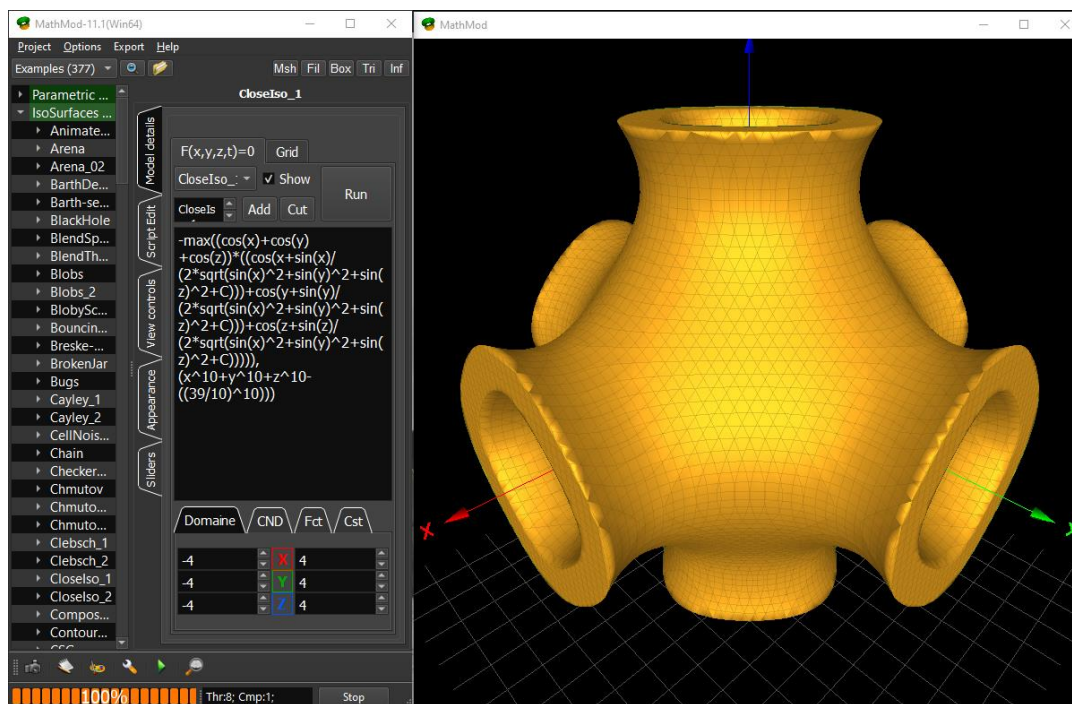


Figura 16 – Ambiente de trabalho *default* do software matemático *MathMod*

De seguida foi utilizado um software de engenharia inversa, o *Geomagic Design X*, que permite corrigir os erros na malha gerada (separações entre elementos de malha), dar espessura à geometria e suavizar toda a superfície da estrutura, de forma a eliminar a rugosidade superficial que é gerada por criar um sólido através uma superfície de malha. Isto poderia ser evitado se no primeiro software matemático fosse possível refinar ainda mais a malha, mas isto iria trazer outros problemas a nível de custo computacional.

Postos estes passos, podemos então exportar o sólido gerado para o programa *SolidWorks 2020*, terminar a modelação, onde se melhoram as superfícies de contacto da geometria (superfícies de contacto dos elementos da matriz 4x4x4) e criar a matriz 4x4x4 que vai permitir realizar o estudo de simulação numérica.

De salientar que estes programas foram escolhidos por uma série de fatores: o software matemático escolhido foi o *MathMod* pois foi o que apresentou os melhores resultados quando comparado com um software similar (*Mathlab*); o software de engenharia inversa *Geomagic Design X* foi escolhido por uma questão de escassez de alternativas, pois os programas similares apresentavam um custo de aquisição muito elevado; e o programa *SolidWorks* por uma questão de familiaridade e domínio pessoal das suas ferramentas quando comparado com os seus equivalentes (*Inventor*, *Rhino*).

3.3 Algoritmo de Modelação

O principal objetivo da modelação da geometria TPMS é obter um sólido 3D o mais aproximadamente idêntico àquele que a equação primitiva representa. Isto traz uma série de desafios à modelação: primeiramente, os softwares de CAD mais utilizados permitem criar sólidos através da inserção de equações, mas estas têm de ser relativamente simples e inseridas na sua forma paramétrica; o sólido pode ser também modelado apenas através de comandos presentes nos programas acima supracitados, mas haverá sempre erros associados e falhas na representação da geometria; ou pode também ser usado o método de engenharia inversa, onde se faz um scan 3D à geometria que pretendemos modelar, importar para o programa CAD e a partir daí a geometria pode ser manipulada livremente, mas isso também implica ter um modelo físico da geometria em estudo e o hardware de scan 3D.

Posto isto, estas dificuldades podem ser contornadas com o apoio de softwares matemáticos, que permitem gerar uma superfície de malha que pode ser modelada. A primeira opção que surge é o software *MatLab*, dado ser um programa amplamente usado durante grande parte do curso, mas este prova ser infrutífero: para além da limitação de exportar apenas no formato *.STL*, a superfície gerada tem uma qualidade de malha reduzida, e com demasiadas falhas para ser possível obter um sólido satisfatório. Como tal é necessário encontrar uma alternativa viável, e esta surge sob o programa *MathMod*, uma versão aprimorada do software anteriormente conhecido por *K3DSurf*.

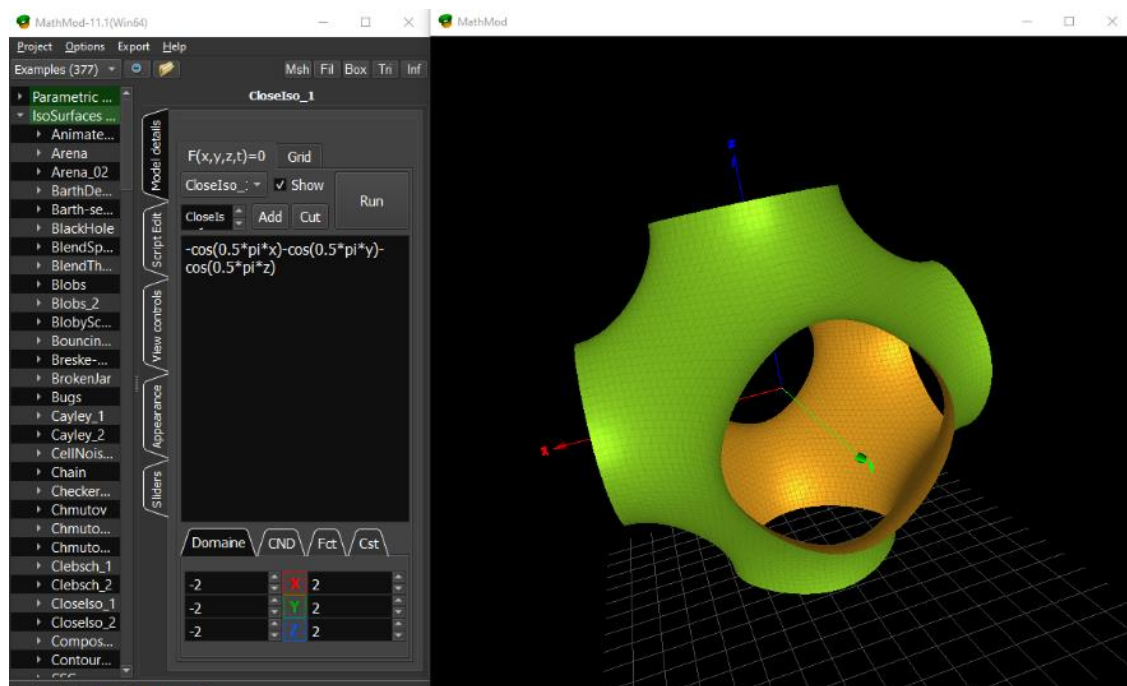


Figura 17 – Geração da superfície de malha ao inserir a equação 2.1. De salientar também na parte inferior do programa a área de inserção do domínio.

Aqui, é possível inserir a equação de forma implícita, definir os limites do domínio em estudo e gerar a superfície. No caso em estudo, é inserida a equação com o respetivo valor de cada membro da equação, e os domínios são estabelecidos como $-2 \leq x \leq 2$, $-2 \leq y \leq 2$ e $-2 \leq z \leq 2$, de forma a representar apenas um elemento.

De seguida, exporta-se o ficheiro obtido (no formato *.OBJ*) e pode começar a modelação propriamente dita. Teoricamente podia ser aberto diretamente no *SolidWorks*, mas há duas falhas nesta opção: o programa em questão tem uma secção inteiramente dedicada à manipulação deste tipo de ficheiros, mas apenas para sólidos ou superfícies geométricas simples, como esferas, cilindros ou cubos (fig. 17); dada a complexidade da geometria pretendida, o software não tem a capacidade para converter a malha numa superfície. Para além disso, a malha apresenta falhas que não são possíveis de corrigir diretamente no *SolidWorks* (fig. 18).

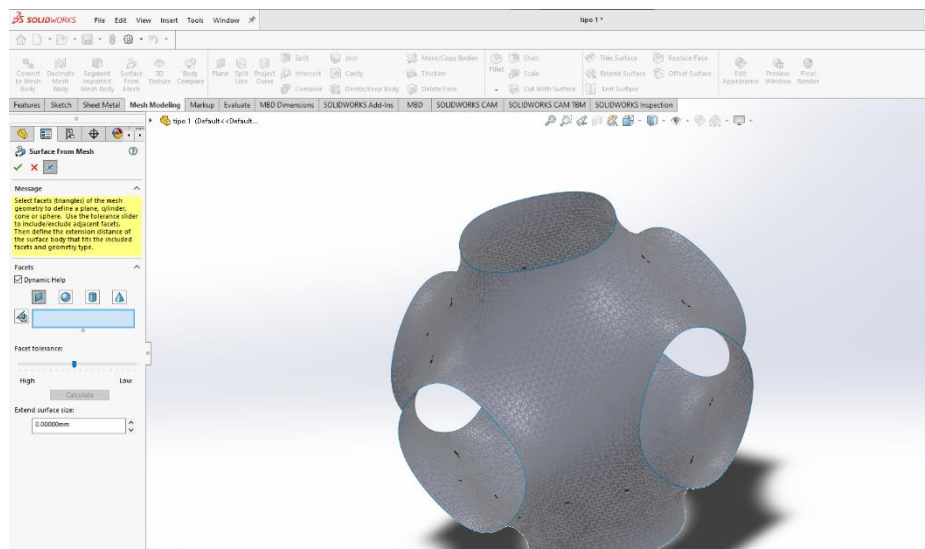


Figura 18 – Comando *Surface Mesh*, limitado a superfícies geométricas simples

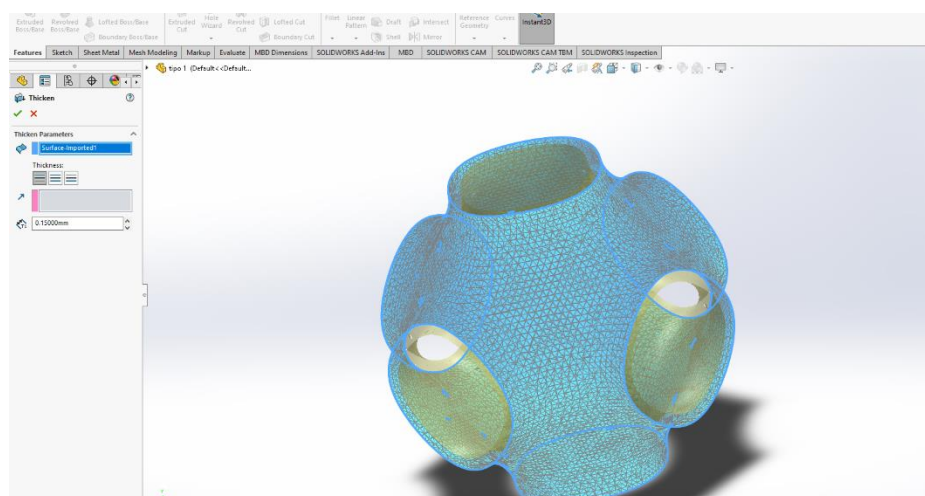


Figura 19 – Comando *Thicken*, onde se podem visualizar uma série de aberturas entre elementos de malha

Torna-se então necessário um passo intermédio, no qual se recorre ao software de engenharia inversa *Geomagic Design X*. Este programa permite corrigir falhas entre os elementos de malha e suavizar a superfície do sólido pretendido.

Após importar o ficheiro para o programa, o primeiro comando utilizado é o *Auto Surface*. Este comando permite corrigir as “rugosidades” presentes na superfície, que naturalmente ocorrem por ser uma superfície com elementos de malha. Assim, a superfície fica com um aspeto mais natural, e acima de tudo com menos custo computacional e com maior facilidade de manipular a malha na futura simulação numérica. Importante referir que no tipo de *mesh* é selecionado a opção *Mechanical* pois permite uma divisão mais constante da superfície e gera menos falhas que a opção *Organic*. No *Fitting Method*, a opção *Adaptative* permite refinar melhor a superfície em áreas de maior densidade de elementos de malha, o que permite obter um resultado final mais satisfatório. Apesar disso, existem ainda erros na malha, nomeadamente espaços abertos entre elementos de malha, que esta conversão

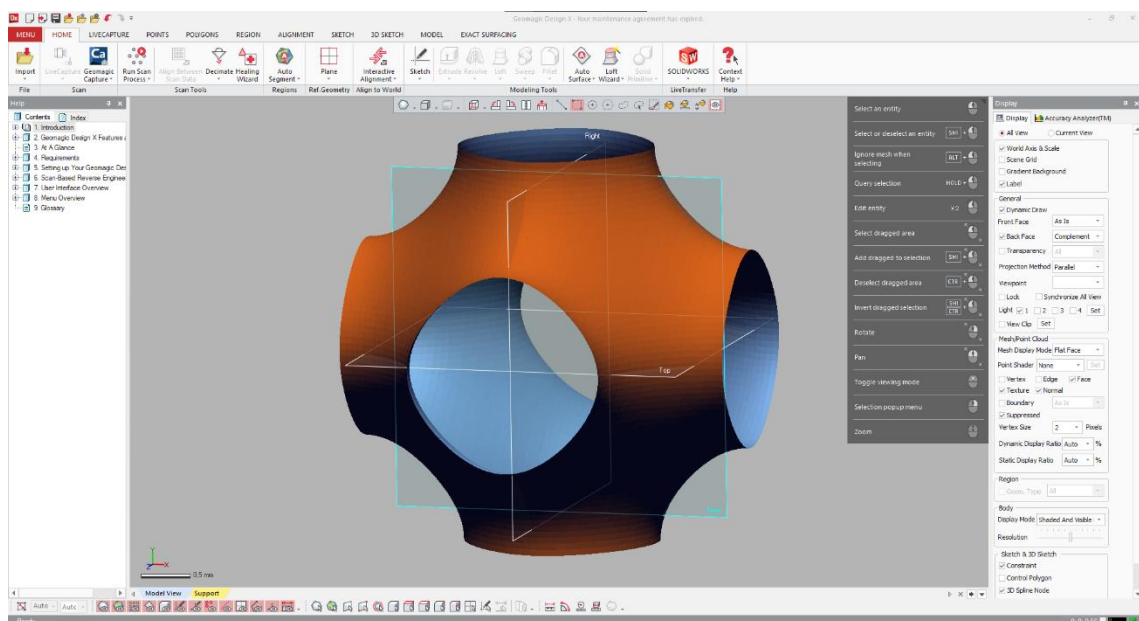


Figura 20 – Ambiente de trabalho do software de engenharia inversa *Geomagic Design X*, após importação da geometria a modelar

não corrige ou até acaba por gerar. Como tal, usa-se o comando *Healing Wizard*, que faz uma correção destas falhas e permite obter uma superfície constante e continua. De salientar que ao usar este comando acaba por dar sempre um erro no final, em que diz que 6 aberturas não são possíveis de corrigir. Isto acontece sempre pois as 6 aberturas que ele se refere com as partes ocas da geometria obtida, e deve-se então ignorar este erro.

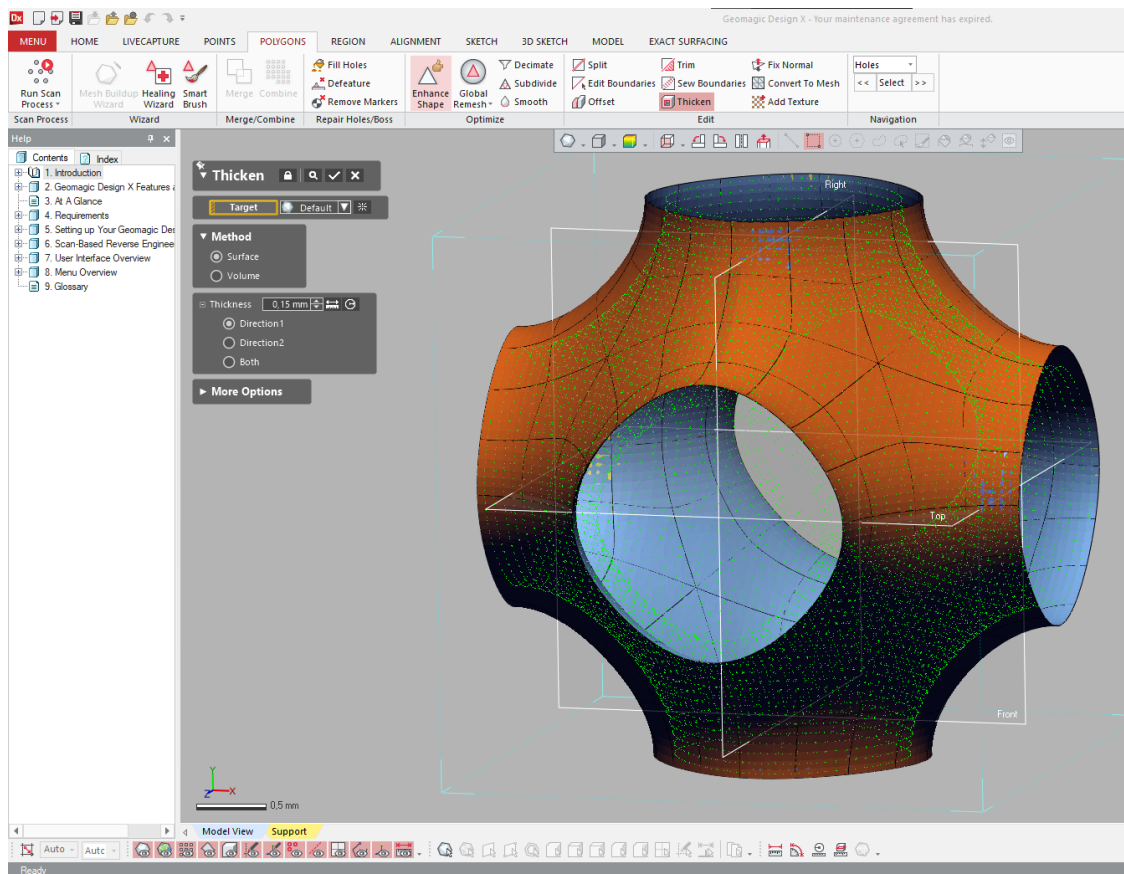


Figura 22 - Geração da espessura de casca, de forma a gerar uma geometria passível de ser simulada

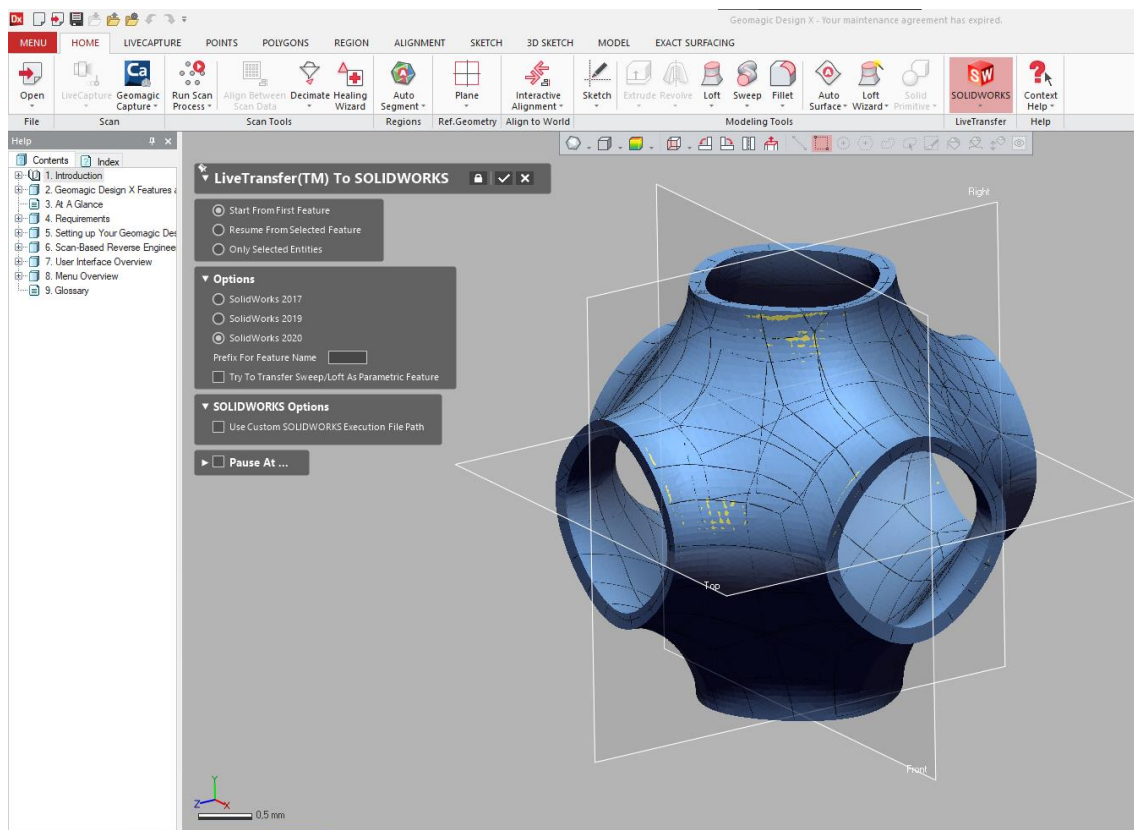


Figura 23 – Sólido obtido no final da modelação e correção de erros

A última fase da modelação tem como objetivo limar algumas arestas na geometria obtida e gerar a matriz 4x4x4 para realizar a simulação numérica. Ao abrir o ficheiro no programa *SolidWorks*, é possível verificar que a superfície apresenta algumas falhas, principalmente junto às aberturas nas extremidades. Ao criar um *assembly* e criar a matriz, estas falhas vão gerar mais erros e sobreposições de material, o que vai dificultar a criação de uma malha satisfatória e a obtenção de resultados fidedignos na simulação.

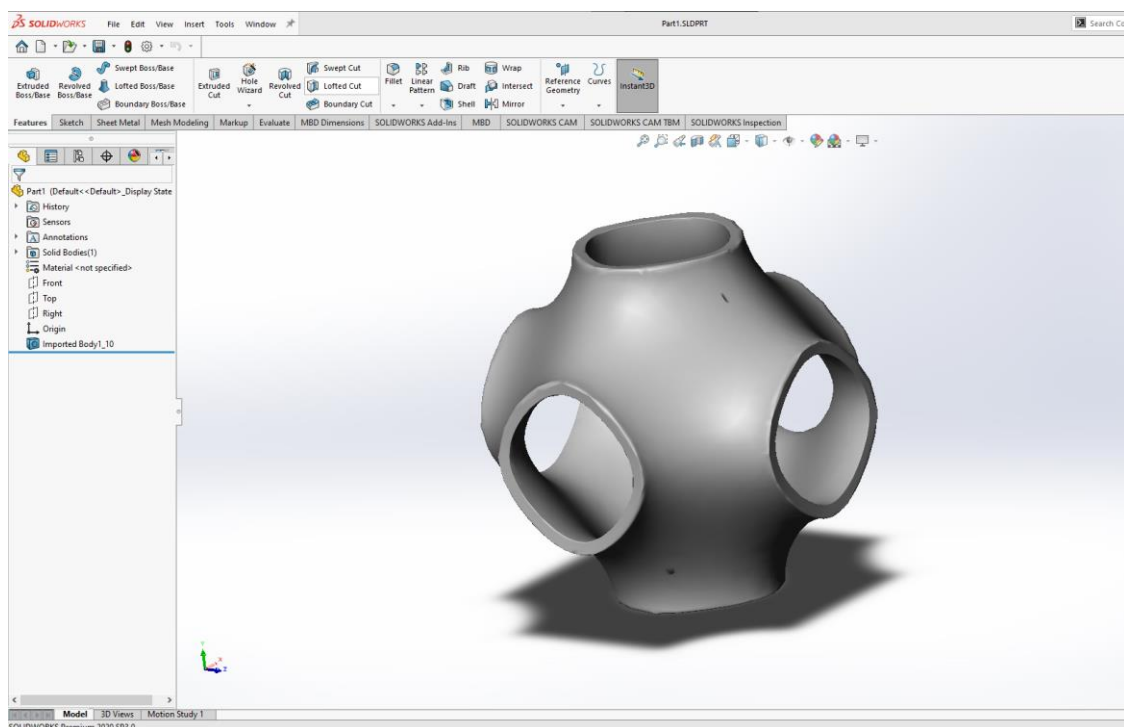


Figura 24 – Ambiente de trabalho do *SolidWorks 2020* após ser importado diretamente do programa anterior através do comando *Live Transfer*.

Como tal, é usado o comando *Cut Extrude* para limar estas imperfeições nas extremidades e permitir um contacto entre elementos perfeito. No entanto, ao utilizar este comando, o comprimento e altura do elemento irá ser modificado. Mas como o *Cut Extrude* utilizado foi de apenas 0,03 milímetros, a diferença no tamanho final do elemento e da matriz não irá sofrer alterações relevantes.

Posto isto, o passo final é criar um *assembly* e formar uma matriz 4x4x4. Para além da colocação correta de todos os elementos unitários, foram criadas 2 superfícies de união superior e inferior, onde a carga e as fixações irão ser aplicadas no momento da simulação.

O resultado final de todos passos de modelação está apresentado na figura 24. Poderia surgir uma questão pertinente neste momento: não seria muito mais prático gerar diretamente uma matriz do programa *MathMod*, manipulando os domínios de forma a gerar não um elemento, mas todos os elementos da matriz 4x4x4 juntos?

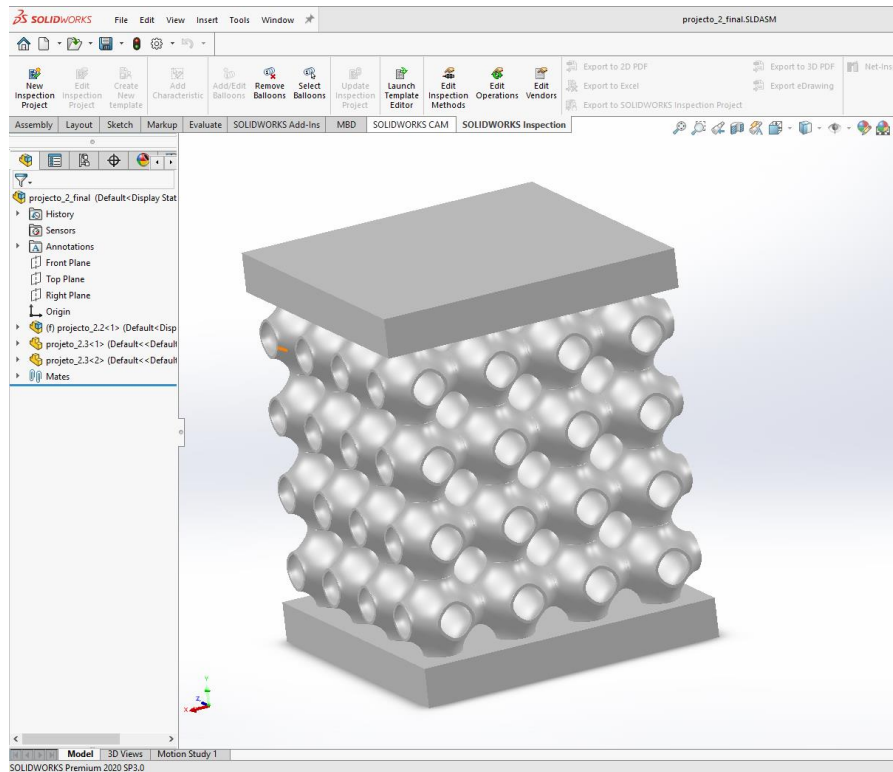


Figura 25 – Matriz obtida após a finalização de todos os passos da modelação

Efetivamente o plano inicial era precisamente este. Mas ao gerar uma superfície tão complexa, alguns problemas foram surgindo: primeiro, o custo computacional aumentou exponencialmente; na correção dos erros da malha, o programa *Geomagic Design X* acabava por não conseguir corrigir todos os erros; e o maior problema de todos ocorria ao correr o comando *Thicken*, onde a geração de espessura de casca nunca conseguia ser bem-sucedida. Como tal, a opção de manipular unicamente um elemento e depois multiplicá-lo o número de vezes que fosse necessário mostrou ser a opção mais viável.

Face a todas estas operações de modelação e de forma a poder resumir o processo de criação da geometria desde a sua forma de equação até à matriz final, apresenta-se na figura 25 um fluxograma representando todos os passos do algoritmo de modelação.

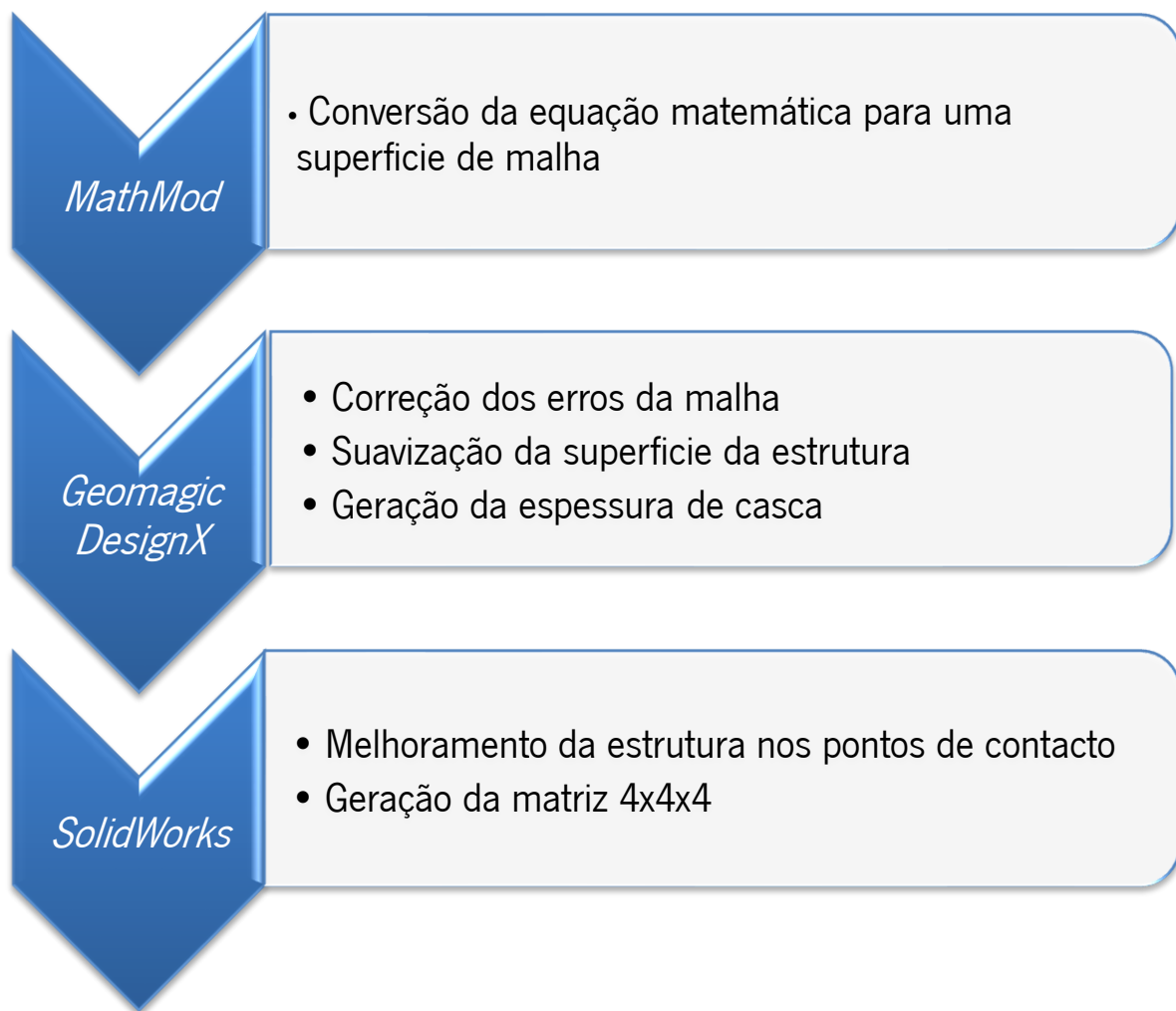


Figura 26 – Fluxograma criado de forma a sumarizar todo o processo de modelação

4. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

De forma a ser possível testar a viabilidade da estrutura TPMS obtida, procede-se à realização de uma simulação numérica, de forma a examinar o comportamento mecânico da mesma. Usa-se uma estrutura celular clássica, com volume e densidade similares, de forma a comparar os resultados obtidos, onde é realizado um estudo de convergência de malha para a obtenção de resultados o mais fidedignos possível.

4.1 Definição do Caso de Estudo

O tipo de simulação escolhida para este caso em estudo foi um teste linear elástico, de compressão, de forma a medir a deformação sofrida pela estrutura quando aplicada uma carga sobre a mesma. Para tal, e de forma a haver um ponto de comparação, foi criada uma estrutura celular clássica mais simples, obtida através de subtração periódica de material num cubo, tal como exemplificado na figura 26, baseado num estudo recente que utiliza o mesmo método de criação da estrutura [11]. Para isso, foi criada uma estrutura paralelepipedal com elementos esféricos de tamanho uniforme, com um raio de 2 milímetros, que foi subtraída a um cubo com dimensões de 20x20 milímetros. O passo seguinte é usar o comando *Cut Extrude* no *SolidWorks* de forma que a estrutura final tenha dimensões de atravancamento idênticas à estrutura TPMS em estudo. Tal como na estrutura TPMS criada, foram adicionadas duas superfícies de união superior e inferior, para serem aplicadas as cargas e fixações. O resultado final pode ser visualizado na figura 27.

Partindo de um exemplo de outros estudos no mesmo tipo de estrutura [4], atribuíram-se a ambas as estruturas as propriedades mecânicas de um aço inoxidável 316L, propriedades essas que estão listadas na tabela 1.

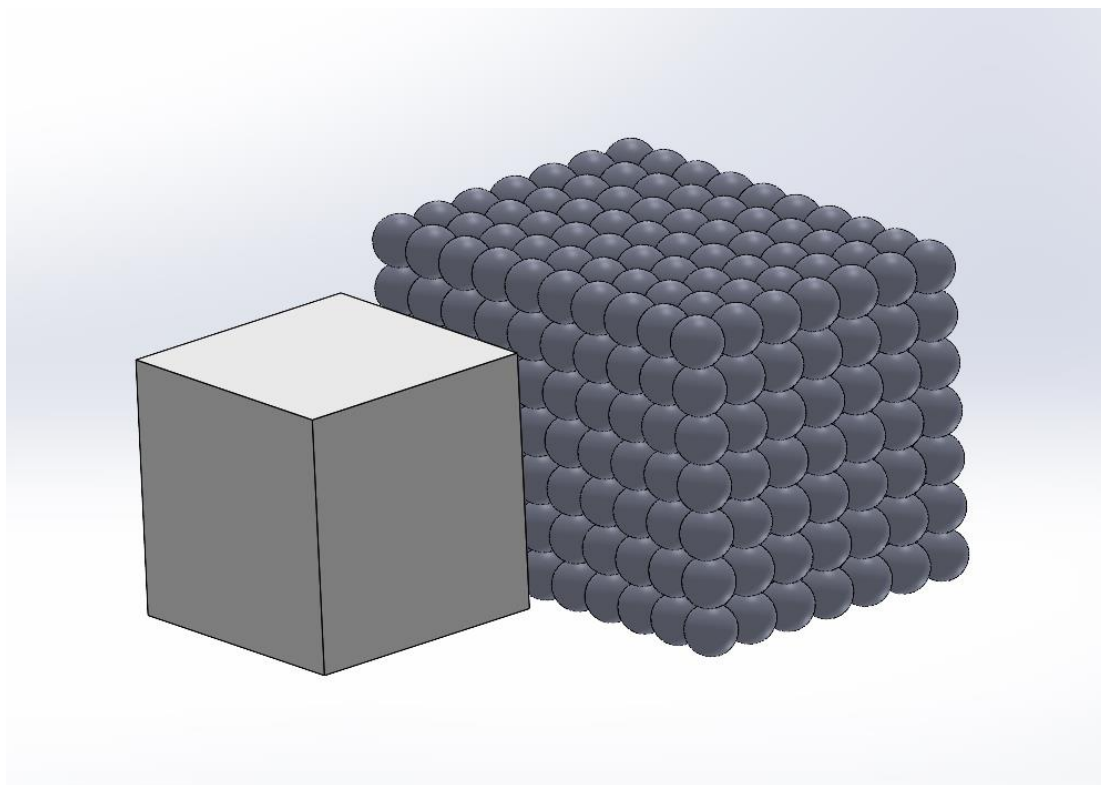


Figura 27 – Estrutura paralelepipedal com elementos esféricos de tamanho uniforme e cubo que formam a base da estrutura clássica

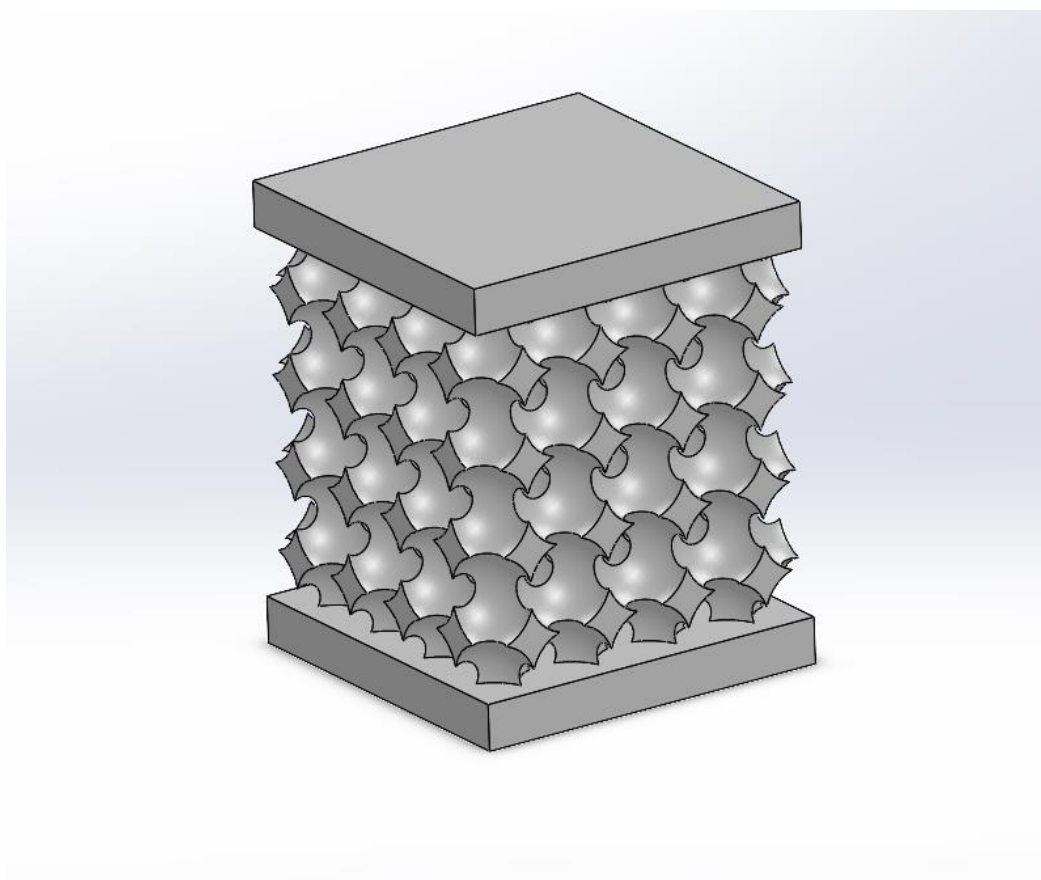


Figura 28 - Estrutura final de comparação

Densidade (ρ) (kg/m^3)	Módulo de Young (E) (GPa)	Coefficiente de Poisson (μ)	Tensão de Cedência (σ) (MPa)
7930	190	0,3	529

Tabela 1 – Propriedades mecânicas do material das estruturas em estudo

Para além destas características mecânicas, é importante detalhar todas as características físicas das duas estruturas, que se apresentam na tabela 2.

Características físicas Estruturas	Altura (mm)	Área de contato (mm^2)	Volume (mm^3)	Massa (g)
Estrutura de comparação	19,75	248,06	2333,24	24,29
Estrutura TPMS em estudo	19,76	248,38	1342,55	10,65

Tabela 2 – Características físicas das duas estruturas em estudo

A primeira opção de programa ponderada para a realização da simulação numérica, dado ser uma simulação linear elástica, foi no *SolidWorks 2020*, pois o programa tem a capacidade de executar este tipo de simulações, aliado à facilidade de inserir as cargas, contactos e a manipulação do tamanho de elementos de malha. Apesar de na estrutura clássica tudo ter corrido bem, e ter sido possível executar a simulação até ao final e obter os valores de deformação e tensões máximas, na estrutura TPMS em estudo o programa não foi capaz de criar uma malha com sucesso. Foram alteradas todas as definições, o tipo de contacto entre elementos, o refinamento da malha e a qualidade dos elementos, e o programa não foi capaz de criar uma malha com sucesso. Face a este problema, a solução passou por realizar a simulação num programa dedicado a método de elementos finitos, neste caso no *ANSYS 2021*.

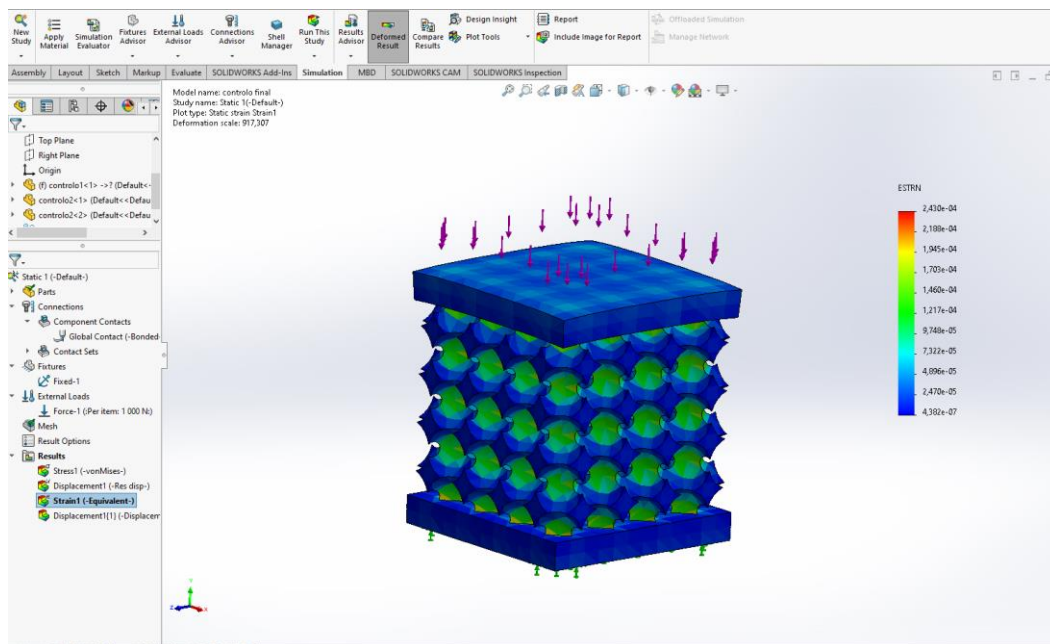


Figura 29 - Simulação numérica da estrutura de controlo concluída com sucesso no *SolidWorks*

Para proceder à realização da simulação numérica, há uma série de etapas que serão detalhadas no presente capítulo, mas que se podem resumir em 4 passos cruciais:

1. Escolha do tipo de estudo
2. Importação da geometria
3. Definição de condições de controlo (cargas, fixações, malha)
4. Início da simulação e exportação dos resultados

Como fora indicado anteriormente, o tipo de estudo escolhido foi linear elástico, e neste programa deve-se selecionar *Static Structural*, para replicar o tipo de estudo pretendido, sendo que a carga irá ser aplicada apenas na direção do eixo dos y.

Procede-se então à importação das estruturas a examinar, com o comando *Geometry*, após serem atribuídas as propriedades mecânicas (*Engineering Data*) mencionadas anteriormente na tabela 1. De salientar que neste programa apesar de serem atribuídas as propriedades mecânicas gerais, devem ser novamente atribuídas a todos os elementos que constituem as estruturas ao abrir o separador *Model*. Este comando abre uma nova secção do programa chamada *Mechanical*, que permite visualizar a estrutura em estudo e onde os restantes passos da simulação serão efetuados. Todos os passos até ao *Model* são inseridos no *Workbench*, como demonstrado na figura 29.

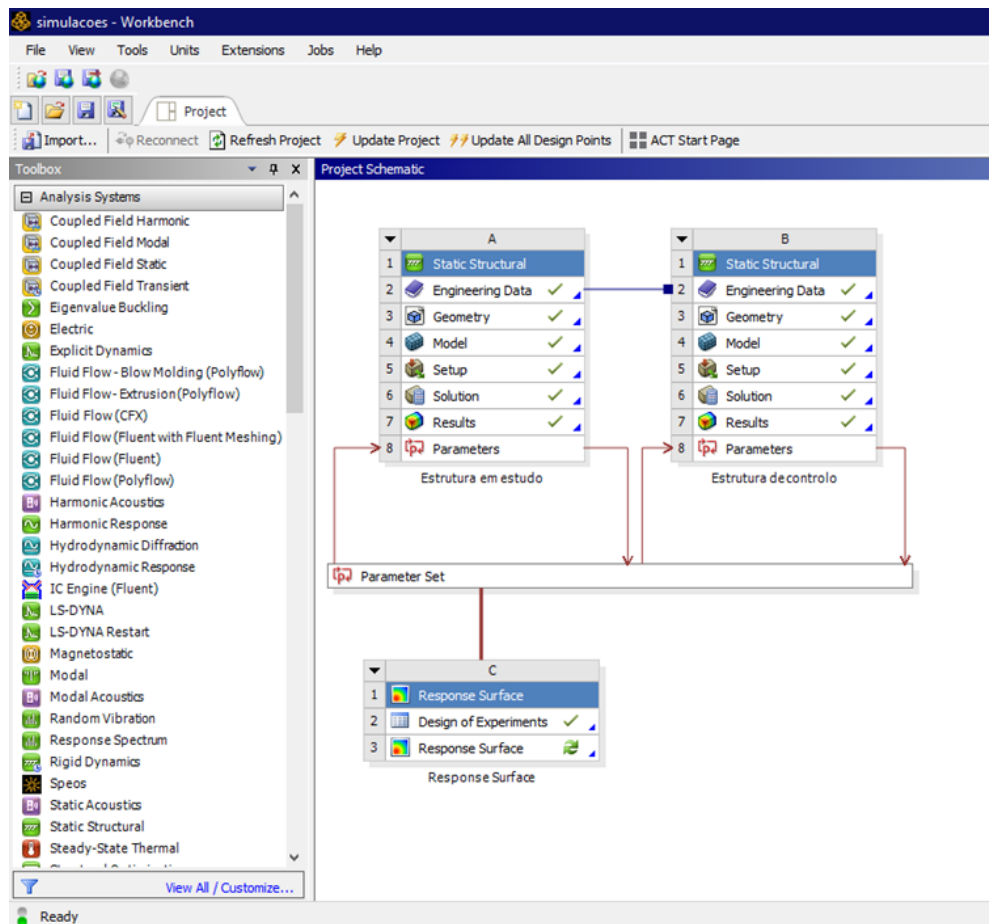


Figura 30 – *Workbench* do programa *Ansys*, onde serão inseridos todos os inputs.

Todas as conexões, cargas e malha serão agora aplicadas, que são condições essenciais para correr uma simulação com sucesso. Após a reatribuição do material a cada elemento da estrutura, insere-se o tipo de contactos entre cada elemento. O programa faz uma pré-definição do contacto do tipo “*Bonded*”, e para este tipo de simulação será mantido, de forma a replicar uma união perfeita entre cada elemento e se comportarem como um todo.

Relativamente às cargas e e fixações, atribui-se um *Fixed Support* na superfície de união inferior, e aplica-se uma carga na superfície superior, apenas na direção do eixo dos y, para obter uma compressão pura, ignorando assim deslocamentos laterais e rotações. O valor da carga aplicada foi de 1000 N, sendo um valor plausível e possível de ser replicado em ensaios laboratoriais, mas que permita visualizar uma deformação considerável (figuras 30 e 31).

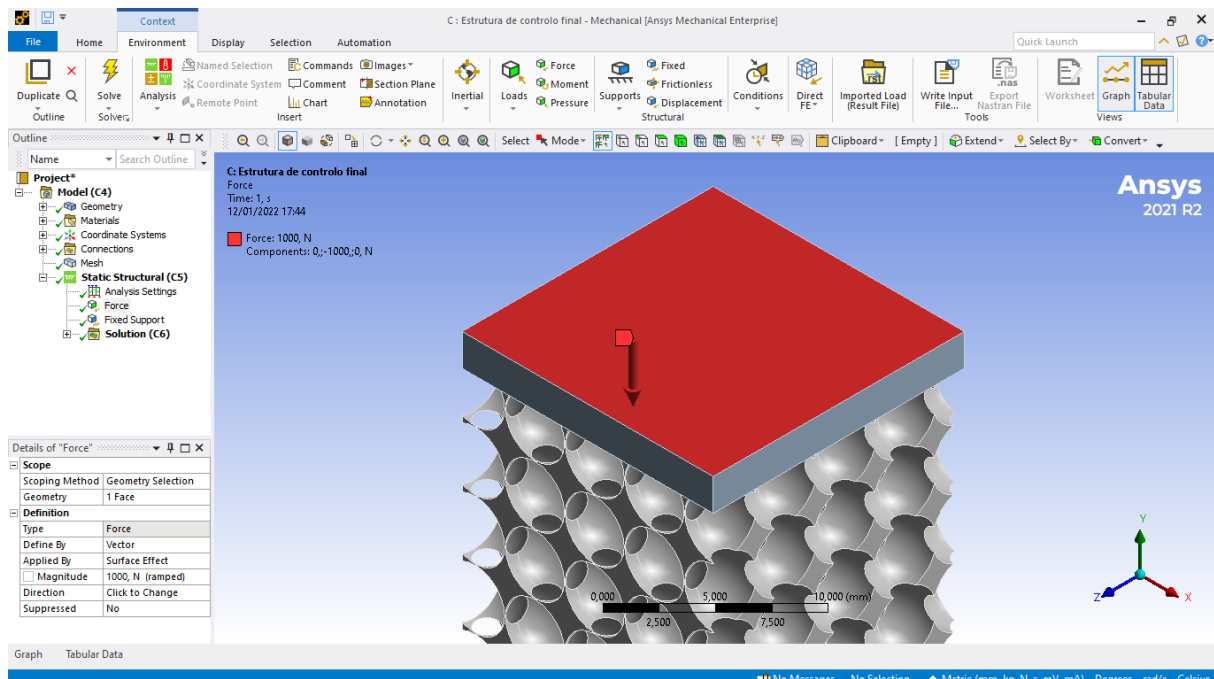


Figura 31 - Aplicação da carga de 1000 N na superfície superior

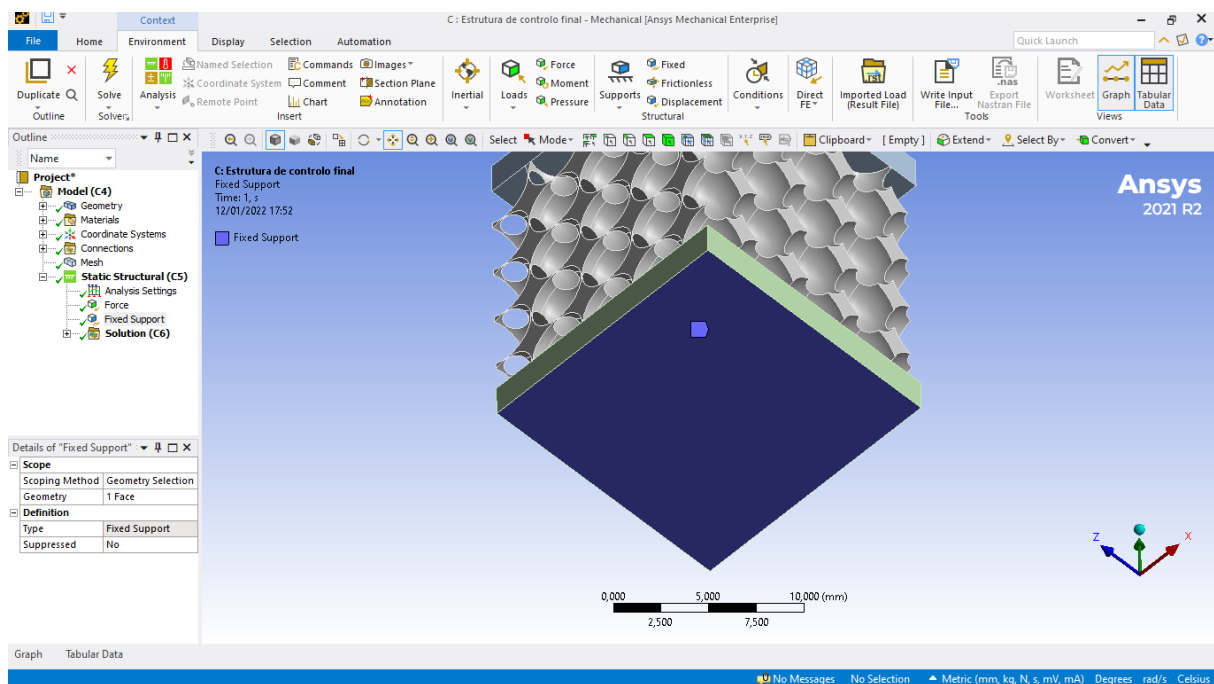


Figura 32 - Seleção da superfície inferior como *Fixed Support*

No ponto seguinte introduz-se um dos passos mais determinantes neste estudo, a geração de malha. É aqui que vai incidir o estudo de convergência, onde serão realizados 5 tipos de malha, cada vez mais refinada, cujo tamanho de elemento de malha varia desde os 2 mm até aos 0,5mm, sendo o de 0,5mm o limite apenas por uma questão de custo computacional. Importante referir que

neste ponto a ordem e o tipo de elementos são definidos automaticamente pelo programa. Este passo pode ser visualizado na figura 32.

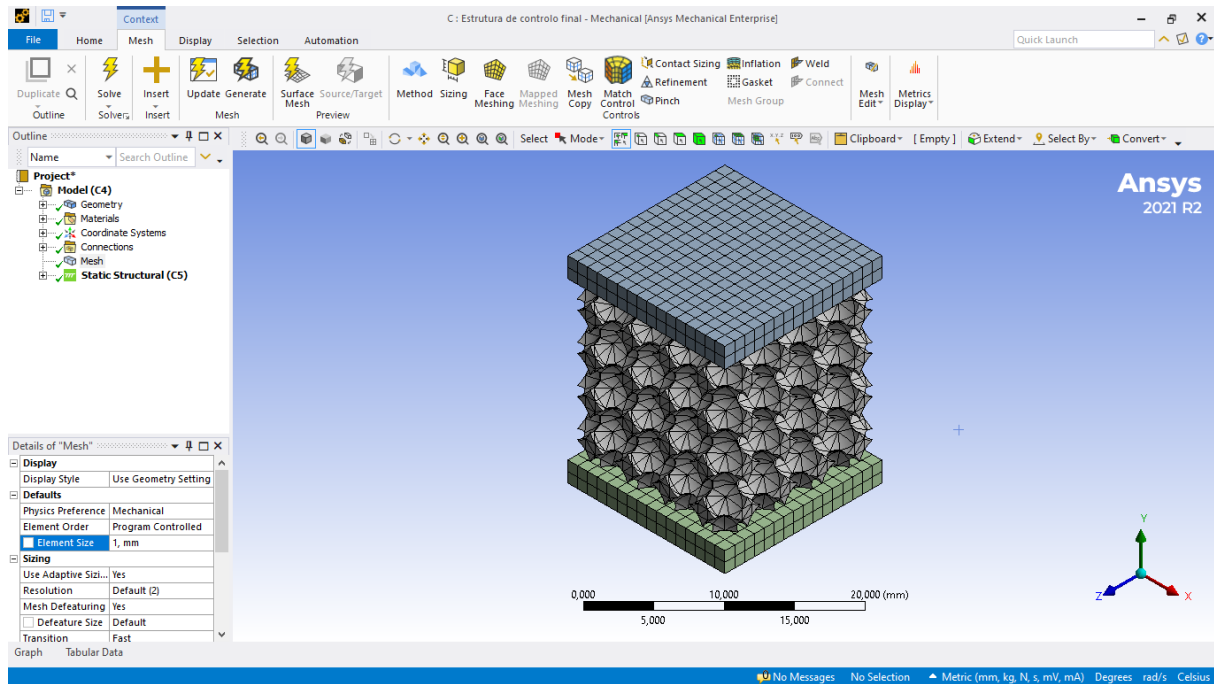


Figura 33 - Geração da malha na estrutura de controlo

Concluída com sucesso a geração de malha, apenas falta correr a simulação, e após concluído o cálculo computacional, selecciona-se o tipo de solução a ser apresentada. No caso de estudo, importa saber a deformação total no eixo dos y e as tensões de Von Mises, que indica se a estrutura atingiu ou não o limite de tensão para a carga aplicada. Nas figuras 33 e 34 podem ser visualizadas as deformações máximas atingidas quer na estrutura de controlo, quer na TPMS.

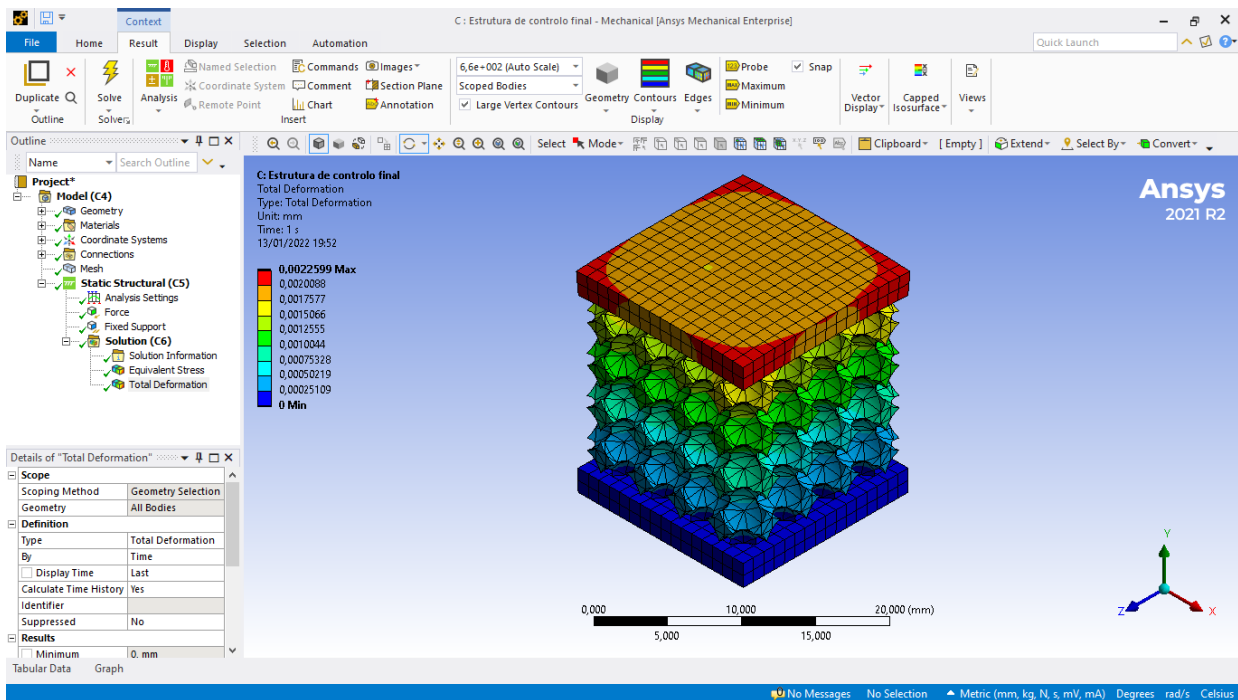


Figura 34 - Resultado final de uma simulação numérica na estrutura de controlo, com o deslocamento máximo representado

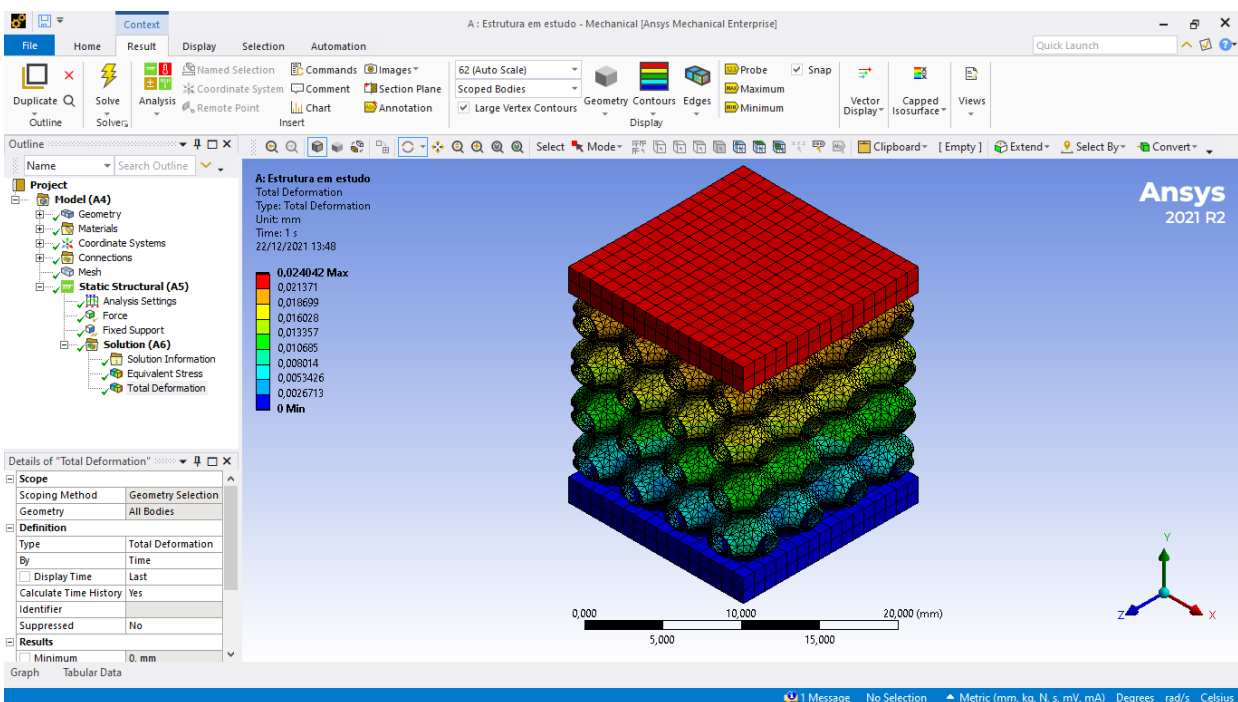


Figura 35 - Resultado final de uma simulação numérica na estrutura TPMS, com o deslocamento máximo representado

4.2 Apresentação e Discussão de Resultados

Concluídas as simulações numéricas para os diferentes tamanhos de elementos de malha e para ambas as estruturas, apresentam-se nas tabelas 3 e 4 os resultados obtidos, quer para o deslocamento total de cada estrutura, quer para os valores de tensão máxima.

Estrutura de Comparação			
Simulação nº	Tamanho de elemento (mm)	Tensões de Von Mises máximas (MPa)	Deslocamento Máximo (mm)
1	2	59,313	0,0021964
2	1,625	80,459	0,002208
3	1,25	85,635	0,0021743
4	0,875	86,434	0,0022662
5	0,5	91,129	0,0023141

Tabela 3 – Resultados obtidos de deslocamentos e tensões máximas da estrutura de comparação

Estrutura TPMS em Estudo			
Simulação nº	Tamanho de elemento (mm)	Tensões de Von Mises máximas (MPa)	Deslocamento Máximo (mm)
1	2	474,47	0,023959
2	1,625	473,84	0,02399
3	1,25	475,45	0,023997
4	0,875	466,7	0,02404
5	0,5	475,31	0,024214

Tabela 4 - Resultados obtidos de deslocamentos e tensões máximas da estrutura TPMS

Com a obtenção dos valores da deformação das estruturas em estudo, é possível realizar uma comparação da rigidez entre as duas estruturas, e verificar qual das estruturas oferece uma maior rigidez estrutural. O cálculo da rigidez é obtido pela relação carga-deslocamento, que está relacionada com a elasticidade dos corpos e no comportamento linear dos mesmos na fase elástica de deformação, e que

diz que a força exercida sobre um corpo é igual à deformação medida vezes a constante de rigidez do material, como indicado na equação 3.1:

$$F = Kd \quad (3.1)$$

sendo F a força exercida (Newtons), K a constante de rigidez (Newtons/metros) e d o deslocamento medido da deformação. Como o objetivo é calcular a rigidez da estrutura, reorganiza-se a equação para se obter:

$$K = F/d \quad (3.2)$$

e assim ser obter os valores de k para cada tamanho de elemento de malha.

Como as estruturas em estudo não apresentam um valor de massa e volume exatamente iguais, e de maneira a realizar uma comparação o mais objetiva possível, o valor da rigidez obtido é então dividido pela massa total da estrutura excetuando as chapas de união superior e inferior, resultando assim num valor de rigidez por unidade de massa apenas das estruturas celulares. O valor de massa da estrutura de controlo é de 16,42 gramas, sendo que o da estrutura TPMS é de 2,77 gramas. Estes valores, para ambos os K , podem ser consultados nas tabelas 5 e 6.

Segue-se um exemplo do cálculo desses valores de K .

- Simulação nº1: $F = 1000 \text{ N}$; $\Delta l = 0,0021964 \text{ mm} = 2,1964 * 10^{-6} \text{ m}$

$$K = \frac{1000}{2,1964 * 10^{-6}} \Leftrightarrow k = 455290475 \text{ N/m}$$

$$K/Massa = \frac{455290475}{(16,42 * 10^{-3})} \Leftrightarrow K/Massa = 27727799900 \text{ N/m * kg}$$

Estrutura de Comparação		
Simulação Nº	Rigidez (MN/m)	Rigidez por unidade de peso (MN/m * kg)
1	455,29	27727,80
2	452,90	27582,13
3	459,92	28009,63
4	441,27	26873,77
5	432,13	26317,51

Tabela 5 – Resultados calculados da rigidez na estrutura clássica

Estrutura TPMS em Estudo		
Simulação Nº	Rigidez (MN/m)	Rigidez por unidade de peso ($MN/m * kg$)
1	41,74	15067,86
2	41,68	15048,39
3	41,67	15043,99
4	41,60	15017,09
5	41,30	14909,18

Tabela 6 - Resultados calculados da rigidez na estrutura TPMS

Face aos valores finais calculados, podemos concluir que a estrutura TPMS em estudo apresenta valores de rigidez cerca de metade do valor dos da estrutura clássica, o que vai de encontro aos valores de deslocamento mais elevados que esta apresentou. No entanto há que salientar que os valores de deslocamento da estrutura TPMS foram sensivelmente dez vezes mais elevados.

Relativamente ao estudo de convergência, há uma clara relação linear entre a diminuição do valor da rigidez e a diminuição do tamanho dos elementos de malha, o que leva a considerar que o real valor de rigidez da estrutura será ainda mais baixo que os valores apresentados. Em contraste, os valores da deformação aumentam ligeiramente ao diminuir o tamanho dos elementos.

Por último, sobre as tensões de Von Mises, o estudo não foi conclusivo pois os valores apresentados não indicam algum tipo de relação linear entre eles, onde se pode observar uma oscilação positiva e negativa durante a diminuição do tamanho dos elementos. O que foi efetivamente observado, durante o estudo numérico, é que a zona de tensão máxima era mais próxima do centro da estrutura, em ambas as estruturas, como pode ser observado nas figuras 35 e 36.

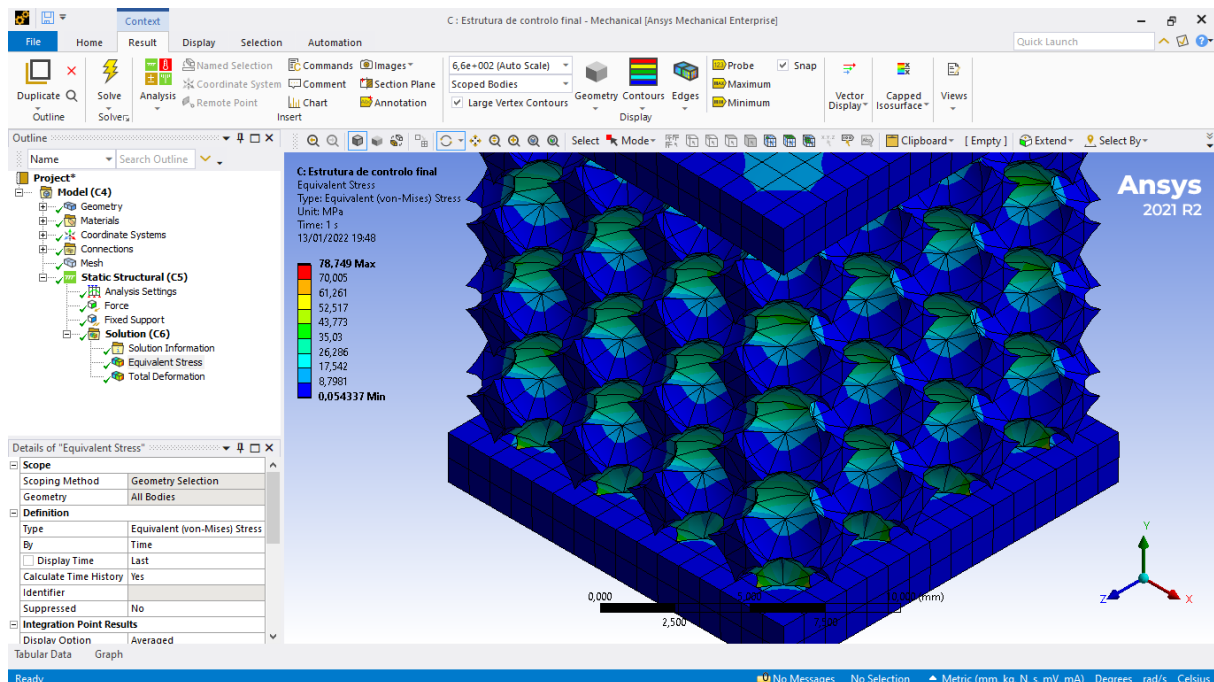


Figura 36 - Visualização da distribuição das tensões de Von Mises na estrutura de comparação

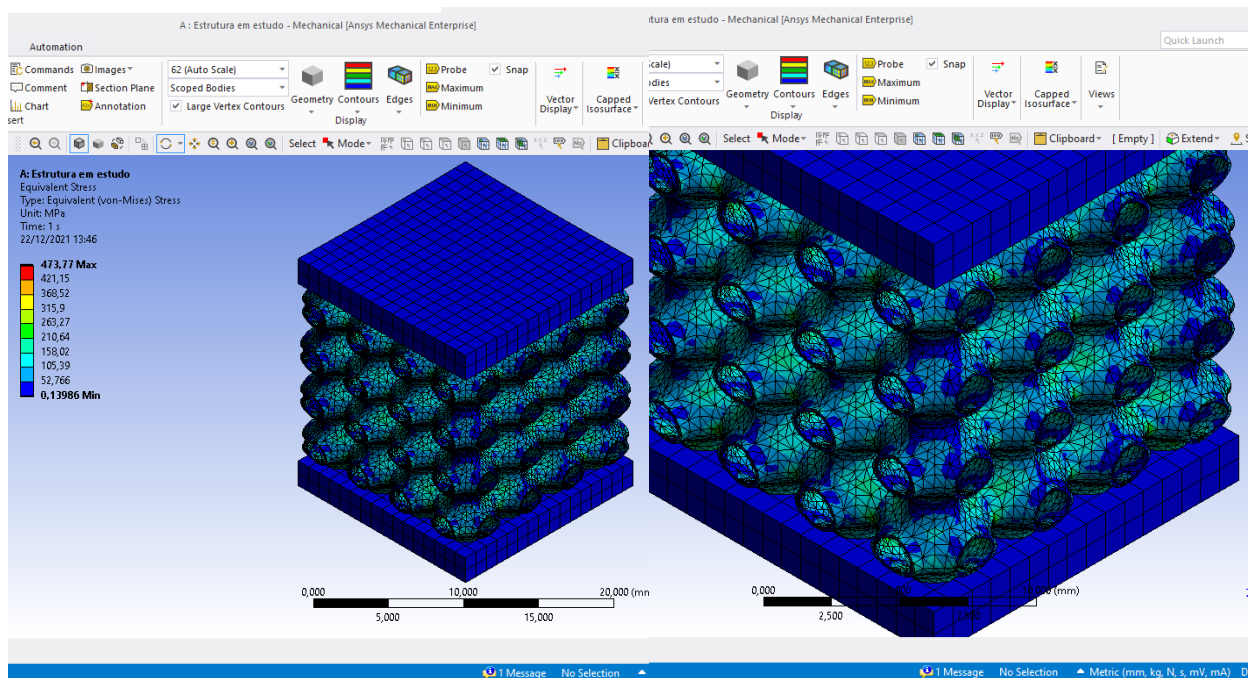


Figura 37 - Visualização da distribuição das tensões de Von Mises na estrutura TPMS (com zoom à direita)

De forma a facilitar a comparação entre a rigidez absoluta e a rigidez por unidade de peso das duas estruturas em estudo, apresentam-se dois gráficos nas figuras 37 e 38 com os valores de rigidez obtido nas simulações de cada tamanho de elemento de malha.

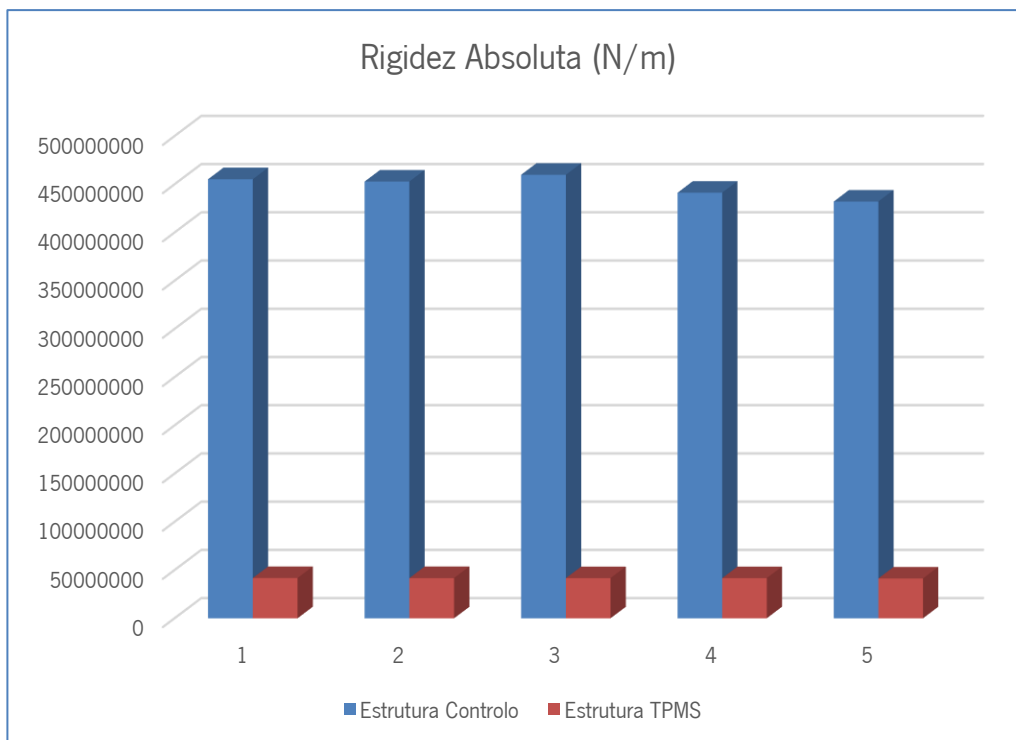


Figura 39 - Rigidez absoluta das estruturas em estudo

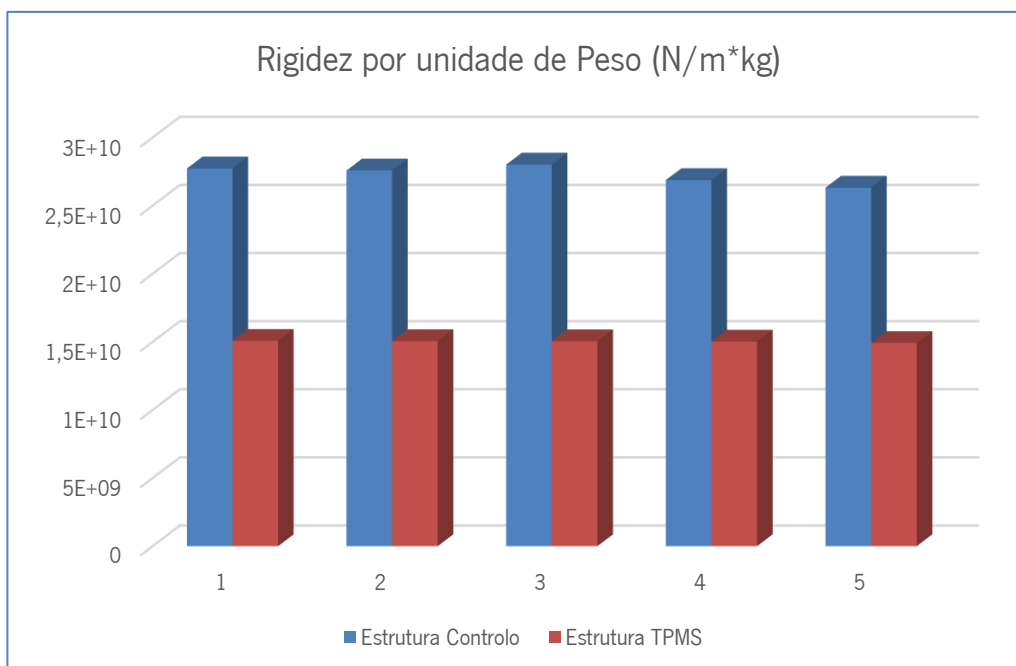


Figura 38 - Rigidez por unidade de peso das estruturas em estudo

5. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Face aos resultados obtidos e comparando os valores de rigidez, a primeira conclusão é que a estrutura TPMS em estudo apresenta valores de rigidez inferiores face à estrutura de comparação. O deslocamento obtido foi significativamente superior na estrutura TPMS, e isso refletiu-se nos valores de rigidez resultantes. De facto, isso pode ser atribuído a uma espessura de casca demasiado reduzida, que influencia negativamente a estrutura, porque apesar de terem sido comparadas duas geometrias com dimensões de atravancamento similares, o valor de massa da de controlo é aproximadamente seis vezes superior que o da TPMS. Mas observando os valores de rigidez por unidade de peso constata-se que estes sobem consideravelmente, o que atesta o potencial que este tipo de estruturas possui. Nos valores de rigidez absoluta é apresentado um rácio próximo dos 10:1 a favor da estrutura de comparação, que desce para 2:1 quando se refere aos valores de rigidez por unidade de peso.

Comparando os valores das tensões de Von Mises, a estrutura de comparação naturalmente apresentou valores mais reduzidos, condizentes com os deslocamentos também mais reduzidos. Observou-se um ligeiro aumento no valor quando menor se tornava o tamanho dos elementos de malha. Na estrutura TPMS não foi possível observar uma correlação entre o valor das tensões e o tamanho dos elementos de malha, apesar de o valor se manter relativamente constante.

Ainda assim é de salientar que face ao peso reduzido e dimensão da estrutura TPMS, a carga aplicada produz deslocamentos infinitesimais, o que prova a rigidez deste tipo de materiais e os torna extremamente viáveis como materiais estruturais onde poderão ser solicitados ao impacto e absorção de cargas, mantendo uma massa total da estrutura reduzida. Com o evoluir dos métodos e cadência de produção, as estruturas celulares do tipo *Triply Periodic Minimal Surface* têm os atributos necessários para vingarem num mercado cada mais competitivo e exigente.

Relativamente aos desenvolvimentos futuros, o passo lógico seguinte seria aumentar a espessura de casca deste tipo de geometria, verificando efetivamente se os valores de rigidez aumentam como foi previsto, ou se o aumento de valor de massa não justifica o ligeiro aumento da rigidez.

Um outro detalhe que pode ter influência nos resultados obtidos na simulação numérica é a seleção de um estudo de casca (*Shell Structures*) e não de um estudo sólido, quando é realizada a simulação no *Ansys 2021*. Isto apenas se aplica para casos de espessura de casca muito reduzida, como é o caso deste estudo, mas permite otimizar o comportamento da estrutura e talvez obter resultados mais fidedignos. É algo que pode ser tido em conta em estudos futuros deste tipo.

A partir daí podem-se apontar uma serie de caminhos possíveis: continuar o estudo de convergência até atingir o limite computacional, de forma a convergir para os valores de rigidez mais

próximos dos reais; testar todo o tipo possível de estruturas do tipo TPMS, fazendo uma comparação comportamental entre todas as estruturas possíveis de modelar computacionalmente, e observar qual obtém melhores valores de rigidez e deslocamento; realizar simulações numéricas de tração e de fadiga, do tipo não linear, e realizar ensaios práticos em provetes para validar as simulações anteriormente descritas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

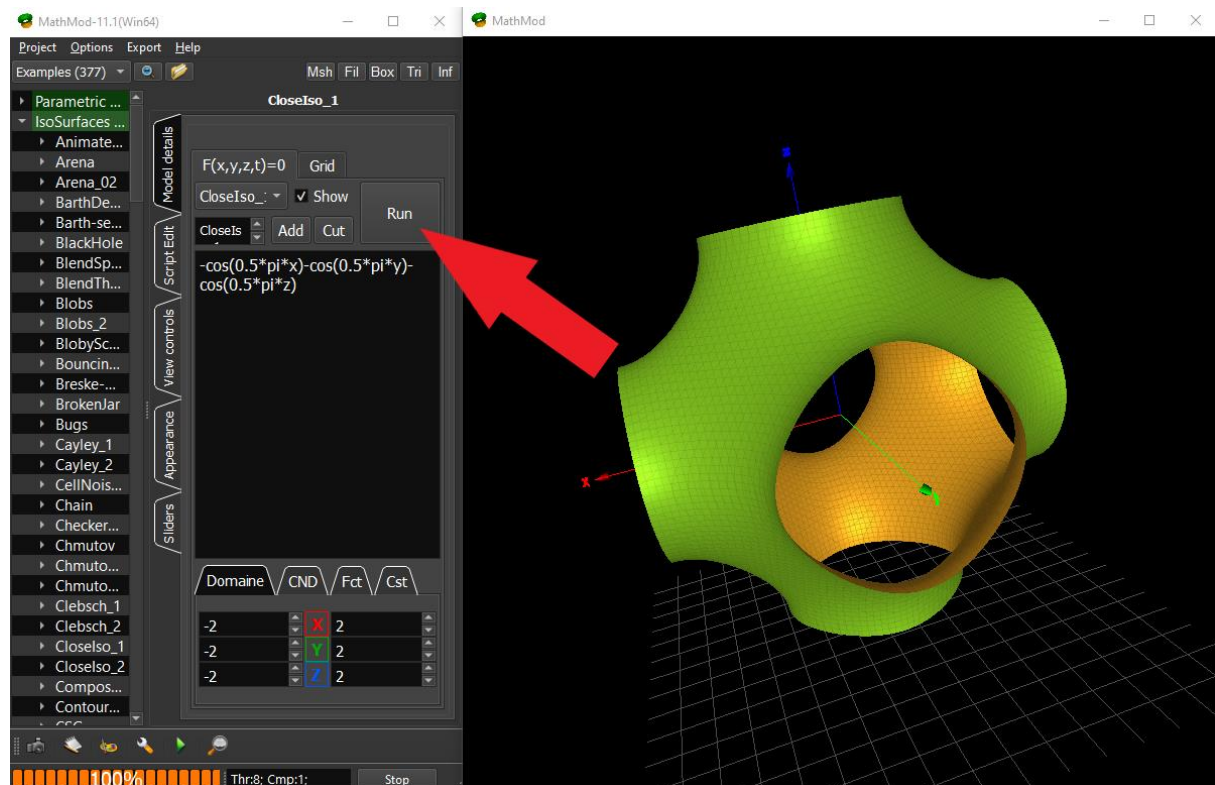
- [1] Ashby, M. F. (1983). Mechanical Properties of Cellular Solids. *Metallurgical Transactions. A, Physical Metallurgy and Materials Science*, 14 A(9), 1755–1769. <https://doi.org/10.1007/BF02645546>
- [2] Kamaliev, R. N., & Charkviani, R. V. (2017). Creation of Ultra-light Spacecraft Constructions Made of Composite Materials. *Procedia Engineering*, 185, 190–197. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.03.337>
- [3] Gaulon, C., Pierre, J., Derec, C., Jaouen, L., Bécot, F. X., Chevillotte, F., Elias, F., Drenckhan, W., & Leroy, V. (2018). Acoustic absorption of solid foams with thin membranes. *Applied Physics Letters*, 112(26), 1–6. <https://doi.org/10.1063/1.5025407>
- [4] Yin, H., Liu, Z., Dai, J., Wen, G., & Zhang, C. (2020). Crushing behavior and optimization of sheet-based 3D periodic cellular structures. *Composites Part B: Engineering*, 182(October 2019), 107565. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.107565>
- [5] Diez-Escudero, A., Harlin, H., Isaksson, P., & Persson, C. (2020). Porous polylactic acid scaffolds for bone regeneration: A study of additively manufactured triply periodic minimal surfaces and their osteogenic potential. *Journal of Tissue Engineering*, 11. <https://doi.org/10.1177/2041731420956541>
- [6] Novak, N., Al-Ketan, O., Krstulović-Opara, L., Rowshan, R., Abu Al-Rub, R. K., Vesenjak, M., & Ren, Z. (2021). Quasi-static and dynamic compressive behaviour of sheet TPMS cellular structures. *Composite Structures*, 266(September 2020), 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.113801>
- [7] *Thermal insulation for buildings - Designing Buildings*. (n.d.). Retrieved December 29, 2021, from https://www.designingbuildings.co.uk/wiki/Thermal_insulation_for_buildings
- [8] Maskery, I., Sturm, L., Aremu, A. O., Panesar, A., Williams, C. B., Tuck, C. J., Wildman, R. D., Ashcroft, I. A., & Hague, R. J. M. (2018). Insights into the mechanical properties of several triply periodic minimal surface lattice structures made by polymer additive manufacturing. *Polymer*, 152, 62–71. <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2017.11.049>
- [9] Catchpole-Smith, S., Sélo, R. R. J., Davis, A. W., Ashcroft, I. A., Tuck, C. J., & Clare, A. (2019). Thermal conductivity of TPMS lattice structures manufactured via laser powder bed fusion. *Additive Manufacturing*, 30(September), 100846. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.100846>
- [10] Zhang, L., Feih, S., Daynes, S., Chang, S., Wang, M. Y., Wei, J., & Lu, W. F. (2018). Energy absorption characteristics of metallic triply periodic minimal surface sheet structures under compressive loading. *Additive Manufacturing*, 23, 505–515. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2018.08.007>

- [11] Pinto, P., Peixinho, N., Silva, F., & Soares, D. (2014). Compressive properties and energy absorption of aluminum foams with modified cellular geometry. *Journal of Materials Processing Technology*, 214(3), 571–577. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2013.11.011>

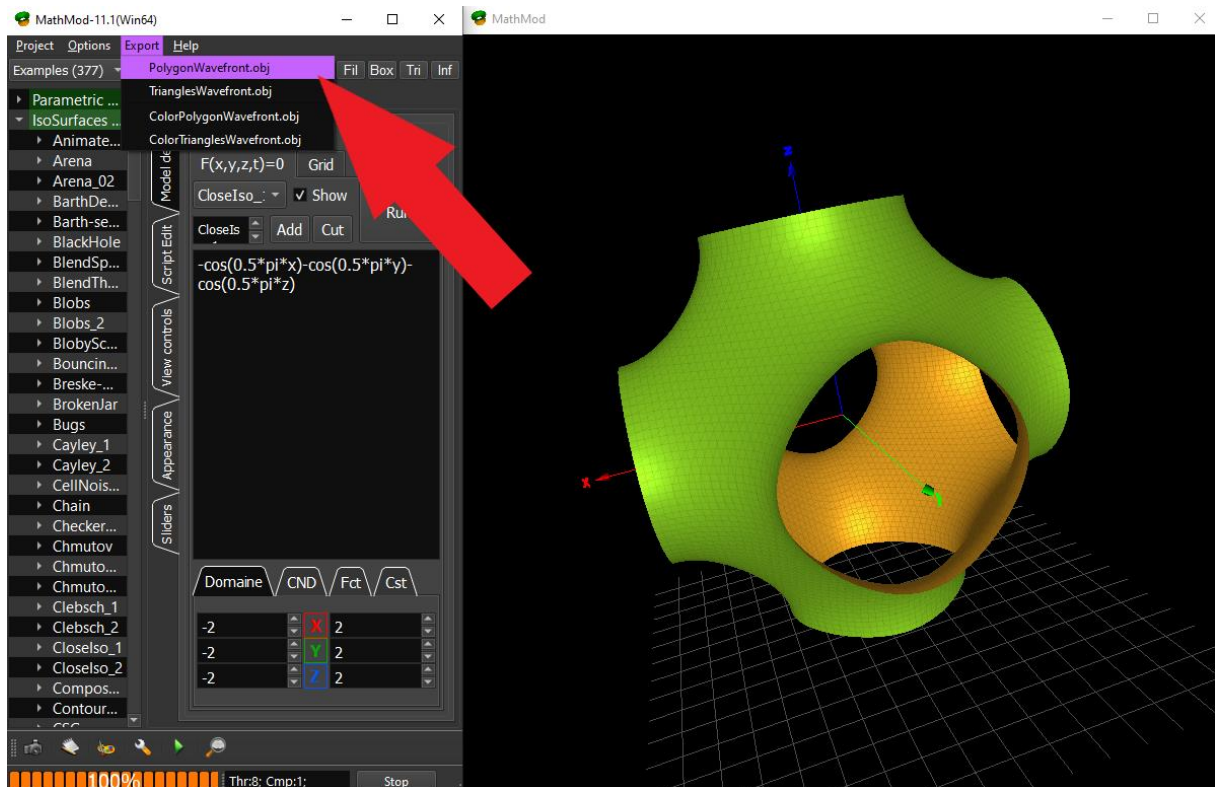
ANEXOS

Anexo A – Guia Completo de Modelação

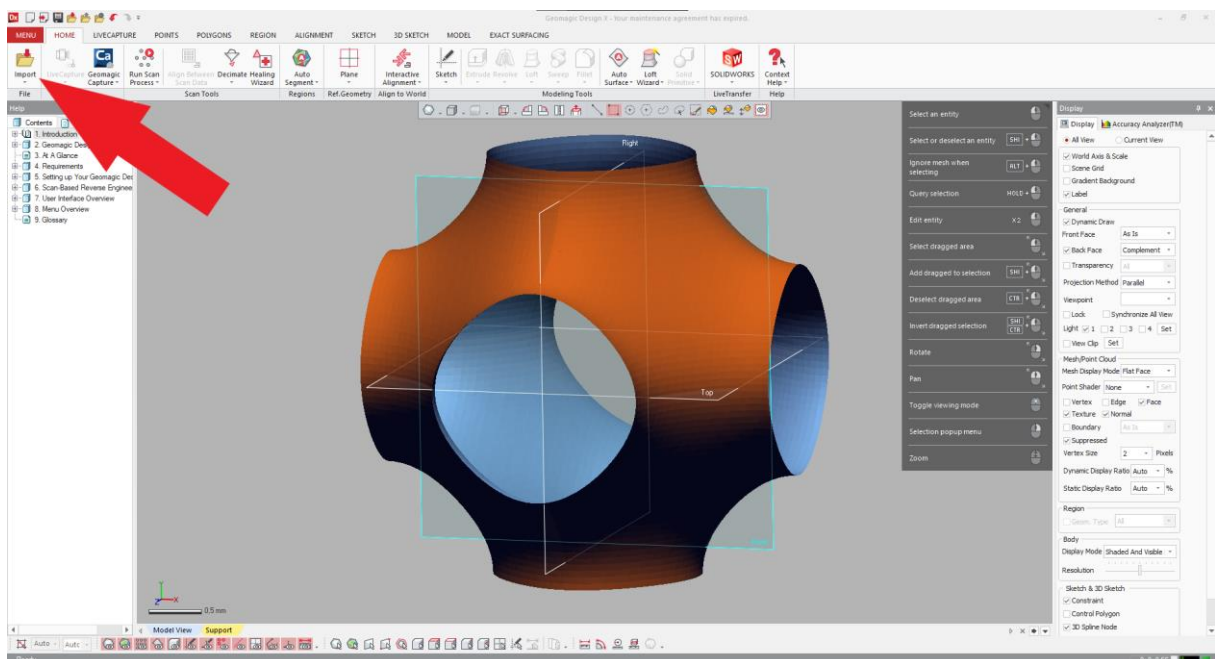
Passo 1 – Inserção da equação no programa *MathMod*, estabelecimento do domínio de forma a gerar apenas uma unidade da geometria (como o comprimento colocado na equação é de 4 milímetros, o domínio irá ser de $-2 \leq x, y, z \leq 2$) e execução do comando *Run* de forma a gerar a superfície de malha.



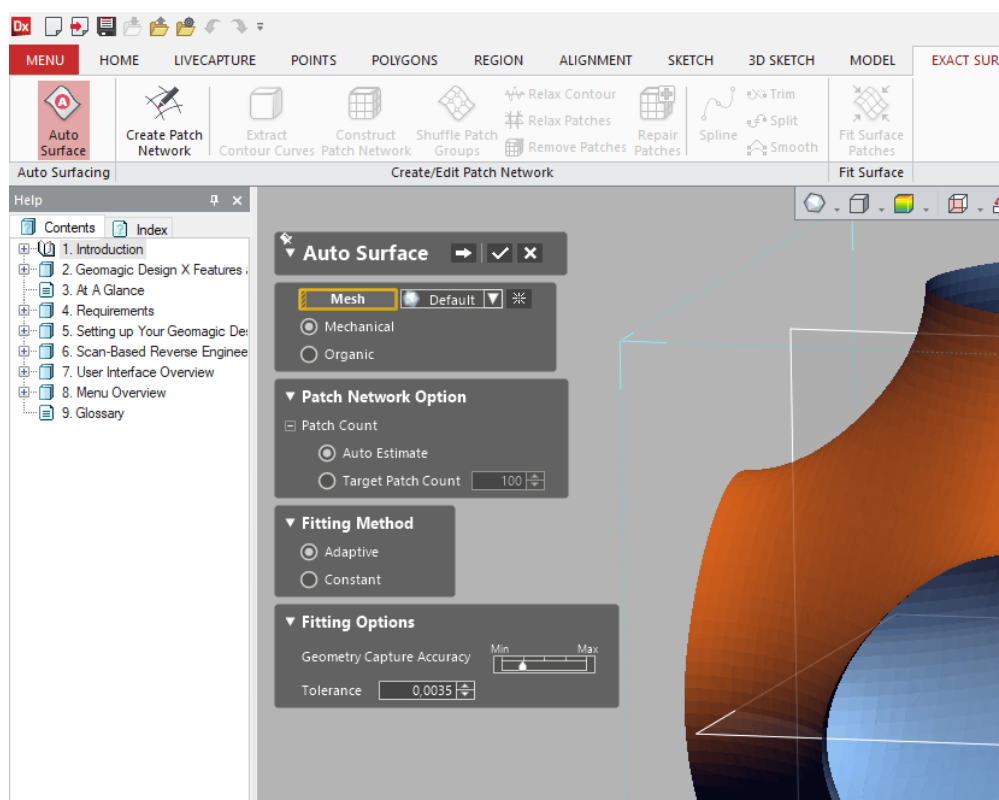
Passo 2 – Exportação da geometria obtida em superfície de malha num formato que permita a modelação da mesma (neste caso é .OBJ).



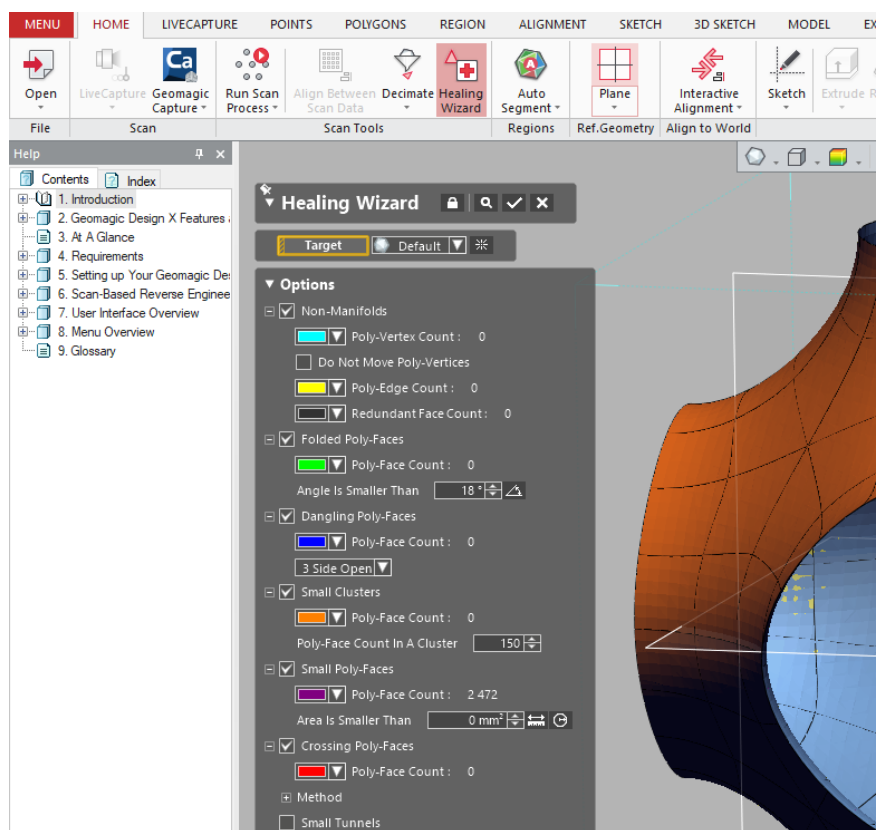
Passo 3 - Importação da superfície de malha para o programa *Geomagic Design X* para ser possível corrigir os erros e falhas da superfície e gerar a espessura de casca.



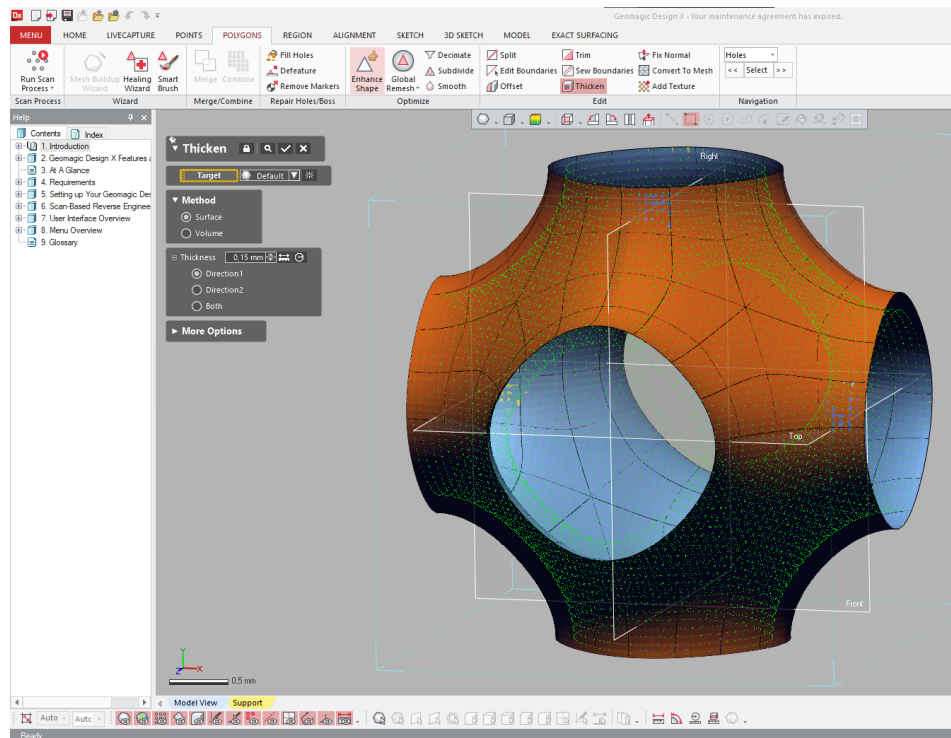
Passo 4 – Input do comando *Auto Surface* de forma a suavizar a superfície de malha.



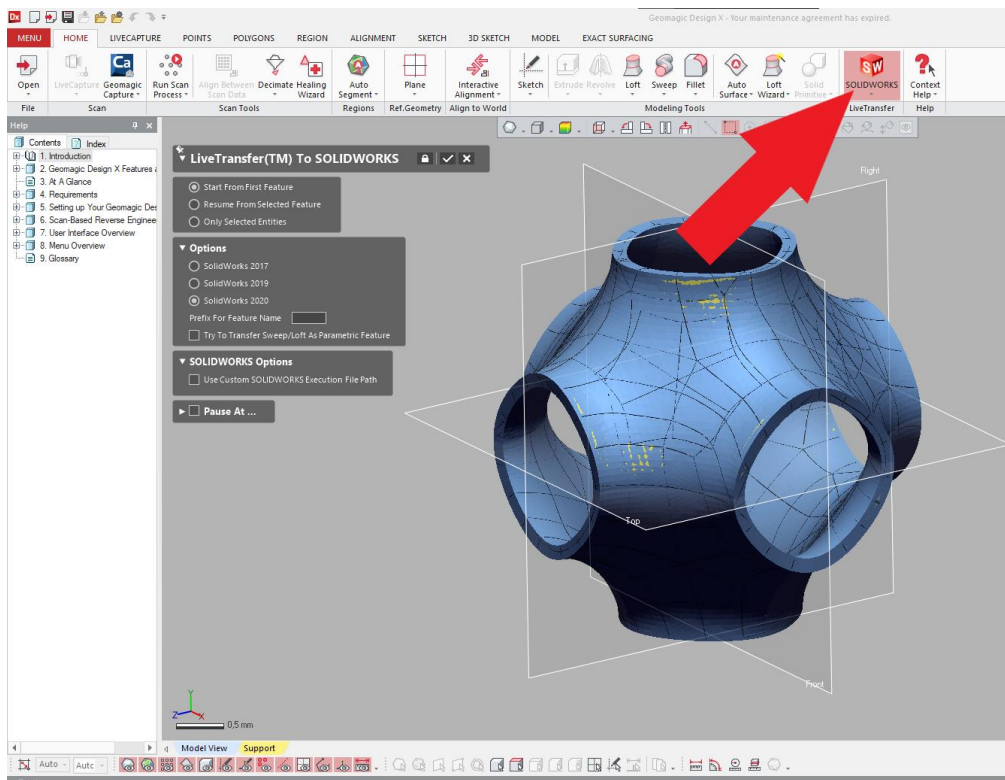
Passo 5 – Correção de falhas na superfície de malha com o comando *Healing Wizard*.



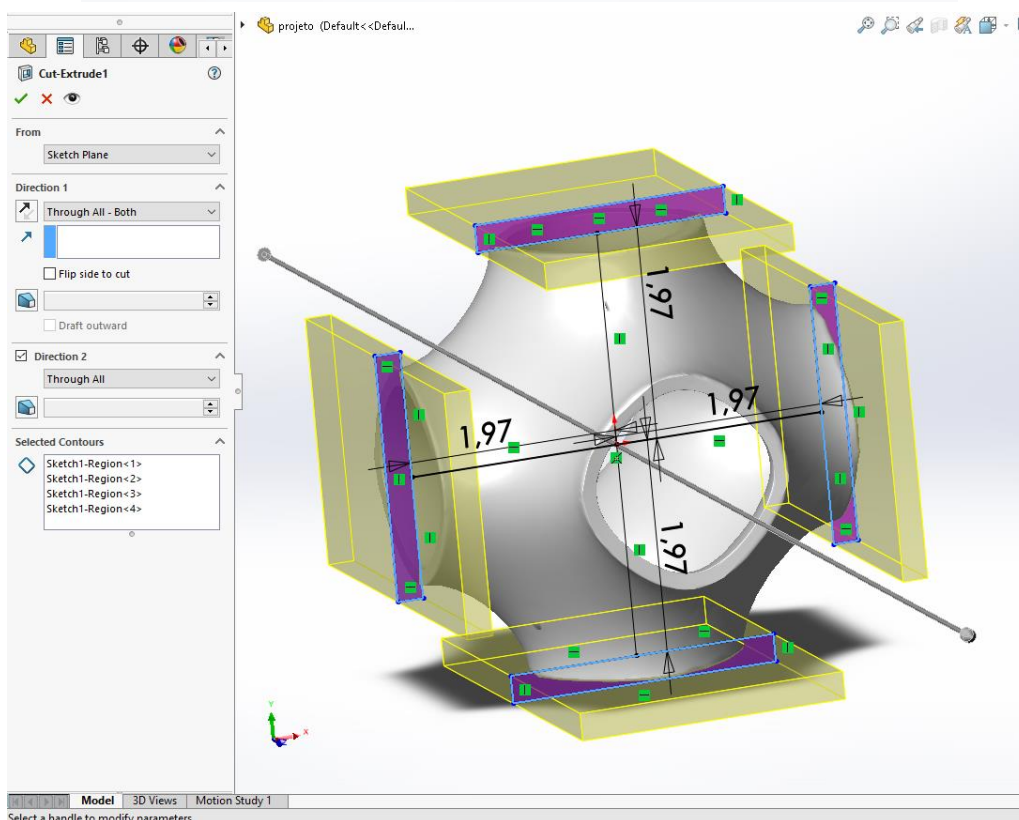
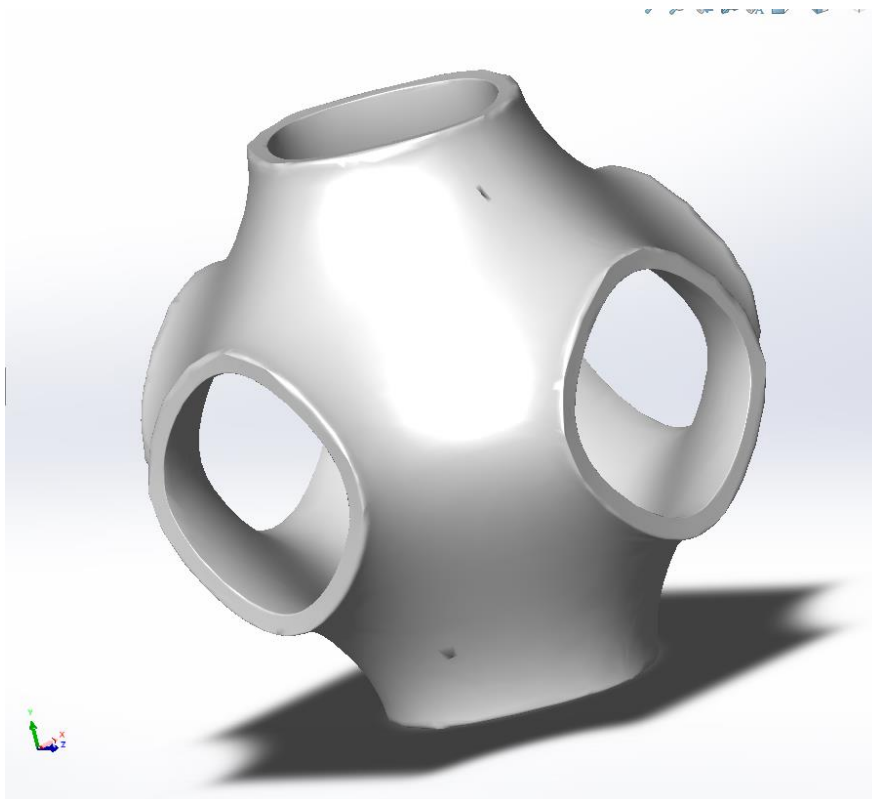
Passo 6 – Geração da espessura de casca na geometria em estudo com o comando *Thicken*. De salientar que é selecionada a opção *Surface* de forma a gerar volume para o interior, e não em volta como acontece com a opção *Volume*.



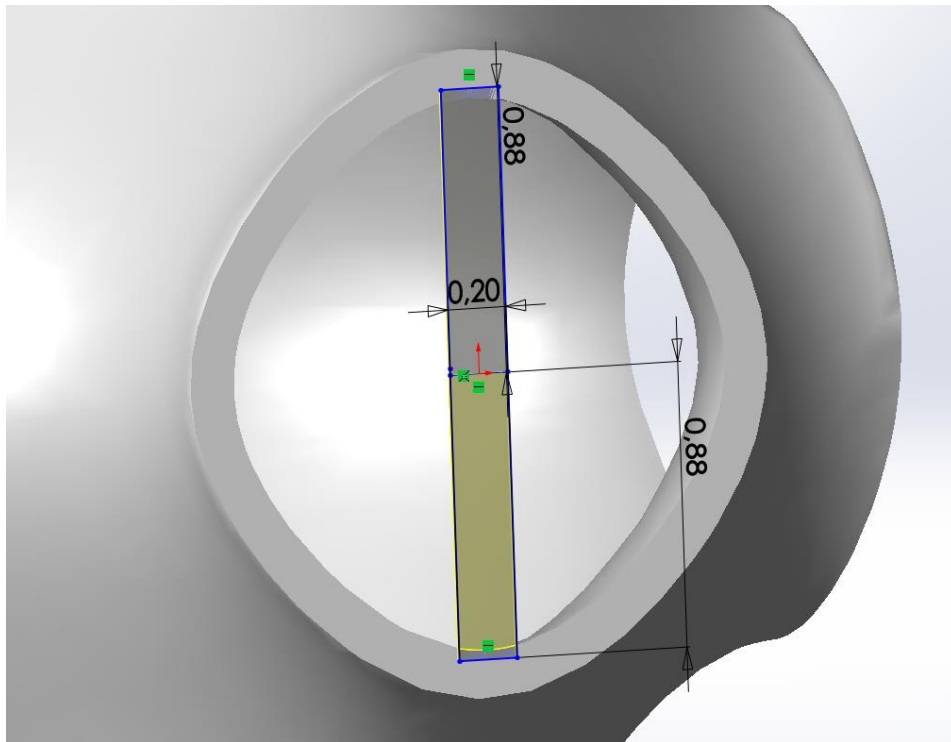
Passo 7 – Exportação do sólido obtido para o *SolidWorks* diretamente do programa em utilização com o comando *LiveTransfer*.



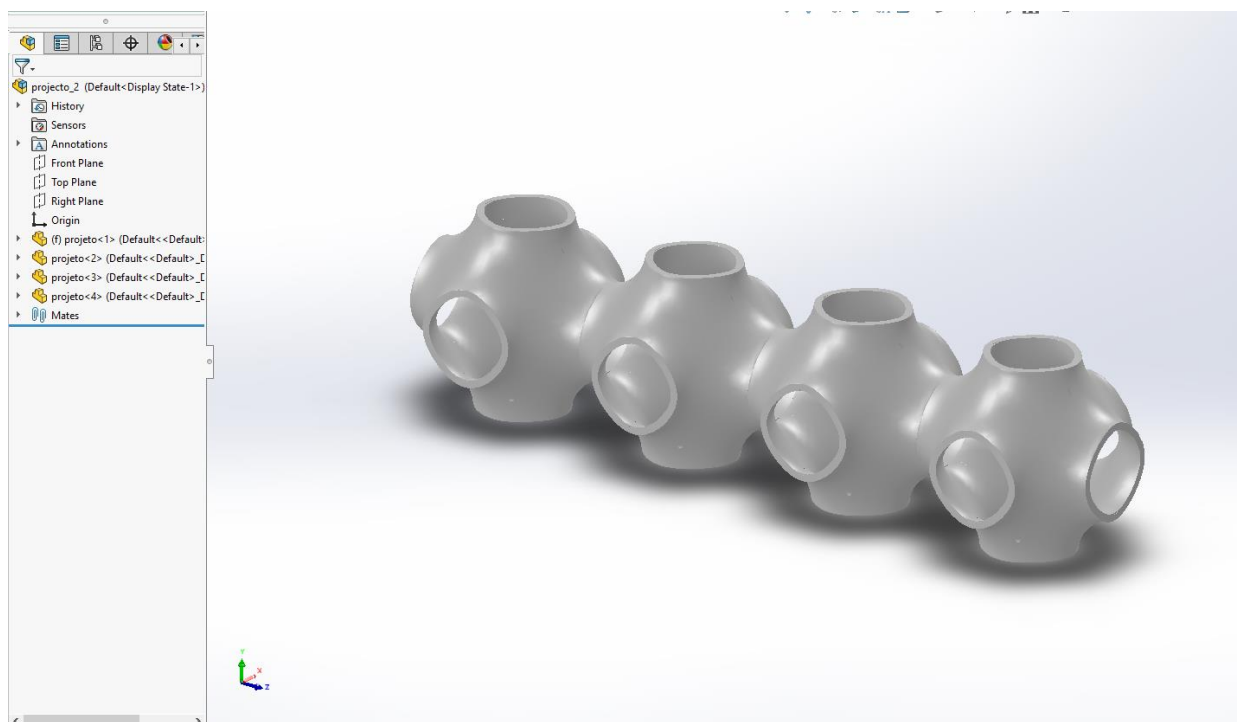
Passo 8 – No programa *SolidWorks*, usar o comando *Cut Extrude* de forma a eliminar as imperfeições apresentadas próximo das aberturas, de forma a permitir um contacto entre elementos perfeito o criar a matriz 4x4x4.

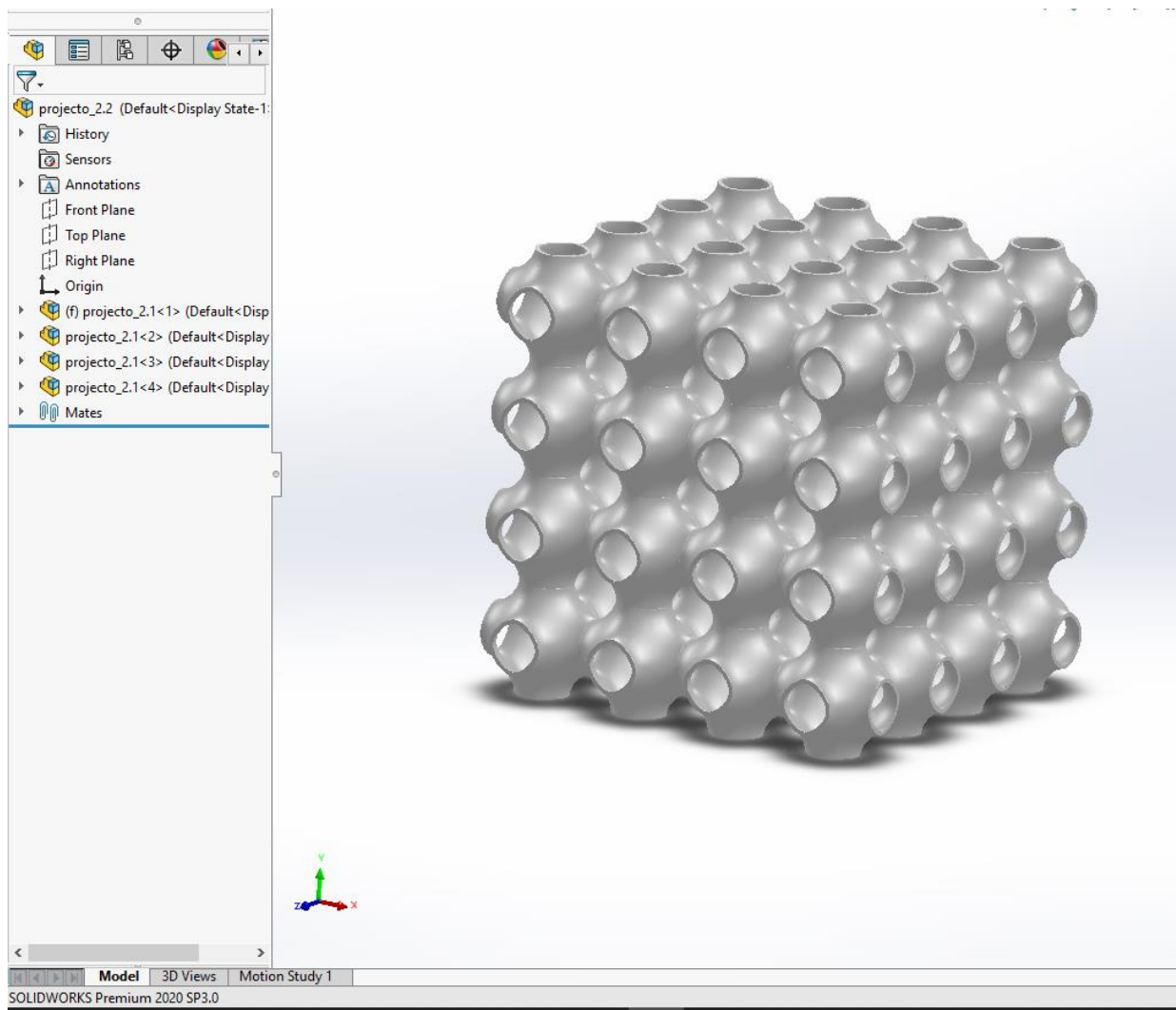
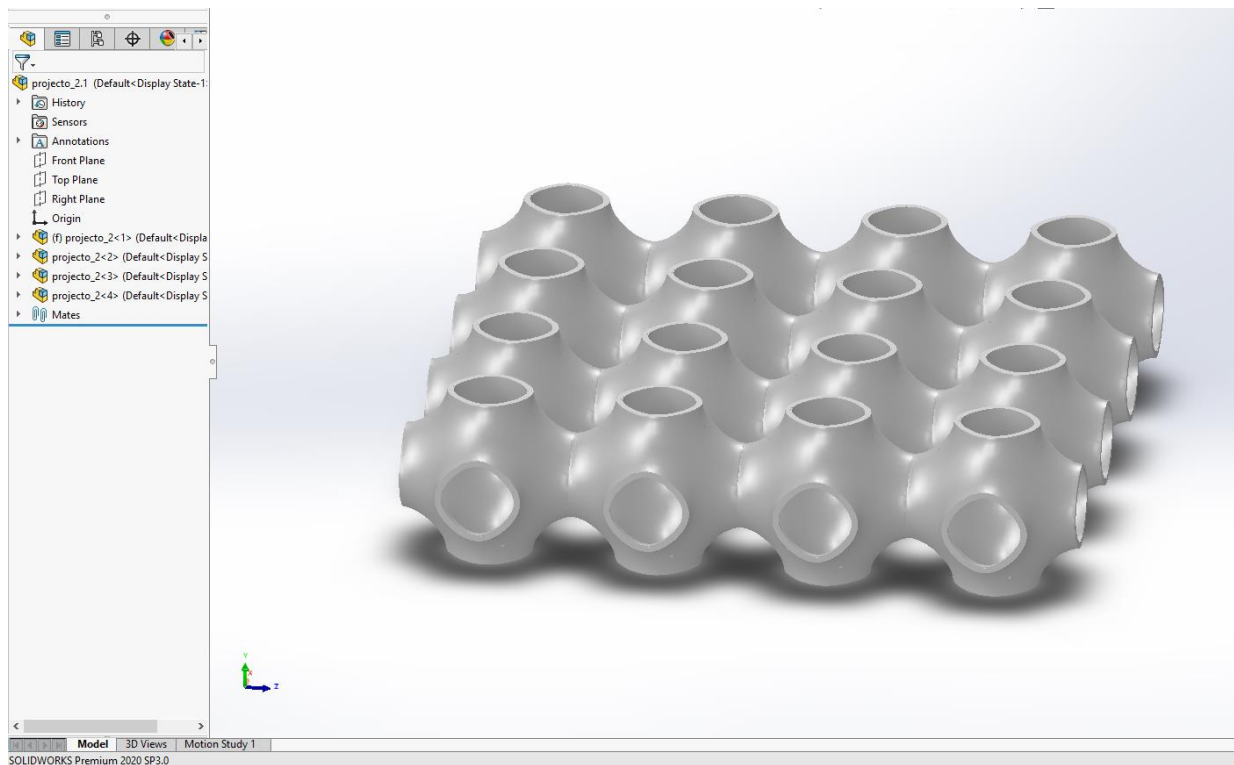


Passo 9 - Inserção de umas pequenas ranhuras em cada face de contacto do elemento de malha com o comando *Cut Extrude*, de forma a facilitar o perfeito alinhamento entre elementos no momento de gerar a matriz.

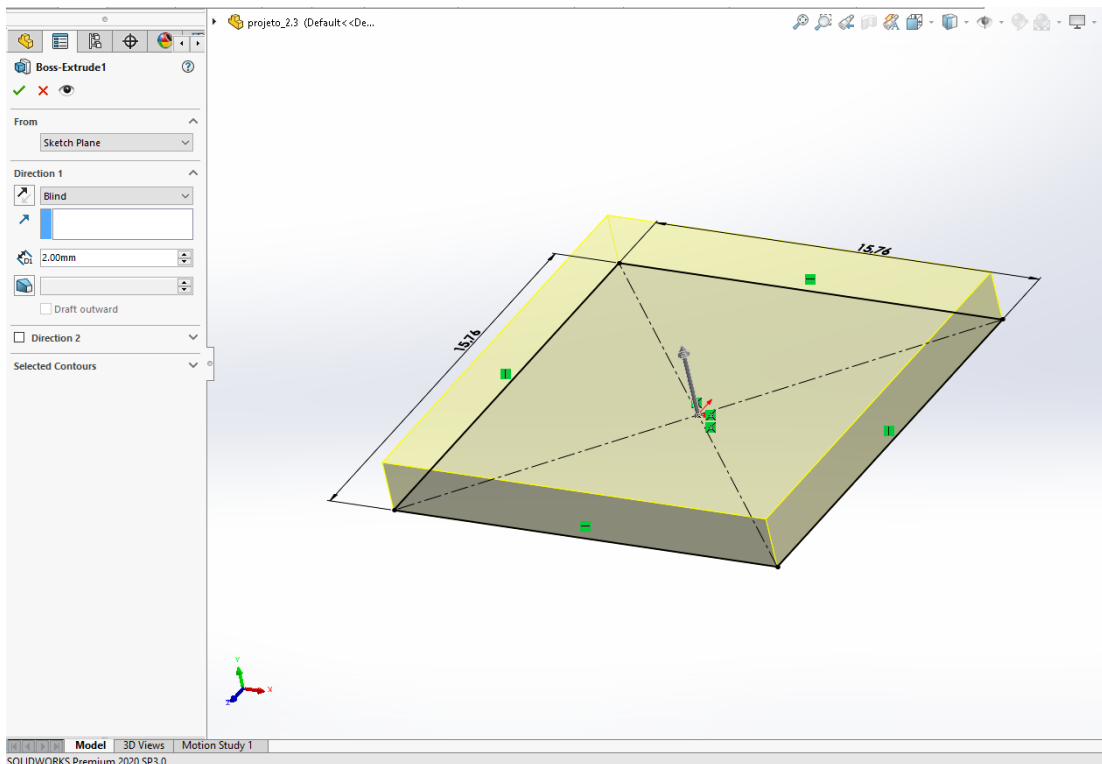


Passo 10 – Geração da matriz 4x4 através de um *Assembly*. De forma a facilitar o processo, começa-se por criar um *Assembly* com uma fila de quatro elementos, posteriormente quatro filas de quatro elementos cada e por fim a matriz completa.





Passo 11 – Criação das superfícies de união superior e inferior (são ambas a mesma superfície, basta criar uma) com o comando *Extrude Boss/Base*.



Passo 12 – Criação do *Assembly* final ao unir as superfícies de união à matriz celular, e consequente obtenção da estrutura TPMS final.

