XV CONGRESO INTERNACIONAL GALLEGO-PORTUGUÉS DE PSICOPEDAGOGÍA
4, 5 y 6 de septiembre de 2019, A Coruña, España
Asociación Científica Internacional de Psicopedagogía (ACIP)
Universidade da Coruña, Universidade do Minho
ACTAS

Resoluçao de problemas vs "suceso" escolar em Matemática

Problem solving vs school “success” in Mathematics

Letícia Gabriela Martins (0000-0002-1529-2830)*, Maria Helena Martinho (0000-0001-5697-1568)*

*CIEd, Universidade do Minho

Nota dos autores

Esta comunicação foi desenvolvida no âmbito do projeto SmartEGOV: Harnessing EGOV for Smart Governance (Foundations, Methods, Tools) NORTE-01-0145-FEDER-000037, cofinanciado pelo Programa Operacional Regional do Norte (NORTE 2020), através do PORTUGAL 2020 e do Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER). Foi ainda apoiada pelo CIEd – Centro de Investigação em Educação, projetos UID/CED/1661/2013 e UID/CED/1661/2016, Instituto de Educação, Universidade do Minho, através de fundos nacionais FCT/MCTES-PT.

Autor de contacto: Letícia Gabriela Martins, lgb.martins@hotmail.com

Resumo

É usual assumirmos que um aluno com sucesso em Matemática é aquele que tem boas notas nessa disciplina, e é normalmente visto como sendo um "bom aluno". No entanto, na maioria dos casos, essas notas são obtidas através de avaliações baseadas na resolução de exercícios, ou seja, tarefas em que o aluno tem apenas de aplicar regras e algoritmos previamente aprendidos e treinados muitas vezes. A questão que colocamos neste estudo é: se começássemos a fazer uma avaliação com base em resolução de problemas matemáticos, será que os "bons alunos" seriam os mesmos? Para tentar responder, foram definidos quatro objetivos, que passam por perceber se há alguma relação entre as notas dos alunos em Matemática, e as seguintes componentes da comunicação escrita: correção da resposta, clareza da resposta, tipo de fundamentação e representações utilizadas. Foram propostos dois problemas a 85 alunos do 12.º ano, de modo a serem posteriormente analisadas as suas resoluções. Através dessa análise e da comparação feita entre a mesma e as notas dos alunos na disciplina de Matemática, concluiu-se que não há uma relação direta entre as notas e o modo como os alunos resolvem problemas, ao contrário do que seria de esperar.
Palavras-chave: resolução de problemas, comunicação escrita, ensino secundário, matemática

Abstract

It is usual to assume that a successful student in Mathematics is the one who has good grades in Mathematics and is usually seen as being a "good student". However, in most cases, these grades are obtained through exercise-based assessment, tasks where the student just has to apply rules and algorithms previously learned and often trained. The question we ask in this study is: if we started doing an assessment based on mathematical problem solving, would the "good students" be the same? In order to try to answer this, four objectives were defined, which are to realize if there is any relationship between students' grades in Mathematics, and the following components of written communications: correction of the answer, clarity of the answer, type of reasoning and representations used. Two problems were proposed to 85 students of 12th grade to further analyse their resolutions. Though this analysis and the comparison between it and students' grades in Mathematics, it was concluded that there is no direct relationship between grades and the way students solve problems, contrary to what would be expected.
Keywords: problem solving, written communication, high school, mathematics

A resolução de problemas tem um papel importante na Matemática e deve ter um lugar de destaque no ensino da mesma (Cai & Lester, 2010). Aliás, em Portugal, a resolução de problemas está presente no currículo da disciplina de Matemática, em todos os anos de escolaridade obrigatória. Mais ainda, a resolução de problemas, juntamente com o raciocínio, constitui uma das dez áreas de competências consideradas no "Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória", documento criado pelo Ministério da Educação e Ciência (MEC) em 2017. No entanto, ainda encontramos muitos alunos portugueses que não estão habituados a resolver problemas matemáticos, já que o tipo de tarefas que lhes é maioritariamente, e quase exclusivamente, proposto são exercícios. Neste estudo, assumimos que um problema é uma tarefa que se pretende resolver, mas para a qual não se sabe um método prévio de resolução (Martins & Martinho, 2018).

Quando se resolvem problemas, a comunicação é um fator muito importante. Os alunos têm de fazer o registo escrito do seu raciocínio, e devem ter especial cuidado quando esse é o único elemento que se pode analisar para perceber qual o seu processo de resolução. Os alunos devem ainda ser capazes de analisar o problema, encontrar o melhor método de resolução e comunicar esses passos (Winchelt, 2009). Além disso, quando os alunos escrevem o seu raciocínio, devem fazê-lo com precisão e clareza, de forma a que as suas ideias sejam completamente compreendidas pelo leitor (Freeman, Higgins & Horney, 2016). Assim, percebemos que a comunicação escrita é um elemento importante na análise da forma como os alunos resolvem problemas matemáticos. Para facilitar essa análise, torna-se necessário estabelecer alguns critérios. Em primeiro lugar, podem ser definidos os três principais focos de análise: a interpretação do objetivo da tarefa, as justificações apresentadas e as representações utilizadas (Santos & Semana, 2014). Com base no modelo de Santos e Semana (2014), Martinho e Rocha (2017) também dividiram a análise da comunicação escrita em três pontos, sendo estes a compreensão do problema, a fundamentação da resposta e as representações utilizadas. Neste modelo, a compreensão do problema refere-se ao facto de o aluno mostrar que entendeu o que é pedido e se o aluno recolheu adequadamente a informação. Quanto à fundamentação da resposta, Martinho e Rocha (2017) dividem em duas categorias: o nível e o tipo de fundamentação. O nível de fundamentação inclui a correção, a clareza e a completude da resposta. Já o tipo de fundamentação é dividido pelas mesmas autoras em cinco possibilidades, sendo as primeiras quatro comuns ao modelo de Santos e Semana (2014): vaga, pouco clara ou pouco informativa; uso exclusivo de regras, algoritmos ou definições; descrição de carácter procedimental (na qual se explica o que é feito, mas não se justifica a razão para que isso

seja válido); justificação de caráter relacional (em que se explica a razão daquilo que é feito ser válido); recurso à experimentação. No que toca às representações, Santos e Semana (2014) referem a linguagem verbal (quando a resposta é dada através de linguagem natural), a representação icónica (quando são utilizados esquemas ou desenhos) e a representação simbólica (quando se recorre a símbolos numéricos e/ou algébricos).

Neste trabalho, iremos seguir as ideias destes modelos para analisar as resoluções dos alunos a um problema proposto. A caracterização das respostas será feita pelos seguintes pontos: (1) Fundamentação da resposta apresentada – consoante o nível de fundamentação (correção e clareza) e consoante o tipo de fundamentação (vaga ou pouco informativa, uso exclusivo de regras, recurso à experimentação, procedimental, relacional) – (2) Representações utilizadas – linguagem verbal, representação icónica e representação simbólica. Este modelo assemelha-se aos modelos referidos anteriormente. No entanto, o ponto relativo à compreensão do problema não está aqui referido já que consideramos que o facto de um aluno não compreender o problema é uma dificuldade na resolução do problema, e não um fator da comunicação escrita. Além disso, em nenhuma das respostas analisadas se observou verdadeiras dificuldades em compreender o problema. A completude também não foi incluída para a análise neste estudo, já que todos os alunos que responderam ao problema, fizeram-no de forma completa.

Agora que estão estabelecidos os critérios que nos vão ajudar a analisar as resoluções dos alunos a um determinado problema, passemos à questão do "sucesso" escolar em matemática ou, à noção do que é um bom aluno. De acordo com o estudo feito por Carvalho (2001), os professores questionados assumem que um bom aluno é aquele que participa, que consegue ser sociável com os colegas, que se envolve em atividades da escola, que tem espírito crítico, que cumpre as tarefas propostas, é rápido na sua aprendizagem e é organizado. No entanto, quando questionados sobre os seus próprios alunos, mostravam que assumiam que certos alunos eram "bons alunos", mesmo sem reunirem estas características, denunciando que, afinal, o bom aluno é aquele que tem boas notas. Já numa perspetiva dos alunos, Menandro e Souza (2010) perceberam que os alunos questionados assumem que o bom aluno é alguém estudioso, inteligente, esforçado, responsável e, entre outros aspetos, tira boas notas.

Apesar de, quando são efetuados questionários sobre o que é ser "bom aluno" ou ter "sucesso" escolar, serem referidos pelos inquiridos várias competências que o aluno deve ter para ser chamado de "bom aluno", em ambientes sociais mais informais não se apelida um "bom aluno"

apenas quando este reúne essas características. Normalmente, assumimos que um bom aluno é aquele que tem melhores notas, e praticamente nada mais além disso. Ou seja, um bom aluno é aquele que melhor aplica aquilo que é lecionado, entre regras e algoritmos, e o que melhor descodifica um exercício para perceber como terá de aplicar a matéria aprendida. Mas, e se os critérios usuais fossem alterados? Se começássemos a fazer uma avaliação com base em resolução de problemas matemáticos? Não necessariamente de modo exclusivo, mas como mais um elemento de avaliação a ter em consideração. Será que os alunos com melhores notas no sistema de avaliação usualmente adotado, também são os melhores a resolver problemas?

Foi com base nesta questão que se iniciou este trabalho de investigação. Para lhe dar resposta, foram definidos quatro objetivos que se pretende alcançar, nomeadamente perceber se há alguma relação entre as notas que os alunos têm na disciplina de Matemática e as seguintes componentes da comunicação escrita na resolução de um problema matemático: correção da resposta, clareza da resposta, tipo de fundamentação e representações utilizadas.

Método

Este estudo resulta de dados recolhidos em três turmas portuguesas do 12.º ano, do curso de Ciências e Tecnologias, na disciplina de Matemática A. Os alunos, num total de 85 jovens, tiveram 45 minutos para resolver, individualmente, dois problemas propostos (Apêndice 1). Estas turmas foram escolhidas por terem o mesmo professor de matemática e, portanto, serem submetidas a avaliações idênticas e a aulas lecionadas com um espírito semelhante. Assim, os critérios usados para a avaliação de todos os alunos são iguais, dando uma maior confiança a este estudo, já que tem como referências as notas dos alunos no 2.º Período deste ano letivo. Esta resolução de problemas foi proposta cerca de um mês antes de terminar o ano letivo e a maioria dos alunos não estavam habituados a resolver problemas em sala de aula.

Este estudo tem uma base de investigação qualitativa e quantitativa, em fases distintas da análise dos resultados. A investigação qualitativa tem algumas características, de acordo com Merriam (2009), que são encontradas neste estudo, como por exemplo: o investigador é o instrumento principal na recolha e análise dos dados, o investigador constrói ideias a partir da observação e de pensamentos intuitivos e, por fim, o produto da investigação é fortemente descritivo. Para este estudo, foi necessário fazer uma análise relativamente à forma como os alunos resolveram os problemas propostos, sob o olhar e interpretação da investigadora. Após essa análise,

foi feita uma investigação quantitativa, de modo a organizar os resultados obtidos, compará-los com as notas que os alunos tiveram em Matemática e retirar possíveis relações entre os dados, com os números que foram obtidos na análise anterior. Alguns aspetos referidos por Haegele e Hodge (2015) presentes na investigação quantitativa são, por exemplo, o facto de as conclusões serem indiferentes ao pensamento pessoal do investigador e o propósito da investigação ser prever possíveis relações entre os dados.

Resultados

Os dados recolhidos mostraram que não há uma relação direta entre as notas dos alunos e o modo como resolvem problemas. Para facilitar a apresentação dos resultados, as classificações dos alunos foram agrupadas em classes. Como as classificações variavam entre os 7 e os 20 valores, tentou-se fazer classes que separassem as notas negativas das positivas (ou seja, ter classes até aos 10 valores, exclusive, e classes a partir dos 10 valores, inclusive) e, além disso, fez-se uma divisão das classes de modo a que tivessem números de alunos semelhantes em cada classe Comecemos por apresentar os resultados relativos à correção das respostas aos dois problemas, que podem ser vistos na Tabela 1.

Tabela 1

Resultados referentes à percentagem de alunos que respondeu corretamente aos problemas

Classificação (2.º Período)	Número de alunos (Total: 85)	Correção do Problema 1	Correção do Problema 2
[19,20]	16	68,75%	81,25%
[16,19[	17	70,59%	47,06%
[13,16[	18	72,22%	27,78%
[10,13[	18	72,22%	33,33%
[7,10[	16	62,50%	31,25%

Seria compreensível que se esperasse uma maior percentagem de respostas corretas em alunos com classificações mais altas, no entanto, verifica-se um equilíbrio nas percentagens de respostas corretas pelas diferentes classes de classificação, principalmente no que diz respeito ao Problema 1. Relativamente ao Problema 2, percebemos que os alunos de 19 e 20 valores foram mais eficazes em alcançar a resposta correta, mas nas restantes classes mantém-se um equilíbrio semelhante ao que acontece no Problema 1. Vejamos agora a questão da clareza das respostas, apresentada na Tabela 2.

Tabela 2

Resultados referentes à clareza das respostas dos alunos

Classificação (2.º Período)	Número de alunos (Total: 85)	Clareza no Problema 1			Clareza no Problema 2		
		Baixa	Média	Alta	Baixa	Média	Alta
[19,20]	16	25%	31,25%	43,75%	-	18,75%	81,25%
[16,19[	17	11,76%	52,94%	35,29%	17,65%	17,65%	64,71%
[13,16[	18	27,78%	27,78%	44,44%	33,33%	16,67%	44,44%
[10,13[	18	27,78%	33,33%	38,89%	27,78%	33,33%	33,33%
[7,10[	16	31,25%	25%	43,75%	43,75%	12,50%	43,75%

No que toca à clareza das respostas, o equilíbrio nas percentagens mantém-se quando se classifica uma resposta com um nível alto de clareza, sendo que esse equilíbrio continua a ser mais visível no Problema 1. Já no Problema 2, à semelhança do que acontece na correção da resposta, observamos que os alunos de 19 e 20 valores foram os que mais responderam com um nível mais alto de clareza, sendo que nas restantes classes de classificações voltamos a ter o equilíbrio já referido anteriormente. Mas este equilíbrio desfaz-se quando se observa os tipos de fundamentação, como pode ser visto na Tabela 3.

Tabela 3

Resultados referentes ao tipo de fundamentação das respostas dos alunos

Classificação (2.º Período)	Número de alunos (Total: 85)	Tipo de fundamentação no Problema 1				Tipo de fundamentação no Problema 2			
		Vaga	Regras	P	R	Vaga	Regras	P	R
[19,20]	16	12,50%	68,75%	-	18,75%	-	56,25%	-	6,25%
[16,19[	17	5,88%	94,12%	-	-	11,76%	64,71%	5,88%	17,60%
[13,16[	18	22,22%	55,56%	-	22,22%	11,11%	38,89%	-	44,44%
[10,13[	18	16,67%	77,78%	-	5,56%	16,67%	44,44%	-	33,33%
[7,10[	16	25%	50%	-	25%	37,50%	50%	-	12,50%

Nota: "Vaga" representa o tipo de fundamentação vaga, pouco clara ou pouco informativa, "Regras" o uso exclusivo de regras, algoritmos, definições ou esquemas, "P" representa a justificação de caráter procedimental e "R" a justificação de caráter relacional. O recurso à experimentação não está aqui incluído, pois não se verificou em nenhuma resolução.

Se começarmos por observar os resultados do Problema 1, percebemos que a maioria dos alunos apresentou uma resposta cujo tipo de fundamentação era o uso exclusivo de regras, algoritmos ou esquemas. Este tipo de fundamentação é mais notório em alunos com classificações na classe [16,19[, algo que é também visível no Problema 2. Já as respostas vagas ou pouco

informativas, foram mais observadas nas resoluções de alunos com classificações inferiores a 10 valores mas, ao contrário do que se podia esperar, também foi nestes alunos que se encontrou mais respostas com tipo de fundamentação relacional. Relativamente ao Problema 2, os resultados estão numa ordem decrescente de uso do tipo de fundamentação vaga ou pouco informativa, sendo que os alunos com notas mais elevadas apresentam esse tipo de fundamentação numa percentagem inferior aos alunos com notas mais baixas. No que diz respeito ao tipo de fundamentação referente às regras, encontramos um equilíbrio, não havendo grandes diferenças entre as notas dos alunos que recorreram a esse tipo de fundamentação. Tentemos agora perceber se há alguma correlação entre as notas dos alunos e a representação que usaram quando resolveram estes problemas, através da Tabela 4.

Tabela 4

Resultados referentes às representações usadas nas respostas dos alunos

Classificação (2.º Período)	Número de alunos (Total: 85)	Representações no Problema 1			Representações no Problema 2		
		L. verbal	Icónica	Simbólica	L. verbal	Icónica	Simbólica
[19,20]	16	18,75%	87,50%	53,25%	43,75%	81,25%	-
[16,19[	17	5,88%	94,12%	41,18%	41,18%	82,35%	-
[13,16[	18	27,78%	72,22%	27,78%	50%	77,78%	-
[10,13[	18	16,67%	61,11%	72,22%	50%	83,33%	-
[7,10[	16	31,25%	68,75%	43,75%	25%	87,50%	6,25%

Nota: "L. verbal" representa a linguagem verbal. Este tipo de representação apenas foi considerado nos casos em que a linguagem verbal foi utilizada durante o processo de resolução do problema, e não apenas na conclusão da resposta ao mesmo.

Relativamente à linguagem verbal, no Problema 1 vemos que a classe em que mais percentagem de alunos utilizou este tipo de representação foi a classe dos alunos com classificação negativa e a classe em que menos alunos utilizaram foi a classe dos alunos com classificação entre 16 e 18 valores, inclusive. Seria expectável que os alunos com classificação mais elevada fossem os que apresentariam maior utilização da linguagem verbal, já que deveriam ter uma maior confiança e um maior domínio a nível de raciocínio para conseguirem registá-lo através de palavras com maior facilidade, mas não foi isto que se observou nas respostas ao Problema 1. Já no Problema 2, é notável um maior equilíbrio na utilização da linguagem verbal por parte dos alunos com classificações positivas. Passando à representação icónica, podíamos esperar que os alunos com classificação mais baixa recorressem mais facilmente a desenhos ou esquemas para explicar o seu

raciocínio, mas o que se verificou no Problema 1 foi que os alunos com menos de 13 anos recorreram em menor percentagem a este tipo de representação do que os alunos com notas mais altas. Além disso, no Problema 2 verifica-se um equilíbrio de percentagens de alunos que recorreram à representação icónica. Quanto à representação simbólica, no 1 encontramos uma maior utilização por parte dos alunos com classificações mais baixas, mas positivas, e uma menor percentagem de alunos que a utilizam na classe de notas entre 13 e 16 valores, sendo este uso mais equilibrado nas restantes três classes. No Problema 2 apenas um aluno recorreu a este tipo de representação, e esse aluno tinha classificação negativa na disciplina de Matemática.

Discussão

Ao elaborar este estudo, tínhamos como objetivo perceber se os alunos com melhores notas também eram os melhores a resolver problemas. Por outras palavras, queríamos perceber se havia alguma relação direta entre as notas que os alunos têm, e a forma como resolvem problemas e apresentam a sua resolução. Esta análise passava por perceber se haveria alguma ligação entre as notas na disciplina de Matemática e: a correção da resposta, a clareza da resposta, o tipo de fundamentação e as representações utilizadas. Em termos de correção das respostas, seria compreensível que se esperasse uma maior percentagem de respostas corretas em alunos com classificações superiores, no entanto, verifica-se um equilíbrio nas percentagens de respostas corretas pelas diferentes classes de classificações. Relativamente à clareza das respostas, o equilíbrio nas percentagens mantém-se quando se classifica uma resposta com um nível alto de clareza. Mas este equilíbrio desfaz-se quando se observa o tipo de fundamentação, já que encontramos uma maior percentagem de respostas vagas ou pouco informativas nas resoluções de alunos com classificações inferiores a 10 valores. Por fim, quanto ao tipo de representações utilizadas também não nos é possível estabelecer uma correlação direta entre a classificação do aluno e as representações que utiliza para resolver um dado problema. Isto mostra que, apesar de se assumir que a resolução de problemas tem um papel importante na Matemática e ainda que deve ter um lugar de destaque no ensino desta disciplina (Cai & Lester, 2010), na prática isso não acontece. Este estudo reforça a importância da diversidade de experiências a propor aos alunos para, desse modo, diferentes capacidades serem reveladas.

Referências

Cai, J. & Lester, F. (2010). Why is teaching with problem solving important to student learning? *Research Brief, 14,* 1-6.

Carvalho, M. P. (2001). Mau aluno, boa aluna? Como as professoras avaliam meninos e meninas. *Estudos Feministas, 9*(2), 554-574.

Freeman, B., Higgins, K. N., & Horney, M. (2016). How students communicate mathematical ideas: an examination of multimodal writing using digital technologies. *Contemporary educational technology, 7*(4), 281-313.

Haegele, J. A., & Hodge, S. R. (2015). Qualitative methodology: a guide for emerging physical education and adapted physical education researchers. *The physical educator, 72,* 59-75.

Martinho, M. H., & Rocha, H. (2017). A escrita matemática na resolução de um problema de geometria por alunos de Licenciatura em Educação Básica. In H. Oliveira, L. Santos, A. Henriques, A. P. Canavarro & J. P. da Ponte, *O ensino e a aprendizagem da Geometria*. Lisboa: EIEM, SPCE.

Martins, L. G., & Martinho, M. H. (2018). Estratégias, dificuldades e comunicação escrita de uma turma de 11.º ano na resolução de um problema matemático. In A. Rodrigues *et al.* (Eds.), *Livro de Atas do EIEM 2018, Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 305-320). Coimbra, Portugal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.

MEC (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória.* Lisboa: MEC.

Menandro, M. C. S., & Souza, L. G. S. (2010). O que é ser bom aluno? O que é parar de estudar? Representações sociais de estudantes do ensino médio. *Revista de Educação Pública, 19,* 75-94.

Merriam, S. B. (2009). *Qualitative Research: a guide to design and implementation* (2nd Edition). San Francisco: Jossey-Bass.

Santos, L., & Semana, S. (2014). Developing mathematics written communication through expository writing supported by assessment strategies. *Educational Studies in Mathematics*, *8*(1), 65-87.

Winchelt, L. (2009). Communication: a vital skill of Mathematics. *Action Research Projects, 18*.

Agradecimentos:

Esta comunicação foi desenvolvida no âmbito do projeto SmartEGOV: Harnessing EGOV for Smart Governance (Foundations, Methods, Tools) NORTE-01-0145-FEDER-000037, cofinanciado pelo

Programa Operacional Regional do Norte (NORTE 2020), através do PORTUGAL 2020 e do Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER). Foi ainda apoiada pelo CIEd – Centro de Investigação em Educação, projetos UID/CED/1661/2013 e UID/CED/1661/2016, Instituto de Educação, Universidade do Minho, através de fundos nacionais FCT/MCTES-PT.

Apêndice 1

Problema 1:

Um sapo está no fundo de um poço com 10 metros de profundidade. Durante o dia, o sapo sobe 4 metros através da parede do poço, mas, durante a noite, e enquanto dorme, escorrega e desce 2 metros. Desta forma, quantos dias levará o sapo a atingir o cimo do poço?

Problema 2:

Estávamos oito pessoas na sala. O Gilberto cumprimentou toda a gente. A Isabel cumprimentou seis pessoas e a Beta cinco. A Gui cumprimentou quatro e o Manuel três. O Rogério cumprimentou duas pessoas e a Alcina, apenas uma. Quem é que eu cumprimentei?