Universidade do Minho
Escola de Economia, Gestão e Ciência Política
Departamento de Gestão

José João Torres Oliveira

Entre o Caos e a Instabilidade Estrutural: A Dinâmica Temporal das Indústrias Têxtil e Metalúrgica em Portugal.

junho de 2026

Entre o Caos e a Instabilidade Estrutural: A Dinâmica Temporal das Indústrias Têxtil e Metalúrgica em Portugal.

José João Torres Oliveira

UMinho | 2026

Universidade do Minho
Escola de Economia e Gestão

José João Torres Oliveira

Entre o Caos e a Instabilidade Estrutural: A Dinâmica Temporal das Indústrias Têxtil e Metalúrgica em Portugal.

Dissertação de Mestrado

Mestrado em Gestão

Especialização em Gestão Geral

Trabalho efetuado sob a orientação de

José António Almeida Crispim

junho de 2026

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.
Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.
Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.



Atribuição-NãoComercial-SemDerivações
CC BY-NC-ND
https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/

AGRADECIMENTOS

Gostaria de começar por agradecer ao meu orientador, Professor Doutor José Crispim, por toda a atenção, disponibilidade e apoio ao longo do desenvolvimento da dissertação. Foi, sem dúvida, uma peça fundamental neste trabalho, acreditou na minha visão, nas ideias que procurei colocar em prática e ajudou-me sempre a seguir pela melhor direção.

Aos meus pais, deixo um agradecimento especial por todo o apoio, dedicação e sacrifícios que fizeram ao longo do meu percurso académico. Sem eles, nada disto seria possível e, por isso, serei eternamente grato.

À minha irmã e à minha namorada, por terem estado sempre do meu lado durante todo este percurso e por nunca deixarem de acreditar em mim.

Por fim, um obrigado a todos que, de alguma forma, contribuíram para o meu crescimento e desenvolvimento ao longo desta jornada.

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.
Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

DECLARAÇÃO DE USO DE FERRAMENTAS DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL (IA)

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri a qualquer forma de utilização indevida de ferramentas de Inteligência Artificial (IA), nem à falsificação ou omissão de informações, fontes, dados, resultados ou processos em nenhuma das etapas conducentes à sua elaboração.
Declaro ainda que qualquer utilização de ferramentas de IA foi feita de forma transparente e responsável, encontrando-se devidamente assinalada/descrita no trabalho, e que procedi à verificação crítica da exatidão do conteúdo produzido com o seu apoio, assumindo integralmente a responsabilidade pelo que submeto.
Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho, bem como as normas aplicáveis de integridade académica e de proteção de dados.

Entre o Caos e a Instabilidade Estrutural: A Dinâmica Temporal das Indústrias Têxtil e Metalúrgica em Portugal.

RESUMO

O presente estudo analisa a dinâmica temporal dos indicadores económicos setoriais das indústrias têxtil e metalúrgica em Portugal e procura compreender se a sua evolução é melhor explicada por processos caóticos determinísticos ou pela presença de instabilidade estrutural e mudanças de regime. Para responder a esta questão, a metodologia utilizada combina duas abordagens distintas: uma análise de dinâmica não linear baseada na Teoria do Caos, seguida da identificação de quebras estruturais através do método de Bai-Perron, complementada por uma análise de volatilidade móvel. A amostra utilizada compreende 300 observações mensais relativas ao período de janeiro de 2000 a dezembro de 2024, com base em três indicadores económicos setoriais: Produção, Volume de Negócios e Consumo Energético. Os resultados afastam a hipótese de existência de comportamento caótico determinístico para ambos os setores. Ainda assim, as séries revelam dependência temporal, não sendo compatíveis com processos puramente aleatórios. Em contrapartida, foram identificados múltiplos regimes estruturais em ambas as indústrias ao longo do período analisado, coincidindo com momentos de disrupção macroeconómica identificáveis, como a crise financeira de 2008, a crise da dívida soberana europeia e a pandemia do COVID-19. Verificou-se ainda que o Consumo Energético tende a antecipar mudanças nos restantes indicadores, sugerindo um possível papel de alerta precoce na dinâmica industrial de ambos os setores. Conclui-se que a complexidade observada não resulta de uma dinâmica determinística, mas da exposição contínua a choques externos e de reconfigurações estruturais recorrentes ao longo do tempo, com implicações relevantes para o planeamento estratégico e para a formulação de políticas industriais orientadas para a resiliência.

Palavras-Chave: Dinâmica não Linear, Indústria Metalúrgica, Indústria Têxtil, Quebras Estruturais, Teoria do Caos

Between Chaos and Structural Instability: The Temporal Dynamics of the Textile and Metallurgical Industries in Portugal

ABSTRACT

This study analyses the temporal dynamics of sectoral economic indicators in the textile and metallurgical industries in Portugal and seeks to determine whether their evolution is better explained by deterministic chaotic processes or by the presence of structural instability and regime changes. To address this question, the methodology combines two distinct approaches: a nonlinear dynamics analysis based on Chaos Theory, alongside the detection of structural breaks using the Bai-Perron method, complemented by a rolling volatility analysis. The sample includes 300 monthly observations covering the period from January 2000 to December 2024, based on three sectoral economic indicators: Production, Turnover, and Energy Consumption.

The results do not support the presence of deterministic chaotic behavior in either sector. However, the series show evidence of temporal dependence, suggesting that their behavior is not consistent with purely random processes. In contrast, multiple structural regimes have been found in both industries throughout the period analyzed, coinciding with recognizable episodes of macroeconomic disruption, such as the 2008 financial crisis, the European sovereign debt crisis, and the COVID-19 pandemic.

Furthermore, the Energy Consumption variable appears to anticipate changes in the remaining indicators, suggesting a potential early warning role in industrial dynamics. It is concluded that the observed complexity does not stem from deterministic dynamics, but rather from continuous exposure to external shocks and recurring structural reconfigurations over time, with implications for strategic planning and the design of resilience-oriented industrial policies.

Keywords: Chaos Theory, Metallurgical Industry, Nonlinear Dynamics, Structural Breaks, Textile Industry

ÍNDICE

Agradecimentos v
Resumo vii
Abstract viii
Lista de Figuras xi
Lista de Tabelas xii
1. Introdução 1
2. Revisão de literatura 3
2.1 Limitações dos Modelos Lineares na Análise de Séries Económicas 3
2.2 Não Linearidade em Séries Económicas 4
2.3 Evidência e Limitações na Identificação de Caos Determinístico 6
2.4 Instabilidade Estrutural e Mudanças de Regime 7
2.5 Quebras Estruturais em Séries Económicas 8
2.6 Implicações e Definição de Hipóteses 9
3. Metodologia 11
3.1 Estratégia de Pesquisa e Seleção da Literatura 11
3.2 Ambiente Computacional 12
3.3 Dados e Caracterização da Amostra 12
3.4 Tratamento dos Dados 14
3.5 Teste de Independência (BDS) 16
3.6 Análise de Dinâmica Não Linear e Teoria do Caos 16
3.7 Quebras Estruturais e Volatilidade 21
4. Resultados 24
4.1 Indústria Metalúrgica 25
4.1.1 Teste BDS 25
4.1.2 Análise Não Linear 25
4.1.3 Quebras Estruturais (Bai-Perron) 30
4.1.4 Volatilidade Móvel 31
4.2 Indústria Têxtil 33

4.2.1 Teste BDS 33
4.2.2 Análise Não Linear 34
4.2.3 Quebras Estruturais (Bai-Perron) 39
4.2.4 Volatilidade Móvel 40
5. Discussão de Resultados 43
5.1 Fundamentos da dinâmica: ausência de caos determinístico 43
5.2 Natureza do sistema: quebras estruturais e volatilidade 44
5.3 Evidência de Instabilidade Estrutural: choques externos, transmissão e diferenciação das variáveis 45
5.4 Síntese Comparativa: dinâmicas, vulnerabilidade e mecanismos de transmissão 47
6. Conclusões 49
6.1 Principais resultados 49
6.2 Implicações Económicas 49
6.2.1 Diferenciação Setorial e Implicações para a Política Industrial 49
6.2.2 Padrões de Instabilidade e Monitorização 50
6.2.3 Implicações para Instrumentos de Política Pública 50
6.3 Contribuições do Estudo 51
7. Limitações e Linhas de Investigação Futura 52
Referências Bibliográficas 54
Apêndice I – Script em R 64
Apêndice II – Resultados dos Testes de Robustez 71
Apêndice III – Resultados da Dimensão de Correlação 74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Projeção 2D da variável Produção (Metalurgia) 26
Figura 2 - Projeção 2D da variável Volume de Negócios (Metalurgia) 27
Figura 3 - Projeção 2D da variável Consumo Energético (Metalurgia) 27
Figura 4 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Produção (Metalurgia) 28
Figura 5 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Volume de Negócios (Metalurgia) 29
Figura 6 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Consumo Energético (Metalurgia). 29
Figura 7 - Volatilidade móvel da variável Produção (Metalurgia) 32
Figura 8 - Volatilidade móvel da variável Volume de Negócios (Metalurgia) 32
Figura 9 - Volatilidade móvel da variável Consumo Energético (Metalurgia) 33
Figura 10 - Projeção 2D da variável Produção (Têxtil) 35
Figura 11 - Projeção 2D da variável Volume de Negócios (Têxtil) 35
Figura 12 - Projeção 2D da variável Consumo Energético (Têxtil) 36
Figura 13 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Produção (Têxtil) 37
Figura 14 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Volume de Negócios (Têxtil) 37
Figura 15 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Consumo Energético (Têxtil) 38
Figura 16 - Volatilidade móvel da variável Produção (Têxtil) 40
Figura 17 - Volatilidade móvel da variável Volume de Negócios (Têxtil) 41
Figura 18 - Volatilidade móvel da variável Consumo Energético (Têxtil) 41

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Estatísticas descritivas das variáveis 13
Tabela 2 - Síntese comparativa dos resultados 24
Tabela 3 - Síntese comparativa das indústrias metalúrgica e têxtil 47

1. INTRODUÇÃO

A compreensão da dinâmica económica dos setores industriais constitui um dos principais desafios da economia aplicada, especialmente em contextos caracterizados por incerteza e exposição a fatores externos. A forma como as indústrias evoluem ao longo do tempo, seja de forma previsível e gradual, ou através de ruturas e reajustamentos, tem implicações diretas para a gestão empresarial, para o planeamento estratégico e para o desenho de políticas industriais eficazes.

É neste enquadramento que se insere o presente estudo, que tem como objeto de análise as indústrias têxtil e metalúrgica portuguesas, dois dos setores com maior peso na estrutura industrial do país e com características estruturais distintas. A indústria têxtil caracteriza-se por ser uma atividade com elevada exposição à concorrência internacional, dependência de mão-de-obra e influenciada pela componente sazonal. Já a indústria metalúrgica, por sua vez, apresenta uma dinâmica predominantemente cíclica e uma maior sensibilidade às flutuações da conjuntura macroeconómica global. Esta diferenciação torna a análise comparativa entre os dois setores metodologicamente relevante, na medida em que permite avaliar se os padrões dinâmicos observados são específicos de cada setor ou transversais às atividades industriais portuguesas.

Embora existam vários estudos sobre dinâmica económica, a caracterização destes processos continua a ser um desafio, sobretudo quando a evolução das séries pode refletir comportamentos não lineares, períodos de instabilidade e mudanças de regime. Assim, a utilização de abordagens exclusivamente lineares pode ser insuficiente para captar a complexidade destes fenómenos, o que justifica a aplicação de métodos capazes de capturar as diferentes dimensões da dinâmica temporal das séries.

Neste contexto, este estudo tem como objetivo analisar a natureza da dinâmica temporal dos indicadores económicos setoriais das indústrias têxtil e metalúrgica em Portugal, procurando compreender de que forma essa dinâmica evolui ao longo do tempo.

A questão de investigação pela qual o presente trabalho se fundamenta é a seguinte: Qual é a natureza da dinâmica temporal dos indicadores económicos setoriais das indústrias têxtil e metalúrgica em Portugal?

Esta questão prende-se com a natureza dos processos que governam a evolução dos sistemas económicos, nomeadamente compreender se essa evolução é mais bem descrita por processos caóticos determinísticos ou pela presença de instabilidade estrutural e mudanças de regime.

Para responder à questão de investigação, o estudo desenvolve-se em duas fases complementares. Numa primeira etapa, é aplicada uma análise de dinâmica não linear, baseada na teoria do caos. Numa segunda etapa, a análise é complementada com o método de Bai-Perron para a deteção de quebras estruturais, acompanhado de uma análise de volatilidade móvel. Esta combinação de abordagens permite não apenas caracterizar a natureza da dinâmica subjacente às séries, mas também identificar os momentos em que essa dinâmica se altera de forma persistente ao longo do tempo. A amostra utilizada compreende 300 observações mensais para cada setor, abrangendo o período de janeiro de 2000 a dezembro de 2024, com base em três indicadores económicos setoriais: *Produção*, *Volume de Negócios* e *Consumo Energético*.

O estudo encontra-se organizado em sete capítulos. Após esta introdução, o segundo capítulo apresenta a revisão de literatura, onde são discutidos os principais conceitos teóricos e formuladas as hipóteses de investigação. O terceiro capítulo descreve a metodologia adotada, incluindo a apresentação dos dados, o respetivo tratamento e os métodos utilizados. O quarto capítulo apresenta os resultados obtidos para ambas as indústrias, seguido do quinto capítulo, dedicado à discussão comparativa dos resultados. O sexto capítulo apresenta as conclusões do estudo e as suas implicações económicas, e o sétimo capítulo identifica as limitações do trabalho e propõe linhas de investigação futura.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Limitações dos Modelos Lineares na Análise de Séries Económicas

Os modelos lineares utilizados na análise de séries temporais baseiam-se em pressupostos de linearidade e de estabilidade dos parâmetros, o que implica que as relações entre variáveis permanecem estáveis ao longo do tempo. No entanto, a literatura tem demonstrado que estas condições frequentemente não se verificam em dados económicos, sendo que modelos lineares tendem a falhar em contextos caracterizados por interações não lineares (Shojaie & Fox, 2022).

Uma das limitações principais destes modelos consiste na sua incapacidade de captar comportamentos não lineares. A evidência empírica mostra que as séries económicas apresentam frequentemente dependências de natureza não linear e relações de ordem superior que não são captadas por especificações lineares, envolvendo interações mais complexas entre variáveis ao longo do tempo (Bradley & Kantz, 2015; Clements et al., 2004). Adicionalmente, Petrică et al. (2016) mostram que séries económicas apresentam propriedades como assimetria e períodos de oscilação na volatilidade, o que dificulta a capacidade dos modelos lineares em captar essas características. Nestas condições, os modelos lineares tendem a pressupor relações médias e simétricas, o que pode levar a uma representação inadequada da dinâmica económica das séries. Esta situação torna-se ainda mais evidente quando se consideram contextos reais influenciados por choques e eventos externos, nos quais modelos como os ARIMA, ao assumirem padrões lineares, podem não refletir adequadamente a complexidade dos dados observados (Liu, 2024).

Para além da não linearidade, a estabilidade dos parâmetros constitui outro dos pressupostos que nem sempre estes modelos conseguem garantir. A evidência empírica indica que instabilidade estrutural é vista como uma caraterística frequente nas séries temporais, sendo que alterações de política económica, choques externos ou até mudanças de política institucional podem levar a mudanças nos parâmetros ao longo do tempo (Andrews, 1993; Aue & Horváth, 2013). Ainda Koop & Potter (2001) demonstram que a não consideração destas alterações pode levar à identificação incorreta de não linearidades, quando estas refletem, na realidade, mudanças estruturais nos dados.

Assim, a existência de instabilidade estrutural, faz com que por vezes, as séries económicas sejam caracterizadas por mudanças de regime, nas quais o comportamento das variáveis difere entre estados distintos do sistema, como períodos de expansão e recessão ou contextos de elevada e baixa volatilidade.

A utilização de modelos de mudança de regime surge precisamente para lidar com esta característica, ao demonstrar que especificações exclusivamente lineares, não são suficiente para descrever a evolução das séries temporais (Krolzig, 1997). De forma consistente, Shen et al. (2022) mostra que modelos lineares tradicionais podem ser insuficientes para capturar estas dinâmicas, sendo estas melhor representadas pela utilização de modelos que pressupõe instabilidade.

2.2 Não Linearidade em Séries Económicas

São vários os estudos que têm vindo a demonstrar de forma consistente que as séries económicas apresentam dependência não linear, contrariando o pressuposto de linearidade subjacente aos modelos tradicionais. A aplicação de testes gerais de linearidade tem vindo a rejeitar esta hipótese em diversos contextos macroeconómicos e industriais, como mostram Terasvirta & Anderson (1992), sugerindo a presença de estruturas dinâmicas mais complexas.

Esta evidência não se restringe a um conjunto específico de variáveis ou mercados, sendo que é observada em diferentes tipos de dados económicos. Lee et al. (1993) demonstram que, mesmo após a remoção de componentes lineares, há padrões de dependência que permanecem e que não podem ser explicados por modelos lineares, sugerindo que a não linearidade constitui uma característica intrínseca das séries económicas. Majeed et al. (2021) mostram empiricamente a existência de não linearidade na relação entre consumo de energia, crescimento económico e qualidade ambiental, evidenciada por efeitos assimétricos entre choques positivos e negativos. De forma consistente, Ling et al. (2022) reforçam essa ideia ao mostrar que as relações entre globalização, desenvolvimento financeiro e recursos naturais são caracterizadas por comportamentos não lineares e assimétricos. Adicionalmente, Chowdhury et al. (2023) documentam a presença de multifractalidade em séries financeiras, evidenciando a existência de dependência não linear, auto-semelhança e estruturas dinâmicas complexas.

Ainda assim, a identificação de não linearidade levanta alguns desafios metodológicos relevantes. Em determinados casos, a evidência de não linearidade pode refletir a presença de mudanças estruturais ou alterações nos parâmetros ao longo do tempo, em vez de uma verdadeira dinâmica não linear. Koop & Potter (2001) mostram que a consideração explícita de instabilidade estrutural pode reduzir significativamente a evidência de não linearidade, o que exige cautela na interpretação dos resultados.

De forma complementar, Banerjee et al. (2017) demonstram que séries económicas são frequentemente caracterizadas por quebras estruturais não lineares, cuja não consideração pode levar

a problemas de especificação e conclusões enviesadas. Já Brooks (1996) demonstra a presença generalizada de não linearidade em séries financeiras, salientando, contudo, que esta é frequentemente dominada por efeitos de volatilidade condicional, o que limita a identificação de estruturas não lineares mais complexas. Adicionalmente, Hillebrand & Medeiros (2016) evidenciam que a distinção entre não linearidade e dependência de longo prazo não é totalmente clara, uma vez que estes fenómenos podem dar origem a padrões estatísticos semelhantes.

2.2.1 Não Linearidade e Caos Determinístico

A distinção entre não linearidade e caos determinístico é fundamental na análise de séries temporais, uma vez que estes dois fenómenos são frequentemente associados, mas correspondem a conceitos distintos. Hsieh (1991) demonstra que a rejeição de hipóteses de independência, por vezes interpretada como evidência de dinâmica complexa ou caótica, pode refletir apenas a presença de dependência não linear ou heterocedasticidade, sem implicar necessariamente a existência de dinâmica caótica determinística.

Sendo assim, a não linearidade refere-se à existência de relações não proporcionais entre variáveis e que pode eventualmente dar a origem a comportamentos como assimetrias e mudanças de regime. Já o caos determinístico corresponde a um caso específico de dinâmica não linear, no qual regras determinísticas podem gerar trajetórias sensíveis às condições iniciais e com comportamento irregular, como demonstrado no modelo de Lorenz (1993). No contexto económico, Granger (1991) analisa a evidência empírica para séries económicas e conclui que, embora existam indícios de não linearidade, não se encontram provas robustas da presença de caos determinístico. De forma consistente, Faggini (2011) mostra que, apesar da evidência generalizada de não linearidade em dados económicos, a evidência de caos permanece limitada e empiricamente controversa.

Esta distinção significa que a presença de não linearidade, por si só, não constitui evidência suficiente de comportamento caótico. Na verdade, vários sistemas não lineares apresentam dinâmicas mais regulares e previsíveis, como a existência de ciclos mais estáveis ou ajustamentos suaves entre regimes. Como discutido por Kantz & Schreiber (2004), a não linearidade constitui uma característica geral de muitos sistemas dinâmicos, enquanto o caos determinístico exige condições adicionais, como sensibilidade às condições iniciais, dinâmica aperiódica e a existência de atratores estranhos.

Adicionalmente, na análise de sistemas complexos, conceitos como fractalidade e multifractalidade são utilizados na análise de séries económicas, sobretudo como formas de caracterizar a complexidade e dependência (Madani & Ftiti, 2022). Ainda assim, a presença destas propriedades não constitui, por si

só, evidência de comportamento caótico. A fractalidade descreve propriedades de auto-semelhança que podem emergir tanto em processos lineares com memória longa como em sistemas não lineares. Por sua vez, a multifractalidade, reflete a existência de múltiplas escalas de dependência e é muitas vezes interpretada como evidência de dinâmica complexa, mas não implica necessariamente a presença de caos determinístico (Mensi et al., 2020). Ainda Jiang et al. (2019) reforçam que estas propriedades podem resultar de diferentes mecanismos, como a existência de dependência de longo prazo, devendo por isso ser interpretadas com prudência.

2.3 Evidência e Limitações na Identificação de Caos Determinístico

A hipótese de comportamento caótico em séries económicas tem sido investigada através da aplicação de ferramentas de dinâmica não linear, como o expoente de Lyapunov, dimensão de correlação e reconstrução do espaço de fases. Sendo assim, são vários os estudos que têm procurado aplicar estas abordagens a séries económicas com o objetivo de avaliar a existência de dinâmicas caóticas. Hanias et al. (2020) aplicam este método a séries de preços de ações e identificam expoentes de Lyapunov positivos, interpretando os resultados como evidência de dinâmica caótica na presença de ruído. De forma semelhante, Alves (2022) reconstrói o espaço de fases de índices bolsistas e obtém resultados compatíveis com comportamento caótico, ainda que associados à instabilidade dos resultados. Já Ndofor et al. (2018) analisam a dinâmica de 19 setores industriais da economia dos Estados Unidos, demonstrando que os ambientes industriais apresentam características consistentes com sistemas caóticos, nomeadamente não linearidade e sensibilidade às condições iniciais. A evidências de caos tem sido também identificada em outros setores como nos mercados energéticos, com Bildirici et al. (2020) a demonstrar que os preços do petróleo apresentam dinâmicas não lineares e comportamentos compatíveis com caos.

Ainda assim, a deteção de dinâmica não linear e caótica em séries económicas apresenta algumas limitações metodológicas significativas, decorrentes das características dos próprios dados e da sensibilidade dos métodos utilizados. Brock (1986) analisa séries macroeconómicas e mostra que testes destinados a identificar caos produzem evidência fraca, concluindo que modelos autorregressivos com ruído podem reproduzir padrões semelhantes aos observados nos dados. Gao et al. (2013) demonstram que a estimação de expoentes de Lyapunov em séries económicas é altamente sensível à presença de ruído, podendo gerar valores positivos mesmo na ausência de dinâmica determinística.

A dificuldade em distinguir entre caos determinístico e processos estocásticos complexos é também evidenciada por Henry & Judge (2019) que demonstram que a análise de séries temporais económicas complexas enfrenta limitações na identificação da verdadeira natureza dinâmica dos sistemas, devido ao facto que os dados observados são frequentemente ruidosos, indiretos e resultam de processos estocásticos difíceis de distinguir. Esta ideia é reforçada por Bradley & Kantz (2015) indicando que a distinção entre caos e estocasticidade complexa constitui um dos principais desafios na análise de séries temporais.

A frequência dos dados representa outro fator que condiciona a identificação de caos. Barnett et al. (1995) demonstram que a utilização de dados de baixa frequência pode eliminar dependências temporais relevantes, afetando a robustez das conclusões. Ainda Ramsey et al. (1990) analisam o comportamento de estimadores de dimensão em amostras reduzidas e demonstram que os dados económicos são, por vezes, insuficientes para identificar estruturas caóticas de forma fiável.

Por último, Zou et al. (2019) destacam que a identificação de dinâmicas não lineares é altamente sensível à escolha de parâmetros de embedding, sendo que especificações inadequadas podem conduzir a estimativas enviesadas.

Assim, a aplicação de métodos baseados na teoria do caos tem gerado resultados distintos na literatura, sugerindo que a identificação de comportamento caótico em séries económicas continua a constituir um desafio empírico significativo.

2.4 Instabilidade Estrutural e Mudanças de Regime

A evolução das séries económicas ao longo do tempo está longe de ser estável, sendo frequentemente marcada por alterações significativas na sua dinâmica e estrutura. Esta instabilidade manifesta-se através da variação dos parâmetros dos modelos, que compromete a validade de especificações lineares com parâmetros constantes. Stock & Watson (1996) demonstram que múltiplas relações macroeconómicas nos Estados Unidos apresentam instabilidade estrutural, ao evidenciarem que os parâmetros evoluem ao longo do tempo e que modelos estáticos têm dificuldade em capturar essa dinâmica. De forma consistente, Rapach & Wohar (2006) mostram que modelos aplicados a retornos de acionistas apresentam instabilidade nos parâmetros ao longo do tempo.

A presença desta instabilidade tem conduzido ao desenvolvimento de modelos que permitem identificar a existência de diferentes estados ou regimes económicos. Hamilton (1989) demonstra que o ciclo económico pode ser descrito como uma alternância entre regimes de expansão e recessão, enquanto

um dos seus estudos posteriores evidencia que estas mudanças se estendem a variáveis financeiras, refletindo alterações na volatilidade e na persistência dos choques (Hamilton & Susmel, 1994). Esta ideia é reforçada através da identificação de transições de regime associadas a episódios de elevada incerteza, como demonstrado por Baek et al. (2020) durante a pandemia de COVID-19.

Para além de mudanças discretas entre regimes, vários estudos mostram que a dinâmica das séries também pode evoluir de forma gradual. Chen & Hong (2012) mostram que os parâmetros podem variar constantemente ao longo do tempo, captando processos de ajustamento progressivo, enquanto Bai & Wang (2011) mostram que modelos com regimes condicionais permitem identificar variações dinâmicas que não são visíveis em modelos lineares.

Por outro lado, há estudos que demonstram que a instabilidade temporal está associada a choques macroeconómicos. Altig et al. (2020) mostram que a pandemia do COVID-19 provocou um aumento anormal da incerteza económica, com impactos significativos na atividade económica, enquanto Hong et al. (2021) identificam alterações estruturais nos mercados acionistas norte-americanos no mesmo período. Resultados consistentes são obtidos por Dias et al. (2020), que documentam instabilidade nas propriedades dos mercados financeiros internacionais durante episódios de crise.

Assim, esta instabilidade tem implicações diretas na interpretação dos resultados empíricos, na medida em que padrões frequentemente atribuídos a dinâmicas não lineares podem, em alguns casos, resultar da presença de mudanças estruturais não consideradas. Koop & Potter (2001) mostram que evidência que aparenta ser não linearidade pode refletir instabilidade estrutural, reforçando a necessidade de modelos que permitam identificar explicitamente mudanças de regime e quebras estruturais.

2.5 Quebras Estruturais em Séries Económicas

Na sequência da evidência apresentada na secção anterior, a instabilidade nas séries económicas pode traduzir-se em alterações na sua estrutura ao longo do tempo, sendo que muita das vezes essas mudanças estão associadas à presença de quebras estruturais. Estas quebras correspondem a mudanças nos parâmetros dos modelos, como a média e a variância ou nas relações entre variáveis, resultando de choques económicos, alterações de política ou transformações institucionais (Casini & Perron, 2018).

São vários os estudos que confirmam de forma consistente a presença de quebras estruturais em diferentes áreas da economia. Check & Piger (2021) evidenciam a existência de múltiplas quebras em

séries macroeconómicas, destacando a incerteza associada ao número e localização dessas mudanças, enquanto Kar et al. (2013) identificam transições entre diferentes regimes de crescimento económico.

Além disso, a ocorrência de quebras estruturais está frequentemente associada a eventos económicos relevantes, como crises financeiras, alterações de política económica ou choques externos. Cró & Martins (2017) mostram que quebras na procura turística internacional coincidem com episódios de crise, enquanto Hong et al. (2021) identificam alterações estruturais nos mercados acionistas norte-americanos associadas à pandemia de COVID-19. De forma semelhante, Guliyev & Tatoğlu (2023) identifica quebras estruturais na relação entre consumo de energia e crescimento económico em países europeus ao longo do tempo. Estes resultados reforçam a ideia de que a instabilidade nas séries económicas reflete, em grande medida, mudanças reais no enquadramento económico.

Para além disso, a existência de quebras tem implicações diretas na análise econométrica, uma vez que a sua omissão pode conduzir a estimativas enviesadas e a interpretações incorretas da dinâmica económica. Assim, ao não considerar a sua existência, a validade dos resultados econométricos pode estar comprometida, conduzindo a estimativas inconsistentes e inferência inválida (Baltagi et al., 2016). Ainda Casini & Perron (2018) demonstram que ignorar estas alterações compromete a estimação dos modelos, podendo gerar conclusões erradas sobre as relações entre variáveis. Resultados semelhantes são evidenciados por Sandal & Cemrek (2019) e Saungweme & Odhiambo (2021), que mostram que a não consideração de quebras estruturais pode levar a uma caracterização incorreta das propriedades das séries temporais.

Neste contexto, a análise de quebras estruturais requer a utilização de métodos que permitam determinar de forma endógena o número e a localização das mudanças ao longo do tempo, permitindo caracterizar as alterações de regime existentes nas séries.

2.6 Implicações e Definição de Hipóteses

A análise da literatura mostra que séries temporais económicas apresentam simultaneamente não linearidade, instabilidade estrutural e mudanças de regime, o que compromete a utilização de modelos lineares com parâmetros constantes. Os resultados discutidos nos capítulos anteriores mostram que a não linearidade é uma característica comum das séries económicas, enquanto a evidência de caos determinístico existe, no entanto permanece limitada e dependente de escolhas metodológicas.

Neste enquadramento, o estudo coloca-se na interseção entre abordagens, ao procurar distinguir empiricamente entre dinâmicas caóticas e instabilidade estrutural como fontes da complexidade

observada. Assim, tendo por base os contributos teóricos e empíricos discutidos, definem-se as seguintes hipóteses de investigação:

H1: As séries temporais dos indicadores económicos setoriais apresentam um comportamento compatível com dinâmica caótica determinística.

H2: As séries temporais dos indicadores económicos setoriais apresentam quebras estruturais ao longo do período em análise.

3. METODOLOGIA

3.1 Estratégia de Pesquisa e Seleção da Literatura

A revisão de literatura desenvolvida neste estudo teve como objetivo identificar contributos teóricos e empíricos que fossem relevantes para a análise da dinâmica de séries temporais económicas. Assim, a estratégia de pesquisa teve como foco temas como a não linearidade, a teoria do caos, instabilidade estrutural e quebras de regime.

Para esse efeito, foi feita uma pesquisa através de bases de dados científicas utilizadas na área da economia e gestão, nomeadamente a Scopus, ScienceDirect e Google Scholar. Estas bases de dados permitiram ter acesso a um conjunto diversificado de artigos científicos e outros trabalhos académicos, a partir dos quais foram retiradas informações consideradas relevantes para o estudo.

A identificação dos estudos baseou-se na utilização de diferentes combinações de palavras-chave, de acordo com as dimensões abordadas ao longo da revisão. Por um lado, foram considerados termos associados aos fundamentos teóricos e metodológicos, como “chaos theory”, “nonlinear dynamics”, “deterministic chaos”, “Lyapunov exponent”, “correlation dimension”, “fractal analysis”, “multifractal analysis”, “volatility”, “structural breaks”, “regime changes”, “structural changes”. Por outro lado, foram incluídos termos relacionados com o contexto económico e industrial, como “economic time series”, “industrial sector”, “macroeconomic series”, “market dynamics”, “energy markets”, “financial markets” e “industrial dynamics”.

O processo de seleção dos estudos seguiu uma lógica progressiva. Numa fase inicial, foram analisados os resumos e as conclusões dos artigos identificados, no entanto, sempre que necessário, foi feita uma leitura integral dos estudos, sobretudo nos casos em que os resultados ou as abordagens metodológicas apresentavam maior potencial de contributo para a investigação.

O critério de inclusão basou-se em estudos que aplicam metodologias de análise não linear a séries temporais económicas, nomeadamente testes de dependência, análise fractal e multifractal, estimação do expoente de Lyapunov, dimensão de correlação e reconstrução do espaço de fases, bem como abordagens relacionadas com instabilidade estrutural e modelos de quebras de regime como o teste de Bai-Perron. Para além de artigos científicos, foram também considerados alguns capítulos de livros.

Por outro lado, foram excluídos trabalhos que se centravam em domínios não relacionados com a análise de séries temporais económicas, como aplicações em física ou biologia que não apresentam ligação a sistemas económicos ou industriais.

Este processo resultou na seleção dos estudos considerados mais adequados aos objetivos da investigação, permitindo a criação de uma revisão de literatura consistente e alinhada com a problemática do estudo. Desta forma, foram incluídas as diferentes perspetivas teóricas, o que assegura um enquadramento consistente do estudo e a fundamentação das hipóteses de investigação formuladas.

3.2 Ambiente Computacional

A implementação empírica do estudo foi realizada através do R, com recurso a diferentes pacotes ao longo das várias etapas da análise. A desagregação temporal das séries foi realizada com recurso ao pacote *tempdisagg* (Sax & Steiner, 2013), o ajustamento sazonal pelo método X-13 ARIMA-SEATS através do pacote *seasonal* (Sax & Eddelbuettel, 2018), e o teste BDS foi implementado com o pacote *tseries* (Trapletti & Hornik, 2026). A análise de dinâmica não linear, incluindo a reconstrução do espaço de fases, a estimação do Expoente de Lyapunov e da Dimensão de Correlação, foi efetuada através do pacote *nonlinearTseries* (Garcia, 2026). Já a identificação de quebras estruturais pelo método de Bai-Perron e a análise de volatilidade móvel foram feitas através do pacote *strucchange* (Zeileis et al., 2003) e *zoo* (Zeileis & Grothendieck, 2005), respetivamente.

O código em R utilizado na implementação empírica encontra-se disponível no Apêndice I, permitindo a reprodutibilidade dos resultados apresentados.

3.3 Dados e Caracterização da Amostra

A metodologia do estudo baseia-se na análise de três indicadores económicos setoriais da indústria têxtil e da indústria metalúrgica portuguesa, ao longo do período compreendido entre janeiro de 2000 e dezembro de 2024. A amostra observada inclui um total de 300 observações mensais para ambos os setores, sendo que as variáveis se encontram expressas sob a forma de índices (2021=100), permitindo a comparação relativa da evolução dos indicadores ao longo do tempo.

Os dados utilizados foram recolhidos através de bases de dados oficiais: o indicador *Produção* e *Volume de Negócios* foram obtidos através de fontes oficiais da Comissão Europeia (Eurostat, 2026a, 2026b) e o indicador *Consumo Energético* através de dados disponibilizados pela DGEG (Direção-Geral de Energia e Geologia, 2026).

A seleção destes indicadores foi feita com o objetivo de representar a dinâmica económica dos setores, considerando três dimensões fundamentais da sua atividade: **(1)** ***Produção****:* pressupõe-se que a produção reflete o output/capacidade produtiva da indústria; **(2)** ***Volume de Negócios****:* representa o

desempenho económico da setor, ao refletir tanto o nível de receita como a procura pelos bens produzidos; **(3)** ***Consumo Energético****:* capta a dimensão estrutural de custos, em setores caracterizados por intensidade energética.

A escolha comparativa entre a indústria têxtil e a indústria metalúrgica justifica-se pelas diferenças estruturais entre os dois setores. O setor têxtil caracteriza-se pela exposição à concorrência internacional, sazonalidade e dependência de mão-de-obra, enquanto o setor da metalurgia apresenta uma dinâmica mais cíclica e com maior sensibilidade a flutuações macroeconómicas. Assim, esta distinção permite avaliar se a dinâmica observada é específica de cada setor ou se é transversal às atividades industriais portuguesas.

A Tabela 1 apresenta as estatísticas descritivas dos indicadores analisados, para as indústrias metalúrgica e têxtil ao longo do período em estudo.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas das variáveis

Variável	**Estatística**	**Metalúrgica**	**Têxtil**
Produção	Média	78.16	112.48
	Mediana	81.55	107.40
	Desvio-padrão	20.99	32.41
	Mínimo	24.00	43.30
	Máximo	120.10	199.40
Volume de Negócios	Média	75.33	103.72
	Mediana	73.75	100.95
	Desvio-padrão	21.65	26.76
	Mínimo	30.60	41.60
	Máximo	150.80	182.50
Consumo Energético	Média	88.09	130.43
	Mediana	91.15	118.54
	Desvio-padrão	18.52	49.62
	Mínimo	37.17	29.03
	Máximo	121.90	265.70

Nota: As variáveis Produção, Volume de Negócios e Consumo Energético encontram-se expressas em índice, com base 2021=100.

Observa-se que a indústria têxtil apresenta valores médios superiores em todas as variáveis, com níveis mais elevados de produção, volume de negócios e consumo energético. Em particular, a variável *Consumo Energético,* regista os valores médios mais elevados em ambos os setores.

Relativamente à dispersão, a indústria têxtil revela uma maior variabilidade nas três variáveis, destacando-se o *Consumo Energético*, cujo desvio padrão é consideravelmente superior ao registado na indústria metalúrgica. A variável *Volume de Negócios* regista uma elevada amplitude em ambas as indústrias, enquanto o indicador *Produção* apresenta uma dispersão mais moderada, ainda que superior no setor têxtil.

Os resultados indicam que a indústria têxtil apresenta maior escala e variabilidade, enquanto a indústria metalúrgica aparenta ter um comportamento relativamente mais estável.

3.4 Tratamento dos Dados

3.4.1 Desagregação Temporal (Método Chow-Lin)

Na ausência de indicadores mensais diretos para o Consumo Energético ao nível setorial, a série que estava inicialmente disponível em frequência anual, foi desagregada para periodicidade mensal. Neste sentido, foi aplicado o método de Chow & Lin (1971) com estimação de parâmetros por máxima verosimilhança em log-níveis.

O método baseia-se na utilização de um indicador auxiliar, considerando uma relação entre a série de baixa frequência e as variáveis explicativas de maior frequência. Formalmente, o modelo pode ser representado como:

$$y_t^L = \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_{it} + u_t \quad (3.1)$$

onde y_t^L representa a série de baixa frequência, x_{it} as variáveis auxiliares, β_i os parâmetros a estimar e u_t o termo de perturbação.

O indicador auxiliar escolhido foi a variável *Produção*, sendo esta escolha justificada pela relação existente entre a atividade produtiva e o consumo energético no setor industrial, sendo a produção um dos principais determinantes do consumo energético ao nível setorial. O aumento da produção e da atividade industrial está associado a uma maior procura de energia, refletindo a ligação entre o nível de output e o consumo energético ao longo do tempo (Haberl et al., 2020; Lamb et al., 2021).

Adicionalmente, foi imposta uma restrição de benchmarking no procedimento, para garantir que a soma das estimativas mensais reproduz exatamente o valor total anual reportado. Esta restrição pode ser expressa como:

$$\sum_{t \in A_j} y_t^L = Y_j^A \quad (3.2)$$

onde Y_j^A corresponde ao valor anual observado e A_j ao conjunto de períodos mensais que compõem esse ano.

3.4.2 Ajustamento e Transformação das Processamento das Séries

Uma vez que o estudo recorre a duas abordagens metodológicas distintas, a preparação das séries temporais foi realizada de forma diferenciada. Assim, o tratamento dos dados foi feito tendo em conta os pressupostos exigidos por cada técnica, garantindo a consistência da análise.

(1) Análise de Dinâmica Não-Linear (Teoria do Caos): As séries temporais, no seu modo bruto, foram ordenadas cronologicamente e posteriormente submetidas a uma normalização z-score. Embora os indicadores tenham sido analisados de forma univariada, esta transformação permite padronizar as variáveis e estabilizar a procura de vizinhos próximos na análise do espaço de fases, ao estabelecer uma métrica de distância uniforme.

A normalização é formalmente definida como:

$$z_t = \frac{x_t - \mu}{\sigma} \quad (3.3)$$

onde $x_t$representa a observação original, μ a média da série e σ o desvio padrão.

Adicionalmente, optou-se por não aplicar nenhum filtro estatístico de ajuste sazonal ou de calendário, com o objetivo de preservar a estrutura original das séries temporais. Na análise não linear, neste caso da teoria do caos, em que se procede à reconstrução do espaço de estados, este tipo de transformações pode alterar as propriedades da dinâmica do sistema e afetar a identificação de padrões não lineares. Assim, a utilização das séries na sua forma original permite preservar a dinâmica subjacente.

(2) Análise de Quebras Estruturais (Bai-Perron): Para a análise de quebras estruturais, as séries foram transformadas através do seu logaritmo natural, permitindo estabilizar a variância e mitigar eventuais problemas de heteroscedasticidade. Posteriormente, procedeu-se ao ajustamento sazonal

através do método X-13 ARIMA-SEATS (Sax & Eddelbuettel, 2018), método que é utilizado por instituições como o U.S. Census Bureau e Eurostat na decomposição de séries económicas.

Esta transformação é importante para a aplicação do teste de Bai-Perron, pois permite que sejam removidos efeitos de sazonalidade e calendário, garantindo que as quebras estruturais correspondem efetivamente a mudanças de regime. Este procedimento foi aplicado a ambas as indústrias. No caso da indústria têxtil, tendo em conta a natureza da sua atividade industrial, é possível evitar-se a deteção de falsos positivos associados a flutuações sazonais. Já na indústria metalúrgica, embora a componente sazonal seja de menor magnitude, o ajustamento foi igualmente efetuado para assegurar consistência no tratamento estatístico e garantir a identificação adequada das quebras estruturais.

3.5 Teste de Independência (BDS)

Para validar se as séries temporais apresentam uma estrutura não aleatória, que justifique a aplicação de uma metodologia adequada à sua dinâmica, foi utilizado o teste BDS, desenvolvido por Brock et. al (1996), que permite avaliar se uma série é compatível com um processo independente e identicamente distribuído (i.i.d.), isto é, um processo puramente aleatório sem estrutura temporal entre observações.

A estatística BDS é definida como:

$$W_{m,\varepsilon} = \sqrt{n}\,\frac{C_m(\varepsilon) - C_1(\varepsilon)^m}{\sigma_{m,\varepsilon}} \quad (3.4)$$

onde $C_m(\varepsilon)$ representa a integral de correlação na dimensão m, $C_1(\varepsilon)$ corresponde à dimensão univariada, e $\sigma_{m,\varepsilon}$ é o desvio-padrão da estatística.

Sob a hipótese nula de independência, verifica-se que $C_m(\varepsilon) = C_1(\varepsilon)^m$. Assim, desvios desta condição indicam a presença de dependência na série, rejeitando a hipótese de independência e sugerindo a existência de estrutura não aleatória. Ainda assim, a rejeição da hipótese nula não permite identificar a natureza da dependência detetada, sendo que esta pode resultar de linearidade não modelada, heterocedasticidade condicional ou não linearidade estrutural.

O teste foi aplicado às séries, considerando diferentes dimensões de embedding (m = 2, 3) e valores do parâmetro de proximidade ($\varepsilon = 0.5\sigma, 1\sigma, 1.5\sigma, 2\sigma$), de forma a testar a robustez do BDS em diferentes escalas conforme discutido em Brock et al. (1996)

3.6 Análise de Dinâmica Não Linear e Teoria do Caos

O objetivo desta análise consistiu em tentar compreender qual é a dinâmica subjacente às indústrias analisadas. Neste sentido, este capítulo procura avaliar se os indicadores industriais analisados para cada setor evidenciam uma dinâmica compatível com caos determinístico, caracterizada por sensibilidade às condições iniciais ou se a sua evolução é mais bem explicada por processos estocásticos.

A identificação de dinâmica caótica determinística baseia-se não apenas num único critério, mas requer a verificação simultânea de três condições: **(i)** a existência de um expoente de Lyapunov positivo e robusto; **(ii)** a presença de um plateau estável na dimensão de correlação; **(iii)** evidência de organização geométrica no espaço de estados.

Na ausência de consistência entre as diferentes condições ou na presença de sensibilidade à parametrização, não é possível sustentar a hipótese de caos determinístico, sendo a dinâmica mais compatível com processos de natureza estocástica.

3.6.1 Reconstrução do Espaço de Fases e Teorema de Takens

A análise foi realizada através de uma abordagem univariada, baseada no Teorema de Takens (1981). De acordo com o teorema, é possível reconstruir o espaço de estados de um sistema dinâmico a partir da observação de uma única variável escalar, recorrendo à construção de vetores de atraso temporal. Esta abordagem assume que a variável observada retém informação suficiente sobre a dinâmica subjacente do sistema.

A reconstrução do espaço de fases pode ser formalmente representada como:

$$X_t = \left(x_t, x_{t-\tau}, x_{t-2\tau}, \dots, x_{t-(m-1)\tau}\right) \quad (3.5)$$

onde τ representa o atraso temporal e m a dimensão de embedding.

A importância deste teorema reside no facto de permitir a reconstrução da dinâmica do sistema a partir de uma única variável observada, mesmo na ausência de informação multivariada completa.

3.6.2 Parâmetros de Reconstrução (AMI e FNN)

A determinação do atraso temporal ótimo (τ) foi realizada através da *Average Mutual Information* (AMI), seguindo o critério de Fraser & Swinney (1986). Este método permite capturar dependências não lineares, ao selecionar um atraso temporal que reduz a redundância entre as componentes do vetor de embedding e preserva informação acerca da dinâmica do sistema. O atraso τ é determinado com base no primeiro mínimo da função de informação mútua.

A Average Mutual Information (AMI) é dada por:

$$\mathrm{I}(\tau) = \sum_{x_t, x_{t+\tau}} p(x_t, x_{t+\tau}) \log\left(\frac{p(x_t, x_{t+\tau})}{p(x_t)\, p(x_{t+\tau})}\right) \quad (3.6)$$

onde $\mathrm{p}(x_t, x_{t+\tau})$ representa a distribuição conjunta e $\mathrm{p}(x_t)$, $\mathrm{p}(x_{t+\tau})$ as distribuições marginais.

Já a dimensão de embedding (m) foi estimada através do método de *False Nearest Neighbours* (FNN) desenvolvido por Kennel et al. (1992). O princípio subjacente a esta técnica consiste em avaliar se os vizinhos no espaço reconstruído permanecem próximos quando a dimensão aumenta, e assim evitar subdimensionamento e sobredimensionamento da trajetória no espaço de fases.

Assim, o critério do método baseia-se na proporção de vizinhos que deixam de ser próximos à medida que a dimensão aumenta, sendo essa proporção utilizada para determinar a dimensão de embedding adequada.

Formalmente, para cada ponto $X_{t_{NN}}^{m}$ no espaço de estados reconstruído, identifica-se o seu vizinho mais próximo $X_{t_{NN}}^{m}$ e avalia-se a variação da distância ao aumentar a dimensão de embedding para $m + 1$, através da seguinte razão:

$$R_t(m) = \frac{\left|x_{t+m\tau} - x_{t_{NN}+m\tau}\right|}{\left\|X_t^m - X_{t_{NN}}^m\right\|} \quad (3.7)$$

Um vizinho é classificado como falso quando $R_t(m) > R_{tol}$, sendo a proporção de falsos vizinhos dada por:

$$FNN(m) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} 1(R_t(m) > R_{tol}) \quad (3.8)$$

A dimensão de embedding ótima corresponde ao menor valor de m para o qual $FNN(m) \approx 0$, indicando que a dinâmica do sistema está completamente desdobrada no espaço de fases reconstruído Além disso, a aplicação destes métodos é suportada pela sua utilização e validação no contexto de análise de séries temporais reais como em Wallot & Mønster (2018), que demonstram a eficácia do AMI e FNN na captura de dinâmicas não lineares e na estimação adequada dos parâmetros de embbeding.

3.6.3 Janela de Theiler

Dado que as séries temporais apresentam dependência temporal, foi introduzida uma Janela de Theiler (W≥12) na estimação de métricas baseadas em vizinhos.

A Janela de Theiler define o número mínimo de observações que devem separar dois pontos para que possam ser considerados vizinhos no espaço de fases, podendo ser expressa como:

$$| t_i - t_j | \leq \mathrm{W} \quad (3.9)$$

sendo que apenas os pontos que satisfazem $| t_i - t_j | > \mathrm{W}$ são considerados candidatos a vizinhos, onde W representa a largura da janela de exclusão temporal.

Conforme demonstrado por Theiler (1986), a proximidade temporal entre observações pode gerar falsos vizinhos no espaço de fases, e consequentemente, enviesar as métricas baseadas no espaço de fases. Sendo assim, a introdução desta janela permite excluir da análise pontos temporalmente demasiado próximos, ao evitar que dependências de curto prazo influenciem a identificação de vizinhos no espaço de fases.

Neste sentido, a escolha de W≥12 está associada à periodicidade mensal das séries, ao assegurar que observações separadas por menos de um ciclo anual não sejam consideradas vizinhas no espaço de fases. Assim, a introdução de uma janela de exclusão temporal contribui para uma representação mais precisa da dinâmica subjacente, ao evitar que as métricas estimadas sejam enviesadas por correlações temporais triviais (Kantz & Schreiber, 2004).

Adicionalmente, importa referir que a introdução da janela de Theiler não implica qualquer ajustamento ou remoção de padrões sazonais da série, limitando-se apenas a assegurar que a identificação de vizinhos no espaço de fases é feita reduzindo a influência da correlação temporal de curto prazo.

3.6.4 Expoente de Lyapunov

O expoente de Lyapunov foi estimado através do algoritmo de Rosenstein et al. (1993). Esta métrica mede a taxa média de divergência entre trajetórias inicialmente próximas, permitindo avaliar a sensibilidade do sistema às suas condições iniciais.

Formalmente, o expoente de Lyapunov é definido como:

$$\lambda = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \ln \left(\frac{|\delta \mathrm{x}(t)|}{|\delta \mathrm{x}(0)|} \right) \quad (3.10)$$

onde $\delta \mathrm{x}(0)$ representa a distância inicial entre duas trajetórias próximas e $\delta \mathrm{x}(t)$ a distância após t períodos.

Esta expressão corresponde à definição teórica do expoente de Lyapunov máximo. Na prática, a sua estimação empírica foi realizada com base no algoritmo de Rosenstein, através da inclinação da região aproximadamente linear da função média de divergência $S(t)$.

Um valor positivo de λ indica divergência exponencial das trajetórias, sugerindo a presença de sensibilidade às condições iniciais, enquanto valores nulos ou negativos indicam ausência de divergência exponencial, não sendo, por si só, evidência conclusiva da ausência de comportamento caótico.

Adicionalmente, a validade da estimativa pressupõe a identificação de uma região linear crescente na função de divergência S(t), garantindo que a divergência observada não resulta de ruído ou de efeitos de saturação.

3.6.5 Dimensão de Correlação

A Dimensão de Correlação foi estimada através do algoritmo de Grassberger & Procaccia (1983). Este método permite caracterizar as propriedades geométricas do atrator, baseando-se no comportamento da soma de correlação C(r). Através deste procedimento, torna-se possível distinguir indícios de uma estrutura determinística de baixa dimensão, em contraste com comportamentos mais compatíveis com processos estocásticos.

A soma de correlação é definida como:

$$\mathrm{C(r)} = \frac{2}{\mathrm{N(N-1)}} \sum_{\mathrm{i<j}} 1\left(|\mathrm{x_i} - \mathrm{x_j}| < \mathrm{r}\right) \quad (3.11)$$

onde N representa o número de pontos e $1(\cdot)$ é uma função indicadora que assume valor 1 quando a condição se verifica e 0 em caso contrário.

A dimensão de correlação é representa por:

$$D_2 = \lim_{r \to 0} \frac{\log C(r)}{\log r} \quad (3.12)$$

Que representa a taxa de crescimento da soma de correlação em função da escala r, permitindo caracterizar a dimensionalidade do atrator subjacente.

A validade da estimativa requer a existência de uma região linear bem definida no gráfico $\log C(r)$ vs. $\log r$, bem como a estabilização da dimensão estimada à medida que a dimensão de embedding é aumentada. Na ausência deste plateau, a interpretação da dimensão de correlação torna-se inconclusiva.

3.7 Quebras Estruturais e Volatilidade

Após a caracterização da dinâmica subjacente às séries através da análise não linear, procede-se à avaliação da hipótese de instabilidade estrutural, enquanto explicação alternativa para a dinâmica observada. Esta abordagem permite complementar a perspetiva dinâmica aplicada no capítulo anterior, ao considerar a possibilidade de que a dependência observada nas séries resulta de mudanças estruturais ao longo do tempo, em vez de uma dinâmica caótica determinística.

Assim, a análise passa a centrar-se numa ótica de quebras de regime, com o objetivo de identificar alterações estatisticamente significativas na trajetória das séries temporais.

3.7.1 Processamento dos Dados

Ao contrário da análise não linear, focada na preservação geométrica do sinal original, a deteção de quebras estruturais requer transformações que asseguram as propriedades estatísticas adequadas ao modelo, nomeadamente, ao nível da variância e da componente sazonal.

Neste contexto, e conforme descrito na secção 3.1.2, as três séries foram transformadas através do seu logaritmo natural, o que permite estabilizar a variância e a interpretação das variáveis em termos relativos.

Posteriormente, procedeu-se ao ajustamento sazonal das séries através do método X-13 ARIMA SEATS (Sax & Eddelbuettel, 2018), com o objetivo de remover a componente sazonal e efeitos de calendário. Assim, é possível assegurar que as quebras identificadas refletem alterações permanentes de regime e não apenas variações de natureza cíclica.

3.7.2 Método de Bai-Perron

Para a identificação de mudanças de regime, foi utilizado o procedimento metodológico desenvolvido por Bai & Perron (1998).

Este método, permite a deteção de quebras estruturais em modelos lineares, mesmo quando informação acerca da data e localização temporal dessas quebras não é disponibilizada previamente. Através da aplicação do procedimento de Bai-Perron é possível estimar simultaneamente o número de quebras, as respetivas datas e os parâmetros associados a cada regime.

O modelo com quebras estruturais pode ser formalmente representado como:

$$y_t = x_t'\beta_j + u_t, \quad t = T_{j-1} + 1, \dots, T_j \quad (3.13)$$

onde y_t representa a variável dependente, x_t o vetor de variáveis explicativas, β_j os parâmetros associados ao regime j, e T_j os pontos de quebra que delimitam os diferentes regimes.

3.7.3 Seleção do Número de Quebras (BIC)

A determinação do número ótimo de quebras foi realizada através do Critério de Informação Bayesiana (BIC) de Schwarz (1978).

O critério BIC é definido como:

$$\mathrm{BIC} = n\ln\left(\widehat{\sigma^2}\right) + k\ln(n) \quad (3.14)$$

onde $\widehat{\sigma}^2$ representa a variância dos resíduos, k o número de parâmetros estimados e n o número de observações.

A utilização do BIC é apropriada uma vez que permite evitar o sobreajustamento e a seleção excessiva das quebras, ao garantir que os regimes identificados correspondem efetivamente a alterações estruturais e não apenas a flutuações temporárias.

As datas das quebras estruturais foram obtidas em formato decimal (e.g., 2020.8333), tendo sido convertidas para o ano correspondente para facilitar a interpretação económica dos regimes identificados.

3.7.4 Volatilidade Móvel

A análise de volatilidade móvel complementa a identificação de quebras estruturais, ao permitir avaliar a evolução da instabilidade ao longo do tempo e interpretar melhor os regimes identificados. Para esse efeito, procedeu-se à estimação da volatilidade das séries, através do cálculo do desvio padrão das séries logaritmizadas e ajustadas sazonalmente, utilizando-se uma janela temporal de 12 meses.

A volatilidade móvel é definida como:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{w-1}\sum_{i=0}^{w-1}(y_{t-i} - \bar{y_t})^2} \quad (3.15)$$

$$\bar{y_t} = \frac{1}{w}\sum_{i=0}^{w-1} y_{t-i} \quad (3.16)$$

onde w representa o tamanho da janela temporal e $\bar{y}_t$ a média móvel da série.

A escolha de uma janela temporal de 12 meses permite que sejam capturadas variações na volatilidade das séries ao longo de um ciclo anual completo, mantendo consistência com a periodicidade mensal dos dados. Adicionalmente, esta escolha reduz a potencial influência de choques pontuais e de curta duração que podem enviesar a interpretação da instabilidade setorial.

4. RESULTADOS

O presente capítulo apresenta os resultados obtidos a partir da aplicação metodológica descrita anteriormente às indústrias metalúrgica e têxtil. A organização dos resultados é feita por indústria, de forma a manter uma estrutura coerente e consistente entre os indicadores analisados. A apresentação dos resultados segue uma abordagem descritiva, centrada na evidência empírica observada, sendo que, para cada indústria, são apresentados os resultados relativos à análise de dinâmica não linear, identificação de quebras estruturais e análise de volatilidade móvel.

A Tabela 2 apresenta uma síntese comparativa dos principais resultados obtidos para ambas as indústrias, permitindo uma leitura integrada da evidência empírica antes da sua descrição detalhada.

Tabela 2 - Síntese comparativa dos resultados

Dimensão	**Produção (Met.)**	**VN (Met.)**	**Energia (Met.)**	**Produção (Txt.)**	**VN (Txt.)**	**Energia (Txt.)**
τ (AMI)	1	1	1	1	1	1
m (FNN)	8	8	8	8	9	8
BDS (p-value)	< 0.001	< 0.001	< 0.001	< 0.001	< 0.001	< 0.001
λ (Lyapunov)	+0.1203 (n.s.)	−0.0008 (n.s.)	+0.0316 (n.s.)	+0.0397 (n.s.)	−0.0800 (n.s.)	−0.0779 (n.s.)
Plateau D_2	Ausente	Ausente	Ausente	Ausente	Ausente	Ausente
Evidência de caos	Não	Não	Não	Não	Não	Não
N° quebras (BP)	3	4	4	4	4	4
Datas quebras	2004, 2014, 2020	2004, 2008, 2016, 2021	2003, 2008, 2012, 2017	2005, 2008, 2014, 2019	2004, 2008, 2014, 2021	2003, 2007, 2011, 2020

Volatilidade média	0.061	0.084	0.046	0.037	0.046	0.071
Volatilidade máxima	0.199 (2020)	0.312 (2009)	0.150 (2009)	0.209 (2020)	0.213 (2020)	0.306 (2020)

Nota: Met. = Metalurgia; Txt. = Têxtil; VN = Volume de Negócios; Energia = Consumo Energético; n.s. = não significativo ($p > 0,05$). O plateau D_2 refere-se à existência de uma região de escala estável na dimensão de correlação.

4.1 Indústria Metalúrgica

4.1.1 Teste BDS

De forma a avaliar a existência de dependência temporal nas séries da indústria metalúrgica, foi aplicado o teste BDS.

Os resultados obtidos evidenciam a rejeição da hipótese nula de independência e distribuição idêntica (i.i.d.) para todas as variáveis consideradas, em diferentes dimensões de embedding e valores do parâmetro de proximidade. As estatísticas do teste apresentam valores elevados e estatisticamente significativas, com p-values próximos de zero em todos os casos.

Este resultado indica que as séries analisadas não apresentam um comportamento puramente aleatório, tendo em conta que foi evidenciada a presença de dependência estatisticamente significativa. Assim, os resultados sugerem a possibilidade de existir estrutura subjacente nos dados, ainda que este teste não permita identificar a natureza dessa dependência.

A evidência obtida através do teste BDS fundamenta a aplicação subsequente da metodologia de análise de dinâmica não linear à indústria metalúrgica.

4.1.2 Análise Não Linear

4.1.1.1 Reconstrução do Espaço de Estados

O atraso temporal foi estimado através do critério de *Average Mutual Information* (AMI), onde foi adotado o critério do primeiro mínimo local para a escolha de τ. O critério indica que, para as três variáveis analisadas, $\tau=1$ corresponde ao atraso adequado, evidenciando que a dependência informacional entre observações consecutivas diminui rapidamente após o primeiro desfasamento temporal.

A dimensão de embedding foi determinada com base no método do *False Nearest Neighbours* (FNN). Para as três séries, observa-se uma redução acentuada da proporção de vizinhos falsos em torno de m=8, a partir da qual essa proporção estabiliza e se torna residual. Assim, o método indica que a partir de aproximadamente m=8 a geometria do sistema é adequadamente representada, permitindo uma reconstrução consistente da dinâmica subjacente às três variáveis.

4.1.1.2 Projeções Bidimensionais

A projeção bidimensional (2D) dos atratores reconstruídos, nas três variáveis, sugere a presença de dependência temporal entre observações consecutivas, ainda que com diferenças ao nível da concentração de pontos.

Para a variável *Produção*, a projeção bidimensional evidencia uma dispersão não uniforme dos pontos, com a presença de alguns agrupamentos locais, mas sem uma estrutura geométrica claramente definida.

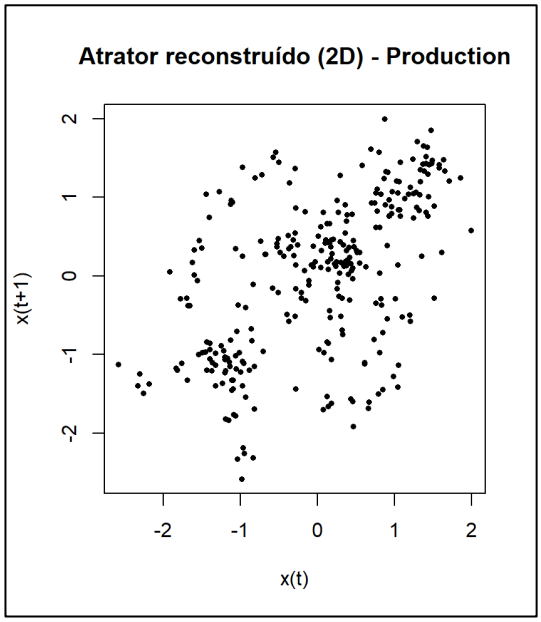


Figura 1 - Projeção 2D da variável Produção (Metalurgia)

No caso da variável *Volume de Negócios*, verifica-se uma relação crescente entre $x(t)$ e $x(t+1)$, com uma maior concentração de pontos ao longo dessa direção. Este padrão indica dependência temporal, ainda que com alguma dispersão e sem organização geométrica que sustente a existência de uma dinâmica determinística.

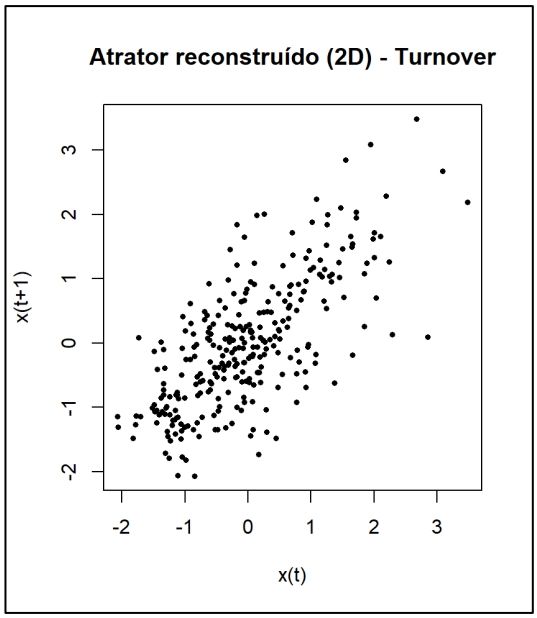


Figura 2 - Projeção 2D da variável Volume de Negócios (Metalurgia)

Relativamente à variável *Consumo Energético*, observa-se igualmente uma relação crescente, embora com maior dispersão dos pontos em comparação com a variável Turnover, sugerindo dependência temporal.

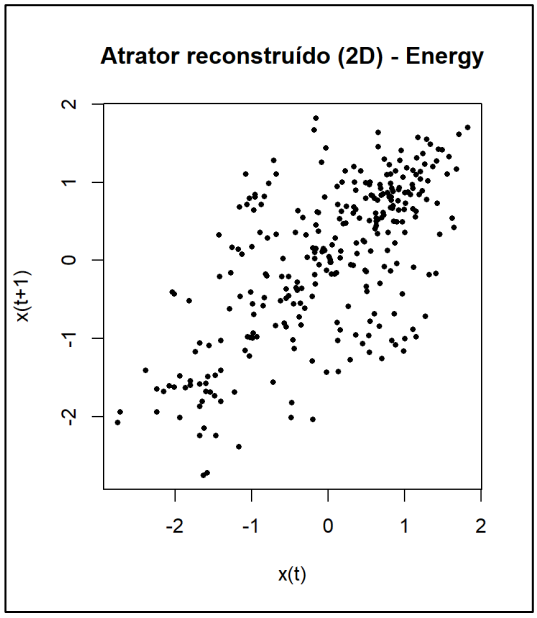


Figura 3 - Projeção 2D da variável Consumo Energético (Metalurgia)

Em termos gerais, embora as três variáveis evidenciem dependência temporal, verifica-se a ausência de uma estrutura geométrica claramente definida, bem como um elevado grau de dispersão dos pontos.

4.1.1.3 Expoente de Lyapunov

O expoente de Lyapunov foi estimado através do método de Rosenstein, com base no ajustamento de uma regressão linear na fase inicial da divergência entre trajetórias próximas. Adicionalmente, a introdução de uma janela de Theiler (W≥12) assegurou a exclusão de dependências de curto prazo associadas à autocorrelação.

Para a variável *Produção*, o coeficiente estimado é positivo com $\lambda \approx 0{,}1203$, sugerindo potencial divergência entre trajetórias próximas. No entanto, o valor não apresenta significância estatística dado que o seu p-value ≈ 0,0672.

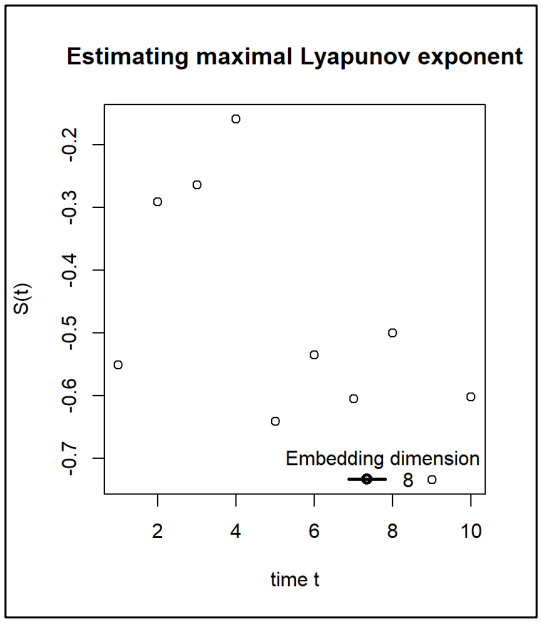


Figura 4 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Produção (Metalurgia)

Na variável *Volume de Negócios*, o coeficiente estimado é ligeiramente negativo ($\lambda \approx -0{,}0008$) e simultaneamente, estatisticamente não significativo (p-value ≈ 0,809).

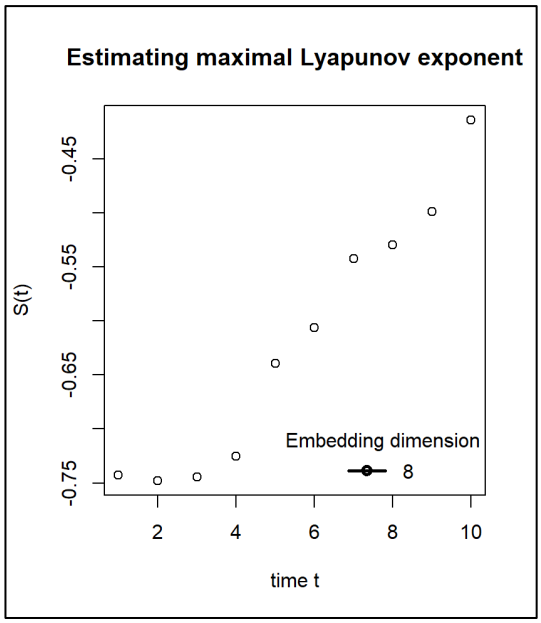


Figura 5 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Volume de Negócios (Metalurgia)

Por último, a variável *Consumo Energético* o resultado é consistente com o observado na variável Produção onde o coeficiente é positivo com $\lambda \approx 0{,}0316$ no entanto a estimativa não é estatisticamente significativa com p-value $\approx 0{,}5329$.

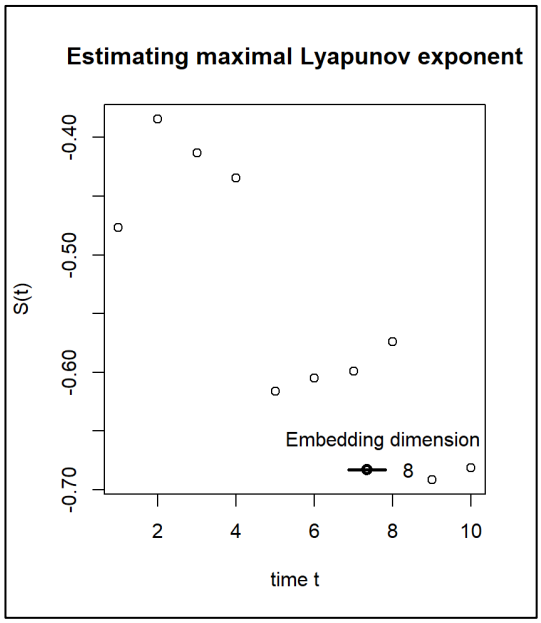


Figura 6 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Consumo Energético (Metalurgia).

Para além dos resultados obtidos, a visualização gráfica das estimativas do expoente, não mostram a existência de uma região linear crescente claramente definida, o que limita a robustez das estimativas.

4.1.1.4 Teste de robustez

Os testes de robustez foram conduzidos através da variação dos parâmetros de embedding, tanto na dimensão (m) e no atraso temporal (τ), mantendo os restantes parâmetros constantes. Os resultados detalhados dos testes de robustez encontram-se apresentados no Apêndice II (Tabelas II.1 a II.3).

Para a variável *Produção*, variações na dimensão de embedding (m = 6,7,9,10) e no atraso temporal (τ = 1,2), provocam variações nas estimativas do expoente de Lyapunov resultando em alterações não apenas em sinal, mas também na sua magnitude.

Na variável *Volume de Negócios*, a variação conjunta de (m = 6,7, 9, 10) e τ (1, 2) resulta em estimativas instáveis, com estimativas que se alternam entre valores positivos e negativos de pequena dimensão.

Para a variável *Consumo Energético*, observa-se igualmente instabilidade nas estimativas e, em alguns casos, alterações no sinal do coeficiente.

Os resultados dos testes de robustez, evidenciam uma elevada sensibilidade das estimativas à escolha dos parâmetros de reconstrução.

4.1.1.5 Dimensão de Correlação

A análise da dimensão de correlação para a indústria metalúrgica não evidencia a existência de um plateau estável ao longo das diferentes escalas consideradas. Em todas as variáveis, os expoentes locais apresentam variação dos expoentes locais com o raio r, não sendo possível identificar uma região de escala claramente definida. A evolução de dimensão de correlação para as três variáveis encontra-se apresentada no Apêndice III (Figuras III.1–III.3).

Este padrão verifica-se de forma consistente entre as três variáveis, ainda que com algumas diferenças. A variável *Produção* evidencia uma ligeira maior estabilidade na evolução dos expoentes locais, enquanto o *Volume de Negócios* e o *Consumo Energético* apresentam maior variabilidade, particularmente para valores mais elevados de r.

No seu conjunto, os resultados não evidenciam a presença de um intervalo de escalas em que os expoentes locais se mantenham aproximadamente constantes entre dimensões, não sendo possível identificar uma região estável. Adicionalmente, não se observa convergência dos expoentes locais à medida que a dimensão de embedding aumenta. Assim, a evidência empírica não suporta a existência de uma dinâmica determinística de baixa dimensão nas séries analisadas.

4.1.3 Quebras Estruturais (Bai-Perron)

A identificação de quebras estruturais nas séries foi realizada através do método de Bai-Perron para múltiplas quebras. O número ótimo de quebras foi determinado com base no critério de informação Bayesiano (BIC), observando-se, nas três variáveis, uma redução acentuada até três e quatro quebras, a partir da qual os ganhos adicionais se tornam marginais.

Os resultados evidenciam a presença de múltiplos regimes ao longo do período analisado, refletindo alterações estruturais na dinâmica das variáveis, ou seja, as quebras identificadas correspondem a alterações no nível e/ou na trajetória das séries, sendo consistentes com mudanças de regime ao longo do período analisado.

No caso da variável *Produção*, foram identificadas três quebras estruturais (2004, 2014 e 2020), enquanto nas variáveis *Volume de Negócios* e *Consumo Energético* se observaram quatro momentos de quebra. Esta diferença sugere que na indústria metalúrgica, a variável *Produção* apresenta uma dinâmica relativamente mais estável em termos de alterações de regime, quando comparada com as restantes variáveis.

Para a variável *Volume de Negócios*, as quebras ocorrem em 2004, 2008, 2016 e 2021, enquanto na variável *Consumo Energético* são igualmente identificadas quatro quebras nos anos de 2003, 2008, 2012 e 2017.

4.1.4 Volatilidade Móvel

A análise da volatilidade móvel, foi calculada com base numa janela de 12 meses, sendo que os resultados evidenciam a existência de períodos distintos de estabilidade e instabilidade para as três variáveis analisadas.

Na variável *Produção*, observa-se uma volatilidade relativamente estável durante grande parte da amostra, com oscilações moderadas. Destacam-se, contudo, dois períodos de maior instabilidade: um em torno de 2005-06 e outro mais recente, em torno de 2020, onde se atinge o valor máximo da série (0.199). A média (0.061) e a mediana (0.051) indicam um nível de volatilidade moderado, sendo a média influenciada por episódios pontuais de maior variabilidade.

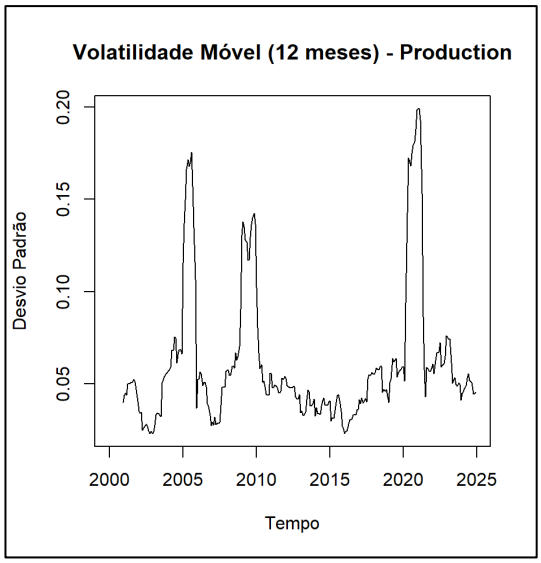


Figura 7 - Volatilidade móvel da variável Produção (Metalurgia)

A variável *Volume de Negócios* apresenta maior amplitude ao longo do tempo, com vários episódios de instabilidade mais pronunciados. Observa-se um pico mais elevado em torno de 2009, atingindo o valor máximo da série (0.312), bem como um novo aumento significativo por volta de 2020. A média (0.084) e a mediana (0.072) refletem este comportamento mais volátil, em que se verifica uma maior dispersão face às restantes variáveis.

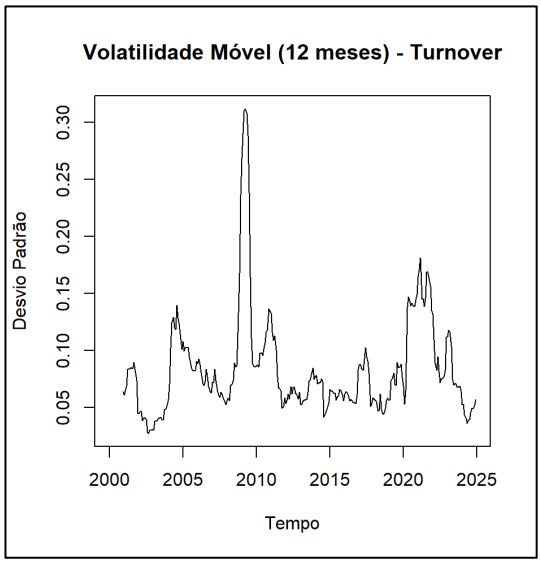


Figura 8 - Volatilidade móvel da variável Volume de Negócios (Metalurgia)

No caso da variável *Consumo Energético*, o indicador apresenta níveis de volatilidade inferiores aos observados nas restantes séries, embora também se verifiquem episódios de aumento significativo. Destaca-se um pico acentuado em torno de 2009 e um novo aumento por volta de 2020, ainda que com

menor intensidade face às outras variáveis. A média (0.046) e a mediana (0.039) confirmam um nível de volatilidade mais reduzido ao longo do período analisado.

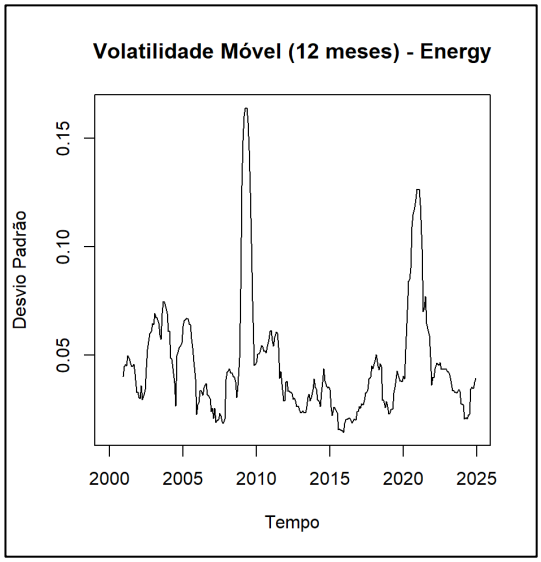


Figura 9 - Volatilidade móvel da variável Consumo Energético (Metalurgia)

Ao comparar as três séries, a variável *Volume de Negócios* apresenta os níveis mais elevados de volatilidade, bem como maior amplitude nas oscilações, enquanto o *Consumo Energético* evidencia os níveis mais baixos. A variável *Produção* assume uma posição intermédia, com períodos de instabilidade bem definidos, mas menos extremos do que os observados em *Volume de Negócios*.

4.2 Indústria Têxtil

4.2.1 Teste BDS

Com o objetivo de avaliar a existência de dependência temporal nas séries da indústria têxtil, procedeu-se à aplicação do teste BDS.

À semelhança do observado para a indústria metalúrgica, os resultados evidenciam a rejeição da hipótese nula de independência (*i.i.d.*) para todas as variáveis consideradas. As estatísticas do teste apresentam valores significativamente elevados, com *p-values* próximos de zero em todos os cenários.

Estes resultados confirmam que as séries não são compatíveis com um processo puramente aleatório, evidenciando a presença de dependência temporal. Assim, o comportamento observado sugere a existência de estrutura nos dados, embora o teste, só por si, não permita distinguir entre diferentes tipos de dependência.

Deste modo, a evidência obtida através do teste BDS justifica a aplicação subsequente da metodologia de análise de dinâmica não linear.

4.2.2 Análise Não Linear

4.2.1.1 Reconstrução do Espaço de estados

A determinação dos parâmetros necessários à reconstrução do espaço de estados foi realizada com base na utilização da *Average Mutual Information* (AMI) e no método dos *False Nearest Neighbours* (FNN).

Os resultados da AMI indicam, para as três variáveis analisadas um atraso temporal ótimo de $\tau = 1$, o que indica que a dependência informacional relevante entre observações consecutivas diminui rapidamente após um único desfasamento temporal.

A dimensão de embedding foi estimada com base no método FNN, tendo-se obtido valores de m = 8 para as variáveis *Produção* e *Consumo Energético*, e m=9 para a variável *Volume de Negócios*. Em todos os casos, a proporção de vizinhos falsos diminui significativamente até estes valores, tornando-se residual a partir desse nível.

4.2.1.2 Projeções Bidimensionais

As projeções bidimensionais dos atratores reconstruídos sugerem, nas três variáveis, a existência de dependência temporal, embora sem evidência de um atrator determinístico bem definido.

Para a variável *Produção* observa-se uma maior concentração de pontos na zona central ao longo de uma relação crescente entre $x(t)$ e $x(t+1)$, ainda que sem a presença de uma estrutura geométrica definida.

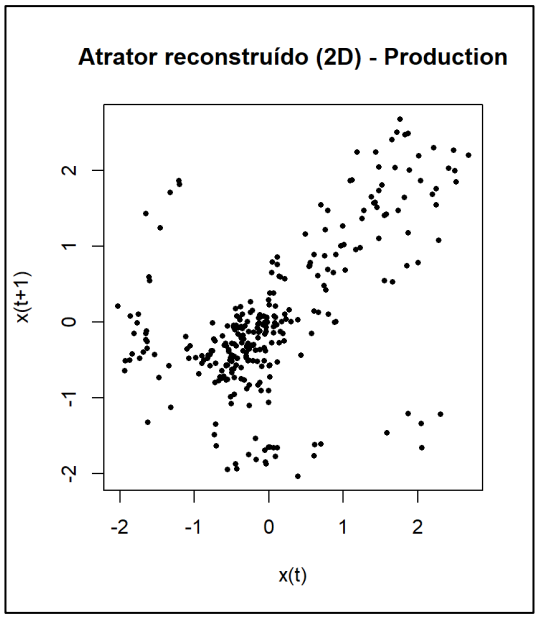


Figura 10 - Projeção 2D da variável Produção (Têxtil)

No caso da variável *Volume de Negócios*, observa-se igualmente uma relação crescente entre observações consecutivas, ainda que com maior dispersão dos pontos em comparação com a variável anterior, indicando dependência temporal.

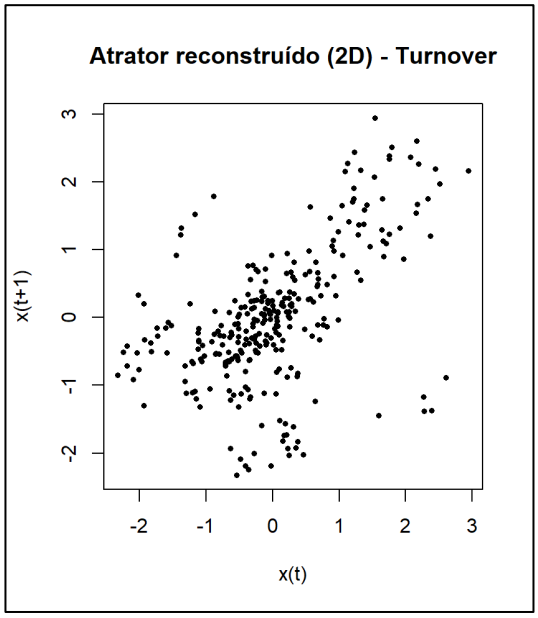


Figura 11 - Projeção 2D da variável Volume de Negócios (Têxtil)

No caso da variável *Consumo Energético*, a projeção aponta para a existência de um padrão novamente disperso, com menor concentração de pontos, evidenciando-se uma dinâmica menos regular.

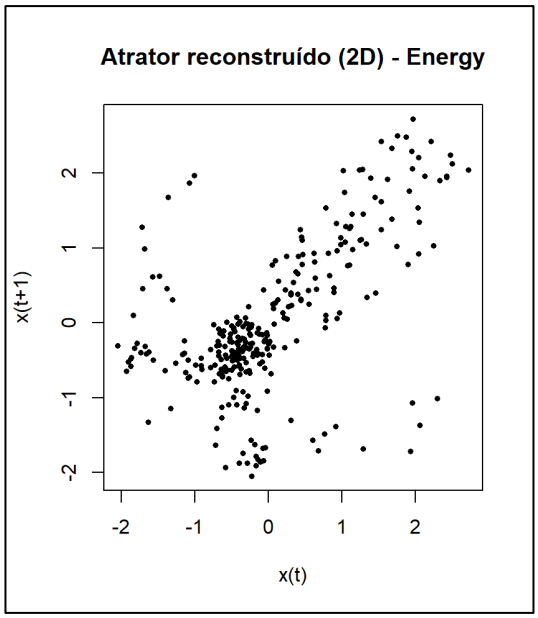


Figura 12 - Projeção 2D da variável Consumo Energético (Têxtil)

De forma geral, as variáveis da indústria têxtil evidenciam a existência de dependência temporal, refletida no alinhamento entre observações consecutivas. Adicionalmente, não se observa uma estrutura bem definida e a dispersão dos pontos indica que essa organização é pouco estruturada.

4.2.1.3 Expoente de Lyapunov

O expoente de Lyapunov máximo foi estimado através do método de Rosenstein, com base na taxa de divergência inicial entre trajetórias próximas.

Para a variável *Produção*, obteve-se uma estimativa de $\lambda \approx 0{,}0397$, (p-value $\approx 0{,}1539$). Apesar do sinal positivo, o coeficiente não é estatisticamente significativo, não permitindo evidenciar de forma robusta a existência de divergência entre trajetórias próximas.

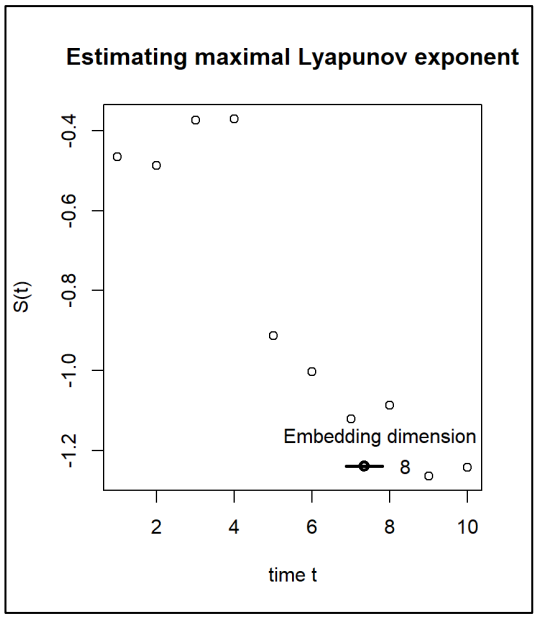


Figura 13 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Produção (Têxtil)

Na variável *Volume de Negócios*, com m = 9, a estimativa foi $\lambda \approx -0{,}0800$, com (p-value ≈ 0,2145). Novamente, a estimativa não é estatisticamente significativa e não evidencia divergência exponencial entre trajetórias próximas.

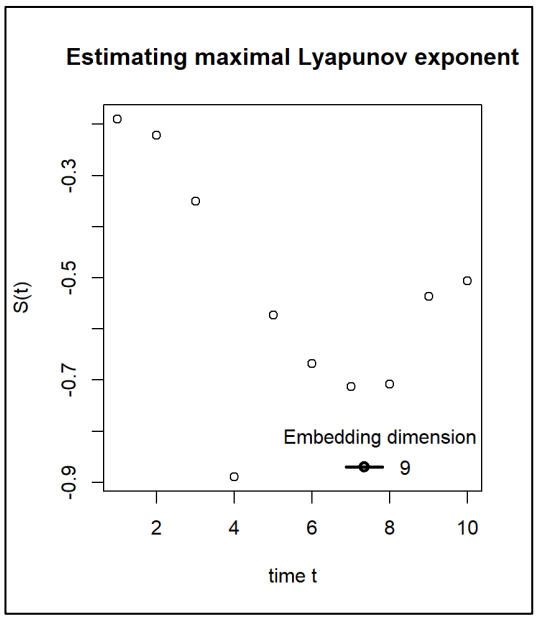


Figura 14 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Volume de Negócios (Têxtil)

Já para a variável *Consumo Energético*, obteve-se $\lambda \approx -0{,}0779$, (p-value ≈ 0,0279). Neste acaso, apesar de se verificar significância estatística, o valor estimado é negativo, indicando convergência média entre trajetórias próximas.

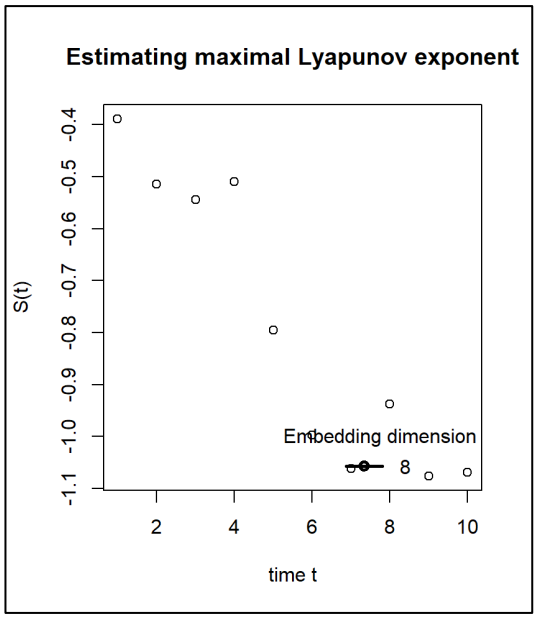


Figura 15 - Estimação do expoente de Lyapunov para a variável Consumo Energético (Têxtil)

As estimativas do expoente de Lyapunov não evidenciam valores positivos robustos e estatisticamente sustentados nas três variáveis. Adicionalmente, os gráficos das estimações também não apresentam regiões lineares crescentes longas e estáveis, limitando a robustez da estimação do expoente, em linha com o padrão observado na indústria metalúrgica.

4.2.1.4 Teste de robustez

Com o objetivo de avaliar a robustez das estimativas dos expoentes calculados anteriormente, analisou-se o impacto da variação dos parâmetros de reconstrução, neste caso, a dimensão de embedding (m) e o atraso temporal (τ). Os resultados detalhados dos testes de robustez encontram-se apresentados no Apêndice II (Tabelas II.4 a II.6).

Na variável *Produção*, a alteração dos parâmetros para m = 6,7,9,10 e τ = 1, 2 levou a que as estimativas do coeficiente variassem tanto ao nível do sinal como de magnitude, reforçando a evidência de falta de robustez dos resultados.

Na variável *Volume de Negócios*, a mesma variação resultou em estimativas próximas de zero e com alterações no sinal do expoente, o que indica novamente instabilidade associada à parametrização utilizada.

Por último, para a variável *Consumo Energético*, os valores observados mantiveram a consistência com o padrão verificado nas variáveis anteriores, com oscilações positivas e negativas do expoente, à medida que as condições da parametrização são alteradas.

Em modo geral, os resultados mostram que as estimativas são sensíveis à escolha dos parâmetros de reconstrução nas três variáveis.

4.2.1.5 Dimensão de Correlação

Os resultados obtidos na Dimensão de Correlação para os três indicadores revelam padrões globalmente consistentes com a ausência de uma região estável identificável.

A soma de correlação apresenta um crescimento regular com consoante o aumento do raio r, mantendo um comportamento semelhante entre as diferentes dimensões de embedding. No entanto, os expoentes locais evidenciam comportamentos distintos ao longo das escalas. A evolução de dimensão de correlação para as três variáveis encontra-se apresentada no Apêndice III (Figuras III.4–III.6).

Em escalas reduzidas, observa-se elevada variabilidade dos expoentes locais. Para valores intermédios de r, os expoentes tendem a assumir valores mais estáveis, embora persistam diferenças entre as várias dimensões de embedding. Em escalas mais elevadas, verifica-se nova instabilidade associada a efeitos de saturação.

Adicionalmente, este padrão verifica-se de forma consistente entre as três variáveis, ainda que com algumas diferenças. A variável *Produção* apresenta um comportamento relativamente mais regular em escalas intermédias, com menor dispersão entre dimensões de embedding, embora sem convergência clara dos expoentes locais.

A variável *Volume de Negócios* evidencia maior variabilidade ao longo das escalas, com oscilações mais pronunciadas e maior dispersão entre dimensões. Já a variável *Consumo Energético* apresenta a maior irregularidade global, com flutuações persistentes dos expoentes locais ao longo das diferentes escalas.

Com base nos padrões observados, os resultados apontam para a ausência de um intervalo de escalas em que os expoentes locais se mantêm aproximadamente constantes entre dimensões, não sendo possível identificar uma região estável.

4.2.3 Quebras Estruturais (Bai-Perron)

A identificação de quebras estruturais nas séries foi realizada através do método de Bai-Perron, tomando como critério de seleção o Critério de Informação Bayesiano (BIC). Em todas as variáveis, observa-se uma redução acentuada do BIC até quatro quebras, a partir da qual os ganhos adicionais se tornam marginais. As quebras identificadas correspondem a alterações persistentes no nível e/ou na trajetória das séries, refletindo mudanças estruturais no comportamento das variáveis ao longo dos diferentes regimes.

Na variável *Produção*, a especificação com quatro quebras estruturais conduz à identificação de cinco regimes distintos ao longo do período analisado. As datas estimadas situam-se nos anos de 2005, 2008, 2014 e 2019.

Para a variável *Volume de Negócios*, o método identifica igualmente quatro quebras, correspondentes a cinco regimes distintos. As datas estimadas situam-se em 2004, 2008, 2014 e 2021.

Por último, a variável *Consumo Energético* mantém a especificação observada anteriormente. As datas estimadas para cada regime situam-se aproximadamente em 2003, 2007, 2011 e 2020.

Em conjunto, os resultados evidenciam a existência de múltiplas alterações de regime nas três séries ao longo do período analisado (2000-2024).

4.2.4 Volatilidade Móvel

A volatilidade móvel foi estimada com base numa janela móvel de 12 meses, utilizando o desvio padrão das séries.

A variável *Produção*, apresenta valores de volatilidade reduzidos e relativamente estáveis até ao final da década de 2010, com oscilações moderadas ao longo do tempo. Destaca-se, contudo, um aumento abrupto da volatilidade em torno de 2020, onde se atinge o valor máximo da série (0.209), seguido de uma rápida normalização para níveis próximos dos observados anteriormente. Em termos descritivos, a série apresenta um valor médio de 0.037 e uma mediana de 0.027, evidenciando uma distribuição assimétrica influenciada por episódios extremos.

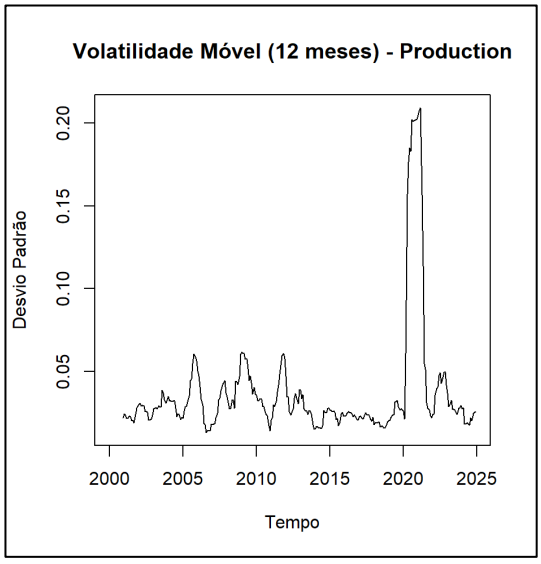


Figura 16 - Volatilidade móvel da variável Produção (Têxtil)

Na variável *Volume de Negócios*, observa-se um comportamento semelhante, com períodos de volatilidade moderada ao longo da maior parte da amostra e um pico acentuado igualmente concentrado em torno de 2020, onde se atinge o valor máximo (0.213). Após este período, a volatilidade regressa

gradualmente a níveis mais baixos. A média (0.046) e a mediana (0.036) sugerem também a presença de episódios de elevada variabilidade que elevam o valor médio da série.

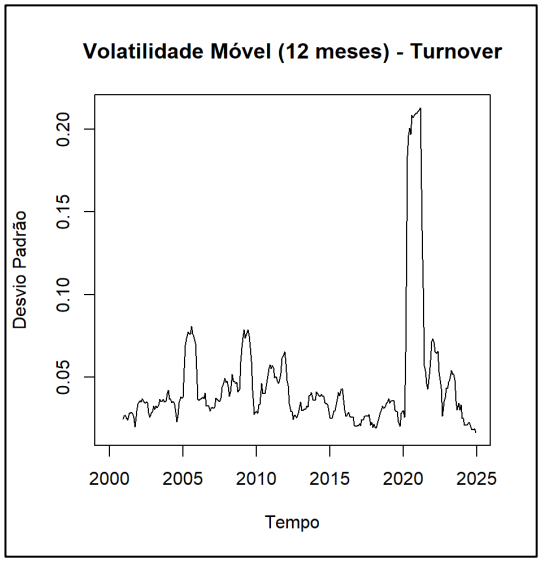


Figura 17 - Volatilidade móvel da variável Volume de Negócios (Têxtil)

No caso da variável *Consumo Energético*, o indicador apresenta níveis de volatilidade mais elevados e persistentes ao longo de todo o período analisado. Para além de oscilações significativas já nas primeiras décadas, destaca-se um aumento muito significativo em torno de 2020, atingindo um máximo substancialmente superior ao das restantes variáveis (0.306). A média (0.071) e a mediana (0.053) refletem também este maior nível de instabilidade na série.

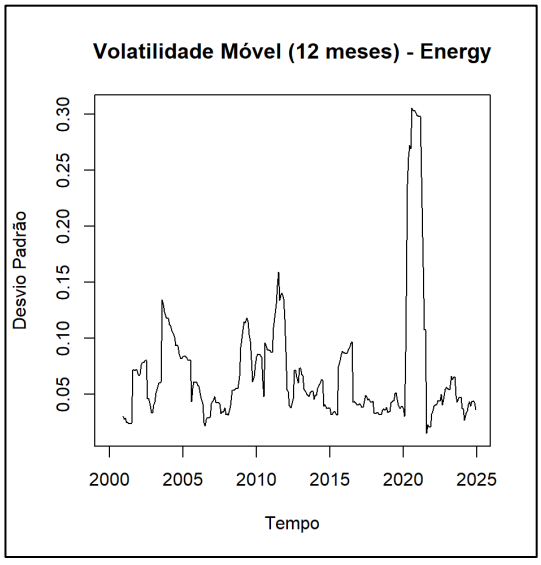


Figura 18 - Volatilidade móvel da variável Consumo Energético (Têxtil)

Comparando as três séries, observa-se que a variável *Consumo Energético* é a mais volátil ao longo de todo o período, enquanto a *Produção* apresenta os níveis mais baixos de volatilidade. Por fim, a variável *Volume de Negócios* assume uma posição intermédia, com um comportamento semelhante ao da *Produção*, mas com maior amplitude nos períodos de maior instabilidade.

5. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

5.1 Fundamentos da dinâmica: ausência de caos determinístico

A evidência empírica não permite sustentar a existência de comportamento caótico determinístico em nenhuma das indústrias analisadas. Este resultado não suporta a hipótese H1, que sugeria que as séries temporais apresentam comportamento compatível com uma dinâmica caótica determinística. No caso da indústria metalúrgica, as estimativas do expoente de Lyapunov apresentam-se como sendo não positivos ($\lambda<0$) e/ou positivos sem significância estatística (p-value > 0,05), evidenciando ainda sensibilidade à parametrização adotada como também a ausência de uma região linear crescente na função de divergência. Sendo assim, não foi possível identificar de forma consistente a existência de divergência exponencial entre trajetórias próximas. De forma semelhante, na indústria têxtil, embora o indicador *Produção* apresente um valor positivo para o expoente de Lyapunov, este não é estatisticamente significativo, e demonstra igualmente sensibilidade à parametrização adotada. Os restantes indicadores apresentaram valores negativos, não se evidenciando, de forma consistente, sensibilidade às condições iniciais.

Adicionalmente, a análise da dimensão de correlação, em ambas as indústrias, não demonstra de forma consistente a existência de uma estrutura dinâmica de baixa dimensão. Em ambos os casos, a ausência de uma região de escala claramente definida, aliada à instabilidade dos expoentes locais e à sua dependência face à dimensão de embedding, impede a identificação de uma dimensão de correlação robusta, indicando que a dinâmica não é compatível com um atrator determinístico de baixa dimensão.

Estes resultados reforçam a interpretação de que a complexidade observada não decorre de uma estrutura caótica determinística, mas sim de outros fatores como instabilidade estrutural ou a presença de comportamentos estocásticos.

Apesar de não se verificar evidência de caos, a análise das projeções do espaço de estados revela a existência de estrutura temporal limitada para ambas as indústrias, evidenciando a existência de dependência entre observações sucessivas. Em ambos os casos, observa-se uma disposição aproximadamente alinhada dos pontos ao longo de uma relação crescente, o que aponta para a existência de dependência temporal de curto prazo.

No entanto, verificam-se diferenças relevantes entre os setores. Na indústria metalúrgica, a maior dispersão dos pontos sugere uma dinâmica mais irregular e sujeita a maior variabilidade. Em contraste,

na indústria têxtil, as projeções apresentam uma estrutura mais concentrada, ainda que sem geometria bem definida, refletindo maior persistência temporal no curto prazo.

Ainda assim, não se observam, em nenhum dos casos, evidências claras de geometria compatível com um atrator estranho, como dobragens ou geometria complexa. De forma geral, a evidência aponta para dinâmicas com dependência temporal, mas sem organização determinística de baixa dimensão.

Em síntese, a dinâmica das duas indústrias deve ser interpretada como estruturada, mas não caótica. Assim, a hipótese H1 não é suportada pelos resultados observados, sugerindo que a evolução dos setores não é compatível com uma dinâmica determinística de baixa dimensão, sendo antes influenciada por um conjunto de fatores que introduzem variabilidade, complexidade e incerteza na sua dinâmica.

5.2 Natureza do sistema: quebras estruturais e volatilidade

Após a rejeição da hipótese de caos determinístico, a análise centrou-se na identificação de instabilidade na dinâmica das indústrias. Neste contexto, procede-se à avaliação da hipótese H2, que pressupõe a existência de quebras estruturais ao longo do período em análise. Em ambos os setores, os resultados obtidos através do método de Bai-Perron evidenciam que a dinâmica não se mantém estável ao longo do tempo, sendo caracterizada por múltiplas mudanças de regime.

No caso da indústria metalúrgica, observam-se múltiplas quebras estruturais em todas as variáveis, indicando alterações na trajetória das séries seguidos de uma sucessão de períodos de ajustamento. De forma semelhante, na indústria têxtil, a aplicação do método identifica quatro quebras estruturais, evidenciando um padrão de instabilidade ao longo do tempo em ambos os setores. Estas quebras, correspondem a alterações persistentes no regime de funcionamento das indústrias, refletindo alterações no comportamento das séries. Sendo assim, a dinâmica pode ser interpretada como uma sucessão de equilíbrios temporários, interrompidos por momentos de reconfiguração.

Esta leitura é complementada pela análise da volatilidade móvel. Em ambos os setores, observam-se níveis relativamente moderados de volatilidade em períodos de normalidade, intercalados com picos acentuados em momentos específicos. Estes episódios refletem-se em aumentos na intensidade das flutuações e em maior incerteza, ainda que não impliquem necessariamente alterações de regime.

Esta distinção é relevante, uma vez que indica que as quebras estruturais e a volatilidade captam dimensões diferentes da dinâmica. Enquanto a primeira reflete alterações persistentes no regime das séries, os períodos de variabilidade captam apenas as variações de curto prazo na intensidade das flutuações. Ainda assim, os resultados obtidos mostram que por vezes estes fenómenos acabam por

coincidir. Em alguns casos (Tabela 1), períodos de maior instabilidade são acompanhados de mudanças de regime, enquanto noutros as quebras ocorrem de forma mais gradual, sem variações tão expressivas da volatilidade.

Em síntese, a evidência sugere que a dinâmica das indústrias é mais bem caracterizada por um processo marcado por mudanças estruturais intercaladas com episódios de instabilidade de curto prazo, suportando a hipótese H2. Assim, a complexidade observada nos setores não decorre de sensibilidade às condições iniciais, mas sim da combinação entre reconfigurações estruturais e flutuações de curto prazo.

5.3 Evidência de Instabilidade Estrutural: choques externos, transmissão e diferenciação das variáveis

A leitura económica dos resultados sugere que, em ambas as indústrias, a dinâmica pode ser condicionada por choques externos e influenciada pela conjuntura económica. Esta interpretação é consistente com a existência de mudanças de regime e episódios de instabilidade, que se concentram em momentos específicos e coincidem com períodos de disrupção macroeconómica em Portugal. Assim, a evidência empírica revela mudanças não aleatórias que representam períodos críticos para a economia portuguesa: o período de estagnação após a entrada no Euro (2003-04), o fim do Acordo Multifibras (2005), a crise financeira global (2008-2009), a crise da dívida soberana europeia (2010-2014) complementada pelo período de crise da troika (2011-2014) e a crise pandémica (2019-2020).

Neste sentido, as mudanças observadas nas indústrias não resultam exclusivamente de uma dinâmica interna contínua, refletindo também processos de ajustamento a alterações no enquadramento macroeconómico. Por exemplo, na indústria têxtil, a quebra estrutural da *Produção* em 2005 acompanha o fim do acordo multifibras, onde o setor foi obrigado a abandonar o seu modelo de baixo custo face ao aumento da concorrência internacional. Já na indústria da metalurgia, as quebras identificadas em 2016 e 2017 não indicam crise, mas sim o período de ajustamento pós-crise, refletindo uma fase de recuperação e reorganização da atividade industrial.

Para além desta dependência externa, os resultados apontam também para a existência de mecanismos de transmissão interna entre as variáveis. Em ambas as indústrias, as quebras estruturais não ocorrem de forma perfeitamente sincronizada, indicando que os efeitos dos choques se propagam ao longo do sistema. Em particular, o *Consumo Energético* tende a reagir de forma mais precoce, enquanto a *Produção* e o *Volume de Negócios* se ajustam com algum desfasamento temporal. Esse padrão é

evidente na cronologia das duas indústrias onde por exemplo, na primeira quebra de ambas as indústrias, o *Consumo Energético* apresentou a sua primeira mudança de regime em 2003, antecipando ajustamentos observados no *Volume de Negócios* (2004) e na *Produção* (2004/2005). Este desfasamento temporal, sugere a possibilidade de o Consumo Energético assumir um papel antecipatório na dinâmica industrial de ambos os setores. Ainda que esta evidência não permita estabelecer uma relação causal formal, o padrão observado é consistente com um comportamento precoce face às restantes variáveis, na medida em que variações no consumo energético tende a preceder alterações visíveis nos outros indicadores. Neste sentido, a energia não se limita a captar exclusivamente a dimensão de custos dos setores, podendo também funcionar como um sinal de alerta relativamente a mudanças nas condições de produção e no desempenho económico dos setores.

Ainda assim, no caso da indústria têxtil, esta hierarquia de transmissão é apenas interrompida pelo choque de 2020, onde a magnitude da crise pandémica provocou uma rutura antecipada da *Produção*. De forma semelhante, na indústria metalúrgica, o choque de 2008 constitui um momento de exceção ao padrão de antecipação, dado que o *Consumo Energético* e o *Volume de Negócios* apresentam uma quebra estrutural temporalmente aproximada, sugerindo que a magnitude e a velocidade de transmissão da crise financeira global não permitiu observar o desfasamento habitual entre variáveis.

Adicionalmente, observa-se uma diferenciação clara no comportamento da volatilidade das variáveis em ambos os setores. Na indústria metalúrgica, a *Produção* e o *Consumo Energético* apresentam uma dinâmica relativamente mais estável, caracterizada por ajustamentos graduais, enquanto o Volume de Negócios surge como o indicador mais sensível às condições de mercado, com uma volatilidade média de 0,084. Este padrão sugere que a principal fonte de instabilidade no setor não reside no processo produtivo, mas sim na sua exposição às condições de mercado, nomeadamente à procura e à dinâmica dos preços.

Por outro lado, no caso da indústria têxtil, tanto a *Produção* e o *Volume de Negócios* mantêm níveis relativamente estáveis durante a maior parte do período, registando, contudo, aumentos significativos de volatilidade em contextos de choque. Em contraste, o *Consumo Energético* é o indicador que apresenta maior variabilidade (média de 0,071) e uma maior frequência de flutuações, evidenciando uma forte reação deste indicador a alterações no contexto económico. Estas diferenças indicam que, embora ambas as indústrias estejam expostas a choques externos, a forma como a instabilidade se manifesta não é homogénea entre os setores.

Os resultados sugerem assim que a dinâmica das indústrias resulta da interação entre choques externos, mecanismos de transmissão interna e pelo comportamento diferenciado das diferentes variáveis

económicas. Neste enquadramento, a evolução dos setores pode ser interpretada como um processo adaptativo, marcado pela alternância entre períodos de relativa estabilidade e fases de ajustamento, em que a complexidade observada decorre não de uma dinâmica interna determinística, mas da exposição contínua a perturbações e da capacidade de adaptação do sistema produtivo.

5.4 Síntese Comparativa: dinâmicas, vulnerabilidade e mecanismos de transmissão

A análise desenvolvida nos capítulos anteriores permite agora sistematizar, de forma estruturada, as principais diferenças observadas entre as indústrias metalúrgia e têxtil ao longo do período de análise (2000-2024).

Embora ambos os setores partilhem algumas das mesmas características, como a ausência de caos determinístico, a presença de múltiplos regimes estruturais e exposição a choques externos, a natureza das suas vulnerabilidades, os mecanismos de transmissão e as implicações para a política industrial, divergem de forma significativa.

A Tabela 3 demonstra estas diferenças ao longo das dimensões analíticas do estudo, permitindo uma leitura integrada e uma interpretação comparativa da evidência empírica obtida.

Tabela 3 - Síntese comparativa das indústrias metalúrgica e têxtil

Variável	**Metalúrgica**	**Têxtil**
Principal vulnerabilidade	Volume de Negócios (volatilidade média: 0,084)	Consumo Energético (volatilidade média: 0,071)
Fonte da instabilidade	Condições de mercado (procura e preços)	Custos energéticos estruturais; exposição à concorrência internacional
Tipo de dinâmica	Cíclica; sensibilidade a flutuações macroeconómicas	Sazonal; dependência de mão de obra; pressão competitiva internacional
N.º de quebras estruturais identificadas	3 (Produção); 4 (VN e Energia)	4 (todas as variáveis)
Padrão de transmissão sequencial	Confirmado, com exceção em 2008 (crise financeira global)	Confirmado, com exceção em 2020 (choque pandémico)

Cenários macroeconómicos mais impactantes	Estagnação após Euro (2003-04); Crise financeira (2008–2009); COVID-19 (2020)	Fim do Acordo Multifibras (2005); Crise financeira (2008–2009; COVID-19 (2020)
Implicação para política industrial	Instrumentos anticíclicos; mecanismos de suporte às condições de mercado	Gestão estratégica do risco energético; eficiência e competitividade

Nota: VN = Volume de Negócios; Energia = Consumo Energético.

Através da leitura da tabela, é possível identificar três das conclusões principais em relação à comparação entre os setores. Em primeiro lugar, o principal fator de vulnerabilidade distingue-se claramente entre as indústrias. Na metalurgia, é o *Volume de Negócios* (com volatilidade média de 0,084) onde se que concentra a instabilidade, sugerindo que o risco está associado à exposição às condições de mercado e ao ciclo económico. No têxtil, destaca-se o *Consumo Energético* (volatilidade média de 0,071), evidenciando uma vulnerabilidade de natureza mais estrutural, associada aos custos de produção e à intensidade energética do setor.

Em segundo lugar, a existência de um padrão de transmissão sequencial entre variáveis, no qual o *Consumo Energético* tende a antecipar alterações nas restantes variáveis. Este comportamento é confirmado em ambos os setores, ainda que com diferenças de intensidade, e com exceção em 2008 no caso da metalúrgica e em 2020 no caso da indústria têxtil. Esta tendência reforça a interpretação do *Consumo Energético* enquanto potencial indicador de alerta precoce, independentemente das especificidades setoriais.

Por fim, a diferença na fonte da instabilidade traduz-se em implicações distintas ao nível da política industrial. Enquanto na metalurgia a exposição ao ciclo económico sugere a relevância de instrumentos anticíclicos orientados para a estabilização da procura, no setor têxtil a evidência aponta para a necessidade de mecanismos focados na gestão do risco energético e no reforço da competitividade estrutural. Neste sentido, os resultados sugerem que uma abordagem uniforme de política industrial poderá ser insuficiente para responder, de forma eficaz, às vulnerabilidades específicas de cada setor, constituindo essa heterogeneidade uma conclusão relevante do estudo.

6. CONCLUSÕES

6.1 Principais resultados

Em resposta à questão de investigação formulada, conclui-se que a dinâmica temporal dos indicadores económicos setoriais das indústrias têxtil e metalúrgica em Portugal é melhor caracterizada pela presença de instabilidade estrutural e mudanças de regime do que por processos caóticos determinísticos. Esta conclusão é suportada pelos resultados das duas hipóteses de investigação definidas. No que diz respeito à hipótese H1, os resultados não suportam a existência de um comportamento compatível com dinâmica caótica determinística. Apesar da evidência indicar a existência de dependência temporal, a ausência de consistência entre os critérios que determinam a existência de caos não permite sustentar a presença de um sistema determinístico de baixa dimensão.
Por outro lado, a hipótese H2 é suportada pelos resultados empíricos, onde foram identificadas múltiplas quebras estruturais ao longo do período, comprovando a existência de mudanças de regime nas séries.
Assim, os resultados indicam que a dinâmica das indústrias têxtil e metalúrgica é melhor explicada por processos associados a instabilidade estrutural e à influência de choques externos que reconfiguram o funcionamento dos setores ao longo do tempo, em detrimento de mecanismos internos de natureza determinística.

6.2 Implicações Económicas

6.2.1 Diferenciação Setorial e Implicações para a Política Industrial

Um dos contributos mais relevantes da análise comparativa consiste em mostrar que dois setores industriais portugueses, com características distintas, apresentam uma exposição estrutural a choques externos, ainda que essa exposição se manifeste através de canais de transmissão diferentes.
Na indústria têxtil, o *Consumo Energético* destaca-se como sendo a variável que apresenta maior nível de volatilidade média ao longo do período, sendo que o comportamento de variabilidade deste indicador não se verifica apenas em momentos pontuais, mas destaca-se pela sua instabilidade persistente observada ao longo de todo o período analisado. Assim, este padrão sugere que o fator energético representa uma vulnerabilidade estrutural específica da indústria têxtil, potencialmente ampliada pela

sua intensidade energética e pela exposição à concorrência internacional, que pode limitar a capacidade das empresas em transferir aumentos nos custos para os seus preços finais.

Em contraste, na indústria metalúrgica, o *Volume de Negócios* destaca-se como o principal indicador de vulnerabilidade, ao apresentar maior sensibilidade às condições de mercado e ao refletir de forma mais intensa as variações na procura e na dinâmica dos preços. Este comportamento sugere assim que a instabilidade do setor está predominantemente associada a fatores externos ligados ao ciclo económico e às condições de mercado.

Esta diferenciação evidencia que, apesar de ambos os setores estarem expostos a choques externos, a origem e o mecanismo de transmissão da instabilidade não são homogéneos. Neste sentido, a gestão de risco energético torna-se especialmente importante para a estabilidade do setor têxtil, tanto ao nível das decisões empresariais, como das políticas públicas orientadas para o planeamento, competitividade e resiliência industrial. Já na indústria metalúrgica, a estabilidade do setor parece depender em maior medida das condições de mercado e da evolução da procura, sugerindo a importância de instrumentos que reforcem a capacidade de adaptação a flutuações do ciclo económico e a variações na procura industrial.

6.2.2 Padrões de Instabilidade e Monitorização

A análise temporal das quebras estruturais também revela um padrão temporal que merece atenção. Em praticamente todos os cenários observados, é possível observar que alterações estruturais no *Consumo Energético* tendem a surgir antes de mudanças identificadas nos fatores *Produção e Volume de Negócios*, sugerindo que a monitorização do indicador energético pode funcionar como um sinal de alerta para potenciais períodos de instabilidade económica em ambos os setores.

Desta forma, acompanhar a evolução desta variável pode ser fundamental para antecipar possíveis cenários de perturbação na indústria e permitir uma resposta mais preparada por parte das empresas e das entidades responsáveis pela definição e coordenação das políticas industriais.

6.2.3 Implicações para Instrumentos de Política Pública

A evidência de múltiplos regimes estruturais ao longo do período observado, associada à sensibilidade dos setores a choques macroeconómicos, sugere que ambas as indústrias operam num ambiente caracterizado por elevada exposição a fatores externos. As quebras identificadas tendem a coincidir com períodos de disrupção macroeconómica reconhecidos, reforçando essa mesma interpretação.

Esta característica ajuda a compreender por que razão perturbações nas cadeias de abastecimento e outros choques externos, implicam mudanças profundas no modo de funcionamento da atividade económica dos setores, não atuando apenas como flutuações temporárias, mas sim como fatores de transformação estrutural. Neste sentido, os resultados do estudo sugerem a necessidade de existirem instrumentos de política pública orientados para a estabilidade e resiliência dos setores em contextos de choque sistémico. Além disso, mais do que apenas uma resposta reativa a crises, os indícios observados sugerem a necessidade de se adotar uma postura proativa, assente em mecanismos capazes de mitigar os efeitos de perturbações externas sobre os setores, cujas dinâmicas se mostram sensíveis às condições macroeconómicas globais.

6.3 Contribuições do Estudo

Para além das implicações económicas já discutidas, o estudo ajuda a compreender melhor a dinâmica das indústrias têxtil e metalúrgica em Portugal.

Do ponto de vista metodológico, a análise não linear permitiu testar a possibilidade de as séries se comportarem como um sistema dinâmico com características determinísticas. No entanto, embora não tenham sido encontrados resultados que confirmem essa hipótese, esta análise continua a ser relevante, na medida em que contribui para delimitar um enquadramento conceptual mais adequado à interpretação das dinâmicas observadas, ao excluir a hipótese de caos determinístico e ao redirecionar a análise para mecanismos de instabilidade estrutural e mudanças de regime.

Além disso, ao complementar a análise não linear com o método de Bai-Perron, foi possível identificar vários momentos de quebra estrutural nos setores, evidenciando a existência de mudanças de regime ao longo do tempo. A análise de volatilidade acrescenta ainda outra perspetiva à leitura dos regimes, ao permitir a distinção entre alterações estruturais permanentes e episódios de instabilidade de curto prazo.

Do ponto de vista empírico, os resultados são consistentes com a literatura que questiona a existência de caos determinístico em dados económicos, ao mostrarem que esta evidência é limitada e que comportamentos que aparentam ser não linearidade podem, na realidade, refletir instabilidade estrutural não considerada.

O principal contributo consiste precisamente em evidenciar que a compreensão da trajetória destas indústrias não pode basear-se exclusivamente nos seus mecanismos internos de funcionamento. Pelo contrário, a dinâmica observada aponta para a existência de transformações estruturais e de perturbações económicas que condicionam a trajetória dos setores ao longo do tempo.

7. Limitações e Linhas de Investigação Futura

Apesar dos resultados obtidos, é importante reconhecer algumas limitações do estudo, tanto ao nível das escolhas metodológicas, como da natureza dos dados utilizados. Estas limitações são importantes não só para enquadrar as conclusões do trabalho, mas também para identificar possíveis direções de investigação futura.

Primeiramente, a análise não linear foi realizada numa perspetiva univariada, na qual cada indicador foi observado e analisado individualmente. Ainda que esta abordagem permita caracterizar a estrutura interna de cada série, limita a capacidade de explorar a relação de interdependência entre as diferentes variáveis económicas. Assim, investigações futuras poderão aprofundar esta dimensão, através da utilização de modelos multivariados que permitam analisar de forma mais abrangente as interações entre indicadores.

Em segundo lugar, reconhece-se que os métodos utilizados na análise de dinâmica caótica, nomeadamente o Expoente de Lyapunov e a Dimensão de Correlação, são particularmente sensíveis às escolhas de parâmetros de reconstrução e às limitações associadas ao tamanho da amostra. Apesar de se ter procurado mitigar estas limitações através de testes de robustez e da utilização de diferentes parametrizações, investigações futuras poderão recorrer a bases de dados mais extensas, de forma a melhorar a robustez e a fiabilidade das estimativas obtidas.

Uma limitação adicional está associada ao processo de construção dos dados. Na ausência de dados mensais diretos para o consumo energético ao nível setorial, este indicador foi desagregado de uma base anual para uma base mensal através do método de Chow-Lin. Embora este método seja metodologicamente fundamentado e utilizado na literatura, os valores mensais obtidos resultam de estimativas e não de observações diretas, o que introduz um grau adicional de incerteza nos resultados associados a este indicador em particular. Sendo assim, a utilização de dados mensais observados diretamente permitiria, em investigações futuras, validar e aprofundar os resultados obtidos.

Adicionalmente, apesar de o padrão temporal observado nas quebras estruturais sugerir a possível existência de mecanismos de transmissão sequencial de choques entre os diferentes indicadores, bem como a sua coincidência com períodos de disrupção macroeconómica, não foram realizados testes formais de causalidade entre as variáveis. Em trabalhos futuros, a utilização de modelos de causalidade poderá ajudar a compreender melhor os mecanismos de transmissão das perturbações económicas no setor, como também avaliar em que medida os choques macroeconómicos observados contribuem para explicar as alterações de regime identificadas.

Por fim, é importante reconhecer que a dinâmica das indústrias analisadas não se restringe apenas aos indicadores utilizados no presente estudo, mas que a evolução dos setores é influenciada por um conjunto mais alargado de fatores, tanto de natureza macroeconómica como de política económica. Nesse sentido, a consideração de variáveis alternativas pode contribuir para uma compreensão mais detalhada dos fatores que influenciam a evolução da indústria.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Altig, D., Baker, S., Barrero, J. M., Bloom, N., Bunn, P., Chen, S., Davis, S. J., Leather, J., Meyer, B., Mihaylov, E., Mizen, P., Parker, N., Renault, T., Smietanka, P., & Thwaites, G. (2020). Economic uncertainty before and during the COVID-19 pandemic. *Journal of Public Economics*, *191*, 104274. https://doi.org/10.1016/j.jpubeco.2020.104274

Alves, P. R. L. (2022). Quantifying chaos in stock markets before and during COVID-19 pandemic from the phase space reconstruction. *Mathematics and Computers in Simulation*, *202*, 480–499. https://doi.org/10.1016/j.matcom.2022.07.026

Andrews, D. W. K. (1993). Tests for Parameter Instability and Structural Change With Unknown Change Point. *Econometrica*, *61*(4), 821–856. https://doi.org/10.2307/2951764

Aue, A., & Horváth, L. (2013). Structural breaks in time series. *Journal of Time Series Analysis*, *34*(1), 1–16. https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.2012.00819.x

Baek, S., Mohanty, S. K., & Glambosky, M. (2020). COVID-19 and stock market volatility: An industry level analysis. *Finance Research Letters*, *37*, 101748. https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101748

Bai, J., & Perron, P. (1998). Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes. *Econometrica*, *66*(1), 47–78. https://doi.org/10.2307/2998540

Bai, J., & Wang, P. (2011). Conditional Markov chain and its application in economic time series analysis. *Journal of Applied Econometrics*, *26*(5), 715–734. https://doi.org/10.1002/jae.1140

Baltagi, B. H., Feng, Q., & Kao, C. (2016). Estimation of heterogeneous panels with structural breaks. *Journal of Econometrics*, *191*(1), 176–195. https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2015.03.048

Banerjee, P., Arčabić, V., & Lee, H. (2017). Fourier ADL cointegration test to approximate smooth breaks with new evidence from Crude Oil Market. *Economic Modelling*, *67*, 114–124. https://doi.org/10.1016/j.econmod.2016.11.004

Barnett, W. A., Ronald Gallant, A., Hinich, M. J., Jungeilges, J. A., Kaplan, D. T., & Jensen, M. J. (1995). Robustness of nonlinearity and chaos tests to measurement error, inference method, and sample size. *Journal of Economic Behavior & Organization*, *27*(2), 301–320. https://doi.org/10.1016/0167-2681(94)00082-P

Bildirici, M., Guler Bayazit, N., & Ucan, Y. (2020). Analyzing Crude Oil Prices under the Impact of COVID-19 by Using LSTARGARCHLSTM. *Energies*, *13*(11), 2980. https://doi.org/10.3390/en13112980

Bradley, E., & Kantz, H. (2015). Nonlinear time-series analysis revisited. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, *25*(9), 097610. https://doi.org/10.1063/1.4917289

Brock, W. A. (1986). Distinguishing random and deterministic systems: Abridged version. *Journal of Economic Theory*, *40*(1), 168–195. https://doi.org/10.1016/0022-0531(86)90014-1

Brock, W. A., Scheinkman, J. A., Dechert, W. D., & LeBaron, B. (1996). A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric Reviews*, *15*(3), 197–235. https://doi.org/10.1080/07474939608800353

Brooks, C. (1996). Testing for non-linearity in daily sterling exchange rates. *Applied Financial Economics*, *6*(4), 307–317. https://doi.org/10.1080/096031096334105

Casini, A., & Perron, P. (2018). Structural Breaks in Time Series. Em A. Banerjee (Ed.), *Oxford Research Encyclopedia of Economics and Finance* (p. 0). Oxford University Press. https://doi.org/10.1093/acrefore/9780190625979.013.179

Check, A., & Piger, J. (2021). Structural Breaks in U.S. Macroeconomic Time Series: A Bayesian Model Averaging Approach. *Journal of Money, Credit and Banking*, *53*(8), 1999–2036. https://doi.org/10.1111/jmcb.12822

Chen, B., & Hong, Y. (2012). Testing for Smooth Structural Changes in Time Series Models via Nonparametric Regression. *Econometrica*, *80*(3), 1157–1183. https://doi.org/10.3982/ECTA7990

Chow, G. C., & Lin, A. (1971). Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution, and Extrapolation of Time Series by Related Series. *The Review of Economics and Statistics*, *53*(4), 372–375. https://doi.org/10.2307/1928739

Chowdhury, M. A. F., Abdullah, M., Alam, M., Abedin, M. Z., & Shi, B. (2023). NFTs, DeFi, and other assets efficiency and volatility dynamics: An asymmetric multifractality analysis. *International Review of Financial Analysis*, *87*, 102642. https://doi.org/10.1016/j.irfa.2023.102642

Clements, M. P., Franses, P. H., & Swanson, N. R. (2004). Forecasting economic and financial time-series with non-linear models. *International Journal of Forecasting, Forecasting Economic and Financial Time Series Using Nonlinear Methods*, *20*(2), 169–183. https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2003.10.004

Cró, S., & Martins, A. M. (2017). Structural breaks in international tourism demand: Are they caused by crises or disasters? *Tourism Management*, *63*, 3–9. https://doi.org/10.1016/j.tourman.2017.05.009

Dias, R., Teixeira, N., Machova, V., Pardal, P., Horak, J., & Vochozka, M. (2020). Random walks and market efficiency tests: Evidence on US, Chinese and European capital markets within the context of the global Covid-19 pandemic. *Oeconomia Copernicana*, *11*(4), 585–608. https://doi.org/10.24136/OC.2020.024

Direção-Geral de Energia e Geologia. (2026). *Consumo de eletricidade por município e setor de atividade* [Dataset]. https://www.dgeg.gov.pt/pt/estatistica/energia/eletricidade/consumo-por-municipio-e-setor-de-atividade/

Eurostat. (2026a). *Production in industry – monthly data (sts_inpr_m)* [Dataset]. https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/sts_inpr_m__custom_20490824/default/table

Eurostat. (2026b). *Turnover in industry – monthly data (sts_intv_m)* [Dataset]. https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/sts_intv_m__custom_19441033/default/table

Faggini, M. (2011). Chaotic time series analysis in economics: Balance and perspectives. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, (25), 042101. https://doi.org/10.1063/1.4903797

Fraser, A. M., & Swinney, H. L. (1986). Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Physical Review A*, *33*(2), 1134–1140. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.33.1134

Gao, J., Hu, J., Tung, W.-W., & Zheng, Y. (2013). Multiscale analysis of economic time series by scale-dependent Lyapunov exponent. *Quantitative Finance*, *13*(2), 265–274. https://doi.org/10.1080/14697688.2011.580774

Garcia, C. A. (2026). *nonlinearTseries: Nonlinear Time Series Analysis* (Versão 0.3.2) [Software]. https://CRAN.R-project.org/package=nonlinearTseries

Granger, C. W. J. (1991). Developments in the Nonlinear Analysis of Economic Series. *The Scandinavian Journal of Economics*, *93*(2), 263–276. https://doi.org/10.2307/3440334

Grassberger, P., & Procaccia, I. (1983). Characterization of Strange Attractors. *Physical Review Letters*, *50*(5), 346–349. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.50.346

Guliyev, H., & Yerdelen Tatoğlu, F. (2023). The relationship between renewable energy and economic growth in European countries: Evidence from panel data model with sharp and smooth changes. *Renewable Energy Focus*, *46*, 185–196. https://doi.org/10.1016/j.ref.2023.06.005

Haberl, H., Wiedenhofer, D., Virág, D., Kalt, G., Plank, B., Brockway, P., Fishman, T., Hausknost, D., Krausmann, F., Leon-Gruchalski, B., Mayer, A., Pichler, M., Schaffartzik, A., Sousa, T., Streeck, J., & Creutzig, F. (2020). A systematic review of the evidence on decoupling of GDP, resource use and GHG emissions, part II: Synthesizing the insights. *Environmental Research Letters*, *15*(6), 065003. https://doi.org/10.1088/1748-9326/ab842a

Hamilton, J. D. (1989). A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica*, *57*(2), 357–384. https://doi.org/10.2307/1912559

Hamilton, J. D., & Susmel, R. (1994). Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime. *Journal of Econometrics*, *64*(1), 307–333. https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)90067-1

Hanias, M., Tsakonas, S., Magafas, L., Thalassinos, E. I., & Zachilas, L. (2020). Deterministic chaos and forecasting in Amazon's share prices. *Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, *15*(2), 253–273. https://doi.org/10.24136/eq.2020.012

Henry, M., & Judge, G. (2019). Permutation Entropy and Information Recovery in Nonlinear Dynamic Economic Time Series. *Econometrics*, *7*(1), 10. https://doi.org/10.3390/econometrics7010010

Hillebrand, E., & Medeiros, M. C. (2016). Nonlinearity, Breaks, and Long-Range Dependence in Time-Series Models. *Journal of Business & Economic Statistics*, *34*(1), 23–41. https://doi.org/10.1080/07350015.2014.985828

Hong, H., Bian, Z., & Lee, C.-C. (2021). COVID-19 and instability of stock market performance: Evidence from the U.S. *Financial Innovation*, *7*(1). https://doi.org/10.1186/s40854-021-00229-1

Hsieh, D. A. (1991). *Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets*. https://doi.org/10.2307/2328575

Jiang, Z.-Q., Xie, W.-J., Zhou, W.-X., & Sornette, D. (2019). Multifractal analysis of financial markets: A review. *Reports on Progress in Physics*, *82*(12). https://doi.org/10.1088/1361-6633/ab42fb

Kantz, H., & Schreiber, T. (2004). *Nonlinear time series analysis* (2nd ed). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511755798

Kar, S., Pritchett, L., Raihan, S., & Sen, K. (2013). Looking for a break: Identifying transitions in growth regimes. *Journal of Macroeconomics*, *38*, 151–166. https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2013.09.022

Kennel, M. B., Brown, R., & Abarbanel, H. D. I. (1992). Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Physical Review A*, *45*(6), 3403–3411. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.3403

Koop, G., & Potter, S. (2001). *Are Apparent Findings of Nonlinearity Due to Structural Instability in Economic Time Series?* (SSRN Scholarly Paper No. 163151). Social Science Research Network. https://doi.org/10.2139/ssrn.163151

Krolzig, H.-M. (1997). *Markov-Switching Vector Autoregressions* (Vol. 454). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-51684-9

Lamb, W. F., Wiedmann, T., Pongratz, J., Andrew, R., Crippa, M., Olivier, J. G. J., Wiedenhofer, D., Mattioli, G., Khourdajie, A. A., House, J., Pachauri, S., Figueroa, M., Saheb, Y., Slade, R., Hubacek, K., Sun, L., Ribeiro, S. K., Khennas, S., de la Rue du Can, S., … Minx, J. (2021). A review of trends and drivers of greenhouse gas emissions by sector from 1990 to 2018. *Environmental Research Letters*, *16*(7), 073005. https://doi.org/10.1088/1748-9326/abee4e

Lee, T.-H., White, H., & Granger, C. W. J. (1993). Testing for neglected nonlinearity in time series models: A comparison of neural network methods and alternative tests. *Journal of Econometrics*, *56*(3), 269–290. https://doi.org/10.1016/0304-4076(93)90122-L

Ling, G., Razzaq, A., Guo, Y., Fatima, T., & Shahzad, F. (2022). Asymmetric and time-varying linkages between carbon emissions, globalization, natural resources and financial development in China. *Environment, Development and Sustainability*, *24*(5), 6702–6730. https://doi.org/10.1007/s10668-021-01724-2

Liu, J. (2024). Navigating the Financial Landscape: The Power and Limitations of the ARIMA Model. *Highlights in Science, Engineering and Technology*, *88*, 747–752. https://doi.org/10.54097/9zf6kd91

Lorenz, H.-W. (1993). *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-78324-1

Madani, M. A., & Ftiti, Z. (2022). Is gold a hedge or safe haven against oil and currency market movements? A revisit using multifractal approach. *Annals of Operations Research*, *313*(1), 367–400. https://doi.org/10.1007/s10479-021-04288-6

Majeed, M. T., Tauqir, A., Mazhar, M., & Samreen, I. (2021). Asymmetric effects of energy consumption and economic growth on ecological footprint: New evidence from Pakistan. *Environmental Science and Pollution Research*, *28*(25), 32945–32961. https://doi.org/10.1007/s11356-021-13130-2

Mensi, W., Sensoy, A., Vo, X. V., & Kang, S. H. (2020). Impact of COVID-19 outbreak on asymmetric multifractality of gold and oil prices. *Resources Policy*, *69*, 101829. https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2020.101829

Ndofor, H. A., Fabian, F., & Michel, J. G. (2018). Chaos in industry environments. *IEEE Transactions on Engineering Management*, *65*(2), 191–203. https://doi.org/10.1109/TEM.2017.2787860

Petrică, A.-C., Stancu, S., & Tindeche, A. (2016). Limitation of ARIMA models in financial and monetary economics. *Theoretical and Applied Economics*, *23*, 19–42.

Ramsey, J. B., Sayers, C. L., & Rothman, P. (1990). The Statistical Properties of Dimension Calculations Using Small Data Sets: Some Economic Applications. *International Economic Review*, *31*(4), 991–1020. https://doi.org/10.2307/2527026

Rapach, D. E., & Wohar, M. E. (2006). Structural Breaks and Predictive Regression Models of Aggregate U.S. Stock Returns. *Journal of Financial Econometrics*, *4*(2), 238–274. https://doi.org/10.1093/jjfinec/nbj008

Rosenstein, M. T., Collins, J. J., & De Luca, C. J. (1993). A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, *65*(1), 117–134. https://doi.org/10.1016/0167-2789(93)90009-P

Sandal, M., & Cemrek, F. (2019). Investigation of Structural Breaks for Major Stocks in the World. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, *9*(2), Pages 21-36. https://doi.org/10.6007/IJARBSS/v9-i2/5514

Saungweme, T., & Odhiambo, N. M. (2021). Inflation and Economic Growth in Kenya: An Empirical Examination. *Advances in Decision Sciences*, *25*(3), 1–25. https://doi.org/10.47654/V25Y2021I3P1-25

Sax, C., & Eddelbuettel, D. (2018). Seasonal Adjustment by X-13ARIMA-SEATS in R. *Journal of Statistical Software*, *87*(11), 1–17. https://doi.org/10.18637/jss.v087.i11

Sax, C., & Steiner, P. (2013). Temporal Disaggregation of Time Series. *The R Journal*, *5*(2), 80–87. https://doi.org/10.32614/RJ-2013-028

Schwarz, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, *6*(2), 461–464. https://www.jstor.org/stable/2958889

Shen, X., Liang, J., Cao, J., & Wang, Z. (2022). How Population Aging Affects Industrial Structure Upgrading: Evidence from China. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, *19*(23), 16093. https://doi.org/10.3390/ijerph192316093

Shojaie, A., & Fox, E. B. (2022). Granger Causality: A Review and Recent Advances. *Annual Review of Statistics and Its Application*, *9*, 289–319. https://doi.org/10.1146/annurev-statistics-040120-010930

Stock, J. H., & Watson, M. W. (1996). Evidence on structural instability in macroeconomic time series relations. *Journal of Business and Economic Statistics*, *14*(1), 11–30. https://doi.org/10.1080/07350015.1996.10524626

Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence. Em D. Rand & L.-S. Young (Eds.), *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980* (Vol. 898, pp. 366–381). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/BFb0091924

Terasvirta, T., & Anderson, H. M. (1992). Characterizing nonlinearities in business cycles using smooth transition autoregressive models. *Journal of Applied Econometrics*, *7*(S1), S119–S136. https://doi.org/10.1002/jae.3950070509

Theiler, J. (1986). Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time-series data. *Physical Review A*, *34*(3), 2427–2432. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.34.2427

Trapletti, A., & Hornik, K. (2026). *tseries: Time Series Analysis and Computational Finance* (Versão 0.10-61) [Software]. https://CRAN.R-project.org/package=tseries

Wallot, S., & Mønster, D. (2018). Calculation of Average Mutual Information (AMI) and False-Nearest Neighbors (FNN) for the Estimation of Embedding Parameters of Multidimensional Time Series in Matlab. *Frontiers in Psychology*, *9*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01679

Zeileis, A., & Grothendieck, G. (2005). zoo: S3 Infrastructure for Regular and Irregular Time Series. *Journal of Statistical Software*, *14*, 1–27. https://doi.org/10.18637/jss.v014.i06

Zeileis, A., Kleiber, C., Krämer, W., & Hornik, K. (2003). Testing and dating of structural changes in practice. *Computational Statistics & Data Analysis, Special Issue in Honour of Stan Azen: a Birthday Celebration*, *44*(1), 109–123. https://doi.org/10.1016/S0167-9473(03)00030-6

Zou, Y., Donner, R. V., Marwan, N., Donges, J. F., & Kurths, J. (2019). Complex network approaches to nonlinear time series analysis. *Physics Reports*, *787*, 1–97. https://doi.org/10.1016/j.physrep.2018.10.005

APÊNDICE I – SCRIPT EM R

I.1. Desagregação temporal das séries

Este bloco apresenta o procedimento utilizado para a desagregação temporal do Consumo Energético anual para frequência mensal, recorrendo ao método Chow-Lin. O pacote utilizado foi o *tempdisagg* sendo que como indicador auxiliar mensal foi utilizada a variável Produção. O exemplo ilustrado corresponde à indústria têxtil, tendo o mesmo procedimento sido aplicado à indústria metalúrgica com alteração na origem dos ficheiros e variáveis correspondentes.

```
# Carregamento dos pacotes
library(readxl)
library(dplyr)
library(tempdisagg)
library(writexl)

# Importação dos dados
dados_setor <- read_excel("dados/ChowLinData_Textil.xlsx")

# Dados mensais: indicador auxiliar
m <- dados_setor %>%
  select(Date, Production_Index)

# Dados anuais: variável alvo
a <- dados_setor %>%
  select(Ano, `Consumo Energético`) %>%
  distinct() %>%
  filter(!is.na(Ano))

# Série anual do consumo energético
E_y <- ts(a$`Consumo Energético`,
          start = min(a$Ano),
          frequency = 1)

# Série mensal do indicador auxiliar
start_y <- min(a$Ano)

X1 <- ts(m$Production_Index,
         start = c(start_y, 1),
         frequency = 12)

# Aplicação do método Chow-Lin
fit <- td(E_y ~ X1,
          to = "monthly",
          method = "chow-lin-maxlog",
          conversion = "sum")

# Série mensal estimada
E_m <- predict(fit)

# Validação: a soma mensal deve reproduzir os valores anuais
chk <- aggregate(E_m,
                 nfrequency = 1,
```

```
                 FUN = sum)

validacao <- data.frame(
  ano = as.numeric(time(E_y)),
  anual = as.numeric(E_y),
  soma_mensal = as.numeric(chk),
  diferenca = as.numeric(E_y) - as.numeric(chk)
)

summary(validacao$diferenca)

# Construção da tabela mensal final
dates <- seq(as.Date("2000-01-01"),
             by = "month",
             length.out = length(E_m))

energy_m <- data.frame(
  Date = dates,
  Energy_kWh = as.numeric(E_m)
)

# Criação do índice com base 2021 = 100
energy_m$Date <- as.Date(energy_m$Date)

base_2021 <- mean(
  energy_m$Energy_kWh[format(energy_m$Date, "%Y") == "2021"]
)

energy_m$Energy_Index_2021 <- (
  energy_m$Energy_kWh / base_2021
) * 100

# Exportação da série mensal final
write_xlsx(
  energy_m,
  "resultados/Energy_Textil_Monthly_Index2021.xlsx"
)
```

I.2. Teste BDS

Para a avaliar a presença de dependência não linear nas variáveis, foi aplicado o teste BDS com recurso ao pacote *tseries*. O exemplo apresentado diz respeito à indústria têxtil, sendo o procedimento transponível para a indústria metalúrgica com as devidas alterações nos dados de entrada.

```
# Carregamento dos pacotes
library(readxl)
library(tseries)

# Importação dos dados
dados <- read_excel("dados/IndicadoresTextilCL1.xlsx")

# Normalização das séries
production_z <- as.numeric(scale(dados$Production_Index))
turnover_z   <- as.numeric(scale(dados$Turnover_Index))
energy_z     <- as.numeric(scale(dados$Energy_Index))
```

```
# Aplicação do teste BDS
bds_prod <- bds.test(production_z)
bds_prod

bds_turn <- bds.test(turnover_z)
bds_turn

bds_energy <- bds.test(energy_z)
bds_energy
```

I.3. Análise de dinâmica não linear

A caracterização da análise de dinâmica não linear foi realizada através do pacote nonlinearTseries, envolvendo as seguintes etapas: (i) reconstrução do espaço de fases; (ii) AMI; (iii) FNN; (iv) expoente de Lyapunov; (v) testes de robustez (vi) dimensão de correlação. O código apresentado corresponde à análise do indicador de Produção da indústria têxtil, tendo o mesmo procedimento sido adaptado para os restantes indicadores e para a indústria metalúrgica através da substituição das séries de entrada.

```
# Carregamento dos pacotes
library(readxl)
library(nonlinearTseries)

# Importação dos dados
dados <- read_excel("dados/IndicadoresTextilCL1.xlsx", sheet = "Dados")

# Ordenação temporal
dados <- dados[order(dados$Date), ]

# Normalização z-score das séries
dados_z <- dados
dados_z$Production_z <- as.numeric(scale(dados$Production_Index))
dados_z$Turnover_z   <- as.numeric(scale(dados$Turnover_Index))
dados_z$Energy_z     <- as.numeric(scale(dados$Energy_Index))

# Seleção da série
prod <- dados_z$Production_z

# Escolha do atraso temporal por AMI
ami_prod <- timeLag(
  time.series = prod,
  technique = "ami",
  lag.max = 60
)

ami_prod

# Estimação da dimensão de embedding por FNN
m_prod <- estimateEmbeddingDim(
  time.series = prod,
  time.lag = ami_prod,
  max.embedding.dim = 15,
  do.plot = TRUE
```

```
)

m_prod

# Reconstrução do espaço de fases pelo método de Takens
embedding_prod <- buildTakens(
  time.series = prod,
  embedding.dim = m_prod,
  time.lag = ami_prod
)

# Representação bidimensional do atrator reconstruído
plot(
  embedding_prod[, 1], embedding_prod[, 2],
  pch = 16,
  cex = 0.6,
  xlab = "x(t)",
  ylab = "x(t+1)",
  main = "Atrator reconstruído (2D) - Produção"
)

# Estimação do expoente máximo de Lyapunov
lyap_prod <- maxLyapunov(
  time.series = prod,
  min.embedding.dim = m_prod,
  max.embedding.dim = m_prod,
  time.lag = ami_prod,
  radius = 1,
  theiler.window = 12,
  min.neighs = 20,
  do.plot = TRUE
)

lyap_prod

# Estimação da inclinação na região linear inicial
t <- lyap_prod$time
S <- as.numeric(lyap_prod$s.function)

idx <- which(t >= 1 & t <= 4)

fit <- lm(S[idx] ~ t[idx])
summary(fit)
coef(fit)

# Análise de robustez do expoente de Lyapunov
grid <- expand.grid(
  tau = c(1, 2),
  m = c(6, 7, 8, 9, 10)
)

results <- data.frame(
  tau = grid$tau,
  m = grid$m,
  lambda = NA_real_
)

for (i in seq_len(nrow(grid))) {
```

```
  tau_i <- grid$tau[i]
  m_i <- grid$m[i]

  ly <- maxLyapunov(
    time.series = prod,
    min.embedding.dim = m_i,
    max.embedding.dim = m_i,
    time.lag = tau_i,
    radius = 1,
    theiler.window = 12,
    min.neighs = 20,
    do.plot = FALSE
  )

  t_i <- ly$time
  S_i <- as.numeric(ly$s.function)

  idx <- which(t_i >= 1 & t_i <= 3)
  fit <- lm(S_i[idx] ~ t_i[idx])

  results$lambda[i] <- coef(fit)[2]
}

results

# Estimação da dimensão de correlação
d2_prod <- corrDim(
  time.series = prod,
  min.embedding.dim = 2,
  max.embedding.dim = m_prod,
  time.lag = ami_prod,
  min.radius = 0.1,
  max.radius = 2,
  n.points.radius = 50,
  do.plot = TRUE
)

d2_prod

# Avaliação local da escala log-log para a dimensão máxima
m_target <- m_prod
i <- which(d2_prod$embedding.dims == m_target)

r <- d2_prod$radius
C <- d2_prod$corr.matrix[i, ]

logr <- log(r)
logC <- log(C)

Dloc <- diff(logC) / diff(logr)
r_mid <- exp((logr[-1] + logr[-length(logr)]) / 2)

data.frame(
  r_mid = r_mid,
  Dloc = Dloc
)
```

I.4. Ajustamento sazonal das séries

Este bloco apresenta o procedimento de ajustamento sazonal das séries mensais, realizado através do método X-13 ARIMA-SEATS com recurso ao pacote *seasonal*. O exemplo corresponde à indústria têxtil, tendo o mesmo procedimento sido aplicado à indústria metalúrgica com as respetivas alterações nos ficheiros e variáveis de entrada.

```
# Carregamento dos pacotes
library(readxl)
library(seasonal)

# Importação dos dados
dados <- read_excel("dados/IndicadoresTextilCL1.xlsx")

# Criação das séries temporais mensais
prod_ts <- ts(dados$Production_Index,
              start = c(2000, 1),
              frequency = 12)

turn_ts <- ts(dados$Turnover_Index,
              start = c(2000, 1),
              frequency = 12)

energy_ts <- ts(dados$Energy_Index,
                start = c(2000, 1),
                frequency = 12)

# Transformação logarítmica
log_prod <- log(prod_ts)
log_turn <- log(turn_ts)
log_energy <- log(energy_ts)

# Ajustamento sazonal pelo método X-13 ARIMA-SEATS
sa_prod <- seas(log_prod)
sa_turn <- seas(log_turn)
sa_energy <- seas(log_energy)

# Extração das séries ajustadas sazonalmente
prod_sa <- final(sa_prod)
turn_sa <- final(sa_turn)
energy_sa <- final(sa_energy)
```

I.5. Quebras estruturais

A identificação de quebras estruturais através do método de Bai-Perron foi executada com recurso ao pacote *strucchange*. O código reportado corresponde à série de produção ajustada sazonalmente da indústria têxtil, tendo o mesmo procedimento sido aplicado às restantes variáveis e à indústria metalúrgica.

```
# Carregamento dos pacotes
library(strucchange)

# Estimação inicial dos modelos com diferentes números de quebras
bp_prod <- breakpoints(prod_sa ~ 1)
```

```
# Seleção do número de quebras com base no BIC
summary(bp_prod)
plot(bp_prod)

# Estimação do modelo com o número selecionado de quebras
bp_prod_4 <- breakpoints(prod_sa ~ 1, breaks = 4)

# Resultados das quebras estruturais
summary(bp_prod_4)
breakdates(bp_prod_4)
```

I.6. Análise de volatilidade móvel

A análise de volatilidade móvel das séries foi calculada através do desvio padrão numa janela móvel de 12 meses, com recurso ao pacote *zoo*. O exemplo reportado corresponde à série de produção da indústria têxtil, tendo o mesmo procedimento sido aplicado às restantes variáveis e à indústria metalúrgica.

```
# Carregamento dos pacotes
library(zoo)

# Cálculo da volatilidade móvel (janela de 12 meses)
vol_prod <- rollapply(
  prod_sa,
  width = 12,
  FUN = sd,
  align = "right",
  fill = NA
)

# Representação gráfica da volatilidade
plot(
  vol_prod,
  main = "Volatilidade Móvel (12 meses) - Produção",
  ylab = "Desvio Padrão",
  xlab = "Tempo"
)
```

I.7. Observação final sobre reprodutibilidade

O script em R apresentado nesta secção segue a sequência metodológica descrita no corpo da dissertação, garantindo a reprodutibilidade dos resultados obtidos. As adaptações necessárias foram efetuadas para cada setor e variável analisada, mantendo-se inalterada a estrutura dos procedimentos.

APÊNDICE II – RESULTADOS DOS TESTES DE ROBUSTEZ

Tabela II.1 - Teste de robustez do expoente de Lyapunov da variável Produção (Metalurgia)

τ (atraso)	m (dimensão de embedding)	λ (expoente de Lyapunov)
1	6	-0.1249
2	6	0.0113
1	7	-0.1451
2	7	0.0289
2	8	-0.0029
1	9	0.0000
2	9	-0.0087
1	10	0.0000
2	10	-0.0057

Tabela II.2 - Teste de robustez do expoente de Lyapunov da variável Volume de Negócios (Metalurgia)

τ (atraso)	m (dimensão de embedding)	λ (expoente de Lyapunov)
1	6	-0.0058
2	6	0.0149
1	7	-0.1477
2	7	0.0075
2	8	0.0341
1	9	-0.0259
2	9	-0.0108
1	10	-0.0080
2	10	0.0283

Tabela II.3 - Teste de robustez do expoente de Lyapunov da variável Consumo Energético (Metalurgia)

τ (atraso)	m (dimensão de embedding)	λ (expoente de Lyapunov)
1	6	-0.1076
2	6	-0.0131
1	7	-0.1592
2	7	0.0109
2	8	0.0085
1	9	0.0326
2	9	0.0166
1	10	0.0000
2	10	0.0167

Tabela II.4 - Teste de robustez do expoente de Lyapunov da variável Produção (Têxtil)

τ (atraso)	m (dimensão de embedding)	λ (expoente de Lyapunov)
1	6	0.1435
2	6	0.0461
1	7	0.0281
2	7	-0.0152
2	8	-0.0234
1	9	0.0124
2	9	-0.0272
1	10	-0.4022
2	10	0.0260

Tabela II.5 - Teste de robustez do expoente de Lyapunov da variável Volume de Negócios (Têxtil)

τ (atraso)	m (dimensão de embedding)	λ (expoente de Lyapunov)
1	6	0.0194
2	6	0.0369
1	7	-0.0871
2	7	0.0012
1	8	0.0045
2	8	0.0387
2	9	-0.0233
1	10	-0.4171
2	10	0.0152

Tabela II.6 - Teste de robustez do expoente de Lyapunov da variável Consumo Energético (Têxtil)

τ (atraso)	m (dimensão de embedding)	λ (expoente de Lyapunov)
1	6	0.0813
2	6	0.0053
1	7	-0.0164
2	7	-0.0269
2	8	-0.0024
1	9	-0.0131
2	9	0.0265
1	10	-0.4056
2	10	-0.0097

APÊNDICE III – RESULTADOS DA DIMENSÃO DE CORRELAÇÃO

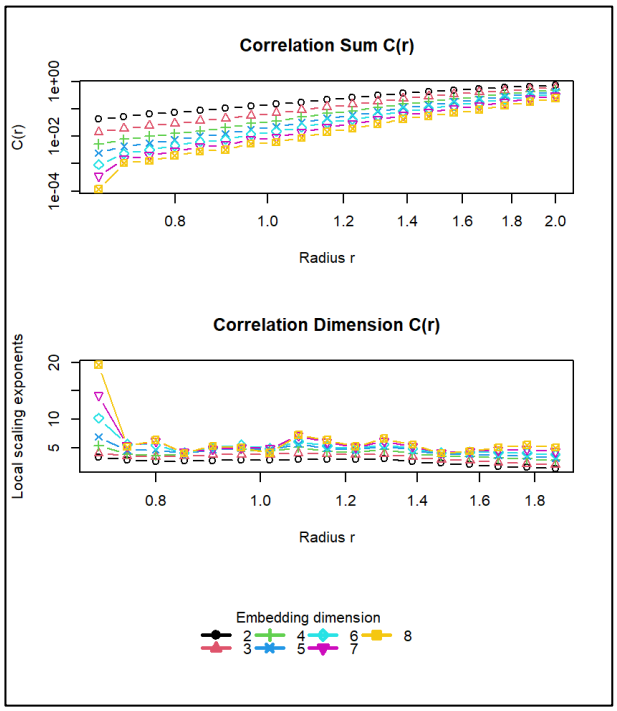


Figura III.1 – Dimensão de correlação da variável Produção (Metalurgia).

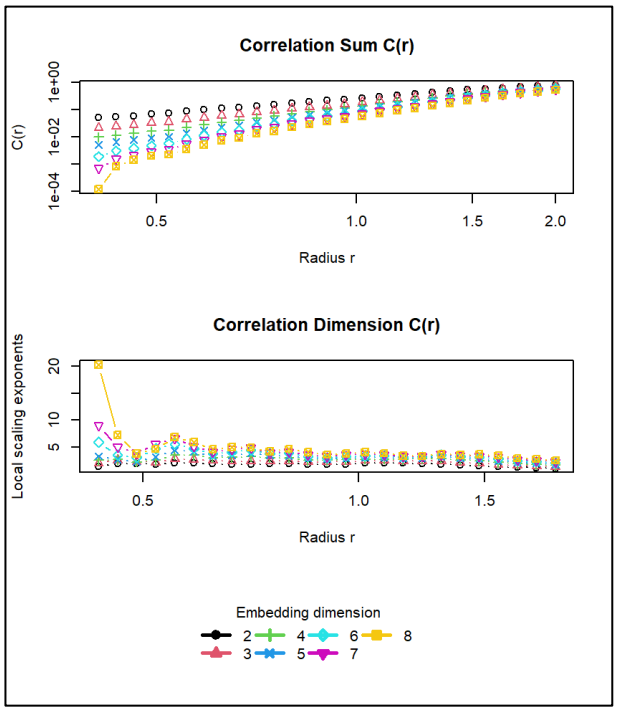


Figura III.2– Dimensão de correlação da variável Volume de Negócios (Metalurgia).

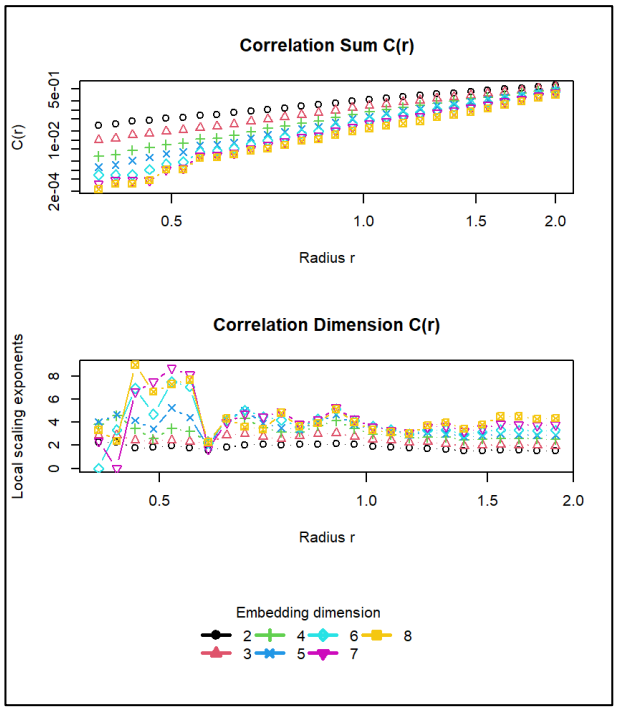


Figura III.3 – Dimensão de correlação da variável Consumo Energético (Metalurgia)

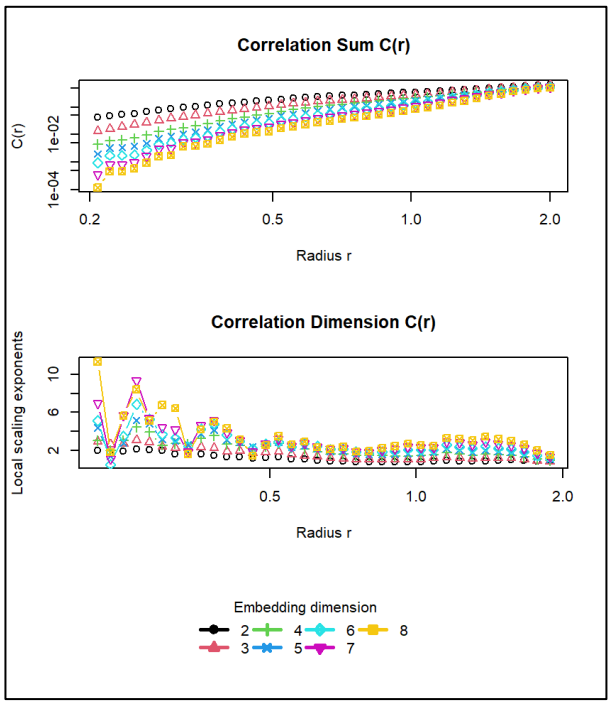


Figura III.4 – Dimensão de correlação da variável Produção (Têxtil)

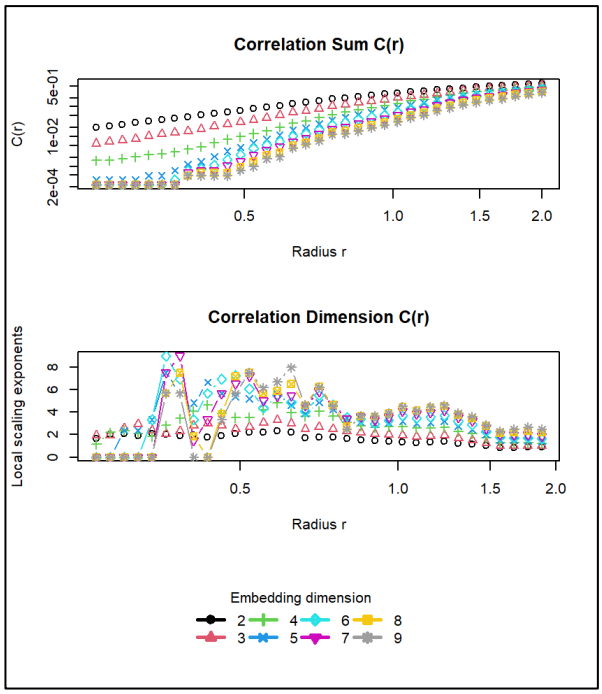


Figura III.5 – Dimensão de correlação da variável Volume de Negócios (Têxtil)

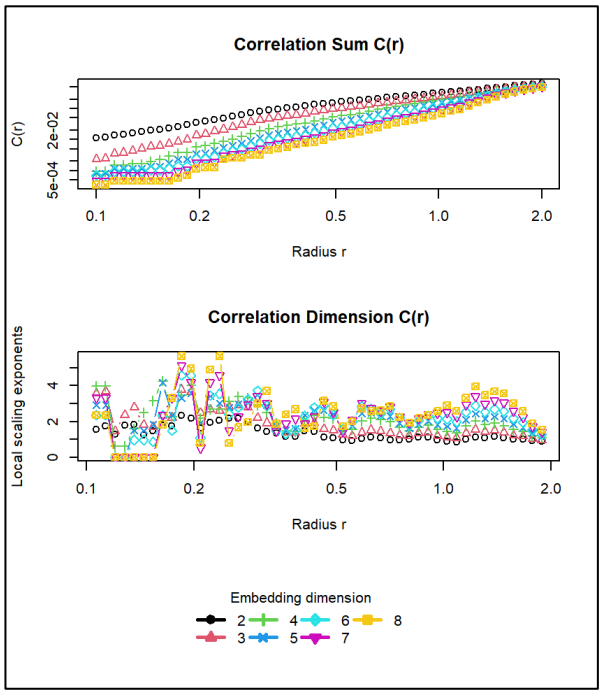


Figura III.6 – Dimensão de correlação da variável Consumo Energético (Têxtil)