1 Introdução

Dos matemáticos da Antiga Grécia herdámos o rigor matemático. Desde então a Matemática é construída a partir de definições e axiomas e através de regras de inferência deduzem-se os teoremas. Durante mais de 2000 anos assistimos ao ensino da Matemática, especialmente ao da Geometria, baseado nestes pressupostos de construção científica. Actualmente a Matemática, em particular a que se ensina nos níveis pré-universitários, pretende ser muito mais experimental.

Na segunda metade do século XX, houve dois acontecimentos marcantes no que respeita a demonstrações matemáticas: o teorema de Fermat (provado por Andrew Wiles em 1994) e o teorema das quatro cores (provado por Kenneth Appel e por Wolfgang Haken em 1976). Estes dois teoremas geraram controvérsia, durante séculos, entre diversos matemáticos. Na demonstração destes dois teoremas surgiram algumas diferenças interessantes: o teorema de Fermat foi provado usando somente o "lápis e o papel", mas no teorema das quatro cores os computadores realizaram uma considerável parte. Se dúvidas ainda existissem, a demonstração do teorema das quatro cores veio mostrar que há um relacionamento íntimo entre os computadores e a Matemática. De facto, a Matemática está no centro da construção de computadores, programas de computadores e os computadores possuem um papel crescente na pesquisa pura da Matemática.

A Matemática pura prova teoremas, mas a ciência da Matemática tem um aspecto muito mais abrangente. Aplicações matemáticas tornaram-se partes integrantes, por si só. Muitas das aplicações de matemática utilizam intensamente os computadores. A Matemática, como ciência, tornou-se assim também mais experimental e na experimentação faz-se particularmente uma busca de padrões e de conexões.

De acordo com todo este cenário, o ensino da Matemática mudou drasticamente nos últimos anos. Até há bem pouco tempo falava-se da Matemática de "papel e lápis" uma vez que os recursos didácticos tradicionalmente utilizados no processo do ensino e aprendizagem da Matemática eram essencialmente o quadro preto, o lápis, a borracha e o papel. Nos dias de hoje, estes recursos têm pelo menos uma outra companhia: as tecnologias. Calculadoras e computadores tornaram-se um elemento presente e imprescindível e deste modo a Matemática passou a ser mais experimental e mais visual/geométrica. O ensino da Matemática passou de dedutivo para ser mais indutivo, numa tentativa de se obterem relações e/ou conclusões a partir do estudo de diversos casos especiais. As novas tecnologias têm também estado presentes nesta mudança de paradigma no ensino da Matemática.

Neste estado actual do ensino da Matemática ganham relevo especial as aplicações, a chamada Matemática do quotidiano e apresentam-se teorias relativas à chamada Modelação Matemática. A figura 1.1 ([43] p. 165) esquematiza este processo: perante uma situação do mundo real procedemos a uma formulação simplificada do problema mantendo as características essenciais e evitando-se assim um modelo desnecessariamente complicado. Posteriormente matematiza-se o problema através da escolha de um modelo matemático adequado (por exemplo, uma equação, um gráfico, uma função, etc.). Existem duas fases fundamentais na organização deste modelo: decidir quais são as variáveis relevantes, mantendo a lista de variáveis o mais curta possível, e procurar relações que liguem as variáveis escolhidas ([64] p. 115). Seguidamente e recorrendo à análise ou à tecnologia, procedemos à resolução matemática do problema

encontrando uma solução no interior do modelo. Em seguida é necessário interpretar a solução encontrada no contexto do problema. Por último procedemos à validação, ou seja, comparamos a solução obtida com a realidade. Se esta não for compatível com a realidade é preciso voltar ao início reformulando o modelo matemático.

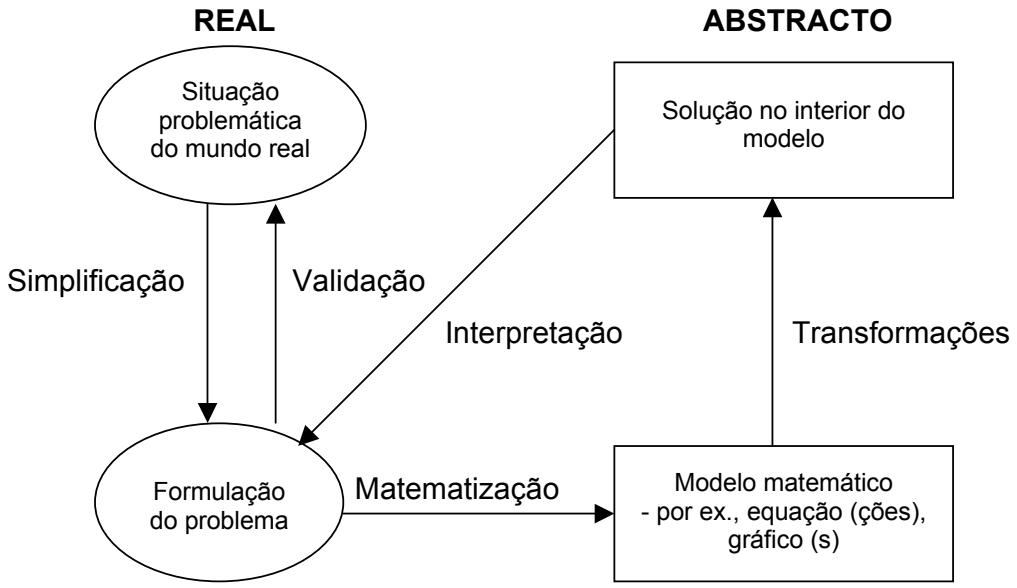


Fig. 1.1 – Modelação Matemática

Numa sociedade cada vez mais matematizada e informatizada é indispensável que os alunos conheçam as novas tecnologias. A disciplina de Matemática é uma boa oportunidade para o início deste conhecimento nomeadamente através da exploração das potencialidades das calculadoras. As calculadoras gráficas e os computadores, usados de uma forma adequada e eficiente, podem modificar aquilo que os estudantes aprendem, a forma como aprendem e são ensinados. Além disso, nos actuais programas de Matemática do Ensino Secundário, o uso das calculadoras gráficas é obrigatório. Mas a questão relevante que se coloca é a de se garantir um uso rigoroso da tecnologia gráfica. Estudos realizados demonstram que quando a tecnologia gráfica é bem utilizada, o aluno aprende Matemática de forma mais significativa. É claro que isto só é possível se o professor tiver, em particular, consciência das limitações da tecnologia e um conhecimento

sólido das razões que estão por detrás de determinados resultados "surpreendentes". Foi este um dos motivos que levou à realização deste estudo. De facto, ao longo dos últimos anos foram, em Portugal, surgindo alguns trabalhos que afloram as limitações das calculadoras gráficas. No entanto, parece não existir um trabalho sistemático sobre este assunto.

No capítulo 2 deste estudo, será efectuada uma breve referência à evolução da tecnologia educativa, com especial destaque para a calculadora gráfica. Será igualmente mencionado o papel da calculadora gráfica nos programas do Ensino Secundário, assim como as vantagens da sua utilização e a exploração de potenciais limitações.

Como quando se utiliza um determinado instrumento de trabalho, é necessário conhecer-se o seu modo de funcionamento, as suas capacidades e as suas limitações, no capítulo 3 deste estudo, far-se-á referência à aritmética computacional, nomeadamente o sistema de ponto flutuante das calculadoras gráficas.

O objectivo do capítulo 4 é abordar as diversas operações aritméticas em sistema de vírgula flutuante, o cancelamento subtractivo, o condicionamento e a estabilidade numérica.

Uma vez que uma das principais funções da calculadora gráfica no Ensino Secundário nacional é a representação gráfica de funções, todo o capítulo 5 é dedicado a este assunto. Nele são referidas as características principais de cada uma das máquinas gráficas utilizadas neste estudo, sendo igualmente apresentadas algumas situações em que os gráficos na calculadora poderão conduzir a conclusões erróneas.

No capítulo 6, *Sucessões e Funções*, serão abordados diversos temas que, de acordo com o programa oficial, deverão ser leccionados com o auxílio da calculadora gráfica, a saber: o número de Neper como o limite de uma sucessão, limites de funções, pontos críticos e assimptotas, estudo de

zeros e resolução de equações, resolução de inequações, continuidade de uma função, derivadas e ainda a convergência de séries[1].

No capítulo 7 deste trabalho pretende-se dar a conhecer a forma como as limitações da calculadora gráfica são abordadas nos manuais escolares do Ensino Secundário actualmente em vigor.

Assumimos por conseguinte que o principal objectivo deste estudo é o de clarificar, através de um estudo sistemático, as variadas implicações para o ensino das funções reais de variável real do tratamento do conjunto dos números reais como conjunto finito, discreto e limitado que a calculadora gráfica nos oferece.

[1] Este tema não faz parte do programa do Ensino Secundário, mas o seu estudo afigura-se-nos estrutural nomeadamente no que ao conhecimento do professor de Matemática diz respeito.